ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 16
2015
№ 12

Издается с 2000 года ISSN 1684-6427 DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:
CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:
ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:
АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цыкунов А. М. Робастное управление объектом с распределенным запаздыванием по состоянию и управлению . . . 795

Гурарий М. М., Жаров М. М., Русаков С. Г., Ульянов С. Л. Вычислительные алгоритмы исследования устойчивости динамических систем в задачах схемотехнического анализа . . . 801

Александров А. Ю., Жабко А. П., Жабко И. А., Косов А. А. Исследование устойчивости и стабилизация нелинейных переключаемых механических систем на основе декомпозиции . . . 807

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Андреев А. С., Перегудова О. А. Синтез робастных алгоритмов стабилизации программных движений мобильного робота с омни-колесами методом вектор-функций Ляпунова . . . 813

Тягунов О. А., Теплов М. А. Об одной задаче формирования программных законов управления исполнительным уровнем автономных тяжелых МРТК . . . 822

Борисов А. В. Автоматизация разработки трехмерных моделей экзоскелетов со звеньями переменной длины . . . 828

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Осипов В. Ю. Нейросетевое прогнозирование событий для интеллектуальных роботов . . . 836

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ

Шевченко А. М. Разработка и исследование метода прогнозирования дистанции пробега самолета на посадке . . . 841

Лахин О. И., Майоров И. В. Метод адаптивного планирования грузопотока российского сегмента Международной космической станции на основе мультиагентной технологии . . . 847

Дорожко В. М. Устойчивость контура морского судна к опрокидыванию "волной-убийцей" . . . 852

Указатель статей, опубликованных в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" в 2015 г. . . . 861

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

© Издательство "Новые технологии", "Мехатроника, автоматизация, управление", 2015

THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 16
2015
No. 12

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000 ISSN 1684-6427 DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:
ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
FEDOROV I. B., Russia, Moscow
GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
MIKRIN E. A., Russia, Moscow
PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
SIGOV A. S., Russia, Moscow
SOJFER V. A., Russia, Samara
SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
VASILYEV S.N., Russia, Moscow
YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg

Editor-in-Chief:
FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:
PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:
BEZMENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:
ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
ANTONOV B. I., Russia, Moscow
ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
BUKOV V. N., Russia,Zhukovsky
ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
FURSOV V. A., Russia, Samara
GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
ILYASOV B. G., Russia, Ufa
IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
LOKHIN V. M., Russia, Moscow
PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
VITTIKH V. A., Russia, Samara
YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:
GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

Tsykunov A. M. Robust Control of the Objects with Distributed Delay on a State Vector and Input . . . 795

Gourary M. M., Zharov M. M., Rusakov S. G., Ulyanov S. L. Computational Algorithms for Stability Investigations of the Dynamic Systems in the Circuit Simulation Problems . 801

Aleksandrov A. Yu., Zhabko A. P., Zhabko I. A., Kosov A. A. Stability Investigation and Stabilization of Nonlinear Switched Mechanical Systems via Decomposition . . . 807

ROBOTIC SYSTEMS

Andreev A. S., Peregudova O. A. Synthesis of Robust Algorithms of Program Motion Stabilization for an Omni-Wheel Mobile Robot by the Method of Lyapunov Vector Functions . . . 813

Tyagunov O. A., Teplov M. A. A Problem of the Software Implementation of the Execution Level Control Actions of a Heavy Autonomous Mobile Robot . . . 822

Borisov A. V. Automated Designing of Three-Dimensional Models of Exoskeletons with Links of Variable Length . . . 828

INTELLIGENT TECHNOLOGIES IN PROBLEMS OF INFORMATION CONTROL AND PROCESSING

Osipov V. Yu. Neural Network Prediction of Events for Intelligent Robots . . . 836

CONTROL IN AEROSPACE SYSTEMS

Shevchenko A. M. Research and Development of a Method for Forecasting of Rollout Distance of an Aircraft . . . 841

Lakhin O. I., Mayorov I. V. Multi-Agent Technology Method of Adaptive Cargo Traffic Scheduling for the International Space Station . . . 847

Dorozhko V. M. Stability of a Seagoing Vessel Contour to Capsizing by a Rogue Wave . . . 852

Index of articles published in the journal "Mechatronics, Automation, Control" in 2015 . . . 861

Information about the journal is available online at:
http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru

© Издательство "Новые технологии", "Мехатроника, автоматизация, управление", 2015

УДК 579.7 DOI: 10.17587/mau.16.795-801

А. М. Цыкунов, д-р техн. наук, проф., tsykunov_al@mail.ru,
Астраханский государственный технический университет

Робастное управление объектом с распределенным запаздыванием по состоянию и управлению

Решена задача робастного управления для динамических объектов с распределенным запаздыванием по состоянию и управлению. Предполагается, что параметры математической модели неизвестны, а измерению доступны только выходные переменные. В качестве целевых условий принята точность отслеживания эталонного сигнала. Получены алгоритмы управления, позволяющие скомпенсировать априорную неопределенность и существенно уменьшить влияние неизмеряемых внешних ограниченных возмущений на выходные переменные. Приведен численный пример и результаты моделирования, которые продемонстрировали эффективность полученного алгоритма слежения.

Ключевые слова: *распределенное запаздывание, робастное управление, функционал, эталонный сигнал*

Введение

Одной из основных проблем теории автоматического управления динамическими объектами является проектирование алгоритмического обеспечения регулирующих устройств в условиях априорно неопределенности параметров математических моделей объектов и при наличии внешних неизмеряемых возмущений. В таких условиях проектируемая система управления должна обеспечивать выполнение основной цели управления, например, слежение за эталонным сигналом с требуемой точностью, что возможно осуществить, если скомпенсировать параметрические и внешние возмущения. Одним из основных подходов к решению этой задачи является использование робастных систем управления. Бурное развитие теории робастных систем управления началось с публикации [1], в которой были доказаны необходимые и достаточные условия устойчивости интервальных полиномов. Разработаны различные подходы и методы построения робастных систем управления и исследована их устойчивость. Метод инвариантных эллипсоидов рассмотрен в работах [2, 3], метод матричных неравенств обсуждается в работе [4]. Эти методы наиболее часто используются для проектирования алгоритмического обеспечения робастных систем управления. В работе [5] метод инвариантных эллипсоидов использован для проектирования робастного динамического регулятора, а в работе [6] метод матричных неравенств был применен для синтеза субоптимального регулятора по выходу для гашения ограниченных возмущений.

Задача управления нелинейным объектом с запаздыванием и с ограничением на управляющее воздействие исследована в работе [7]. В статье [8] решается задача адаптивного управления неопределенным стохастическим объектом с запаздыванием. Система стабилизации нейтрального объекта исследуется в работе [9], а задача робастного управления нейтральным объектом и нелинейным объектом — в статьях [10, 11] соответственно. Задачи управления объектом с распределенным запаздыванием решаются в работах [12—14].

В данной статье конструируется система слежения за эталонным сигналом для объекта с распределенным запаздыванием по состоянию и управлению в условиях неопределенности параметров математической модели.

Постановка задачи

Рассмотрим объект управления, математическая модель которого описывается следующими уравнениями:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + D\int_{-h}^{0} x(t+\theta)d\theta + B\int_{-h}^{0} u(t+\theta)d\theta + \Gamma f(t), \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t),\ u(\theta) = 0,\ x(\theta) = \varphi(\theta),\ \theta \in [-h, 0],$$

где $x \in \mathbb{R}^n$; $u(t)$, $y(t)$ — скалярные управляющее воздействие и регулируемая переменная; $f(t)$ — скалярное внешнее возмущение; $\varphi(\theta)$ — непрерывная начальная функция; h — время запаздывания; A, D, B, Γ, C — числовые матрицы соответствующих порядков.

Требуется получить алгоритм управления, обеспечивающий выполнение целевого условия

$$|y(t) - y_m(t)| < \delta \text{ при } t \geqslant T_0, \quad (2)$$

где $y_m(t)$ — сигнал, который должен отслеживаться выходом объекта управления; величина $\delta > 0$ характеризует точность слежения; T_0 — время, по истечении которого с начала функционирования системы выполняется целевое неравенство. Иными

словами, условие (2) означает, что целевое неравенство должно выполняться за конечное время, которое зависит от многих факторов — начальных условий объекта, возмущений и эталонного сигнала.

Будем решать сформулированную задачу при следующих ограничениях.

Предположения

1. *Пара (A, B) — управляема, а (A, C) — наблюдаема.*

2. *Известны диапазоны возможных значений элементов матриц A, D, B,* Γ, *C.*

3. *Уравнение* (1) *является минимально-фазовым, т. е. квазиполином* $C\mathrm{Adj}\Lambda(s)B$ *является гурвицевым, где s — комплексная переменная в преобразовании Лапласа*; $\Lambda(s) = (I_n s - A - D\sigma(s))$; I_n *— единичная матрица порядка* $n \times n$; $\mathrm{Adj}\Lambda(s)$ *— присоединенная матрица (транспонированная матрица алгебраических дополнений матрицы* $\Lambda(s)$);

$$\sigma(s) = \int_{-h}^{0} \mathbf{e}^{s\theta} d\theta = \frac{1 - \mathbf{e}^{-hs}}{s}. \qquad (3)$$

4. *Внешнее возмущение* $f(t)$ *и эталонный сигнал* $y_m(t)$ *являются гладкими и ограниченными функциями.*

5. *Производные регулируемой переменной и управляющего воздействия не измеряются.*

Метод решения

Сформируем управляющее воздействие в соответствии с формулой

$$u(t) = u(t - h) + \alpha\vartheta(t), \qquad (4)$$

где $\alpha > 0$, $\vartheta(t)$ — новое управление.

Вычислим преобразование Лапласа для интегралов в уравнениях (1), учитывая равенство (3) и начальные условия. Интегрируя по частям, получим

$$\int_0^\infty \mathbf{e}^{-st} dt \int_{-h}^{0} x(t + \theta) d\theta =$$

$$= \frac{1}{s}\int_{-h}^{0} \varphi(\theta) d\theta + \frac{1}{s}\int_0^\infty \mathbf{e}^{-st}(x(t) - x(t - h)) dt =$$

$$= \frac{1}{s}\int_{-h}^{0} \varphi(\theta) d\theta + \frac{1 - \mathbf{e}^{-sh}}{s} x(s) = \frac{1}{s}\int_{-h}^{0} \varphi(\theta) d\theta + \sigma(s)x(s),$$

$$\int_{-h}^{0} u(t + \theta) d\theta = \frac{1}{s}\int_{-h}^{0} u(\theta) d\theta +$$

$$+ \frac{1}{s}\int_0^\infty \mathbf{e}^{-st}(u(t) - u(t - h)) dt = \frac{1 - \mathbf{e}^{-sh}}{s} u(s) = \sigma(s)u(s).$$

Тогда уравнения (1) в изображениях Лапласа примут вид

$$sx(s) = Ax(s) + D\sigma(s)x(s) + B\sigma(s)u(s) +$$
$$+ \Gamma f(s) + x(0) + \int_{-h}^{0} \varphi(\theta) d\theta,\ y(s) = Cx(s). \qquad (5)$$

Без потери общности и с целью упростить преобразования будем считать, что матрица D имеет вид $D = [d\ 0_{n \times (n-1)}]$, где d — n-мерный вектор, $0_{n \times (n-1)}$ — нулевая матрица порядка $n \times (n - 1)$.

Преобразуем уравнения (5) в форму вход—выход, учитывая соотношение (4):

$$sQ_n(s)y(s) + Q_{n-1}(s)(1 - \mathbf{e}^{-hs})y(s) =$$
$$= R_m(s)\alpha\vartheta(s) + sS_r(s)f(s) + sK(s), \qquad (6)$$

где $K(s)$ — изображение начальных условий,

$$K(s) = C\mathrm{Adj}\Lambda(s)\left(\varphi(0) + D\frac{1}{s}\int_{-h}^{0} \varphi(\theta) d\theta\right);$$

$$Q_n(s) + Q_{n-1}(s)\sigma(s) = \det\Lambda(s);$$
$$R_m(s) = C\mathrm{Adj}\Lambda(s)B;\ S_r(s) = C\mathrm{Adj}\Lambda(s)\Gamma,$$

индексы у многочленов здесь и в дальнейшем соответствуют их порядкам, $r \leqslant n - 1$.

Применим алгоритм деления Евклида к полиному $sQ_n(s) + Q_{n-1}(s)$:

$$sQ_n(s) + Q_{n-1}(s) = \bar{Q}_\gamma(s)R_m(s) + N_{m-1}(s),$$
$$\gamma = n + 1 - m.$$

Представим многочлен $\bar{Q}_\gamma(s)$ в виде суммы двух полиномов:

$$\bar{Q}_\gamma(s) = Q_\gamma(s) + \tilde{Q}_{\gamma-1}.$$

Здесь $Q_\gamma(s)$ — гурвицев полином. Тогда получим $\bar{Q}_\gamma(s)R_m(s) + N_{m-1}(s) = (Q_\gamma(s) + \tilde{Q}_{\gamma-1}(s))R_m(s) + N_{m-1}(s)$. Подставив это выражение в уравнение (6) и, разделив полученное уравнение слева и справа на нормированный полином $\bar{R}_m(s) = \frac{1}{r_{m0}} R_m(s)$, получим

$$Q_\gamma(s)y(s) = r_{m0}\alpha\vartheta(s) + \psi_1(s), \qquad (7)$$

r_{m0} — коэффициент при старшем члене у полинома $R_m(s)$,

$$\psi_1(s) = \frac{1}{\bar{R}_m(s)}(Q_{n-1}(s)\mathbf{e}^{-hs}y(s) - \tilde{Q}_{\gamma-1}(s)y(s) +$$
$$+ sS_r(s)f(s) + sK(s)).$$

Составим уравнение для сигнала рассогласования $e(s) = y(s) - y_m(s)$:

$$Q_\gamma(s)e(s) = \vartheta(s) + \psi(s), \qquad (8)$$

где $y_m(s)$ — изображение Лапласа эталонного сигнала $y_m(t)$,

$$\psi(s) = \psi_1(s) + (r_{m0}\alpha - 1)\vartheta(s) + Q_\gamma(s)y_m(s).$$

Функция $\psi(t)$, которая является оригиналом изображения $\psi(s)$, несет всю информацию о неопределенности параметров математической модели и возмущениях.

Воспользуемся методом внутренней модели, дискретный вариант которой изложен в работе [15]. В соответствии с этим методом закон управления должен иметь вид

$$\left(F_{\text{м}}(s) - \frac{A_{\text{р}}(s)}{C_\gamma(s)}\right)\vartheta(s) = \left(B_{\text{м}}(s) + \frac{Q_\gamma(s)A_{\text{р}}(s)}{C_\gamma(s)}\right)e(s), \quad (9)$$

где $F_{\text{м}}(s)$, $B_{\text{м}}(s)$ — многочлены минимального порядка, которые являются решением полиномиального уравнения

$$F_{\text{м}}(s)Q_\gamma(s) + B_{\text{м}}(s) = \Phi(s).$$

Здесь $\Phi(s)$ — требуемый характеристический полином замкнутой системы по ошибке слежения при отсутствии функции $\psi(s)$; $A_{\text{р}}(s)$ — произвольный полином; $C_\gamma(s)$ — гурвицев многочлен.

В данном случае полином $Q_\gamma(s)$ является гурвицевым и выбирается проектировщиком, а сформулированная задача состоит в обеспечении целевого условия (2), что требует уменьшения влияния функции $\psi(s)$ на ошибку слежения. Поэтому возьмем $B_{\text{м}}(s) = 0$, $F_{\text{м}}(s) = A_{\text{р}}(s) = 1$. Тогда закон управления (9) можно записать в виде

$$\vartheta(s) = -\left(\frac{Q_\gamma(s)}{C_\gamma(s)}e(s) - \frac{1}{C_\gamma(s)}\vartheta(s)\right). \quad (10)$$

Покажем, что при выборе многочлена $C_\gamma(s)$ в виде $C_\gamma(s) = (\mu s + 1)^\gamma$ алгоритм управления (10) обеспечит выполнение целевого условия (2), где $\mu > 0$ — достаточно малое число.

Применим обратное преобразование Лапласа к уравнениям (8), (10) и запишем их в векторной форме, принимая во внимание равенство $Q_\gamma(t)e(t) - \vartheta(t) = \psi(t)$:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m\varepsilon(t) + b(\vartheta(t) + \psi(t)),\ e(t) = L\varepsilon(t),$$
$$\mu\dot{z}(t) = F_0 z(t) - b\psi(t),\ \vartheta(t) = Lz(t). \quad (11)$$

Здесь $\varepsilon \in \mathbb{R}^\gamma$, $z \in \mathbb{R}^\gamma$, $L = [1\ 0\ \ldots\ 0]$,

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\ -q_\gamma & & \ldots & & -q_1 \end{bmatrix},\ F_0 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & -1 & \ddots & 0 \\ & & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \ldots & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

q_i — коэффициенты полинома $Q_\gamma(s)$. Получили сингулярно-возмущенную систему уравнений, так как второе уравнение в (11) описывает быстрые составляющие, если μ — малое число.

Утверждение. *Пусть выполнены условия предположений, многочлен* $C_\gamma(s) = (\mu s + 1)^\gamma$. *Тогда существует число* $\mu_0 > 0$ *такое, что при* $\mu \leqslant \mu_0$ *алгоритм управления* (10) *обеспечит выполнение целевого условия* (2). Доказательство приведено в приложении.

Для иллюстрации работы полученного алгоритма слежения рассмотрим числовой пример.

Пример

Рассмотрим объект, динамические процессы в котором описываются следующими уравнениями:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 \\ a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ d_2 & 0 & 0 \\ d_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}\int_{-2}^{0} x(t+\theta)d\theta +$$

$$+ \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}\int_{-2}^{0} u(t+\theta)d\theta + \begin{bmatrix} 0 \\ k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}f(t),\ y(t) = [1\ 0\ 0]x(t),$$

$$x^{\text{т}}(\theta) = [6\ 2\ 2],\ u^{\text{т}}(\theta) = 0,\ \theta \in [-2; 0].$$

Класс неопределенности задан неравенствами:

$$-3 \leqslant a_i \leqslant 2,\ -2 \leqslant d_i \leqslant 1,\ 2 \leqslant b_i \leqslant 4,$$
$$i = 1, 2, 3;\ -2 \leqslant k_j \leqslant 4,\ |f(t)| \leqslant 3.$$

Передаточные функции по управлению и возмущению имеют вид

$$W_u(s) = \frac{(b_1 s^2 + b_2 s + b_3)\sigma(s)}{s^3 - a_1 s^2 - a_2 s - a_3 - (d_1 s^2 + d_2 s + d_3)\sigma(s)};$$

$$W_f(s) = \frac{k_1 s + k_2}{s^3 - a_1 s^2 - a_2 s - a_3 - (d_1 s^2 + d_2 s + d_3)\sigma(s)}.$$

В соответствии с соотношением (3)

$$u(t) = u(t - h) + \alpha\vartheta(t).$$

Тогда уравнение (6) запишется следующим образом:

$$(s^4 - a_1 s^3 - a_2 s^2 - a_3 s - (d_1 s^2 + d_2 s + d_3))y(s) +$$
$$+ (d_1 s^2 + d_2 s + d_3)\mathbf{e}^{-2s})y(s) = (b_1 s^2 + b_2 s + b_3)\alpha\vartheta(s) +$$
$$+ (k_1 s^2 + k_2 s)f(s) + sK(s).$$

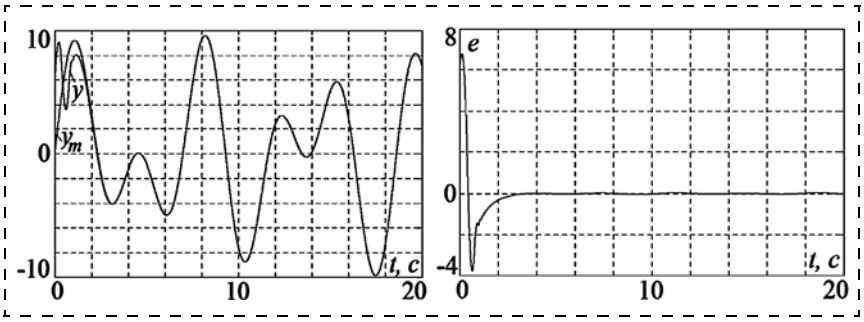
Далее, выполнив преобразования, которые осуществлялись для получения формулы (8), выберем многочлены $Q_\gamma(s) = s^2 + 5s + 6$, $C_\gamma(s) = (\mu s + 1)^2$. Алгоритм управления (10) в преобразованиях Лапласа будет иметь вид

$$\vartheta(s) = -\left(\frac{s^2 + 5s + 6}{(\mu s + 1)^2}e(s) - \frac{1}{(\mu s + 1)^2}\vartheta(s)\right).$$

На рисунке представлены переходные процессы по выходу и по ошибке слежения при следующих исходных данных:

$$y_m(t) = 5\sin t + 5\sin 1{,}7t;\ f(t) = \sin 2t + \sin 2{,}4t,$$
$$a_1 = d_i = 1,\ b_1 = b_2 = 3,\ b_3 = 4,\ k_1 = k_2 = 2.$$

При этих исходных данных ошибка слежения $e(t)$ после 8 с не превышает значения 0,04. Если $\mu = 0{,}05$, то $|e(t)| < 0{,}02$; если $\mu = 0{,}01$, то $|e(t)| < 0{,}003$. С уменьшением величины μ всплеск переходного



Переходные процессы

процесса по ошибке в отрицательную сторону уменьшается и сглаживается.

Во всех случаях на управляющее воздействие накладывалось ограничение $|u(t)| \leqslant 50$.

Заключение

Решена задача проектирования робастного алгоритма слежения за эталонным сигналом с помощью метода внутренней модели, который предложен в работе [5] для дискретных систем. В данном случае обоснована его применимость для объекта, математической моделью которого являются уравнения с распределенным запаздыванием по состоянию и управлению.

Следует отметить, что при другой структуре матрицы D, т. е. когда она имеет все ненулевые элементы, алгоритм слежения имеет точно такой же вид. В этом случае доказательство работоспособности очень громоздко. Полученные алгоритмы позволяют получить хорошую точность слежения и существенно подавить внешние возмущения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство состоит из двух частей. Вначале докажем работоспособность алгоритма для редуцированной модели. Затем обоснуем близость переходных процессов в исходной системе и в редуцированной модели.

Пусть в системе уравнений (11) число $\mu = 0$, тогда получим редуцированную модель

$$\dot{\bar{\varepsilon}}(t) = A_m\bar{\varepsilon}(t) + b(\bar{\vartheta}(t) + \bar{\psi}(t));\ \bar{e}(t) = L\bar{\varepsilon}(t); \quad (\text{П.1})$$

$$0 = F_0\bar{z}(t) - b\bar{\psi}(t);\ \bar{\vartheta}(t) = L\bar{z}(t),$$

где $\bar{\psi}(t) = (r_{m0}\alpha - 1)\bar{\vartheta}(t) + \bar{\psi}_1(t) + Q_\gamma(P)y_m(t)$; $\bar{e}(t) = \bar{y}(t) - y_m(t)$;

$$\bar{\psi}_1(t) = \frac{1}{\bar{R}_m(P)}(Q_{n-1}(P)\bar{y}(t-h) - \tilde{Q}_{\gamma-1}(P)\bar{y}(t) + PS_r(P)f(t)) + \chi(t);$$

$P = d/dt$ — оператор дифференцирования; $\chi(t)$ — оригинал изображения, связанного с начальными условиями, который мажорируется затухающей экспонентой.

Из второго уравнения (П.1) имеем $\bar{\vartheta}(t) = LF_0^{-1}b\bar{\psi}(t) = -\bar{\psi}(t)$. Подставив это значение в первое уравнение (П.1), получим

$$\dot{\bar{\varepsilon}}(t) = A_m\bar{\varepsilon}(t),\ \bar{e}(t) = L\bar{\varepsilon}(t),$$
$$\bar{\vartheta}(t) = -\bar{\psi}(t). \quad (\text{П.2})$$

Так как матрица A_m является гурвицевой, то справедливы условия:

$$\lim_{t\to\infty}\bar{\varepsilon}(t) = 0,\ \lim_{t\to\infty}P^j\bar{e}(t) = 0,$$
$$j = 1...\gamma. \quad (\text{П.3})$$

Следовательно, переменные $P^j\bar{y}(t)$ ограничены.

Разрешим уравнение $\bar{\vartheta}(t) = -((r_{m0}\alpha - 1)\bar{\vartheta}(t) + \bar{\psi}_1(t) + Q_\gamma(P)y_m(t))$ относительно $\bar{\vartheta}(t)$:

$$\bar{\vartheta}(t) = -\frac{1}{r_{m0}\alpha}(Q_\gamma(P)y_m(t) + \bar{\psi}_1(t)).$$

Подставим $\bar{\psi}_1(t)$ в данную формулу, в результате чего получим

$$R_m(P)\alpha\bar{\vartheta}(t) = -R_m(P)Q_\gamma(P)y_m(t) - (Q_{n-1}(P)y(t-h) + PS_r(P)f(t)) + \chi(t).$$

Учитывая гурвицевость квазиполинома $R_m(P)$, порядок полинома $Q_{n-1}(P)$, ограниченность переменных $P^j\bar{y}(t)$, гладкость функций $y_m(t)$ и $f(t)$, получаем, что управление $\bar{\vartheta}(t)$ является ограниченным. Следовательно, функция $\bar{\psi}(t)$ и ее производная тоже ограничены.

Таким образом, редуцированная система (П.1) асимптотически устойчива по переменным $\varepsilon(t)$ с ограниченным управлением $\bar{\vartheta}(t)$. Тогда для заданного числа $\delta_1 > 0$ существует момент времени T_1 такой, что при $t > T_1$ будет выполнено неравенство

$$|\bar{y}(t) - y_m(t)| < \delta_1. \quad (\text{П.4})$$

Покажем, что переходные процессы в системах (11) и (П. 1) при соответствующем выборе числа μ могут быть близки. Введем векторы рассогласования $\xi(t) = \varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t)$, $\eta(t) = z(t) - \bar{z}(t) = z(t) - F_0^{-1}b\bar{\psi}(t)$. Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\dot{\xi}(t) = A_m\xi(t) + b(\vartheta(t) - \bar{\vartheta}(t) + \psi(t) - \bar{\psi}(t));$$
$$\zeta(t) = L\xi(t); \quad (\text{П.5})$$

$$\dot{\eta}(t) = \frac{1}{\mu}F_0\eta(t) - F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t);\ \vartheta(t) - \bar{\vartheta}(t) = L\eta(t).$$

При одинаковых начальных условиях и одинаковых входных сигналах, учитывая равенство $y(t) - \bar{y}(t) = e(t) - \bar{e}(t) = \zeta(t)$, получим

$$\vartheta(t) - \bar{\vartheta}(t) + \psi(t) - \bar{\psi}(t) =$$
$$= \vartheta(t) - \bar{\vartheta}(t) + (r_{m0}\alpha - 1)\vartheta(t) + Q_\gamma(P)y_m(t) +$$
$$+ \frac{1}{\bar{R}_m(P)}(Q_{n-1}(P)y(t-h) - \tilde{Q}_{\gamma-1}(P)y(t) +$$
$$+ PS_r(P)f(t) + PK(P)) - (r_{m0}\alpha - 1)\bar{\vartheta}(t) -$$
$$- Q_\gamma(P)y_m(t) - \frac{1}{\bar{R}_m(P)}(Q_{n-1}(P)\bar{y}(t-h) -$$

$$- \tilde{Q}_{\gamma-1}(P)\bar{y}(t) + PS_r(P)f(t) + PK(P)) =$$

$$= r_{m0}\alpha L\eta(t) + \frac{1}{\bar{R}_m(P)}(Q_{n-1}(P)\zeta(t-h) - \tilde{Q}_{\gamma-1}(P)\zeta(t)).$$

Выделим целую часть в полиноме $Q_{n-1}(P)$:

$$\frac{Q_{n-1}(P)}{\bar{R}_m(P)} = G_{\gamma-2}(P) + \frac{\Delta G_{m-1}}{\bar{R}_m(P)}.$$

Если $\gamma - 1 < m$, то принимая во внимание структуру матрицы A_m, систему уравнений (П.5) можно преобразовать к виду

$$\dot{\xi}(t) = A_m\xi(t) + b(r_{m0}\alpha L\eta(t) + \tau_1^{\mathrm{T}}\xi(t-h) + \tau_2^{\mathrm{T}}\omega_1(t) + \tau_3^{\mathrm{T}}\omega_2(t)); \qquad (\text{П.6})$$

$$\dot{\eta}(t) = \frac{1}{\mu}F_0\eta(t) - F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t);\ \vartheta(t) - \bar{\vartheta}(t) = L\eta(t);$$

$$\dot{\omega}_1(t) = \Omega\omega_1(t) + bL\xi(t-h);$$

$$\dot{\omega}_2(t) = \Omega\omega_2(t) + bL\xi(t),$$

где $\omega_1 \in \mathbb{R}^m$, $\omega_2 \in \mathbb{R}^m$; Ω — гурвицевая матрица, характеристическим полиномом которой является многочлен $\bar{R}_m(s)$; $\tau_1^{\mathrm{T}} = [g_{10} \dots g_{1(\gamma-2)}\ 0 \dots 0]$, $\tau_2^{\mathrm{T}} = [g_{20} \dots g_{2(m-1)}\ 0\ 0]$, $\tau_3^{\mathrm{T}} = [g_{30} \dots g_{3(\gamma-1)}\ 0 \dots 0]$ — коэффициенты полиномов $G_{\gamma-2}(s)$, $\Delta G_{m-1}(s)$, $\tilde{Q}_{\gamma-1}(s)$ соответственно, записанные в обратном порядке.

Введем блочные вектор $\phi^{\mathrm{T}}(t) = [\xi^{\mathrm{T}}(t)\ \omega_1^{\mathrm{T}}(t)\ \omega_2^{\mathrm{T}}(t)]$ и матрицы

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_m & b\tau_2^{\mathrm{T}} & b\tau_3^{\mathrm{T}} \\ 0 & \Omega & 0 \\ 0 & bL & \Omega \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} b\tau_1^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ 0 & bL & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} br_{m0}\alpha L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

матрица A_0 является гурвицевой.

Тогда система уравнений (П.6) запишется в виде

$$\dot{\phi}(t) = A_0\phi(t) + B_1\phi(t-h) + B_2\eta(t); \qquad (\text{П.7})$$

$$\dot{\eta}(t) = \frac{1}{\mu}F_0\eta(t) - F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t).$$

Возьмем функционал Ляпунова—Красовского

$$V(t) = \phi^{\mathrm{T}}(t)H\phi(t) + \eta^{\mathrm{T}}(t)H_1\eta(t) + \int_{t-h}^{t}\phi^{\mathrm{T}}(\theta)R\phi(\theta)d\theta, \qquad (\text{П.8})$$

где положительно-определенные матрицы H, H_1 являются решениями матричных уравнений

$$HA_0 + A_0^{\mathrm{T}}H + HB_1R^{-1}B_1^{\mathrm{T}}H = -R - \rho I;$$

$$H_1F_0 + F_0^{\mathrm{T}}H_1 = -\beta I. \qquad (\text{П.9})$$

Здесь $\rho > 0$, $\beta > 0$, R — произвольная положительно-определенная матрица, которая подбирается в процессе решения.

Вычислим производную от функционала (П.8) на траекториях системы (П.7):

$$\dot{V}(t) = \phi^{\mathrm{T}}(t)(HA_0 + A_0^{\mathrm{T}}H)\phi(t) + 2\phi^{\mathrm{T}}(t)HB_1\phi(t-h) + 2\phi^{\mathrm{T}}(t)HB_1\eta(t) + \phi^{\mathrm{T}}(t)R\phi(t) - \phi^{\mathrm{T}}(t-h)R\phi(t-h) + \frac{1}{\mu}\eta^{\mathrm{T}}(t)(H_1F_0 + F_0^{\mathrm{T}}H_1)\eta(t) - 2\eta^{\mathrm{T}}(t)H_1F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t).$$

Воспользуемся тождеством

$$2\phi^{\mathrm{T}}(t)HB_1\phi(t-h) - \phi^{\mathrm{T}}(t-h)R\phi(t-h) = \phi^{\mathrm{T}}(t)HB_1R^{-1}B_1^{\mathrm{T}}H\phi(t) - (R^{-1}B_1^{\mathrm{T}}H\phi(t) - \phi(t-h))^{\mathrm{T}}R(R^{-1}B_1^{\mathrm{T}}H\phi(t) - \phi(t-h))$$

и оценками

$$2\phi^{\mathrm{T}}(t)HB_1\eta(t) \leqslant \mu|HB_1|^2|\phi(t)|^2 + \frac{1}{\mu}|\eta(t)|^2;$$

$$-2\eta^{\mathrm{T}}(t)H_1F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t) \leqslant \frac{1}{\mu}|\eta(t)|^2 + \mu|H_1F_0^{-1}b|^2|\dot{\bar{\psi}}(t)|^2.$$

Тогда, принимая во внимание (П.9), получим следующее неравенство:

$$\dot{V}(t) \leqslant -(\rho - \mu|HB_1|^2|\phi(t)|^2 - \frac{\beta-2}{\mu}|\eta(t)|^2 + \mu\delta_\gamma,$$

где

$$\delta_\gamma = \sup_t |H_1F_0^{-1}b|^2|\dot{\bar{\psi}}(t)|^2.$$

$\sup(\cdot)$ существует, так как была доказана ограниченность величины $\dot{\bar{\psi}}(t)$. Если выбрать числа ρ и β из условий $\rho - \mu|HB_1|^2 = \rho_1$, $\rho_1 > 0$, $\beta = 3$, то получим

$$\dot{V}(t) \leqslant -\rho_1|\phi(t)|^2 - \frac{1}{\mu}|\eta(t)|^2 + \mu\delta_\gamma,$$

откуда следует, что область притяжений системы (П.7) задана неравенством

$$\rho_1|\phi(t)|^2 + \frac{1}{\mu}|\eta(t)|^2 \leqslant \mu\delta_\gamma.$$

Из этого неравенства следует следующая цепочка неравенств:

$$|\zeta(t)|^2 \leqslant |\xi(t)|^2 \leqslant |\phi(t)|^2 \leqslant \frac{\mu}{\rho_1}\delta_\gamma.$$

Принимая во внимание соотношение (П.4), получим

$$|e(t)| = |\bar{e}(t) + \zeta(t)| \leqslant \delta_1 + \sqrt{\frac{\mu}{\rho_1}\delta_\gamma}. \qquad (\text{П.10})$$

Если числа δ_1 и μ выбрать из условия

$$\delta_1 + \sqrt{\frac{\mu}{\rho_1}\delta_\gamma} < \delta,$$

то из неравенства (П. 10) получим целевое условие (2).

Список литературы

1. **Харитонов В. Л.** Асимптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. 1978. Т. 14. № 11. С. 2086—2088.
2. **Назин С. А., Поляк Б. Т., Топунов М. В.** Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // Автоматика и телемеханика. 2007. № 3. С. 106—125.
3. **Поляк Б. Т., Топунов М. В.** Подавление ограниченных внешних возмущений: управление по выходу // Автоматика и телемеханика. 2008. № 5. С. 72—90.
4. **Баландин Д. В., Коган М. М.** Синтез законов управления на основе матричных неравенств. М.: Наука, 2007.
5. **Хлебников М. В.** Подавление ограниченных внешних возмущений: линейный динамический регулятор по выходу // Автоматика и телемеханика. 2011. № 4. С. 27—42.
6. **Баландин Д. В., Коган М. М.** Синтез субоптимального регулятора по выходу для гашения ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. 2011. № 4. С. 3—10.
7. **Goodall D. P., Postoyan R.** Output feedback stabilization for nonlinear time-delay systems subject to input constraints // Int. Journal of Control. 2010. Vol. 83, N. 4. P. 676—693.
8. **Liu S. J., Zhang J. F., Ge S. S.** Adaptive output feedback control for a class of uncertain stochastic non-linear systems with time delays // Int. Journal of Control. 2008. Vol. 81, N. 8. P. 1210—1220.
9. **Ivanescu D., Niculescu S. I., Dugard L., Dion J. M. Verriest E. I.** On delay dependent stability of neutral systems // Automatica. 2003. Vol. 39, N. 2. P. 255—261.
10. **Han Q. L.** Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type // Automatica. 2002. Vol. 38, N. 4. P. 719—723.
11. **Nguang S. K.** Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems. // IEEE Trans. Automat. Contr. 2000. Vol. 45, N. 4. P. 756—762.
12. **Karimi H. R.** Robust adaptive H_∞ synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations // Preprints of 18th IFAC Word Congress. 2011. P. 302—307.
13. **Berezansky L., Braverman E.** On nonoscillation and stability for systems of differential equation with a distributed delay // Automatica. 2012. V. 48, N. 4. P. 612—618.
14. **Цыкунов А. М.** Робастное управление сетью объектов с распределенным и дискретным запаздыванием в каналах взаимосвязи // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 10. С. 2—9.
15. **Цыпкин Я. З.** Робастно-оптимальные дискретные системы управления // Автоматика и телемеханика. 1999. № 3. С. 25—37.

Robust Control of the Objects with Distributed Delay on a State Vector and Input

A. M. Tsykunov, tsykunov_al@mail.ru✉, Astrakhan State Technical University, Astrakhan, 414056, Russian Federation

Corresponding author: **Tsykunov Aleksandr M.,** D. Sc., Head of Mathematics Department, Astrakhan State Technical University, Astrakhan, 414056, Russian Federation, e-mail: tsykunov_al@mail.ru

Received on August 18, 2015
Accepted on August 25, 2015

The article is devoted to studying of the object, the mathematical model of which is the vector equation with a distributed delay on a state vector and input signal. It is assumed that the parameters of the mathematical model are unknown, and the limited disturbance influencing the object is unmeasured. The problem of tracing of a reference signal is formulated. In order to ensure qualitative tracking of the reference signal, it is necessary to compensate for the influence of the unmeasured disturbance on the output variable. For solving of this problem the method of the internal model is used. This method proved itself in designing of the robust controls for the discrete systems. In this paper it is used for the continuous systems. The problem of the robust control of the objects with the distributed delay on the state vector and input is being solved. It is assumed that the parameters of the mathematical model of an object are unknown, and only the output variables are available for measurement. As the target conditions the accuracy of tracking of the reference signal is accepted. The control algorithm was obtained allowing to compensate for the aprioristic uncertainty and to reduce essentially the influence of the unmeasured bounded external limited disturbance. The equations of the closed system are a singular system of equations. It was proved, that the received control algorithm ensured implementation of the target conditions. The numerical examples and the results of the computer simulation, which have demonstrated the efficiency of the received algorithm of tracking, are presented.

Keywords: *distributed delay, robust control, target condition, functional, reference signal, singular system of equations*

For citation:

Tsykunov A. M. Robust Control of the Objects with Distributed Delay on a State Vector and Input, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2015, vol. 16, no 12, pp. 795—801.

DOI: 10.17587/mau/16.795-801

References

1. **Kharitonov V. L.** *Asimptoticheskaya ustoichivost' semeistva sistem lineinykh differentsial'nykh uravnenii* (The asymptotic stability of the family of systems of linear differential equations), *Differentialnie Uravnenija*, 1978, vol. 14, no. 9, pp. 2086—2088 (in Russian).
2. **Nazin S. A., Polyak B. T., M. V. Topunov M. V.** Rejection of bounded exogenous disturbances by the method of invariant ellipsoids, *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68, no. 3, pp. 456—466.
3. **Polyak B. T., Topunov M. V.** Suppression of bounded exogenous disturbances: Output feedback, *Automation and Remote Control*, 2008, vol. 69, no. 5, pp. 801—818.
4. **Balandin D. V., Kogan M. M.** *Sintez zakonov upravlenija na asnove martichnikh neravenstv* (Synthesis of laws of control on the basis of matrix inequalities), Moscow, Nauka, 2007 (in Russian).
5. **Khlebnikov M. V.** Suppression of bounded exogenous disturbances: A linear dynamic output controller, *Automation and Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 4, pp. 699—712.
6. **Balandin D. V., Kogan M. M.** Synthesis of a suboptimal controller by output for dampening limited disturbances, *Automation and Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 4, pp. 677—683.
7. **Goodall D. P., Postoyan R.** Output feedback stabilization for nonlinear time-delay systems subject to input constraints, *Int. Journal of Control*, 2010, vol. 83, no 4, pp. 676—693.
8. **Liu S. J., Zhang J. F., Ge S. S.** Adaptive output feedback control for a class of uncertain stochastic non-linear systems with time delays, *Int. Journal of Control*, 2008, vol. 81, no 8, pp. 1210—1220.
9. **Ivanescu D., Niculescu S. I., Dugard L., Dion J. M., Verriest E. I.** On delay dependent stability of neutral systems, *Automatica*, 2003, vol. 39, no 2, pp. 255—261.
10. **Han Q. L.** Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type, *Automatica*, 2002, vol. 38, no 4, pp. 719—723.
11. **Nguang S. K.** Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems, *IEEE Trans. Automat. Contr.,* 2000, vol. 45, no 4, pp. 756—762.

12. **Karimi H. R.** Robust adaptive H_∞ synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations, *Preprints of 18th IFAC Word Congress*, 2011, pp. 302—307.

13. **Berezansky L., Braverman E.** On nonoscillation and stability for systems of differential equation with a distributed delay, *Automatica*, 2012, vol. 48, no. 4, pp. 612—618.

14. **Tsykunov A. M.** *Robastnoe upravlenie set'yu ob"ektov s raspredelennym i diskretnym zapazdyvaniem v kanalakh vzaimosvyazi* (Robust Control of the Network of Objects with Distributed and Dickrete Delay in Channels of Interrelation), *Mechatronica, Avtomatizatsija, Upravlenie*, 2013, no 10, pp. 2—9. (in Russian).

15. **Tsypkin Ya. Z.** *Robastno optimal'nye diskretnye sistemy upravleniya* (Robust optimal discrete control systems), *Automatika i Telemekhanika*, 1999, no. 3, pp. 25—39 (in Russian).

УДК 621.372 DOI: 10.17587/mau.16.801-806

М. М. Гурарий, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., gourary@ippm.ru,
М. М. Жаров, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., zarov@ippm.ru,
С. Г. Русаков, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., rusakov@ippm.ru,
С. Л. Ульянов, д-р техн. наук, зав. отд., ulyas@ippm.ru,
Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, Москва

Вычислительные алгоритмы исследования устойчивости динамических систем в задачах схемотехнического анализа

Приведены эффективные вычислительные алгоритмы цикла исследования устойчивости динамических систем. Алгоритмы используют принцип модальной аппроксимации. Для оценки устойчивости предложен вычислительный алгоритм определения полюсов передаточной функции, лежащих в правой полуплоскости комплексной плоскости. Обсуждается алгоритм вычисления полюсов схемной функции, обладающих наибольшей чувствительностью к параметрам электрической цепи. Приведены экспериментальные результаты проверки предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: *устойчивость, параметрическая чувствительность, динамическая система, передаточная функция, собственные значения, модальная аппроксимация, доминирующие полюсы, вычеты*

Введение

Применение обратных связей широко используется в аналоговых и радиотехнических схемах и улучшает их характеристики, обеспечивая снижение чувствительности к разбросу параметров, расширение полосы частот, согласование импедансов, снижение искажений выходного сигнала. Уменьшение размеров компонентов интегральных схем часто приводит к дополнительным паразитным обратным связям, существенно влияющим на характеристики схем в области высоких частот [2, 7, 9].

Переходная характеристика схемы с замкнутой петлей обратной связи полностью определяется ее полюсами. Характер расположения полюсов передаточной функции дает возможность разработчику оценить ряд важных характеристик линеаризованной модели: устойчивость, характер переходных процессов, быстродействие, степень устойчивости и др. Для разработчика схем также полезно знать траекторию движения полюсов на комплексной плоскости при большом отклонении параметров компонентов электрической цепи, позволяющую оценить указанные выше характеристики при некоторых предельных значениях параметров моделей компонентов.

Проблема сохранения устойчивости в схемах с обратными связями является важной практической задачей проектирования.

Самовозбуждение может возникать за счет появления паразитных обратных связей в таких схемах, как мощные усилители, малошумящие усилители, приемники и т. д. Оценки устойчивости/неустойчивости и запаса устойчивости важны для указанных классов схем. Такая информация требуется разработчикам на ранних стадиях проектирования.

В статье выполнен анализ методов исследования устойчивости на основе алгебраических критериев.

Среди алгебраических критериев наиболее применяемым является оценка устойчивости линеаризованной модели по расположению полюсов передаточной функции на комплексной плоскости. Действительные части всех полюсов передаточной функции устойчивой схемы должны быть отрицательными (см. например, работу [12]).

Ниже обсуждается вычислительный алгоритм, базирующийся на отыскании доминирующих полюсов передаточной функции. В основу алгоритма положен подход, описанный в работе [11].

Предложенный алгоритм обладает высокой вычислительной эффективностью при исследовании устойчивости линеаризованной модели динамической системы.

При анализе устойчивости недостаточно установить факт самовозбуждения. Важно установить причину этого явления, обнаружить недостатки

схемотехнического или конструкторского решений и определить пути их исправления.

Аппарат чувствительности играет большую роль в выявлении причин самовозбуждения. Например, для схемы с положительным полюсом важно выбрать наиболее чувствительные параметры цепи, изменение которых сдвигает полюсы передаточной функции в отрицательную s-полуплоскость.

В отличие от известных алгоритмов (например, описанных в работе [8]) рассматриваемый ниже вычислительный алгоритм позволяет автоматически выбрать полюс, наиболее чувствительный к выбранному параметру. Наличие функций чувствительности дает возможность определить критическое значение варьируемого параметра динамической системы, при котором происходит переход полюса из положительной s-полуплоскости в отрицательную. При больших вариациях параметров динамической системы строится корневой годограф на заданном отрезке изменения параметра и обеспечивается возможность оценки максимального запаса по изменяемому параметру.

Постановка задачи

Математическая модель линейной динамической системы представляется в следующем виде:

$$\begin{aligned} E\dot{z}(t) &= Az(t) + bu(t); \\ r(t) &= d^{\mathrm{T}}z(t). \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $z \in R^n$ — вектор внутренних переменных системы; $r \in R^p$ — выходной вектор; $b \in R^n \times R^m$; $d \in R^n \times R^p$ — матрица связи между выходными переменными и внутренними переменными системы; $A \in R^n \times R^n$ — матрица проводимостей; $E \in R^n \times R^n$ — матрица емкостей и индуктивностей; $u \in R^m$ — вектор входных воздействий.

Передаточная функция динамической системы в лапласовской области имеет следующий вид:

$$H(s) = d^{\mathrm{T}}(sE - A)^{-1}b. \tag{2}$$

Собственные значения $\lambda_i \in C$ матричного пучка (A, E) являются полюсами передаточной функции (2). Для бездефектного матричного пучка правый и левый собственные векторы (x_i и y_i) для конечных собственных значений λ_i могут быть масштабированы: $y_iEx_i = 1$. Также предполагаем, что эти векторы E-ортогональны, т. е. $y_i^{\mathrm{T}}Ex_j = 0$ для всех $i \neq j$.

Передаточная функция может быть также представлена как сумма отношений вычетов к конечным полюсам первого порядка [1]:

$$H(s) = \sum_{i=1}^{\tilde{n}} \frac{R_i}{s - \lambda_i}, \tag{3}$$

где $R_i = (d^{\mathrm{T}}x_i)(y_i^{\mathrm{T}}b)$ и $\tilde{n} \leqslant n$.

При построении передаточной функции (3) с точки зрения вычислительной эффективности целесообразно вычислять доминирующие полюсы. В качестве доминирующих полюсов будут приниматься только те, которые удовлетворяют следующим требованиям:

$$\begin{aligned} &|R_i| > |R_j| \\ &\text{или } \frac{|R_i|}{\mathrm{Re}(\lambda_i)} > \frac{|R_j|}{\mathrm{Re}(\lambda_j)}, \\ &\text{или } \frac{|R_i|}{|\lambda_i|} > \frac{|R_j|}{|\lambda_j|} \end{aligned} \tag{4}$$

для всех $i \neq j$. То или иное условие выбирается из соотношения действительной и мнимой частей полюса.

В последующих разделах представлены: оригинальный алгоритм отыскания правого крайнего полюса передаточной функции (3); вычислительный алгоритм расчета коэффициентов чувствительности полюсов передаточной функции к параметрам компонентов динамической системы. С учетом коэффициентов чувствительности выполняются оценки важных для разработчика характеристик, в том числе критического значения параметра при $\mathrm{Re}(\lambda_i) \approx 0$ и максимального параметрического запаса устойчивости.

Вычислительный алгоритм анализа устойчивости с использованием алгебраического критерия

Оценку устойчивости линеаризованной модели в точке статического режима динамической системы целесообразно проводить, учитывая расположение полюсов передаточной функции на s-плоскости (собственные значения матричного пучка (A, E)). Наличие полюсов с положительной вещественной частью свидетельствует о неустойчивости динамической системы.

Известные методы, например, QR, QZ [8], вычисляют все полюсы передаточной функции. Поэтому они имеют высокие вычислительные затраты и применимы для систем невысокого порядка. В данном разделе описан подход, способный оценивать лишь правые крайние полюсы передаточной функции. Предлагаемый подход является, по существу, методом итерирования отношения Рэлея при оценке собственного значения. В отличие от критерия (4) при выборе доминирующего полюса используется критерий затухания (демпфирования) [6]. Критерий затухания представляется как

$$\varsigma = -\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \tag{5}$$

где $\lambda = \alpha + i\beta$.

При анализе устойчивости следует рассматривать две задачи. Первая предполагает нахождение полюса с положительной действительной частью

(если таковой имеется). Вторая задача — выявление полюсов с большой мнимой составляющей, лежащих в отрицательной s-полуплоскости, но близких к мнимой оси. Во втором случае для получения установившегося режима требуются высокие вычислительные затраты. Также в этом случае возможен переход полюса в положительную полуплоскость при малом изменении параметров динамической системы.

Вычислительный алгоритм определения доминирующих полюсов динамической системы

Предварительно кратко опишем алгоритм вычисления доминирующих полюсов для пучка матриц. Подробно этот подход описан в работах [3, 4, 11]. Этот подход является базовым для алгоритма вычисления правого крайнего полюса.

Алгоритм 1.

1. **Ввод:** матрицы A и E, число требуемых полюсов, входной и выходной векторы b и c, критерий окончания процесса ε.

2. **Выход:** значения найденных полюсов и соответствующих им правых и левых собственных векторов.

3. **for** k = 1, 2, ... until convergence **do**

4. Вычислить новые векторы v_k и w_k:

$$v_k = (\tilde{\lambda}_k E - A)^{-1} b;\ w_k = ((\tilde{\lambda}_k E - A)^{-1})^{\mathrm{T}} c.$$

5. Расширить подпространства V и W добавлением v_k и w_k.

6. Проектирование: $E_k = WEV$ и $A_k = WAV$.

7. Вычислить собственные значения и собственные векторы двух матричных пучков низкого порядка $\tilde{\lambda}_k E_k \tilde{x}_k = A_k \tilde{x}_k$; $\tilde{y}_k^{\mathrm{T}} \tilde{\lambda}_k = \tilde{y}_k^{\mathrm{T}} A_k$ и в соответствии с условием (4) выполнить ранжирование собственных векторов в матрицах V и W.

8. Проверить условие сходимости и выполнить дефляцию найденного полюса, если условие сходимости выполнено.

9. **endfor**

Следует отметить, что при вычислении полюсов передаточной функции применяется метод обратной итерации [3]. Сдвиг спектра на каждой последующей итерации соответствует значению полюса, полученного на предыдущей итерации. Это обеспечивает достаточно быструю сходимость к требуемому корню. Скорость сходимости при оценке поправки отношением Рэлея близка к кубической.

Вычислительный алгоритм определения правого крайнего полюса динамической системы

Идея предлагаемого алгоритма заключается в том, чтобы коэффициент затухания (5) для найденного полюса приближался к заданной величине $|\varsigma_0| < 1$. Это означает, что на k-й итерации сортируются k аппроксимированных полюсов $\tilde{\lambda}_i = \tilde{\alpha}_i + i\tilde{\beta}_i$ в порядке возрастания расстояния от $\varsigma_i = -\dfrac{\tilde{\alpha}_i}{\sqrt{\tilde{\alpha}_i^2 + \tilde{\beta}_i^2}}$ до заданной величины ς_0. Строится следующая последовательность:

$$|\varsigma_1(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_1) - \varsigma_0| < |\varsigma_2(\tilde{\alpha}_2, \tilde{\beta}_2 - \varsigma_0) < \ldots$$
$$\ldots < |\varsigma_k(\tilde{\alpha}_k, \tilde{\beta}_k) - \varsigma_0|. \qquad (6)$$

Наименьшей разностью в последовательности (6) является первый член, так как его значение наименьшее по сравнению с другими членами. В качестве начального приближения для выполнения следующей итерации выбираем $\tilde{\lambda}_1 = \tilde{\alpha}_1 + i\tilde{\beta}_1$. Условие, определяющее вычисление полюса с заданной точностью, имеет следующий вид: $\|\tilde{\lambda}_{k+1} Ex - Ax\| \leqslant \varepsilon$, где ε — заданная точность, x — правый собственный вектор.

При вычислении крайнего правого полюса необходимо внести некоторые коррективы в 1-й, 4-й и 7-й шаги алгоритма 1. На шаге 1 нужно вести значение $\varsigma_0 = -1$. В этом случае будет просканирована положительная полуплоскость. Таким образом, будут найдены все полюсы с положительной действительной частью. На шаге 4 вычисляются значения $v_k = (\tilde{\lambda}_k E - A)^{-1} v_{k-1}$; $w_k = (\tilde{\lambda}_k E - A)^{-\mathrm{T}} w_{k-1}$. При этом начальные значения векторов v_0 и w_0 первоначально равны 1. На шаге 7 также вычисляются собственные значения и собственные векторы задачи для двух матричных пучков низкого порядка, но ранжирование выполняется в соответствии с неравенствами (6).

Ниже будут представлены результаты расчета крайних правых полюсов для некоторых схем с помощью приведенного вычислительного алгоритма.

Вычислительный алгоритм расчета параметрической чувствительности полюсов передаточной функции

Как отмечалось выше, аппарат чувствительности может быть полезен при выборе параметров модели динамической системы, влияющих на отдельные ее характеристики. В этом смысле можно выделить параметры, оказывающие влияние на смещение полюсов передаточной функции. Управляя таким параметром, можно добиться обеспечения устойчивости системы или добиться снижения колебательности.

Наиболее известный подход для вычисления параметрической чувствительности базируется на дифференцировании задачи на собственные значения по параметру модели χ:

$$\lambda E(\chi)x = A(\chi)x.$$

Опуская промежуточные выкладки, параметрический коэффициент чувствительности можно записать в виде

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial \chi} = -y_k^{\mathrm{T}} \left[\lambda_k \frac{\partial E(\chi_0)}{\partial \chi} - \frac{\partial A(\chi_0)}{\partial \chi} \right] x_k$$

при условии E-ортогональности.

Такая форма представления параметрической чувствительности первого порядка описана во многих работах (например, в работе [8]).

Практически во всех известных работах для заданного параметра (параметров) необходимо вычислять чувствительность для указанного числа полюсов. При этом число полюсов может оказаться достаточно большим. Такой подход требует высоких вычислительных затрат.

Предлагаемый вычислительный алгоритм автоматически дает возможность найти полюс с наибольшей чувствительностью к заданному параметру.

Алгоритм 1 является базовым при создании нового алгоритма. Особенностью нового алгоритма является дополнительное формирование правой части при решении систем уравнений для исходной и транспонированной задач. Дополнительно указывается информация о значении производной от матриц A или E по заданному параметру и модифицируется п. 4 алгоритма 1:

$$b = \frac{\partial A}{\partial \chi} v;\ b = b/\|b\|_2;\ c = \left(\frac{\partial A}{\partial \chi}\right)^{\mathrm{T}} w;\ c = c/\|c\|_2.$$

В остальном предлагаемый алгоритм работает так же, как и алгоритм 1. В качестве доминирующего полюса вычисляется полюс с наибольшей чувствительностью к выбранному параметру.

Предложенный алгоритм дает информацию о влиянии выбранного параметра при его малом отклонении. Эта информация полезна в случае исходно неустойчивой динамической системы, так как она дает возможность определить, в каком направлении необходимо менять выбранный параметр, чтобы обеспечить устойчивость системы.

При большом отклонении параметра для определения параметрического запаса устойчивости необходимы алгоритмы построения траекторий корневых годографов. Возможны различные варианты вычисления собственных значений и собственных векторов на заданной сетке параметров. Алгоритм 1 может быть использован для этих целей. Этот алгоритм работает достаточно быстро, так как для каждой последующей итерации используется информация, полученная на предыдущей итерации.

Экспериментальная проверка представленных вычислительных алгоритмов

В этом разделе представлены результаты расчетов с применением описанных выше вычислительных алгоритмов. Представлено также сравнение с некоторыми результатами, полученными с помощью алгоритма Spectre [10].

Эксперименты выполнены для двух схем:

- схемы операционного усилителя $\mu a741$ с внутренней корректирующей емкостью. При определенных значениях этой емкости возможно появление автоколебаний;
- схемы автогенератора, представленного в работе [8].

Для этих схем выполнены несколько различных вариантов вычислений с использованием алгебраического и частотного критериев.

Алгебраический критерий

Моделирование схемы операционного усилителя $\mu a741$ с корректирующей емкостью, равной 0,0015 пФ. Полюсы, полученные разными алгоритмами, приведены на рис. 1, 2 и практически совпадают. Алгоритм Spectre RF вычисляет все полюсы, но в таблице приведена лишь их часть, чтобы была возможность сравнить их с результатами, полученными с помощью предложенного алгоритма. Оба алгоритма обнаружили полюс с положительной вещественной частью, что свидетельствует о неустойчивости схемы. Частота генерации соответствует мнимой части полюса и составляет 3,8210 МГц.

	poles (Hz)	
	real	imaginary
1	–3,079900e+05	
2	1,905000e+05	+/–i3,82101e+06
3	–5,173203e+06	+/–i3,557940e+06
4	–6,350790e+06	+/–i9,462319e+06

Рис. 1. Полюсы, полученные алгоритмом Spectre

	poles (Hz|)	
	real	imaginary
1	189032,35125	+/–i3809514,45102
2	–6373981,45303	+/–i9415916,77319
3	–5193239,31515	+/–i3592226,610798
4	–312495,03530	

Рис. 2. Полюсы, полученные предложенным вычислительным алгоритмом

Построение траектории корневого годографа

В результате работы вычислительного алгоритма расчета параметрической чувствительности появилась возможность оценить значение корректирую-

щей емкости, при которой полюс находится на границе положительной и отрицательной s-полуплоскостей. Это значение параметра будем называть критическим. Оценивается $c_{кр}$ из следующих соображений. Ограничим ряд Тейлора членами первого порядка: $\lambda(\chi_0 + \Delta\chi) \approx \lambda(\chi_0) + \frac{\partial\lambda}{\partial\chi}\Delta\chi$. В предположении $\mathrm{Re}(\lambda(\chi_0 + \Delta\chi)) = 0$ получим выражение для оценки $c_{кр}$: $\Delta\chi = \frac{\mathrm{Re}\lambda(\chi)}{\frac{\partial\lambda(\chi)}{\partial\chi}}$. При заданных параметрах схемы $c_{кр} = 0{,}11$ пФ. Точное значение $c_{кр}$ равно 0,12025 пФ. Погрешность оценки составляет менее 10 %. При построении траектории корневого годографа определяется точное значение критического параметра. На рис. 3 приведен фрагмент корневого годографа вблизи мнимой оси. Рис. 3 дает возможность оценить критическое значение параметра (при $c = 0{,}12015$ пФ $\mathrm{Re}\lambda = -6{,}423$ и $\mathrm{Im}\lambda = \pm 3{,}7198 \cdot 10^6$).

Результаты моделирования автогенераторной схемы приведены на рис. 4. Результаты работы алгоритма Spectre RF и описанного алгоритма практически совпадают. Третий полюс (рис. 4) имеет положительную действительную часть, что соответствует условию генерации в исследуемой схеме. Частота генерации составляет 945,518 МГц.

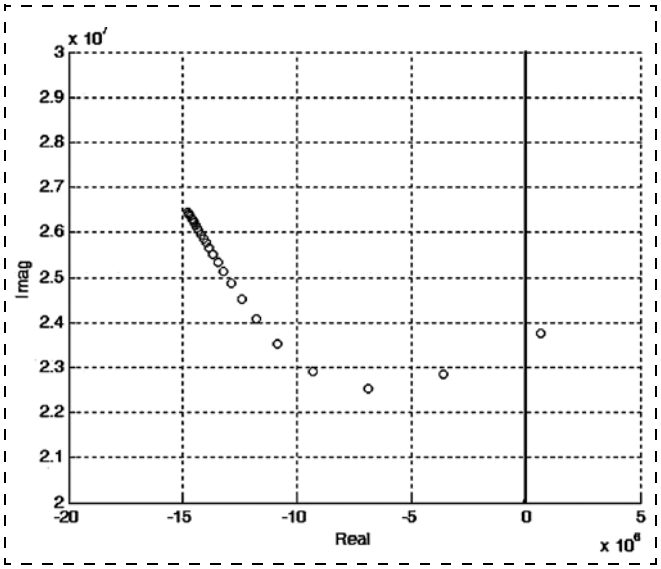


Рис. 3. Траектория корневого годографа в области перехода полюса из положительной в отрицательную полуплоскость

poles (Hs)

	real	imaginary
1	1.762190e+07	+/- i0.000000e+00
2	-4.644731e+08	+/- i0.000000e+00
3	5.938731e+05	+/- i9.455181e+08
4	-7.499875e+07	+/- i2.672129e+09

Рис. 4. Полюсы передаточной функции автогенераторной схемы

Заключение

Методы модальной редукции являются перспективным направлением для создания надежных и вычислительно эффективных алгоритмов полного цикла исследования устойчивости динамических систем.

Приведенные в статье вычислительные алгоритмы позволяют на этапе проектирования выявить источники неустойчивости, учесть возможные разбросы схемных параметров и влияние внешних воздействий.

Введено понятие "критического значения" параметра, определяющего границу между устойчивым и неустойчивым состоянием.

Список литературы

1. **Влах И., Сингхал К.** Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. М.: Радио и связь, 1988. 559 с.
2. **Актуальные** проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования / Под ред. А. Л. Стемпковского. М.: Наука, 2003. 430 с.
3. **Rommes J. and Martins N.** Efficient computation of multivariable transfer function dominant poles using subspace acceleration // IEEE Trans. Power Syst. 2006. Vol. 21. P. 1471—1483.
4. **Martins N., Lima L. T. G. and Pinto H. J. C. P.** Computing dominant poles of power system transfer functions // IEEE Trans. Power Syst. 1996. Vol. 11, N. 1. P. 162—170.
5. **Rommes J., Martins N.** Computing Large-Scale System Eigenvalues Most Sensitive to Parameter Changes, With Applications to Power System Small-Signal Stability // IEEE Transactions on Power Systems. 2010. Vol. 25, N. 2. P. 434—442.
6. **Rommes J., Martins N., and Freitas F. D.** Computing Rightmost Eigenvalues for Small-Signal Stability Assessment of Large-Scale Power Systems // IEEE Transactions on Power Systems. 2008. Vol. 23, N. 2. P. 929—938.
7. **Артым Д. А.** Теория цепей с обратными связями. Л.: Энергия, 1969, 325 с.
8. **Гридин В. Н., Михайлов В. Б., Шустерман Л. Б.** Численно-аналитическое моделирование радиоэлектронных схем. М.: Наука, 2008, 339 с.
9. **Боде Г.** Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью. М.: Изд. ин. лит., 1948. 640 с.
10. **Virtuoso** Spectre Circuit Simulator RF Analysis, User Guide, Product Version 6.2, June 2007.
11. **Жаров М. М., Русаков С. Г.** Алгоритмы редукции моделей, сохраняющие структурную разреженность в задачах схемотехнического анализа // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем — 2014. Сб. трудов. Часть I / Под ред. акад. РАН А. Л. Стемпковского. М.: Изд. ИППМ РАН, 2014. С. 111—116.
12. **Воронов А. А.** Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. М.: Наука, 1979. 336 с.

Computational Algorithms for Stability Investigations of the Dynamic Systems in the Circuit Simulation Problems

M. M. Gourary, gourary@ippm.ru, **M. M. Zharov,** zarov@ippm.ru✉,
S. G. Rusakov, rusakov@ippm.ru, **S. L. Ulyanov,** ulyas@ippm.ru,
Institute for Design Problems in Microelectronics of the Russian Academy of Sciences (IPPM RAS),
Moscow, 124365, Russian Federation

Corresponding author: **Zharov Mikhail M.,** Ph. D., Leading Researcher,
Institute for Design Problems in Microelectronics of the Russian Academy of Sciences (IPPM RAS),
Moscow, 124365, Russian Federation, e-mail: zarov@ippm.ru

Received on July 27, 2015
Accepted on August 07, 2015

The article presents efficient computational algorithms for analysis of the stability of the dynamical systems. The algorithms are based on the principle of modal approximation. A numerical algorithm for computing of the poles of the transfer function is proposed, which ensures determination of the poles located in the right half-plane. In order to detect the pole with the positive real part the suggested algorithm exploits the property of the damping factor $\varsigma_i = -\frac{\tilde{\alpha}_i}{\sqrt{\tilde{\alpha}_i^2 + \tilde{\beta}_i^2}}$ *for the obtained poles* $\tilde{\lambda}_i = \tilde{\alpha}_i + i\tilde{\beta}_i$. *This factor is negative for the poles with positive real parts. The following sequence of the form* $|\varsigma_1(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_1) - \varsigma_0| < |\varsigma_2(\tilde{\alpha}_2, \tilde{\beta}_2 - \varsigma_0)| < \ldots < |\varsigma_k(\tilde{\alpha}_k, \tilde{\beta}_1) - \varsigma_0|$ *is constructed for the computed poles. The sequence is converged to the pole with the positive real part under* $|\varsigma_0| < 1$. *The paper presents an algorithm for computation of the poles of the transfer function with the maximal sensitivity with respect to the circuit parameters. The suggested algorithm allows us to detect the parameters with the maximal impact on the shift of the poles and to determine the critical parameter values corresponding to the boundary of instability.*

Keywords: *stability, parameter sensitivity, dynamical systems, transfer function, eigenvalues, modal approximation, dominant poles residue*

For citation:

Gourary M. M., Zharov M. M., Rusakov S. G., Ulyanov S. L. Computational Algorithms for Stability Investigations of the Dynamic Systems in the Circuit Simulation Problems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 12, pp. 801—806.

DOI: 10.17587/mau/16.801-806

References

1. **Vlah I., Singhal K.** *Mashinnye metody analiza i proektirovanija jelektronnyh shem* (Machine methods of analysis and design of electronic circuits), Moscow, Radio i svjaz', 1988, 559 p. (in Russian).
2. **Stempkovskiy A. L.** *Aktual'nye problemy modelirovanija v sistemah avtomatizacii shemotehnicheskogo proektirovanija* (Actual problems of simulation in circuit design automation), Moscow, Nauka, 2003, 430 p. (in Russian).
3. **Rommes J. and Martins N.** Efficient computation of multivariable transfer function dominant poles using subspace acceleration, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2006, vol. 21, pp. 1471—1483.
4. **Martins N., Lima L. T. G., and Pinto H. J. C. P.** Computing dominant poles of power system transfer functions, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1996, vol. 11, no. 1, pp. 162—170.
5. **Rommes J., Martins N.** Computing Large-Scale System Eigenvalues Most Sensitive to Parameter Changes, With Applications to Power System Small-Signal Stability, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2010, vol. 25, no. 2, pp. 434—442.
6. **Rommes J., Martins N., and Freitas F. D.** Computing Rightmost Eigenvalues for Small-Signal Stability Assessment of Large-Scale Power Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2008, vol. 23, no. 2, pp. 929—938.
7. **Artym D. A.** *Teorija cepej s obratnymi svjazjami* (The theory of circuits with feedback), Leningrad, Energiya, 1969, 325 p. (in Russian).
8. **Gridin V. N., Mihajlov V. B., Shusterman L. B.** *Chislenno-analitiche-skoe modelirovanie radio jelektronnyh shem* (Numerical and analytical modeling of electronic circuits), Moscow, Nauka, 2008, 339 p. (in Russian).
9. **Bode G.** *Teorija cepej i proektirovanie usilitelej s obratnoj svjaz'ju* (Circuit theory and design of feedback amplifiers), Moscow, Foreign Literature Publishing House, 1948, 640 p. (in Russian).
10. **Virtuoso** Spectre Circuit Simulator RF Analysis, User Guide, Product Version 6.2, June 2007.
11. **Zharov M. M., Rusakov S. G.** *Algoritmy redukcii modelej, sohranjajushhie strukturnuju razrezhennost' v zadachah shemotehnicheskogo analiza* (Reduction algorithm models, persistent structural problems in the sparseness of circuit analysis), *Problemy Razrabotki Perspektivnyh Mikro- i Nanojelektronnyh Sistem — 2014*, Moscow, Publishing House IPPM RAN, 2014, pp. 111—116 (in Russian).
12. **Voronov A. A.** *Ustojchivost', upravljaemost', nabljudaemost'* (Stability, controllability, observability) Nauka, Moscow, 1979, 336 p. (in Russian).

УДК 531.36 DOI: 10.17587/mau.16.807-812

А. Ю. Александров, д-р физ.-мат. наук, проф., alex43102006@yandex.ru,
А. П. Жабко, д-р физ.-мат. наук, проф., zhabko@apmath.spbu.ru,
И. А. Жабко, инж.-исследователь, vivanvan@mail.ru,
Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург,
А. А. Косов, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., aakosov@yandex.ru,
Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск

Исследование устойчивости и стабилизация нелинейных переключаемых механических систем на основе декомпозиции[1]

Изучаются нелинейные механические системы с однородными переключаемыми позиционными силами, линейными гироскопическими силами и однородными диссипативными силами. Предложен подход к исследованию устойчивости при произвольном законе переключений, основанный на декомпозиции исходной системы, состоящей из n дифференциальных уравнений второго порядка, на две изолированные подсистемы первого порядка той же самой размерности. Рассматривается задача стабилизации положения равновесия системы за счет малых сил радиальной коррекции при произвольном режиме переключений, масштабирующих потенциал. Для модели магнитного подвеса ротора с нелинейными переключаемыми циркулярными силами предложен стабилизирующий закон обратной связи, использующий линейные гироскопические и нелинейные диссипативные силы.

Ключевые слова: *гибридные механические системы, асимптотическая устойчивость, управление, функции Ляпунова, стабилизация, декомпозиция, закон переключения*

Введение

В последние два десятилетия активно изучаются гибридные системы, описываемые дифференциальными уравнениями с переключениями правых частей в ходе процесса управления [1—3]. Такие системы встречаются в задачах управления механическими объектами со структурной реконфигурацией, отказами и восстановлениями датчиков или исполнительных органов [3, 4].

Наличие переключений существенно затрудняет решение задач синтеза стабилизирующих управлений, поэтому актуальной проблемой является развитие теории управления для такого рода гибридных механических систем [3, 4]. Основным, а часто и единственным, строгим методом исследования динамики гибридных систем обычно выступает метод функций Ляпунова (см., например, работы [1—6]).

Цель данной статьи — развитие методов исследования устойчивости и построения стабилизирующих управлений для нелинейных механических систем с переключениями. Анализ асимптотической устойчивости проводится на основе разрабатываемого авторами подхода [7—9] в рамках метода декомпозиции. Метод декомпозиции, заключающийся в разделении сложной системы на несколько более простых подсистем, изучении их по отдельности и обоснованном перенесении полученных результатов на исходную систему, широко и эффективно применяется в теории устойчивости и управления [10—12]. Основная идея используемого в данной статье варианта метода декомпозиции состоит в замене исследования устойчивости одной системы дифференциальных уравнений второго порядка исследованием двух изолированных систем первого порядка. Эта идея была первоначально разработана для обоснования прецессионной теории гироскопов [13, 14].

С помощью декомпозиционного подхода предложены стабилизирующие законы обратной связи для двух классов управляемых механических систем с переключениями.

Анализ устойчивости нелинейной механической системы с переключаемыми позиционными силами на основе декомпозиции

Пусть задано семейство нелинейных механических систем

$$A\ddot{q} + \|\dot{q}\|^{\nu} B\dot{q} + G\dot{q} + Q_s(q) = 0,$$
$$s \in M = \{1, ..., m\}. \qquad (1)$$

Здесь q, $\dot{q} \in R^n$ — соответственно обобщенные координаты и скорости, n — четное число; постоянные матрицы A и B — симметрические положительно определенные; постоянная матрица G — кососимметрическая невырожденная; $\nu > 0$, $\|\cdot\|$ — евклидова норма вектора; векторные функции $Q_1(q)$, ..., $Q_m(q)$ непрерывно дифференцируемы при $q \in R^n$ и являются однородными порядка $\mu > 1$. Таким образом, системы из рассматриваемого семейства находятся под воздействием линейных гироскопических сил, а также нелинейных однородных диссипативных и позиционных сил.

Следует заметить, что механические системы с нелинейными однородными действующими силами изучались во многих работах (см., например, [15—19]).

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 13-08-00948 и № 15-08-06680) и Санкт-Петербургского государственного университета (НИР № 9.38.674.2013 и № 9.37.157.2014).

Допустимым законом переключения будем называть кусочно-постоянную правосторонне непрерывную функцию времени $\sigma(t)$, $\sigma(t)$: $[0, +\infty) \to \{1, ..., m\}$, имеющую на каждом ограниченном промежутке только конечное число точек разрыва.

Рассмотрим порождаемую семейством (1) гибридную механическую систему с произвольным допустимым законом переключения позиционных сил, описываемую уравнениями

$$A\ddot{q} + \|\dot{q}\|^{\nu} B\dot{q} + G\dot{q} + Q_{\sigma(t)}(q) = 0. \qquad (2)$$

Система (2) имеет положение равновесия $q = \dot{q} = 0$. Определим условия, выполнение которых гарантирует, что это положение равновесия будет асимптотически устойчиво при любом допустимом законе переключения. Подобная задача естественным образом возникает в случаях, когда закон переключения или неизвестен, или слишком сложен для того, чтобы его можно было учитывать при анализе устойчивости [1, 3].

Для гибридных систем с произвольным режимом переключения основным методом исследования устойчивости является использование общих функций Ляпунова, монотонно изменяющихся вдоль решений [1—6]. Однако проблема существования общей функции Ляпунова не решена в полном объеме даже для семейства линейных автономных подсистем [1, 3]. Для механических систем она требует отдельного и углубленного исследования, поскольку механические системы обладают специальной структурой, что затрудняет применение к ним известных результатов [9].

В статьях [9, 20, 21] был разработан подход к проблеме построения общей функции Ляпунова для семейства механических систем с линейными диссипативными силами, основанный на методе декомпозиции. В настоящей работе покажем, что этот подход может успешно применяться и в случае, когда диссипативные силы существенно нелинейны.

Строим вспомогательное семейство подсистем

$$G\dot{y} = -Q_s(y),\ s = 1, ..., m. \qquad (3)$$

Теорема 1. *Пусть* $\mu > \nu + 1$. *Если нулевые решения всех подсистем семейства* (3) *асимптотически устойчивы, и для этого семейства существует непрерывно дифференцируемая при* $y \in R^n$ *однородная порядка* $\gamma > 1$ *общая функция Ляпунова* $V(y)$, *удовлетворяющая требованиям теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости, то положение равновесия* $q = \dot{q} = 0$ *системы* (2) *асимптотически устойчиво при любом допустимом законе переключения.*

Доказательство. Введем новые переменные. Пусть

$$z = \dot{q},\ Gy = A\dot{q} + Gq - \psi(\dot{q}),$$

Действительно, рассмотрим систему

где $\psi(\dot{q}) = \|\dot{q}\|^{\nu} BG^{-1}A\dot{q}$. Тогда семейство (1) принимает вид

$$\begin{aligned} G\dot{y} &= -Q_s(y) + (Q_s(y) - Q_s(y - G^{-1}Az + G^{-1}\psi(z))) + \\ &+ \frac{\partial\psi(z)}{\partial z} A^{-1}(\|z\|^{\nu} Bz + Q_s(y - G^{-1}Az + G^{-1}\psi(z))); \\ A\dot{z} &= -\|z\|^{\nu} Bz - Gz - Q_s(y - G^{-1}Az + G^{-1}\psi(z)), \\ s &= 1, ..., m. \end{aligned} \qquad (4)$$

Построим для семейства (4) общую функцию Ляпунова. Положим

$$\widetilde{V}(y, z) = V^{\frac{\xi - \mu + 1}{\gamma}}(y) + (z^{\mathrm{T}}Az)^{\frac{\varsigma - \nu}{2}}, \qquad (5)$$

где $\xi > \mu$, $\varsigma > \nu + 1$, а $V(y)$ — указанная в формулировке теоремы функция. Функция (5) положительно определена. Дифференцируя ее в силу произвольной системы из семейства (4), получаем, что при достаточно малых значениях $\|y\|$ и $\|z\|$ справедлива оценка

$$\begin{aligned} \dot{\widetilde{V}} \leqslant -a_1(\|y\|^{\xi} + \|z\|^{\varsigma}) + a_2(\|y\|^{\mu}\|z\|^{\varsigma - \nu - 1} + \\ + \|y\|^{\xi - 1}\|z\| + \|y\|^{\xi - \mu}(\|z\|^{\mu} + \|z\|^{2\nu + 1})). \end{aligned}$$

Здесь a_1 и a_2 — положительные постоянные, не зависящие от выбранной системы семейства.

Нетрудно показать [22], что если

$$\max\left\{1;\ \frac{\mu}{2\nu + 1}\right\} < \begin{matrix}\xi \\ \varsigma\end{matrix} < \frac{\mu}{\nu + 1},$$

то найдется число $\delta > 0$ такое, что при $\|y\| + \|z\| < \delta$ выполнено неравенство

$$\dot{\widetilde{V}} \leqslant -\frac{a_1}{2}(\|y\|^{\xi} + \|z\|^{\varsigma}).$$

Таким образом, функция (5) является общей функцией Ляпунова для семейства (4). Значит, нулевое решение соответствующей гибридной системы асимптотически устойчиво при любом допустимом законе переключения, а тогда тем же самым свойством обладает и положение равновесия $q = \dot{q} = 0$ системы (2).

Замечание 1. Теорема 1 позволяет сводить задачу нахождения общей функции Ляпунова для семейства систем размерности $2n$ со специальной структурой к аналогичной задаче для вспомогательного семейства подсистем (3), имеющих вдвое меньшую размерность и не обладающих, вообще говоря, специальной структурой. Для решения новой задачи можно использовать известные условия существования общей функции Ляпунова для семейства однородных подсистем [5, 23].

Замечание 2. Теорема 1 допускает распространение на гибридные механические системы с диссипативными силами более общего вида, чем в формуле (2).

$$A\ddot{q} + B(\dot{q})\dot{q} + G\dot{q} + Q_{\sigma(t)}(q) = 0. \qquad (6)$$

Здесь элементы матрицы $B(\dot{q})$ непрерывны при $\dot{q} \in R^n$ и являются однородными функциями порядка $\nu > 0$, причем функция $\dot{q}^{\mathrm{T}} B(\dot{q})\dot{q}$ положительно определена, а остальные обозначения те же, что и в формуле (2).

Можно показать, что теорема 1 справедлива и для системы (6). Требуется только, чтобы было выполнено следующее дополнительное условие: система уравнений в частных производных

$$\frac{\partial\psi(z)}{\partial z} A^{-1} Gz = B(z)z \tag{7}$$

имеет решение в виде непрерывно дифференцируемой при $z \in R^n$ однородной порядка $\nu + 1$ векторной функции $\psi(z)$.

Замечание 3. Критерий существования однородного решения системы (7) установлен в работе [24].

Стабилизация неустойчивого положения равновесия малыми силами радиальной коррекции

Рассмотрим управляемую механическую систему с переключениями, описываемую нелинейными дифференциальными уравнениями

$$A\ddot{q} + \|\dot{q}\|^{\nu} B\dot{q} + G\dot{q} + k_{\sigma(t)}\frac{\partial\Pi}{\partial q} = U. \tag{8}$$

Здесь q, $\dot{q} \in R^n$ — соответственно обобщенные координаты и скорости, n — четное число; постоянные матрицы A и B — симметрические положительно определенные; постоянная матрица G — кососимметрическая невырожденная; $\nu > 0$. Потенциальная энергия $\Pi(q)$ является непрерывно дифференцируемой однородной функцией порядка $\mu + 1 > \nu + 2$, которую будем считать отрицательно определенной, т. е. $\Pi(q) \leqslant -a_1\|q\|^{\mu+1}$, $a_1 > 0$; кусочно-постоянная правосторонне непрерывная функция $\sigma(t)$: $[0, +\infty) \to \{1, ..., m\}$ задает закон переключения, а все числа k_j, $j = 1, ..., m$, считаются положительными. В частности, такого рода переключаемый потенциал будет иметь место в случае механической системы с m одинаковыми упругими элементами, когда в каждый момент времени функционируют параллельно соединенными только некоторые из них. Входящая же в правую часть уравнения (8) функция U рассматривается как управление, которое можно выбирать.

Если управление в системе (8) отсутствует, т. е. $U \equiv 0$, и переключения не происходят, т. е. $k_{\sigma(t)} \equiv \mathrm{const}$, то положение равновесия $q = \dot{q} = 0$ будет в соответствии с четвертой теоремой Томсона—Тэта—Четаева [15] неустойчиво по Ляпунову. Наша задача состоит в том, чтобы указать закон управления $U = U(q)$, гарантирующий асимптотическую устойчивость положения равновесия в замкнутой системе при произвольном законе переключения.

Выберем закон управления в виде

$$U(q) = -\eta\varphi(q)Gq, \ \eta > 0, \tag{9}$$

где $\varphi(q) \geqslant a_2\|q\|^{\mu-1}$, $a_2 > 0$ — произвольная непрерывно дифференцируемая однородная порядка $\mu - 1$ положительно определенная функция.

Теорема 2. *При предположениях этого раздела положение равновесия $q = \dot{q} = 0$ системы* (8), *замкнутой управлением* (9), *асимптотически устойчиво при любом $\eta > 0$.*

Доказательство сводится к проверке условий теоремы 1. При этом необходимо лишь удостовериться в существовании общей однородной функции Ляпунова для семейства

$$G\dot{y} + k_s\frac{\partial\Pi(y)}{\partial y} = -\eta\varphi(y)Gy, \ s = 1, ..., m. \tag{10}$$

Запишем семейство (10) в виде

$$\dot{y} = -k_s G^{-1}\frac{\partial\Pi(y)}{\partial y} - \eta\varphi(y)y, \ s = 1, ..., m, \tag{11}$$

и рассмотрим для него положительно определенную функцию Ляпунова

$$V(y) = -\Pi(y) \geqslant a_1\|y\|^{\mu+1}.$$

Продифференцируем эту функцию в силу s-й подсистемы из (11), $s = 1, ..., m$. Имеем

$$\dot{V}(y) = k_s\eta\varphi(y)\frac{\partial\Pi(y)}{\partial y}^{\mathrm{T}} y = k_s\eta(\mu + 1)\varphi(y)\Pi(y) \leqslant$$

$$\leqslant -\tilde{k}\, a_1 a_2\eta(\mu + 1)\|y\|^{2\mu}.$$

Здесь $\tilde{k} = \min k_s$, $s = 1, ..., m$. Следовательно, функция $\dot{V}(y)$ является отрицательно определенной. Значит, $V(y)$ — общая однородная функция Ляпунова для семейства (11), т. е. все условия теоремы 1 выполнены, откуда и вытекает справедливость утверждения доказываемой теоремы.

Отметим, что нелинейные управляющие силы (9) удовлетворяют тождеству $q^{\mathrm{T}}U(q) \equiv 0$, т. е. они действуют ортогонально к радиус-вектору. Такие силы в теории гироскопических систем называют силами радиальной коррекции [14]. Отметим также, что управляющие силы (9) имеют тот же самый порядок однородности $\mu > 1$, что и вызывающие неустойчивость равновесия системы без управления потенциальные силы — $k_{\sigma(t)}\frac{\partial\Pi(q)}{\partial q}$, причем стабилизация гарантируется теоремой 2 при сколь угодно малом $\eta > 0$. Таким образом, теорема 2 обеспечивает стабилизацию равновесия за счет сил радиальной коррекции, малых по сравнению с дестабилизирующими потенциальными силами. Такая малость управляющих сил может оказаться полезной в приложениях, поскольку затраты на реализацию управления обычно пропорциональны управляющему сигналу.

3. Стабилизация положения равновесия нелинейной неконсервативной механической системы с двумя степенями свободы

Рассмотрим механическую систему с двумя степенями свободы

$$\ddot{x} - p(x, y)y = U_x, \ \ddot{y} + p(x, y)x = U_y. \qquad (12)$$

Здесь x, y — скалярные обобщенные координаты. В левые части уравнений (12) входят обобщенные ускорения и неконсервативные позиционные силы [15]. В правые части уравнений входят управляющие силы, которые могут выбираться из некоторых допустимых классов. Коэффициент $p(x, y)$ при неконсервативных позиционных силах задается функцией

$$p(x, y) = \alpha + \beta(x^2 + y^2), \qquad (13)$$

где α и β — вещественные параметры. Нелинейные неконсервативные позиционные силы именно такого вида используются при моделировании динамики ротора в магнитном подвесе [25].

Будем считать, что система магнитного подвеса ротора реализована в двух вариантах, основном и резервном. Тогда коэффициент (13) при неконсервативных позиционных силах будет в ходе функционирования переключаемым с основного на резервный режим в произвольные моменты времени ($p = p_{\sigma(t)}(x, y) = \alpha_{\sigma(t)} + \beta_{\sigma(t)}(x^2 + y^2)$). Здесь кусочно-постоянная правосторонне непрерывная функция $\sigma(t)$ может принимать два значения: 1 (соответствует основному режиму) и 2 (соответствует резервному режиму).

С учетом переключений динамика ротора в магнитном подвесе описывается системой уравнений

$$\ddot{x} - p_{\sigma(t)}(x, y)y = U_x, \ \ddot{y} + p_{\sigma(t)}(x, y)x = U_y. \qquad (14)$$

Желаемому положению оси ротора соответствуют значения координат $x = y = 0$, задающие положение равновесия системы (14) при отключенном управлении ($U_x = U_y \equiv 0$). Для обеспечения работоспособности магнитного подвеса положение равновесия $x = y = \dot{x} = \dot{y} = 0$ должно быть асимптотически устойчивым по Ляпунову, т. е. малые начальные отклонения от равновесия должны со временем исчезать. Однако, как следует из результатов В. М. Матросова [10], при отключенном управлении положение равновесия системы (14) неустойчиво при любых функциях $p_1(x, y)$, $p_2(x, y)$ и при любом законе переключения. Поэтому возникает задача стабилизации, т. е. такого выбора закона управления $U_x(x, y)$, $U_y(x, y)$, при котором была бы обеспечена асимптотическая устойчивость положения равновесия независимо от конкретной реализации закона переключения.

При рассмотрении этой задачи следует учитывать, что имеющиеся исполнительные органы не всегда обеспечивают возможность реализации управляющих сил произвольной структуры. Таким образом, возникает необходимость решения задачи стабилизации за счет сил иной структуры по сравнению с действующими на систему в ее естественном состоянии, поставленной впервые для линейных систем И. И. Метелицыным [26].

Рассмотрим задачу для существенно нелинейного случая, когда вопрос об устойчивости не решается на основе уравнений линейного приближения. А именно, положим, что $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, и будем выбирать законы управления в классе нелинейных функций. Кроме того, считаем, что коэффициенты β_1 и β_2 отличны от нуля и имеют один знак.

Теорема 3. *Асимптотическая устойчивость положения равновесия $x = y = \dot{x} = \dot{y} = 0$ будет достигнута, если в системе* (14) *положить*

$$U_x = g\beta_1\dot{y} - b_1(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^\gamma\dot{x},$$
$$U_y = -g\beta_1\dot{x} - b_2(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^\gamma\dot{y}, \qquad (15)$$

где b_1, b_2, g, γ — положительные постоянные, причем $0 < \gamma < 1$.

Для обоснования этого утверждения в соответствии с теоремой 1 достаточно убедиться в существовании однородной общей функции Ляпунова для семейства подсистем

$$-g\beta_1\dot{u} - \beta_s(u^2 + v^2)u = 0,$$
$$g\beta_1\dot{v} + \beta_s(u^2 + v^2)v = 0, \ s = 1, 2.$$

Легко проверить, что в качестве такой функции можно выбрать $V(u, v) = u^2 + v^2$.

Заметим, что для реализации управления (15) достаточно иметь лишь измеритель скоростей $\dot{x}$, $\dot{y}$, а координаты x, y при этом могут и не измеряться.

Необходимо также отметить, что ограничение $\gamma < 1$ на порядок малости диссипативных сил было получено в процессе доказательства теоремы 1 как одно из достаточных условий, обеспечивающее знакоопределенность производной функции Ляпунова в силу замкнутой системы, т. е. было обусловлено техникой доказательства. Однако это ограничение является принципиальным и не может быть отброшено, поскольку при $\gamma = 1$, $b_1 = b_2 = \beta_1 = \beta_2 = 1/g > 0$ у замкнутой системы имеются точные решения $x(t) = c\sin t$, $y(t) = c\cos t$, $c = \text{const}$.

Заключение

В статье предложен подход к анализу устойчивости нелинейных механических систем с переключениями позиционных сил, основанный на декомпозиции исходной системы на две подсистемы вдвое меньшей размерности каждая. На базе этого подхода построены стабилизирующие обратные связи для двух классов механических систем. При этом используются управляющие силы различной структуры — малые силы радиальной коррекции, либо гироскопические силы.

Заметим, что для решения задач стабилизации предложенный подход может успешно применяться не только к рассмотренным системам, но и к су-

щественно более общему классу механических систем с переключениями и запаздыванием в позиционных силах, возникающим вследствие задержек на обработку информации в канале управления.

Список литературы

1. **Shorten R., Wirth F., Mason O., Wulf K., King C.** Stability Criteria for Switched and Hybrid Systems // SIAM Rev. 2007. V. 49. N. 4. P. 545—592.
2. **Hai Lin, Antsaklis P. J.** Stability and Stabilizability of Switched Linear Systems: a Survey of Recent Results // IEEE Trans. Automat. Contr. 2009. V. 54, N. 2. P. 308—322.
3. **Liberzon D.** Switching in Systems and Control. Boston, MA: Birkhauser, 2003. 233 p.
4. **DeCarlo R., Branicky M., Pettersson S., Lennartson B.** Perspectives and Results on the Stability and Stabilisability of Hybrid Systems // Proc. IEEE. 2000. V. 88. P. 1069—1082.
5. **Васильев С. Н., Косов А. А.** Анализ динамики гибридных систем с помощью общих функций Ляпунова и множественных гомоморфизмов // Автоматика и телемеханика. 2011. № 6. С. 27—47.
6. **Vassilyev S. N., Kosov A. A., Malikov A. I.** Stability Analysis of Nonlinear Switched Systems via Reduction Method // Preprints of the 18th IF AC World Congress. Milano, Italy. Aug. 28 — Sept. 2, 2011. P. 5718—5723.
7. **Александров А. Ю., Косов А. А.** Об устойчивости и стабилизации положений равновесия нелинейных неавтономных механических систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2009. № 4. С. 13—23.
8. **Александров А. Ю., Косов А. А.** Об устойчивости и стабилизации нелинейных нестационарных механических систем // Прикл. математика и механика. 2010. Т. 74, № 5. С. 774—788.
9. **Александров А. Ю., Косов А. А., Чэнь Я.** Об устойчивости и стабилизации механических систем с переключениями // Автоматика и телемеханика. 2011. № 6. С. 5—17.
10. **Матросов В. М.** Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем. М.: Физматлит, 2001. 384 с.
11. **Пятницкий Е. С.** Принцип декомпозиции в управлении динамическими системами // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300. № 2. С. 300—303.
12. **Черноусько Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А.** Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
13. **Зубов В. И.** Аналитическая динамика гироскопических систем. Л.: Судостроение, 1970. 320 с.
14. **Меркин Д. Р.** Гироскопические системы. М.: Наука, 1974. 344 с.
15. **Меркин Д. Р.** Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука, 1987. 304 с.
16. **Зотеев В. Е.** Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений. М.: Машиностроение, 2009. 344 с.
17. **Пановко Г. Я.** Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Машиностроение, 1976. 326 с.
18. **Gendelman O. V., Lamarque C. H.** Dynamics of linear oscillator coupled to strongly nonlinear attachment with multiple states of equilibrium // Chaos, Solitons and Fractals. 2005. V. 24. P. 501—509.
19. **Gourdon E., Lamarque C. H.** Energy pumping for a larger span of energy // J. of Sound and Vibration. 2005. V. 285. P. 711—720.
20. **Александров А. Ю., Косов А. А., Платонов А. В., Фадеев С. С.** Об устойчивости и стабилизации механических систем с переключениями силовых полей // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 12. С. 9—16.
21. **Aleksandrov A. Yu., Chen Y., Kosov A. A., Zhang L.** Stability of Hybrid Mechanical Systems with Switching Linear Force Fields // Nonlinear Dynamics and Systems Theory. 2011. V. 11, N. 1. P. 53—64.
22. **Зубов В. И.** Математические методы исследования систем автоматического регулирования. Л.: Судостроение, 1959. 324 с.
23. **Aleksandrov A. Yu., Kosov A. A., Platonov A. V.** On the Asymptotic Stability of Switched Homogeneous Systems // Systems & Control Letters. 2012. V. 61, N. 1. P. 127—133.
24. **Александров А. Ю., Жабко А. П., Косов А. А.** Анализ устойчивости и стабилизация нелинейных систем на основе декомпозиции // Сиб. мат. журнал. 2015 (принята к печати).
25. **Post R. F.** Stability Issues in Ambient-Temperature Passive Magnetic Bearing Systems. February 17, 2000. Lawrence Livermore National Laboratory. Technical Information Department's Digital Library. http://www.llnl.gov/tid/Library.html
26. **Метелицын И. И.** К вопросу о гироскопической стабилизации // Докл. АН СССР. 1952. Т. 86. № 1. С. 31—34.

Stability Investigation and Stabilization of Nonlinear Switched Mechanical Systems via Decomposition

A. Yu. Aleksandrov, alex43102006@yandex.ru✉,
A. P. Zhabko, zhabko@apmath.spbu.ru, **I. A. Zhabko,** vivanvan@mail.ru,
Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, 199034, Russian Federation,
A. A. Kosov, aakosov@yandex.ru, Institute for System Dynamics and Control Theory of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Irkutsk, 664033, Russian Federation

Corresponding author: **Aleksandrov Alexandr Yu.,** D.Sc., Professor,
Saint Petersburg State University, 199034, Saint Petersburg, Russian Federation,
e-mail: alex43102006@yandex.ru

Received on August 30, 2015
Accepted on September 02, 2015

A nonlinear hybrid mechanical system is studied. It is assumed that on the system homogeneous switched positional forces, linear gyroscopic forces and homogeneous dissipative ones act. Conditions are determined under which the trivial equilibrium position of the considered system is asymptotically stable for any admissible switching law. It is well known that to prove the asymptotic stability uniform with respect to switching law, it is sufficient to construct a common Lyapunov function for the family of subsystems corresponding to the hybrid system. However, till now there are no general constructive methods for finding of common Lyapunov functions, even for families composed of linear subsystems. The problem is especially difficult for mechanical systems with switched force fields, since such systems are described by differential equations of the second order. This results in the appearance of certain special properties of motions and essentially complicates the analysis of system dynamics. In particular, well known results obtained for switched systems of general form might be inefficient or even inapplicable for mechanical systems. In the present paper, a new approach to the stability analysis is proposed. The approach is based on the

decomposition of the original system consisting of differential equations of the second order into two isolated first order subsystems of the same dimension. It should be noted that one of the isolated subsystem is switched, whereas another one is nonswitched. Thus, the decomposition method permits us to reduce the problem of a common Lyapunov function constructing for the original family of nonlinear systems of dimension with a special structure to that for an auxiliary family of subsystems of dimension which, generally, do not possess a special structure. The problem of stabilization of the equilibrium position of a system for any switching mode scaling the potential with the aid of small forces of radial correction is considered. For a model of the magnetic bearing of a rotor with nonlinear switched circular forces, the stabilizing feedback control law is constructed by the use of linear gyroscopic and nonlinear dissipative forces.

Keywords: *hybrid mechanical systems, asymptotic stability, control, Lyapunov functions, stabilization, decomposition, switching law*

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project nos. 13-08-00948 and 15-08-00680 and by the Saint Petersburg State University (project no. 9.38.674.2013 and no. 9.37.157.2014)

For citation:

Aleksandrov A. Yu., Zhabko A. P., Zhabko I. A. Stability Investigation and Stabilization of Nonlinear Switched Mechanical Systems via Decomposition, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 12, pp. 807—812.

DOI: 10.17587/mau/16.807-812

References

1. **Shorten R., Wirth F., Mason O., Wulf K., King C.** Stability Criteria for Switched and Hybrid Systems, *SIAM Rev.*, 2007, vol. 49, no. 4, pp. 545—592.

2. **Hai Lin, Antsaklis P. J.** Stability and Stabilizability of Switched Linear Systems: a Survey of Recent Results, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2009, vol. 54, no. 2, pp. 308—322.

3. **Liberzon D.** *Switching in Systems and Control*, Boston, MA, Birkhauser, 2003. 233 p.

4. **DeCarlo R., Branicky M., Pettersson S., Lennartson B.** Perspectives and Results on the Stability and Stabilisability of Hybrid Systems, *Proc. IEEE*, 2000, vol. 88, pp. 1069—1082.

5. **Vasil'ev S. N., Kosov A. A.** *Analiz dinamiki gibridnyh sistem s pomoshh'ju obshhih funkcij Ljapunova i mnozhestvennyh gomomorfizmov* (Analysis of dynamics of hybrid systems on the basis of common Lyapunov functions and multiple homomorphisms), *Avtomatika i Telemehanika*, 2011, no 6, pp. 27—47 (in Russian).

6. **Vassilyev S. N., Kosov A. A., Malikov A. I.** Stability Analysis of Nonlinear Switched Systems via Reduction Method, *Preprints of the 18th IFAC World Congress.* Milano, Italy. Aug. 28 — Sept. 2, 2011, pp. 5718—5723.

7. **Aleksandrov A. Ju., Kosov A. A.** *Ob ustojchivosti i stabilizacii polozhenij ravnovesija nelinejnyh neavtonomnyh mehanicheskih sistem* (On the stability and stabilization of equilibrium positions of nonlinear nonautonomous mechanical systems), *Izv. RAN. Teorija i Sistemy Upravlenija*, 2009, no. 4, pp. 13—23 (in Russian).

8. **Aleksandrov A. Ju., Kosov A. A.** *Ob ustojchivosti i stabilizacii nelinejnyh nestacionarnyh mehanicheskih sistem* (On the stability and stabilization of nonlinear nonstationary mechanical systems), *Prikl. Matematika i Mehanika*, 2010, vol. 74, no. 5, pp. 774—788 (in Russian).

9. **Aleksandrov A. Ju., Kosov A. A., Chjen' Ja.** *Ob ustojchivosti i stabilizacii mehanicheskih sistem s perekljuchenijami* (On the stability and stabilization of mechanical systems with switching), *Avtomatika i Telemehanika*, 2011, no. 6, pp. 5—17 (in Russian).

10. **Matrosov V. M.** *Metod vektornyh funkcij Ljapunova: analiz dinamicheskih svojstv nelinejnyh sistem* (Method of Lyapunov Vector Functions: Analysis of Dynamical Properties of Nonlinear Systems). Moscow: Fizmatlit, 2001. 384 p. (in Russian).

11. **Pjatnickij E. S.** *Princip dekompozicii v upravlenii dinamicheskimi sistemami* (Decomposition principle in dynamical systems control), *Dokl. AN SSSR*, 1988, vol. 300, no. 2, pp. 300—303 (in Russian).

12. **Chernous'ko F. L., Anan'evskij I. M., Reshmin S. A.** *Metody upravlenija nelinejnymi mehanicheskimi sistemami* (Methods of Nonlinear Mechanical Systems Control), Moscow, Fizmatlit, 2006. 328 p. (in Russian).

13. **Zubov V. I.** *Analiticheskaja dinamika giroskopicheskih system* (Analytical Dynamics of Gyroscopic Systems), Leningrad, Sudostroenie, 1970. 320 p. (in Russian).

14. **Merkin D. R.** *Giroskopicheskie sistemy* (Gyroscopic Systems). Moscow, Nauka, 1974. 344 p. (in Russian).

15. **Merkin D. R.** *Vvedenie v teoriju ustojchivosti dvizhenija* (Introduction to the Theory of Motion Stability), Moscow, Nauka, 1987. 304 p. (in Russian).

16. **Zoteev V. E.** *Parametricheskaja identifikacija dissipativnyh mehanicheskih sistem na osnove raznostnyh uravnenij* (Parametric Identification of Dissipative Mechanical Systems on the Basis of Difference Equations), Moscow, Mashinostroenie, 2009. 344 p. (in Russian).

17. **Panovko G. Ja.** *Osnovy prikladnoj teorii kolebanij i udara* (Foundations of Applied Theory of Oscillations and Impact), Leningrad, Mashinostroenie, 1976. 326 p. (in Russian).

18. **Gendelman O. V., Lamarque C. H.** Dynamics of linear oscillator coupled to strongly nonlinear attachment with multiple states of equilibrium, *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, vol. 24, pp. 501—509.

19. **Gourdon E., Lamarque C. H.** Energy pumping for a larger span of energy, *J. of Sound and Vibration*, 2005, vol. 285, pp. 711—720.

20. **Aleksandrov A. Ju., Kosov A. A., Platonov A. V., Fadeev S. S.** *Ob ustojchivosti i stabilizacii mehanicheskih sistem s perekljuchenijami silovyh polej* (On the stability and stabilization of mechanical systems with switching of force fields), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2013, no. 12, pp. 9—16 (in Russian).

21. **Aleksandrov A. Yu., Chen Y., Kosov A. A., Zhang L.** Stability of Hybrid Mechanical Systems with Switching Linear Force Fields, *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, 2011, vol. 11, no. 1, pp. 53—64.

22. **Zubov V. I.** *Matematicheskie metody issledovanija sistem avtomaticheskogo regulirovanija* (Mathematical Methods of Automatic Control Systems Study), Leningrad, Sudostroenie, 1959. 324 p. (in Russian).

23. **Aleksandrov A. Yu., Kosov A. A., Platonov A. V.** On the Asymptotic Stability of Switched Homogeneous Systems, *Systems & Control Letters*, 2012, vol. 61, no. 1, pp. 127—133.

24. **Aleksandrov A. Ju., Zhabko A. P., Kosov A. A.** Analiz ustojchivosti i stabilizacija nelinejnyh sistem na osnove dekompozicii (Stability analysis and stabilization of nonlinear systems via decomposition), *Sib. mat. Zhurnal*, 2015 (in press) (in Russian).

25. **Post R. F.** Stability Issues in Ambient-Temperature Passive Magnetic Bearing Systems. February 17, 2000. *Lawrence Livermore National Laboratory. Technical Information Department's Digital Library.* http://www.llnl.gov/tid/Library.html

26. **Metelicyn I. I.** *K voprosu o giroskopicheskoj stabilizacii* (On the gyroscopic stabilization), *Dokl. ANSSSR*, 1952, vol. 86, no. 1, pp. 31—34 (in Russian).

УДК 531.36; 62-50 DOI: 10.17587/mau.16.813-821

А. С. Андреев, д-р физ.-мат. наук, проф., декан, AndreevAS@ulsu.ru,
О. А. Перегудова, д-р физ.-мат. наук, доц., проф., peregudovaoa@sv.ulsu.ru,
Ульяновский государственный университет

Синтез робастных алгоритмов стабилизации программных движений мобильного робота с омни-колесами методом вектор-функций Ляпунова[1]

Решена задача стабилизации нестационарного программного движения мобильного робота с четырьмя роликонесущими колесами и с неточно известной матрицей инерции при учете проскальзывания колес. На основе метода вектор-функций Ляпунова обоснованы разрывный и непрерывный законы управления, получены оценки области начальных отклонений и неизвестной части матрицы инерции.

Ключевые слова: *колесный мобильный робот, управление, проскальзывание, стабилизация, программное движение, омни-колесо, вектор-функция Ляпунова, динамическая модель, система сравнения*

Введение

В настоящее время вопросам, связанным с исследованием динамики мобильных колесных роботов и управлением их движением, уделяется много внимания в связи с развитием робототехники и автоматизации. Мобильные роботы, имеющие колеса всенаправленного типа, так называемые омни-колеса, имеют преимущество перед мобильными роботами с обычными типами колес. Высокая маневренность мобильного робота с такими колесами обеспечивается особенностями конструкции колес, на которых закреплены ролики с осями вращения, лежащими в плоскости колес. Благодаря наличию омни-колес возможно осуществлять движение робота в любом направлении без предварительного разворота. В работах [1—4] построены кинематические и динамические модели, описывающие движения робота с омни-колесами, рассмотрены задачи стабилизации стационарных движений. В работах [5, 6] исследованы вопросы управления для кинематических моделей робота. Законы управления, применяемые для динамических моделей, должны обеспечивать вывод робота на заданную траекторию и стабилизацию движения вдоль нее в условиях неполной информации о массоинерционных характеристиках системы и действия сил трения скольжения вдоль поверхности движения колес. В работах [7, 8] построена нелинейная модель четырехколесного мобильного робота с учетом действия сил сухого и вязкого трения, и предложен закон управления с прогнозирующими моделями. В работе [9] для решения задачи стабилизации программного движения четырехколесного робота был получен закон управления для динамической модели с учетом трения скольжения на основе метода вычисляемого момента, называемого также методом линеаризации обратной связью. Такой закон управления содержит моменты всех сил, действующих на систему, слагаемое, представляющее собой произведение матрицы инерции системы на программное ускорение, и ПД регулятор, что позволяет получить линейную асимптотически устойчивую стационарную систему в отклонениях от программного движения. Отметим, что применение данного метода помимо громоздких вычислительных работ, проводимых в режиме реального времени, требует также полной информации о параметрах динамической модели системы.

Актуальными являются вопросы разработки методов и алгоритмов управления мобильными роботами с омни-колесами на основе динамических моделей с неизвестными массоинерционными характеристиками при учете действующих сил трения скольжения. Эти методы и алгоритмы должны быть робастными, т. е. должны обеспечивать решение задачи управления для целого класса динамических моделей робота, параметры которых удовлетворяют заданным ограничениям. В работе [10] на основе процедуры бэкстеппинга с применением скалярной функции Ляпунова построен адаптивный закон управления, решающий задачу стабилизации программного движения робота с тремя омни-колесами с неизвестными массоинерционными параметрами и действующими силами трения скольжения. Отметим, что релейный закон управления, полученный в работе [10], имеет весьма сложную структуру и требует нахождения оценок неизвестных параметров в режиме он-лайн. Такой подход не оправдан из-за громоздкости и сложности алгоритмов по-

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 15-01-08482).

строения законов управления, если параметры системы известны с некоторой заданной погрешностью.

В настоящей работе построен релейный закон управления, обеспечивающий стабилизацию нестационарного программного движения мобильного робота с четырьмя роликонесущими колесами при условии, что действуют силы трения скольжения, и масса платформы известна неточно. Применение непрерывного закона управления с функцией насыщения позволило обосновать свойство предельной ограниченности решений системы в отклонениях от программного движения. На основе метода сравнения с вектор-функцией Ляпунова получены ограничения на параметры системы и оценка области начальных отклонений, носящие робастный характер. Представлены результаты численного моделирования, подтверждающие теоретические расчеты.

1. Особенности динамики робота с омни-колесами

Рассмотрим модель робота с четырьмя омни-колесами, движущегося по горизонтальной поверхности под действием моментов, развиваемых четырьмя электродвигателями постоянного тока, установленными в осях колес (рис. 1). Как отмечено в работе [9], независимое управление вращением каждого из четырех колес приводит к тому, что неизбежно возникает трение скольжения вдоль поверхности движения колес, которое необходимо учитывать при построении динамической модели робота. При движении омни-колеса трение скольжения возникает как в направлении вдоль поверхности колеса, так и перпендикулярно ему, за счет проскальзывания роликов.

Уравнения движения робота с учетом трения скольжения имеют вид [9]

$$GT^{-1}\ddot{X}_t + ET^{-1}\dot{X}_t + m_0\begin{pmatrix} -V_y \\ V_x \\ 0 \end{pmatrix}\omega = H'U. \qquad (1)$$

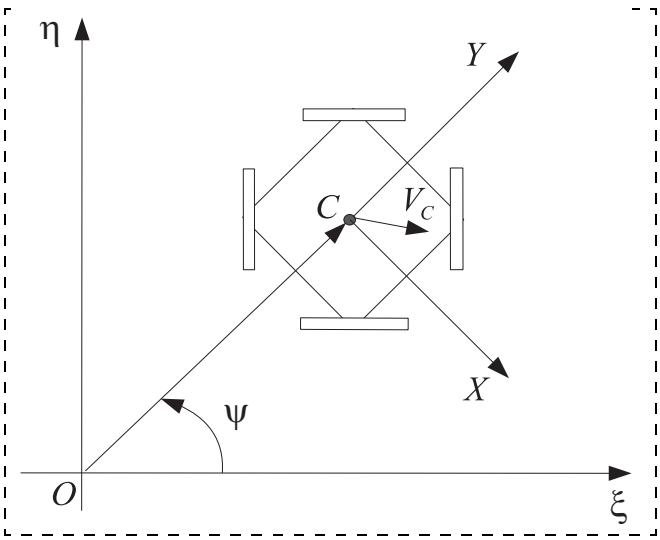


Рис. 1. Модель робота с четырьмя омни-колесами

Здесь $X_t = (\xi, \eta, \psi)^{\mathrm{T}}$, ξ и η — координаты центра платформы робота в неподвижной декартовой системе координат $O\xi\eta\zeta$, ψ — угол поворота платформы вокруг вертикали, отсчитываемый от оси ξ; V_x, V_y — проекции вектора скорости центра масс C робота на связанные с телом оси CX, CY соответственно; $\omega = \dot{\psi}$ — угловая скорость платформы; $U = (U_1, U_2, U_3, U_4)^{\mathrm{T}}$ — вектор управляющих напряжений, подаваемых на электродвигатели;

$$G = \frac{n^2 J_0}{R^2}HJ + A;\ E = \frac{n^2 k_2 k_3}{R^2 R_a}HJ + \frac{n}{R}H(\mu_T H_T + \mu_F H_F);$$

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ L & L & L & L \end{pmatrix};\ J = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & L \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & L \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & L \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & L \end{pmatrix};$$

$$A = \begin{pmatrix} m_0 & 0 & 0 \\ 0 & m_0 & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix};\ H_T = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & L \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & L \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & L \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & L \end{pmatrix};$$

$$H_F = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{pmatrix};\ T = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

m_0 — масса робота; I_z — момент инерции робота относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс; R — радиус колес; L — расстояние от центра масс робота до центра колеса; n — передаточное число; J_0 — суммарный момент инерции двигателя, коробки передач и колеса относительно оси ротора электродвигателя; R_a — сопротивление в цепи электродвигателя; k_2 — постоянная момента двигателя; k_3 — постоянная электродвижущей силы; μ_T — коэффициент трения скольжения, возникающего в направлении плоскости колеса; μ_F — коэффициент трения скольжения, возникающего в направлении, перпендикулярном плоскости колеса, за счет вращения роликов.

Уравнения (1) с неточно известными массоинерционными характеристиками можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} (m + \Delta m)\ddot{\xi} + h\dot{\xi} + \left(m_d\dot{\psi} - \dfrac{2n}{R}\mu_F\right)\dot{\eta} = \\ = \cos\psi u_1 - \sin\psi u_2; \\ (m + \Delta m)\ddot{\eta} + h\dot{\eta} - \left(m_d\dot{\psi} - \dfrac{2n}{R}\mu_F\right)\dot{\xi} = \\ = \sin\psi u_1 + \cos\psi u_2; \\ (I + \Delta I)\ddot{\psi} + 2L^2 h\dot{\psi} = u_3. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $u = (u_1, u_2, u_3)^{\mathrm{T}} = H'U$; m, I и m_d — известные составляющие массоинерционных параметров системы,

$$m = \frac{2n^2 J_0}{R^2} + m_0,\ h = \frac{2n}{R}\mu_T + \frac{2n^2 k_2 k_3}{R^2 R_a},$$

$$m_d = \frac{2n^2 J_0}{R^2},\ I = \frac{4n^2 J_0}{R^2}L^2 + I_z;$$

Δm и ΔI — неизвестные составляющие массы платформы и ее момента инерции соответственно, удовлетворяющие ограничениям: $|\Delta m| < \Delta m_0 = \mathrm{const}$, $|\Delta I| < \Delta I_0 = \mathrm{const}$, причем будем предполагать, что $\Delta m_0 < m$, $\Delta I_0 < I$.

Пусть имеются три функции $\xi_0(t)$, $\eta_0(t)$, $\psi_0(t)$, ограниченные и дважды непрерывно дифференцируемые при всех $t \geqslant 0$, и пусть существуют положительные постоянные $\xi^1_{\max}$, $\eta^1_{\max}$, $\psi^1_{\max}$, $\xi^2_{\max}$, $\eta^2_{\max}$ и $\psi^2_{\max}$, такие, что для всех $t \geqslant 0$ выполняются следующие неравенства:

$$\|\dot{\xi}_0(t)| \leqslant \xi^1_{\max},\ |\dot{\eta}_0(t)| \leqslant \eta^1_{\max},\ |\dot{\psi}_0(t)| \leqslant \psi^1_{\max};$$

$$\|\ddot{\xi}_0(t)| \leqslant \xi^2_{\max},\ |\ddot{\eta}_0(t)| \leqslant \eta^2_{\max},\ |\ddot{\psi}_0(t)| \leqslant \psi^2_{\max}.$$

Рассмотрим постановку задачи стабилизации программного движения

$$\xi = \xi_0(t),\ \eta = \eta_0(t),\ \psi = \psi_0(t) \quad (3)$$

робота (2).

Введем отклонения от программного движения (3):

$$x_1 = \xi - \xi_0(t),\ x_2 = \eta - \eta_0(t),\ x_3 = \psi - \psi_0(t). \quad (4)$$

Требуется найти управление по принципу обратной связи

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(t, x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3); \\ u_2 &= u_2(t, x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3); \\ u_3 &= u_3(t, x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3) \end{aligned} \quad (5)$$

и указать ограничения на параметры системы и траектории, при которых выполняются соотношения

$$\lim_{t \to +\infty} x_i(t) = 0,\ i = 1, 2, 3,$$

если в начальный момент времени $t = t_0 \geqslant 0$ значения $x_1(t_0)$, $x_2(t_0)$, $x_3(t_0)$ и $\dot{x}_1(t_0)$, $x_2(t_0)$, $\dot{x}_3(t_0)$ принадлежат некоторой заданной окрестности нулевой точки $x_1 = x_2 = x_3 = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$.

2. Метод сравнения с вектор-функцией Ляпунова

Широкой базой решения задач исследования устойчивости и управлении движениями механических систем является прямой метод Ляпунова и его развитие — метод сравнения с вектор-функцией Ляпунова [11]. Рассмотрим кратко основные идеи этого метода.

В теории устойчивости в классических теоремах прямого метода Ляпунова условия вида $\dot{V} \leqslant 0$, $\dot{V} \geqslant \lambda V$, налагаемые на производные функции Ляпунова, представляют собой простейшие дифференциальные неравенства. Естественными являются попытки построить критерии устойчивости с использованием более сложных дифференциальных неравенств, что может облегчить решение проблемы построения функции типа Ляпунова. С. А. Чаплыгин ввел и исследовал скалярные дифференциальные неравенства общего вида $\dot{V} \leqslant f(t, V)$. На основе применения дифференциальных неравенств к функциям Ляпунова при решении задач устойчивости возник метод сравнения. Первые шаги в развитии этого метода, сделанные в 50—60-х годах XX века, связаны с именами Г. И. Мельникова, Г. А. Антосиевича, З. Опяль, К. Кордуняну, Ж. Ла-Салля, С. Лефшеца, В. Лакшмикантама, М. А. Красносельского и др. Совместное развитие идеи векторной функции Ляпунова Р. Беллмана и метода сравнения, предложенное В. М. Матросовым [11], привело к созданию метода вектор-функций Ляпунова, базирующегося на теории векторных дифференциальных неравенств типа Чаплыгина—Важевского, развитой в работах Я. Шарского, Т. Важевского, С. Олеха и других ученых.

Рассмотрим применение метода сравнения с вектор-функцией Ляпунова в задаче об устойчивости нулевого решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = X(t, x),\ X(t, 0) \equiv 0, \quad (6)$$

где $x \in R^n$, $X(t, x) = (X^1(t, x), ..., X^n(t, x))^{\mathrm{T}}$ (индекс ^{T} означает транспонирование), вещественные функции $X^i(t, x)$ ($i = 1, ..., n$) определены и непрерывны в области

$$\Gamma = R^+ \times G = \{(t, x)\colon t...0, |x| < \nu\}$$

($\nu = \mathrm{const} > 0$ или $\nu = +\infty$, символ $|\cdot|$ означает некоторую векторную норму в R^n) и имеют в ней не-

прерывные частные производные по x, ограниченные в каждой области

$$\bar{\Gamma}_0^1 = \{(t, x) \in \Gamma : t \ldots 0, |x|, \nu_0^1\}, 0 < \nu_0^1 < \nu.$$

Эти условия обеспечивают существование, единственность решений системы (6), их нелокальную продолжимость и непрерывную зависимость от начальных данных и времени t в области Γ.

Рассмотрим непрерывно дифференцируемую вектор-функцию $V(t, x)$, $V(t, x) = (v^1(t, x), \ldots, v^k(t, x))^{\mathrm{T}}$, $V: \Gamma \to R^k$. Определим для нее производную по времени в силу системы (6):

$$\dot{V}(t, x) = \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} X(t, x).$$

Пусть имеют место следующие условия:

$$\dot{V}(t, x) \leqslant f(t, V(t, x)) \ \forall (t, x) \in \Gamma;$$

$$f \in W(\Omega), f(t, 0) \equiv 0,$$

$$\Omega = \{(t, y) \in R^+ \times R^k: t \geqslant 0, |y| < K\},$$

$$K = +\infty \wedge \sup_{(t,x)\in\Gamma} |V(t, x)| = k_1 < K < +\infty.$$

Здесь $W(\Omega)$ — класс функций, удовлетворяющих в области Ω условию Важевского [11]. Имеет место следующая теорема сравнения с вектор-функцией Ляпунова.

Теорема 2.1 [11]. Для устойчивости (соответственно, устойчивости, равномерной по t_0) невозмущенного движения $x = 0$ системы (6) необходимо и достаточно, чтобы для некоторых $\bar{\Gamma}_0'$ и l $(1 \leqslant l \leqslant k)$ существовала вектор-функция Ляпунова $V(t, x)$, обладающая в $\bar{\Gamma}_0'$ следующими свойствами:

1) функция $\bar{V}(t, x) = \max\limits_{1\leqslant i\leqslant k} v^i(t, x)$ — определенно-положительная (соответственно и $v^1(t, x), \ldots, v^k(t, x)$ допускают бесконечно малый высший предел);

2) нулевое решение системы сравнения

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \ y \in R^k,$$

устойчиво (соответственно, устойчиво равномерно по t_0) относительно $y^1, \ldots, y^l$ при условии $y_0 = V(t_0, x_0)$ для $(t_0, x_0) \in \Gamma_0'$ (в частности, устойчиво при условии $y_0^1 \geqslant 0, \ldots, y_0^l \geqslant 0$, если $v^1(t, x) \geqslant 0, \ldots, v^l(t, x) \geqslant 0$ при $(t, x) \in \bar{\Gamma}_0'$).

В настоящее время теоремы метода сравнения с вектор-функцией Ляпунова применяются для выявления различных динамических свойств решений нелинейных дифференциальных уравнений: асимптотической устойчивости, притяжения и др. Однако возможности метода сравнения с вектор-функцией Ляпунова в задачах стабилизации программных нестационарных движений механических систем далеко не исчерпаны. В следующих разделах представлены результаты по применению этого метода в решении задачи стабилизации программного движения мобильного робота с омни-колесами.

3. Синтез алгоритмов стабилизации с помощью релейных законов управления

Для решения задачи стабилизации программного движения (3) вначале будем искать закон управления (5) в виде релейной функции

$$\begin{aligned}
&u_1(t, x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2) = \\
&= -\sigma_1 \mathrm{sign}(\nu x_1 + \mu_1 \dot{x}_1)\cos(\psi_0(t) + x_3) - \\
&- \sigma_2 \mathrm{sign}(\nu x_2 + \mu_1 \dot{x}_2)\sin(\psi_0(t) + x_3); \\
&u_2(t, x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2) = \\
&= \sigma_1 \mathrm{sign}(\nu x_1 + \mu_1 \dot{x}_1)\sin(\psi_0(t) + x_3) - \\
&- \sigma_2 \mathrm{sign}(\nu x_2 + \mu_1 \dot{x}_2)\cos(\psi_0(t) + x_3); \\
&u_3(t, x_3, \dot{x}_3) = -\sigma_3 \mathrm{sign}(\nu x_3 + \mu_2 \dot{x}_3),
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\nu > 0$, $\mu_i > 0$ $(i = 1, 2)$, $\sigma_j > 0$ $(j = 1, 2, 3)$ — некоторые постоянные.

Имеет место следующая теорема о стабилизации программного движения (3) робота.

Теорема 3.1. Пусть найдутся постоянные $\delta_1 > 0$, $\delta_2 > 0$, $\nu > 1$, $\mu_i > 0$ $(i = 1, 2)$, $\sigma_j > 0$ $(j = 1, 2, 3)$, такие что имеют место неравенства:

$$\begin{aligned}
&(\nu\mu_2(m + \Delta m_0) - h\mu_1\mu_2 + \nu|\nu\mu_2(m \pm \Delta m_0) - h\mu_1\mu_2| + \\
&+ m_d\mu_1[(1 + \nu)^2\delta_2 + \mu_2(1 + \nu)\psi_{\max}^1] + \\
&+ 2n\mu_1\mu_2(1 + \nu)\mu_F/R)\delta_1 + \mu_1^2 m_d(1 + \nu)\eta_{\max}^1\delta_2 + \\
&+ \mu_1^2\mu_2((m + \Delta m_0)\xi_{\max}^2 + h\xi_{\max}^1 + \\
&+ (m_d\psi_{\max}^1 + 2n\mu_F/R)\eta_{\max}^1 - \sigma_1) \leqslant -\varepsilon_1 = \mathrm{const} < 0;
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
&(\nu\mu_2(m + \Delta m_0) - h\mu_1\mu_2 + \nu|\nu\mu_2(m \pm \Delta m_0) - h\mu_1\mu_2| + \\
&+ m_d\mu_1[(1 + \nu)^2\delta_2 + \mu_2(1 + \nu)\psi_{\max}^1] + \\
&+ 2n\mu_1\mu_2(1 + \nu)\mu_F/R)\delta_1 + \mu_1^2 m_d(1 + \nu)\xi_{\max}^1\delta_2 + \\
&+ \mu_1^2\mu_2((m + \Delta m_0)\eta_{\max}^2 + h\eta_{\max}^1 + \\
&+ (m_d\psi_{\max}^1 + 2n\mu_F/R)\xi_{\max}^1 - \sigma_2) \leqslant -\varepsilon_2 = \mathrm{const} < 0;
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
&(\nu(I + \Delta I_0) - 2a^2h\mu_2 + \nu|\nu(I \pm \Delta I_0) - 2a^2h\mu_2|)\delta_2 + \\
&+ \mu_2^2((I + \Delta I_0)\psi_{\max}^2 + 2a^2h\psi_{\max}^1 - \sigma_3) \leqslant \\
&\leqslant -\varepsilon_3 = \mathrm{const} < 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Тогда управление (7) решает задачу стабилизации программного движения (3) системы (2), т. е. отклонения от программного движения асимптотически

стремятся к нулю: $x_1(t) \to 0$, $x_2(t) \to 0$, $x_3(t) \to 0$ при $t \to +\infty$. Множество начальных возмущений

$$x_1(0),\ x_2(0),\ x_3(0),\ \dot{x}_1(0),\ \dot{x}_2(0),\ \dot{x}_3(0) \qquad (11)$$

удовлетворяет следующим ограничениям:

$$\max\{|\nu x_1(0) + \mu_1\dot{x}_1(0)|,\ |\nu x_2(0) + \mu_1\dot{x}_2(0)|,\ |x_1(0)|,\ |x_2(0)|\} < \delta_1;$$
$$\max\{|\nu x_3(0) + \mu_2\dot{x}_3(0)|,\ |x_3(0)|\} < \delta_2. \qquad (12)$$

Доказательство. Введем переменные

$$z_1 = \nu x_1 + \mu_1\dot{x}_1,\ z_2 = \nu x_2 + \mu_1\dot{x}_2,\ z_3 = \nu x_3 + \mu_2\dot{x}_3. \qquad (13)$$

Тогда в отклонениях (4) при использовании обозначений (13) система (2) с учетом (7) примет следующий вид:

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = -\dfrac{\nu}{\mu_1}x_1 + \dfrac{1}{\mu_1}z_1,\ \dot{x}_2 = -\dfrac{\nu}{\mu_1}x_2 + \dfrac{1}{\mu_1}z_2,\\
\dot{x}_3 = -\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3;\\
\dot{z}_1 = \left(-\dfrac{\nu^2}{\mu_1} + \dfrac{h\nu}{m+\Delta m}\right)x_1 + \dfrac{m_d\nu}{m+\Delta m}\ \times\\
\times\left(-\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3 + \dot{\psi}_0(t)\right)x_2 - \dfrac{2n\nu\mu_F}{(m+\Delta m)R}x_2 +\\
+\dfrac{\mu_1 m_d\nu\dot{\eta}_0(t)}{\mu_2(m+\Delta m)}x_3 + \left(\dfrac{\nu}{\mu_1} - \dfrac{h}{m+\Delta m}\right)z_1 -\\
-\dfrac{m_d}{m+\Delta m}\left(-\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3 + \dot{\psi}_0(t)\right)z_2 + \dfrac{2n\mu_F}{(m+\Delta m)R}z_2 -\\
-\dfrac{\mu_1 m_d\nu\dot{\eta}_0(t)}{\mu_2(m+\Delta m)}z_3 - \dfrac{\mu_1\sigma_1}{m+\Delta m}\operatorname{sign}z_1 - \mu_1\ddot{\xi}_0(t) -\\
-\dfrac{\mu_1 h}{m+\Delta m}\dot{\xi}_0(t) - \dfrac{\mu_1(m_d\dot{\psi}_0(t) - 2n\mu_F/R)}{m+\Delta m}\dot{\eta}_0(t); \qquad (14)\\
\dot{z}_2 = -\dfrac{m_d\nu}{m+\Delta m}\left(-\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3 + \dot{\psi}_0(t)\right)x_1 +\\
+\dfrac{2n\nu\mu_F}{(m+\Delta m)R}x_1 + \left(-\dfrac{\nu^2}{\mu_1} + \dfrac{h\nu}{m+\Delta m}\right)x_2 - \dfrac{\mu_1 m_d\nu\dot{\xi}_0(t)}{\mu_2(m+\Delta m)}x_3 +\\
+\dfrac{m_d}{m+\Delta m}\left(-\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3 + \dot{\psi}_0(t)\right)z_1 - \dfrac{2n\mu_F}{(m+\Delta m)R}z_1 +\\
+\left(\dfrac{\nu}{\mu_1} - \dfrac{h}{m+\Delta m}\right)z_2 + \dfrac{\mu_1 m_d\dot{\xi}_0(t)}{\mu_2(m+\Delta m)}z_3 - \dfrac{\mu_1\sigma_1}{m+\Delta m}\operatorname{sign}z_2 -\\
-\mu_1\ddot{\eta}_0(t) - \dfrac{\mu_1 h}{m+\Delta m}\dot{\eta}_0(t) + \dfrac{\mu_1(m_d\dot{\psi}_0(t) - 2n\mu_F/R)}{m+\Delta m}\dot{\xi}_0(t);\\
\dot{z}_3 = \left(-\dfrac{\nu^2}{\mu_2} + \dfrac{2a^2h\nu}{I+\Delta I}\right)x_3 + \left(\dfrac{\nu}{\mu_2} - \dfrac{2a^2h}{I+\Delta I}\right)z_3 -\\
-\dfrac{\mu_2\sigma_3}{I+\Delta I}\operatorname{sign}z_3 - \mu_2\ddot{\psi}_0(t) - \dfrac{2a^2h\mu_2}{I+\Delta I}\dot{\psi}_0(t).
\end{cases}$$

Возьмем для системы (14) вектор-функцию Ляпунова $V = V(x_1, x_2, x_3, z_1, z_2, z_3)$, $V = (V_1, V_2)^{\mathrm{T}}$ с компонентами в виде

$$V_1 = \max\{|x_1|, |x_2|, |z_1|, |z_2|\},\ V_2 = \max\{|x_3|, |z_3|\}. \qquad (15)$$

Оценим правостороннюю производную по времени вектор-функции Ляпунова (15) в силу системы (14):

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 \leqslant \max\Bigg\{&\frac{1-\nu}{\mu_1}V_1,\ \frac{1}{\mu_1\mu_2(m+\Delta m)}((\nu\mu_2(m+\Delta m) -\\
&- h\mu_1\mu_2 + \nu|\nu\mu_2(m+\Delta m) - h\mu_1\mu_2| +\\
&+ m_d\mu_1[(1+\nu)^2V_2 + \mu_2(1+\nu)\psi^1_{\max}] +\\
&+ 2(1+\nu)n\mu_1\mu_2\mu_F/R)V_1 + \mu_1^2 m_d(1+\nu)\eta^1_{\max}V_2) +\\
&+ \frac{\mu_1}{m+\Delta m}((m+\Delta m)\xi^2_{\max} + h\xi^1_{\max} +\\
&+ (m_d\psi^1_{\max} + 2n\mu_F/R)\eta^1_{\max} - \sigma_1),\\
&\frac{1}{\mu_1\mu_2(m+\Delta m)}((\nu\mu_2(m+\Delta m) - h\mu_1\mu_2 +\\
&+ \nu|\nu\mu_2(m+\Delta m) - h\mu_1\mu_2| + m_d\mu_1[(1+\nu)^2V_2 +\\
&+ \mu_2(1+\nu)\psi^1_{\max}] + 2(1+\nu)n\mu_1\mu_2\mu_F/R)V_1 +\\
&+ \mu_1^2 m_d(1+\nu)\xi^1_{\max}V_2) + \frac{\mu_1}{m+\Delta m}((m+\Delta m)\eta^2_{\max} +\\
&+ h\eta^1_{\max} + (m_d\psi^1_{\max} + 2n\mu_F/R)\xi^1_{\max} - \sigma_2)\Bigg\};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 \leqslant \max\Bigg\{&\frac{1-\nu}{\mu_2}V_2,\ \frac{1}{\mu_2(I+\Delta I)}(\nu(I+\Delta I) -\\
&- 2L^2h\mu_2 + \nu|\nu(I+\Delta I) - 2L^2h\mu_2|)V_2 +\\
&+ \frac{\mu_2}{I+\Delta I}((I+\Delta I)\psi^2_{\max} + 2L^2h\psi^1_{\max} - \sigma_3)\Bigg\}.
\end{aligned}$$

Рассмотрим поведение вектор-функции Ляпунова V вдоль решения системы (14), удовлетворяющего начальному условию (12), которое с учетом обозначений (13) имеет вид

$$\max\{|z_1(0)|, |z_2(0)|, |x_1(0)|, |x_2(0)|\} < \delta_1;$$
$$\max\{|z_3(0)|, |x_3(0)|\} < \delta_2. \qquad (16)$$

При выполнении неравенств (8)—(10) получим следующую оценку:

$$\dot{V}_1 \leqslant \max\left\{\frac{1-\nu}{\mu_1}V_1, -\frac{\varepsilon_1}{\mu_1\mu_2(m+\Delta m_0)}, -\frac{\varepsilon_2}{\mu_1\mu_2(m+\Delta m_0)}\right\};$$

$$\dot{V}_2 \leqslant \max\left\{\frac{1-\nu}{\mu_2}V_2, -\frac{\varepsilon_3}{\mu_2(I+\Delta I_0)}\right\}. \qquad (17)$$

Из неравенств (17) следует, что найдется момент времени $t^* > 0$, такой, что при всех $t \geqslant t^*$ будут иметь место неравенства

$$\dot{V}_1 \leqslant \frac{1-\nu}{\mu_1} V_1; \ \dot{V}_2 \leqslant \frac{1-\nu}{\mu_2} V_2. \qquad (18)$$

Из неравенств (18) получим экспоненциально устойчивую систему сравнения

$$\dot{u}_1 = \frac{1-\nu}{\mu_1} u_1, \ \dot{u}_2 = \frac{1-\nu}{\mu_2} u_2.$$

Отсюда, используя теорему сравнения для асимптотической устойчивости [8], получаем, что $V_1 \to 0$, $V_2 \to 0$ при $t \to +\infty$. Учитывая (15), получим, что отклонения (4) от программного движения асимптотически стремятся к нулю, т. е. $x_1 \to 0$, $x_2 \to 0$, $x_3 \to 0$ при $t \to +\infty$. Иными словами, управление (7) решает задачу стабилизации программного движения (3) системы (2), если множество начальных отклонений (11) удовлетворяет условию (12). Теорема доказана.

Замечание 3.1. Теорема 3.1 позволяет решать задачу стабилизации программного движения при достаточно легко проверяемых алгебраических условиях (8)—(10), не требующих вычислений собственных значений матриц, что сокращает время вычислений. Кроме того, условия (8)—(10) носят робастный характер, так как позволяют стабилизировать программное движение для целого класса систем, параметры которых удовлетворяют заданным ограничениям и могут быть заранее неизвестны.

Замечание 3.2. Управление (7) носит разрывный характер, вследствие чего при его практической реализации в системе возникает так называемый чаттер, т. е. высокочастотные колебания, обусловленные несовершенством систем переключения, влиянием возмущений, наличием малых задержек в передаче сигналов. В следующем разделе найден непрерывный аналог управления (7), позволяющий уменьшить эти колебания.

4. Синтез алгоритмов управления с помощью непрерывных законов

Будем искать закон управления (5) в виде непрерывной функции:

$$u_1(t, x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2) = -\sigma_1 \mathrm{sat}_1(\nu x_1 + \mu_1 \dot{x}_1) \times$$
$$\times \cos(\psi_0(t) + x_3) - \sigma_2 \mathrm{sat}_1(\nu x_2 + \mu_1 \dot{x}_2) \sin(\psi_0(t) + x_3);$$

$$u_2(t, x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2) = \sigma_1 \mathrm{sat}_1(\nu x_1 + \mu_1 \dot{x}_1) \times$$
$$\times \sin(\psi_0(t) + x_3) - \sigma_2 \mathrm{sat}_1(\nu x_2 + \mu_1 \dot{x}_2) \cos(\psi_0(t) + x_3); \qquad (19)$$

$$u_3(t, x_3, \dot{x}_3) = -\sigma_3 \mathrm{sat}_2(\nu x_3 + \mu_2 \dot{x}_3).$$

Здесь функция насыщения $\mathrm{sat}_i(z)$ ($i = 1, 2$) имеет следующий вид:

$$\mathrm{sat}_i(z) = \begin{cases} \mathrm{sign} z, \ |z| \geqslant \gamma_i; \\ \dfrac{z}{\gamma_i}, \ |z| < \gamma_i, \gamma_i = \mathrm{const} > 0. \end{cases} \qquad (20)$$

Функция насыщения (20) с большим углом наклона линии переключения (при достаточно малой постоянной γ_i) является непрерывной аппроксимацией релейной функции [12]. Тем самым, выбор закона управления в виде (19), с одной стороны, позволит по сравнению с релейным законом (7) уменьшить амплитуду колебаний, возникающих при практической реализации закона управления, а с другой стороны, обеспечит свойство робастности по отношению к вариациям параметров системы.

Выбор закона управления (19) не сможет гарантировать стабилизацию программного движения, а лишь свойство предельной ограниченности решений системы в отклонениях от программного движения [12].

Имеет место следующая теорема.

Теорема 4.1. Пусть выполняются условия теоремы 3.1, и, кроме того, найдутся числа γ_1, γ_2, такие что $0 < \gamma_i < \delta_i$ ($i = 1, 2$), и имеют место неравенства

$$(\nu\mu_2(m + \Delta m_0) - h\mu_1\mu_2 + \nu|\nu\mu_2(m \pm \Delta m_0) - h\mu_1\mu_2| +$$
$$+ m_d\mu_1[(1+\nu)^2\gamma_2 + \mu_2(1+\nu)\psi^1_{\max}] +$$
$$+ 2n\mu_1\mu_2(1+\nu)\mu_F/R + \mu_1^2 m_d(1+\nu)\eta^1_{\max})\gamma_1 +$$
$$+ \mu_1^2\mu_2((m + \Delta m_0)\xi^2_{\max} + h\xi^1_{\max} +$$
$$+ (m_d\psi^1_{\max} + 2n\mu_F/R)\eta^1_{\max} - \sigma_1) \leqslant 0; \qquad (21)$$

$$(\nu\mu_2(m + \Delta m_0) - h\mu_1\mu_2 + \nu|\nu\mu_2(m \pm \Delta m_0) - h\mu_1\mu_2| +$$
$$+ m_d\mu_1[(1+\nu)^2\gamma_2 + \mu_2(1+\nu)\psi^1_{\max}] +$$
$$+ 2n\mu_1\mu_2(1+\nu)\mu_F/R + \mu_1^2 m_d(1+\nu)\xi^1_{\max})\gamma_1 +$$
$$+ \mu_1^2\mu_2((m + \Delta m_0)\eta^2_{\max} + h\eta^1_{\max} +$$
$$+ (m_d\psi^1_{\max} + 2n\mu_F/R)\xi^1_{\max} - \sigma_2) \leqslant 0; \qquad (22)$$

$$(\nu(I + \Delta I_0) - 2L^2h\mu_2 + \nu|\nu(I \pm \Delta I_0) - 2L^2h\mu_2|)\gamma_2 +$$
$$+ \mu_2^2((I + \Delta I_0)\psi^2_{\max} + 2L^2h\psi^1_{\max} - \sigma_2) \leqslant 0. \qquad (23)$$

Тогда для системы (2) с управлением (19) найдется момент времени $t^* = t^*(\gamma_1, \gamma_2) > 0$, такой что при всех $t \geqslant t^*$ будут иметь место неравенства

$$\max\{|x_1(t)|, |x_2(t)|\} < \gamma_1, \ |x_3(t)| < \gamma_2. \qquad (24)$$

При этом множество начальных возмущений (11) удовлетворяет ограничениям (12).

Доказательство.

Вводя переменные (13), получим с учетом (19) систему уравнений в отклонениях (4), аналогич-

ную системе (14), где функции знака заменены на соответствующие функции насыщения (20):

$$
\begin{cases}
\dot{x}_1 = -\dfrac{\nu}{\mu_1}x_1 + \dfrac{1}{\mu_1}z_1,\ \dot{x}_2 = -\dfrac{\nu}{\mu_1}x_2 + \dfrac{1}{\mu_1}z_2,\\
\dot{x}_3 = -\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3;\\
\dot{z}_1 = \left(-\dfrac{\nu^2}{\mu_1} + \dfrac{h\nu}{m+\Delta m}\right)x_1 + \dfrac{m_d\nu}{m+\Delta m}\ \times\\
\times\left(-\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3 + \dot{\psi}_0(t)\right)x_2 - \dfrac{2n\mu_F}{(m+\Delta m)R}x_2 +\\
+\dfrac{\mu_1 m_d\nu\dot{\eta}_0(t)}{\mu_2(m+\Delta m)}x_3 + \left(\dfrac{\nu}{\mu_1} - \dfrac{h}{m+\Delta m}\right)z_1 -\\
-\dfrac{m_d}{m+\Delta m}\left(-\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3 + \dot{\psi}_0(t)\right)z_2 + \dfrac{2n\mu_F}{(m+\Delta m)R}z_2 -\\
-\dfrac{\mu_1 m_d\dot{\eta}_0(t)}{\mu_2(m+\Delta m)}z_3 - \dfrac{\mu_1\sigma_1}{m+\Delta m}\mathrm{sat}_1 z_1 - \mu_1\ddot{\xi}_0(t) -\\
-\dfrac{\mu_1 h}{m+\Delta m}\dot{\xi}_0(t) - \dfrac{\mu_1(m_d\dot{\psi}_0(t) - 2n\mu_F/R)}{m+\Delta m}\dot{\eta}_0(t);\\
\dot{z}_2 = -\dfrac{m_d\nu}{m+\Delta m}\left(-\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3 + \dot{\psi}_0(t)\right)x_1 +\\
+\dfrac{2n\nu\mu_F}{(m+\Delta m)R}x_1 + \left(-\dfrac{\nu^2}{\mu_1} + \dfrac{h\nu}{m+\Delta m}\right)x_2 - \dfrac{\mu_1 m_d\nu\dot{\xi}_0(t)}{\mu_2(m+\Delta m)}x_3 +\\
+\dfrac{m_d}{m+\Delta m}\left(-\dfrac{\nu}{\mu_2}x_3 + \dfrac{1}{\mu_2}z_3 + \dot{\psi}_0(t)\right)z_1 - \dfrac{2n\mu_F}{(m+\Delta m)R}z_1 +\\
+\left(\dfrac{\nu}{\mu_1} - \dfrac{h}{m+\Delta m}\right)z_2 + \dfrac{\mu_1 m_d\dot{\xi}_0(t)}{\mu_2(m+\Delta m)}z_3 - \dfrac{\mu_1\sigma_1}{m+\Delta m}\mathrm{sat}_1 z_2 -\\
-\mu_1\ddot{\eta}_0(t) - \dfrac{\mu_1 h}{m+\Delta m}\dot{\eta}_0(t) + \dfrac{\mu_1(m_d\dot{\psi}_0(t) - 2n\mu_F/R)}{m+\Delta m}\xi_0(t);\\
\dot{z}_3 = \left(-\dfrac{\nu^2}{\mu_2} + \dfrac{2a^2h\nu}{I+\Delta I}\right)x_3 + \left(\dfrac{\nu}{\mu_2} - \dfrac{2a^2h}{I+\Delta I}\right)z_3 -\\
-\dfrac{\mu_2\sigma_3}{I+\Delta I}\mathrm{sat}_2 z_3 - \mu_2\ddot{\psi}_0(t) - \dfrac{2a^2h\mu_2}{I+\Delta I}\dot{\psi}_0(t).
\end{cases}
\tag{25}
$$

Рассмотрим вектор-функцию Ляпунова $V = V(x_1, x_2, x_3, z_1, z_2, z_3)$, $V = (V_1, V_2)^{\mathrm{T}}$ с компонентами (15) вдоль решений системы (25), удовлетворяющих начальному условию (16). В начальный момент $t = 0$ будем иметь неравенства $V_1 < \delta_1$, $V_2 < \delta_2$. При выполнении неравенств (20)—(22) для значений V_1, V_2, таких что $\gamma_1 < V_1 < \delta_1$, $\gamma_2 < V_2 < \delta_2$, получим оценку:

$$
\dot{V}_1 \leqslant \max\left\{\frac{1-\nu}{\mu_1}V_1, -\frac{\varepsilon_1}{\mu_1\mu_2(m+\Delta m_0)},\right.
$$

$$
\left.-\frac{\varepsilon_2}{\mu_1\mu_2(m+\Delta m_0)}\right\} \leqslant -\varepsilon = \mathrm{const} < 0;
$$

$$
\dot{V}_2 \leqslant \max\left\{\frac{1-\nu}{\mu_2}V_2, -\frac{\varepsilon_3}{\mu_2(I+\Delta I_0)}\right\} \leqslant -\varepsilon = \mathrm{const} < 0.
$$

Таким образом, для всех моментов времени, таких что $\gamma_1 < V_1(t, x_1(t), x_2(t), z_1(t), z_2(t)) < \delta_1$, $\gamma_2 < V_2(t, x_3(t), z_3(t)) < \delta_2$, получим неравенства

$$
V_1(t, x_1(t), x_2(t), z_1(t), z_2(t)) < \delta_1 - \varepsilon t;
$$

$$
V_2(t, x_3(t), z_3(t)) < \delta_2 - \varepsilon t.
$$

Отсюда следует, что найдется момент времени $t^* = t^*(\gamma_1, \gamma_2) > 0$, такой что при всех $t \geqslant t^*$ будут иметь место неравенства

$$
V_1(t, x_1(t), x_2(t), z_1(t), z_2(t)) < \gamma_1,\ V_2(t, x_3(t), z_3(t)) < \gamma_2.
$$

Отсюда для всех $t \geqslant t^*$ будут выполнены неравенства (24). Теорема доказана.

5. Численная апробация метода

Найденные законы (7) и (19) были применены при численном моделировании движения робота со следующими параметрами [9]:

$m = 20$ кг, $I_z = 0{,}301$ кг · м^2, $R = 0{,}08$ м, $L = 0{,}2125$ м, $n = 14$, $\mu_T = 0{,}38$, $\mu_F = 0{,}21$, $R_a = 1{,}11\Omega$, $k_2 = 36{,}4$ мН · м/А, $k_3 = 0{,}0038$ В · с, $J_0 = 70{,}7 \cdot 10^{-7}$ кг · м^2,

при этом неизвестные части массоинерционных характеристик были ограничены следующими значениями: $\Delta m = 5$ кг, $\Delta I = 0{,}1$ кг · м^2 для программного движения

$$
\xi_0(t) = r\sin(\omega t)\ \text{м},\ \eta_0(t) = -r\cos(\omega t)\ \text{м},
$$

$$
\psi_0(t) = \varpi\tau + \psi_0\ \text{рад}, \tag{26}
$$

где $r = 0{,}5$ м, $\omega = 0{,}8$ рад/с, $\varpi = \pi/6$ рад/с, $\psi_0 = 0$ рад.

На рис. 2, 3 показаны графики программной траектории и действительной траектории при

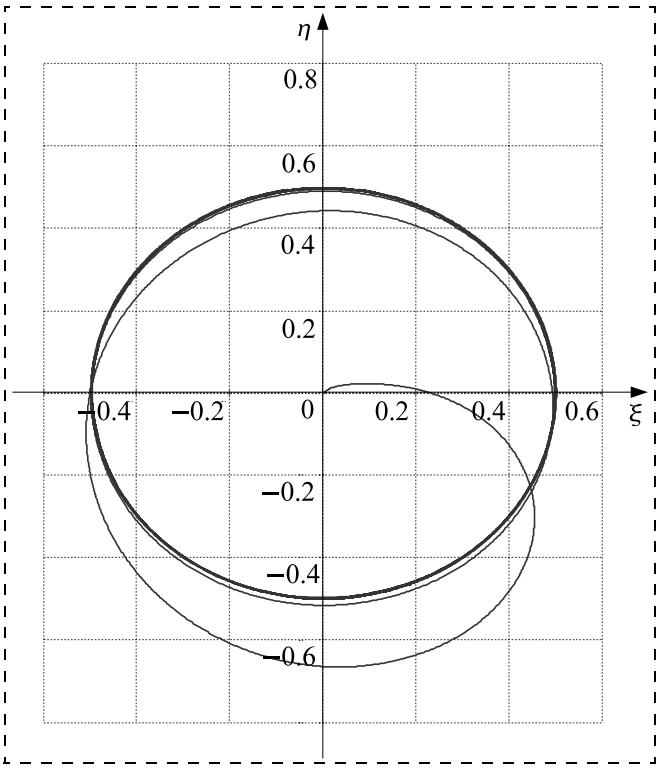


Рис. 2. Траектория центра масс робота при управлении (7)

управлениях (7) и (19) соответственно. С использованием условий теорем 3.1 и 4.1 подобраны следующие параметры управления:

$$\mu_1 = 3{,}5 \text{ с}, \ \mu_2 = 2 \text{ с}, \ \nu = 1, \ \sigma_1 = 30 \text{ Н}, \ \sigma_2 = 30 \text{ Н} \cdot \text{м}, \ \sigma_3 = 5 \text{ Н}, \ \gamma_1 = 0{,}3 \text{ м}$$

при любом сколь угодно малом значении γ_2 для начальных отклонений $\delta_1 = 1$ м, $\delta_2 = 1$ рад.

Из рис. 2 и 3 видно, что центр масс робота при управлении (7) асимптотически приближается к программной траектории, а при управлении (19) — входит за конечное время в окрестность программной траектории, определяемую значением γ_1.

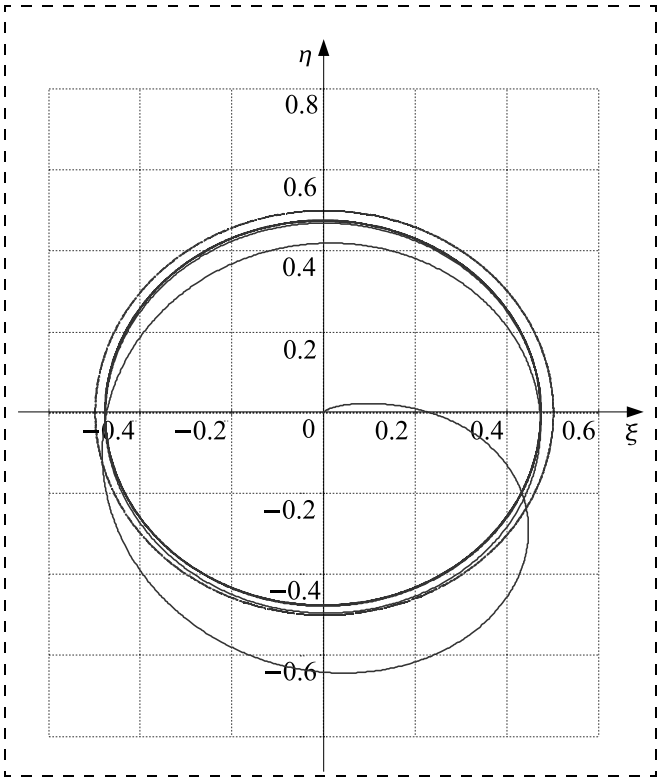


Рис. 3. Траектория центра масс робота при управлении (19)

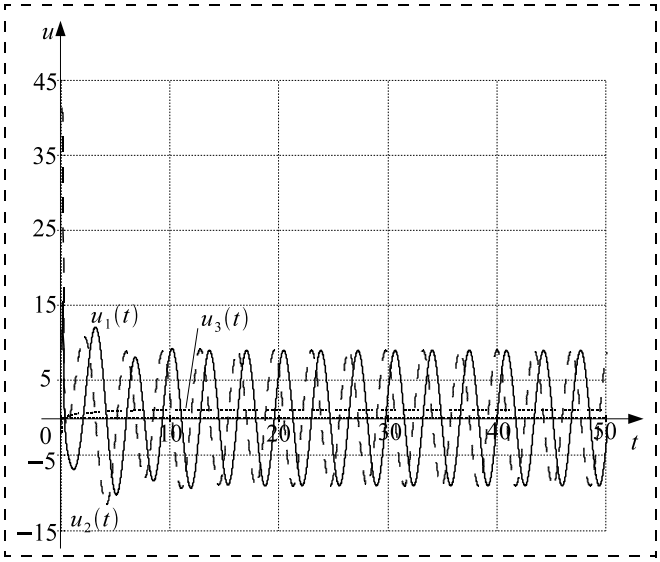


Рис. 4. Графики зависимости от времени составляющих управления (19)

Преимущество управления (19) перед (7) состоит в том, что при непрерывном законе (19) уменьшаются энергозатраты на реализацию этого воздействия по сравнению с релейным законом (7). На рис. 4 представлены графики зависимости от времени управляющих воздействий (19). Анализируя графики на рис. 4, можно убедиться, что по истечении времени $t = 6$ с управляющие воздействия u_1, u_2 будут ограничены по модулю значением 9,25 Н, а составляющая u_3 ограничена значением 1,08 Н · м. При этом расчеты показали, что составляющие управления (7) u_1, u_2 ограничены по модулю значением 42,43 Н, а составляющая u_3 ограничена значением 2Н · м на всем интервале интегрирования, равном 50 с.

Заключение

В работе рассмотрена динамическая модель мобильного робота с четырьмя омни-колесами, управляемого независимыми электродвигателями, установленными в осях колес. Анализ динамики такой системы приводит к необходимости учитывать неизбежно возникающее трение скольжения при движении омни-колес, а также неточность самой модели — практическую невозможность точного определения массоинерционных параметров системы. В работе решены задачи: стабилизации программного движения робота; о предельной ограниченности отклонений координат от программных значений с учетом неточно известных массоинерционных характеристик и трения скольжения. Применением вектор-функции Ляпунова обоснованы релейный и непрерывный с функцией насыщения робастные законы управления по обратной связи. Полученные законы управления отличаются простотой их практической реализации по сравнению с адаптивными законами.

Список литературы

1. **Мартыненко Ю. Г., Формальский А. М.** О движении мобильного робота с роликонесущими колесами // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 6. С. 142—149.
2. **Мартыненко Ю. Г.** Устойчивость стационарных движений мобильного робота с роликонесущими колесами и смещенным центром масс // ПММ. 2010. Т. 74, Вып. 4. С. 610—619.
3. **Зобова А. А., Татаринов Я. В.** Динамика экипажа с роликонесущими колесами // ПММ. 2009. Т. 73, Вып. 1. С. 13—22.
4. **Борисов А. В., Килин А. А., Мамаев И. С.** Тележка с омни-колесами на плоскости и сфере // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7, № 4. С. 785—801.
5. **Караваев Ю. Л., Трефилов С. А.** Дискретный алгоритм управления по отклонению мобильным роботом с омни-колесами // Нелинейная динамика. 2013. Т. 9, № 1. С. 91—100.
6. **Килин А. А., Караваев Ю. Л., Клековкин А. В.** Кинематическая модель управления высокоманевренным мобильным сфероробот с внутренней омни-колесной платформой // Нелинейная динамика. 2014. Т. 10, № 1. С. 113—126.
7. **André S. Conceição, A. Paulo Moreira, Paulo J. Costa.** A Practical approach of Modeling and Parameters Estimation for OmniDirectional Mobile Robots // IEEE-ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS. 2009. Vol. 14, N. 3. P. 377—381.
8. **Lins Barreto S. J. C., Scolari Conceicao A. G., Dorea C. E. T., Martinez L., De Pieri E. R.** Design and Implementation of Model-Predictive Control With Friction Compensation on an Omnidirec-

tional Mobile Robot // IEEE-ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS. 2014. N. 2. P. 467—476.

9. **Yanwen Huang, Qixin Cao and Chuntao Leng.** The Path-Tracking Controller Based on Dynamic Model with Slip for One Four-Wheeled OMR // Industrial Robot: An International Journal. 2010. Vol. 37, N. 2. P. 193—201.

10. **Huang H. C., Tsai C. C.** Adaptive Trajectory Tracking and Stabilization for Omnidirectional Mobile Robot with Dynamic Effect and Uncertainties // Proc. of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea, July 6—11, 2008. 2008. P. 5383—5388.

11. **Метод** векторных функций Ляпунова в теории устойчивости / Под ред. А. А. Воронова и В. М. Матросова. М.: Наука, 1987. 312 с.

12. **Халил Х. К.** Нелинейные системы. М.-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований, 2009. 832 с.

Synthesis of Robust Algorithms of Program Motion Stabilization for an Omni-Wheel Mobile Robot by the Method of Lyapunov Vector Functions

A. S. Andreev, AndreevAS@ulsu.ru,
O. A. Peregudova, peregudovaoa@sv.ulsu.ru✉,
Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, 432017, Russian Federation

Corresponding author: **Peregudova Olga A.,** D. Sc., Professor,
Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, 432017, Russian Federation,
e-mail: peregudovaoa@gmail.ru

Received on July 08, 2015
Accepted on July 17, 2015

In recent years the problem of a mobile wheeled robot control has received great attention and lots of solutions have been found. The dynamical model of a mobile wheeled robot includes the mass-inertial parameters, which are customary, as a rule, unknown and time varying. It is difficult to select an exact dynamical model of a wheeled mobile robot for the design of a model-based control. In order to handle such unknown parameters many control strategies were proposed, including sliding-model control and adaptive control. The problem of dynamics of the controlled motion of the mobile robots with omni-directional wheels is of interest to many researches. Such mobile robots are characterized by a full omni-directionality with simultaneous and independently rotational and translation motion capabilities. Therefore, such types of the wheeled robots can implement complicated tasks in a narrow space. An independent control of the rotation of each omni-wheel leads to the inevitable slipping in motion along the motion surface. Therefore, considering slipping between the wheels and the motion surface, a dynamic model of an omnidirectional wheeled mobile robot is of great interest to many researches. The sliding friction occurs both in the direction along the surface of the wheel and transversely to it. It is important to design a motion control, which has no hard performance and allows us to take into account the sliding friction and the inaccuracy of the dynamical model. The aim of this paper is to solve the problem of a non-stationary trajectory tracking control of a mobile robot with four omni-wheels and inaccurately known inertia matrix, taking into account the wheel slip. On the basis of Lyapunov vector functions the discontinuous and continuous control laws were obtained. The results of the numerical simulation are presented.

Keywords: *wheeled mobile robot, control, slip, stabilization, program motion, omni-wheel, Lyapunov vector function, dynamical model, comparison system*

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 15-01-08482.

For citation:

Andreev A. S., Peregudova O. A. Synthesis of Robust Algorithms of Program Motion Stabilization for an Omni-Wheel Mobile Robot by the Method of Lyapunov Vector Functions, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 12, pp. 813—821.

DOI: 10.17587/mau/16.813-821

References

1. **Martynenko Yu. G., Formalskii A. M.** On the Motion of a Mobile Robot with Roller-Carrying Wheels, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2007, vol. 46, no. 6, pp. 976—983.

2. **Martynenko Ju. G.** *Ustojchivost' stacionarnyh dvizhenij mobil'nogo robota s rolikonesushhimi kolesami i smeshhennym centrom mass* (Stability of steady motions of mobile robot with omniwheels and displacement of the center of mass), *PMM*, 2010, vol. 74, iss. 4, pp. 610—619 (in Russian).

3. **Zobova A. A., Tatarinov Ja. V.** *Dinamika jekipazha s rolikonesushhimi kolesami* (Dynamics of the omniwheel vehicle), *PMM*, 2009, vol. 73, iss. 1, pp. 13—22 (in Russian).

4. **Borisov A. V., Kilin A. A., Mamaev I. S.** An Omni-Wheel Vehicle on a Plane and a Sphere, *Nonlinear Dynamics & Mobile Robotics*, 2013, vol. 1, no. 1, pp. 33.

5. **Karavaev Ju. L., Trefilov S. A.** *Diskretnyj algoritm upravlenija po otklonenija mobil'nym robotom s omnikolesami* (Deviation based discrete control algorithm for omni-wheeled mobile robot), *Nelinejnaja Dinamika*, 2013, vol. 9, no. 1 pp. 91—100 (in Russian).

6. **Kilin A. A., Karavaev Ju. L., Klekovkin A. V.** *Kinematicheskaja model' upravlenija vysokomanevrennym mobil'nym sferorobotom s vnutrennej omni-kolesnoj platformoj* (Kinematic control of a high manoeuvrable mobile spherical robot with internal omni-wheeled platform), *Nelinejnaja Dinamika*, 2014, vol. 10, no. 1, pp. 113—126 (in Russian).

7. **André S. Conceição, A. Paulo Moreira, Paulo J. Costa.** A Practical approach of Modeling and Parameters Estimation for OmniDirectional Mobile Robots, *IEEE Asme Transactions on Mechatronics*, 2009, vol. 14, no. 3, pp. 377—381.

8. **Lins Barreto S. J. C., Scolari Conceicao A. G., Dorea C. E. T., Martinez L., De Pieri E. R.** Design and Implementation of Model-Predictive Control With Friction Compensation on an Omnidirectional Mobile Robot, *IEEE Asme Transactions on Mechatronics*, 2014, no. 2, pp. 467—476.

9. **Yanwen Huang, Qixin Cao and Chuntao Leng.** The path-tracking controller based on dynamic model with slip for one four-wheeled OMR, *Industrial Robot: An International Journal*, 2010, vol. 37, no. 2, pp. 193—201.

10. **Huang H. C., Tsai C. C.** Adaptive Trajectory Tracking and Stabilization for Omnidirectional Mobile Robot with Dynamic Effect and Uncertainties, *Proc. of the 17 th World Congress The International Federation of Automatic Control*, Seoul, Korea, July 6—11, 2008, pp. 5383—5388.

11. **Abdulin R. Z., Anapolski L. Y., Kozlov R. I.** ed. *Metod vektornykh funktsii Lyapunova v teorii ustoichivosti* (Vektor Lyapunov Functions in Stability Theory), Moscow, World Federation Publishers Company, 1996, 394 p. (in Russian).

12. **Hassan K. Khalil.** Nonlinear Systems, Prentice Hall, 2002, 750 p.

УДК 681.5 DOI: 10.17587/mau.16.822-828

О. А. Тягунов, д-р техн. наук, проф., tyagunov@mirea.ru, **М. А. Теплов,** аспирант, maxim.teplov@gmail.com,
Московский государственный университет информационных технологий,
радиотехники и электроники (МИРЭА)

Об одной задаче формирования программных законов управления исполнительным уровнем автономных тяжелых МРТК

Рассматривается задача разработки программных законов управления исполнительного уровня автономных тяжелых мобильных робототехнических комплексов (МРТК). Использование методов ситуационного управления и формализации экспертных знаний позволило построить программные законы управления исполнительного уровня в форме согласованных между собой временных диаграмм изменения положения исполнительных органов МРТК в условиях неопределенности.

Ключевые слова: *мобильный робот, режимы автономного управления, ситуационное управление, исполнительный уровень, факторы неопределенности, экспертные системы*

Тяжелые мобильные машины гусеничного исполнения (ТГМ) являются важным классом подвижных наземных средств, предназначенных для решения различных задач. В начале 80...90-х годов XX века возникла проблема роботизации основных типов ТГМ. По мнению многих специалистов, создание на основе ТГМ тяжелых мобильных робототехнических комплексов (МРТК) позволит существенно повысить эффективность использования ТГМ различного назначения.

Следует заметить, что в большинстве зарубежных и отечественных разработок МРТК, как правило, используется дистанционный принцип управления, при котором перемещение в пространстве и реализация функциональных возможностей МРТК осуществляется с командного пункта специально обученными операторами по каналам связи (кабельным или беспроводным). К основному достоинству дистанционного принципа управления МРТК можно отнести сравнительно простую его реализацию при надежных каналах связи и высокой квалификации операторов. Из недостатков дистанционного управления можно отметить:

а) ограниченность радиуса действия МРТК;

б) необходимость непрерывного участия операторов в процессе управления как МРТК в целом, так и его отдельными подсистемами;

в) возможность использования для решения сравнительно несложных задач роботизации.

Поэтому в последнее время значительный интерес во всем мире проявляется к использованию в МРТК режима автономного управления, при котором определенная часть функций, выполняемых оператором командного пункта, может передаваться бортовой системе управления.

При этом в МРТК наряду с режимами дистанционного управления могут появляться режимы управления (этапы автономного управления), реализуемые средствами исключительно бортовой системы управления без непосредственного участия оператора командного пункта. Задаче построения основных законов управления исполнительным уровнем малых и средних автономных МРТК посвящено достаточно много работ, из которых можно отметить работы [1—6]. Однако полученные результаты практически неприменимы при построении законов управления исполнительным уровнем тяжелых автономных МРТК. В значительной мере это связано с тем, что для процесса движения этого класса МРТК характерно наличие факторов неопределенности (неточное знание моделей динамики МРТК, сложный характер взаимодействия движителя МРТК и поверхности перемещения и т. д.).

Следует заметить, что в работах авторов [7, 8] были рассмотрены постановки и получены решения задач определения структуры и параметров законов управления стабилизации скорости и курса тяжелых МРТК в режиме автономного управления, причем были использованы процедуры построения множества точек Парето в сечениях критериального пространства с последующим выбором компромиссных точек (процедуры многокритериального выбора параметров).

Данная статья посвящена задаче построения программных законов управления исполнительного уровня МРТК в режиме автономного перемещения в условиях действия факторов неопределенности.

1. Тяжелый МРТК как объект управления

МРТК как объект управления имеет ряд особенностей. Во-первых, МРТК — это сложная механическая система, состоящая из большого числа механически связанных подсистем (корпуса, двигателя, трансмиссии, подвески и т. д.) Во-вторых, движение МРТК часто происходит в условиях сложной, часто пересеченной местности, изобилующей различными препятствиями, подъемами и спусками, косогорами и оврагами. В-третьих, при движении МРТК возникают такие эффекты, как буксование и юз, связанные с деформацией грунта [9—11]. Как следствие, полные уравнения управляемого движения МРТК, описывающие динамику его движения в трехмерном пространстве с учетом сложного взаимодействия движителя МРТК с поверхностью перемещения, в условиях присутствия факторов

неопределенности получить в явном виде практически невозможно. Тем не менее, возможно построение упрощенных моделей динамики МРТК [13], удобных для создания алгоритмов управления отдельными режимами движения.

Основные органы управления МРТК

Несмотря на значительное разнообразие вариантов конструктивного исполнения, можно выделить следующие основные органы управления, используемые для управления движением МРТК:

1) педаль сцепления — для подключения/отключения двигателя от трансмиссии;

2) избиратель передачи — для изменения номера передачи;

3) рычаги поворотов — для выполнения поворотов МРТК;

4) тормоза — для торможения МРТК;

5) рейка топливного насоса — для регулирования скорости движения.

Сенсорные датчики, необходимые для управления исполнительным уровнем движения МРТК

Перечислим датчики, которые необходимы для отработки алгоритмов автономного перемещения: датчик пути, датчик скорости, датчик углового ускорения, датчик положения МРТК в пространстве, датчики дифферента и крена.

Особенности управления движением МРТК при использовании автономного режима

Система исполнительного уровня МРТК на автономном участке движения должна обеспечивать автоматическое выполнение базового набора команд (трогание, разгон, торможение, остановку, удержание (стабилизацию) заданных значений скорости, курса и, возможно, радиуса поворота) и отработку заданных траекторий движения (последовательностей из базового набора команд). Базовые команды — это фактически "кирпичики", из которых формируется заданная программа формирования траектории движения. В принципе ,перечень заданных траекторий движения может быть достаточно большим. Приведем некоторые наиболее типичные варианты:

1. Трогание + разгон + выход на заданную скорость прямолинейного движения и ее стабилизация + переход на следующую скорость движения + далее несколько этапов изменения скорости + торможение (остановка).

2. Трогание + разгон + выход на заданную скорость прямолинейного движения и ее стабилизация + поворот на заданный угол и его стабилизация при заданной скорости + выход на заданную скорость прямолинейного движения и ее стабилизация + поворот на новый угол с последующим прямолинейным движением + торможение (остановка).

При реализации автономного режима каждой базовой команде соответствует свой вариант совокупности согласованных действий (управляющих воздействий) на органы управления, зависящий как от текущего состояния МРТК, так и от типа и состояния грунта, по которому происходит перемещение МРТК. В частности, при реализации команды "трогание" используются различные управления в случаях трогания на подъеме, на спуске, в горизонтальном положении, а также на сыпучих или вязких грунтах.

Подавляющее число базовых команд практически реализуются как согласованные во времени программные воздействия на управляющие органы, за исключением двух команд ("стабилизация скорости" и "стабилизация курса"), при реализации которых используется принцип управления с обратной связью (задачи формирования этих команд рассмотрены в работах [7, 8]).

2. Разработка структуры основных законов управления программными режимами движения МРТК на основе использования ситуационного управления и формализации экспертных знаний

При разработке законов управления основными программными режимами движения МРТК будем использовать метод ситуационного управления [13] (*при этом отпадает необходимость в использовании математических моделей управляемого движения МРТК*) и экспертные данные о *допустимых законах программного управления МРТК*, базирующиеся на широко используемых на практике методиках обучения механиков-водителей ТГМ.

Мы выделяем *три этапа* решения этой задачи.

1. Этап формирования вербальной версии законов программного управления для базовых команд в различных ситуациях.

После знакомства с особенностями построения аппаратных средств ТГМ и принципов работы основных исполнительных органов обучаемый (механик-водитель) приступает к изучению основных правил управления исполнительными органами с последующим приобретением практических навыков работы на соответствующих тренажерах и на самой ТГМ. Основные правила управления исполнительными органами ТГМ, как известно, состоят в реализации согласованных между собой временных диаграмм изменения положения исполнительных органов для каждого режима движения в различных условиях (тип и состояние грунта, начальное положение (покой или движение), профиль движения и т. д.). Правила управления движением рассматриваются в наставлениях и учебных пособиях [14]. Рассмотрим в соответствии с работой [14] правила управления для реализации режима трогания (начала движения) ТГМ в различных условиях. Например, если трогание ТГМ происходит на *горизонтальном* участке, то правила имеют следующий вид: "Для трогания ТГМ с места на ровном участке нужно отпустить педаль тормоза, выжать педаль главного фрикциона, выждать 2...3 с и вклю-

чить выбранную передачу и далее отпустить педаль главного фрикциона, одновременно по мере нарастания нагрузки увеличивая подачу топлива". В частности, в случае "тяжелого" грунта выбирается замедленная передача, а в случае более "легких" — более скоростные передачи.

Если же движение ТГМ начинается на *подъеме*, то модифицированная версия правила имеет вид: "Для трогания с места ТГМ на подъеме нужно, нажав на педаль тормоза, снять ее с защелки, но не отпускать, затем выжать педаль главного фрикциона, включить низшую передачу, отпустить педаль тормоза и, отпустив педаль главного фрикциона, включить его и, одновременно увеличивая подачу топлива, дождаться начала движения ТГМ, не допуская скатывания ее назад".

Для трогания ТГМ на *спуске* справедлива следующая версия правила: "Для трогания ТГМ с места на спуске нужно, нажав на педаль тормоза, снять ее с защелки, но не отпускать, затем выжать педаль главного фрикциона, включить передачу и, отпустив педаль главного фрикциона, включить его, одновременно растормаживая ТГМ, т. е. отпуская педаль тормоза. При этом движение педали главного фрикциона должно несколько опережать движение педали тормоза".

Представленные вербальные версии правил согласованного управления исполнительными органами МРТК для режима трогания МРТК соответствуют вариантам ситуации, характеризующей профиль движения "горизонтальное движение", "подъем" и "спуск" без учета других факторов неопределенности. Для других вариантов ситуаций (*типы грунтов* (твердые, связные, сыпучие), *климатические условия* (сухой или влажный грунт)) описанные выше правила управления исполнительными органами в соответствии с опытом водителей-механиков и наставлениями могут быть модифицированы.

Заметим, что и для всех остальных программных режимов движения (переключение коробки передачи, поворот на заданный угол и т. д.) могут (и должны) быть составлены вербальные версии правил согласованного управления исполнительными органами МРТК, которые, по сути, являются совокупностью экспертных знаний и могут быть использованы при построении системы управления исполнительным уровнем МРТК.

2. Этап формирования по данным пункта 1 графических версий совокупности временных диаграмм изменения состояния управляющих органов МРТК с последующим построением математических моделей.

Представленные в п. 1 экспертные знания записаны в вербальной (описательной) форме, и поэтому возникает необходимость в построении формализованных версий представленных правил управления движением МРТК.

Общие вопросы построения формализованных моделей управления в интеллектуальных системах рассматривались в различных публикациях [15, 16 и т. д.]. При построении формализованных моделей управления движением МРТК для нас будет удобно пойти по пути формирования совокупностей кусочно-гладких функций (временных диаграмм) изменения состояния каждого из управляющих органов МРТК, согласованных между собой по времени. *Это позволит в дальнейшем для каждой складывающейся ситуации построить оптимальную (квазиоптимальную) совокупность согласованных во времени диаграмм изменения положения управляющих органов.*

На рис. 1—3 приведены варианты временных диаграмм исполнительных органов МРТК для режима трогания для трех вариантов профиля движения ("горизонтальное движение", "подъем" и "спуск"), составленные в соответствии с описанными выше "экспертными знаниями". В частности, "для горизонтального (ровное место) профиля" (рис. 1) последовательно происходит снятие с тормоза (кривая *2*, момент времени t_0) и выжимание (выключение) главного фрикциона (кривая *1*, момент времени t_1) с последующим включением номера передачи (кривая *4*, момент времени t_2), а затем практически одновременно происходит отпускание (включение) главного фрикциона (момент времени t_3) и увеличение подачи топлива ("газа", кривая *3*, момент времени t_4).

Для случая трогания на "подъеме" (рис. 2) характерно выжимание (выключение) главного фрик-

Рис. 1. Программные законы изменения исполнительных органов МРТК при трогании на горизонтальном участке (*1* — сцепление, *2* — тормоз, *3* — газ, *4* — номер передачи)

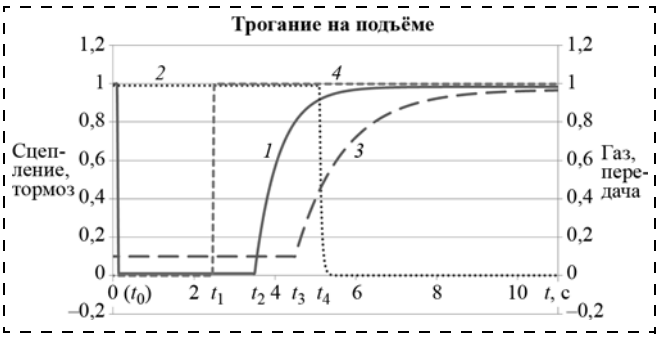


Рис. 2. Программные законы изменения исполнительных органов МРТК при трогании на подъеме (*1* — сцепление, *2* — тормоз, *3* — газ, *4* — номер передачи)

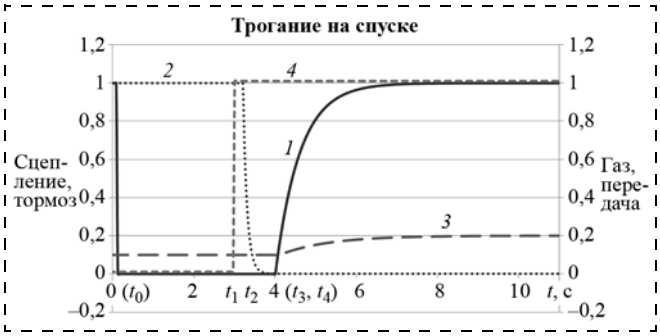


Рис. 3. Программные законы изменения исполнительных органов МРТК при трогании на спуске (*1* — сцепление, *2* — тормоз, *3* — газ, *4* — номер передачи)

циона (кривая *1*, момент времени t_0) с последующим включением пониженного номера передачи (кривая *4*, момент времени t_1), а снятие с тормоза (кривая *2*, момент времени t_4) наступает лишь после отпускания (включения) главного фрикциона (момент времени t_2) и увеличения подачи топлива ("газа", кривая *3*, момент времени t_3), что обеспечивает предотвращение скатывания МРТК.

При трогании на "спуске" (рис. 3) происходит выжимание (выключение) главного фрикциона (кривая *1*, момент времени t_0), далее выбирается номер передачи (кривая *4*, момент времени t_1), с последующим растормаживанием (кривая *2*, момент времени t_2), при этом может подаваться ограниченное количество топлива ("газа", кривая *3*, момент времени t_3). Для случая крутого "спуска" для предотвращения скатывания МРТК могут включаться режимы подтормаживания.

Следует заметить, что *в процессе построения кривых чрезвычайно важно не нарушать основные экспертные знания*, например, снимать тормоз лишь после включения главного фрикциона и увеличения подачи "газа" при трогании на подъеме и т. д. Форма отрезков кривых определяется чисто качественно, удовлетворяя естественным ограничениям (кусочная гладкость, условия возрастания, убывания, постоянство и т. д.).

Математические модели программных законов управления исполнительного уровня МРТК, представленных в виде согласованных временных диаграмм, удобно представлять в виде совокупности кубических сплайн-функций, позволяющих добиться хорошей точности приближения отрезков временных диаграмм. Технологии построения кубических сплайн-функций разработаны достаточно хорошо [19], поэтому мы не будем останавливаться на этом.

Авторами разработаны формализованные версии "экспертных знаний" в виде согласованных временных диаграмм изменения положения исполнительных органов МРТК для всех вариантов типовых команд движения для всех складывающихся ситуаций.

3. Этап разработки структурной схемы многорежимного программатора.

Рассмотрим задачу разработки структурной схемы устройства, позволяющего формировать программные законы управления для исполнительной подсистемы МРТК, при этом воспользуемся *концепцией многорежимного регулятора*, предложенной в работе [20] и позволяющей определить структуру регулятора для системы управления объекта, функционирующего в условиях конечного числа *динамических ситуаций*. В нашем случае будем говорить об *использовании многорежимного программатора,* позволяющего для каждой из базовых команд и соответствующих им динамических ситуаций выбрать необходимый программный закон управления исполнительными органами, а именно, согласованную совокупность временных диаграмм изменения во времени исполнительных органов (задающие воздействия).

Как и в работе [20], динамическая ситуация, соответствующая заданной базовой команде, определяется вектором состояния объекта управления (МРТК) и физическими характеристиками грунта, по которому перемещается МРТК. Тогда по данным этапов *1* и *2* данной базовой команде в сложившейся динамической ситуации будет соответствовать совокупность согласованных временных диаграмм, которые можно использовать как задающие воздействия на исполнительные подсистемы, обеспечивающие реализацию выбранной базовой команды. Структура многорежимного программатора, реализующая предложенную схему формирования программных законов управления исполнительной подсистемы МРТК, приведена на рис. 4. В состав программатора входит цепочка из *n* программ, соответствующих заданной базовой команде с *n* возможными динамическими ситуациями, и контроллер режимов, анализирующий текущую динамическую ситуацию и включающий в зависимости от этого соответствующую этому режиму программу задающих воздействий на исполнительную подсистему.

В частности, функциональная схема многорежимного программатора, соответствующая базовой команде "трогание", приведена на рис. 5. В данном

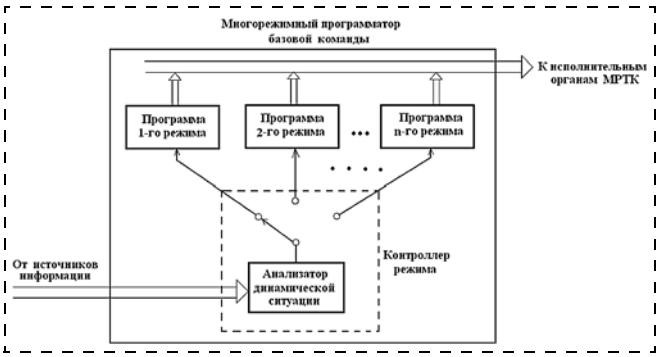


Рис. 4. Функциональная схема многорежимного программатора для базовых команд исполнительного уровня МРТК

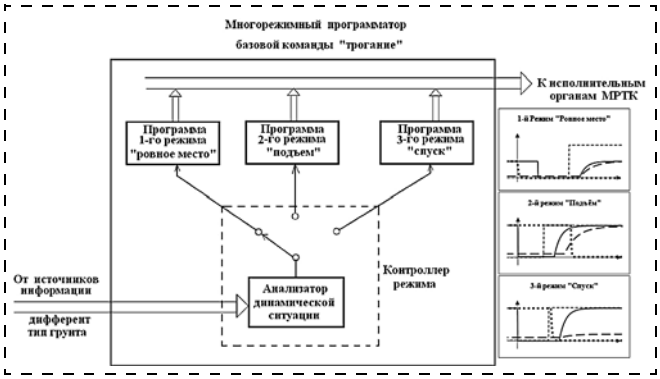


Рис. 5. Функциональная схема многорежимного программатора для базовой команды "трогание" исполнительного уровня МРТК

случае мы имеет дело с тремя динамическими ситуациями, определяемыми лишь профилем движения ("ровное место", "подъем" и "спуск") и состоянием покоя МРТК без учета физических свойств грунта и тремя соответствующими им программными законами воздействия на исполнительные органы МРТК. В качестве источника информации о сложившейся динамической ситуации используются показания от датчика дифферента.

3. Вычислительные эксперименты для проверки предложенного подхода к формированию программных законов управления исполнительного уровня МРТК

Для проверки эффективности предложенного подхода к построению программных законов управления исполнительного уровня автономных тяжелых МРТК, основанных на использовании метода ситуационного управления и интеллектуальных технологий, были выполнены многочисленные вычислительные эксперименты, основанные на использовании возможностей программных систем DynSoft ROBSIM 5 [17] и "Универсальный механизм" [18].

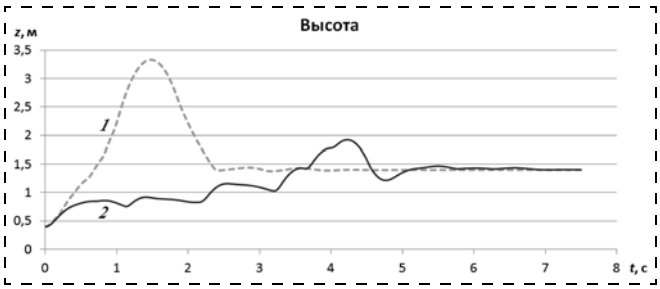


Рис. 6. Графики изменения высоты центра масс МРТК при преодолении эскарпа для двух способов управления (*1* — неоптимальное преодоление эскарпа, *2* — оптимальное преодоление эскарпа)

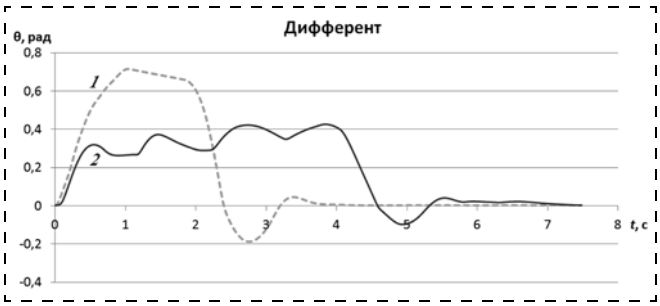


Рис. 7. Графики изменения дифферента МРТК при преодолении эскарпа для двух способов управления (*1* — неоптимальное преодоление эскарпа, *2* — оптимальное преодоление эскарпа)

Для примера приведем результаты экспериментов, связанных с реализацией программных режимов движения МРТК для различных способов (*допустимого* и *нежелательного*) преодоления автономным тяжелым МРТК препятствия типа "эскарп" (вертикальная стенка).

В *первом случае* МРТК преодолевает (переезжает) эскарп *без снижения скорости* ($V = 2$ м/с). В соответствии с наставлениями по обучению механиков-водителей тяжелых МРТК [14] этот способ преодоления эскарпа *нежелателен*, поскольку на практике может привести к повреждению корпуса и поломке механизмов трансмиссии МРТК (*неоптимальное преодоление эскарпа*).

Во *втором случае* МРТК преодолевает эскарп в соответствии с рекомендациями наставлений, а именно, по мере приближения к эскарпу скорость МРТК снижается практически до нулевой. Далее, после касания с препятствием скорость начинает постепенно увеличиваться, и МРТК плавно преодолевает препятствие (*оптимальное преодоление эскарпа*).

Результаты моделирования приведены на рис. 6, 7, где представлены графики изменения высоты центра масс (рис. 6) и дифферента (рис. 7) для двух вариантов способа преодоления эскарпа (кривая *1* — неоптимальное преодоление эскарпа, кривая *2* — оптимальное преодоление эскарпа).

Из результатов моделирования следует, что МРТК "подскакивает" при преодолении эскарпа на ненулевой скорости, что может быть опасно для механизмов трансмиссии. В целом, это подтверждает справедливость экспертных заключений о нецелесообразности использования описанного способа преодоления препятствия.

Заключение

На основе использования методов ситуационного управления и формализации экспертных знаний по управлению ТГМ были разработаны программные законы управления исполнительным уровнем МРТК в форме согласованных между собой временных диаграмм изменения положения исполнительных органов МРТК в условиях основных факторов неопределенности, влияющих на процесс его перемещения. Полученные результаты могут быть использованы при разработке систем управления автономных МРТК нового поколения, в частности, при создании систем управления исполнительного уровня, основанных на использовании современных интеллектуальных технологий, существенно расширяющих возможности МРТК.

Следует также заметить, что представленные в работе результаты позволяют сформулировать и решить проблему оптимизации программных режимов управления МРТК в условиях неопределенности с использованием робастного принципа максимума [21].

Авторы выражает искреннюю благодарность д. т. н., проф. Лохину В. М., д. т. н., проф. Манько С. В. и д. т. н., проф. Романову М. П. за внимание и поддержку выполненных исследований.

Список литературы

1. **Бурдаков С. Ф., Мирошник И. В., Стельмаков Р. Э.** Системы управления движением колесных роботов. СПб.: Наука, 2001. 227 с.
2. **Мартыненко Ю. Г.** Управление движением мобильных колесных роботов // Фундаментальная и прикладная математика. 2005. Т. 11. Вып. 8. С. 29—80.
3. **Емельянов С. Н., Платонов А. К., Ярошевский В. С.** Система управления полноприводного трехколесного движителя // Мобильные роботы и мехатронные системы. М.: Изд-во МГУ, 2000. С. 89—99.
4. **Ploeg J., Vissers John P. M., Nijmeijer H.** Control design for an overactuated wheeled mobile robot // 4th IFAC Symposium on Mechatronics Systems. Eds. IFAC, Heidelberg, Germany, 2006. P. 127—132.
5. **Braunl T.** Embedded robotics: mobile robot design and applications, Springer Verlag, 2006, 210 p.
6. **Calisia D., Iocchi L., Nardia D., Scalzoa C. M., Ziparoa V. A.** Context-based design of robotic systems // Robotics and Autonomous Systems. 2008. Vol. 56, N. 11. P. 992—1003.
7. **Тягунов О. А., Теплов М. А.** Настройка типовых регуляторов для стабилизации скорости движения мобильного робототехнического комплекса с использованием технологии построения Парето-оптимальных решений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 4. С. 19—25.
8. **Тягунов О. А., Теплов М. А.** Парето-оптимальная настройка типовых регуляторов в системе стабилизации курса мобильного робототехнического комплекса // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 9. С. 23—29.
9. **Bekker M. G.** Introduction to Terrain-Vehicle Systems. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1969. 566 p.
10. **Wong J. Y.** Theory of ground vehicle. N.Y.: John Wiley, 1978. 232 p.
11. **Wong J. Y.** Terramechanics and off-road vehicle engineering. L: Elsevier, 2010. 468 p.
12. **Забавников Н. А.** Основы теории транспортных гусеничных машин. М.: Машиностроение, 1975. 448 с.
13. **Поспелов Д. А.** Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986. 268 с.
14. **Катунский А. М.** Вождение танков. М.: Воениздат, 1976. 176 с.
15. **Кондрашина Е. Ю., Литвинцева Л. В., Поспелов Д. А.** Представление знаний о времени и пространстве в интеллектуальных системах. М.: Наука, Физматлит. 1989. 328 с.
16. **Приобретение** знаний: Пер. с япон. / Под ред. С. Осуги, Ю. Саэки. М.: Мир, 1990. 304 с.
17. URL: www.robsim.dynsoft.ru.
18. URL: www.umlab.ru.
19. **Alberg J. H., Nilson E. H., Walsh J. L.** The theory of splines and their applications N.Y. Lon.: Academic Press, 1967. 316 p.
20. **Солодовников В. В., Филимонов Н. Б.** Динамическое качество систем автоматического управления. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1987. 84 с.
21. **Boltyanski V. G., Poznyak A. S.** The robust maximum principle. Birkhauser, 2012. 455 p.

A Problem of the Software Implementation of the Execution Level Control Actions of a Heavy Autonomous Mobile Robot

O. A. Tyagunov, tyagunov@mirea.ru✉, **M. A. Teplov,** maxim.teplov@gmail.com,
Moscow State University of Information Technology, Radio Engineering and Electronics (MIREA),
Moscow, 119454, Russian Federation

Corresponding author: **Tyagunov Oleg A.,** D. Sc., Professor, Moscow State University of Information Technology, Radio Engineering and Electronics (MIREA), Moscow, 119454, Russian Federation, e-mail: tyagunov@mirea.ru

Received on August 03, 2015
Accepted on August 24, 2015

Heavy vehicles are an important class of the multi-purpose mobile ground vehicles. According to an expert opinion, development of the heavy mobile robots (mobots) based on HTVs will boost the efficiency of different purpose HTVs. It should be underlined that most of the domestic and foreign mobot solutions are usually based on a remote control, when a specially trained expert uses a cable or wireless liaison to control a mobot's spatial motion and other functionalities from a control station. Thus, the individual control method, in which certain functions of a Control station operator can be delegated to the onboard control system, is nowadays of huge interest worldwide. For this reason, within a mobot, besides the remote control modes, the individual control modes can be implemented, which are carried out by the onboard control system only, without any direct involvement of a control station operator. That means formalization of the expert knowledge acquired by human crew members in the form of a set of time diagrams of the operating members' configuration. There are many works dedicated to development of the executive level control actions of small and medium autonomous mobots. However, the achieved results are almost inapplicable for development of the executive level controls for the heavy autonomous mobots. To a great extent this is due to the fact that there are many uncertainties concerning the movement process of the mobots of the aforesaid class. Such uncertainties include imperfect dynamics model of the mobot, complexity of interaction between the robot's running gear and the movement surface, etc. This article is dedicated to the software of the mobot execution level control actions in the standalone mode. Employment of the methods of the situation control and formalization of the expert knowledge made it possible to implement the software for the execution level control actions in the form of a set of coherent time diagrams showing variation of the operating members' configuration in the conditions of uncertainties.

Keywords: *mobile robot, individual control modes, situation control, uncertainties, expert systems*

For citation:

Tyagunov O. A., Teplov M. A. A Problem of the Software Implementation of the Execution Level Control Actions of a Heavy Autonomous Mobile Robot, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 12, pp. 822—828.

DOI: 10.17587/mau/16.822-828

References

1. **Burdakov S. F., Miroshnik I. V., Stel'makov P. E.** *Sistemy upravleniya dvizheniem kolesnykh robotov* (Wheeled Robots' Motion Control System), Saint Petersburg, Nauka, 2001, 227 p. (in Russian).
2. **Martynenko Yu. G.** *Upravlenie dvizheniem mobil'nykh kolesnykh robotov* (Wheeled Mobile Robots Motion Control), Fundamental'naya i prikladnaya matematika, 2005, vol. 11, no. 8, pp. 29—80 (in Russian).
3. **Emel'yanov S. N., Platonov A. K., Yaroshevskii V. S.** *Sistema upravleniya polnoprivodnogo trekhkolesnogo dvizhitelya, Mobil'nye roboty i mekhatronnye sistemy* (All-Three-Wheel-Drive Locomotor Control System, Mobile Robots and Mechatronics Systems), Moscow, Izdatel'svo MGU, 2000, pp. 89—99 (in Russian).
4. **Ploeg J., Vissers John P. M., Nijmeijer H.** Control design for an overactuated wheeled mobile robot, *4th IFAC Symposium on Mechatronics Systems.* Eds. IFAC, Heidelberg, Germany, 2006, pp. 127—132.
5. **Braunl T.** Embedded robotics: mobile robot design and applications, Springer Verlag, 2006, 210 p.
6. **Calisia D., locchi L., Nardia D., Scalzoa C. M., Ziparoa V. A.** Context-based design of robotic systems, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 56, No. 11, 2008, pp. 992—1003.
7. **Tyagunov O. A., Teplov M. A.** *Nastroika tipovykh pegulyatorov dlya stabilizatsii skorosti dvizheniya mobil'nogo robototekhnicheskogo kompleksa s ispol'zovaniem tekhnologii postroeniya Paretooptimal'nykh reshenii* (Adjustment of the Typical Regulators in the Speed Stabilization System of the Mobile Robotic Complex Using Pareto-Optimization Solutions), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 4, pp. 19—25 (in Russian)
8. **Tyagunov O. A., Teplov M. A.** *Pareto-optimal'naya nas troika tipovykh pegulyatorov v sisteme stabilizatsii kursa mobil'nogo robototekhnicheskogo kompleksa* (Pareto-Optimal Adjustment of the Typical Regulators in the Azimuth Stabilization System of the Mobile Robotic Complex), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 9, pp. 23—29 (in Russian).
9. **Bekker M. G.** Introduction to Terrain-Vehicle Systems, University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1969, 566 p.
10. **Wong J. Y.** Theory of ground vehicle, N.Y., John Wiley, 1978, 232 p.
11. **Wong J. Y.** Terramechanics and off-road vehicle engineering, Elsevier, 2010, 468 p.
12. **Zabavnikov N. A.** *Osnovy teorii transportnykh gusenichnykh mashin* (Fundamentals of Theory of Transport Tracked Vehicles), Moscow, Mashinostroenie, 1975, 448 p. (in Russian)
13. **Pospelov D. A.** *Situatsionnoe upravlenie: teoriya i praktika* (Situational Control: Theory and Practice), Moscow, Nauka, 1986, 228 p. (in Russian)
14. **Katunskii A. M.** *Vozhdenie tankov* (Tank Driving), Moscow, Voenizdat, 1976, 176 p. (in Russian)
15. **Kondrashina E. Yu., Litvintseva L. V., Pospelov D. A.** *Predstavlenie znanii o vremeni i prostranstve v intellektual'nykh sistemakh* (Representation of knowledge on time and space in intellectual systems), Moscow, Nauka, Fizmatlit, 1989, 328 p. (in Russian).
16. **Osugi S., Saeki Yu. ed.** *Priobretenie znanii* (Knowledge Acquisition. Trans. from Jap. Ed. by S. Osuga, Y. Saeki), Moscow, Mir, 1990, 304 p. (in Russian).
17. **Available** at: www.robsim.dynsoft.ru.
18. **Available** at: www.umlab.ru.
19. **Alberg J. H., Nilson E. H., Walsh J. L.** The theory of splines and their applications, N.Y. Lon., Academic Press, 1967, 316 p.
20. **Solodovnikov V. V., Filimonov N. B.** *Dinamicheskoe kachestvo sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* (The dynamic quality of automatic control systems), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Baumana, 1987, 84 p. (in Russian)
21. **Boltyanski V. G., Poznyak A. S.** The robust maximum principle, Birkhauser, 2012, 455 p.

УДК 531.3 DOI: 10.17587/mau.16.828-835

А. В. Борисов, канд. техн. наук, доц., BorisowAndrej@yandex.ru,
Филиал ФГБОУ ВПО НИУ "МЭИ" в г. Смоленске

Автоматизация разработки трехмерных моделей экзоскелетов со звеньями переменной длины[1]

Рассматриваются трехмерные модели экзоскелетов со звеньями переменной длины. На основании анализа уравнений для стержневых механических систем с различным числом звеньев строится обобщение уравнений движения экзоскелетов в векторно-матричном виде. Выводятся формулы для элементов каждой матрицы, входящей в уравнения. В результате становится возможным автоматизированно записывать уравнения движения для стержневых n-звенных систем типа трехмерной модели экзоскелета, минуя этап их составления, в чем и заключается новизна исследования.

Ключевые слова: *уравнения движения, изменение длины звена, матрица, механическая стержневая система, экзоскелет, антропоморфный робот, протез, опорно-двигательный аппарат человека, трехмерное пространство*

Введение

При исследовании сложных механических систем с большим числом степеней свободы составление дифференциальных уравнений движения представляет значительные трудности. Для стержневых систем с шарнирами, к которым относятся экзоскелеты и антропоморфные роботы, состоящих из длинных кинематических цепей, применение уравнений Лагранжа второго рода приводит к практически экспоненциальному росту объема вычислений, необходимых для записи дифференциальных уравнений движения, в зависимости от числа звеньев [1]. Для решения подобных задач необходимо создавать методы и алгоритмы компьютерно-ориентированного автоматического синтеза уравнений движения механических систем [2]. Алгоритмизации составления математических моделей с помощью компьютера посвящено много работ [1—4 и др.].

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-01-97512 р_центр_а).

В данной работе рассматривается специальный класс экзоскелетов, антропоморфных и манипуляционных роботов со звеньями переменной длины. Все они могут быть описаны в рамках одной модели с незначительными изменениями. Предлагается новый эффективный автоматизированный метод моделирования и компьютерной записи дифференциальных уравнений движения на основании обобщения матриц коэффициентов и рекуррентных алгоритмов для пространственной модели стержневой механической системы антропоморфного типа.

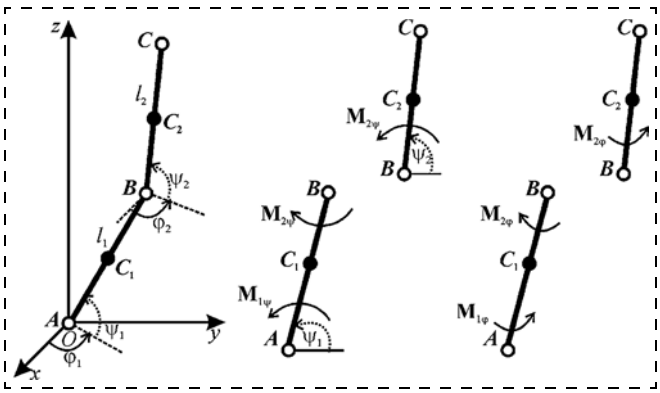
В работе [5] была предложена модель автоматизации составления дифференциальных уравнений движения экзоскелета. Однако рассмотренная модель была двумерной, и движение описывалось на плоскости. В научной литературе также имеются обширные исследования двумерных моделей антропоморфных роботов и экзоскелетов [6—10 и др.]. Они имеют важное теоретическое значение, но не могут быть применены непосредственно на практике. Необходимы трехмерные модели, которые можно практически реализовать.

Данная статья является продолжением вышеуказанной работы [5], но для случая трехмерной модели. Простой переносимости результатов двумерной модели не получается, поэтому работа представляет самостоятельное направление в исследовании стержневых систем.

Стержневыми системами можно моделировать антропоморфные роботы, экзоскелеты, элементы протезов, производственные манипуляторы. В настоящее время большинство предлагаемых моделей имеют абсолютно твердые звенья, которые не соответствуют реальности, особенно опорно-двигательному аппарату человека. Поэтому необходимы модели, учитывающие изменения длин звеньев механической системы.

1. Описание математической модели

Двухмерные модели с деформируемыми звеньями были исследованы ранее в работе [5]. Опираясь на полученные ранее результаты и отработанные методы, составим уравнения движения для трехмерной модели.



Модель трехмерной механической системы типа экзоскелета с двумя подвижными звеньями переменной длины

Рассмотрим двухзвенную механическую систему в пространстве (см. рисунок).

Положения центров масс звеньев определяются для каждого звена двумя углами — φ_i ($i = 1, 2$), отсчитываемыми от оси Ox против часовой стрелки до проекции звена l_i ($i = 1, 2$) на плоскость xOy; ψ_i ($i = 1, 2$), отсчитываемыми от проекции звена l_i ($i = 1, 2$) на плоскость xOy против часовой стрелки, — и изменением длины звена l_i ($i = 1, 2$). Эти параметры считаем функциями времени: $\varphi_i = \varphi_i(t)$, $\psi_i = \psi_i(t)$, $l_i = l_i(t)$, ($i = 1, 2$). Следовательно, модель имеет шесть параметров, однозначно определяющих ее положение.

Координаты центра масс первого звена записываются следующим образом:

$$x_{C1} = l_1 n_1 \cos\psi_1 \cos\varphi_1,\ y_{C1} = l_1 n_1 \cos\psi_1 \sin\varphi_1,$$
$$z_{C1} = l_1 n_1 \sin\psi_1. \qquad (1)$$

Координаты центра масс второго звена имеют вид:

$$x_{C2} = l_1 \cos\psi_1 \cos\varphi_1 + l_2 n_2 \cos\psi_2 \cos\varphi_2,$$
$$y_{C2} = l_1 \cos\psi_1 \sin\varphi_1 + l_2 n_2 \cos\psi_2 \sin\varphi_2,$$
$$z_{C2} = l_1 \sin\psi_1 + l_2 n_2 \sin\psi_2. \qquad (2)$$

Составляя уравнения аналогично двухмерному случаю [5] с использованием формализма Лагранжа, получаем следующие уравнения движения:

$$\begin{gathered}
(I_{1x} + l_1^2(m_2 + m_1 n_1^2)\cos^2\psi_1)\ddot{\varphi}_1 + \\
+ l_1 l_2 m_2 n_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1 \cos\psi_2 \ddot{\varphi}_2 + \\
+ l_1 l_2 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1 \sin\psi_2 \ddot{\psi}_2 - \\
- l_1 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1 \cos\psi_2 \ddot{l}_1 + \\
+ l_1 l_2 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1 \cos\psi_2 \dot{\varphi}_2^2 + \\
+ l_1 l_2 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1 \cos\psi_2 \dot{\psi}_2^2 + \\
+ 2 l_1 (m_2 + m_1 n_1^2)\cos^2\psi_1 \dot{l}_1 \dot{\varphi}_1 + \\
+ 2 l_1 m_2 n_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1 \cos\psi_2 \dot{l}_2 \dot{\varphi}_2 - \\
- 2 l_1^2 (m_2 + m_1 n_1^2)\cos\psi_1 \sin\psi_1 \dot{\varphi}_1 \dot{\psi}_1 - \\
- 2 l_1 l_2 m_2 n_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1 \sin\psi_2 \dot{\varphi}_2 \dot{\psi}_2 + \\
+ 2 l_1 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1 \sin\psi_2 \dot{l}_2 \dot{\psi}_2 = M_{1\varphi} - M_{2\varphi}; \qquad (3) \\
- l_1 l_2 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1 \cos\psi_2 \ddot{\varphi}_2 + \\
+ (I_{1y} + l_1^2(m_2 + m_1 n_1^2))\ddot{\psi}_1 + \\
+ l_1 l_2 m_2 n_2 (\cos\psi_1 \cos\psi_2 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1 \sin\psi_2)\ddot{\psi}_2 - \\
- l_1 m_2 n_2 (\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1 \cos\psi_2 - \cos\psi_1 \sin\psi_2)\ddot{l}_2 + \\
+ l_1^2 (m_2 + m_1 n_1^2)\cos\psi_1 \sin\psi_1 \dot{\varphi}_1^2 + \\
+ l_1 l_2 m_2 n_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1 \cos\psi_2 \dot{\varphi}_2^2 + \\
+ l_1 l_2 m_2 n_2 (\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1 \cos\psi_2 - \cos\psi_1 \sin\psi_2)\dot{\psi}_2^2 - \\
- 2 l_1 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1 \cos\psi_2 i_2 \dot{\varphi}_2 +
\end{gathered}$$

$$+ 2l_1l_2m_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1\sin\psi_2\dot\varphi_2\,\dot\psi_2 +$$
$$+ 2l_1(m_2 + m_1n_1^2))\dot l_1\,\dot\psi_1 +$$
$$+2l_1m_2n_2(\cos\psi_1\cos\psi_2 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1\sin\psi_2)\dot l_2\,\dot\psi_2 +$$
$$+ gl_1(m_2 + m_1n_1)\cos\psi_1 = M_{1\psi} - M_{2\psi}; \quad (4)$$

$$l_1l_2m_2n_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2\ddot\varphi_1 +$$
$$+ (I_{2x} + l_2^2m_2n_2^2\cos^2\psi_2)\ddot\varphi_2 -$$
$$- l_1l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1\cos\psi_2\ddot\psi_1 +$$
$$+ l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2\ddot l_1 -$$
$$- l_1l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2\dot\varphi_1^2 -$$
$$- l_1l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2\dot\psi_1^2 +$$
$$+ 2l_2m_2n_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_2\cos\psi_1\dot l_1\,\dot\varphi_1 +$$
$$+ 2l_2m_2n_2^2\cos^2\psi_2\dot l_2\,\dot\varphi_2 - 2l_1l_2m_2n_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \times$$
$$\times \cos\psi_2\sin\psi_1\dot\varphi_1\,\dot\psi_1 - 2l_2^2m_2n_2^2\cos\psi_2\sin\psi_2\dot\varphi_2\,\dot\psi_2 -$$
$$- 2l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_2\sin\psi_1\dot l_1\,\dot\psi_1 = M_{2\varphi}; \quad (5)$$

$$l_1l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_2\cos\psi_1\ddot\varphi_1 +$$
$$+ l_1l_2m_2n_2(\cos\psi_1\cos\psi_2 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1\sin\psi_2)\ddot\psi_1 +$$
$$+ (I_{2y} + l_2^2m_2n_2^2)\ddot\psi_2 + l_2m_2n_2(\sin\psi_1\cos\psi_2 -$$
$$- \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\sin\psi_2)\ddot l_1 + l_1l_2m_2n_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \times$$
$$\times \sin\psi_2\cos\psi_1\dot\varphi_1^2 + l_2^2m_2n_2^2\sin\psi_2\cos\psi_2\dot\varphi_2^2 +$$
$$+ l_1l_2m_2n_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\sin\psi_2 - \cos\psi_2\sin\psi_1)\dot\psi_1^2 +$$
$$+ 2l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_2\cos\psi_1\dot l_1\,\dot\varphi_1 -$$
$$- 2l_1l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_2\sin\psi_1\dot\varphi_1\,\dot\psi_1 +$$
$$+ 2l_2m_2n_2(\cos\psi_1\cos\psi_2 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1\sin\psi_2)\dot l_1\,\dot\psi_1 +$$
$$+ 2l_2m_2n_2^2\dot l_2\,\dot\psi_2 + gl_2m_2n_2\cos\psi_2 = M_{2\psi}; \quad (6)$$

$$l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2\ddot\varphi_2 +$$
$$+ l_2m_2n_2(\sin\psi_1\cos\psi_2 - \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\sin\psi_2)\ddot\psi_2 +$$
$$+ (m_2 + m_1n_1^2)\ddot l_1 + m_2n_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2 +$$
$$+ \sin\psi_1\sin\psi_2)\ddot l_2 - l_1(m_2 + m_1n_1^2)\cos^2\psi_1\dot\varphi_1^2 -$$
$$- l_2m_2n_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2\dot\varphi_2^2 -$$
$$- l_1(m_2 + m_1n_1^2)\dot\psi_1^2 - l_2m_2n_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \times$$
$$\times \cos\psi_1\cos\psi_2 + \sin\psi_1\sin\psi_2)\dot\psi_2^2 + 2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2) \times$$
$$\times \cos\psi_1\cos\psi_2\dot l_2\,\dot\varphi_2 - 2l_2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2) \times$$
$$\times \cos\psi_1\sin\psi_2\dot\varphi_2\dot\psi_2 + 2m_2n_2(\sin\psi_1\cos\psi_2 - \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \times$$
$$\times \cos\psi_1\sin\psi_2)\dot l_2\,\dot\psi_2 + g(m_2 + m_1n_1)\sin\psi_1 = -k_1\Delta l_1; \quad (7)$$

$$-l_1m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2\ddot\varphi_1 -$$
$$- l_1m_2n_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_2\sin\psi_1 - \cos\psi_1\sin\psi_2)\ddot\psi_1 +$$
$$+ m_2n_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2 + \sin\psi_1\sin\psi_2)\ddot l_1 +$$
$$+ m_2n_2^2\ddot l_1 - l_1m_2n_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2\dot\varphi_1^2 -$$
$$- l_2m_2n_2^2\cos^2\psi_2\dot\varphi_2^2 - l_1m_2n_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2 +$$
$$+ \sin\psi_1\sin\psi_2)\dot\psi_1^2 - l_2m_2n_2^2\dot\psi_2^2 - 2m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2) \times$$
$$\times \cos\psi_2\cos\psi_1\dot l_1\,\dot\varphi_1 + 2l_1m_2n_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2) \times$$
$$\times \cos\psi_2\sin\psi_1\dot\varphi_1\,\dot\psi_1 - 2m_2n_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\sin\psi_1\cos\psi_2 -$$
$$- \cos\psi_1\sin\psi_2)\dot l_1\,\dot\psi_1 + gm_2n_2\sin\psi_2 = -k_2\Delta l_2. \quad (8)$$

В результате записаны уравнения движения для двухзвенной стержневой механической системы в трехмерном пространстве.

В результате анализа видно, что уравнения движения в трехмерном пространстве стержневой механической системы с деформируемыми звеньями представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений вектора угловых переменных, которые можно записать в матричной форме. Индексы у матриц указывают на описание соответствующей обобщенной координаты. Уравнения, описывающие изменение угла φ в матричной форме, имеют вид:

$$A_\varphi(\varphi, \psi, l)\ddot\varphi + B_\varphi(\varphi, \psi, l)\ddot\psi + C_\varphi(\varphi, \psi, l)\ddot l +$$
$$+ D_\varphi(\varphi, \psi, l)\dot\varphi^2 + E_\varphi(\varphi, \psi, l)\dot\psi^2 + 2F_\varphi(\varphi, \psi, l)(\dot l\,\dot\varphi) +$$
$$+ 2G_\varphi(\varphi, \psi, l)(\dot\varphi\,\dot\psi) + 2H_\varphi(\varphi, \psi, l)(\dot l\,\dot\psi) =$$
$$= M_\varphi(\varphi, \psi, l). \quad (9)$$

Уравнения, описывающие изменение угла ψ:

$$A_\psi(\varphi, \psi, l)\ddot\varphi + B_\psi(\varphi, \psi, l)\ddot\psi + C_\psi(\varphi, \psi, l)\ddot l +$$
$$+ D_\psi(\varphi, \psi, l)\dot\varphi^2 + E_\psi(\varphi, \psi, l)\dot\psi^2 +$$
$$+ 2F_\psi(\varphi, \psi, l)(\dot l\,\dot\psi) + 2G_\psi(\varphi, \psi, l)(\dot\varphi\,\dot\psi) +$$
$$+ 2H_\psi(\varphi, \psi, l)(\dot l\,\dot\psi) + gK_\psi(\psi)l = M_\psi(\varphi, \psi, l). \quad (10)$$

Уравнение, описывающие изменение длины звена $l = l(t)$:

$$A_l(\varphi, \psi, l)\ddot\varphi + B_l(\varphi, \psi, l)\ddot\psi + C_l(\varphi, \psi, l)\ddot l +$$
$$+ D_l(\varphi, \psi, l)\dot\varphi^2 + E_l(\varphi, \psi, l)\dot\psi^2 + 2F_l(\varphi, \psi, l)(\dot l\,\dot\varphi) +$$
$$+ 2G_l(\varphi, \psi, l)(\dot\varphi\,\dot\psi) + 2H_l(\varphi, \psi, l)(\dot l\,\dot\psi) +$$
$$+ gK_l(\psi) + S_l(E, l) = 0, \quad (11)$$

где $\varphi = (\varphi_1, ..., \varphi_n)^{\mathrm{T}}$, $\psi = (\psi_1, ..., \psi_n)^{\mathrm{T}}$ — угловые обобщенные координаты центра масс; $l = (l_1, ..., l_n)^{\mathrm{T}}$ — обобщенные координаты, связанные с изменениями длин звеньев; $A(\varphi, \psi, l)$, $B(\varphi, \psi, l)$, $D(\varphi, \psi, l)$, $E(\varphi, \psi, l)$, $G(\varphi, \psi, l)$ — матрицы, учитывающие инерционные свойства; $C(\varphi, \psi, l)$, $F(\varphi, \psi, l)$, $H(\varphi, \psi, l)$ — матрицы, учитывающие переменность длины звеньев; $K(\psi)$ — матрицы, определяемые моментами силы тяжести; $M(\varphi, \psi, l)$ — матрица-столбец обобщенных сил, т. е. управляющих моментов; $S(k, l)$ —

матрица-столбец, учитывающая упругие свойства материала звеньев; $\ddot{\varphi}$, $\ddot{\psi}$ — матрицы обобщенных ускорений; $\dot{\varphi}^2$, $\dot{\psi}^2$ — матрицы квадратов обобщенных скоростей; $(\dot{l}\,\dot{\varphi}) = (\dot{l}_1\,\dot{\varphi}_1, ..., \dot{l}_n\,\dot{\varphi}_n)^{\mathrm{T}}$, $(\dot{l}\,\dot{\psi}) = (\dot{l}_1\,\dot{\psi}_1, ..., \dot{l}_n\,\dot{\psi}_n)^{\mathrm{T}}$, $(\dot{\psi}\,\dot{\varphi}) = (\dot{\psi}_1\,\dot{\varphi}_1, ..., \dot{\psi}_n\,\dot{\varphi}_n)^{\mathrm{T}}$ — матрицы, составленные из произведений $\dot{l}\,\dot{\varphi}$, $\dot{l}\,\dot{\psi}$, $\dot{\psi}\,\dot{\varphi}$.

2. Обобщения матриц

Выпишем матрицы для двухзвенной механической системы, уравнения которой получены выше. Приведем в качестве иллюстрации для понимания идеи метода только первые три матрицы (остальные матрицы строятся аналогично из уравнений (3)—(8)):

$$A_\varphi(\varphi, \psi, l) =$$

$$= \begin{pmatrix} I_{1x} + l_1^2(m_2 + m_1 n_1^2)\cos^2\psi_1 & l_1 l_2 m_2 n_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2 \\ l_1 l_2 m_2 n_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_2\cos\psi_1 & I_{2x} + l_2^2 m_2 n_2^2 \cos^2\psi_2 \end{pmatrix};$$

$$B_\varphi(\varphi, \psi, l) =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & l_1 l_2 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\sin\psi_2 \\ l_1 l_2 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_2\sin\psi_1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$C_\varphi(\varphi, \psi, l) =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -l_1 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2 \\ l_2 m_2 n_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos\psi_1\cos\psi_2 & 0 \end{pmatrix};$$

... .

Нами проводился анализ подобных стержневых механических систем и с большим числом звеньев. На основе установленных закономерностей удалось получить обобщения по индукции для матриц произвольной n-звенной трехмерной механической системы с деформируемыми звеньями.

Рассмотрим уравнение (9). Заметим, что матрица $A_\varphi(\varphi, \psi, l)$ является симметрической [11], поэтому достаточно привести только диагональные элементы и наддиагональные, т. е., если i — номер строки, j — номер столбца, то $i, j = \overline{1, n}$, при этом $j \geqslant i$, остальные поддиагональные элементы получаются равными соответствующим симметричным относительно главной диагонали наддиагональным элементам.

Для матрицы $A_\varphi(\varphi, \psi, l)$:

$$a_{ij}^\varphi = \delta_{ij} I_{ix} + l_i l_j \left(m_j n_j \tilde{\delta}\, n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \times$$
$$\times \cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\cos\psi_j, \qquad (12)$$

здесь и далее: δ_{ij} — символ Кронекера:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, \quad \tilde{\delta}\, n_i = \begin{cases} n_j, & i = j \\ 1, & i \neq j \end{cases}.$$

Матрицы $F_\varphi(\varphi, \psi, l)$ и $G_\varphi(\varphi, \psi, l)$ не являются симметрическими, поэтому необходимо привести все элементы, т. е. если i — номер строки, j — номер столбца, то $i, j = \overline{1, n}$.

Для матрицы $F_\varphi(\varphi, \psi, l)$:

$$f_{ij}^\varphi = l_i \left(m_j n_j \tilde{\delta}\, n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\cos\psi_j. \qquad (13)$$

Для матрицы $G_\varphi(\varphi, \psi, l)$:

$$g_{ij}^\varphi = l_i l_j \left(m_j n_j \tilde{\delta}\, n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\sin\psi_j. \qquad (14)$$

Матрицы $D_\varphi(\varphi, \psi, l)$, и $E_\varphi(\varphi, \psi, l)$ являются кососимметрическими. Соответственно, элементы, стоящие на главной диагонали, равны нулю, поддиагональные элементы равны соответствующим наддиагональным элементам, взятым с противоположными знаками. Таким образом, достаточно задать только наддиагональные элементы. Если i — номер строки, j — номер столбца, то $i, j = \overline{1, n}$, при этом $j > i$.

Для матриц $D_\varphi(\varphi, \psi, l) = E_\varphi(\varphi, \psi, l)$:

$$d_{ij}^\varphi = l_i l_j \left(m_j n_j + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\cos\psi_j. \qquad (15)$$

Матрицы $B_\varphi(\varphi, \psi, l)$, $C_\varphi(\varphi, \psi, l)$ и $H_\varphi(\varphi, \psi, l)$ не являются кососимметрическими. Поэтому необходимо привести все элементы, т. е. если i — номер строки, j — номер столбца, то $i, j = \overline{1, n}$.

Для матрицы $B_\varphi(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы:

$$b_{ij}^\varphi = l_i l_j \left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\sin\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n},\ j \geqslant i, \qquad (16)$$

поддиагональные элементы:

$$b_{ij}^\varphi = l_i l_j \left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\sin\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n},\ j < i. \qquad (17)$$

Для матрицы $C_\varphi(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы:

$$c_{ij}^\varphi = -l_i \left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n},\ j \geqslant i, \qquad (18)$$

поддиагональные элементы:

$$c_{ij}^\varphi = -l_i \left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n},\ j < i. \qquad (19)$$

Для матрицы $H_\varphi(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы:

$$h_{ij}^{\varphi} = l_i\left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k\right)\sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\sin\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, j \geqslant i, \quad (20)$$

поддиагональные элементы:

$$h_{ij}^{\varphi} = l_i\left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k\right)\sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i\sin\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, j < i. \quad (21)$$

Матрица-столбец обобщенных сил $M_\varphi(\varphi, \psi, l)$ имеет вид

$$f_i^{\varphi} = M_{i\varphi} - M_{(i+1)\varphi}, \quad (22)$$

где $i = \overline{1, n}$.

Рассмотрим уравнение (10). Заметим, что матрица $B_\psi(\varphi, \psi, l)$ является симметрической, поэтому достаточно привести только диагональные и наддиагональные элементы.

Для матрицы $B_\psi(\varphi, \psi, l)$:

$$b_{ij}^{\psi} = \delta_{ij}I_{iy} + l_i l_j\left(m_j n_j \tilde{\delta} n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k\right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\sin\psi_j + \cos\psi_i\cos\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, j \geqslant i. \quad (23)$$

Матрицы $D_\psi(\varphi, \psi, l)$ и $H_\psi(\varphi, \psi, l)$ не являются симметрическими, поэтому необходимо привести все элементы.

Для матрицы $D_\psi(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы имеют вид

$$d_{ij}^{\psi} = l_i l_j\left(m_j n_j \tilde{\delta} n_i + \sum_{k=j+1}^{n} m_k\right)\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, j \geqslant i, \quad (24)$$

поддиагональные элементы

$$d_{ij}^{\psi} = l_i l_j\left(m_i n_i \tilde{\delta} n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k\right)\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, j < i. \quad (25)$$

Для матрицы $H_\psi(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы:

$$h_{ij}^{\psi} = l_i\left(m_j n_j \tilde{\delta} n_i + \sum_{k=j+1}^{n} m_k\right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\sin\psi_j + \cos\psi_i\cos\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, j \geqslant i, \quad (26)$$

поддиагональные элементы

$$h_{ij}^{\psi} = l_i\left(m_i n_i \tilde{\delta} n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k\right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\sin\psi_j + \cos\psi_i\cos\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, j < i. \quad (27)$$

Матрица $G_\psi(\varphi, \psi, l)$ является кососимметрической. Таким образом, достаточно задать только наддиагональные элементы.

Для матрицы $G_\psi(\varphi, \psi, l)$:

$$g_{ij}^{\psi} = l_i l_j\left(m_j n_j + \sum_{k=i+1}^{n} m_k\right)\sin(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\sin\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, j > i. \quad (28)$$

Матрицы $A_\psi(\varphi, \psi, l)$, $C_\psi(\varphi, \psi, l)$, $E_\psi(\varphi, \psi, l)$, и $F_\psi(\varphi, \psi, l)$ не являются кососимметрическими. Поэтому необходимо привести все элементы.

Для матрицы $A_\psi(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы имеют вид

$$a_{ij}^{\psi} = -l_i l_j\left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k\right)\sin(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, j \geqslant i, \quad (29)$$

поддиагональные элементы:

$$a_{ij}^{\psi} = -l_i l_j\left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k\right)\sin(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, j < i. \quad (30)$$

Для матрицы $C_\psi(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы имеют вид

$$c_{ij}^{\psi} = -l_i\left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k\right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\cos\psi_j - \cos\psi_i\sin\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, j \geqslant i, \quad (31)$$

поддиагональные элементы:

$$c_{ij}^{\psi} = -l_i\left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k\right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\cos\psi_j - \cos\psi_i\sin\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, j < i. \quad (32)$$

Для матрицы $E_\psi(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы имеют вид

$$e_{ij}^{\psi} = l_i l_j(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i\cos\psi_j - \cos\psi_i\sin\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, j \geqslant i, \quad (33)$$

поддиагональные элементы:

$$e_{ij}^{\psi} = l_i l_j \left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i \cos\psi_j - \cos\psi_i \sin\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j < i. \quad (34)$$

Для матрицы $F_{\psi}(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы имеют вид

$$f_{ij}^{\psi} = -l_i \left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i \cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j \geqslant i, \quad (35)$$

поддиагональные элементы:

$$f_{ij}^{\psi} = -l_i \left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\sin\psi_i \cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j < i. \quad (36)$$

Матрица $K_{\psi}(\psi)$ является диагональной, т. е. достаточно рассмотреть элементы, у которых индексы равны $j = i$, при $i, j = \overline{1, n}$, остальные элементы нулевые. Достаточно использовать только один любой индекс.

Для матрицы $K_{\psi}(\psi)$:

$$k_{ij}^{\psi} = \left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k \right) \cos\psi_j. \quad (37)$$

Матрица-столбец обобщенных сил $M_{\psi}(\varphi, \psi, l)$ имеет вид

$$m_i^{\psi} = M_{i\psi} - M_{(i+1)\psi}, \quad (38)$$

где $i = \overline{1, n}$.

Рассмотрим уравнение (11). Заметим, что матрица $C_l(\varphi, \psi, l)$ является симметрической.

Для матрицы $C_l(\varphi, \psi, l)$:

$$c_{ij}^{l} = \left(m_j n_j \tilde{\delta} n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \cos\psi_j + \sin\psi_i \sin\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j > i. \quad (39)$$

Матрицы $D_l(\varphi, \psi, l)$ и $E_l(\varphi, \psi, l)$ не являются симметрическими, поэтому необходимо привести все элементы.

Для матрицы $D_l(\varphi, \psi, l) = -(F_{\varphi}(\varphi, \psi, l))^{\mathrm{T}}$:

$$d_{ij}^{l} = -l_j \left(m_j n_j \tilde{\delta} n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}. \quad (40)$$

Для матрицы $E_l(\varphi, \psi, l)$:

$$e_{ij}^{l} = -l_j \left(m_j n_j \tilde{\delta} n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \cos\psi_j + \sin\psi_i \sin\psi_j), \; i, j = \overline{1, n}. \quad (41)$$

Матрица $F_l(\varphi, \psi, l)$ является кососимметрической.

Для матрицы $F_l(\varphi, \psi, l)$:

$$f_{ij}^{l} = \left(m_j n_j + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \sin\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j > i. \quad (42)$$

Матрицы $A_l(\varphi, \psi, l)$, $B_l(\varphi, \psi, l)$, $G_l(\varphi, \psi, l)$ и $H_l(\varphi, \psi, l)$ не являются кососимметрическими.

Для матрицы $A_l(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы:

$$a_{ij}^{l} = l_j \left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j \geqslant i, \quad (43)$$

поддиагональные элементы:

$$a_{ij}^{l} = l_j \left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \cos\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j < i. \quad (44)$$

Для матрицы $B_l(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы:

$$b_{ij}^{l} = -l_j \left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k \right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \sin\psi_j - \sin\psi_i \cos\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j \geqslant i, \quad (45)$$

поддиагональные элементы:

$$b_{ij}^{l} = -l_j \left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \sin\psi_j - \sin\psi_i \cos\psi_j),$$
$$j = \overline{1, n}, \; j < i. \quad (46)$$

Для матрицы $G_l(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы:

$$g_{ij}^{l} = -l_j \left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \sin\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j \geqslant i, \quad (47)$$

поддиагональные элементы:

$$g_{ij}^{l} = -l_j \left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k \right) \sin(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \sin\psi_j,$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j < i. \quad (48)$$

Для матрицы $H_l(\varphi, \psi, l)$ наддиагональные и диагональные элементы:

$$h_{ij}^l = -\left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k\right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \sin\psi_j - \sin\psi_i \cos\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j \geqslant i, \qquad (49)$$

поддиагональные элементы:

$$h_{ij}^l = -\left(m_i n_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k\right) \times$$
$$\times (\cos(\varphi_i - \varphi_j)\cos\psi_i \sin\psi_j - \sin\psi_i \cos\psi_j),$$
$$i, j = \overline{1, n}, \; j < i. \qquad (50)$$

Матрица K_l является диагональной.

Для матрицы $K_l(\psi)$:

$$k_{ij}^l = \left(m_j n_j + \sum_{k=j+1}^{n} m_k\right)\sin\psi_j, \; i, j = \overline{1, n}, \; i = j. \qquad (51)$$

Матрица-столбец, содержащая информацию об упругих свойствах материала $S_l(k, l)$, имеет вид:

$$s_i^l = -k_i \Delta l_i, \qquad (52)$$

где $i = \overline{1, n}$.

Замечание 1: во всех случаях, когда значение индекса превышает n, необходимо значение соответствующей величины положить равным нулю.

Замечание 2: в данных формулах не используется суммирование по повторяющимся индексам.

Замечание 3: матрицы для стержневой системы с разветвлением типа антропоморфного робота или экзоскелета подчиняются обобщениям, полученным для неразветвленных систем типа рассмотренной трехзвенной модели, но при этом необходимо учитывать изменение знака на противоположный после перехода через точку ветвления.

Далее полученные обобщения легко реализуются в среде практически любой системы компьютерной математики (СКМ). Автор реализацию проводил в СКМ "Mathematica". Предложенный метод позволяет сразу записывать дифференциальные уравнения движения, минуя этап составления с помощью формализма Лагранжа.

Преимущества предложенного метода в сравнении с двумя ранее известными и хорошо апробированными видны из таблицы.

Из таблицы следует, что предложенный рекуррентный метод является наиболее эффективным и рациональным для составления дифференциальных уравнений движения стержневых механических систем со звеньями переменной длины.

Таким образом, открывается возможность автоматизированного проектирования двумерных [5] и трехмерных моделей экзоскелетов и антропоморфных роботов с большим числом звеньев, что позволяет совершенствовать их и приближать их движения к движениям человека.

Сравнение методов составления дифференциальных уравнений движения

Операция	Метод		
	Общие теоремы динамики	Уравнения Лагранжа второго рода	Рекуррентный метод
Дифференцирование, в том числе частные производные и повторное	Да (6*n*)	Да (4*n*)	Нет
Решение системы линейных уравнений	Да (2*n* неизвестных)	Нет	Нет
Упрощение	Да	Да, два раза — при вычислении кинетической энергии и записи самих уравнений, основные затраты времени	Нет
Операции умножения, в том числе и матричного	Да	Да	Да, не зависят от числа звеньев
Операции сложения и вычитания	Да	Да	Да

Примечание: в скобках, где возможна оценка, указано число соответствующих операций, необходимое для записи дифференциальных уравнений системы с *n* звеньями переменной длины в плоском случае.

Заключение

Матричная форма записи уравнений движения (9)—(11) является универсальной и может быть применена к описанию движения стержневой механической системы с любым числом звеньев переменной длины. Структура матриц при этом останется такой же, только изменится их размерность и число масс, длин звеньев и т. п. в каждом элементе матрицы.

Рекуррентный подход, предложенный в работе [5], является применимым и к трехмерным моделям и может использоваться для автоматизированного синтеза различных моделей с большим числом звеньев произвольной структуры.

В практическом плане подобная модель может быть использована при создании манипуляторов, антропоморфных роботов, экзоскелетов и протезов конечностей с искусственной податливостью звеньев, повторяющих свойства биологических тканей опорно-двигательного аппарата человека, с тем чтобы движения искусственного механизма были максимально близки к движениям человека.

Список литературы

1. **Погорелов Д. Ю.** Введение в моделирование динамики систем тел: учеб. пособие. Брянск: Изд-во Брян. гос. техн. ун-т, 1997. 155 с.
2. **Погорелов Д. Ю.** Современные алгоритмы компьютерного синтеза уравнений движения систем тел // Теория и системы управления (Известия АН). 2005. № 04. С. 5—15.
3. **Зайченко Т. Н.** Решение задач динамики электромеханических систем в среде автоматизированного моделирования МАРС // Известия Томского политехнического университета. Технические науки 2005. Т. 308. № 4. С. 147—153.
4. **Горитов А. Н.** Архитектура системы автоматизированного моделирования робототехнических комплексов // Программные продукты и системы. 2001. № 2. С. 17—19.
5. **Борисов А. В.** Автоматизация проектирования стержневых экзоскелетов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 10. С. 29—33.
6. **Борисов А. В.** Динамика эндо- и экзоскелета. Смоленск: Смоленская городская типография, 2012. 296 с.
7. **Белецкий В. В.** Двуногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. М.: Наука, 1984. 288 с.
8. **Вукобратович М.** Шагающие антропоморфные механизмы. М.: Мир, 1976. 541 с.
9. **Новожилов И. В., Кручинин П. А., Копылов И. А., Журавлев А. М., Гришин А. А., Демин П. П., Куликовский С. В., Моисеева Е. М.** Математическое моделирование сгибательно-разгибательных движений нижних конечностей при изменении вертикальной позы человека. М.: Изд-во мех-мат ф-та МГУ, 2001. 52 с.
10. **Формальский А. М.** Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982. 368 с.
11. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1953. 492 с.

Automated Designing of Three-Dimensional Models of Exoskeletons with Links of Variable Length

A. V. Borisov, BorisowAndrej@yandex.ru✉, The Branch of National Research University "Moscow Power Engineering Institute" in Smolensk, Smolensk, 214013, Russian Federation

Corresponding author: **Borisov Andrei V.,** Ph. D., Associate Professor, Chair of Higher Mathematics, The Branch of National Research University "Moscow Power Engineering Institute" in Smolensk, Smolensk, 214013, Russian Federation, e-mail: BorisowAndrej@yandex.ru

Received on January 11, 2015

Accepted on Febuary 03, 2015

The topic of the article is a three-dimensional model of the exoskeleton with the links of variable length. The idea is based on the analysis of the equations for a truss of the mechanical systems with a different number of links, and on generalization of the equations of motion of the exoskeleton in the vector-matrix form. Formulas are derived for the elements in each matrix, which is a part of the equation. The proposed matrix form of the equations of motion of the exoskeleton is universal and can be applied to the motion of the rod of a mechanical system with any number of links, which change their length. The structure of the matrix will remain the same, the change will concern the dimensionality, number of masses, lengths of the links of each matrix element. In practice, the proposed model can be used to create manipulators, anthropomorphic robots, exoskeletons and artificial limbs, artificial yielding links, which imitate the properties of the biological tissues of the human musculoskeletal system, so that movement of the artificial mechanism could be as close as possible to the movement of a person. The result allows us to automate writing of equations of motion for the rod of n-tier systems, of the three-dimensional model of the exoskeleton type, bypassing the stage of their preparation, which is a novelty of the research.

Keywords: *equation of motion, change of the length of a link matrix, mechanical rod system, exoskeleton, anthropomorphic robot, prosthesis, locomotor apparatus, three-dimensional space*

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. № 13-01-97512.

For citation:

Borisov A. V. Automated Designing of Three-Dimensional Models of Exoskeletons with Links of Variable Length, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2015, vol. 16, no. 11, pp. 828—835.

DOI: 10.17587/mau/16.828-835

References

1. **Pogorelov D. Ju.** *Vvedenie v modelirovanie dinamiki sistem tel* (Introduction to modeling of system dynamics tel), Ucheb. posobie (Proc. allowance), Brjansk: Izd-vo Brjan. gos. tehn. un-t, 1997. — 155 s.
2. **Pogorelov D. Ju.** *Sovremennye algoritmy komp'juternogo sinteza uravnenij dvizhenija sistem tel* (Modern algorithms of computer synthesis of the equations of motion of systems of bodies), *Teorija i Sistemy Upravlenija* (Izvestija AN), 2005, no. 4, pp. 5—15.
3. **Zajchenko T. N.** *Reshenie zadach dinamiki jelektromehanicheskih sistem v srede avtomatizirovannogo modelirovanija MARS* (The decision of problems of the dynamics of Electromechanical systems in the environment of the automated modeling of MARS), *Izvestija Tomskogo Politehnicheskogo Universiteta, Tehnicheskie Nauki*, 2005, vol. 308, no. 4, pp. 147—153.
4. **Goritov A. N.** *Arhitektura sistemy avtomatizirovannogo modelirovanija robototehnicheskih kompleksov* (Architecture computer aided simulation of robotic systems), *Programmnye Produkty i Sistemy*, 2001, no. 2, pp. 17—19.
5. **Borisov A. V.** *Avtomatizacija proektirovanija sterzhnevyh jekzoskeletov* (Automation of designing core exoskeletons), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2014, no. 10, pp. 29—33.
6. **Borisov A. V.** *Dinamika jendo- i jekzoskeleta* (Dynamics of endo- and exoskeletons), Smolensk, Publishing house "Smolensk city printing house", 2012, 296 p.
7. **Beleckij V. V.** *Dvunogaja hod'ba: model'nye zadachi dinamiki i upravlenija* (Bipedal walking: a model of the task dynamics and control), Moscow, Nauka, 1984, 288 p.
8. **Vukobratovich M.** *Shagajushhie antropomorfnye mehanizmy* (Walking anthropomorphic mechanisms), Moscow, Mir, 1976, 541 p.
9. **Novozhilov I. V., Kruchinin P. A., Kopylov I. A., Zhuravlev A. M., Grishin A. A., Demin P. P., Kulikovskii S. V., Moiseeva E. M.** *Matematicheskoe modelirovanie sgibatel'no-razgibatel'nyh dvizhenij nizhnih konechnostej pri izmenenii vertikal'noj pozy cheloveka* (Mathematical modeling flexure-extensor movements of the lower limbs in the vertical posture), Moscow, Publishing house of the Mechanics and Mathematics Faculty of Moscow State University, 2001, 52 p.
10. **Formal'skij A. M.** *Peremeshhenie antropomorfnyh mehanizmov* (Moving anthropomorphic mechanisms), Moscow, Nauka, 1982, 368 p.
11. **Gantmaher F. R.** *Teorija matric* (The theory of matrices), Moscow, State publishing house of technical and theoretical literature, 1953, 492 p.

УДК 004.8 DOI: 10.17587/mau.16.836-840

В. Ю. Осипов, д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр., osipov_vasiliy@mail.ru,
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

Нейросетевое прогнозирование событий для интеллектуальных роботов

С точки зрения интеллектуализации автономных роботов рассматривается задача прогнозирования событий без предварительного задания моделей их развития в целях расширения функциональных возможностей по прогнозированию событий с изменяющимися законами их развития. Для решения этой задачи предлагается новый метод нейросетевого прогнозирования, предусматривающий использование рекуррентной нейронной сети с управляемыми синапсами, со структурой слоев в виде двойной спирали. В основе метода лежит ассоциативное запоминание текущих и задержанных входных сигналов и извлечение из памяти нейронной сети последовательности будущих событий. Приведены результаты моделирования, отражающие особенности такого прогнозирования. Сформулированы рекомендации по применению предложенного метода.

Ключевые слова: *прогнозирование, нейронная сеть, сигналы, события, автономный робот*

Введение

Успешное решение многих прикладных задач интеллектуальными роботами различного назначения непосредственно связано с прогнозированием событий [1]. В качестве таких событий могут выступать привязанные к пространству и времени совокупности фактов. Чем жестче требования реального масштаба времени к действиям робота, тем больше внимания должно уделяться такому прогнозированию. Способности робота осознанно и своевременно реагировать на внешние события позволяют судить об уровне его интеллектуальности. Особенности прогнозирования событий для интеллектуальных роботов состоят в том, что во многих случаях законы развития событий непрерывно меняются. Например, при рассмотрении коллективного поведения автономных интеллектуальных роботов в условиях наличия случайных факторов трудно предсказать возможные ситуации и заблаговременно предусмотреть реакции на них. Это относится и к отдельно взятым автономным роботам, действующим в быстро меняющейся обстановке. Несвоевременная, неадекватная реакция роботов может приводить не только к низкой их эффективности, но и катастрофическим последствиям.

В каждом конкретном случае внешние события могут развиваться по своим законам. Число возможных вариантов развития событий окружающего мира в общем случае стремится к бесконечности. Для того чтобы адекватно предсказывать события, нужны соответствующие модели, обойтись набором типовых моделей не всегда удается. Желательно, чтобы адекватная модель развития событий оперативно формировалась самим роботом.

Одним из возможных подходов к решению этой задачи выступает нейросетевое прогнозирование. Известен ряд методов такого прогнозирования [2—6], которые в той или иной мере применимы к интеллектуальным роботам. Прежде всего, это методы прогнозирования временных рядов. Однако лежащие в их основе искусственные нейронные сети во многом несовершенны. Среди их недостатков — ориентация на одношаговое прогнозирование с малой глубиной, невысокие возможности по ассоциативному запоминанию связей между обрабатываемыми сигналами и извлечению их из памяти, существенные ограничения на структуру нейронной сети, невозможность использования одной и той же сети для решения других задач. Как правило, нейронную сеть обучают на решение конкретной задачи прогнозирования. После фиксации весов синапсов такие сети реализуют жесткие функции и не способны перестраиваться на другие задачи. Известен также метод прогнозирования событий с использованием рекуррентной нейронной сети (РНС) [7]. Этот метод позволяет гибко настраиваться на различные модели развития событий и прогнозировать их. Для реализации прогнозов в такой РНС предусматривается изменение задержек сигналов внутри сети в зависимости от текущих состояний ее слоев. За счет этого РНС может функционировать в прошедшем, настоящем и будущем времени. В некоторой мере этот метод лишен отмеченных выше недостатков, однако его применение связано с техническими трудностями, связанными с управлением задержками сигналов. Кроме

этого, не совершенна структура слоев РНС и не проработаны условия ее перехода от настоящего к будущему или прошедшему времени. Необходимо совершенствование известных и поиск новых методов нейросетевого прогнозирования событий.

В статье развиваются идеи нейросетевого прогнозирования событий для интеллектуальных роботов. Предлагается метод такого прогнозирования с расширенными функциональными возможностями.

Постановка задачи

Для пояснения предлагаемого метода рассмотрим постановку задачи на примере. Планируется создание интеллектуального автономного робота для выполнения широкого комплекса полезных для человека работ в труднодоступной и опасной среде. Этот робот по замыслу разработчиков должен обладать возможностями наблюдения за окружающими событиями с использованием широкого набора датчиков — оптических, акустических, тепловых, химических, давления, скорости и др. Робот должен обрабатывать воспринимаемую информацию, своевременно вырабатывать и реализовывать целесообразные решения, связанные с его деятельностью в окружающей динамически изменяющейся среде. Такими активными целесообразными действиями интеллектуального робота могут быть различные движения в пространстве, выполнение сложных операций над окружающими динамическими объектами, взаимодействие с другими роботами. Для достижения этого интеллектуальный робот должен обладать способностью прогнозировать возможные события, причем должна обеспечиваться возможность одновременного прогнозирования на различную глубину различных событий.

Необходимо разработать метод нейросетевого прогнозирования для таких интеллектуальных роботов, позволяющий успешно предсказывать возможные события, опираясь на накопленный опыт.

Метод нейросетевого прогнозирования

Согласно предлагаемому методу каждый воспринимаемый роботом сигнал, несущий информацию о событиях, предварительно должен быть разложен на пространственно-частотные составляющие. Каждую из этих составляющих необходимо преобразовать в последовательность единичных образов (ЕО) с возможностью обратного однозначного преобразования. Затем из полученных последовательностей ЕО путем вводимых временных задержек, равных глубине прогнозирования, формируют вторую совокупность последовательностей ЕО. В дискретном времени сформированные таким образом сигналы можно рассматривать как две последовательности совокупностей единичных образов (СЕО). Эти последовательности СЕО подают на пространственно разнесенные входы двухслойной рекуррентной нейронной сети (РНС) с управляемыми синапсами [8]. Особенности этой РНС в том, что при передаче СЕО от слоя к слою их сдвигают вдоль слоев. За счет этих сдвигов СЕО продвигают вдоль слоев по двойной спирали и скручивают текущую и задержанную последовательности этих совокупностей. В качестве результатов обработки сигналов используют последовательные СЕО на выходах нейронной сети после преобразования их в исходные сигналы. За счет такого продвижения СЕО в РНС расширяются ее возможности по ассоциативному запоминанию и извлечению сигналов из памяти. Для получения прогнозов осуществляют переключение входов РНС. В результате такого переключения текущую последовательность СЕО направляют на другой вход РНС вместо задержанной последовательности. После получения прогноза реализуют обратное переключение для продолжения накопления опыта. В случаях, когда требуется извлечь из памяти РНС предшествующие события, отключают подачу в сеть задержанной последовательности СЕО. Получив интересующий результат, возвращаются к обычному процессу.

Несомненным достоинством предлагаемого метода является возможность параллельного прогнозирования событий на различную глубину с постепенным улучшением результатов. Это позволяет получить скользящие многошаговые прогнозы, на основе которых можно заранее предусматривать реакции интеллектуальных роботов. Результаты скользящего многошагового прогноза на каждый текущий i-й момент времени t_i представляются последовательностью ожидаемых событий для моментов $t_i + 1$, $t_i + 2$, $t_i + 3$, ..., $t_i + n$ в виде соответствующих последовательностей совокупностей (S) единичных образов:

$$\{\mathbf{S}_1(t_i), \mathbf{S}_2(t_i)..., \mathbf{S}_3(t_i), ..., \mathbf{S}_n(t_i)\}$$

$$\{\mathbf{S}_1(t_{i+1}), \mathbf{S}_2(t_{i+1}), \mathbf{S}_3(t_{i+1}), ..., \mathbf{S}_n(t_{i+1})\}$$

$$\{\mathbf{S}_1(t_{i+2}), \mathbf{S}_2(t_{i+2}), \mathbf{S}_3(t_{i+2}), ..., \mathbf{S}_n(t_{i+2})\}$$

.....

$$\{\mathbf{S}_1(t_{i+m}), \mathbf{S}_2(t_{i+m}), \mathbf{S}_3(t_{i+m}), ..., \mathbf{S}_n(t_{i+m})\},$$

где n — максимальная глубина прогнозирования (число временных тактов, на которые осуществляется прогноз); m — число тактов, в течение которых осуществляется прогнозирование событий.

Получение интеллектуальным роботом информации о будущих событиях в той же самой форме, что и о текущих событиях, позволяет ему адекватно реагировать на них.

Структура РНС

В качестве РНС, реализующей предлагаемый метод, может выступать сеть со структурой, представленной на рис. 1.

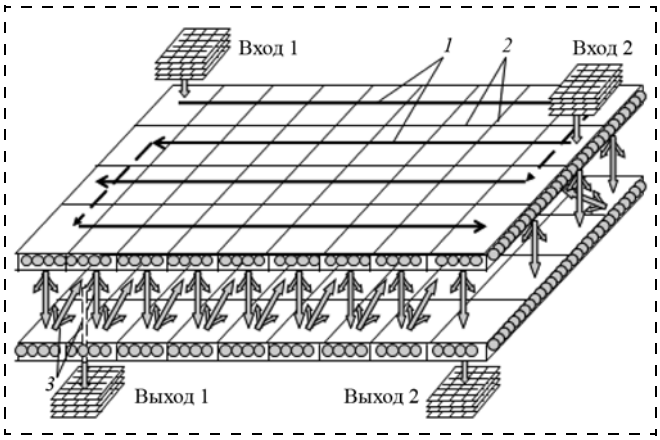


Рис. 1. Рекуррентная нейронная сеть со структурой слоев в виде двойной спирали:
1, *3* — направления продвижения совокупностей единичных образов вдоль слоев и между ними; *2* — линии разбивки слоев на логические поля

Согласно рис. 1 подаваемые в сеть СЕО продвигаются вдоль слоев в заданных направлениях. При таком продвижении единичные образы из этих совокупностей ассоциируются друг с другом. Результаты ассоциативного взаимодействия ЕО запоминаются на синапсах сети. При накоплении опыта сетью на вход *1* подаются не задержанные, а на вход *2* — задержанные СЕО, несущие информацию о наблюдаемых сигналах. При прогнозировании событий вход *1* остается свободным, а не задержанные СЕО подаются на вход *2* вместо задержанных. В результате текущие СЕО, выступающие в качестве задержанных, вызывают ассоциативно из памяти сети связанные с ними будущие совокупности таких образов. Они могут сниматься как с выхода *1*, так и с предшествующих ему полей, на которые разбиты слои сети. Другой случай, когда есть некоторая текущая последовательность СЕО, подаваемая на вход *1*, но неизвестна предшествующая ей последовательность. Тогда в результате обработки сигналов при свободном входе *2* на выходе *2* получаем интересующие предшествующие результаты.

Заметим, что результаты такого нейросетевого прогнозирования зависят от объема накопленного опыта. Если не подкреплять входы сети результатами обработки сигналов, то любое ассоциативное извлечение сигналов из ее памяти влечет за собой ослабление этого опыта. Необходимо соблюдать баланс между временем накопления опыта (обучения) и временем прогнозирования событий. Время прогнозирования не должно превышать времени накопления опыта. Чтобы получать результаты прогноза на выходе *1*, время задержки СЕО перед подачей в сеть должно быть больше задержки сигналов в самой сети. Для получения результатов прогноза на большую глубину достаточно наблюдать за состояниями соответствующих внутренних полей слоев сети.

Результаты прогнозирования

Для подтверждения справедливости сформулированных положений предлагаемого метода нейросетевого прогнозирования событий для интеллектуальных роботов было проведено математическое моделирование. Была разработана небольшая рекуррентная нейронная сеть (РНС) с управляемыми синапсами, со структурой слоев, подобной рис. 1. Каждый слой сети состоял из 1344 нейронов и за счет пространственных сдвигов СЕО разбивался на две строки по 16 полей размером 6 × 7 нейронов. В качестве базовых элементов такой РНС выступали нейроны с тремя состояниями: ожидания, возбуждения и временной невосприимчивости (рефрактерности) после возбуждения. Время задержки сигналов в образуемых двухслойных контурах РНС задавалось меньшим, чем время рефрактерности нейронов. В этой РНС при протекании токов через синапсы в прямом направлении увеличивались их веса (проводимости). Посредством прохождения токов через синапсы в обратном направлении уменьшались их прямые проводимости и осуществлялось частичное стирание устаревшей информации, аналогично тому, как это делалось в работе [9]. За счет приоритетности коротких связей между нейронами между входами и выходами РНС по входным и выходным языкам обеспечивалось однозначное соответствие. В качестве сигналов в РНС подавались предварительно сформированные текущая и задержанная последовательности СЕО (импульсов).

Результаты вычислительных экспериментов подтвердили возможность успешного прогнозирования событий для интеллектуальных роботов. Сеть успешно запоминала на синапсах связи между текущими и задержанными ЕО и позволяла извлекать из ее памяти результаты прогноза, причем результаты прогноза проявлялись на нескольких полях слоев сети и при продвижении вдоль них к выходу улучшались. Однако чем ближе они к выходу, тем меньше глубина прогнозирования из-за задержек в самой сети.

Установлено, что при накоплении сетью опыта желательно иметь повышенный порог возбуждения нейронов, но не превышающий возможности активизации нейронов, по приоритетным коротким связям. При непосредственном прогнозировании событий целесообразно снижать этот порог, облегчать вызов из памяти сигналов входной последовательностью СЕО.

Простой пример такого многошагового прогнозирования приведен на рис. 2, *а*, *б*. Согласно рис. 2, *а*, *б* входные СЕО, продвигающиеся вдоль слоев РНС справа налево по второй строке, вызывают из памяти будущие события, отражаемые на первой строке. При этом результаты прогнозирования в виде последовательных СЕО, несущих информацию о пространственном смещении простого объекта в пределах полей 6 × 7 = 42 нейронов, про-

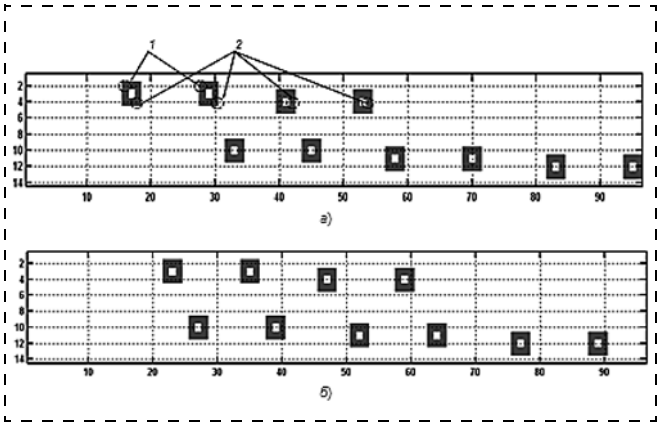


Рис. 2. Примеры состояния первого слоя РНС при прогнозировании событий:
а — результат прогнозирования перед очередными пространственными сдвигами СЕО вдоль слоев (*1* — возбужденные нейроны, привязанные к одной и той же пространственно-частотной составляющей, но к различным временным тактам; *2* — аналогично, но для другой пространственно частотной составляющей); *б* — после таких сдвигов

двигаются вдоль слоев слева направо. Несомненно, в практическом плане при прогнозировании сложных пространственно соотнесенных цветных событий (имеется в виду, что в качестве событий могут выступать цветные динамические образы. Результаты прогноза могут отображаться цветными кадрами) размеры таких полей должны исчисляться не в десятках, а в миллионах нейронов.

Если в соответствии с рис. 2, *а* рассматривать результаты прогноза в виде отдельных временных рядов, соотнесенных с каждой пространственно частотной составляющей, то они могут быть представлены в виде рис. 3.

Согласно рис. 3 верхний временной ряд соответствует цепочке *1* на рис. 2, а средний ряд — цепочке *2* на рис. 2. Всего таких ненулевых рядов в конкретном случае 12. Максимально возможное число временных рядов для этого примера равно 42 (42 = 6 × 7). Заметим, что на рис. 2 результаты прогноза на первой строке сдвигаются при очередном шаге слева направо, а на рис. 3 — справа налево.

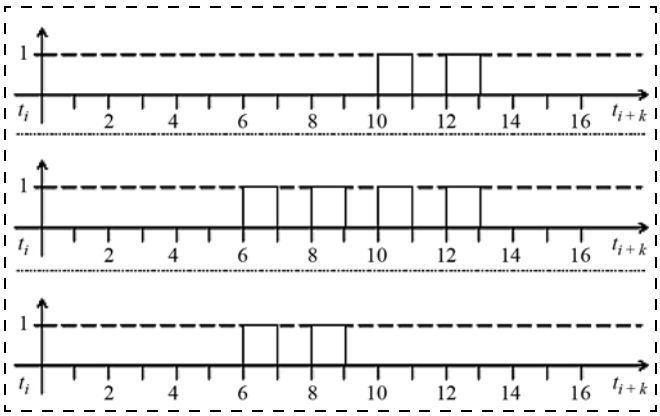


Рис. 3. Временные ряды, соответствующие результатам нейросетевого прогноза

В отличие от известных решений согласно предлагаемому методу текущие результаты прогноза учитываются при получении следующих прогнозов.

Для практического использования в интеллектуальных роботах такого прогнозирования при больших размерах РНС желательна их не программная, а аппаратная реализация. Программная реализация предлагаемого метода успешно применима при небольших РНС.

Заключение

Рассмотренный метод нейросетевого прогнозирования событий для интеллектуальных роботов ориентирован на широкий круг возможных условий. Согласно этому методу не требуется заранее знать, по какому закону будут развиваться наблюдаемые события. Модель развития событий динамически формируется самой сетью в процессе накопления ею опыта. Одна и та же РНС может применяться для прогнозирования различных событий. Предлагаемый метод позволяет получать на каждый момент времени прогноз не на один, а на несколько шагов вперед, действовать на один шаг и снова прогнозировать события на несколько шагов вперед. При этом за счет встречного продвижения обрабатываемых СЕО вдоль слоев сети улучшаются ее возможности по запоминанию и извлечению из памяти результатов прогнозирования событий. Отдаленные результаты прогноза динамически по мере приближения к реальному времени улучшаются. Формально за выбор режима работы РНС (накопление опыта, прогнозирование, восстановление прошедших событий) может отвечать как внешний потребитель, так и сама сеть. Результаты прогнозирования могут представляться в том же самом виде, что и исходные сигналы. Это позволяет интеллектуальному роботу видеть мир в будущих событиях и своевременно реагировать на них. С применением этого метода в общем случае осуществимо одновременное прогнозирование различных характеристик, наблюдаемых объектов. В качестве таких характеристик могут выступать параметры движения, изменения формы, цвета, яркости и др.). С использованием этого метода могут прогнозироваться не только внешние события, но и действия самого интеллектуального робота, подлежащие реализации.

Предложенный метод нейросетевого прогнозирования рекомендуется применять в перспективных автономных интеллектуальных роботах, функционирующих в быстро меняющихся внешних условиях, при жестких требованиях реального времени на возможные реакции. Рекуррентные нейронные сети для реализации этого метода могут быть исполнены аппаратно с применением ждущих мультивибраторов в качестве нейронов и мемристоров (резисторов с памятью) как искусственных синапсов.

Список литературы

1. **Добрынин Д. А., Карпов В. Э.** Моделирование некоторых форм адаптивного поведения интеллектуальных роботов // Информационные технологии и вычислительные системы. 2006. № 2. С. 45—56.
2. **Рабочая** книга по прогнозированию. М.: Мысль, 1982. 430 с.
3. **Haykin S.** Neural Networks and Learning Machines. New-York: Prentice Hall, 2008. 936 p.
4. **Galushkin A. I.** Neural Networks Theory. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. 396 p.
5. **Осовский С.** Нейронные сети для обработки информации: Пер. с польского И. Д. Рудницкого. М.: Финансы и статистика, 2002. 344 с.
6. **Ghiassi M., Saidane H., Zimbra D. K.** A dynamic artificial neural network model for forecasting time series events // International Journal of Forecasting. 2005. Vol. 21, Iss. 2. P. 341—362.
7. **Осипов В. Ю.** Нейронная сеть с прошедшим, настоящим и будущим временем // Информационно-управляющие системы. 2011. № 4. С. 30—33.
8. **Осипов В. Ю.** Рекуррентная нейронная сеть со структурой слоев в виде двойной спирали // Информационные технологии. 2014. № 7. С. 56—60.
9. **Осипов В. Ю.** Стирание устаревшей информации в ассоциативных интеллектуальных системах // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 3. С. 16—20.

Neural Network Prediction of Events for Intelligent Robots

V. Yu. Osipov, osipov_vasiliy@mail.ru✉, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of RAS, St. Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: **Osipov Vasily Yu.,** D. Sc., Professor, Leading Researcher, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of RAS, St. Petersburg, 199178, Russian Federation, e-mail: osipov_vasiliy@mail.ru

Received on March 02, 2015
Accepted on August 25, 2015

The traditional forecasting of events is based on a preliminary design of their models. Employment of such models as a part of the intelligent robots cannot take into account the whole variety of the situations, which may arise. It is desirable that an adequate model of events is formed by a robot itself. In the interests of intellectualization of the autonomous robots the task of predicting events without setting models of their development is considered. Objective is to increase the functionalities of forecasting of the events with the changing laws of their development. In order to address this problem a new method for predicting is proposed. The method involves the use of a recurrent neural network with controlled synapses and with a layer structure in the form of a double spiral. The method is based on associative memorizing of the current and delayed signals, and extraction of the future events from the memory of the neural network. According to the method is not necessary to know in advance, in accordance with which law the observed events will develop. The development model of such events is formed by the dynamic neural network itself in the process of accumulation of its experience. The method makes it possible to predict the parallel events at various depths with a gradual improvement of the results. These results are the sliding multistep forecasts. Due to this the intelligent robots can qualitatively predict events and plan their responses. The simulation results, reflecting the peculiarities of such prediction, are presented. The recommendations for the use of the proposed method have been formulated.

Keywords: *prediction, neural network, signals, events, autonomous robot*

For citation:

Osipov V. Yu. Neural Network Prediction of Events for Intelligent Robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 12, pp. 836—840.

DOI: 10.17587/mau/16.836-840

References

1. **Dobrynin D. A., Karpov V. Je.** *Modelirovanie nekotoryh form adaptivnogo povedenija intellektual'nyh robotov* (Modeling of some forms of adaptive behavior of intelligent robots), Informacionnye Tehnologii i Vychislitel'nye Sistemy, 2006, no. 2, pp. 45—56 (in Russian).
2. **Bestuzhev-Lada I. V.** ed. *Rabochaja kniga po prognozirovaniju* [Workbook Forecasting], Moscow, Mysl', 1982, 430 p. (in Russian).
3. **Haykin S.** Neural Networks and Learning Machines, Prentice Hall, 2008, 936 p.
4. **Galushkin A. I.** Neural Networks Theory, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007, 396 p.
5. **Osovskii S.** *Neironnye seti dlya obrabotki informatsii* (Neural networks for processing of information), Moscow, Finansy i Statistika, 2004. 344 p. (in Russian).
6. **Ghiassi M., Saidane H., Zimbra D. K.** A dynamic artificial neural network model for forecasting time series events, *International Journal of Forecasting*, 2005, vol. 21, iss. 2, pp. 341—362.
7. **Osipov V. Yu.** *Nejronnaja set' s proshedshim, nastojashhim i budushhim vremenem* (The Neural Network with Past, Present and Future Time), *Informacionno-Upravljajushhie Sistemy*, 2011, no. 4, pp. 30—33 (in Russian).
8. **Osipov V. Yu.** *Rekurrentnaja nejronnaja set' so strukturoj sloev v vide dvojnoj spirali* (Recurrent Neural Network with Structure of Layers in the Form of the Double Spiral), *Informacionnye Tehnologii*, 2014, no. 7, pp. 56—60 (in Russian).
9. **Osipov V. Yu.** *Stiranie ustarevshei informatsii v assotsiativnykh intellektual'nykh sistemakh* (Erase Outdated Information in Associative Intelligent Systems), *Mechatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2012, no. 3, P. 16—20 (in Russian).

УДК 629.73.02; 681.5.01 DOI: 10.17587/mau.16.841-847

А. М. Шевченко, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., anshev@ipu.ru,
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН

Разработка и исследование метода прогнозирования дистанции пробега самолета на посадке[1]

Разработан метод прогнозирования достижимости терминального состояния на режимах штатного или экстренного торможения самолетов. Методологической основой метода является энергетический подход к управлению движением летательных аппаратов. Для повышения достоверности прогноза предложен способ коррекции алгоритмов прогнозирования. Приведены оценки точности прогноза на основании результатов статистических испытаний алгоритма прогнозирования.

Ключевые слова: *энергетический подход, метод прогнозирования, информационная поддержка, посадка*

Введение

По мере расширения области полетов коммерческой авиации и интенсификации воздушных перевозок вопрос безопасности эксплуатации авиационной техники становится все более острым. Повышенное внимание в последнее время уделяется безопасности операций на взлетно-посадочной полосе (runway safety).

По этому направлению в структуре ИКАО созданы международные комиссии с участием отечественных специалистов. Деятельность международных отделений освещается на специальном сайте www.icao.int/RunwavSafety.

Особую роль в вопросах безопасности авиационных перевозок играет "человеческий фактор". Статистика летных происшествий (ЛП) по материалам как зарубежных [1, 2], так и отечественных [3—5] исследований показывает устойчиво высокую долю ЛП, обусловленных участием человека в процессе выполнения полетного задания. Эта доля колеблется в зависимости от методик оценки от 50 до 70 %. При этом на этапы взлета и посадки, как и во все предыдущие годы, приходится более половины ЛП [6].

Хронологический анализ ЛП не выявил тенденции к снижению общей аварийности. Более того, анализ состояния отечественного парка самолетов [7] показывает, что по мере совершенствования техники доля авиационных происшествий, связанных с недостатками систем самолетов и их характеристик, уменьшалась с 40 до 15 %, но выросла с 50 до 80 % доля происшествий, обусловленных отклонениями в работе персонала, в основном экипажа.

Наземные участки траектории движения воздушного судна (ВС) выполняются под контролем пилота или при его непосредственном участии в управлении. Ввиду высоких психологических нагрузок на пилота повышается вероятность ошибочных или несвоевременных действий. Возникновение непредвиденных или нештатных ситуаций при ограничении на время реакции может провоцировать стрессовые состояния пилота. Известны множество факторов, осложняющих полет ВС на заключительном участке траектории. Среди них выделяются следующие:

1. Нарушения/отклонения, допускаемые экипажами ВС:

- нестабилизируемые заходы на посадку;
- нарушения взаимодействия в экипаже;
- двойное управление на ВС типа А-320 или Суперджет;
- ошибки пилотирования вследствие плохих метеоусловий (ветер, низкая облачность, плохая видимость);
- перелеты при посадке;
- перегрузка при посадке;
- повышенная скорость на глиссаде;
- неприменение реверса и интерцепторов;
- потеря ситуативной осведомленности экипажем.

2. Влияние внешних активных возмущений:

- загрязнение покрытия ВПП (наличие воды, снега, льда, слякоти и др.);
- попутный или боковой ветер;
- столкновения ВС с птицами и животными.

3. Повреждения ВС на Земле:

- попадание в двигатель посторонних предметов при взлете и посадке ВС;
- внезапное загромождение ВПП посторонними объектами или ее повреждение;

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 15-08-02943 А.

- отказы оборудования, организованные угрозы, нештатные или вынужденные маневры и др.;
- неисправность тормозной системы;
- разрушение пневматиков и др.

При таком разнообразии возмущающих факторов и при возникновении нештатных режимов движения становится очевидной необходимость улучшения информационной поддержки пилота и создания дружественной аудиовизуальной среды взаимодействия пилота с приборным оборудованием кабины. С этой целью нами были предложены методы и алгоритмы прогнозирования движения ВС на наземных участках траектории [8—11].

В данной работе метод прогнозирования дистанции торможения получил дальнейшее развитие. Для повышения точности и достоверности метода разработан алгоритм коррекции. Выполнены модельные испытания алгоритма прогнозирования в широком диапазоне условий торможения на ВПП.

1. Основы энергетического подхода

Методологической базой разработок является энергетический подход к управлению пространственным движением летательных аппаратов (ЛА).

Алгоритмы управления, основанные на анализе полной энергии самолета, впервые были опубликованы в работе [12]. Сформулированный нами энергетический подход к управлению движением в пространстве использует описание движения объекта как в пространстве переменных состояния, так и в терминах его полной энергии и ее составляющих. В результате совместного решения динамических уравнений переносного движения в возмущенной атмосфере и уравнения полной энергии объекта было получено *уравнение баланса энергий* в системе объектов "летательный аппарат—силовая установка—внешняя среда" [13]:

$$\Delta H_E = \Delta H_E^{\text{дв}} + \Delta H_E^{D} + \Delta H_E^{w}.$$

Это уравнение устанавливает количественные соотношения между источником энергии и всеми ее потребителями. Уравнение записано в форме приращений удельной энергии движения:

$$H_E(*) = E(*)/mg = h + V^2/2g.$$

Единицей измерения удельной энергии является метр, поэтому она называется также энергетической высотой. Уравнение содержит следующие члены: ΔH_E — приращение энергетической высоты; $\Delta H_E^{\text{дв}}$ — удельная работа двигателя; ΔH_E^{D} — затраты энергии на преодоление силы лобового сопротивления; ΔH_E^{w} — работа ветра. Для каждого члена уравнения баланса энергий в работах [13, 14] получены интегральные выражения.

Однако на режимах движения по ВПП возникают силы сопротивления со стороны опор шасси. Поэтому уравнение баланса энергий должно быть обобщено на наземные режимы путем добавления члена $\Delta H_E^{\text{торм}}$, отражающего процесс поглощения энергии на преодоление механических сил торможения:

$$\Delta H_E = \Delta H_E^{\text{дв}} + \Delta H_E^{D} + \Delta H_E^{\text{торм}} + \Delta H_E^{w}.$$

Новый член представлен нами в виде

$$\Delta H_E^{\text{торм}} = \int_{t_1}^{t_2} V k_{\text{торм}} dt,$$

где $k_{\text{торм}}$ — обобщенный нормированный коэффициент торможения, равный отношению суммарной силы сопротивления со стороны шасси к весу самолета. В свою очередь, сила сопротивления зависит от коэффициента сцепления колес с покрытием ВПП и степени обжатия тормозных колодок колес. При полном обжатии коэффициент торможения равен коэффициенту сцепления.

2. Метод прогнозирования дистанции торможения

Процесс посадки схематично показан на рис. 1 (см. третью сторону обложки), где обозначено: $x(t)$ — текущее положение самолета на ВПП; $D_{\text{торм}}$ — длина тормозного пути; $X_{\text{торм}}$ — координата конечной точки; $L_{\text{резерв}}$ — резерв пробега до обреза ВПП.

Прогнозную длину тормозного пути определим как расстояние, на котором скорость движения будет погашена от текущей до некоторой малой величины ε, например, до скорости рулежки:

$$S_{\text{прог}} = S(t)|_{V(t) \leqslant \varepsilon}.$$

Прогнозируя этап торможения для самого общего случая, т. е. с этапа захода на посадку, будем учитывать высоту полета. Полная энергия движения на текущий момент равна

$$E(t_0) = 0{,}5mV(t_0)^2 + mgh(t_0).$$

Значение энергии в процессе движения определяется работой внешних сил на траектории S:

$$E(t)_{\text{прог}} = 0{,}5mV(t)^2 + mgh(t) + S_{\text{прог}} \sum_i F_i(t).$$

В число внешних сил F_i входят: тяга двигателя (P), в том числе реверсивная, аэродинамические силы (D), соответствующие текущей конфигурации, и силы торможения со стороны шасси ($F_{\text{торм}}$). Последние зависят от коэффициента сцепления колес с покрытием, выпуска тормозных щитков и парашютов, а также от энергоемкости тормозной системы.

Моделирование или прямое измерение всех действующих сил является нетривиальной задачей. Реакцией равнодействующей этих сил является приобретаемое ускорение. В предлагаемой методике сумма действующих сил естественным образом вычисляется через продольное ускорение $a(t)$:

$$\sum_i F_i = ma(t),$$

которое на борту обычно определяется по измеряемой перегрузке $n_x(t)$:

$$a(t) = gn_x(t).$$

Выбрав критерий останова $V(t) \leqslant \varepsilon$, где ε — близкая к нулю малая величина, была найдена прогнозная длина тормозного пути:

$$D_{\text{торм}} = S(t)_{\text{прог}} = 0{,}5(V(t)^2 - \varepsilon^2)/gn_x(t).$$

По вычисленной оценке предельной дальности останова самолета в поле зрения пилота может быть сгенерировано сообщение о резерве дистанции безопасного торможения:

$$L_{\text{резерв}} = L_{\text{ВПП}} - x(t) - D_{\text{торм}}.$$

Такое сообщение, безусловно, полезно для принятия пилотом решения об экстренном торможении или, в случае невозможности, — об уходе на второй круг.

3. Коррекция алгоритма прогнозирования

Очевидно, что информативность и применимость прогноза для повышения ситуационной осведомленности тем выше, чем более достоверны прогнозные оценки параметров движения по отношению к их реальным значениям.

На этапе торможения основной прогнозируемой величиной является длина тормозного пути $D_{\text{торм}}$ от текущего положения самолета на ВПП до точки, в которой скорость будет погашена до скорости руления $V_{\text{р}}$.

Наиболее простой и очевидный прогноз дистанции торможения выполняется в процессе движения самолета по ВПП на основе текущих энергетических характеристик и действующих сил.

В процессе движения все силы меняются в соответствии с изменением скоростного режима или по какой-либо программе (в соответствии с наставлениями и инструкциями РЛЭ), или в связи с непредвиденными обстоятельствами, такими как изменение состояния покрытия ВПП, отказы двигателя или тормозной системы и др. Кроме того, ветер и осадки могут изменить предполагаемые или расчетные условия на ВПП. Все эти факторы приводят к тому, что каждый реальный полет представляет собой в общем случае цепь случайных процессов, и поэтому рассчитываемые априори оценки движения самолета по ВПП не совпадают с реальными.

Таким образом, прогноз не может совпадать с реальным процессом и всегда содержит погрешность или неопределенность. Более того, прогноз по текущей ситуации всегда оказывается оптимистичным, так как основные силы торможения уменьшаются по мере снижения скорости движения. Для повышения достоверности прогноза в данной работе предлагается новый более эффективный метод коррекции алгоритмов прогнозирования.

Этот метод допускает, что использование имеющихся технических средств торможения (включая тормозную систему шасси, реверс тяги, выпуск интерцепторов) может осуществляться не в соответствии с нормативами, а по достаточно произвольным сценариям на пробеге.

Повышение достоверности прогноза в работе достигается введением в алгоритм прогнозирования масштабного коэффициента коррекции Q результатов прогнозирования, полученных по текущим параметрам движения воздушного судна. Корректированная длина тормозного пути находится в виде

$$D_{\text{торм_кор}} = Q_{\text{кор}} D_{\text{торм}}.$$

При этом

$$Q_{\text{кор}} = Q_{\text{кор}}(J_i, k_{\text{торм}}, V),$$

где J_i — признак режимов, V — скорость качения.

Целью коррекции являлось приближение расчетной прогнозируемой дистанции до конечной точки пробега к фактической.

Было установлено, что наибольшие погрешности прогноза возникали на участках с максимальным реверсом и с выпущенными интерцепторами. В целях снижения ошибок прогнозирования на разных участках пробега были разработаны и исследованы усложненные алгоритмы коррекции прогноза. Эти участки всегда идентифицируются в системе управления, и поэтому переключение вида коррекции не вызывает затруднений.

Идентификаторами режимов являются логические переменные $J_{\text{рев}}$ и $J_{\text{инт}}$, и коэффициент коррекции также различается по режимам:

$$Q_{\text{кор}} = \begin{cases} Q_{\text{рев}}, \text{ если } J_{\text{рев}} \geqslant 1; \\ Q_{\text{инт}}, \text{ если } J_{\text{инт}} \geqslant 1. \end{cases}$$

Как было показано в модельных экспериментах, в начале тормозного пути (на реверсном участке) наибольшее влияние на ошибки прогнозирования имеют коэффициент торможения $k_{\text{торм}}$ и скорость качения V. Поскольку коэффициент торможения $k_{\text{торм}}$ в наибольшей степени зависит от коэффициента сцепления $k_{\text{сц}}$, который и сообщается на борт для расчета посадки или перед разбегом, то коэффициент коррекции $Q_{\text{рев}}$ в явном виде учитывал именно эти факторы:

$$Q_{\text{рев}} = k_{\text{рев}}(k_{\text{сц}})k_{\text{рев}}(V).$$

Чтобы иметь возможность оценивать погрешности прогноза, каждый модельный эксперимент выполнялся дважды. В первом полете фиксировалась реальная, фактическая траектория, а во втором все прогнозные оценки сопоставлялись с реальным движением. Были выполнены модельные полеты во всем диапазоне условий на этапе пробега, включая разброс масс, скоростей и коэффициентов сцепления. По результатам моделирования на множестве дискретных условий были определены погрешности прогнозирования и соответствующие им масштабные коэффициенты коррекции. Было обнаружено, что коэффициенты коррекции слабо зависят от массы самолета. Поэтому эти зависимости были усреднены и представлены одной общей

для всех масс табличной функцией. Затем для этой функции была найдена формульная аппроксимация методом регрессионного анализа результатов модельных испытаний на режимах торможения во всевозможных погодных условиях. Были найдены варианты аналитической аппроксимации в виде полиномов 2-, 3- и 4-й степеней:

$$k_{\text{рев}}(k_{\text{сц}}) = 2{,}87(k_{\text{сц}})^2 - 4{,}50k_{\text{сц}} + 2{,}74;$$

$$k_{\text{рев}}(k_{\text{сц}}) = 16{,}14(k_{\text{сц}})^3 - 22{,}55(k_{\text{сц}})^2 + \\ + 8{,}25k_{\text{сц}} + 0{,}716;$$

$$k_{\text{рев}}(k_{\text{сц}}) = -131{,}59(k_{\text{сц}})^4 + 292{,}47(k_{\text{сц}})^3 - \\ - 233{,}41(k_{\text{сц}})^2 + 77{,}34k_{\text{сц}} - 7{,}462.$$

Соотношение исходных и аппроксимированных зависимостей показано на рис. 2 (см. третью сторону обложки).

Были проведены тестирования вариантов. Для сравнения найдены осредненные ошибки прогнозирования в пределах реверсного участка и на всей траектории. Осреднение проводили по совокупности погрешностей моделирования посадок во всех диапазонах посадочных масс (от 70 до 105 т) и коэффициентов сцепления (от 0,3 до 0,75). Сводная таблица сравнительных оценок содержит результаты по двум скоростям (табл. 1).

Несмотря на различия аппроксимирующих полиномов, итоговые погрешности отличались не более, чем на 10 %. Малые значения погрешностей прогнозирования свидетельствуют о высокой эффективности коррекции. Сделан вывод, что замена дискретных точных зависимостей их аналитическими аппроксимациями не приводит к заметному ухудшению точности прогнозирования.

Многие процедуры по использованию средств торможения выполняются в зависимости от скорости. Поэтому следующим шагом на пути улучшения правдоподобия прогноза было введение в алгоритм прогнозирования дополнительной настройки коэффициента коррекции по скорости.

Из множества возможных вариантов был выбран метод масштабирования по относительной скорости. Эмпирическая зависимость от скорости была найдена в виде

$$k_{\text{рев}}(V) = k_1(k_0 + (1 - k_0)V/V_{\text{н}}),$$

где $V_{\text{н}}$ — начальная скорость торможения; k_1 — коэффициент, определяющий общую интенсивность коррекции; k_0 — коэффициент, меняющий степень и знак коррекции по мере движения самолета по ВПП. Настроечные коэффициенты k_0 и k_1 определяли методом поиска на множестве полетных условий по критерию минимума средней погрешности прогноза на реверсном участке.

Таблица 1

Сравнение вариантов аппроксимации

Скорость V, км/ч	Степень аппроксимирующего полинома	Ошибки на реверсе	Ошибки на всей траектории
200	2 4	5,276 4,728	37,725 35,849
220	2 4	6,105 9,313	31,972 24,099

В отличие от метода коррекции, изложенного ранее в работе [11], где коррекция проводилась по сложной зависимости на протяжении всей траектории торможения, в настоящей работе предложено корректировать прогноз за пределами реверсного участка только на период времени с выпущенными интерцепторами. Это выполняется простым масштабированием $Q_{\text{инт}} = k_{\text{инт}}$. Значения $k_{\text{инт}}$ для всех условий торможения были найдены методом поиска по критерию минимальной ошибки за весь полет.

Такой метод раздельной коррекции в зависимости от используемых средств торможения показал достаточно хорошую степень приближения прогнозных оценок к фактической траектории.

4. Статистические испытания алгоритма прогнозирования дистанции торможения

Исследования алгоритмов прогнозирования проводили на компьютерном моделирующем стенде. В составе стенда содержалась полная сертифицированная модель самолета ТУ-204 со штатной системой управления, включая модель двигателя и модель шасси. Стенд оснащен сервисными средствами для задания условий эксперимента, обработки и регистрации результатов.

Программное обеспечение исследовательского стенда содержало программный модуль для проведения статистических испытаний разрабатываемых алгоритмов прогнозирования. Модуль статистических испытаний был настроен на анализ погрешностей прогнозирования точки останова в процессе торможения самолета на ВПП. Фрагмент главного окна программы статистического анализа показан на рис. 3 (см. третью сторону обложки). Изображение окна показано после открытия в нем одной из таблиц результатов статистического моделирования этапов торможения на посадках.

Для дальнейшего анализа проводится выбор любой из случайных переменных виртуальными клавишами (рис. 4, см. третью сторону обложки).

Перед построением графика функции распределения выполняется сортировка полученных данных из файла в формате StatAn(*).txt от минимума к максимуму (по возрастанию). При этом выполняется расчет ее первого и второго моментов: среднего MX и дисперсии DX.

По отсортированным данным рассчитывается экспериментальная функция распределения $Y[i]$ путем деления результата испытания на общее число испытаний. Далее по полученным табличным значениям проводится обратное преобразование с помощью стандартной функции invnormaldistribution($Y[i]$). Затем по рассчитанным

математическому ожиданию и дисперсии с помощью стандартной функции normaldistribution ((*X*[*i*]-MX)/DX) вычисляется теоретическая функция распределения по нормальному закону *Z*[*i*]. По полученным значениям также проводится обратное преобразование с помощью стандартной функции invnormaldistribution(*Z*[*i*]).

После предварительных манипуляций можно перейти в режим построения графиков функции распределения и плотности вероятности. На экране отображаются экспериментальная функция вместе с аналитической аппроксимацией нормальным законом с теми же моментами. В данном исследовании для получения статистических оценок выполняли серии экспериментов по 10 000 полетов.

На рис. 5 показан пример построения экспериментальной и теоретической плотности вероятности ошибок прогнозирования дистанции торможения ($\Delta D_{\text{торм}}$) самолета массой 90 т от начальной скорости 200 км/ч при коэффициенте сцепления с покрытием ВПП: $K_{\text{сц}} = 0{,}5$. Случайными возмущениями были разброс посадочных масс и коэффициента сцепления в диапазоне ± 10 % по гауссовскому закону. Среднее и среднеквадратичное отклонение ошибок равны, соответственно, $m(\Delta D_{\text{торм}}) = -2{,}92$, $\sigma(\Delta D_{\text{торм}}) = 35{,}4$.

Как видно из графиков, случайные ошибки прогнозирования имеют распределения, весьма близкие к нормальному. Аналогичные результаты получены и для других коэффициентов сцепления. Малые значения среднего ошибок (−8,43, −2,92 и 0,087) для трех характерных коэффициентов сцепления свидетельствуют о высокой точности прогноза, которая достигается эффективной коррекцией алгоритмов прогнозирования.

Процесс торможения является одним из самых динамичных и напряженных (ответственных) этапов полета. Поэтому все действия экипажа и режимы автоматических систем торможения жестко регламентированы руководствами по летной эксплуатации. Это позволяет достаточно правдоподобно предсказать развитие процесса торможения, соблюдая все предписанные регламентом манипуляции. Основные события на этапе торможения происходят в следующей последовательности: касание основных стоек шасси, опускание носовой стойки, выпуск интерцепторов, включение и выключение реверса тяги, уборка интерцепторов, обжатие тормозных колодок колес.

Как и ожидалось, наиболее сильное влияние на динамику процесса оказывает реверс тяги двигателя. В данной работе были исследованы и сопоставлены ошибки прогнозирования в течение всего этапа торможения (Ош.полн) и ошибки только на режиме с включенным реверсом (Ош.рев). Повышение достоверности прогноза на участке реверсирования имеет большое значение. Это обусловлено тем, что на этом участке скорость движения наиболее высока, что приводит пилота в состояние повышенного психологического напряжения. Поэтому

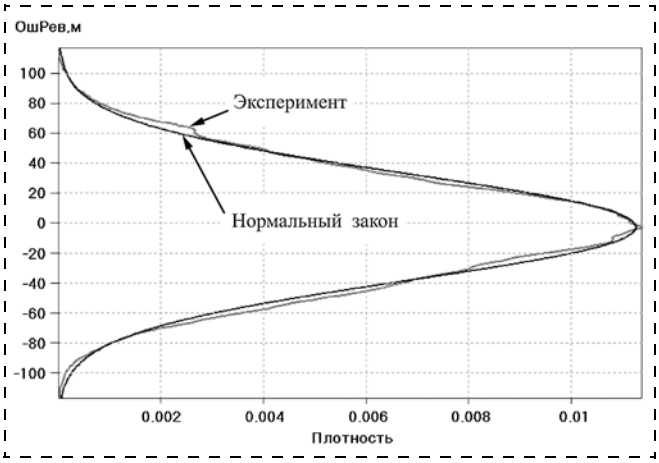


Рис. 5. Плотность вероятности ошибок прогнозирования дистанции торможения самолета на режиме реверса

Таблица 2

Средние ошибки

Критерий оптимизации	Коэффициент сцепления					
	0,3		0,5		0,75	
	Ошибка на реверсном режиме	Ошибка полная	Ошибка на реверсном режиме	Ошибка полная	Ошибка на реверсном режиме	Ошибка полная
1	−8,97	−8,94	−0,48	10,27	−0,23	6,03
2	−21,35	−3,81	−3,54	−2,0	1,55	0,55

информационная поддержка в форме точных оценок развития ситуации на участке реверса будет весьма полезна для принятия решения пилотом в условиях дефицита времени.

В табл. 2 приведены средние значения ошибок в процессе торможения самолета с посадочной массой 90 т, начальной скоростью 200 км/ч и коэффициентами сцепления с ВПП 0,3, 0,5 и 0,75, полученные при оптимизации настроек алгоритма прогнозирования по двум критериям: 1) минимума ошибок на реверсном режиме и 2) минимуму ошибок за весь полет.

Эти данные подтверждают, что реверсный участок вносит основную погрешность в прогноз, а метод оптимизации по критерию минимума ошибки на реверсном участке также значительно снижает полную ошибку за весь пробег, что повышает достоверность прогноза.

Заключение

Разработан метод прогнозирования дистанции торможения на основе энергетического подхода к управлению. Предложен способ коррекции результатов прогноза. Разработан компьютерный исследовательский стенд для испытания алгоритмов прогнозирования. Стенд содержит сертифицированную модель самолета ТУ-204, пакет программ расчета прогнозных величин и их статистической

обработки, а также средства регистрации результатов испытаний.

Были выполнены детерминированные и статистические модельные испытания алгоритмов в широком диапазоне условий торможения, включая посадочные массы, скорости и коэффициенты сцепления. Наибольшие абсолютные и относительные погрешности имеют место в начале режима торможения. По мере приближения к конечной точке погрешности обнуляются.

Проведенные статистические испытания алгоритма прогнозирования показали его высокую достоверность и правдоподобие.

Предметом дальнейших исследований должны быть вопросы программной реализации базы данных для оптимальных коэффициентов коррекции. Предстоит сделать выбор между интерполяцией табличных функций и аппроксимацией их аналитическими функциями.

В перспективе реализация метода прогнозирования на борту повысит ситуативную осведомленность экипажа и облегчит принятие решений в критических ситуациях.

Список литературы

1. **Rallo N.** The European Regional Aviation Safety Group (RASG-EUR) // FSFI International Workshop, 15 May, 2012.
2. **Rallo N.** Runway safety: the big picture // ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6—8 November, 2012.
3. **Sharov V.** Development of Overrun Prognosis System in Volga-Dnepr Airline // ICAO_Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6—8 November, 2012.
4. **Jarinov S.** Role of the Regulator // ICAO_Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6—8 November, 2012.
5. **Шаров В. Д.** Методика оценки вероятности выкатывания воздушных судов за пределы ВПП при посадке // Научный вестник МГТУ гражданской авиации. 2007. № 122.
6. **Statistical** Summary of Commercial Jet Airplane Accidents. Worldwide Operations 1959—2012. Boeing. August 2012. URL: http://www.boeing.com/news/techissues/pdf/statsum.pdf
7. **Кофман В. Д., Полтавец В. А., Теймуразов Р. А.** Сравнительный анализ безопасности полетов отечественных и зарубежных самолетов // Транспортная безопасность и технологии. 2005. № 4 (5).
8. **Борисов В. Г., Павлов Б. В., Шевченко А. М.** Средства информационной поддержки пилота в нештатных ситуациях // Матер. 7-й науч.-техн. конф. "Мехатроника, автоматизация, управление". СПб. ОАО "Концерн "ЦНИИ Электроприбор", 2010. С. 74—77.
9. **Шевченко А. М., Павлов Б. В., Начинкина Г. Н.** Метод прогнозирования взлета самолета при наличии высотных препятствий // Изв. Южного федерального ун-та. Техн. науки. 2012. № 3. С. 167—172.
10. **Shevchenko A. M.** Some Means for Informational Support of Airliner Pilot // 5th Int. Scientific Conf. on Physics and Control (Physcon 2011). Leon, Spain. Sept. 5—8, 2011. P. 1—5. URL: http://lib.physcon.ru/doc?id=78f90e41e746/
11. **Kuznetsov A., Shevchenko A., Solonnikov Ju.** The Methods of Forecasting Some Events During the Aircraft Takeoff and Landing // 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA2013).Germany. 2013. P. 183—187.
12. **Lambregts A. A.** Vertical Flight Path and Speed Control Autopilot Design Using Total Energy Principles // AIAA Paper 83-2239CP. 1983. P. 559—569.
13. **Kurdjukov A. P., Nachinkina G. N., Shevtchenko A. M.** Energy approach to flight control // AIAA Conf. Navigation, Guidance & Control. AAIA Paper 98-4211. Boston. 1998.
14. **Павлов Б. В., Шевченко А. М., Начинкина Г. Н.** Энергетический подход и его использование для проектирования систем управления полетом // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем. 2003. Вып. 2 (16), Т. 8. С. 24—43.

Research and Development of a Method for Forecasting of Rollout Distance of an Aircraft

A. M. Shevchenko, anshev@ipu.ru✉, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: **Shevchenko Andrew M.,** Senior Staff Scientist, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation, e-mail: anshev@ipu.ru

Received on August 26, 2015
Accepted on September 01, 2015

Any aircraft mission includes a land movement phase. Such phases are carried out under control of a pilot. At this time the aircraft crew experiences high psychological stresses. Stressful conditions create prerequisites for improper or erroneous actions. Therefore, the human factor plays a decisive role in ensuring safety and accident free flights of the air transport. In order to improve the crews' situational awareness, the algorithmic methods for assessing of the current and predicting of the future movement of the aircraft were developed. The methods are based on the energy approach to the flight control. The well-known energy balance equation is generalized to the runway modes by adding a member, reflecting the absorption of energy to overcome the drag of the mechanical forces. The new member is presented in the following form: $\Delta H_E^b = \int_{t_1}^{t_2} V k_b dt$ *, where* k_b *is the normalized braking coefficient equal to the ratio of the total resistance forces from the chassis to the weight of an aircraft. Here* $H_E(*) = E(*)/mg$ *is the specific energy. The extended equation* $\Delta H_E = \Delta H_E^{eng} + \Delta H_E^D + H_E^b + \Delta H_E^w$ *describes how to change the total energy of an aircraft throughout its trajectory, including the ahead segment. The length of this segment is calculated from the conditions of achievement of the required final energy state. In the braking mode the final state is determined by a known speed taxiing. The target braking distance is described by the following equation:* $D_b = 0{,}5(V(t)^2 - V_{\text{taksiin}}(t)^2)/gn_x(t)$*. However, this forecast does not take into account the change in the braking forces on the ahead lying trajectory. Therefore, in order to improve the reliability of forecasting the method of algorithms' correction was offered. The correction coefficients are the func-*

tions of the mass, velocity and braking coefficient. These functions are approximated by the polynomials up to degree-4. The computer research stand was developed, including the mathematical model of Tupolev Tu-204. The deterministic and statistical tests within the range of the aircraft mass of 70-105 tons, approach speed of 200—220 km/h and friction coefficient of 0,3—0,75 were performed. The estimates of the accuracy of the forecast on the basis of the tests are presented.

Keywords: *energy approach, forecasting method, information support, landing*

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 15-08-02943 A.

For citation:

Shevchenko A. M. Research and Development of a Method for Forecasting of Rollout Distance of an Aircraft, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 12, pp. 841—847.

DOI: 10.17587/mau/16.841-847

References

1. **Rallo N.** The European Regional Aviation Safety Group (RASG-EUR), *FSFI International Workshop*, 15 May 2012.
2. **Rallo N.** Runway safety: the big picture, *ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS)*, Moscow, 6—8 November 2012.
3. **Sharov V.** Development of Overrun Prognosis System in Volga-Dnepr Airline, *ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS)*, Moscow, 6—8 November 2012.
4. **Jarinov S.** Role of the Regulator, *ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS)*, Moscow, 6—8 November 2012.
5. **Sharov V. D.** *Metodika ocenki verojatnosti vykatyvanija vozdushnyh sudov za predely VPP pri posadke* (Method of acessing the probability of rolling out the aircraft off the runway during landing), *Nauchnyj Vestnik MGTU Grazhdanskoj Aviacii*, 2007, no. 122.
6. **Statistical** Summary of Commercial Jet Airplane Accidents, Worldwide Operations 1959—2012. Boeing. August 2012, available at http://www.boeing.com/news/techissues/pdf/statsum.pdf
7. **Kofman V. D., Poltavec V. A., Tejmurazov R. A.** *Sravnitel'nyj analiz bezopasnosti poletov otechestvennyh i zarubezhnyh samoletov* (Comparative analysis of the safety of domestic and foreign aircraft), *Transportnaja Bezopasnost' i Tehnologii*, 2005, no. 4 (5).
8. **Borisov V. G., Pavlov B. V., Shevchenko A. M.** *Sredstva informacionnoj podderzhki pilota v neshtatnyh situacijah* (Information support of the pilot in emergency situations), *Proc. 7th scientific and engineering. Conf. "Mechatronics, Automation, Control"*, St. Petersburg. JSC "Concern" Central Research Institute of Electrical Appliance ", 2010, pp. 74—77.
9. **Shevchenko A. M., Pavlov B. V., Nachinkina G. N.** *Metod prognozirovanija vzleta samoleta pri nalichii vysotnyh prepjatstvij* (The method of predicting takeoff if tall obstacles), *Izv. Juzhnogo federal'nogo universitetata. Tehn. nauki,* 2012, no. 3, pp. 167—172.
10. **Shevchenko A. M.** Some Means for Informational Support of Airliner Pilot, *5th Int. Scientific Conf. on Physics and Control (Physcon 2011)*, Leon, Spain, Sept. 5—8, 2011, pp. 1—5, available at http://lib.physcon. ru/doc?id=78f90e41e746/
11. **Kuznetsov A., Shevchenko A., Solonnikov Ju.** The Methods of Forecasting Some Events During the Aircraft Takeoff and Landing, *Proc. 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA2013)*, Germany, 2013, pp. 183—187.
12. **Lambregts A. A.** Vertical Flight Path and Speed Control Autopilot Design Using Total Energy Princi ples, *AIAA Paper 83-2239CP*, 1983, pp. 559—569.
13. **Kurdjukov A. P., Nachinkina G. N., Shevtchenko A. M.** Energy approach to flight control, *AIAA Conf. Navigation, Guidance & Control,* AAIA Paper 98-4211, Boston, 1998.
14. **Pavlov B. V., Shevchenko A. M., Nachinkina G. N.** *Jenergeticheskij podhod i ego ispol'zovanie dlja proektirovanija sistem upravlenija poletom* (Energy approach and its use for the design of flight control systems), *Aktual'nye Problemy Aviacionnyh i Ajerokosmicheskih Sistem,* iss. 2 (16), vol. 8, 2003, pp. 24—43.

УДК 658.512.6 DOI: 10.17587/mau.16.847-852

О. И. Лахин, руководитель направления аэрокосмических систем, e-mail: lakhin@smartsolutions-123.ru,
И. В. Майоров, руководитель отдела математического моделирования, e-mail: imayorov@smartsolutions-123.ru,
НПК "Разумные решения"

Метод адаптивного планирования грузопотока российского сегмента Международной космической станции на основе мультиагентной технологии[1]

Постановка проблемы: *рассматривается задача построения плана грузопотока Российского сегмента Международной космической станции (РС МКС). Задача представлена в виде динамического баланса интересов между потребностями и возможностями.* ***Методы:*** *предлагается метод адаптивного планирования грузопотока РС МКС в реальном времени, учитывающий приоритеты грузов. В основе данного метода лежат мультиагентные технологии для разрешения конфликтов путем переговоров агентов. Данный метод способен гибко и эффективно адаптировать план грузопотока по событиям в реальном времени.* ***Результаты:*** *разработанный метод применяется в мультиагентной системе планирования грузопотока РС МКС и использует мультиагентную платформу для планирования в реальном времени.*

Ключевые слова: *поддержка принятия решений, адаптивное планирование, мультиагентная технология, планирование грузопотока, события*

Введение

Обеспечение жизнедеятельности и проведение научных исследований на борту российского сегмента Международной космической станции (РС МКС) требуют постоянного планирования доставки различных грузов, их возврата или утилизации, включая научную аппаратуру для космических экспериментов, запасные части, материалы и инструменты для ремонтов, запас топлива, воздуха, воды и пищи

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и образования РФ.

для космонавтов, результаты космических экспериментов и т. п.

Построение стратегических и тактических планов полета, а также доставки, возврата, утилизации и размещения на РС МКС грузов, в составе которых имеется более 3500 наименований объектов, — это сложная и трудоемкая задача, при решении которой необходимо учитывать множество факторов, ограничений и предпочтений, таких, например, как изменяющиеся потребности в топливе, воде и продовольствии, баллистика и солнечная активность, особенности типов кораблей и стыковочных модулей и т. д. При этом любое событие может оказывать влияние на программу полетов и план грузопотока, например, изменение дат старта и посадки, стыковки или отстыковки, состава экипажа и других параметров, что требует динамического перепланирования в цепочке изменений связанных между собой параметров, которые должны быть уточнены, пересчитаны и согласованы соответствующим образом.

Для решения такого класса сложных и динамичных задач все чаще применяется мультиагентный подход [1—2] — одно из наиболее перспективных направлений в области искусственного интеллекта (ИИ), в котором поиск решения сложной задачи может выполняться распределенным образом, с использованием принципов самоорганизации и эволюции, присущих живым организмам [3—5]. В развиваемом подходе используется концепция сетей потребностей и возможностей (ПВ-сетей), в которой любой план строится как гибкая (перестраиваемая по событиям) сеть связей агентов потребностей (заявок) и возможностей (ресурсов) [6—7].

В данной статье рассматривается метод планирования грузопотока РС МКС, развивающий предложенный ранее метод сопряженных взаимодействий в ПВ-сетях за счет использования приоритетов грузов. Показываются преимущества разработанного решения для адаптивной обработки событий, не требующей останова и перезапуска системы, а также перспективы его развития.

1. Задача планирования грузопотока РС МКС

Для формулировки математической постановки задачи планирования ресурсов транспортных кораблей предполагается, что каждый из запросов (заказов) на ресурсы и каждый ресурс могут иметь собственные критерии принятия решений (например, сроки, себестоимость, риск и др.), причем их важность может изменяться в ходе выполнения задач.

Для унификации критериев, предпочтений и ограничений для заявок и ресурсов вводится понятие удовлетворенности соответствующих агентов.

Структуру планов грузопотока РС МКС можно описать через набор планов ресурсов и заказов на доставки, возврат или утилизацию грузов, где на нижнем уровне ресурсы представлены конкретными местами в транспортном корабле. Заказы на этом уровне — элементарные грузы, не делимые на составляющие. Более крупные планы — контейнеры для оборудования и баки для размещения топлива, воды и газов и т. д.

При этом каждому плану уровня h (полета транспортного корабля, контейнеров для грузов, баков для топлива и т. п.) ставятся в соответствие цели ресурсов и заказов, состояние которых описывается через функции удовлетворенности $u_j^{res\,h}$ по критериям i из множества $\{x_i^h\}$ с весом $\alpha_{ij}^{res\,h}$, показывающие, насколько критерии отклоняются от желаемых значений $x_{ij}^{id\,h}$ для данного ресурса j по плану h. Функции удовлетворенности задаются в кусочно-линейном виде по аргументам. Значения функций удовлетворенности лежат в сегменте от 0 до 1. Критерии сворачиваются аддитивным способом в единую функцию удовлетворенности. В данной модели целевая функция ресурсов (*res*) на плане уровня h по удовлетворенности зависит от отклонения критериев x_i^h, от значений критериев на предшествующем уровне $h-1$ и значений удовлетворенности ресурсов и задач на выбранном уровне плана. Аналогично может быть задана функция с весом $\beta_{mn}^{task\,h}$ удовлетворенности заказов (задач) $u_n^{task\,h}$ на уровне плана h, в качестве критериев рассматривается множество $\{y_n^h\}$. На уровне таких планов для ресурсов и задач вводятся приоритеты $\{w_j^{res\,h}\}$ и $\{w_n^{task\,h}\}$ соответственно. Тогда задача оптимизации плана доставки грузов сводится к максимизации удовлетворенности ресурсов и заявок для планов уровня $h = 1...H$:

$$u^h = u^{res\,h} + u^{task\,h} =$$
$$= \sum_j w_j^{res\,h} u_j^{res\,h} + \sum_n w_n^{task\,h} u_n^{task\,h} =$$
$$\sum_j w_j^{res\,h} \sum_i \alpha_{ij}^{res\,h} f_{ij}^{res\,h}(x_i^h - x_{ij}^{id},\, x_i^{h-1},\, f_{ij}^{res\,h-1}) +$$
$$+ \sum_n w_n^{task\,h} \sum_m \beta_{mn}^{task\,h} f_{mn}^{task\,h}(y_m^h - x_{mn}^{id}, y_n^{h-1}, f_{mn}^{task\,h-1});$$
$$x^{res\,h^*} = \max_{x_i^h}(u^{res\,h}); \qquad (1)$$
$$y^{task\,h^*} = \max_{y_m^h}(y^{task\,h}),$$

где $x^{res\,h^*}$ и $y^{res\,h^*}$ — оптимальные значения критериев переменных ресурсов и задач для планов уровня h. Для плана нижнего уровня 1 функции компонент удовлетворенности f_{ij} при $h = 1$ зависят только от отклонений аргументов.

Переменные x и y лежат в области критериев ресурсов D^I и D^M заявок, I и M — размерности соответствующих пространств:

$$x_i \in D^I,\ y_m \in D^M\ \forall i, j,\ I = Dim(D^I),\ M = Dim(D^M).$$

Таким образом, задача планирования сформулирована в системе как задача максимизации удовлетворенности всех участников. Рекурсивность задачи (1) по уровню планов и нелинейность по зависимостям от решений на предшествующем уровне допускает итерационное решение с помощью "вложенных" сетевых мультиагентных планировщиков, что доказывается результатами экспериментальной реализации в различных приложениях.

В результате получаемое решение ("хорошее расписание") должно быть найдено как баланс (равновесие) интересов заказов и ресурсов, что может достигаться выявлением и разрешением конфликтов путем переговоров и согласованным принятием решений всех тех участников, на состояние которых может оказать влияние очередное новое событие.

2. Предлагаемый подход к решению задачи

В предлагаемом подходе решение любой сложной задачи распределения, планирования и оптимизации ресурсов рассматривается как поиск баланса интересов всех участников, что достигается путем выполнения последовательных приближений от самого грубого, простого, но быстро получаемого решения — к более сложным и лучшим решениям, что важно для оперативной и гибкой адаптации планов по событиям в реальном времени.

В этих целях предлагается набор базовых программных агентов, которые стараются добиться заданных им целевых установок (идеальных значений показателей) и, даже получив максимум возможного в текущей ситуации, не оставляют попыток их улучшить.

Например, груз при планировании хочет быть доставленным точно в срок и с минимальной ценой, а транспортный корабль — максимально эффективно использованным, т. е. не иметь недогруза или перегрузки. Груз получает активность и быстро размещается в расписание на первое свободное место в корабле, но дальше может активироваться сам корабль, который будет оценивать свое состояние и пытаться его улучшить за счет привлечения недостающих ему грузов.

Выигрыш в эффективности при использовании мультиагентных технологий достигается за счет перехода к принятию решений "по ситуации" в реальном времени, когда пользователь, а в будущем и сама система, смогут управлять важностью критериев.

Разработанный подход основан на концепции "холона", предложенного для построения мультиагентных систем в работе [8], где допускается вложенность и связанность многоуровневых планов и впервые были введены специальные классы агентов "заказов "(грузов), "продуктов" (в данном случае, полетов) и "ресурсов" (транспортных кораблей), а также "штабной агент" для координации решений.

Такой подход применяется для решения задачи многокритериального планирования заказов на ресурсы, в числе критериев для такой задачи традиционно рассматриваются приоритеты грузов, объемы, типы, риски и др. Реализация мультиагентного подхода для решения рассматриваемой задачи адаптивного планирования грузопотока основана на использовании разработанной ранее концепции сетей потребностей и возможностей и метода сопряженных взаимодействий для управления ресурсами на виртуальном рынке в реальном времени [5, 9].

Требование "реального времени" здесь напрямую связано с обеспечением эффективного использования ресурсов, поскольку появление задержек в принятии решений о распределении ресурсов может привести к потере качества обеспечения РС МКС или к полному срыву сроков поставки грузов. В таких условиях, когда ни число заказов, ни число ресурсов заранее не известны, применение классических методов распределения, планирования и оптимизации ресурсов чаще всего оказывается неприемлемым на практике.

Предлагается использовать метод, развивающий разработанный ранее метод сопряженных взаимодействий за счет использования приоритетов, позволяющий решать задачи управления распределением разнородных ресурсов РС МКС в реальном времени.

3. Модификация метода сопряженных взаимодействий

Предлагаемый метод учитывает особенности планирования грузопотока на РС МКС и приоритеты грузов различного назначения. Модифицированный метод состоит из двух фаз: первоначальной инициализации размещения грузов по полетам и проактивного улучшения состояний заказов и грузов.

Предполагается, что потребности в грузопотоке изначально заданы, и имеется начальная программа полета. У всех грузов грузопотока заданы массы грузов, их типы и виртуальные стоимости и временной диапазон доставки.

При поступлении новой заявки на размещение груза происходит следующее:

1. Инициируется создание нового агента груза.
2. Агент нового груза опрашивает агентов запусков (полетов) транспортных кораблей, включенных в план полета РС МКС, относительно принципиальной возможности планирования доставки в рамках данного полета и получает от них ответы.
3. Агент нового груза анализирует и ранжирует возможные варианты по их выгодности для себя (оценка осуществляется в соответствии со степенью соответствия варианта требованиям нового груза, упорядоченным по степени важности).

4. Если свободного места на выбранном грузом полете транспортного корабля достаточно для размещения (груз проходит по весу и объемам), доставка данного груза включается в план грузопотока.

5. Начинаются переговоры по разбору конфликта и поиску его разрешения путем перемещения непосредственно конфликтующих грузов между полетами, а также тех, кто вовлекается в конфликты далее, причем используются протоколы разрешения конфликтов, связанные со сдвигами в пределах ресурса, вытеснением на другой ресурс и обменами между ресурсами.

6. Порядок активации агентов зависит от приоритетов групп грузов и ситуации, складывающейся в ПВ-сети.

7. Каждый агент на этапе проактивного улучшения планов делает попытку улучшить свое размещение для повышения функции удовлетворенности.

8. Работа метода завершается, когда ни один агент более не может улучшить ситуацию, вышло время для планирования или решение несущественно улучшается в пределах заданного порога.

В результате получаемая ПВ-сеть представляет собой пример самоорганизующейся системы, формирующей и изменяющей расписания ресурсов, а также адаптирующей свое поведение под действием событий, происходящих в реальном времени.

4. Оценка эффективности метода адаптивного планирования грузопотока РС МКС

Для оценки эффективности разработанного метода адаптивного планирования грузопотока РС МКС было проведено экспериментальное исследование зависимости времени обработки событий и формирования нового плана грузопотока от загруженности грузами транспортного средства.

Решение поставленной задачи проводилось с применением одного из точных методов решения, в качестве которого использовался метод ветвей и границ, и модификации метода сопряженных взаимодействий.

В проведенной серии экспериментов задавалось число грузов в диапазоне от 100 до 1000 грузов. Результаты испытаний на одних и тех же детерминированных наборах исходных данных (см. рисунок) показали, что:

- модифицированный метод сопряженного взаимодействия находит допустимые решения за меньшее время, чем точный метод ветвей и границ;
- значения целевых функций, найденные модифицированным методом сопряженных взаимодействий, имеют отклонение от глобального экстремума в пределах 10...15 %.

Исходя из результатов проведенного экспериментального исследования можно сделать вывод, что для решения на практике рассматриваемой задачи модифицированный метод сопряженных взаимодействий является более предпочтительным.

Во второй серии экспериментов (1000 грузов), где сравнивались бесконфликтная фаза планирования с проактивной фазой планирования модифицированного метода сопряженных взаимодействий, адаптивный алгоритм планирования показал почти 15 %-ное преимущество над неадаптивным, использующим бесконфликтное планирование грузов в порядке поступления.

В третьей серии экспериментов оценивалась производительность системы, были проведены экспериментальные исследования по нагрузочному тестированию, которые показали, что время обработки поступающих событий в систему приемлемо при одновременной работе 150 пользователей и практически не имеет деградации с равномерным ростом числа пользователей.

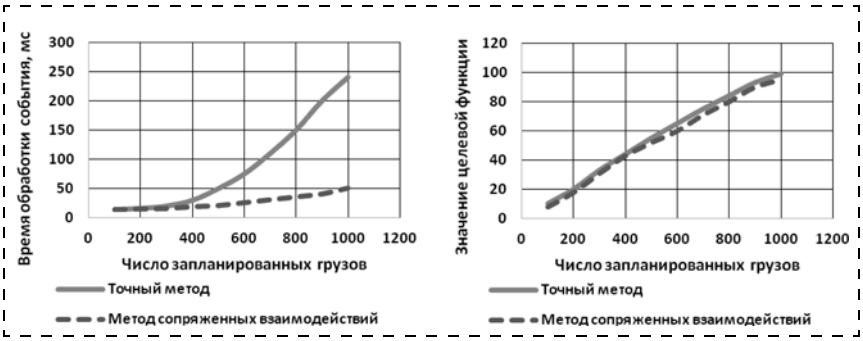
Эксперименты показали, что применение метода адаптивного планирования грузопотока РС МКС на основе мультиагентных технологий, базирующегося на принципах самоорганизации и эволюции, имеет преимущество, и подтвердили его работоспособность и эффективность для решения задачи планирования грузопотока РС МКС, при этом обеспечивались оперативность и гибкость при перестроении плана грузопотока РС МКС по событиям в реальном времени.

Заключение

Рассмотрена постановка задачи и метод адаптивного планирования грузопотока, применяемый при создании интеллектуальной системы управления грузопотоком РС МКС на основе мультиагентной технологии.

В данной реализации системы планирования грузопотока применение мультиагентных технологий обеспечивает следующие преимущества:

- построение плана грузопотока РС МКС, близкого по своим параметрам к создаваемым опытными диспетчерами;
- гибкая и быстрая оперативная реакция на события, требующие перепланирования грузопотока;



Результаты экспериментальных исследований скорости формирования нового плана по событию

- возможность согласования полученных планов всеми участниками процесса планирования;
- сокращение ручного труда при планировании грузопотока, а также сложности и трудоемкости расчетов;
- повышение оперативности в принятии решений в 2...3 раза;
- возможность мониторинга и контроля исполнения планов в реальном времени;
- уменьшение зависимости от человеческого фактора, включая ошибки.

Разработанная система внедрена в промышленную эксплуатацию в ОАО "РКК "Энергия" и применяется для планирования грузопотока РС МКС.

Список литературы

1. **Wooldridge M.** An Introduction to Multi-Agent Systems. Chichester, England: John Wiley and Sons Ltd, 2002. 340 p.
2. **Vos S.** Meta-heuristics: The State of the Art in Local Search for Planning and Scheduling / Eds A. Nareyek. Berlin: Springer-Verlag, 2001. P. 1—23.
3. **Fatos Xhafa, Ajith Abraham.** Metaheuristics for Scheduling in Industrial and Manufacturing Applications. Springer Publishing Company, Incorporated, 2008. 342 p.
4. **Gongfa L.** A hybrid particle swarm algorithm to JSP problem // IEIT Journal of Adaptive & Dynamic Computing. 2011. P. 12—22.
5. **Rzevski G., Skobelev P.** Managing Complexity. Southampton, UK: WIT Press, 2014. 202 p.
6. **Виттих В. А., Скобелев П. О.** Метод сопряженных взаимодействий для управления распределением ресурсов в реальном масштабе времени // Автометрия. 2009. № 2. С. 78—87.
7. **Виттих В. А., Скобелев П. О.** Мультиагентные модели взаимодействия для построения сетей потребностей и возможностей в открытых системах // Автоматика и телемеханика. 2003. № 1. С. 177—185.
8. **Vittikh V. A., Larukhin V. B., Tsarev A. V.** Actors, Holonic Enterprises, Ontologies and Multi-Agent Technology // Proc. of 6th International Conference on Industrial Applications of Holonic and Multi-Agent Systems (HoloMAS'2013), August 26—28, 2013. Prague, Czech Republic. Springer, 2013. P. 13—24.
9. **Skobelev P.** Multi-Agent Systems for Real Time Adaptive Resource Management. In Industrial Agents: Emerging Applications of Software Agents in Industry / Paulo Leitao, Stamatis Karnouskos (Ed.). Elsevier, 2015. P. 207—230.

Multi-Agent Technology Method of Adaptive Cargo Traffic Scheduling for the International Space Station

O. I. Lakhin, lakhin@smartsolutions-123.ru✉, **I. V. Mayorov,** imayorov@smartsolutions-123.ru,
SEC Smart Solutions Ltd., Samara, 443013, Russian Federation

Corresponding author: **Lakhin Oleg I.,** Department Manager,
SEC Smart Solutions Ltd, Samara, 443013, Russian Federation,
h./Fax: + 7 (846) 279-37-79, e-mail: lakhin@smartsolutions-123.ru

Received on August 28, 2015
Accepted on September 04, 2015

Problem statement: *The task of real time cargo traffic scheduling for the International Space Station (ISS) is considered. The problem of strategic and tactical scheduling of the flights, delivery, return, disposal and allocation of ISS cargo traffic, including more than 3500 entities, is very complex and time-consuming. In order to solve this problem it is important to take into consideration numerous factors, constraints and preferences, such as changing fuel, water and supplies demand, ballistics and solar activity, particular types of spaceships and docking modules. Changes in dates of launch, landing, docking and undocking, crew size and other parameters affect the flight program and cargo traffic. These changes cause dynamic rescheduling in the chain of changes of the interconnected parameters, which would be specified, recalculated and coordinated. The problem is formalized as a dynamical balance of interests (consensus) between the orders and resources.* ***Methods:*** *The method of real-time adaptive cargo traffic rescheduling is proposed. The method is based on a multi-agent technology for identification and solving of conflicts by negotiations of agents. ISS cargo traffic scheduling method develops the suggested method of conjugate interactions in the Demand-Resource Networks (DRN) by using cargo priorities. The advantages of the suggested solution for the adaptive events processing without stopping and restarting of the system are shown. Benefits of the method include high flexibility and efficiency for the event-driven adaptation of the cargo schedules in real time.* ***Results:*** *The developed method was implemented in the multi-agent system for ISS cargo scheduling with the use of a multi-agent platform for real time scheduling.* ***Practical relevance:*** *The developed system is based on the multi-agent technologies and is now in commercial operation. It is applied in the cargo traffic scheduling for the Russian Segment of ISS. The system ensures such advantages as ISS cargo traffic scheduling similar to the schedules created by experienced operators; flexible and quick reaction to the events which cause cargo traffic rescheduling; double or triple reduction of the manual labor and increase of the decision-making efficiency; real-time monitoring and control of the schedule implementation.*

Keywords: *decision support, adaptive planning, multi-agent technology, planning, traffic, events*

Acknowledgements: The work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation.

For citation:

Lakhin O. I., Mayorov I. V. Multi-Agent Technology Method of Adaptive Cargo Traffic Scheduling for the International Space Station, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol., no. 4, pp. 847—852.

DOI: 10.17587/mau/16.847-852

References

1. **Wooldridge M.** An Introduction to Multi-Agent Systems. John Wiley and Sons Ltd, Chichester, England, 2002, 340 p.
2. **Vos S.** Meta-heuristics: The State of the Art in Local Search for Planning and Scheduling, eds A Nareyek, Springer-Verlag, Berlin, 2001, pp. 1—23.
3. **Fatos Xhafa, Ajith Abraham.** Metaheuristics for Scheduling in Industrial and Manufacturing Applications, Springer Publishing Company, Incorporated, 2008, 342 p.

4. **Gongfa L.** A hybrid particle swarm algorithm to JSP problem // *IEIT Journal of Adaptive & Dynamic Computing*, 2011, pp. 12—22.
5. **Rzevski G., Skobelev P.** Managing Complexity, Southampton, UK, WIT Press, 2014, 202 p.
6. **Vittikh V. A., Skobelev P.** *Metod sopryazhennyh vzaimodejstvij dlya upravleniya raspredeleniem resursov v real'nom masshtabe vremeni* (Open multi-agent systems for decision-making support), *Avtometriya, Journal of Siberian Branch of Russian Academy of Science*, 2002, no. 6, pp. 45—61 (in Russian).
7. **Vittikh V., Skobelev P.** *Mul'tiagentnye modeli vzaimodejstviya dlya postroeniya setej potrebnostej i vozmozhnostej v otkrytyh sistemah* (Models of Self-organization for Designing Demand-Resource Networks), *Automation and Control, Journal of Russian Academy of Science*, 2003, no. 1, pp. 177—185 (in Russian).
8. **Vittikh V. A., Larukhin V. B., Tsarev A. V.** Actors, Holonic Enterprises, Ontologies and Multi-Agent Technology, *Proc. of 6th International Conference on Industrial Applications of Holonic and Multi-Agent Systems (HoloMAS'2013)*, August 26—28, 2013, Prague, Czech Republic. Springer, 2013, pp. 13—24.
9. **Skobelev P.** Multi-Agent Systems for Real Time Adaptive Resource Management. In Industrial Agents: Emerging Applications of Software Agents in Industry. Paulo Leitao, Stamatis Karnouskos (Ed.). Elsevier, 2015, pp. 207—230.

УДК 004: 656.61.073 DOI: 10.17587/mau.16.852-860

В. М. Дорожко, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., veniamin_dorozhko@mail.ru,
Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток

Устойчивость контура морского судна к опрокидыванию "волной-убийцей"

Рассмотрен CFD-метод исследования устойчивости контуров морских судов при воздействии "волн-убийц". Предложена модель системы "контур—волна-убийца". Выполнено обоснование выбранного диапазона длин "волн-убийц". Приведены результаты численного исследования устойчивости контуров рыбопромысловых судов водоизмещением 1389—9260 т в зависимости от их начального удаления от "волн-убийц" различной длины. Отмечается связь опрокидывания контуров с крутизной переднего склона "волны-убийцы". Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и разработке мероприятий по обеспечению безопасной эксплуатации судов.

Ключевые слова: *устойчивость судна, вычислительная гидродинамика, "волна-убийца", крутизна волны, угол крена, контур судна, опрокидывание судна*

Введение

"Волны-убийцы" представляют собой уникальное природное явление, они способны опрокинуть или причинить серьезные повреждения морским судам и сооружениям. Для идентификации "волн-убийц" используют критерий [1], который связан с определением высоты волны: $H > 2H_s$, где H_s — значительная высота волн (средняя высота трети наиболее высоких волн спектра морского волнения).

Известны различные гипотезы возникновения "волн-убийц" [2]. Одной из общепризнанных причин их возникновения является пространственно-частотная фокусировка, вследствие которой происходит формирование волны, в которой развиваются процессы модуляционной неустойчивости [3, 4]. В результате модуляционной неустойчивости формируется солитон, под огибающей которого могут находиться от 3 до 20 периодов волн. "Волна-убийца" представляет собой конечную стадию развития модуляционной неустойчивости, когда за время порядка одного периода происходит концентрация энергии в гребне волны, в результате ее максимальная высота может достигать 30 м [5], после чего "волна-убийца" начинает обрушаться [6]. Существует большое число работ, в которых аналитически, численно и экспериментально исследуются способы формирования "волн-убийц", например, статьи [7—9].

Актуальность исследования "волн-убийц" поддерживается не только тем, что они представляют собой загадочное явление природы, но и реальной опасностью, которую они создают для морских судов. Только за период 1968—1994 гг. от встречи с "волнами-убийцами" погибло или было повреждено 22 супертанкера [10]. Наблюдения в 2000—2003 гг. за морской поверхностью в рамках проекта MaxWave [11] показали, что частота возникновения "волн-убийц" существенно выше, чем прогнозируется теоретическими исследованиями [1]. Так, только за период 2006—2010 гг. было отмечено 78 случаев регистрации "волн-убийц", при встрече с которыми погибли или получили повреждения суда и люди [12]. В связи с высокой частотой регистрации "волн-убийц" Европейским союзом был профинансирован проект Extreme Seas [13], в рамках которого планировалось объединение усилий шести европейских стран, в том числе российских ученых [9], с целью разработать численные и физические имитационные модели возникновения "волн-убийц", а также оценить их угрозу в отношении морских судов. В свете указанных задач можно отметить работы, в которых численно [14] и экспериментально [15] исследуется воздействие "волн-убийц" на морские суда. В качестве недостатка этих работ можно отметить отсутствие исследований опрокидывания морских судов.

Опрокидывание морского судна может произойти при совпадении двух событий: возникновение "волны-убийцы" и присутствие на ее пути судна. Так как развитие "волны-убийцы" происходит за время порядка одного периода [6], т. е. она пробегает расстояние не более одной длины волны, следовательно, дистанция между морским судном и начальным положением "волны-убийцы" может определяющим образом повлиять на исход встречи. Согласно гипотезе плоских поперечных сечений (контуров) для тонкого тела (судна) гидродинамические свойства судна и его контуров соответствуют друг другу [16]. В связи с этим в настоящей работе ставится задача выполнить численное исследование устойчивости миделевого сечения (контура) морских судов к опрокидыванию на глубоком море в зависимости от их удаления от начального положения и различных длин "волн-убийц." Выбор контуров в данной задаче соответствует наиболее опасному положению судов — параллельно гребню волны.

Метод решения задачи исследования

Методы изучения динамики судна на волнении можно условно разделить на три группы: аналитические, экспериментальные и численные. В качестве примера, иллюстрирующего возможности аналитического метода, приведем работу [17] о качке судна, нелинейный характер модели которой реализован путем разложения в ряды момента сил демпфирования, восстанавливающего и кренящего моментов. Данный аналитический метод невозможно применить для исследования воздействия "волны-убийцы" на судно, так как при больших углах качки, соответствующих опрокидыванию судна, и сильной нелинейной гидродинамике "волн-убийц" гидростатические, инерционно-демпфирующие и возмущающие силы оказываются взаимосвязанными, что исключает их раздельное аналитическое представление [16]. Дополнительную взаимосвязь указанным силам придает учет вихревых и вязкостных компонент силового воздействия жидкости при опрокидывании судов. В качестве примера применения метода экспериментальных исследований, проводимых в опытовом бассейне, можно отметить работу [15] о воздействии "волны-убийцы" на модель судна, в которой рассмотрена технология генерации волн механическим устройством и приведены результаты реакции судна на воздействие такой волны. Для проведения экспериментальных исследований требуется наличие дорогостоящих опытовых бассейнов со сложной системой механической генерации волн и точной измерительной аппаратурой, что является главным недостатком указанного метода. В последние десятилетия в практике численных исследований нашел широкое применение метод вычислительной гидродинамики (CFD, computational fluid dynamics), который с развитием информационных технологий составляет альтернативу технически сложным и затратным экспериментальным методам. Примером применения CFD-метода может служить работа [18], в которой представлены результаты численного моделирования продольной качки судна на регулярном и нерегулярном волнениях. Данная работа, хотя и не связана непосредственно с исследованием опрокидывания судна "волной-убийцей", тем не менее, иллюстрирует возможность применения метода вычислительной гидродинамики для изучения динамики судна на волнении. В связи с этим решение поставленной задачи выполнено CFD-методом, позволяющим реализовать расчетную область в виде виртуального опытового бассейна, в котором осуществляется формирование "волны-убийцы" и ее воздействие на контур судна. В основу CFD-метода положены уравнения неразрывности несжимаемой жидкости и сохранения импульса (RANSE, Reynolds-averaged Navier-Stokes equations) [19], которые могут быть записаны в тензорном виде:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \qquad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_l}{\partial x_l}\right] + \rho \frac{\partial}{\partial x_j}(-\overline{u_i' u_j'}) + \rho g, \qquad (2)$$

где $\{i, j\} = 1, 2, 3$; x_1, x_2, x_3 — декартовы координаты в абсолютной системе $ox_1x_2x_3$ и соответствующие им осредненные значения абсолютной скорости потока жидкости u_1, u_2, u_3, а также флуктуации абсолютной скорости u_1', u_2', u_3'; μ и ρ — вязкость и плотность жидкости соответственно; t — время; p — давление; $\rho\overline{u_i' u_j'}$ — напряжение Рейнольдса (черта сверху означает операцию осреднения); g — ускорение свободного падения. Для вычисления напряжения Рейнольдса применена модель турбулентности k_t—ε_t (RNG, renormal-ization group mathematical technique) [20], которая позволяет получать расчетные величины гидродинамических полей, близкие к их экспериментальным значениям [21]. В связи с этим уравнения (1), (2) дополнены уравнениями [20] переноса турбулентной кинетической энергии (k_t) и скорости ее диссипации (ε_t).

Отметим основные моменты методики [19] численного решения уравнений (1), (2). Расчетная область разбивалась сеточными элементами, что позволило сформировать с помощью метода конечного объема разностный аналог RANS-уравнений. Полученная система алгебраических уравнений решалась методом Гаусса—Зейделя. Связь между полями скорости и давления, обеспечивающая выполнение уравнения неразрывности, реализована с помощью алгоритма PISO (Pressure-Implicit with

Splitting of Operators). Для аппроксимации градиентов применен Green-Gauss-Cell-метод. Пространственная дискретизация поля давления и скорости выполнена с помощью схем второго порядка точности. Дискретизация решения во временной области выполнена с переменным шагом, обеспечивающим устойчивость решения при изменении максимальных значений поля скорости.

Процесс зарождения и развития "волны-убийцы" [2] условно разделим на четыре этапа. *Первый:* в результате пространственно-дисперсионной фокусировки формируется узкий спектр почти когерентных волн. *На втором этапе* за счет модуляционной неустойчивости таких волн формируется солитон, под огибающей которого находится от 3 до 20 периодов волны. Если крутизна волн ($S = \pi H/\lambda$, H и λ — высота и длина волны) превышает 0,443 [22], то *на третьем этапе* за счет нелинейных процессов высота "волны-убийцы" может увеличиться до 30 м с одновременным нарастанием крутизны ее переднего склона. *Четвертый этап:* обрушение "волны-убийцы" [6]. В соответствии с поставленной задачей в данной работе рассматриваются третий и четвертый этапы.

Согласно результатам натурных наблюдений [23, 24] "волна-убийца" имеет вид одиночной высокой волны. Начальный ($t = 0$) профиль такой волны может быть представлен выражением, описывающим волну с высоким центральным максимумом и двумя боковыми возвышениями

$$w = a_b \exp\left[-2\left(\frac{k_b(x - x_b)}{2\pi}\right)^2\right][k_b(x - x_b)], \qquad (3)$$

где a_b, $k_b = 2\pi/\lambda_b$ и λ_b — начальная амплитуда, волновое число и длина волны соответственно; x_b — координата начального положения центрального максимума волны.

В соответствии с сеточной разбивкой расчетной области начальный профиль (3) "волны-убийцы" может быть записан в виде массива дискретных значений w_i, $i = 0, ..., N - 1$, от дискретного аргумента $x = x_1, ..., x_i, ..., x_N$, где N и i — число и порядковый номер элементов сеточной разбивки, соответственно. Расстояние $(x_{i+1} - x_i)$ между двумя смежными значениями аргумента x равно проекции сеточного шага на ось ox. Пространственный спектр комплексных амплитуд Y_n массива дискретных значений профиля "волны-убийцы" вычислен с помощью дискретного преобразования Фурье [25] по формуле

$$Y_n = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} w_{i+1}\exp(-j2\pi ni/N),\ n = \overline{1, N}, \qquad (4)$$

где j — комплексная единица.

Длина волны спектральной компоненты максимальной высоты, располагающейся в центре пространственного спектра (4), называется длиной центральной волны, которая соответствует длине λ_b "волны-убийцы" (3). Для сокращения числа комплексных амплитуд выполнено усечение боковых составляющих пространственного спектра (4), модуль которых не превышает 5 % от модуля спектральной амплитуды максимальной высоты.

На основе пространственного спектра (4), представляющего собой массив комплексных амплитуд синусоидальных волн, сформирован вектор скорости, горизонтальная u_x и вертикальная u_y компоненты которого определяются следующими выражениями:

$$u_x = \sum_{n=l}^{L} u_n \exp(k_n y)\cos(k_n x_0 - \sigma_n t + \varphi_n); \qquad (5)$$

$$u_y = \sum_{n=l}^{L} u_n \exp(k_n y)\sin(k_n x_0 - \sigma_n t + \varphi_n), \qquad (6)$$

где $u_n = gk_n|Y_n|/\sigma_n$ — модуль вектора скорости; $|Y_n|$ — модуль комплексной амплитуды n-й синусоидальной волны; g — ускорение свободного падения; $k_n = 2\pi/\lambda_n$ — волновое число; $\sigma_n = \sqrt{gk_n}$ — угловая частота; x_0 — координата входной границы расчетной области; φ_n — значение фазового угла n-й компоненты пространственного спектра; l и L — номера комплексных амплитуд левой и правой границ усеченного спектра соответственно.

Численное исследование устойчивости контура к опрокидыванию "волной-убийцей" выполнено в расчетной области (рис. 1) прямоугольной формы в координатной системе oxy, совпадающей с системой ox_1x_2 уравнений (1), (2). Внутри расчетной области выделена область *4* прямоугольной формы, разбиение которой выполнено треугольными сеточными элементами, допускающими их перестройку во время движения контура *5*. В остальном пространстве расчетной области разбиение проведено квадратными сеточными элементами. Граничное условие на входной границе *1* представляет собой вектор скорости втекающей жидкости (5), (6). Граничные условия на дне *3* и периметре подвижного контура *5* соответствуют абсолютно жесткой границе, на которой нормальная компонента ско-

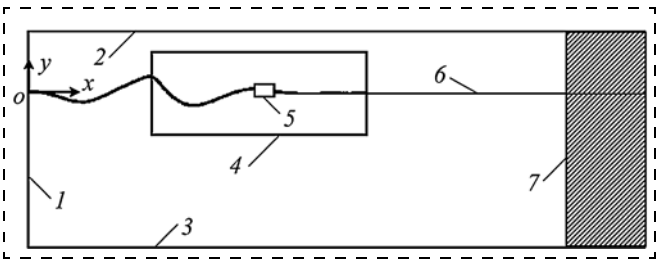


Рис. 1. Схема расчетной области:
1 — входная граница; *2* — открытая граница; *3* — дно; *4* — область движения контура; *5* — контур; *6* — начальный профиль "волны-убийцы"; *7* — область повышенного затухания волн, *oxy* — система координат. Разбиение расчетной области сеточными элементами на рисунке не показано

рости жидкости равна нулю. Граничное условие на верхней открытой границе *2* расчетной области равно атмосферному давлению. В области *7*, примыкающей к правой границе расчетной области, создано повышенное затухание, исключающее отражение "волны-убийцы" от выходной границы. Начальные условия уравнений (1) и (2) сформированы путем инициализации расчетной области от компонентов вектора скорости (5) и (6), в результате чего в расчетной области создавалось поле скоростей, соответствующее начальному ($t = 0$) состоянию профиля *6* "волны-убийцы" (3).

Свободно плавающий на поверхности жидкости контур с тремя степенями свободы под воздействием "волны-убийцы" осуществляет перемещение в плоскости *oxy* и поворот относительно условной оси, проходящей через его центр тяжести. На каждом временном шаге Δt дискретизации решения вычисляли векторы линейного $a_G = F_G/M_C$ и углового $\varepsilon_G = M_G/J_z$ ускорений центра тяжести контура, где M_C и J_z — масса и момент инерции масс контура; F_G и M_G — векторы силы и момента сил, вычисляемые относительно центра тяжести контура, соответственно. В конце каждого шага решения контур перемещался на длину вектора $\Delta l = 0{,}5a_G\Delta t^2$ и поворачивался на угол $\Delta\theta = 0{,}5\varepsilon_G\Delta t^2$, при этом векторы его линейной и угловой скоростей составляли $u = a_G\Delta t$ и $\omega = \varepsilon_G\Delta t$ соответственно.

Вычисление положения границы раздела воды и воздуха на каждом временном шаге Δt дискретизации решения проводили методом "объема жидкости" (VOF — Volume of fluid method) [26], согласно которому в пределах каждой сеточной ячейки выполнялась линейная аппроксимация профиля "волны-убийцы" на основе результатов вычисления явным методом доли воды/воздуха в каждой ячейке. Устойчивость указанного метода обеспечивалась поддержанием на заданном уровне числа Куранта ($C = \Delta t u_{\max}/d^*$, где $u_{\max}$ — максимальное значение модуля вектора скорости жидкости в ячейках на границе раздела сред, d^* — длина пробега жидкости внутри сеточного элемента) с помощью переменного временного шага Δt дискретизации решения.

Выражения (1)—(6), включая методы численного решения, формулировку граничных и начальных условий, представляют в совокупности модель системы "контур—волна-убийца".

Численное исследование устойчивости морских судов к опрокидыванию "волной-убийцей" и обсуждение результатов

Как отмечалось ранее, превышение крутизны волны под огибающей солитона значения 0,443 является условием формирования "волны-убийцы". С учетом этого условия выбран массив волн вида (3) с несколькими начальными амплитудами $a_b = \{8, 9, 10, 11, 12\}$, одинаковыми базовыми длинами центральной волны (λ_b) и абсциссами (x_b) начального положения центрального максимума, равными 100 м. Каждая из указанных базовых волн вследствие нелинейных процессов дважды вырастает до максимальных значений, при этом второй максимум (в сравнении с первым) приобретает наибольшие динамические свойства [27]. Начальные параметры "волн-убийц" получены путем масштабирования базовых волн с таким расчетом, чтобы высота второго максимума "волн-убийц" достигала 30 м. С этой целью масштабирующий коэффициент m_b вычислен как отношение высоты "волны-убийцы", равной 30 м, к высоте второго максимума каждой из базовых волн. Умножение соответствующих значений масштабирующих коэффициентов на параметры базовых волн (a_b, λ_b и x_b) позволило получить массивы начальных амплитуд (a_r), длин центральных волн (λ_r) и координат начального положения (x_r) центрального максимума "волн-убийц" (табл. 1). При этом благодаря одновременному масштабированию как высот, так и длин центральных волн начальная крутизна базовых волн (S_b) и начальная крутизна "волн-убийц" (S_r) совпадают.

Для "волн-убийц" с начальной крутизной менее 0,49 характерно образование максимумов высоты с пологими склонами, которые не создают достаточных моментов для опрокидывания контуров. "Волны-убийцы" с начальной крутизной более 0,69 стремительно обрушаются по причине смыкания первого и второго максимумов, уменьшая, тем самым, время существования волны, а следовательно, воздействия ее на судно. В связи с этим для численного моделирования выбраны "волны-убийцы" (табл. 1), начальная крутизна которых лежит в диапазоне 0,49...0,69, так как "волны-убийцы" вне указанного диапазона начальной крутизны не представляют опасности для контуров морских судов по указанным выше причинам.

Применение параметров a_r, λ_r, x_r в выражении (3) вместо a_b, λ_b, x_b позволило вычислить соответствующие значения скорости жидкости (5), (6) и создать, тем самым, в расчетной области "волны-убийцы" различной длины.

В качестве объектов для численного исследования устойчивости морских судов к опрокидыванию "волнами-убийцами" выбраны контуры рыбопромы-

Таблица 1

Параметры базовых волн и "волн-убийц"

Базовые волны					m_b	"Волны-убийцы"		
a_b, м	λ_b, м	x_b, м	H_b, м	S_b*		a_r, м	λ_r, м	x_r, м
8	100	100	15,5	0,49	1,74	13,92	174	174
9	100	100	17,2	0,54	1,49	13,41	149	149
10	100	100	18,8	0,59	1,38	13,80	138	138
11	100	100	20,5	0,64	1,30	14,30	130	130
12	100	100	22,0	0,69	1,20	14,40	120	120

* $S_b = \pi H_b/\lambda_b$ и H_b — начальные крутизна и высота базовой волны соответственно.

Таблица 2

Водоизмещение судов и параметры их контуров

Номер контура	Водоизмещение судна, т	Параметры контуров					
		Ширина, м	Высота, м	Осадка, м	Масса, кг	Момент инерции, кг · м^2	Начальная метацентрическая высота, м
1	1389	11,0	7,3	5,2	56 100	670 767	0,75
2	3040	13,5	8,9	6,25	82 658	1 719 196	0,75
3	4947	15,9	10,0	5,66	88 277	2 718 078	1,0
4	7972	17,3	11,0	6,52	111 079	3 082 999	1,0
5	9260	19,0	12,2	6,60	123 683	5 693 432	1,0

словых судов [28] (табл. 2), для которых характерно длительное пребывание в море, что увеличивает вероятность их встречи с "волнами-убийцами".

В процессе накренения геометрический центр подводной части контура перемещается по кривой, центр кривизны которой называется метацентром. Расстояние от положения метацентра до центра тяжести контура в исходном положении (без крена) носит название начальной метацентрической высоты, которая является критерием устойчивости контура к опрокидыванию [16]. В данном случае значения начальных метацентрических высот контуров соответствуют рекомендациям [29] для выбранных рыбопромысловых судов. Моменты инерции масс контуров вычислены относительно их центров тяжести (табл. 2).

Для численного исследования устойчивости контуров к опрокидыванию выбраны следующие параметры расчетной области: длина — $5\lambda_r$, высота — $0{,}75\lambda_r$, глубина воды — половина самой длинной волны усеченного спектра, сторона сеточных элементов — 0,5 м, плотность воды — 1027 кг/м^3, ускорение свободного падения — 9,81 м/с^2. Выбранная глубина воды обеспечивает выполнение условия глубокого моря [16]. Шаг дискретизации времени нестационарного решателя выбран переменным (Δt = 0,00001...0,002 с) для поддержания верхнего порога значения числа Куранта равным 0,25, что обеспечило высокую устойчивость вычислений.

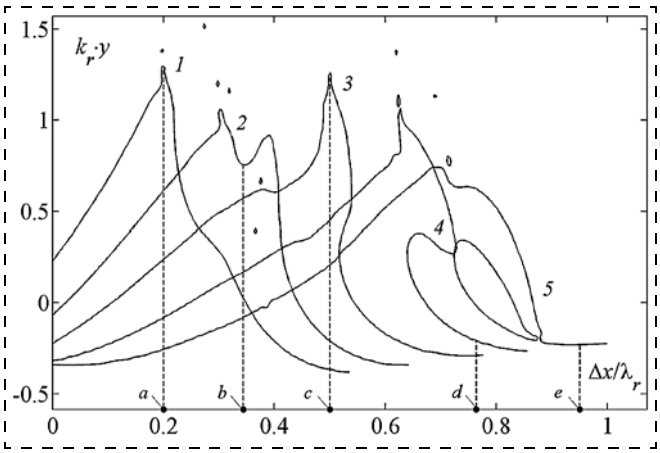


Рис. 2. Временная последовательность профилей (состояний) "волны-убийцы" с длиной центральной волны 138 м. Абсциссы положений:
a — первого максимума (*1*) высоты; *b* — двугорбого профиля (*2*); *c* — второго максимума (*3*); *d* — поверхности жидкости под зарождающим ныряющим буруном (*4*) и *e* — перед обрушивающимся ныряющим буруном (*5*); $k_r = 2\pi/\lambda_r$ — волновое число; λ_r — длина центральной волны; Δx — расстояние, отсчитываемое от абсциссы начального положения (x_r) "волны-убийцы"; *y* — ордината в системе координат *oxy*

На рис. 2 представлен пример типичной временной последовательности состояний (слева направо) "волны-убийцы": первый максимум высоты (*1*), со временем преобразующийся в двугорбый профиль (*2*), из которого вырастает второй максимум (*3*), превышение в нем скорости жидкости фазовой скорости приводит к зарождению струи, именуемой ныряющим буруном (*4*), обрушающимся на поверхность воды (*5*).

Представим структуру вычисляемого момента сил на контуре выражением $M = M_w - M_c - M_{id}$, где M_w — кренящий момент, создаваемый "волной-убийцей"; M_c — восстанавливающий момент, противодействующий крену контура; M_{id} — инерционно-демпфирующий момент [16]. Тогда момент сил M можно интерпретировать как результат конкуренции кренящего и суммы восстанавливающего и инерционно-демпфирующего моментов. На рис. 3 представлен пример типичных диаграмм момента сил (M) и угла крена (θ) контура для двух исходов: $\theta < 60°$ — частичный крен и $\theta > 60°$ — опрокидывание контура "волной-убийцей". Диаграммы *1*, *2* или *3*, *4*, представленные на рис. 3, соответствуют состояниям *a* или *c* (см. рис. 2) "волны-убийцы", встреча контура с которыми привела к частичному или полному опрокидыванию, соответственно.

Воздействие первого максимума (7) "волны-убийцы" привело к частичному накренению контура до угла $\theta < 60°$ (рис. 3, точка *D*) за счет преобладания на отрезке *AB* кривой *1* кренящего момента (положительные значения), который сменился на интервале *BC* преобладанием суммы восстанавливающего и инерционно-демпфирующих моментов (отрицательные значения), приведшей к восстановлению исходного крена контура после прохождения "волны-убийцы". Воздействие второго максимума (*2*, см. рис. 2) волны вызвало накренение контура (кривая *4*, рис. 3) за счет преобладания на интервале *AE* кривой *3* кренящего момента (положительные значения), который сменился на непродолжительное

время (интервал *EF*) преобладанием суммы восстанавливающего и инерционно-демпфирующего моментов (отрицательные значения), что привело, в итоге, к опрокидыванию контура: необратимое накренение контура на угол $\theta > 60°$, после которого угол крена достиг 90°.

На рис. 4 представлены результаты вычислений крутизны передних склонов "волн-убийц" (крутизна определена как угол между горизонтальной прямой и лучом, проведенным из низшей точки профиля волны к вершине гребня) для начального состояния (α_0), первого (α_1) и второго (α_2) максимумов.

По мере уменьшения длины центральной волны увеличивается крутизна переднего склона "волны-убийцы". Особенно наглядно это прослеживается для склонов первого и второго максимумов "волны-убийцы". Максимальное увеличение крутизны склонов первого и второго максимумов по отношению к склону начального состояния "волны-убийцы" составило 1,9 и 2,2 раза соответственно. При этом крутизна склона второго максимума превышает в 1,2 раза крутизну склона первого максимума.

Для численного исследования устойчивости выбрано пять значений относительных начальных расстояний $\Delta x/\lambda_r$ между абсциссами положений "волны-убийцы" и контура, которые соответственно равны пяти абсциссам профилей (*a*—*e*) "волны-убийцы" (см. рис. 2). Например, при выборе начального расстояния $\Delta x/\lambda_r$, равного абсциссе второго максимума (*c*), обеспечивается воздействие на контур именно второго максимума "волны-убийцы". Численное моделирование выполнено для всех сочетаний трех параметров: относительного расстояния $\Delta x/\lambda_r$ (*a*—*e*), длины "волны-убийцы" (см. табл. 1) и водоизмещения контура (табл. 2). Результаты численного исследования устойчивости контуров к опрокидыванию "волнами-убийцами" собраны в матрицу, геометрическая интерпретация которой представлена на рис. 5. Строки матрицы (штриховые горизонтальные линии) соответствуют начальной крутизне "волн-убийц" или длинам их центральных волн (120...174 м). Столбцы (штриховые наклонные ломаные линии *a*—*e*) матрицы относятся к значениям относительного расстояния ($\Delta x/\lambda_r$) между начальными абсциссами положений "волны-убийцы" и контура. Для каждого контура (*1*—*5* — номера контуров, табл. 2) область опрокидывания очерчена прямыми линиями. Так, прямая *1* (рис. 5) и часть периметра геометрического изображения матрицы, примыкающего к концам указанной прямой, образуют замкнутый геометрический контур, ограничивающий область параметров опрокидывания контура судна водоизмещением 1389 т, внутри которой содержатся узлы (пересечение штриховых линий строк и столбцов), координаты которых (S_r, $\Delta x/\lambda_r$) представляют собой параметры опрокидывания контура *1* (табл. 2) в системе "контур—волна-убийца". Три смежные прямые *2* (рис. 5) и замыкающая их часть периметра геометрической интерпретации матрицы образуют замкнутый гео-

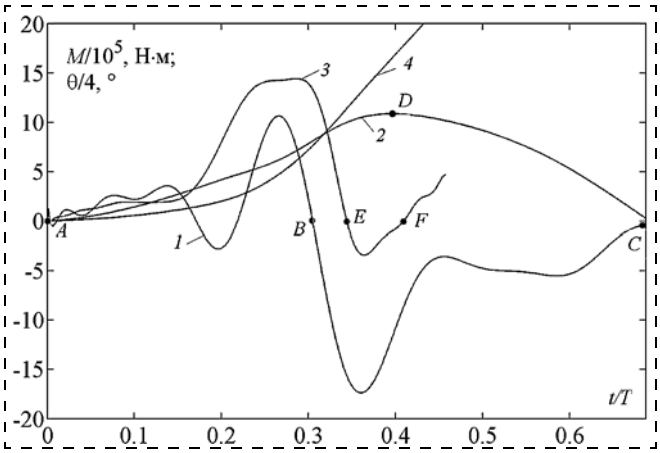


Рис. 3. Эволюция момента сил (*M*) и угла крена (θ) контура судна водоизмещением 9260 т в процессе частичного накренения (*1* — *M*, *2* — θ) и опрокидывания (*3* — *M*, *4* — θ) "волной-убийцей" с длиной центральной волны 149 м (*t* — текущее время, *T* — период "волны-убийцы")

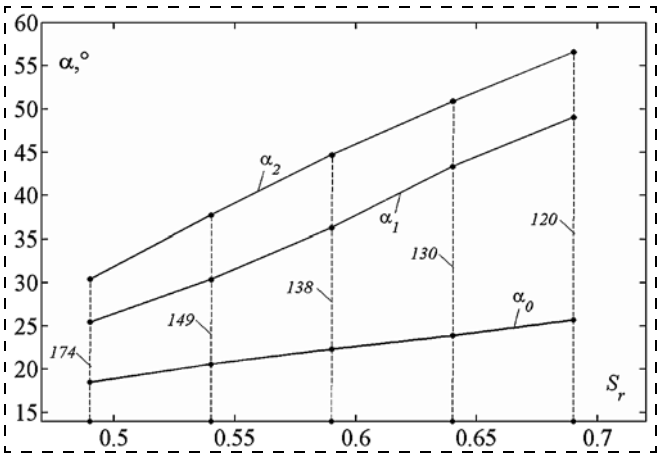


Рис. 4. Крутизна передних склонов "волны-убийцы":
α_0 — начальное состояние, α_1 — первый максимум, α_2 — второй максимум; вертикальные штриховые линии соответствуют длинам центральных волн 120—174 м; S_r — начальная крутизна "волн-убийц"

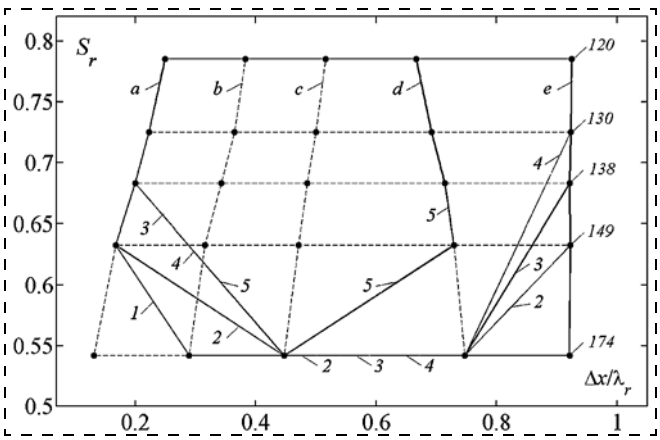


Рис. 5. Области опрокидывания контуров:
1—*5* — номера контуров; *a*, *b*, *c*, *d* и *e* — положения контуров, соответствующие положениям первого, двугорбого, второго максимумов, зарождающегося ныряющего буруна и его обрушению, соответственно; S_r — начальная крутизна "волны-убийцы"; $\Delta x/\lambda_r$ — относительное расстояние между начальными абсциссами положений "волны-убийцы" и контура

метрический контур, очерчивающий область параметров опрокидывания контура судна водоизмещением 3040 т. Аналогично прямые *3*, *4*, *5* и замыкающие их соответствующие части периметра геометрической интерпретации матрицы очерчивают области параметров опрокидывания контуров судов водоизмещением 4947, 7072 и 9260 т соответственно.

Из рис. 5 следует, что "волна-убийца" с длиной центральной волны 174 м не может опрокинуть ни один из контуров своим первым (*a*) максимумом. Динамических свойств первого максимума также недостаточно, чтобы опрокинуть контуры *3*, *4*, *5* "волной-убийцей" с длиной центральной волны 149 м. В тоже время все контуры опрокидываются вторым максимумом: узлы линии *c* находятся внутри областей опрокидывания всех контуров. Причины указанных событий можно пояснить, обратившись к рис. 4, из которого следует, что крутизна переднего склона второго максимума составляет 30 и 37,5° для длин центральных волн 174 и 149 м соответственно. В то же время крутизна переднего склона первого максимума для указанных длин центральных волн не достигает таких значений, что является причиной устойчивости к опрокидыванию контуров *3*, *4*, *5* "волной-убийцей" с длиной центральной волны 149 м. При попадании контура *5* под струю ныряющего буруна (рис. 5, штриховая часть линии *d*) из-за недостаточной крутизны переднего склона "волны-убийцы" с длиной центральной волны 174 м момент сил эволюционирует аналогично с кривой *1* (см. рис. 3). Подобным образом изменяются во времени моменты сил при установке контуров *2*, *3*, *4* перед ныряющим буруном (рис. 5, линия *e*) "волн-убийц "с длиной центральной волны 174, 149, 138 м соответственно. Таким образом, все контуры рыболовных судов водоизмещением от 1389 до 9260 т опрокидываются первым максимумом (*1*, см. рис. 2), двугорбым профилем (*2*), вторым максимумом (*3*), при попадании под бурун (*4*) и обрушающимся буруном (*5*) "волн-убийц" с длинами центральных волн 120...138 м, 120...149 м, 120...174 м, 120...149 м и 120...130 м (кроме контура *5*) соответственно. Контур судна водоизмещением 1389 т опрокидываются при встрече с любым состоянием (*a*—*e*) "волны-убийцы", исключая первый максимум "волны-убийцы" с длиной центральной волны 174 м.

Временной и пространственный радиус жизни "волны-убийцы" высотой 30 м составляет один период и одну длину центральной волны соответственно, что существенно снижает ожидаемую вероятность встречи рыбопромыслового судна с "волной-убийцей". Хотя маневрирование рыбопромысловых судов предопределено технологией вылова рыбы, тем не менее, традиционная рекомендация судоводителю сокращать время плавания бортом к волне остается основной для предупреждения опрокидывания "волной-убийцей". Продолжение исследований, аналогичных проектам MaxWave [11] и Extreme Seas [13], в целях накопления статистики по "волнам-убийцам" способствовало бы ограничению плавания судов в потенциально опасных морских районах.

Заключение

На основе CFD-метода выполнено численное исследование устойчивости контуров морских судов к опрокидыванию на глубоком море в зависимости от их удаления от начального положения и длины "волны-убийцы". Установлено, что опрокинуть судно может только крутая обрушающаяся "волна-убийца". Высокая крутизна переднего склона волны является идентификационным признаком опрокидывающих свойств "волны-убийцы". Крутые "волны-убийцы" с момента возникновения до обрушения существуют в течение одного периода и пробегают не более одной длины центральной волны. В течение времени существования "волна-убийца" проходит пять состояний, определяемых формой ее профиля. Все суда водоизмещением до 9260 т опрокидываются вторым максимумом "волн-убийц". Суда водоизмещением менее 1389 т могут быть опрокинутыми при встрече с любым состоянием "волны-убийцы". Характер эволюции момента сил, действующих на контур, может быть применен для идентификации динамической устойчивости контура на "волне-убийце". Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и оценке устойчивости судов к опрокидыванию "волной-убийцей", а также при разработке мер по обеспечению безопасности рыбопромысловых судов.

Список литературы

1. **Куркин А. А., Пелиновский Е. Н.** "Волны-убийцы": факты, теория и моделирование. Н. Новгород: ННГТУ, 2004. 158 с.
2. **Ruban V., Kodama Y., Ruderman M.** and et al. Rogue waves — towards a unifying concept: Discussions and debates // The European physical journal special topics. 2010. Iss. 185. P. 5—15.
3. **Zakharov V. E.** Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1968. V. 9. N. 2. P. 190—194.
4. **Zakharov V. E., Shabat A. B.** Exact theory of two-dimensional self-focusing and onedimensional self-modulation of waves in nonlinear media // Soviet physics. Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1972. N. 1. P. 62—69.
5. **Пелиновский Е. Н., Слюняев А. В.** "Фрики" — морские волны-убийцы // Природа. 2007. № 3. С. 14—23.
6. **Чаликов Д. В.** Портрет волны-убийцы // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2015. Т. 5. № 1. С. 5—13.
7. **Шамин Р. В.** Моделирование волн-убийц на основе эволюционных дифференциальных включений // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т. 5. № 1. С. 14—23.
8. **Слюняев А. В., Сергеева А. В.** Численное моделирование и анализ пространственно-временных полей аномальных морских волн // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т. 5. № 1. С. 24—36.
9. **Кузнецов С. Ю., Сапрыкина Я. В.** Экспериментальные исследования возникновения волн-убийц при эволюции узкого спектра крутых волн // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т. 5. № 1. С. 52—63.
10. **Lawton G.** Monsters of the deep (The perfect wave) // New scientist. 2001. V. 170. N. 2297. P. 28—32.
11. **Rogue** waves — forecast and impact on marine structures. URL: http://www.kuleuven.be/hydr/downloads/MaxWave.pdf (дата обращения: 10.06.2015).

12. **Nikolkina I., Didenkulova I.** Rogue waves in 2006—2010 // Natural hazards and Earth system sciences. 2011. V. 11. P. 2913—2924.

13. **Extreme** Seas. Design for ship safety in extreme seas. URL: http://tra2014.traconference.eu/papers/pdfs/TRA2014_Fom_28494.pdf (дата обращения: 10.06.2015).

14. **Minami M., Sawada H.** and et al. Study of Ship Responses and Wave Loads in the Freak Wave // Proc. of the Sixteenth International Offshore and Polar Engineering Conference. California, USA. May 28—June 2. 2006. P. 272—278.

15. **Onorato M., Proment D.** and et al. Rogue Waves: From Nonlinear Schrodinger Breather Solutions to Sea-Keeping Test. URL: http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0054629 (дата обращения: 10.06.2015).

16. **Справочник** по теории корабля / Под ред. Я. И. Войткунского. Т. 2. Статика судов, качка судов. Л.: Судостроение, 1985. 440 с.

17. **Buca M. P.** Nonlinear Ship Rolling and Capsizing // Brodogradnja. 2006. N. 4. P 321—331.

18. **Wu M., Yang B.** and et al. Prediction of Ship Motions in Head Waves Using RANS Method // Proc. of the Twenty-second International Offshore and Polar Engineering Conference. Greece. 2012. P. 1112—1117.

19. **Ferziger J. H.** Computational Methods for Fluid Dynamics. Berlin: Springer, 2002. 431 p.

20. **Yakhot V., Orszag S.** Renormalization group analysis of turbulence: Basic theory // Journal of scientific computing. 1986. V. 1, N. 1. P. 1—51.

21. **Hsu K. L., Chen Y. J.** and et al. Ship flow computation of DTMB 5415. CFD workshop. Tokyo, Japan. March 9—11. 2005.

22. **Longuet-Higgins M. S.** The instability of gravity waves of finite amplitude in deep water// Subharmonics. Proc. R. Soc. 1978. V. 360. P. 489—505.

23. **Fonseca N., Soares C., Pascoal R.** Structural loads induced in a containership by abnormal wave conditions // Journ. Mar. Sci. Technol. 2006. N. 11. P. 245—259.

24. **Liu P. C., Wu A. J.** and et al. What do we know about freaque waves in the ocean and lakes and how do we know it? // Nat. Hazards Earth Syst. Sci. 2010. N. 10. P. 1—6.

25. **Сергиенко А. Б.** Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2002. 608 с.

26. **Hirt C. W., Nichols B. D.** Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries // Comp. Phys. 1981. V. 39, N. 1. P 201—225.

27. **Дорожко В. М.** Динамическое воздействие "волны-убийцы" на контур морского судна // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. № 3. С. 209—216.

28. **Флот** рыбной промышленности. Справочник типовых судов. М.: Транспорт, 1990. 381 с.

29. **Кулагин В. Д.** Теория и устройство морских промысловых судов. Л., Судостроение, 1974. 440 с.

Stability of a Seagoing Vessel Contour to Capsizing by a Rogue Wave

V. M. Dorozhko, veniamin_dorozhko@mail.ru✉,

Corresponding author: **Dorozhko Veniamin M.,** Senior Staff Scientist, Institute of Automation and Control Processes, Far East Branch, Russian Academy of Sciences (IACP FEB RAS), Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: veniamin_dorozhko@mail.ru

Received on June 26, 2015
Accepted on July 15, 2015

The topic of the article is the computational fluid dynamics method for investigation of the contour stability in the rogue waves. Sampling of the Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) equations was done by the method of the control volumes. In order to solve the linear system of the scalar equations, an implicit Gauss-Seidel method was used. Pressure-velocity coupling was achieved by using the Pressure-Implicit with Splitting of Operators (PISO) algorithm. The volume of the fluid (VOF) model was used to solve a single set of the momentum equations and tracking of the volume fraction of each of the fluids throughout the domain. A geometric reconstruction scheme was implemented to represent the interface between the fluids using a piecewise-linear approach. In order to compute the translational and angular motion of the center of gravity of the vessel contour, the three degrees of freedom (3DOF) solver was used. Variable sampling in the time domain was used to ensure stability of the solution. A rogue wave with a single high central peak and two small side elevations was used in a numerical wave tank, which met most of the marine observations. The wavelength of the 30-meter high rogue waves, which can capsize marine vessels of a big displacement, was calculated. On the basis of the spatial spectrum of the rogue wave, equations of the velocity of the fluid flowing into the numerical wave tank were obtained. Due to the non-linear processes the rogue wave height reached its maximum and then collapsed to form a plunging breaker. The contour was positioned at a predetermined distance from the initial position of the rogue wave and when the contour met with the rogue wave, the heeling angle of the contour was calculated. On the basis of a series of numerical experiments, the distances and the wavelengths of the rogue waves capsizing the contours of the fishing vessels were calculated. It was discovered that the rogue waves with the length of 120—140 meters and high steepness capsize the contours of the fishing vessels with displacement up to 9260 tons.

Keywords: *stability of a vessel, computational fluid dynamics, rogue wave, wave steepness, heeling angle, contour of a vessel, capsizing of a vessel*

For citation:

Dorozhko V. M. Stability of a Seagoing Vessel Contour to Capsizing by a Rogue Wave, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 12, pp. 852—860.

DOI: 10.17587/mau/16.852-860

References

1. **Kurkin A. A., Pelinovskiy E. N.** *"Volny-ubiitsy": fakty, teoriya i modelirovanie* (Freak-waves, theory and modeling), N. Novgorod, Publishing house of NNSU, 2004, 158 p. (in Russian).

2. **Ruban V., Kodama Y., Ruderman M.** and et al. Rogue waves — towards a unifying concept: Discussions and debates, *The European physical journal special topics*, 2010, iss. 185, pp. 5—15.

3. **Zakharov V. E.** Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 1968, vol. 9, no. 2, pp. 190—194.

4. **Zakharov V. E., Shabat A. B.** Exact theory of two-dimensional self-focusing and onedimensional self-modulation of waves in nonlinear media, Soviet physics. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1972, no. 1, pp. 62—69.

5. **Pelinovskij E. N., Slyunyaev A. V.** "*Friki" — morskie volny-ubijcy* ("Freaks" — sea waves killer), Priroda, 2007. no. 3, pp. 14—23 (in Russian).

6. **Chalikov D. V.** *Portret volny-ubijcy* (Portrait of a killer waves), *Fundamental'naya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2015, vol. 5, no. 1, pp. 5—13 (in Russian).

7. **Shamin R. V.** *Modelirovanie voln-ubijc na osnove ehvolyucionnyh differencial'nyh vklyuchenij* (Simulation of the killer waves on the basis of evolutionary differential inclusions), *Fundamental'naya i Prikladnaya Gidrofizika,* 2012, vol. 5, no. 1, pp. 14—23 (in Russian).

8. **Slyunyaev A. V., Sergeeva A. V.** *Chislennoe modelirovanie i analiz pros transtven-no-vremennyh polej anomal'nyh morskih voln* (Numerical simulation and analysis of spatio-temporal fields of anomalous sea waves), *Fundamental'naya i Prikladnaya Gidrofizika*, 2012, vol. 5, no. 1, pp. 24—36 (in Russian).

9. **Kuznetsov S. Yu., Saprykina Ya. V.** *Eksperimental'nye issledovaniya vozniknoveniya voln-ubijc pri ehvolyucii uzkogo spektra krutyh voln* (Experimental studies of the emergence of the killer waves in the evolution of a narrow range of steep waves), *Fundamental'naya i Prikladnaya Gidrofizika*, 2012, vol. 5, no. 1, pp. 52—63 (in Russian).

10. **Lawton G.** Monsters of the deep (The perfect wave), New Scientist, 2001, vol. 170, no. 2297, pp. 28—32.

11. **Rogue** waves — forecast and impact on marine structures, available at: http://www.kuleuven.be/hydr/downloads/MaxWave.pdf

12. **Nikolkina I., Didenkulova I.** Rogue waves in 2006—2010, *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2011, vol. 11, pp. 2913—2924.

13. **Extreme** Seas. Design for ship safety in extreme seas, available at: http://tra2014.traconference.eu/papers/pdfs/TRA2014_Fom_28494.pdf

14. **Minami M., Sawada H.** and et al. Study of Ship Responses and Wave Loads in the Freak Wave, *Proc. of the Sixteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, California, USA, May 28—June 2, 2006, pp. 272—278.

15. **Onorato M., Proment D.** and et al. Rogue Waves: From Nonlinear Schrodinger Breather Solutions to Sea-Keeping Test, available at: http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0054629

16. **Voitkounski Y. I. Ed.** *Spravochnik po teorii korablya T. 2. Statika sudov, kachka sudov* (Ship Theory Handbook. Vol. 2. Statics of Ship, Ship Motions), Leningrad, Sudostroenie, 1985, 440 p. (in Russian).

17. **Buca M. P.** Nonlinear Ship Rolling and Capsizing, *Brodogradnja*, 2006, no. 4, pp 321—331.

18. **Wu M., Yang B.** and et al. Prediction of Ship Motions in Head Waves Using RANS Method, *Proc. of the Twenty-second International Offshore and Polar Engineering Conference*, Greece, 2012, pp. 1112—1117.

19. **Ferziger J. H.** Computational Methods for Fluid Dynamics, Berlin, Springer, 2002, 431 p.

20. **Yakhot V., Orszag S.** Renormalization group analysis of turbulence: Basic theory, *Journal of Scientific Computing*, 1986, vol. 1, no. 1, pp. 1—51.

21. **Hsu K. L., Chen Y. J.** and et al. Ship flow computation of DTMB 5415. CFD workshop, Tokyo, Japan, March 9—11, 2005.

22. **Longuet-Higgins M. S.** The instability of gravity waves of finite amplitude in deep water, *Subharmonics. Proc. R. Soc,* 1978, vol. 360, pp. 489—505.

23. **Fonseca N., Soares C., Pascoal R.** Structural loads induced in a containership by abnormal wave conditions, *Journ. Mar. Sci. Technol.,* 2006, no. 11, pp. 245—259.

24. **Liu P. C., Wu A. J.** and et al. What do we know about freaque waves in the ocean and lakes and how do we know it? *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 2010, no. 10, pp. 1—6.

25. **Sergienko A. B.** *Tsifrovaya obrabotka signalov* (Digital Signal Processing), SPb., Piter, 2002, 608 p.

26. **Hirt C. W., Nichols B. D.** Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries, *Comp. Phys.,* 1981, vol. 39, no. 1, pp. 201—225.

27. **Dorozhko V. M.** *Dinamicheskoe vozdeistvie "volny-ubiitsy" na kontur morskogo sudna* (Dynamic impact of rogue wave on a seagoing vessel contour), *Mekhatronika, Avtomatizatscia, Upravlenie*, 2015, no. 3, pp. 209—216 (in Russian).

28. ***Flot** rybnoi promyshlennosti. Spravochnik tipovykh sudov* (Fleet fishing industry. Handbook of model ships), Moscow, Transport, 2012. 381 p. (in Russian).

29. **Kulagin V. D.** *Teoriya i ustrojstvo morskih promyslovyh sudov* (Theory and device marine fishing vessels), Leningrad, Sudostroenie, 1974. 440 p. (in Russian).

ИНФОРМАЦИЯ

8—9 октября в ЦНИИ РТК в рамках XIX Международного форума "Российский промышленник" и VIII Петербургского международного инновационного форума состоялась очередная 26-я научно-техническая конференция "Экстремальная робототехника (ЭР-2015)".

В этом году конференция прошла в формате международного мероприятия при финансовой поддержке Минобрнауки и при поддержке Минобороны и МЧС России, Роскосмоса, ОЭММПУ РАН, Ассоциации ГНЦ "Наука", Правительства Санкт-Петербурга.

Бессменным организатором конференции "ЭР-2015" выступил ГНЦ РФ "Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики" (ЦНИИ РТК, Санкт-Петербург).

На открытии конференции с приветствием к гостям и участникам обратились: директор-главный конструктор ЦНИИ РТК А. В. Лопота; заместитель директора Департамента науки и технологий Минобрнауки России А. П. Антропов; ректор Университета ИТМО, вице-президент Российского союза ректоров, председатель Совета ректоров вузов Санкт-Петербурга, чл.-корр. РАН, д.т.н., проф. В. Н. Васильев; ректор Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, д.т.н., проф. С. П. Бачевский; генеральный директор НПО Специальных материалов, чл.-корр. РАН, академик РАРАН, д.т.н., проф. М. В. Сильников; почетный главный конструктор ЦНИИ РТК, д.т.н., проф. Е. И. Юревич.

В работе конференции приняли участие более 200 специалистов из ведущих российских и зарубежных технических университетов, научно-исследовательских и промышленных организаций, заинтересованных министерств и ведомств. Среди зарубежных гостей и участников конференции — представители Австрии, Беларуси, Вьетнама, Ирана, Китая, Кипра, Украины.

Работа конференции проходила в формате пленарных и секционных заседаний, посвященных актуальным проблемам и задачам в сфере робототехнических систем и средств безопасности. Всего было представлено около 100 докладов. Особым вниманием у гостей и участников пользовались заседания круглых столов по вопросам специальной и военной робототехники, образовательной робототехники, семинара "Беспилотные транспортные средства с элементами искусственного интеллекта (БТС-ИИ-2015)", которые с успехом прошли в рамках конференции.

На заключительном заседании выступили председатели секций и члены программного комитета конференции. Они отметили высокую активность и большую заинтересованность молодых специалистов и рекомендовали лучшие доклады к публикации в российских научно-технических журналах. Были поведены итоги и принято Решение конференции.

УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ, опубликованных в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" в 2015 г.

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТОВ И АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Александров А. Ю., Жабко А. П., Жабко И. А., Косов А. А. Исследование устойчивости и стабилизация нелинейных переключаемых механических систем на основе декомпозиции. № 12.

Анисимов Д. Н., Дроздова Е. Д., Новиков В. Н. Исследование влияния степеней значимости подусловий на динамические характеристики нечеткого логического регулятора. № 6.

Балонин Н. А., Суздаль В. С., Козьмин Ю. С., Тонкошкур В. Н. Синтез модального регулятора в системах выращивания монокристаллов. № 7.

Воронин А. Ю. Модифицированный частотный метод поиска параметров распределенного высокоточного регулятора. № 2.

Гурарий М. М., Жаров М. М., Русаков С. Г., Ульянов С. Л., Ходош Л. С. Эффективный алгоритм реализации метода векторной аппроксимации в задачах идентификации передаточных функций динамических систем. № 9.

Гурарий М. М., Жаров М. М., Русаков С. Г., Ульянов С. Л. Вычислительные алгоритмы исследования устойчивости динамических систем в задачах схемотехнического анализа. № 12.

Деменков Н. П., Мочалов И. А. Нейросетевая оценка динамики системы автоматической оптимизации. № 10.

Кабанов А. А. Приближенная линеаризация обратной связью на основе сингулярно возмущенного подхода. № 8.

Каляев А. И., Каляев И. А. Метод децентрализованного управления распределенной системой при выполнении потока заданий. № 9.

Козырев В. Г. Асимптотическое разложение закона терминального управления выходом разнотемповых систем. № 4.

Колесников А. А., Колесников Ал. А. Синергетическая теория управления и вибромеханика: концептуальная связь. № 5.

Миркин Е. Л., Шаршеналиев Ж. Ш. Синтез алгоритмов адаптивного управления для SISO-систем с запаздыванием в управлении и неизмеряемым возмущением. № 10.

Некрасов И. В. Исследование эффективности алгоритма оптимального управления динамической системой при варьировании периода квантования дискретной аппроксимации объекта. № 1.

Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Адаптивное позиционное управление подвижными объектами, не линеаризуемыми обратной связью. № 8.

Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Крухмалев В. А. Базовые алгоритмы адаптивного позиционно-траекторного управления подвижными объектами при позиционировании в точке. № 4.

Рустамов Г. А. K_∞-робастные системы управления. № 7.

Рябчиков М. Ю., Рябчикова Е. С. Системы экстремального регулирования на основе комбинации поисковых оптимизационных алгоритмов. № 5.

Тарарыкин С. В., Аполонский В. В. Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем. № 2.

Фалдин Н. В., Моржов А. В. Чувствительность вынужденных периодических движений релейной системы к изменению параметров объекта управления. № 11.

Фалдин Н. В., Моржов А. В. Чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления в релейной автоколебательной системе. № 2.

Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблеме согласно-параллельной коррекции систем регулирования. № 8.

Хижняков Ю. Н., Южаков А. А. Робастное управление недетерминированным объектом с применением многоуровневой обратной связи. № 1.

Цыкунов А. М. Робастное управление объектом с распределенным запаздыванием по состоянию и управлению. № 12.

Чебурахин И. Ф., Шалагин С. В. Конвейерное вычисление булевых функций на основе однотипных IP-ядер в архитектуре ПЛИС/Virtex. № 1.

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Андреев А. С., Перегудова О. А. Синтез робастных алгоритмов стабилизации программных движений мобильного робота с омни-колесами методом вектор-функций Ляпунова. № 12.

Бобырь М. В. Адаптация системы управления мобильным роботом на основе нечеткой логики. № 7.

Богданов А. А., Горбанева А. С., Кутлубаев И. М., Панфилова О. Р. Основы расчета нагрузок на кулисные механизмы, используемые в антропоморфных роботах. № 1.

Богданов Д. Р., Даринцев О. В. Кинематика манипулятора с управляемым изгибом на базе твердых элементов со сферической поверхностью. № 10.

Борисов А. В. Автоматизация разработки трехмерных моделей экзоскелетов со звеньями переменной длины. № 12.

Брискин Е. С., Серов В. А., Фоменко С. С., Шаронов Н. Г., Шурыгин В. А. Об определении допустимых параметров движителей шагающих роботов. № 6.

Глазков В. П., Большаков А. А., Кулик А. А. Исследование движения электромеханического протеза бедра на основе математического моделирования. № 1.

Головин В. Ф., Архипов М. В., Павловский В. Е. Особенности проектирования робототехнических систем для восстановительной медицины. № 10.

Градецкий В. Г., Князьков М. М., Семёнов Е. А., Суханов А. Н. Движение мобильного робота по горизонтальным, наклонным и вертикальным поверхностям при наличии возмущений и подвижных препятствий. № 3.

Даринцев О. В., Алексеев А. Ю., Юдинцев Б. С. Технологии расширенной и виртуальной реальностей как средства компенсации информационной недостаточности микророботов. № 6.

Карташев В. А., Богуславский А. А., Карташев В. В., Ярошевский В. С., Михаеску С. В. Задачи управления манипуляционным роботом для обеспечения безопасности перемещений. № 1.

Лавровский Э. К., Письменная Е. В., Комаров П. А. Управление ходьбой экзоскелетона нижних конечностей при вязкоупругой связи его с телом человека-оператора. № 2.

Лохин В. М., Манько С. В., Александрова Р. И., Диане С. А. К., Панин А. С. Механизмы интеллектуальных обратных связей, обработки знаний и самообучения в системах управления автономными роботами и мультиагентными робототехническими группировками. № 8.

Лошицкий П. А., Шеховцова Е. Е. Расчет и моделирование работы промышленного манипулятора на силовых оболочковых элементах. № 7.

Нгуен Туан Зунг, Щербатов И. А. Совместное распознавание подвижных и неподвижных объектов в системе технического зрения робота. № 7.

Нелаева Е. И., Челноков Ю. Н. Решение прямых и обратных задач кинематики роботов-манипуляторов с использованием дуальных матриц и бикватернионов на примере стэнфордского манипулятора. Часть 1. № 6.

Нелаева Е. И., Челноков Ю. Н. Решение прямых и обратных задач кинематики роботов-манипуляторов с использованием дуальных матриц и бикватернионов на примере стэнфордского манипулятора. Часть 2. № 7.

Рачков М. Ю., Головин В. Ф., Архипов М. В. Робототехника для специальных применений в области физиотерапии. № 7.

Рутковский В. Ю., Суханов В. М., Глумов В. М. К задаче управления маломерным свободнолетающим космическим роботом. № 3.

Сергеев С. Ф. Системно-психологические аспекты автоматизации и роботизации техногенных сред. № 11.

Степанов П. В., Щербатов И. А. Многоагентная система планирования движения мобильного робота на основе искусственных силовых полей. № 5.

Страшнов Е. В., Михайлюк М. В. Моделирование ограничений на относительное движение шарнирно связанных тел в системах виртуального окружения. № 10.

Турыгин Ю. В., Платов С. А. Исследование особенностей обработки торцов пружин горячей навивки методом плазменной резки с использованием робототехнического комплекса. № 2.

Тягунов О. А., Теплов М. А. Об одной задаче формирования программных законов управления исполнительным уровнем автономных тяжелых МРТК. № 12.

Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю., Гетьман А. В. Экспериментальное определение коэффициентов вязкого трения для расчета силового воздействия на перемещающиеся звенья подводных манипуляторов. № 11.

Шестаков Е. И., Васюта М. Ю., Косоруков А. М., Диане С. А. К., Вершинин Я. В. Учебно-исследовательский комплекс на базе LEGO MINDSTORMS NXT 2.0 для отработки технологий многоагентных робототехнических систем. № 11.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

Андронов А. В., Шибанов Г. П. Современная технология научного выбора наиболее перспективного образца техники из ряда образцов аналогичного назначения. № 4.

Балакина Е. В., Зотов Н. М., Федин А. П. Особенности компьютерного моделирования в реальном времени процесса торможения автомобильного колеса. № 3.

Барулина М. А. Математическое обеспечение конечно-элементного моделирования микромеханических датчиков инерциальной информации в рамках неклассической теории изгиба. № 11.

Герман-Галкин С. Г., Бормотов А. В. Аналитическое и модельное исследование модульной синхронной реактивной машины в системе электропривода. № 9.

Загашвили Ю. В., Савченко Г. Б., Филимонов Ю. Н. Идентификация статических характеристик газогенератора синтез-газа. № 8.

Шукалов А. В., Жаринов И. О., Жаринов О. О., Костишин М. О., Нечаев В. А. Алгоритм решения проектной задачи выбора оптических параметров бортового средства индикации на основе жидкокристаллической панели. № 8.

Щекин А. В., Сульдин С. П. Ассоциативность траекторий в САМ-приложении "Модуль ЧПУ. Токарная обработка". № 8.

УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ В БОЛЬШИХ СИСТЕМАХ

Rzevski G., Madsen B., Скобелев П. О., Царев А. В. Управление цепочками поставок с использованием мультиагентных технологий. № 7.

Данилов А. Н., Столбов В. Ю. Об одном алгоритме управления синергетической открытостью организационно-технических систем. № 6.

Инсаров В. В., Тихонова С. В., Ранкова А. В., Фортинский Д.А. Использование градиентного подхода в задаче выделения контуров крупных техногенных объектов на изображениях многообъектных наземных сцен. № 6.

Осипов В. Ю. Нейросетевое прогнозирование событий для интеллектуальных роботов. № 12.

Полищук Ю. В. Мониторинг информационной энтропии в задачах описания больших технических систем. № 6.

Потапов В. И. Задачи и численные алгоритмы оптимизации надежности аппаратно-избыточной технической системы в конфликтной ситуации при различных стратегиях защиты от атак противника. № 9.

Ченцов А. Г., Кошелева М. С. Динамическое программирование в задаче курьера со стоимостями, зависящими от списка заданий. № 4.

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

Белоусов Б. Н., Ксеневич Т. И., Степнов В. Л., Климачкова А. С. Проектирование и моделирование привода рулевого управления как ключевого элемента мехатронного опорно-ходового модуля. № 7.

Буканова Т. С., Алиев М. Т. Микропроцессорная система электропривода на основе двухроторной электрической машины с дифференциальным управлением. № 2.

Герман-Галкин С. Г., Лебедев В. В., Бормотов А. В. Модульная синхронная индукторная машина в системе электропривода. № 11.

Крахмалев О. Н., Петрешин Д. И. Коррекция интегральных отклонений движения исполнительных механиз-

мов промышленных роботов и многокоординатных станков. № 7.

Сафин А. Р., Мисбахов Р. Ш., Гуреев В. М. Разработка рациональной структуры тягового электропривода трамвая в среде моделирования электроэнергетических объектов программы MATLAB. № 2.

Хасанов З. М., Хасанов О. З., Гузаиров Р. М. Математическая модель движения многосвязных систем электроприводов для технологических процессов электродугового плазменного напыления. № 2.

КОНТРОЛЬ И ДИАГНОСТИКА МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

Алиев Т. А., Нусратов О. Г., Гулуев Г. А., Рзаев Ас. Г., Пашаев Ф. Г., Резван М. Г., Керимов А. Б. Алгоритмы диагностики неисправностей штанговых глубинно-насосных установок. № 5.

Алиев Т. А., Рзаев А. Г., Гулуев Г. А., Ализаде Т. А., Саттарова У. Э., Рзаева Н. Э. Система диагностики и управления штанговых глубинно-насосных установок нефтяных скважин с использованием робастной Noise-технологии. № 10.

Андриянов А. И., Краснов Н. А. Система управления нелинейной динамикой импульсного преобразователя напряжения со стабилизацией предельного тока. № 2.

Боровик С. Ю., Кутейникова М. М., Подлипнов П. Е., Райков Б. К., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П. Влияние соседних лопаток на измерение радиальных зазоров в турбине. № 5.

Будагян И. Ф., Костин М. С. Вибродиагностика кинематических схем устройств точной механики методом радиосенсорной сверхкороткоимпульсной фазовой девиометрии. № 2.

Колосов О. С., Анисимов Д. Н., Хрипков Д. В. Исследование многоуровневых нечетких диагностических систем с использованием стохастической модели. № 4.

Ливаткин П. А., Положенцев К. А. Метод оценки скорости переплава расходуемого электрода с использованием лазерного дальномера при управлении вакуумным дуговым переплавом. № 10.

Мусатов В. Ю., Киселев И. В., Варежников А. С., Большаков А. А., Сысоев В. В. Анализ возможностей применения в газоаналитических приборах вида "электронный нос" на основе однокристальных чипов переходных электрических процессов в сенсорных сегментах при воздействии различных газов. № 4.

Пашаев А. М., Ализаде А. А., Алиев Т. А., Аббасов А. М., Гулуев Г. А., Пашаев Ф. Г., Саттарова У. Э. Интеллектуальная сейсмоакустическая система выявления зоны очага ожидаемого землетрясения. № 3.

Тимошенков С. П., Калугин В. В., Парфенов Н. М., Анчутин С. А., Кочурина Е. С., Мукимов Д. Ж., Чжо Мьё Аунг. Исследование и разработка методов оценки основных параметров микромеханических преобразователей линейного ускорения. № 6.

ТРАНСПОРТНАЯ МЕХАТРОНИКА

Белоусов Б. Н., Наумов С. В., Климачкова А. С., Ксеневич Т. П. Транспортная мехатроника — будущее автомобиля. № 1.

Забегаев А. Н. Алгоритмическое и программное обеспечение задачи оценки параметров навигационной системы автономного автомобиля. № 2.

ЭРГАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Корсун О. Н., Габдрахманов А. Ш., Михайлов Е. И., Нахаев М. З., Тулекбаева А. К. Алгоритм автоматического распознавания речевых команд, инвариантный к изменению языка. № 9.

Сержантова М. В., Ушаков А. В. Рекреативный интервал в проблеме управления производительностью деятельности антропокомпонента-оператора в квазистатической функциональной среде. № 4.

Смеюха А. В., Федунов Б. Е. Математическое моделирование процесса решения тактических задач экипажем антропоцентрического объекта. № 9.

АВТОМАТИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Абрамов А. И., Мазитов Т. А. Сравнительный анализ эффективности метода поиска стыка деталей при автоматической сварке. № 1.

Астапович Ю. М., Митяшин Н. П., Томашевский Ю. Б., Миргородская Е. Е., Денисов А. В. Управление структурой гибкой системы электропитания. № 5.

Бусурин В. И., Лю Чже, Ахламов П. С., Бердюгин Н. А. Исследование бесконтактного оптического преобразователя приближения мехатронной системы стабилизации зазора сканирующего профилометра. № 1.

Горячев О. В., Ефромеев А. Г. Алгоритм управления приводом стабилизации и изменения углового положения объекта с вращающимся основанием. № 3.

Загашвили Ю. В., Анискевич Ю. В., Кузьмин А. М., Левихин А. А., Савченко Г. Б. Управление технологическим процессом получения синтез-газа в высокотемпературном реакторе. № 10.

Земцов Н. С., Французова Г. А. Синтез ПИД регулятора для системы управления прямоточным котлом. № 9.

Лебедев В. А., Ярос Ю. А. Сравнительный анализ автоматических систем управления при автоматической сварке под флюсом. № 6.

Нугаев И. Ф., Васильев В. И. Управление процессами скважиной добычи нефти на основе каскадных алгоритмов. № 5.

Чичерова Е. В. Способы повышения качества управления частотой вращения силовой турбины газотурбинного двигателя. № 6.

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ

Алешкин В. В., Плотников П. К. Экспериментальное подтверждение снижения погрешностей блока гироскопических измерителей угловой скорости за счет алгоритмической компенсации. № 9.

Барулина М. А. Построение матрицы масс трехмерного конечного элемента для моделирования динамики микромеханических датчиков инерциальной информации и их узлов. № 5.

Горев П. А., Костиков В. Г. Метод обработки фазовых измерений глобальной спутниковой навигационной системы с использованием данных инерциальной навигационной системы. № 11.

Девятисильный А. С., Стоценко А. К. Модели управления относительным движением двух сухопутных транспортных единиц в задаче следования за лидером. № 6.

Девятисильный А. С., Числов К. А. Модель конкурентного нейроморфного комплексирования информации в интегрированной спутниково-инерциальной навигационной системе. № 10.

Дорожко В. М. Динамическое воздействие "волны-убийцы" на контур морского судна. № 3.

Дорожко В. М. Устойчивость контура морского судна к опрокидыванию "волной-убийцей". № 12.

Жирабок А. Н., Якшин А. С. Решение задачи диагностирования датчиков системы управления необитаемым подводным аппаратом. № 11.

Зенкевич С. Л., Галустян Н. К. Синтез и апробация алгоритма управления движением квадрокоптера по траектории. № 8.

Корсун О. Н., Николаев С. В. Методика идентификации аэродинамических коэффициентов продольного движения самолета в эксплуатационном диапазоне углов атаки. № 4.

Кузнецов О. И., Солддаткин В. В. Формирование сигналов информационной поддержки каналов системы предотвращения критических режимов вертолета с учетом критерия безопасности. № 1.

Лахин О. И., Майоров И. В. Метод адаптивного планирования грузопотока российского сегмента Международной космической станции на основе мультиагентной технологии. № 12.

Левский М. В. Особенности управления ориентацией космического аппарата, оборудованного инерционными исполнительными органами. № 3.

Лобусов Е. С., Фомичев А. В. Формирование алгоритмов бесплатформенной инерциальной системы навигации и основных режимов функционирования системы управления малогабаритного космического аппарата. Ч. 2. № 1.

Лосев С. Н., Макаренко В. И., Подольская Н. Н. Вероятностно-геометрический метод среднесрочного обнаружения конфликтов между воздушными судами. № 4.

Мышляев Ю. И., Финошин А. В., Тар Яр Мьо. Метод скоростного биградиента в задаче управления вибрационным гироскопом. № 11.

Пушков С. Г., Корсун О. Н., Яцко А. А. Оценивание погрешностей определения индикаторной земной скорости в летных испытаниях авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем. № 11.

Распопов В. Я. Гиродины как объекты изучения по направлению высшего профессионального образования "Системы управления движением и навигации". Часть. 2. Динамика. № 1.

Сапунков Я. Г., Молоденков А. В. Алгоритм оптимального по энергии разворота космического аппарата при произвольных граничных условиях. № 8.

Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю., Коноплин Н. Ю. Метод синтеза систем автоматической коррекции линейных перемещений подводных аппаратов. № 3.

Филаретов В. Ф., Зуев А. В., Жирабок А. Н., Проценко А. А., Subudhi B. Метод синтеза систем непрерывной аккомодации к дефектам в навигационно-пилотажных датчиках автономных подводных роботов. № 4.

Фирсов С. Н. Многоуровневое системотехническое обеспечение функциональной работоспособности систем управления движением и навигации малогабаритного космического аппарата. № 5.

Чувашева Е. С., Чувашев С. Н. Об эффективности применения изобарических режимов на гиперзвуковых летательных аппаратах. № 9.

Шевченко А. М. Разработка и исследование метода прогнозирования дистанции пробега самолета на посадке. № 12.

Шукалов А. В., Жаринов И. О., Жаринов О. О., Костишин М. О., Нечаев В. А. Алгоритмы формирования индикационного кадра авионики с использованием системы автоматизированного проектирования SCADE. № 10.

Шукалов А. В., Парамонов П. П., Жаринов И. О., Жаринов О. О., Костишин М. О. Алгоритм и методика автоматизации процедуры оценивания координат цветности элементов изображения бортовых средств индикации в авионике. № 3.

Щербань И. В., Щербань О. Г., Конев Д. С. Метод слабосвязанной интеграции спутниковой и микроэлектромеханической инерциальной навигационных систем транспортного средства. № 2.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 01.10.2015. Подписано в печать 12.11.2015. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ MH1215. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.