

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 1 (154)

январь

2014

Редакционный совет:

АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СИРОТКИН О. С., чл.-корр. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮШЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ВОСТРИКОВ А. С., д. т. н., проф.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
КУЗЬМИН Н. Н., к. т. н., доц.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс., с. н. с.
ТИМОФЕЕВ А. В., д. т. н., проф.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ШАЛОБАЕВ Е. В., к. т. н., доц.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Быстров Л. Г. Идентификация линейных динамических систем по измеряемым координатам переменных состояний 3

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗАДАЧАХ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Чубуков Н. Н. Геометризация задачи экологического контроля содержания вредных веществ в атмосферном воздухе на автомобильных дорогах 7
Глазков В. П., Большаков А. А., Кулик А. А. Использование нейросетевого компенсатора для стабилизации движения полуавтоматических протезируемых систем 13
Сластников С. А. Решение задач маршрутизации транспорта методом муравьиных колоний 18
Скобелев П. О., Симонова Е. В., Кожевников С. С., Майоров И. В. Разработка мультиагентной системы планирования, прогнозирования и моделирования производства 22
Ильясов Б. Г., Герасимова И. Б., Мухамедрахимова Л. Н. Когнитивная модель самоорганизации процессов управления в малых научных группах 30

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Диане С. А. К. Способы представления знаний и особенности функционирования мультиагентных робототехнических систем 36
Гриценко П. А., Арановский С. В. Нахождение оптимальной траектории движения по заданному пути для кинематически избыточного манипулятора 40
Лавровский Э. К., Письменная Е. В. Алгоритмы управления экзоскелетом нижних конечностей в режиме одноопорной ходьбы по ровной и ступенчатой поверхности 44

Журнал в журнале

"УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

Левский М. В. Использование универсальных переменных в задачах оптимального управления ориентацией космических аппаратов 53
Кабанов Д. С. Синтез алгоритма оптимального программно-позиционного управления многорежимным автоматическим подводным аппаратом 60
Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Голиков А. В. Активное управление температурными полями бесплатформенной инерциальной навигационной системы с волоконно-оптическими датчиками 67

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

№ 1 (154)

January

2014

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Editorial Council:

ALIEV T. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 ANSHAKOV G. P., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 BOLOTNIK N. N., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
 VASILYEV S. N., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
 KALYAEV I. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 KRASNEVSKIY L. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 KUZNETSOV N. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 LEONOV G. A., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
 MATVEENKO A. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 MIKRIN E. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 PESHEKHONOV V. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 REZCHIKOV A. F., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 SEBRYAKOV G. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 SIGOV A. S., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
 SIROTKIN O. S., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 SOJFER V. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 SOLOVJEV V. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 SOLOMENTSEV Yu. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 FEDOROV I. B., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 CHENTSOV A. G., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
 CHERNOUSKO F. L., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
 SCHERBATYUK A. F., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 YUSUPOV R. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Dr. Sci. (Tech.), prof.

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 PUTOV V. V., Dr. Sci. (Tech.),
 YUSCHENKO A. S., Dr. Sci. (Tech.), prof.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
 ANTONOV B. I.
 ARSHANSKY M. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 BUKOV V. N., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 VITTIKH V. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 VOSTRIKOV A. S., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 GOLUBYATNIKOV I. V., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 GRADETSKY V. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 IVCHENKO V. D., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 ILYASOV B. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 KOLOSOV O. S., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 KOROSTELEV V. F., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 KUZMIN N. N., Cand. Sci. (Tech.), prof.
 LEBEDEV G. N., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 LOKHIN V. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 PAVLOVSKY V. E., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
 PROKHOROV N. L., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 RAPOPORT E. Ya., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 SERGEEV S. F., Dr. Sci. (Psychol.), prof.
 TIMOFEEV A. V., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 FILARETOV V. F., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 FRADKOV A. L., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 FURSOV V. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
 SHALOBAYEV E. V., Cand. Sci. (Tech.), ass. prof.
 YUREVICH E. I., Dr. Sci. (Tech.), prof.

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Bystrov L. G.** Identification of Linear Dynamic System by the Exact Measuring of Space State Faze Coordinates 3

INTELLIGENT TECHNOLOGY

IN THE TASKS OF INFORMATION PROCESSING AND CONTROL

- Chubukov N. N.** Geometrization Problem of Environmental Control of Harmful Substances in the Air on the Roads 7
- Glazkov V. P., Bolshakov A. A., Kulik A. A.** Application Neural Network Compensator for Stabilized Motion of the Semiautomatic Prosthetic Systems 13
- Slastnikov S. A.** Solving Vehicle Routing Problem by Ant Colony Algorithm 18
- Skobelev P. O., Simonova E. V., Kozhevnikov S. S., Mayorov I. V.** Development of Multi-Agent System for Production Scheduling, Forecasting and Simulation 22
- Ilyasov B. G., Gerasimova I. B., Mukhamedrakhimova L. N.** Gognitive Model of Self-Organization Control Processes in Small Research Groups 30

ROBOTIC SYSTEMS

- Lokhin V. M., Manko S. V., Romanov M. P., Diane S. A. K.** Approaches to Knowledge Representation and Functioning Aspects of Multi-Robot Systems 36
- Gritsenko P. A., Aranovskiy S. V.** Optimal Trajectory Constructing along a Pre Specified Path for a Kinematically Redundant Manipulator 40
- Lavrovsky E. K., Pismennaya E. V.** Control Algorithms Exoskeleton of Lower Limb Single Support Phase Mode and Walk on Flat and Stairs Surfaces 44

Journal within journal

"CONTROL AND INFORMATICS IN THE AEROSPACE AND MARINE SYSTEMS"

- Levskii M. V.** The Use of Universal Variables in Problems of Optimal Control Concerning Spacecrafts Orientation. 53
- Kabanov D. S.** Optimal Real-Time Control Algorithm Design for Multimode Automatic Underwater Vehicle. 60
- Dzhashitov V. E., Pankratov V. M., Golikov A. V.** Active Control by Temperature Fields of Strapdown Inertial Navigation System with Fiber-Optical Sensors 67

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

Л. Г. Быстров, инженер-программист 1 категории, svv@kber.ru,
ОАО "КБ Электроприбор", г. Саратов

Идентификация линейных динамических систем по измеряемым координатам переменных состояния

Ставится задача идентификации линейной стационарной динамической системы. Определяются условия разрешимости поставленной задачи. Показано, что в разрешимом случае существующее решение является единственным. Получена формула в виде явного аналитического матричного выражения, по которой разработан эффективный вычислительный алгоритм, программно реализованный на языке системы символьной алгебры.

Ключевые слова: динамическая система, обратные задачи динамики, преобразования Лапласа, функция Коши, квазиполином, характеристический полином, матрица Фробениуса, матричная резольвента

L. G. Bystrov

Identification of Linear Dynamic System by the Exact Measuring of Space State Faze Coordinates

The problem of exact analytical indetefication for mathematical model of stationary linear dynamic system in Cauchy form of ordinary differential equations are put forward. The item question of solvability and uniqueness criteria is examined. It is determined that in a case of solvability the solution looked for is strictly unique. Explicit analitical expressions are discovered for system matrix and initial conditions as the the objects of investigation. Computig algorithm for this expressions is propozed and realized in the language of symbolic algebra.

Keywords: dinamic system, inverse problems, Laplace integral transforms, Cauchy function, kwazypolinomial characteristic polinom, Frobenius matrix, matrix exponential

Введение

Важнейшими задачами теории управления являются задачи идентификации. Разработке методов решения такого класса задач посвящено большое число работ отечественных и зарубежных ученых (см., например, [1, 4, 5, 7–10]).

Одна из задач идентификации состоит в обратном переходе от наблюдаемого (измеряемого) поведения системы к построению структуры математической модели и ее числовых параметров. Данная задача при описании системы в переменных состояния сводится к отысканию матрицы A (матрицы коэффициентов) [7, 8].

Известна постановка задачи идентификации матрицы A для простейшей дискретной модели [7, с. 82], где решение задачи ориентировано на приближенные численные методы. В работе [7, с. 334, 337] представлено аналитическое решение для скалярного варианта системы второго порядка в частном случае различных корней характеристического полинома.

В данной статье предлагается аналитический резольвентный метод идентификации математической модели линейной динамической стационарной системы с сосредоточенными параметрами на основании единственного и точного измерения всех компонент координат пространства состояний свободного движения с использованием методов решения обратных задач [4, 7, 8].

Постановка задачи идентификации

Под задачей идентификации будем понимать построение математической модели динамической системы в виде системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в нормальной форме Коши [7, 8]:

$$\dot{X}(t) = AX(t), X_0 = X(0). \quad (1)$$

Допустим, наблюдаемое поведение динамической системы в течение отрезка времени от 0 до t характеризуется упорядоченным набором координат пространства состояний $X(t) = K(t)$.

Заметим, что элементами $k_{i1}(t)$, $i = \overline{1, n}$, вектора-столбца $K(t)$ являются квазиполиномы.

Требуется построить модель динамической системы (1).

Поскольку векторы X_0 , $K(t)$ известны, то данная задача заключается в отыскании матрицы системы A , причем задача является обратной по отношению к задаче отыскания вектора состояния свободного движения $X(t)$ САУ при известных матрице A и векторе начальных условий X_0 .

Резольвентный метод идентификации

Выполним пошаговое описание предлагаемого метода.

1. Возьмем прямое преобразование Лапласа $L\{K(t)\}$ от каждого элемента столбца $K(t)$. В резуль-

тате получим n рациональных полиномиальных выражений в виде отношений полиномов. Знаменатели этих отношений в общем случае различны. Приведем эти знаменатели к общему полиному минимальной размерности

$$Q(s) = q_0 + q_1s + q_2s^2 + \dots + q_{p-1}s^{p-1} + s^p = \sum_{i=0}^p q_i s^i, \quad q_p = 1,$$

и определим порядок p полученного полинома.

По коэффициентам полинома минимальной размерности $Q(t)$ сформируем матрицу Φ в форме Фробениуса, сопровождающую данный полином.

2. Сформируем матрицу G из коэффициентов полиномов числителей изображений квазимногочленов $L\{K_i(t)\}$, $i = 1, n$, приведенных к наименьшему общему знаменателю $Q(s)$. Члены данных полиномов расположим в порядке возрастания степеней при s . Заметим, что последний столбец матрицы G равен матрице $K = K(t)|_{t=0}$.

Сформулируем *критерий разрешимости* задачи идентификации. Предположим, что поставленная задача решена. Характеристический полином матрицы A имеет p корней. Все эти корни не могут быть совершенно произвольными, они обязаны принадлежать множеству корней знаменателей отношений полиномов $L\{K_i(t)\}$, $i = 1, n$. Отсюда следует, что размерность заданного вектор-столбца $K(t)$ должна быть равна степени p полинома $Q(s)$. Только в этом случае может существовать решение рассматриваемой задачи идентификации.

Можно показать:

- если $p \neq n$, то решение поставленной задачи не существует;
- если $p = n$ и $\text{Det}G = 0$, то решение поставленной задачи не существует;
- если $p = n$ и $\text{Det}G \neq 0$, то решение поставленной задачи существует и единственно.

В последнем случае матрица A существует и может быть вычислена по формуле

$$A = (G\Phi^{-1}G^{-1})^{-1}, \quad (2)$$

причем результат вычисления является единственным.

В основе получения выражения (2) лежит метод, названный *резольвентным*. Такое название используется потому, что при доказательстве справедливости (2) применяется операция нахождения резольвенты от числовых матриц.

Решение задачи начинается с вычисления характеристического полинома искомой матрицы A . Единственным источником информации для его вычисления является исходный вектор-столбец $K(t)$. В прикладном плане характеристический полином находим с использованием изображения по Лапласу $L\{K_i(t)\}$ элементов матрицы $K(t)$ с приведением их к наименьшему общему знаменателю. Этот знаменатель и является характеристическим полиномом. По коэффициентам числителей элементов матрицы $L\{K_i(t)\}$ строится квадратная числовая матрица G .

Запишем выражение для вектор-столбца $L\{K(t)\}$ в общем виде:

$$NL(K(t)) = \begin{bmatrix} \frac{P_1(s)}{Q(s)} \\ \frac{P_2(s)}{Q(s)} \\ \dots \\ \frac{P_n(s)}{Q(s)} \end{bmatrix}.$$

По выражению

$$Q(s) = q_0 + q_1s + q_2s^2 + \dots + q_{p-1}s^{p-1} + s^p$$

составим соответствующее однородное дифференциальное уравнение p -го порядка

$$y^{(p)}(t) + q_{p-1}y^{(p-1)}(t) + \dots + q_1y'(t) + q_0y(t) = 0. \quad (3)$$

Любой i -й элемент вектор-столбца $L\{K(t)\}$ может быть рассмотрен как изображение по Лапласу решения дифференциального уравнения (3) при надлежащих i -х начальных условиях:

$$Y_i(0) = \begin{bmatrix} y_{1i}(0) \\ y_{2i}(0) \\ \dots \\ y_{pi}(0) \end{bmatrix}.$$

Заметим, что порядок полинома $P_i(s)$, $i = \overline{1, n}$, не выше $(p-1)$ -го, причем коэффициент $c_{i(p-1)}$ при s^{p-1} этого полинома зависит только от младшего начального условия и строго равен ему [6]: $c_{i(p-1)} = k_i(0)$.

Таким образом, последний столбец матрицы G равен $K(0)$, что можно записать в виде

$$G \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = GU = K(0), \quad (4)$$

где $U = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ — унитарная матрица-столбец, элементы которой нули, за исключением элемента последней строки, который равен единице.

Из выражения (4) нетрудно получить:

$$U = G^{-1}K(0). \quad (5)$$

Сформируем матрицу Фробениуса Φ по коэффициентам полинома $Q(s)$. Тогда с учетом (5) имеем:

$$e^{\Phi t}U = e^{\Phi t}(G^{-1}K(0)), \quad (6)$$

где $e^{\Phi t}$ — соответствующая матричная экспонента.

Можно показать, что $Ge^{\Phi t}U = K(t)$. Тогда из формулы (6) получим:

$$Ge^{\Phi t}(G^{-1}K(0)) = G(e^{\Phi t}G^{-1})K(0) = K(t). \quad (7)$$

Проанализируем выражение (7) с использованием известной формулы Коши [3]. Анализ позволяет сделать вывод о том, как может быть вычислена матричная экспонента пока еще неизвестной искомой матрицы A :

$$e^{At} = G(e^{\Phi t}G^{-1}).$$

Взяв прямое изображение по Лапласу от этого выражения для левого сомножителя, получим резольвенту от искомой матрицы:

$$G(sE - \Phi)^{-1}G^{-1} = (sE - A)^{-1}. \quad (8)$$

По выражению (8) при $s = 0$ найдем в итоге искомое выражение (2), которое и принимается для программной реализации непосредственно выполняемых вычислений.

Алгоритм реализации метода

На основе изложенного резольвентного метода идентификации предлагается пошаговая процедура (алгоритм) его реализации.

1. Найти приведенное изображение $L\{K(t)\}$, полином $Q(s)$, матрицу G и обратную матрицу G^{-1} .

2. Полином $Q(s)$ назначить характеристическим полиномом искомой матрицы, если его порядок совпадает с размерностью n вектор-столбца $K(t)$.

3. По коэффициентам характеристического полинома сформировать матрицу Фробениуса Φ и вычислить обратную матрицу Φ^{-1} .

4. Найти произведение трех матриц $G(\Phi^{-1}G^{-1})$.

5. Вычислить искомую матрицу A системы по формуле (2).

6. Провести проверку правильности полученного решения. С этой целью решить построенную систему с начальными условиями $K(0)$ и убедиться, что это решение равно заданному вектор-столбцу квази-многочленов $K(t)$.

Пример

Пусть дан вектор-столбец

$$K(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \sin t + e^{-2t} \sin 2t \\ e^{-t} \cos t + e^{-2t} \cos 2t \\ e^{-3t} \\ e^{-t} \sin t \\ e^{-2t} \cos 2t \end{bmatrix}$$

и вектор начальных условий $X(0) = K(0) = [0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1]^T$.

Требуется найти матрицу A , что позволит легко построить нормальную однородную систему уравнений в форме Коши.

Решение. 1. Возьмем прямое преобразование Лапласа от каждого элемента вектор-столбца $K(t)$, получим

$$L\{K(t)\} = \begin{bmatrix} \frac{3s^2 + 8s + 12}{s^4 + 6s^3 + 18s^2 + 24s + 16} \\ \frac{2s^3 + 9s^2 + 8s + 12}{s^4 + 6s^3 + 18s^2 + 24s + 16} \\ \frac{1}{s + 3} \\ \frac{1}{s^2 + 2s + 2} \\ \frac{s + 2}{s^2 + 2s + 2} \end{bmatrix}.$$

2. Приведем элементы вектор-столбца $L\{K(t)\}$ к наименьшему полиномиальному общему знаменателю (любым известным методом), получим $Q(s) = s^5 + 9s^4 + 36s^3 + 78s^2 + 88s + 48$.

Этот полином в дальнейшем будет характеристическим для искомой системы.

3. С учетом полученного результата преобразуем вектор-столбец $L\{K(t)\}$ к виду, в котором каждый его элемент имеет одинаковый знаменатель $Q(s)$:

$$NL\{K(t)\} = \begin{bmatrix} \frac{3s^3 + 17s^2 + 36s + 36}{s^5 + 9s^4 + 36s^3 + 78s^2 + 88s + 48} \\ \frac{2s^4 + 15s^3 + 45s^2 + 66s + 36}{s^5 + 9s^4 + 36s^3 + 78s^2 + 88s + 48} \\ \frac{s^4 + 6s^3 + 18s^2 + 24s + 16}{s^5 + 9s^4 + 36s^3 + 78s^2 + 88s + 48} \\ \frac{s^3 + 7s^2 + 20s + 24}{s^5 + 9s^4 + 36s^3 + 78s^2 + 88s + 48} \\ \frac{s^4 + 7s^3 + 18s^2 + 22s + 12}{s^5 + 9s^4 + 36s^3 + 78s^2 + 88s + 48} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Заметим, что порядок p характеристического полинома равен значению $n = 5$, т. е. решение поставленной задачи может существовать.

4. Построим матрицу G и матрицу G^{-1} :

$$G = \begin{bmatrix} 36 & 36 & 17 & 3 & 0 \\ 36 & 66 & 45 & 15 & 2 \\ 16 & 24 & 18 & 6 & 1 \\ 24 & 20 & 7 & 1 & 0 \\ 12 & 22 & 18 & 7 & 1 \end{bmatrix}, \quad G^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{100} & \frac{-2}{25} & \frac{1}{25} & \frac{3}{100} & \frac{3}{25} \\ \frac{-7}{50} & \frac{7}{50} & \frac{-3}{25} & \frac{4}{25} & \frac{-4}{25} \\ \frac{8}{25} & \frac{-3}{25} & \frac{9}{25} & \frac{-12}{25} & \frac{-3}{25} \\ \frac{-4}{25} & \frac{-1}{25} & \frac{-27}{25} & \frac{11}{25} & \frac{29}{25} \\ \frac{-48}{25} & \frac{8}{25} & \frac{81}{25} & \frac{42}{25} & \frac{-72}{25} \end{bmatrix}.$$

Элементы матрицы G представляют собой коэффициенты при степенях s полиномов числителей вектора-столбца $L\{K(t)\}$ вида (9). Заметим, что последний столбец матрицы G равен $K(0)$.

5. По коэффициентам полинома $Q(s)$ построим матрицу Φ в форме Фробениуса и обратную матрицу Φ^{-1} :

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -48 & -88 & -78 & -36 & -9 \end{bmatrix}, \Phi^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{11}{6} & -\frac{13}{8} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{16} & -\frac{1}{48} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

6. Вычислим промежуточную матрицу $G(\Phi^{-1}G^{-1})$:

$$G(\Phi^{-1}G^{-1}) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}.$$

7. Вычислим искомую матрицу

$$A = (G(\Phi^{-1}G^{-1}))^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

8. Проверим правильность вычислений путем решения системы:

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} X(t), X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Предварительно найдем матричную экспоненту по найденной матрице A :

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{-2t} \cos 2t & e^{-t} \sin t & 0 & -e^{-2t} \cos 2t + e^{-t} \cos t - e^{-t} \sin t + e^{-2t} \sin 2t \\ -e^{-2t} \sin 2t & e^{-t} \cos t & 0 & -e^{-t} \sin t + e^{-2t} \sin 2t & e^{-2t} \cos 2t - e^{-t} \cos t \\ 0 & 0 & e^{-3t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-t} \sin t & 0 & e^{-t} \cos t & -e^{-t} \sin t \\ -e^{-2t} \sin 2t & 0 & 0 & e^{-2t} \sin 2t & e^{-2t} \cos 2t \end{bmatrix}.$$

Тогда, воспользовавшись формулой Коши, имеем:

$$X(t) = e^{At}X(0) = \begin{bmatrix} e^{-t} \sin t + e^{-2t} \sin 2t \\ e^{-t} \cos t + e^{-2t} \cos 2t \\ e^{-3t} \\ e^{-t} \sin t \\ e^{-2t} \cos 2t \end{bmatrix}.$$

Сравнивая полученный результат с исходным вектором-столбцом $K(t)$, убеждаемся в правильности решения.

Заключение

Метод и алгоритм идентификации однородной линейной стационарной динамической системы, представленные в статье, позволили восстановить матрицу системы. Для нее получено явное аналитическое выражение. Решение поставленной задачи основано на введении в рассмотрение новой матрицы, отображающей информацию наблюдаемых (измеряемых) сигналов.

Особенностью полученного решения является тот факт, что параметрическая идентификация достигается путем предварительного решения задачи непараметрической идентификации, а именно, вычисления параметров интегрального оператора идентифицируемой системы — ее матричной резольвенты.

Причем метод допускает вычисление матричной резольвенты без ее реконструкции, что обеспечивает возможность прогнозирования поведения идентифицируемой системы под воздействием наперед заданных начальных условий и стандартных возмущений в виде квазиполиномов на основе неполной идентификации, что существенно сокращает объем вычислений.

Предложенный алгоритм может быть использован при построении адаптивных систем управления, использующих метод эталонной модели, для решения задач текущей идентификации и прогноза.

Список литературы

1. Быстров Л. Г. Компьютерные методы решения однородных стационарных систем линейных дифференциальных уравнений в форме Коши для анализа и синтеза САУ // Доклады Академии военных наук. 2008. № 5 (34). С. 28–34.
2. Быстров Л. Г., Сафронов В. В. Новые компьютерные алгоритмы вычисления матричной экспоненты в приложении к исследованию линейных динамических систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 8. С. 18–25.
3. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1967. 576 с.
4. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций. М.: Машиностроение, 2004. 576 с.
5. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 432 с.
6. Макаров И. М., Менский Б. М. Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал). 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1982. 504 с.
7. Машиностроение. Энциклопедия. Автоматическое управление. Теория. Т. 1–4 / Под общ. ред. Е. А. Федосова. М.: Машиностроение, 2000. 688 с.
8. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5 томах; 2-е издание. Т. 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егунова. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 640 с.
9. Цыпкин Я. З. Информационная теория идентификации. М.: Наука. Физматлит, 1995. 336 с.
10. Эйкхоф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 680 с.

УДК 87.17.81

Н. Н. Чубуков, вед. инженер, metrolog.pribor@mail.ru,
ООО "Институт развития автодорожного комплекса", г. Москва

Геометризация задачи экологического контроля содержания вредных веществ в атмосферном воздухе на автомобильных дорогах

Рассматривается перспективное направление развития средств экологического контроля атмосферного воздуха вблизи автострад и в мегаполисах, основанное на управлении избыточными данными при измерении многокомпонентных смесей. Разработанный автором алгоритм путем решения систем линейных алгебраических уравнений малой размерности реализует совместную обработку выходных сигналов газоаналитических сенсоров, скомбинированных попарно по признаку максимальной перекрестной чувствительности к компонентам смеси. Геометризация задачи обеспечила визуализацию хода решения и результатов, учет нелинейности калибровочных характеристик и уменьшение методических погрешностей измерений, обусловленных принадлежностью калибровок к некорректным обратным задачам математической статистики.

Ключевые слова: газоанализатор, группировка, калибровка, компонент, концентрация, проба, пробоподготовка, селективность, сенсор, смесь

N. N. Chubukov

Geometrization Problem of Environmental Control of Harmful Substances in the Air on the Roads

Considered a promising direction of development of means of environmental control of air near highways and in metropolitan areas, based on the management of redundant data in the measurement of multi-component mixtures. Designed by the author of the algorithm for solving systems of linear algebraic equations of small dimension implements the joint processing of the output signals of gas analysis sensors are combined in pairs on the basis of the maximum cross-sensitivity to the components of the mixture. Geometrization tasks provided visualization of the progress and results of solutions, taking into account the characteristics of non-linearity of the calibration and reduction of systematic errors of measurement due to incorrect calibration accessory inverse problems of mathematical statistics.

Keywords: gas analyzer, grouping, calibration, component, concentration, sample, sample preparation, selectivity, sensor, mixture

1. Актуальность экологического контроля воздуха на дорогах

Инфраструктура автомобильной транспортной сети России в настоящее время динамично развивается, стремясь удовлетворить возрастающие потребности регионов по объемам грузопассажирских перевозок. Несмотря на то, что Транспортная стратегия Российской Федерации на период до 2030 года [1] предписывает обязательность соблюдения мер по обеспечению экологической безопасности автодорожного комплекса, тенденция нарастания неблагоприятного воздействия транспорта на природу продолжает усиливаться. Автомобили, наряду с шумовым и тепловым загрязнением окружающей среды, являются источниками выбросов огромного количества вредных веществ, вызывающих деградацию почв и водных объектов, особенно в районах пролегания крупных автострад, а также в зонах с большой плотностью дорожной сети и повышенной интенсивностью транспортных потоков.

С ростом уровня автомобилизации страны загрязнение воздушного бассейна становится все более

опасным для населения, поскольку с дыханием через легкие в организм человека мгновенно проникают летучие вредные вещества. Насыщенность ими воздуха сверх установленных нормативов может вызвать как разовые токсические отравления, так и ряд тяжелых заболеваний. Даже незначительное содержание токсикантов в воздухе кабин и салонах общественного транспорта через некоторое время накапливается в организме и ведет к угнетению психического состояния людей, снижению реакции и работоспособности водителей, повышению вероятности их ошибок и в целом отягощает статистику аварийности на автодорогах и заболеваемости местного населения.

В течение года совокупная масса автомобильных выбросов в атмосферу в среднем по России составляет около 22 млн тонн. В их состав входит более 200 наименований вредных веществ. Эмиссия выхлопных газов автомобилей в крупных мегаполисах составляет до 70 % всего загрязнения атмосферы.

Установлена устойчивая корреляция между загрязненностью городского воздуха токсикантами автотранспортного происхождения и увеличением

заболеваемости населения [2]. За 10 лет с 1986 по 1996 год число автомобилей в Москве возросло с 500 тыс. до двух миллионов, при этом индекс загрязненности атмосферного воздуха увеличился по 10-балльной шкале от 1 до 9, почти на порядок. За этот период число заболеваний ишемической болезнью сердца в столице увеличилось в 1,5 раза, развитие атеросклероза "помолодело" на 10 лет, заболеваемость органов дыхания увеличилась в 1,6 раз, а число болезней нервной системы, органов чувств, болезней крови (анемии) и врожденных пороков развития возросло вдвое.

Для проведения своевременных защитных мероприятий по снижению негативного влияния автомобильных выбросов на здоровье людей необходима организация эффективного мониторинга воздуха на автомагистралях и в прилегающих жилых районах. При этом территориальные органы Росприроднадзора, на которые возлагаются функции контроля за состоянием воздуха в критических районах в соответствии с ФЗ РФ от 04.05.1999 № 96-ФЗ [3], технически недооснащены, а имеющиеся на настоящий момент средства мониторинга атмосферы морально устарели.

2. Многосложность инструментального мониторинга воздуха

Автомобильные выхлопные газы представляют собой воздушную смесь, в состав которой могут входить до 1200 микрокомпонентов. Трудоемкость лабораторного анализа проб загрязненного атмосферного воздуха и общие тенденции развития систем экологического мониторинга в направлении автоматизации пробоотбора, пробоподготовки и измерений, а также соображения экономической целесообразности и рациональности все чаще обеспечивают предпочтения при выборе средств экологического контроля в пользу автоматических газоанализаторов. Тем не менее, естественное стремление мировой общественности к принятию решительных мер для снижения угроз давления автотранспорта на биосферу встречает ряд следующих серьезных препятствий.

1. *Влияние неучтенных компонентов смеси.* Калибровка измерительных каналов газоанализатора выполняется по эталону — государственному стандартному образцу, представляющему собой однородное с измеряемым веществом точно известной концентрации на фоне нейтрального газа. При этом предполагается, что нецелевые примеси в пробе отсутствуют. Разработчики газоанализатора объясняют это следующим образом: "Если поднести газоанализатор к бочке с азотной кислотой, то глупо думать, что он будет показывать соляную". Это рассуждение распространяется почти на весь спектр измеряемых компонентов, а основанная на нем доминирующая идеология параллельных независимых измерений компонентов смеси определяет следую-

щий вид функции преобразования единичного измерительного канала:

$$U = kC + \xi, \quad (1)$$

где U — выходной сигнал сенсора; C — концентрация вредного компонента в воздушной смеси; k — коэффициент пропорциональности функции преобразования; ξ — ошибка сенсора от воздействия неучтенных факторов.

При этом ошибка ξ считается обычно пренебрежимо малой.

Однако в случае распознавания смесей наводимые нецелевыми компонентами помехи становятся существенными, поскольку каждый сенсор в составе измерительного блока реагирует не на одно вещество, а на содержащиеся в пробе вещества одной химической группы (спирты, кислоты, фенолы, углеводороды и др.). В практике экологических измерений наличие родственных фоновых веществ в загрязненном воздухе является скорее правилом, чем исключением, а значение вызванных их присутствием погрешностей может в ряде случаев сделать измерение бесполезным. Покажем это на примере.

При экологическом контроле воздуха пассажирских салонов и кабин автотранспорта необходимо в соответствии с ГОСТ [4] выполнять замеры проб воздуха, содержащих вредные вещества группы углеводородов: метан, гексан и формальдегид. Для инструментального экспресс-анализа не существует идеально селективных сенсоров на каждое вещество, выходной сигнал любого из трех целевых сенсоров на эти вещества можно представить в виде линейной комбинации от концентраций компонентов группы:

$$U = k_1 C_1 + k_2 C_2 + k_3 C_3 + \xi, \quad (2)$$

где U — выходной сигнал сенсора; C_1, C_2, C_3 — концентрации метана, гексана и формальдегида в пробе; k_1, k_2, k_3 — калибровочные коэффициенты метана, гексана и формальдегида соответственно, полученные при отсутствии других составляющих смеси; ξ — случайная величина, характеризующая влияние неучтенных факторов.

В сложившейся практике измерений два из трех значимых компонентов в формуле (2) считаются несущественными и игнорируются, фактически увеличивая ошибку ξ . При таком подходе, как видно из рис. 1, по отклику на выходе, например, сенсора метана U_1 , невозможно определить однозначно концентрацию метана. Этот отклик может быть вызван как наличием любого из двух других ингредиентов смеси, так и их совокупным влиянием.

Пусть для определенности проба содержит данные три вещества в равных массовых долях — по 33,3 %. Это позволяет на основании формулы (2) на рис. 1 наглядно представить реакцию многоканального газоанализатора на сложные смеси путем суммирования откликов сенсоров в виде ординат точек пересечения скользящей вертикали с индивидуальными калибровочными характеристиками этих

Допустимые концентрации вредных веществ в атмосферном воздухе

Наименование вещества	Химическая формула	Диапазон измерений массовых концентраций вредных веществ, мг/м ³		Атмосферный воздух	
		Начало	Конец	ПДК _{мр} *, мг/м ³	ПДК _{сс} **, мг/м ³
Метан	СН ₄	25	250	50	—
Гексан	С ₆ Н ₁₄	30	270	60	—
Формальдегид	НСОН	0,015	0,15	0,035	0,003

* мр — максимально разовая концентрация;
**сс — среднесуточная концентрация.

веществ. Из рис. 1 следует, что у датчика формальдегида (нижняя фигура на рис. 1) при значительном запасе по достижению предельно допустимой концентрации напряжение на выходе становится критическим и срабатывает сигнал токсической опасности.

Таким образом, принятое выше допущение стало причиной небрежного обращения со свойствами ошибки ξ , которая приобретает в таком случае систематический и к тому же мультипликативный характер. И это привело к ситуации "ложного срабатывания", характеризуемой ошибкой I рода.

2. *Различия в токсичности.* Положение усугубляется различиями в способности одинакового количества вредных веществ вызывать патологические изменения в организме различной тяжести. В рассмотренном примере формальдегид существенно более ядовит, чем два других однородных компонента смеси (табл. 1). Его предельно допустимая разовая концентрация (ПДК) составляет 0,035 мг/м³, тогда как тот же показатель вредности других компонентов на три порядка менее опасен, и составляет для метана 50 мг/м³, а для гексана 60 мг/м³.

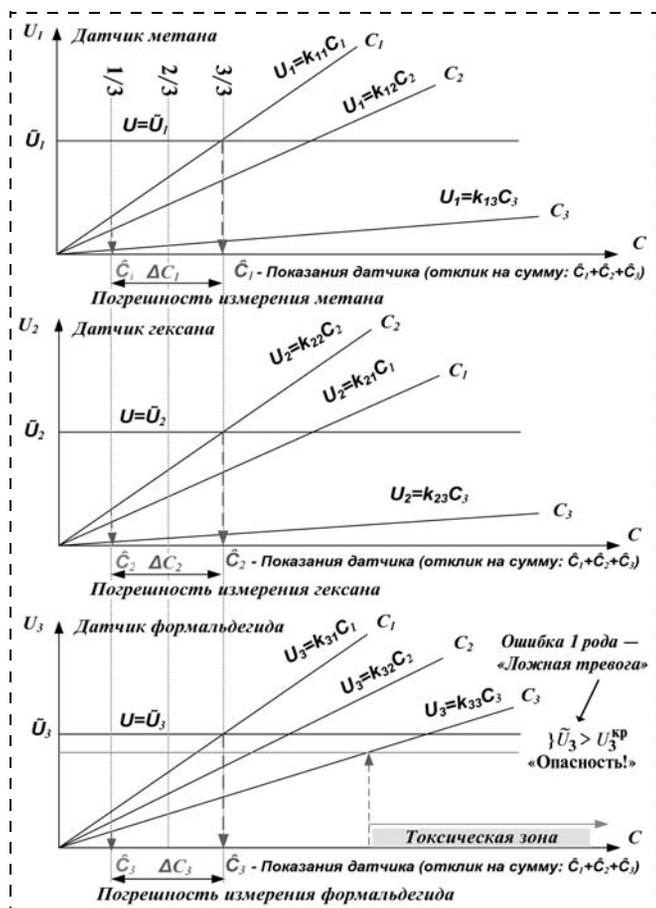


Рис. 1. Иллюстрация влияния фоновых компонентов проб воздуха на результаты контроля:

\tilde{U} — измеренный выходной сигнал сенсора; U^{kp} — критическое значение выходного сигнала сенсора; k_{ij} — калибровочный коэффициент i -го датчика по j -му компоненту; i = датчик {метана, гексана, формальдегида}; j = компонент {метан, гексан, формальдегид}

Это означает, что при имеющих место в реальных газоанализаторах сопоставимых весовых коэффициентах компонентов смеси в формуле (2) токсическую границу наиболее опасного компонента однозначно выделить не представляется возможным, так как менее вредные однородные с ним по химическому составу ингредиенты смеси "забивают" информативный сигнал. Для обеспечения заметности присутствия формальдегида на фоне сопутствующих родственных веществ необходима его концентрация, в 10^3 раз превышающая максимально допустимую разовую и в 10^4 — раз предельную среднесуточную концентрации.

Очевидно, что экспресс-анализ газоанализаторами воздушной смеси, содержащей автомобильные выхлопные газы, при традиционном методическом подходе неэффективен, так как наличие неопасных концентраций фоновых компонентов смеси создает непреодолимые помехи для оценки опасных концентраций вредных веществ.

3. *Ограничения по размерности.* Еще одна проблема состоит в увеличении размерности калибровочного эксперимента в случае, если нужно учесть хотя бы минимальное число фоновых примесей. Многомерная калибровка прибора для распознавания смеси предполагает построение сложных зависимостей на основе трудоемких процедур пробоподготовки с привлечением высококвалифицированных химиков-калибровщиков. Масштабность планов калибровочных работ увеличивается настолько, что затраты на метрологическое обеспечение приборов соизмеримы с затратами на создание и содержание сети передвижных лабораторий для химического количественного анализа проб. Так, при полном факторном эксперименте для смеси из четырех газов, измеряемых в пяти отчетах, необходимо воссоздать в калибровочной газовой камере число разновидностей смеси, различающихся соотношением компонентов, равное

$$N^{пэ} = C_{20}^4 = \frac{20!}{4!(20-4)!} = 4845. \quad (3)$$

В целях уменьшения трудоемкости пробоподготовки сокращают число калибровочных точек, что ведет к низкой информативности исходных данных.

4. Нелинейность калибровочной характеристики. Нелинейность калибровочных характеристик является серьезным фактором, игнорирование которого путем неоправданной линейризации может снизить точность измерений в разы. Если для построения прямой линии достаточно двух точек, то учет кривизны калибровочной характеристики требует введения дополнительных отсчетов, что также приводит к росту размерности калибровок.

5. Нелинейность шкал. Для снижения трудозатрат при калибровке часто количественную шкалу вредного вещества делают нелинейной, когда последовательным разбавлением эталонной концентрации пополам нейтральным газом достигается логарифмическое разбиение шкалы по основанию 2. Аналогично, десятикратным разбавлением каждой последующей калибровочной смеси обеспечивается логарифмическое разбиение шкалы концентраций по основанию 10. Неравномерность разбиения шкал делает возможным охват больших диапазонов концентраций вредных веществ, однако является серьезным препятствием для применения методов математической статистики.

Логарифмическая шкала позволяет "распрямлять" любую кривизну калибровочной характеристики, создавая нередко опасную иллюзию ее линейности. Следствием использования такого методического приема является сильная неравномерность распределения погрешностей измерения по диапазону, сопряженная со сложностями их нормировки при отсутствии эффективных методик оценивания точности логарифмических шкал и стандартных процедур введения поправок.

Более перспективной является пробоподготовка методом добавления, при которой даются равные приращения калибровочных концентраций компонентов. Это обеспечивает равномерность шкал концентраций и возможность использования математического аппарата линейного регрессионного анализа [5].

6. Затрудненность расчетов с усложнением функции преобразования измерительного канала. Автоматизация измерений при газовом анализе предполагает выполнение следующих обязательных операций:

а) идентификации функции преобразования измерительного канала, в которую искомая концентрация входит как аргумент;

б) оценивания неизвестных параметров этой функции;

в) выражения концентрации из функции преобразования через напряжение, в котором независимой переменной уже является наблюдаемый электрический сигнал на выходе сенсора, а искомая концентрация восстанавливается расчетным путем.

На практике эти операции выглядят следующим образом. В большинстве случаев модель функции преобразования определяется на основании фор-

мулы (1), в которой ошибка считается пренебрежимо малой. При этом модель калибровочной характеристики описывается выражением

$$C^{кх} = \frac{U}{k}. \quad (4)$$

Формула (4) удобна своей простотой и оправдывает себя, если нелинейности функции преобразования несущественны. В противном случае линейная модель автоматически изменяет характер ошибки ξ , делая ее систематической, нецентрированной и не принадлежащей гауссовскому распределению. Неточность измерений от необоснованного упрощения калибровочной характеристики можно оценить из выражения

$$\Delta C = C^{кх} - C = \frac{U}{k} - \frac{U - \xi}{k} = \frac{\xi}{k}. \quad (5)$$

Скомпенсировать недостаток модели, обусловленный свойствами нелинейности ξ , можно только усложнением функции преобразования путем введения более высоких степеней аргумента, например, следующим образом:

$$U = k_0 + k_1 C + k_2 C^2 + \xi. \quad (6)$$

Однако аналитически выразить концентрацию через выходной сигнал из формулы (6) и из алгебраических полиномов более высоких порядков невозможно.

Исключение составляет неполный кубический полином, из которого аргумент выражается посредством формулы Кардано [6]. При этом надо принимать во внимание, что полином одного вида ограничен в учете большого разнообразия возможных нелинейностей.

Описанная трудность всегда имеет место при построении калибровочных функций в силу принадлежности калибровки к обратным некорректным задачам математической статистики [7, 8].

Усложнению функции преобразования сопутствуют также рост числа элементарных математических операций в ходе обработки выходных сигналов сенсоров, содержащих ошибку первичного преобразования, что порождает так называемые наследуемые погрешности [9].

3. Формирование требований к алгоритму

Перечисленные причины определяют низкую точность современных газоанализаторов, погрешность которых нормируется в пределах 20...50 %.

Все чаще предпринимаются попытки снижения остроты перечисленных проблем за счет изменения традиционного угла зрения на измерения смесей и применение методов распознавания образов, нейросетевых моделей, параллельных измерений и др. [10]. Одним из перспективных алгоритмических способов для распознавания смесей может стать приведение условий калибровочного эксперимента к виду геометрической задачи. С этой целью

предварительно сформулируем следующие общие требования к модели.

Необходимым является учет нелинейности характеристик сенсоров при обеспечении минимальной достаточности размерности калибровок.

Также предпочтителен выбор математического аппарата, обеспечивающего наглядность хода решения задачи и визуализацию получаемых результатов. При этом алгоритм должен быть ориентирован на программную реализацию на базе современных микропроцессоров, обладающих достаточным быстродействием и допускающих рекурсивные вычисления.

Принципиально важно обеспечение максимальной корректности процедуры с точки зрения математической статистики. В настоящее время обращение функции преобразования измерительных каналов остается серьезным препятствием для автоматизации измерений не только смесей, но и простых газов.

При моделировании необходимо обеспечить соответствие результатов измерений нормативно-техническим документам [11] по точности, воспроизводимости и достоверности.

4. Описание метода

В процессе поиска оптимальных решений для экспресс-контроля воздушных смесей был разработан алгоритм, для которого исходные данные могут быть получены на основе дробного эксперимента. Предлагаемый метод обеспечивает извлечение пользы из избыточной исходной информации, которая справедливо считается мешающим фактором. Идея использования мешающих данных для улучшения качества измерений позаимствована из принципов идеальности систем [12]. При реализации данного подхода фоновые вещества формируют признаки однозначного присутствия определенных компонентов, а также могут уточнять оценки долей вредных веществ в смеси.

Исходное допущение для предлагаемого метода состоит в рассмотрении сложной смеси в виде совокупности двухкомпонентных газов, сгруппированных попарно так, что каждая пара дает максимальные отклики на "свои" сенсоры, однако не вызывает значимого реагирования других сенсоров многоканального газоанализатора. Такая условность отражает реальные свойства предлагаемых рынком газоанализаторов.

Математическая постановка задачи, решаемой методом попарной группировки для случая пары компонентов и пары сенсоров, имеет следующий вид.

Пусть зависимость напряжений U_1, U_2 на выходе сенсоров от концентраций компонентов C_1, C_2 описывается системой уравнений

$$\begin{cases} U_1 = A_{11}C_1 + A_{12}C_2 + B_1C_1C_2 + \xi_1; \\ U_2 = A_{21}C_1 + A_{22}C_2 + B_2C_1C_2 + \xi_2, \end{cases} \quad (7)$$

где ξ_1, ξ_2 — центрированные случайные величины.

Очевидно, что модель (7) учитывает составляющие откликов U_1, U_2 каждого из сенсоров на кон-

центрацию двух компонентов смеси и разрешима относительно C_1, C_2 . Коэффициенты B_1, B_2 при квадратичных членах системы (7) позволяют учитывать нелинейность откликов сенсоров на различные соотношения концентраций компонентов, сгруппированных в одной паре, и значительно снизить методическую погрешность от игнорирования нелинейности.

Области определения целевых веществ ограничены начальными и конечными значениями диапазонов концентраций компонентов:

$$C_1 \in \{C_1^H; C_1^K\}; C_2 \in \{C_2^H; C_2^K\}. \quad (8)$$

Коэффициенты $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, B_1, B_2$ определяются в процессе решения регрессионной задачи методом наименьших квадратов [5].

Уравнения (7) визуализированы в виде двух поверхностей 2-го порядка, представляющих собой гиперболические параболоиды, схематично изображенные на рис. 2. Как видно из рисунка, каждую пару фиксированных значений электрических сигналов на выходах сенсоров U_1, U_2 можно представить в виде горизонтальных плоскостей P_1 и P_2 , описываемых выражениями: $U_1 = \bar{U}_1; U_2 = \bar{U}_2$. Эти плоскости высекают на криволинейных поверхностях G_1, G_2 линии g_1 и g_2 . Данные линии являются гиперболами, содержащими множество точек, пары координат которых C_1, C_2 удовлетворяют ре-

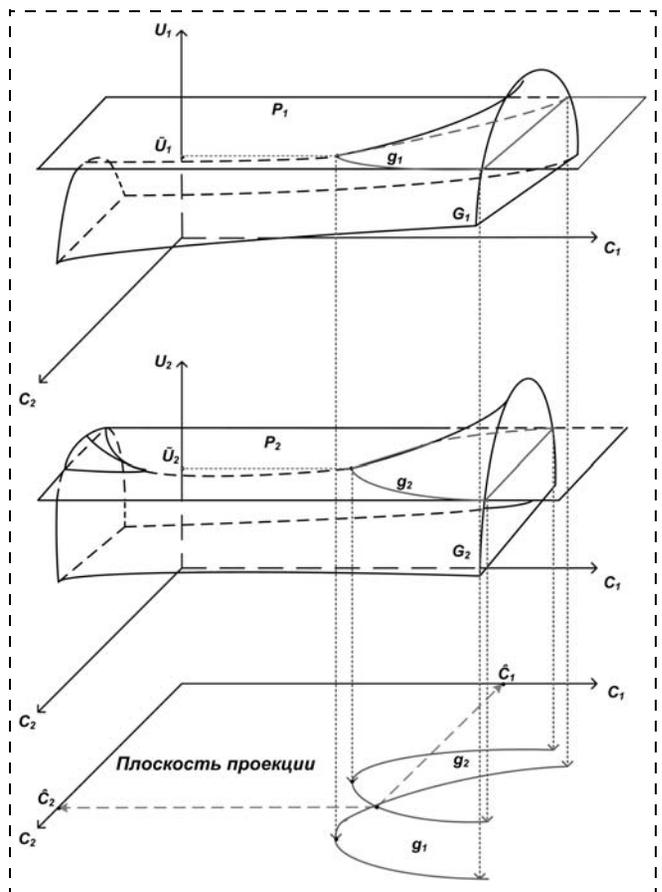


Рис. 2. Графическая интерпретация метода попарной группировки

Эффект от применения метода попарной группировки

Число точек разбиения	Размерность задачи	Число операций пробоподготовки		Эффект
		Полный факторный эксперимент	Метод попарной группировки	
1	2	3	4	5
N	Nm	C_N^m	$m C_{N/2}^2$	Столбец № 3 / Столбец № 4
Для четырехкомпонентной смеси ($m = 4$)				
2	8	70	12	6
3	12	495	30	17
4	16	1820	56	33
5	20	4845	90	54
Для шестикомпонентной смеси ($m = 6$)				
2	12	924	18	51
3	18	18 564	45	413
4	24	134 596	84	1602
5	30	593 775	135	4398

шению для соответствующего измеренного выходного напряжения датчика U_1 или U_2 .

У функций, описывающих фигуры G_1 и G_2 , есть общая горизонтальная плоскость $C_1 O C_2$, на которую удобно спроецировать гиперболы g_1, g_2 (нижняя фигура рис. 2). Решением системы (7) будут координаты \hat{C}_1, \hat{C}_2 точки пересечения проекций пары гипербол:

$$\{\hat{C}_1, \hat{C}_2\} = g_1 \cap g_2. \quad (9)$$

Координаты \hat{C}_1, \hat{C}_2 отыскиваются как решение экстремальной задачи путем минимизации функционала, полученного на основании системы (7) и представляющего собой сумму модулей невязок ξ_1, ξ_2 :

$$Q = |\tilde{U}_1 - A_{11}C_1 - A_{12}C_2 - B_1C_1C_2| + |\tilde{U}_2 - A_{21}C_1 - A_{22}C_2 - B_2C_1C_2| \xrightarrow{\hat{C}_1, \hat{C}_2} \min. \quad (10)$$

Для удобства минимизации функционала (10) выразим искомые концентрации друг через друга в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{-A_{12}C_2 + \tilde{U}_1}{A_{11} + B_1C_2}; \\ C_2 &= \frac{-A_{21}C_1 + \tilde{U}_2}{A_{22} + B_2C_1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Система (11) решается итерационными методами [13]. Сходимость итерационного процесса гарантирована планом калибровочного эксперимента.

5. Практическая полезность метода

Представление пространства моделирования в виде двух трехмерных систем координат $\{C_1, C_2, U_1\}, \{C_1, C_2, U_2\}$, в каждой из которых одна координата наблюдаемая, а две другие — искомые и общие, обеспечило возможность геометризации задачи. Это, в свою очередь, позволило получить решение системы уравнений, содержащих квадратичные члены и случайные величины, в виде геометрических координат точки пересечения проекций двух парабол, представляющих собой сечения кривых поверхностей второго порядка горизонтальными плоскостями, подвижными вдоль вертикальной оси, и являющимися образами наблюдаемых электрических сигналов на выходе сенсоров. При решении задачи учтена нелинейность сенсоров, поскольку аппроксимирующие функции являются криволинейными поверхностями второго порядка.

За счет попарного комбинирования откликов сенсоров размерность калибровки сокращена до уровня, обеспечивающего практическую реализуемость метода с применением современных динамических генераторов бинарных газовых смесей. По сравнению с полным факторным экспериментом предлагаемый подход дает многократный экономический эффект. Для приведенного выше примера (3)

объем пробоподготовки можно снизить попарной группировкой до $N_{\text{пг}} = 90$ комбинаций смеси:

$$N_{\text{пг}} = 2 C_{10}^2 = 2 \cdot \frac{10!}{2!(10-2)!} = 90. \quad (12)$$

Из табл. 2 следует, что экономия временных и материальных ресурсов при измерениях в рамках предлагаемого подхода снижается в $N_{\text{пг}}/N_{\text{пг}} = 54$ раза.

Эффект от применения метода отражают данные столбца 5 табл. 2. Очевидно, что с ростом размерности задачи (столбец 2) соотношение трудозатрат растет по экспоненциальному закону в пользу попарной группировки.

Задача обращения двумерной нелинейной функции преобразования решается в прямой постановке рекурсивной математической процедурой, реализуемой современными микропроцессорами. При этом отсутствуют манипуляции с ошибкой измерений, являющиеся причиной статистической некорректности. Данный шаг повышает степень формализации задачи до уровня, обеспечивающего автоматизацию калибровок и измерений компонентов смеси.

За счет математического описания смеси малоразмерными системами 2×2 линейных алгебраических уравнений выполняется распознавание состава пробы. Так, система уравнений 3×3 разбивается на две разрешимые стандартной процедурой малоразмерные системы 2×2 . Нахождение точечных значений аргументов C_1, C_2 равносильно распознаванию смеси. Полученные оценки соответствуют требованиям метрологических государственных стандартов [11].

Метод попарной группировки может использоваться для распознавания достаточно сложных смесей, если полный набор ее ингредиентов удастся скомпоновать по два. Включение одного вещества в различные пары с последующей перекрестной верификацией оценок является дополнительным резер-

вом повышения точности и достоверности контроля допустимых концентраций вредных веществ при экологическом мониторинге воздуха на автодорогах.

Список литературы

1. **Транспортная** стратегия Российской Федерации на период до 2030 года. Утв. распоряжением Правительства РФ от 22.11.2008 г. № 1734-р.
2. **Филатов Н. Н., Аксенова О. И., Волкова И. Ф., Ефимов М. В., Корниенко А. П.** Заболеваемость как критерий оценки влияния автотранспорта на здоровье населения Москвы // Гигиена и санитария. 1998. С. 3—5.
3. **ФЗ РФ** от 04.05.1999 № 96-ФЗ "Об охране атмосферного воздуха".
4. **ГОСТ Р 51206—2004** "Содержание загрязняющих веществ в воздухе пассажирского помещения и кабины".
5. **Линник Ю. В.** Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1958.
6. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968 г. С. 47.

7. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979.
8. **Чубуков Н. Н.** Алгоритмизация калибровок мехатронных систем с использованием сэмпинга // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 7. С. 36—42.
9. **Чубуков Н. Н.** Повышение качества измерений за счет усовершенствования методики градуировки измерительных каналов информационно-измерительных систем // Матер. XXIV конф. молодых ученых и специалистов "Военная метрология XXI века", 32 ГНИИ. 1999. 5 с.
10. **Чубуков Н. Н.** Возможные пути повышения качества экологического менеджмента оборонных предприятий // Вооружение и экономика. 2011. № 1 (13).
11. **ГОСТ Р ИСО 5725-1—2002** — ГОСТ Р ИСО 5725-6—2002 "Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений".
12. **Голдовский Б. И., Вайнерман М. И.** Рациональное творчество. М.: Речной транспорт, 1990.
13. **Хемминг Р. В.** Численные методы. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1972.

УДК 615.477:796.012

В. П. Глазков, д-р техн. наук, проф., gladkovvp@gmail.ru,
А. А. Большаков, д-р техн. наук, проф., **А. А. Кулик**, аспирант, kulikalekse@yandex.ru,
Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина

Использование нейросетевого компенсатора для стабилизации движения полуавтоматических протезируемых систем

Рассматривается применение нейронных сетей для управления движением полуавтоматической протезируемой системы. Особое внимание уделяется обеспечению устойчивого движения протезируемого устройства на основе нейросетевого компенсатора. Приводятся результаты нейросетевого моделирования устойчивости движения полуавтоматических протезируемых систем с детерминированными и упругими элементами передачи движения.

Ключевые слова: нейросетевой компенсатор, протезируемая система, нейронная сеть

V. P. Glazkov, A. A. Bolshakov, A. A. Kulik

Application Neural Network Compensator for Stabilized Motion of the Semiautomatic Prosthetic Systems

The article is devoted the application neural networks to motion control of the prosthetic systems. Also the article is dedicated to the sustainable movement of the prosthetic system with a neural network compensator. The results of neural network simulation the motion of the prosthetic system with rigid and flexible elements for transmission of motion are adduces in article.

Keywords: the neural network compensator, prosthetic systems, neural network

Введение

Среди людей с ограниченными физическими возможностями в нашей стране относительно большой процент составляют люди с заболеваниями опорно-двигательного аппарата. Как правило, средства, предназначенные для облегчения условий их передвижения, весьма примитивны и не в состоянии обеспечить выполнение требуемых функций. В связи с этим требуется решить следующую задачу — создать отечественные конструкции устройств для реабилитации людей с ограниченными физическими

возможностями, не уступающие зарубежным аналогам и одновременно доступные для жителей России [1].

Учеными Саратовского ГТУ совместно со специалистами в области ортопедии г. Саратова предложено оригинальное устройство, позволяющее полностью разгрузить скелет и мускулатуру нижних конечностей человека. Предлагаемое изобретение можно использовать в различных сферах жизнедеятельности человека: для лечения заболеваний опорно-двигательного аппарата человека; для уменьшения нагрузки на позвоночник и нижние конеч-

ности человека при его работе на предприятиях и военной сфере [2]. Устройство представляет собой полуавтоматическую систему, которая позволяет разгрузить скелет человека и приводится в рабочее состояние при незначительных усилиях со стороны пользователя. Система состоит из двух частей: конструкционной части и электромеханического усилителя мышц человека. Конструкция системы представляет собой протез, который фиксируется на теле пользователя манжетами.

Электромеханическим усилителем мышц является электропривод со следящей системой контроля, который крепится к несущей конструкции устройства в области тазобедренного сустава человека. Управление вращением электродвигателя может осуществляться от микроконтроллера согласно программе, реализующей требуемый тип движения человека (прямолинейное, подъем, спуск и др.).

Активное развитие высокотехнологичного протезостроения, к которому относятся полуавтоматические протезируемые системы, требует применения новых методов для их проектирования, а также обеспечения устойчивого движения протезируемых устройств. Наиболее перспективным методом решения задач, связанных с исследованием и обеспечением устойчивой работы динамических систем, является метод нейросетевого моделирования [6–9].

Нейронные сети в последнее время нашли широкое применение в различных отраслях науки и техники, в том числе при обработке информации, получаемой с выхода динамических устройств. Основными преимуществами использования нейронных сетей являются их высокое быстродействие и алгоритмическая простота реализации нейросетевой модели. Поэтому целесообразно исследовать возможность нейронных сетей, используемых в качестве вычислительных элементов характеристик, предопределяющих и обеспечивающих устойчивое движение полуавтоматических протезируемых систем.

В статье рассматривается применение нейронных сетей для стабилизации движения полуавтоматических протезируемых систем с жесткими и упругими элементами передачи движения.

1. Постановка задачи

При проектировании полуавтоматических и автоматических протезируемых систем возникает необходимость в проведении исследований их движения на устойчивость. Основываясь на определении Вукобратовича об устойчивости движения антропоморфных роботов и шагающих механизмов [3], можно сформулировать условие устойчивого движения полуавтоматической протезируемой системы. Движение системы будем считать устойчивым, если отклонение реальных кинематических переменных поворота ее звеньев соответствуют их идеальным значениям с высокой степенью точности. Необходимо учитывать, что устойчивость движения устройств рассматриваемого нами типа обуславлива-

ется устойчивостью работы электроприводной системы управления устройством. Для устойчивой работы системы управления необходимо, чтобы значения управляющего сигнала, поступающего на вход системы управления устройством, совпадали с их идеальными значениями. Выполнение этого условия обеспечивается минимизацией отклонения между значениями управляющего и идеального сигнала, что может быть осуществлено на базе нейросетевого моделирования.

Таким образом, повышение устойчивости движения полуавтоматической протезируемой системы связано с решением следующих задач:

1. Разработка структурной схемы нейросетевого компенсатора.
2. Выбор типа и параметров нейронной сети устройства.
3. Моделирование работы нейросетевого компенсатора.

2. Описание нейросетевого компенсатора

Структурная схема компенсации нестабильности движения протезируемой системы на базе нейросетевого моделирования представлена на рис. 1.

Согласно рис. 1 реальные, идеальные и управляющие сигналы системы управления протезируемого устройства описываются следующими зависимостями:

$$U_{ид} = f(\theta_i^0, M_i^0), U_{реал} = f(\theta_i, M_i), U_{упр} = f(\theta_i', M_i'), (1)$$

где θ_i^0 , θ_i — идеальные и реальные значения углов поворота звеньев механизма соответственно; θ_i' — значения углов компенсации отклонений реальных углов поворота звеньев механизма от идеальных; M_i^0 , M_i — идеальные и реальные значения моментов, прикладываемых к звеньям механизма, соответственно; M_i' — компенсирующие значения моментов прикладываемых к протезируемой системе; $U_{ид}$, $U_{реал}$ — идеальные и реальные сигналы управления, поступающие на вход нейронной сети,

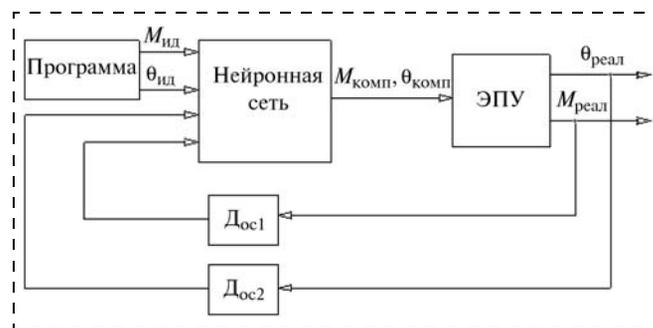


Рис. 1. Схема компенсации нестабильности движения протезируемой системы:

$M_{реал}$, $M_{ид}$, $M_{комп}$ — реальные, идеальные и компенсирующие значения электропривода; $\theta_{реал}$, $\theta_{ид}$, $\theta_{комп}$ — реальные, идеальные и компенсирующие значения углов поворота звена полуавтоматической протезируемой системы; $Дос1$, $Дос2$ — датчики обратной связи

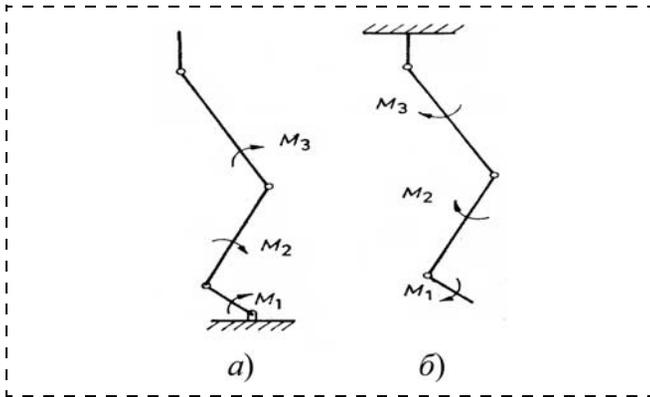


Рис. 2. Модель трехзвенной механической ноги: а — фаза опоры; б — фаза переноса

соответственно; $U_{упр}$ — управляющий сигнал, формируемый нейронной сетью.

Таким образом, контроль и управление работой электроприводом осуществляется по двум параметрам, определяющим устойчивое движение системы: θ_i и M_i .

Кинематическая схема полуавтоматической протезируемой системы с жесткими элементами передачи движения представлена на рис. 2.

Движение рассматриваемой протезируемой системы описывается дифференциальными уравнениями [4]:

а) для фазы опоры:

$$\begin{aligned}
 & [I_2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2] \ddot{\theta}_2 + \{m_3 l_2 a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)\} \ddot{\theta}_3 - \\
 & - (G_2 a_2 + G_3 l_2) \sin \theta_2 = M_2 - M_3, \\
 & \{m_3 l_1 a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)\} \ddot{\theta}_2 + \\
 & + (I_3 + m_3 a_3^2) \ddot{\theta}_3 - G_3 a_3 \sin \theta_3 = M_3;
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

б) для фазы переноса:

$$\begin{aligned}
 & \{I_3 + m_3 b_3^2 + (m_2 + m_1) l_3^2\} \ddot{\theta}_3 + \\
 & + \{(m_2 l_3 b_2 + m_1 l_3 l_2) \cos(\theta_3 - \theta_2)\} \ddot{\theta}_2 + \\
 & + (G_3 b_3 + G_2 l_3 + G_1 l_3) \sin \theta_3 = M_3 - M_2, \\
 & \{(m_2 l_3 b_2 + m_1 l_3 l_2) \cos(\theta_3 - \theta_2)\} \ddot{\theta}_3 + \\
 & + (I_2 + m_2 b_2^2 + m_1 l_2^2) \ddot{\theta}_2 + (G_2 + G_1) b_2 \sin \theta_2 = M_2,
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где m_1, m_2, m_3 — соответствующие массы звеньев; l_1, l_2, l_3 — расстояния между суставами; a_1, a_2, a_3 — расстояния между центрами тяжести звена и соответствующего сустава; b_1, b_2, b_3 — расстояния между центрами тяжести звена и соответствующей точкой опоры; G_1, G_2, G_3 — вес звеньев; M_1, M_2, M_3 — суставные моменты; $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ — угловые координаты, измеренные от вертикали.

Решая дифференциальные уравнения (2) и (3) относительно угловых ускорений $\ddot{\theta}_2$ и $\ddot{\theta}_3$, можно построить зависимости $\theta_i = f(t)$. На рис. 3, 4 показаны идеальные (сплошная линия) и реальные (штриховая линия) зависимости $\theta_i = f(t)$. Отклонение реальных внутренних углов поворота звеньев механизма от их идеальных углов составляет:

а) для тазобедренного сустава в фазе опоры $\delta\theta_3(t) = 0 \dots 0,5^\circ$ при $t \in 0 \dots 1$ с;

б) для коленного сустава в фазе опоры $\delta\theta_2(t) = 0 \dots 0,5^\circ$ при $t \in 0 \dots 0,5$ с;

в) для тазобедренного сустава в фазе переноса $\delta\theta_3(t) = 0 \dots 0,5^\circ$ при $t \in 0 \dots 0,5$ с;

г) для коленного сустава в фазе переноса $\delta\theta_2(t) = 0 \dots 0,5^\circ$ при $t \in 0 \dots 0,5$ с.

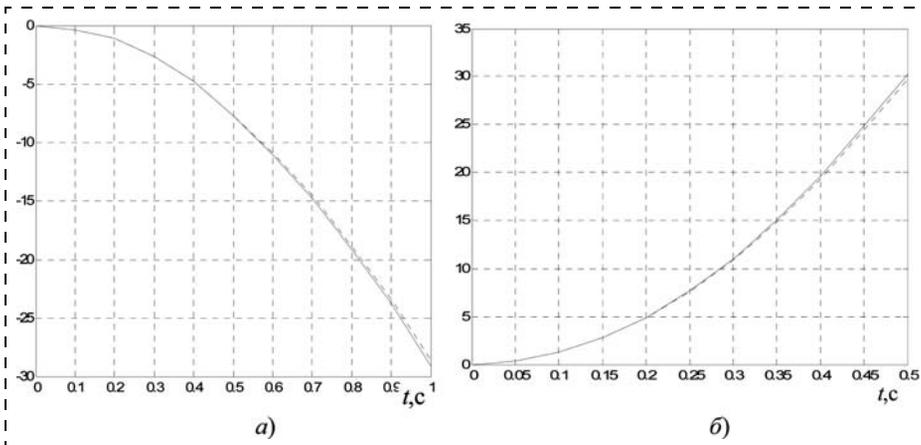


Рис. 3. Зависимость углов отклонений звеньев для коленного сустава $\theta_2 = f(t)$: а — фаза опоры; б — фаза переноса

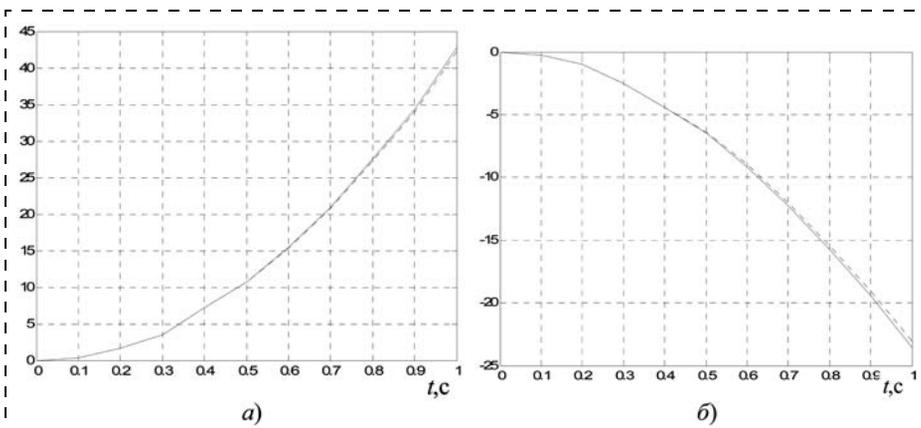


Рис. 4. Зависимость углов отклонения звеньев для тазобедренного сустава $\theta_3 = f(t)$: а — фаза опоры; б — фаза переноса

Согласно выражениям (2) и (3) зависимость $M_i = f(\theta_i)$ можно представить в матричной форме записи:

$$M = A\ddot{\theta} + C, \quad (4)$$

где A — матрица физико-технических параметров моделируемой системы, размерностью $[2 \times 2]$; θ — вектор-столбец угловых ускорений звеньев протезируемой системы; C — вектор-столбец, характеризующий распределение потенциальной энергии относительно звеньев системы.

Элементы матриц определяются следующими соотношениями:

а) для фазы опоры:

$$\begin{aligned} a_{11} &= [I_2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2 + m_3 l_2 a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)], \\ a_{12} &= [I_3 + m_3 a_3^2 + m_3 l_2 a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)], \\ a_{21} &= [m_3 l_1 a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)], \quad a_{22} = [I_3 + m_3 a_3^2]; \\ c_1 &= -(G_2 a_2 + G_3 l_2) \sin \theta_2 - G_3 a_3 \sin \theta_3, \quad c_2 = -G_3 a_3 \sin \theta_3; \end{aligned} \quad (5)$$

б) для фазы переноса:

$$\begin{aligned} a_{11} &= [I_2 + m_2 b_2^2 + m_1 l_2^2 + (m_2 l_3 b_2 + m_1 l_3 l_2) \cos(\theta_3 - \theta_2)], \\ a_{12} &= [I_3 + m_3 b_3^2 + (m_2 + m_1) l_3^2 + \\ &+ (m_2 l_3 b_2 + m_1 l_3 l_2) \cos(\theta_3 - \theta_2)], \\ a_{21} &= [I_2 + m_2 b_2^2 m_1 l_2^2], \\ a_{22} &= [(m_2 l_3 b_2 + m_1 l_3 l_2) \cos(\theta_2 - \theta_3)], \\ c_1 &= (G_3 b_3 + G_2 l_3 + G_1 l_3) \sin \theta_3 + (G_1 + G_2) b_2 \sin \theta_2, \\ c_2 &= (G_1 + G_2) b_2 \sin \theta_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда при наличии известных значений реальных углов отклонения звеньев механизма определены отклонения $M_{\text{реал}}$ от $M_{\text{ид}}$:

а) для тазобедренного сустава в фазе опоры

$$\delta M_3(t) = 0 \dots 2 \text{ Н} \cdot \text{м при } t \in 0 \dots 1 \text{ с};$$

б) для коленного сустава в фазе опоры

$$\delta M_2(t) = 0 \dots 0,35 \text{ Н} \cdot \text{м при } t \in 0 \dots 1 \text{ с};$$

в) для тазобедренного сустава в фазе переноса

$$\delta M_3(t) = 0 \dots 4 \text{ Н} \cdot \text{м при } t \in 0 \dots 1 \text{ с};$$

г) для коленного сустава в фазе переноса

$$\delta M_2(t) = 0 \dots 0,34 \text{ Н} \cdot \text{м при } t \in 0 \dots 0,5 \text{ с}.$$

3. Выбор типа и параметров нейронной сети.

Результаты нейросетевого моделирования

В качестве нейронной сети, обеспечивающей стабильность движения рассматриваемой нами системы, была реализована трехслойная нейронная сеть с линейной функцией активации.

Структурная схема компенсирующей нейронной сети представлена на рис. 5.

В процессе нейросетевого моделирования получены результаты, представленные в таблице.

Из таблицы видно, что значения вектора θ'_i совпадают с заранее заданной точностью со значениями

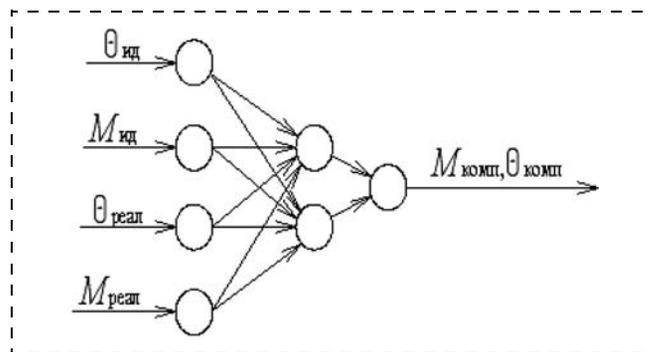


Рис. 5. Структурная схема компенсирующей нейронной сети: $M_{\text{реал}}$, $M_{\text{ид}}$, $M_{\text{комп}}$ — реальные, идеальные и компенсирующие значения моментов вращения электропривода; $\theta_{\text{реал}}$, $\theta_{\text{ид}}$, $\theta_{\text{комп}}$ — реальные, идеальные и компенсирующие значения углов отклонения звена полуавтоматической протезируемой системы

вектора θ_i^0 , что свидетельствует об адекватности работы нейронной сети согласно заданным параметрам.

Однако наряду с полуавтоматическими протезируемыми системами, включающими жесткие элементы передачи движения звеньев устройства, могут быть разработаны устройства с гибкими элементами передачи движения. Проектирование механизмов такого типа также связано с решением задачи устойчивости их передвижения.

Устойчивость движения протезируемых систем, включающих гибкие элементы, определяется устойчивой работой электроприводного устройства управ-

Результаты нейросетевого моделирования устойчивости работы устройства управления

Фаза	Шарнир	θ_i	θ_i^0	θ'_i	M_i	M_i^0	M'_i
Опоры	Тазобедренный	10,66	10,74	10,74	44,76	45,10	45,10
		15,28	15,44	15,44	64,16	64,84	64,84
		20,68	20,92	20,92	86,84	87,85	87,85
		27,28	27,60	27,60	114,60	116,00	116,00
		33,94	34,34	34,34	142,5	144,2	144,20
		42,36	42,86	42,86	178,00	180,00	180,00
	Коленный	-7,72	-7,80	-7,8	5,20	5,35	5,35
		-10,95	-11,11	-11,11	7,50	7,62	7,62
		-14,51	-14,75	-14,75	9,90	10,12	10,12
		-18,87	-19,19	-19,19	12,95	13,17	13,17
		-23,34	-23,74	-23,74	16,02	16,3	16,30
		-28,64	-29,14	-29,14	19,65	20,00	20,00
Переноса	Тазобедренный	-6,36	-6,44	-6,44	48,50	49,16	49,16
		-8,99	-9,15	-9,15	68,60	69,84	69,84
		-12,00	-12,24	-12,24	91,60	93,43	93,43
		-15,46	-15,78	-15,78	118,00	120,45	120,45
		-19,04	-19,44	-19,44	145,30	148,40	148,40
		-23,08	-23,58	-23,58	176,00	180,00	180,00
	Коленный	7,61	7,69	7,69	4,94	5,00	5,00
		10,89	11,05	11,05	7,19	7,30	7,30
		14,79	15,03	15,03	9,74	9,90	9,90
		19,30	19,62	19,62	12,68	12,90	12,90
		24,43	24,83	24,83	16,13	16,40	16,40
		29,74	30,24	30,24	19,66	20,00	20,00

ления, а также устойчивостью перемещения упругого звена системы.

Согласно определению равновесного состояния динамической системы с упругими элементами можно сформулировать следующий критерий оценки устойчивого перемещения упругого звена протезируемой системы. Упругое звено полуавтоматической протезируемой системы перемещается устойчиво, если реальные значения деформации каждого элемента звена совпадают с их идеальными значениями, при наличии которых элементы звена находятся в равновесном состоянии. При этом необходимо учитывать, что в качестве идеальных параметров для протезируемой системы задаются значения упругой деформации мышц нижних конечностей человека.

Выполнение этого условия может быть реализовано на базе нейронной сети с использованием линейной функции активации, структурная схема которой представлена на рис. 6.

Как видно из рис. 6, нейронная сеть имеет многослойную структуру, в которой входными переменными являются реальные и идеальные значения деформации и усилия элементов упругого звена, а выходными — их компенсирующие значения.

Тогда, аналогично протезируемой системе с жесткими элементами передачи движения между звеньев механизма, сигналы рассматриваемого нами устройства будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} U_{ид} &= f(\delta_{ид}, P_{ид}), \quad U_{реал} = f(\delta_{реал}, P_{реал}), \\ U_{упр} &= f(\delta_{комп}, P_{комп}), \end{aligned} \quad (7)$$

где $U_{ид}$, $U_{реал}$, $U_{упр}$ — реальные, идеальные и компенсируемые сигналы, поступающие на электроприводное устройство.

В качестве идеальных и реальных значений усилия и деформации элементов упругого звена приняты значения, полученные в результате математического

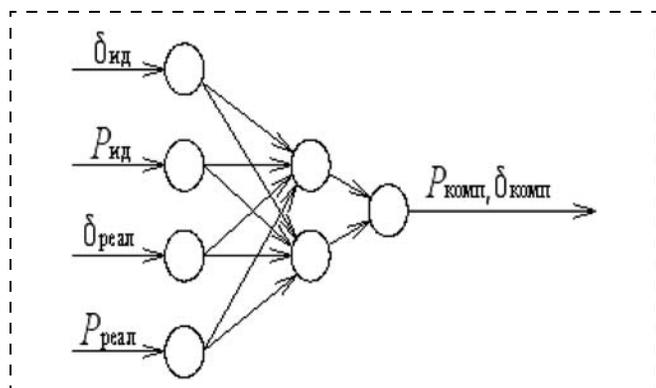


Рис. 6. Структурная схема нейронной сети:

$P_{реал}$, $P_{ид}$, $P_{комп}$ — реальные, идеальные и компенсирующие значения усилий формируемых электроприводом; $\theta_{реал}$, $\theta_{ид}$, $\theta_{комп}$ — реальные, идеальные и компенсирующие значения деформации упругого звена полуавтоматической протезируемой системы

моделирования сокращения двуглавой мышцы бедра и упругого элемента протезируемой системы:

а) идеальные значения:

$$P_{ид} = [28,7; 51; 81; 103; 158,2] \text{ Н},$$

$$\delta_{ид} = [1,2; 2,4; 3,6; 4,8; 6] \text{ мм};$$

б) реальные значения:

$$P_{реал} = [21; 21,1; 21,3; 21,7; 22] \text{ Н},$$

$$\delta_{реал} = [0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2] \text{ мм}.$$

В результате проведенного моделирования нейронной сети получены следующие значения векторов компенсации отклонений реальных параметров упругого звена системы от идеальных:

$$P_{комп} = [28,7; 51; 81; 103; 158,2] \text{ Н},$$

$$\delta_{комп} = [1,2; 2,4; 3,6; 4,8; 6] \text{ мм}.$$

Из полученных результатов нейросетевого моделирования следует, что значения полученных параметров δ_i , P_i совпадают с их идеальными значениями.

Заключение

В процессе выполнения работы рассмотрены различные варианты использования нейронных сетей для стабилизации движения полуавтоматических протезируемых систем. Использование нейронных сетей в системах управления устройств такого типа позволяет с высокой скоростью и точностью вычислить значения компенсирующих параметров управления, обеспечивающих устойчивое движение протезируемого механизма.

Таким образом, предлагаемый нами метод управления движением полуавтоматических протезируемых систем различного конструктивного исполнения может быть успешно применен в их системах управления.

Список литературы

1. Глазков В. П. Изобретение, способное изменить мир // Инновации и паблисити. 2009. № 1. С. 56—57.
2. Глазков В. П., Непран Л. П., Кулик А. А., Фролов Н. И. Система для разгрузки нижних конечностей человека // Вестник СГТУ. № 4 (43). Вып. 2. С. 170—173
3. Вукобратович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. М.: Наука, 1976.
4. Глазков В. П., Кулик А. А. Математическая модель движения протезов и протезируемых систем для нижних конечностей человека. // Сб. трудов конф. ММТТ-23, июнь 2010 г. С. 141—143.
5. Медведев В. С., Потемкин В. Г. Нейронные сети. Matlab 6. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002.
6. Глазков В. П., Егоров И. В., Лачугин Д. В. Нейросетевое распознавание трехмерных объектов на основе информации о пространственных координатах точек поверхности // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2010. № 4 (51). Вып. 3. С. 167—172.
7. Мусатов В. Ю., Сысоев В. В., Машенко А. А., Варезников А. С., Хризостомов А. А. О возможности применения нейропроцессора для обработки отклика однокристалльной мультисенсорной микросистемы идентификации газов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 1. С. 17—22.
8. Интеллектуальные системы управления организационно-техническими процессами / Под ред. проф. А. А. Большакова. М.: Горячая линия — Телеком, 2006. 160 с.
9. Бровкава М. Б. Системы искусственного интеллекта в машиностроении. Саратов: Изд. Сарат. гос. техн. ун-та, 2005. 82 с.

Решение задач маршрутизации транспорта методом муравьиных колоний

Рассматривается применение алгоритмов муравьиной колонии для решения задач маршрутизации транспорта с ограничениями грузоподъемности. Предложена модификация муравьиного алгоритма, приведены результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: задача маршрутизации транспорта, метаэвристические алгоритмы, алгоритм муравьиных колоний

S. A. Slastnikov

Solving Vehicle Routing Problem by Ant Colony Algorithm

In this paper we consider application of ant colony optimization techniques for capacitated vehicle routing problem. Modified ant colony optimization algorithm is proposed, computational results are reported.

Keywords: vehicle routing problem, metaheuristics, ant colony optimization

Введение

Проблема планирования транспортировки любого вида товаров является одной из ключевых в условиях рыночной экономики. Решение этой проблемы неизменно упирается в задачу составления маршрутов для имеющегося набора транспортных средств, требующих минимальных затрат. Несмотря на то, что сама задача не нова, уже более 50 лет ведется активная разработка новых эффективных алгоритмов ее решения. Существующие на сегодняшний день методы решения задач маршрутизации транспорта можно разбить на три группы: точные методы, классические эвристические методы и метаэвристические методы. Очевидная неприменимость точных методов для решения практических задач обуславливается большим объемом вычислений, требующих слишком много времени для задач средней и большой размерности. Классические эвристические методы проводят поиск в относительно ограниченном пространстве и в большинстве случаев останавливаются при нахождении лишь локального оптимума задачи. В метаэвристических акцент делается на проведение глубоких исследований в наиболее перспективных областях пространства решений. Одними из наиболее перспективных метаэвристических алгоритмов для задач маршрутизации транспорта считаются методы роевого интеллекта, к которым относятся муравьиные алгоритмы.

1. Постановка задачи и маршрутизации транспорта

Задача маршрутизации транспорта (Vehicle Routing Problem, VRP) является обобщением известной задачи коммивояжера и, следовательно, принадлежит к классу NP-полных задач. Это означает,

что для нее не найден алгоритм решения за полиномиальное время и не доказано, что такого алгоритма не существует.

Существует множество вариаций задачи маршрутизации транспорта, которые приближают постановку к практическим задачам оперативного планирования на транспорте. Опишем постановку задачи маршрутизации транспорта с ограничениями грузоподъемности (Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP).

Задан граф $G = (V, A, D)$, где $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ — множество вершин (v_0 — склад, остальные вершины — клиенты); A — набор дуг, соединяющих соответствующие вершины графа; $D = \{d_{ij}, i, j = 0, 1, \dots, n\}$ — множество неотрицательных чисел, которые чаще всего имеют смысл длины пути, времени или стоимости перевозки по дуге между вершинами v_i и v_j . Для исследования не так важно конкретное содержание величин d_{ij} , поэтому их можно рассматривать как обобщение всех видов затрат на передвижение из i в j . Для клиента в вершине i (клиента i) задан неотрицательный спрос c_i на некую продукцию или товар. На складе имеется m транспортных средств, грузоподъемность каждого из которых ограничена числом C_k ($k = 1, \dots, m$). Также для задачи заданы следующие ограничения:

- каждый клиент должен быть посещен ровно один раз;
- местом начала и окончания всех маршрутов транспортных средств является склад.

Целью задачи является построение маршрутов минимальной суммарной стоимости, удовлетворяющих спрос всех клиентов и не нарушающих ограничений, описанных выше.

Построим математическую модель задачи. Ее можно сформулировать следующим образом:

требуется минимизировать целевую функцию

$$F = \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} X_{ij}^k \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^n c_i \sum_{j=0}^n X_{ij}^k \leq C_k, \forall k = 1, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{0j}^k \leq 1, \forall k = 1, \dots, m, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{i0}^k \leq 1, \forall k = 1, \dots, m, \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=0}^n X_{ij}^k = 1, \forall i = 1, \dots, n, \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^n X_{ih}^k - \sum_{j=0}^n X_{hj}^k = 0, \forall h = 1, \dots, n, \forall k = 1, \dots, m, \quad (6)$$

$$X_{ij}^k \in \{0, 1\}, \forall i, j = 0, \dots, n, \forall k = 1, \dots, m, \quad (7)$$

$$X_{ii}^k \in 0, \forall i = 0, \dots, n, \forall k = 1, \dots, m, \quad (8)$$

$$(i, j) \in S_k \neq \emptyset \forall (i, j): X_{ij}^k = 1, \quad (9)$$

$$S_k = \{(i, j): X_{ij}^k = 1 \text{ и}$$

$$\exists (j_0, j_1), (j_1, j_2), \dots, (j_l, j_{l+1}): X_{j_p j_{p+1}}^k = 1 \forall p = 0, \dots, l, \\ j_0 = j_{l+1} = 0, \exists r \leq l: (i, j) = (j_r, j_{r+1})\}.$$

Таким образом, X_{ij}^k принимает значение 1, если транспортное средство k следует от клиента i к клиенту j , и 0 в противном случае; S_k — множество пар вершин, определяющих маршрут машины k . Целевая функция (1) определяет стоимость всех маршрутов всех транспортных средств. Неравенство (2) гарантирует, что ограничения грузоподъемности каждого транспортного средства не будут нарушены. Ограничения (3) и (4) определяют, что каждое транспортное средство не может соответственно покинуть склад и вернуться на склад более 1 раза. Равенство (5) показывает, что каждый клиент обслуживается только одним транспортным средством и только один раз. Условие (6) гарантирует, что если транспортное средство прибывает в вершину, то оно и покидает данную вершину. Условие (9) исключает возможность расщепления маршрута транспортного средства на непересекающиеся циклы.

2. Муравьиные алгоритмы

Идея алгоритма оптимизации подражением муравьиной колонии (Ant Colony Optimization) была

впервые высказана в 1991 г. [1] и подробно описана в диссертации Марко Дориго [2]. Суть подхода заключается в использовании модели поиска пищи в колониях муравьев, которые помечают пройденный путь, выбрасывая специальные ароматические эссенции, называемые феромонами. Оставленные следы привлекают запахом других муравьев, которые, проходя по помеченным путям, в свою очередь, усиливают запах феромона. Таким образом, муравьи все чаще проходят пути, ведущие к источнику пищи.

При применении алгоритма муравьиных колоний к решению задачи маршрутизации транспорта каждый "муравей" рассматривается как модель транспортного средства. Изначально каждый "муравей" k начинает свой маршрут со склада, причем множество M_k клиентов, включенных в его маршрут, пусто. Далее "муравей" выбирает следующего клиента j , который будет посещен, по вероятностному критерию [3]:

$$\begin{cases} j = \arg \max_{u \in M_k} [\tau_{iu}(\eta_{iu})^\beta] \text{ с вероятностью } q_0; \\ S \text{ с вероятностью } 1 - q_0, \end{cases} \quad (10)$$

где i — текущий клиент; τ_{iu} — количество феромона на пути между клиентами i и u ; η_{iu} — некоторая "эвристическая функция", убывающая с ростом расстояния между клиентами (ее иногда называют "видимостью" между клиентами i и u , для простоты можно взять $\eta_{iu} = d_{iu}^{-1}$); β — параметр, характеризующий относительную "важность" расстояния по сравнению с количеством феромона (при $\beta = 0$ "муравей" ориентируется только на количество феромона); q_0 — вероятность использования детерминированного принципа при выборе следующего клиента; S — случайная величина, подчиняющаяся следующему закону распределения вероятностей:

$$P\{S = s\} = p_k(i, s) = \begin{cases} \tau_{is}(\eta_{is})^\beta / \sum_{v \in M_k} \tau_{iv}(\eta_{iv})^\beta, \text{ если } s \notin M_k; \\ 0, \text{ если } s \in M_k, \end{cases} \quad (11)$$

т. е. $p_k(i, s)$ — вероятность, с которой "муравей" k выбирает передвижение от клиента i к клиенту s .

"Муравей" возвращается в депо, когда исчерпана его "грузоподъемность" либо все клиенты посещены. Алгоритм строит полный маршрут для первого "муравья" и лишь затем начинает строить маршрут для второго. Это происходит до тех пор, пока для каждого из заранее заданного числа "муравьев" m не построен выполнимый маршрут.

Для улучшения последующих решений необходимо обновлять следы феромона в зависимости от качества получаемых решений. Локальное обновление феромона моделирует его естественное испарение и гарантирует, что никакой маршрут не станет слишком преобладающим. Это обновление происходит после построения полного маршрута

каждым "муравьем" и выражается следующей формулой:

$$\tau_{ij}^{new} = (1 - \alpha)\tau_{ij}^{old} + \alpha\tau_0, \quad (12)$$

где α — параметр, характеризующий скорость испарения феромона; τ_0 — начальное значение феромона на всех ребрах графа.

После того, как все m "муравьев" проложили допустимые маршруты, происходит глобальное обновление феромона, заключающееся в добавлении феромона ко всем дугам лучшего из решений, найденного одним "муравьем". След феромона на этих ребрах обновляется следующим образом:

$$\tau_{ij}^{new} = (1 - \alpha)\tau_{ij}^{old} + \frac{\alpha}{L}, \quad (13)$$

где L — суммарные затраты лучшего маршрута. Такое обновление поощряет использование более "дешевых" маршрутов, увеличивая вероятность того, что будущие маршруты будут использовать дуги, содержащиеся в лучших решениях. Этот процесс повторяется предопределенное число раз, и лучшее из всех решений дает хорошее приближение оптимального решения задачи.

К настоящему времени существует множество модификаций муравьиных алгоритмов как для решения задачи коммивояжера, так и для решения задачи маршрутизации транспорта. Некоторые наиболее удачные из них можно найти в работах [4—8]. В следующем разделе будет представлена модификация алгоритма, разработанная автором.

3. Модифицированный муравьиный алгоритм

Для применения алгоритма муравьиных колоний, описанного выше, к решению задачи маршрутизации транспорта необходимо определить параметры α , β , q_0 , τ_0 для каждой конкретной задачи или же сформулировать правила их вычисления. Например, в работе [5] предлагается в качестве начального значения феромона τ_0 брать величину, обратную к затратам на лучшем из известных решений для данной задачи. Однако такой подход приемлем лишь для модельных задач, где известны оптимальные или субоптимальные решения.

Предлагаемая в данной работе модификация определяет начальное значение феромона по формуле

$$\tau_0 = ((n + 1) \cdot \min_{i \neq j} d_{ij})^{-1}, \quad (14)$$

где n , напомним, есть число всех клиентов. Кроме того, распределение вероятностей (11), определяющее выбор следующего клиента, изменяется следующим образом:

- после построения полного маршрута каждым "муравьем" предлагается запоминать лучший и худший маршруты одного муравья (среди всех муравьев), L и R — соответственно, затраты на этих маршрутах;

- в случае, если путь от клиента i к клиенту j входит в худший маршрут, то вероятность выбора этого передвижения уменьшается пропорционально отношению затрат лучшего маршрута к худшему, т. е.

$$\tilde{p}_k(i, j) = \frac{L}{R} \tau_{ij}(\eta_{ij})^\beta \left/ \left(\sum_{\substack{v \neq j \\ v \in M_k}} \tau_{iv}(\eta_{iv})^\beta + \frac{L}{R} \tau_{ij}(\eta_{ij})^\beta \right) \right.; \quad (15)$$

- в остальных случаях ($s \neq j$) распределение (11) заменяется на

$$\tilde{p}_k(i, s) = \begin{cases} \tau_{is}(\eta_{is})^\beta \left/ \left(\sum_{\substack{v \neq j \\ v \in M_k}} \tau_{iv}(\eta_{iv})^\beta + \frac{L}{R} \tau_{ij}(\eta_{ij})^\beta \right) \right., & \text{если } s \notin M_k; \\ 0, & \text{если } s \in M_k. \end{cases} \quad (16)$$

Стоит заметить, что для задачи с единственным транспортным средством модифицированный алгоритм полностью совпадет с классическим.

Приведем упрощенное описание модифицированного алгоритма в псевдокоде.

1. Задаем значения параметров α , β , q_0 .
 2. Вычисляем начальное значение феромона τ_0 по формуле (14) и присваиваем его всем ребрам графа.
 3. Цикл по всем итерациям (пока не выполнено правило остановки).
 - 3.1. Цикл по всем "муравьям" ($k = 1, \dots, m$).
 - 3.1.1. Множество M_k клиентов, включенных в маршрут муравья k , полагаем пустым.
 - 3.1.2. Цикл по одному муравью (пока не исчерпана грузоподъемность "муравья" k или не осталось необслуженных клиентов).
 - 3.1.3. Пополняем множество M_k (следующих клиентов для посещения) по формулам (10), (15), (16).
 - 3.1.4. Конеч цикл по одному муравью.
 - 3.1.4. Обновляем феромон локально по формуле (12).
 - 3.2. Конеч цикл по "муравьям".
 - 3.3. Находим лучший и худший (среди всех "муравьев") маршруты.
 - 3.4. Обновляем феромон глобально по формуле (13).
4. Конеч цикл по итерациям.
5. Определяем лучший результат из всех итераций.

4. Компьютерная апробация

Для исследования эффективности предложенного алгоритма для решения задачи маршрутизации транспорта с ограничениями грузоподъемности использовались задачи из набора специально разработанных тестовых примеров (см. раздел *Augerat et al.* и *Christofides and Eilon* в [9]). Каждая такая задача описывается складом, набором клиентов с заданным спросом и фиксированной грузоподъем-

Результаты вычислительных экспериментов

Задача	n	F		F _{опт.}	Число ТС		Оптимальное число ТС	Значения параметров α, β, q_0	
		КМА	ММА		КМА	ММА		КМА	ММА
В-n41-k6	40	864,4	862,8	829	6	6	6	0,3; 0,8; 0,9	0,5; 0,2; 0,9
В-n43-k6	42	787,9	788,9	742	6	6	6	0,5; 0,4; 0,8	0,4; 0,9; 0,7
Р-n70-k10	69	974,2	968,7	834	10	10	10	1; 0,8; 0,9	0,6; 0,9; 0,9
Р-n76-k5	75	763,6	763,5	631	5	5	5	0,7; 0,8; 0,9	0,5; 0,8; 0,9
Е-n30-k3	29	565,3	564,3	534	4	3	3	0,5; 0,5; 0,9	0,4; 0,9; 0,7
Е-n101-k14	100	1434,1	1379,5	1077	14	14	14	0,7; 0,8; 0,8	0,4; 0,4; 0,9

ностью транспортных средств, число которых не ограничено. Склад и клиенты задаются в виде декартовых координат на плоскости, с помощью которых можно вычислить все необходимые расстояния. Для задач известны оптимальные значения целевой функции. Размерность каждой задачи обозначается первым числом в ее названии, оптимальное число используемых транспортных средств (ТС) — вторым.

Алгоритмы были реализованы в виде программной библиотеки на языке C++ и тестировались на персональном компьютере с процессором Dual-Core AMD Opteron 2,8 GHz. При написании программы была использована библиотека точных вычислений GMP (свободно распространяемая по лицензии GNU LGPL). Это позволило свести вычислительные потери к минимуму без увеличения времени вычислений.

В таблице представлены результаты решения модельных задач двумя алгоритмами: классическим муравьиным алгоритмом (КМА), описанным в разделе 2, и модифицированным муравьиным алгоритмом (ММА), описанным в разделе 3. Для классического алгоритма в качестве начального значения феромона τ_0 выбиралось значение, предложенное в работе [5], а для модифицированного — в соответствии с формулой (14). Остальные параметры алгоритмов — α, β, q_0 — варьировались в пределах от 0 до 1 с шагом 0,1. Число доступных транспортных средств для каждой задачи для обоих алгоритмов принималось равным 20. Для каждой задачи и каждого алгоритма в таблице представлены значе-

ния параметров, при которых получены наилучшие значения целевой функции.

Результаты экспериментов свидетельствуют, что для пяти модельных задач из шести модифицированным муравьиным алгоритмом были получены лучшие значения целевой функции, чем классическим. Кроме того, для задачи Е-n30-k3 оптимальное число используемых транспортных средств было получено лишь предложенной модификацией.

Список литературы

1. **Colomi A., Dorigo M., Maniezzo V.** Distributed Optimization by Ant Colonies // In: Actes de la Premiere Conference Europeenne sur la Vie Artificielle. Elsevier Publishing, Paris, Franc. 1991. P. 134—142.
2. **Dorigo M.** Optimization, Learning and Natural Algorithms // PhD thesis, Politecnico di Milano, Italie. 1992.
3. **Dorigo M., Gambardella L.** Ant colonies for the traveling salesman problem // Bio Systems. 1997. N 43 (2). P. 73—81.
4. **Dras M., Gilmour S.** Understanding the Pheromone System within Ant Colony Optimization // 18th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, Sydney, Australia. Proceedings. 2005. P. 786—789.
5. **Bell J., McMullen P.** Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem // Advanced Engineering Informatics. 2004. N 18. P. 41—48.
6. **Штровба С.** Муравьиные алгоритмы // Exponenta Pro. Математика в приложениях. 2003. N 4. С. 70—75.
7. **Hassani A., Bouhafis L., Koukam A.** A Hybrid Ant Colony System Approach for the Capacitated Vehicle Routing Problem and the Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows // Vehicle Routing Problem, Tonci Caric and Hrvoje Gold (Ed.), In Tech. 2008. P. 142—156.
8. **Baozhen Y., Bin Y., Zhong-Zhen Y.** An improved ant colony optimization for vehicle routing problem // European Journal of Operational Research. 2009. N 196. P. 171—176.
9. URL: <http://neo.lcc.uma.es/vrp/vrp-instances/capacitated-vrp-instances/>

ИНФОРМАЦИЯ

**2—4 июля 2014 г. в Санкт-Петербурге на базе СПбГПУ состоится
международная научно-техническая конференция
"КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ—2014"
(КОМОД-2014)**

- Тематика конференции
- Математическое и численное моделирование
- Разработка и применение сред визуального моделирования сложных динамических систем
- Моделирование в электротехнике и электроэнергетике
- Электромагнитная совместимость
- Компьютерные инструменты в образовании
- Проекты молодых ученых
- Авторское представление новых книг
- Авторское представление программных продуктов
- Авторские лекции о программных продуктах

Подробную информацию см. на сайте конференции <http://dcn.icc.spbstu.ru>

П. О. Скобелев, д-р техн. наук, Генеральный директор, skobelev@smartsolutions-123.ru,
Е. В. Симонова, канд. техн. наук, вед. аналитик, simonova@smartsolutions-123.ru,
С. С. Кожевников, Директор аналитического центра, koz@smartsolutions-123.ru,
И. В. Майоров, вед. аналитик, mayorov@smartsolutions-123.ru,
 НПК "Разумные решения"

Разработка мультиагентной системы планирования, прогнозирования и моделирования производства

Описывается мультиагентная система планирования, прогнозирования и моделирования производства. Рассматриваются информационная модель предприятия на основе онтологии, принципы мультиагентного планирования работ на основе рыночного подхода, архитектура мультиагентной системы. Приводится пример организации моделирования посменного планирования с использованием данных рабочих потоков.

Ключевые слова: мультиагентная система, оперативное планирование, рыночный подход к планированию, моделирование производства

P. O. Skobelev, E. V. Simonova, S. S. Kozhevnikov, I. V. Mayorov

Development of Multi-Agent System for Production Scheduling, Forecasting and Simulation

Multi-agent system for production scheduling, forecasting and simulation is described in the present paper. Ontology-based information model of an enterprise, principles of multi-agent work scheduling based on market-driven approach, architecture of multi-agent system are considered. The example of organizing the shift scheduling simulation using the work-streams data is given.

Keywords: multi-agent system, operational scheduling, market-driven approach for scheduling, production simulation

Введение

Современное состояние области автоматизации планирования и моделирования производственных процессов характеризуется применением, в основном, классических средств оптимизации на основе методов линейного и смешанного математического программирования, специализированных эвристик генетического и нейросетевого подходов и мультиагентных технологий. В условиях развития промышленных производств и межотраслевой интеграции возрастает сложность систем производственного планирования, требующих обработки десятков тысяч переменных, связанных с номенклатурой выпускаемых изделий, сотен показателей, характеризующих производственную деятельность, многочисленных информационных потоков от различных смежных предприятий. Рост объемов вычислений не позволяет на современном этапе эффективно использовать традиционные математические и эвристические методы.

Современные производственные системы перестают быть централизованными и становятся распределенными. Вместо предварительного расчета всех компонентов процессов производства требуется учет влияния внешних факторов в режиме реального времени. Мультиагентные технологии не только обеспечивают эти требования, но и позволяют решать сложные задачи с большим числом переменных путем декомпозиции на более простые задачи [1]. Поэтому в настоящее время в мире развивается тенденция постепенного перехода исследований в

сфере производственного планирования в область мультиагентных технологий [2–9].

Необходимость оценить влияние на результаты производственной деятельности колебаний цен на ресурсы, оперативной замены поставщиков, изменений в оборудовании и других быстро меняющихся условий, в которых работают современные промышленные предприятия, требует использования информационных моделирующих систем, работающих в реальном времени.

1. Описание мультиагентной системы планирования, прогнозирования и моделирования производства

Наиболее перспективными являются мультиагентные распределенные алгоритмы с рыночным подходом мультиагентной оптимизации, так как рыночная трактовка мультиагентной системы (МАС) позволяет строить объектную модель предметной области в адекватных понятиях, а онтологические средства позволяют настраивать атрибуты агентов и логику их работы на конкретную предметную область.

В статье представляется мультиагентная система планирования, прогнозирования и моделирования производства (МАС ППМ). Данная система реализует методы и алгоритмы оптимизации посменного планирования процессных видов производств на предприятиях машиностроительного профиля с использованием методов экономико-математического моделирования.

Теорию применения агентов к задачам оптимизации описывает специальная математическая дисциплина — "оптимизация задач с распределенными ограничениями" (Distributed Constraint Optimization, DCOP) [10–12]. МАС ППМ предлагает развитие метода DCOP за счет использования мультиагентного рыночного метода, основанного на применении виртуальных денежных эквивалентов ресурсов.

При разработке МАС ППМ использованы следующие положения:

- онтологический подход к описанию предметной области предприятия, включающий разработку онтологии компонентов производственной системы, разработку программных средств для проектирования онтологий, визуализации, редактирования и хранения онтологий предметной области, создание сцен взаимодействия агентов всех компонентов производства на основе онтологического описания;
 - сетевой подход к построению взаимодействий между всеми взаимодействующими компонентами системы планирования и моделирования на основе концепции сетей потребностей и возможностей (ПВ-сетей) [13, 14]; определение механизмов взаимодействия агентов в мультиагентной системе, разработка протоколов переговоров агентов.
- В процессе разработки системы решены следующие задачи:
- разработана информационная модель предприятия на основе онтологии компонентов производственной системы;
 - разработаны программные средства для проектирования онтологий, визуализации, редактирования и хранения;
 - разработаны варианты сводного плана производства продукции, удовлетворяющих заданным требованиям на уровне производственных участков, цехов и предприятия в целом, сформированным на основе целей, предпочтений и ограничений всех участников процесса;
 - разработаны логика планирования и алгоритмы принятия согласованных решений агентами на основе метода баланса и компенсаций, что позволяет создавать непротиворечивые расписания.

1.1. Информационная модель предприятия

Для создания информационной модели предприятия использован онтологический подход к описанию предметной области — цехов, производственных линий, рабочих центров, станков, производственных ресурсов, заказов, технологических операций, инструментов, материалов и рабочей силы. Онтология предприятия (база знаний) конструируется путем выделения основных понятий производственной системы, разложения технологических знаний в объекты, свойства, атрибуты и отношения. Таким образом, формализуются понятия, на основе которых разработаны основные классы программных объектов. Например, работа состоит

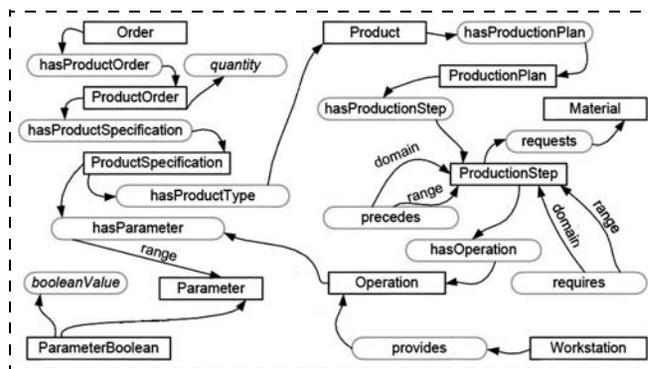


Рис. 1. Фрагмент онтологии технологического процесса

из операций, каждая операция может быть выполнена на определенном типе рабочего центра в некоторой последовательности оператором заданной квалификации, занимает определенное время и т. п. Фрагмент онтологии приведен на рис. 1.

Онтология, построенная как семантическая сеть, содержит классификаторы продуктов, описания этапов процессов производства продукции, виды операций, типы рабочих центров, станков и оборудования, ресурсов. В семантической сети выделяются концепты и отношения, к числу концептов могут быть отнесены как объекты, так и процессы, которые, в свою очередь, могут иметь атрибуты и свойства. На рис. 1 условными прямоугольниками выделены объекты и процессы, а стрелками — отношения различных типов ("Является классом", "Забронирован" и т. п.). Используя данные из онтологии, а фактически — модель предприятия в части принятия решения по планированию и производству продукции, программные агенты могут анализировать ситуацию, планировать требуемые операции, отслеживать их исполнение и вырабатывать решения.

Важным преимуществом онтологии является тот факт, что знания в значительной степени отделены от программного кода и могут пополняться менеджерами предприятия без перепрограммирования системы. При этом агенты, предназначенные для планирования и согласования производственных операций, разрабатываются как универсальные компоненты, по возможности, независимо от особенностей и специфики рассматриваемой предметной области конкретного предприятия.

Пользователь МАС ППМ может работать в специальном редакторе логики согласования и принятия решений, открывающем доступ к онтологии системы, где можно удобно задавать и гибко менять критерии, предпочтения и ограничения, на основании которых агенты принимают решения.

1.2. Мультиагентное планирование работ на основе рыночного механизма

Сущностям предметной области сопоставляются агенты. Пусть есть m агентов, у каждого из которых имеется свой набор производственных операций

(работ) $\{J^i\}$, $i = 1, \dots, m$, которые надо выполнить на одном ресурсе (машине, рабочем центре). Верхний индекс у переменных обозначает номер соответствующего агента. Ресурс выполняет только одну работу в определенный момент времени и не может быть остановлен, если он не закончил работу. Обозначим p_j^i продолжительность работы номер j агента i (J_j^i). Введем также другие количественные характеристики каждой работы: предельный срок d_j^i , вес w_j^i и бонус за выполнение R_j , если работа выполнена до предельного срока. Расписание σ будет создано, когда у каждого агента каждой работы будет назначено время старта и будет задана последовательность всех работ. Обозначим $C_j^i(\sigma)$ время окончания работы J_j^i на данном расписании. Каждый агент i имеет свою оценочную функцию $u^i(\sigma)$. Она является невозрастающей при росте времен окончания работ каждого агента и зависит исключительно от времен окончания только его собственных работ. Иногда удобнее пользоваться неубывающей функцией стоимости $c^i(\sigma)$. Цель каждого агента — максимизировать оценочную функцию или минимизировать функцию стоимости. Чтобы достичь своих целей, агенты работ должны взаимодействовать друг с другом и с агентом ресурса (машины). Агент машины выступает в качестве продавца множества G временных слотов T . Если работа J_j^i завершится до момента времени d_j^i , агент i получит бонус R_j . Распределение агентом ресурса множества G в набор подмножеств $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ решает задачу планирования. Оценочная функция каждого агента i $v_i(X_i)$ принимает определенное значение на подмножестве X_i . Оценочная функция мультиагентной системы определяется выражением

$$v(X) = \sum_{i=1}^m v_i(X_i).$$

Если временной слот t имеет стоимость p_t , то прибыль агента i составит

$$v_i(X_i) = \sum_{t \in X_i} p_t.$$

Каждый агент желает максимизировать свою прибыль, т. е. найти такое X_i^* , что

$$H_i(p) = v_i(X_i^*) - \sum_{t \in X_i^*} p_t = \max_{S \in G} \{v_i(S) - \sum_{t \in S} p_t\}.$$

Если при данном векторе цен p каждый агент работ получил слоты из подмножества X^* , данное назначение работ отражает равновесие по ценам. Предположим, что за определенный слот t агент i готов заплатить λ^i . Обозначим доход от планирования работы J^i агента i при данных ценах через u_{jt} . В момент t начала работы с учетом бонуса R_j доход будет равен

$$u_{jt} = R_j^i \theta(d_j^i - t - p_j^i + 1) - \sum_{\tau=t}^{t+p_j^i-1} \lambda_{\tau}^i,$$

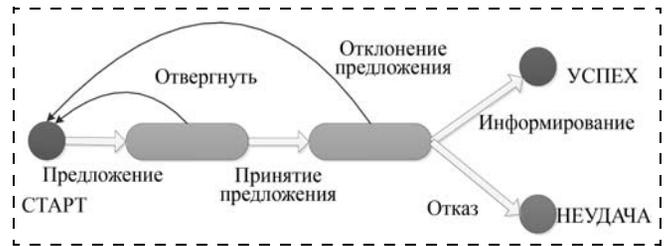


Рис. 2. Диаграмма Contract Net протокола: агент отвечает на инициативу другого агента

где $\theta(x) = 1$ при $x > 0$ и $\theta(x) = 0$ в остальных случаях. Вводя вспомогательные переменные $x_{jt} = 1$, если работа J_j^i стартует в момент t , получим

$$\begin{aligned} \max w &= \sum_{j \in J^i} u_{jt} x_{jt}; \\ \sum_{j \in J^i} \sum_{\tau=t}^{t+p_j^i-1} x_{j\tau} &\leq 1, \quad t = 1, \dots, T; \\ \sum_{t=1}^T x_{jt} &\leq 1, \quad j \in J^i. \end{aligned}$$

Таким образом, показано, что стремление каждого агента работы максимизировать свою прибыль эквивалентно задаче составления расписаний.

В практике производственного планирования агентам работ требуется несколько связанных слотов, т. е. следует рассматривать интервал времени $[t_0, t]$. Конкретный рыночный механизм согласования решений может быть гибким — от контрактного сетевого протокола (*Contract Net*) (рис. 2) до различных форм аукционов и переговоров о согласовании цены ("сделках") между агентом работ и агентом ресурсов.

Взаимодействие всех типов агентов осуществляется путем отправки локальной части информации, касающейся данного агента, и получения данных от других агентов, с которыми он может быть связан онтологическими ограничениями. Руководствуясь целями (заданными в онтологии), агент изменяет свои внутренние переменные, учитывая данные, полученные от других агентов.

1.3. Архитектура мультиагентной системы

Основой разрабатываемой МАС ППМ является мультиагентный подход с использованием онтологий предметной области и рыночным механизмом принятия решений агентами. Для реализации разработанного подхода в масштабах предприятия предлагается архитектура системы адаптивного планирования, представленная на рис. 3.

В целом, система реализует классическую трехуровневую архитектуру, включающую серверы (веб-) интерфейса, бизнес-логики и базы данных, а также может получать оперативную информацию от внешних (веб-) сервисов и взаимодействовать с коммуникационными устройствами пользователей.

Уровень (веб-) интерфейса системы дает возможность настраивать систему на структуру заказов и ресурсов предприятия, режимы работы и т. д. Через интерфейс оператор системы может видеть текущее расписание заказов и ресурсов системы, формируемое адаптивным планировщиком, в форме диаграммы Ганта (расписание по каждому ресурсу) или в табличном виде. Система позволяет отображать события разного типа, которые могут передаваться на планирование вручную или автоматически. Оператору доступен отчет о внутренних и внешних событиях, позволяющий объяснить логику работы системы.

При необходимости пользователю может быть обеспечен и desk-top-интерфейс для более удобной и быстрой автономной работы на локальной машине, в этом случае тогда пользователю предоставляется "rich client".

Уровень бизнес-логики системы собственно и обеспечивает реакцию на события, адаптивное планирование и выдачу результатов. Адаптивный планировщик построен с применением мультиагентного подхода. Для каждого приложения может использоваться свой планировщик, но в то же время имеются определенные возможности настройки каждого такого "движка" на специфику работы предприятия за счет применения онтологий. Средства поддержки онтологии позволяют задать объекты и отношения предметной области предприятия, а также сцену, описывающую текущее положение ресурсов и заказов в производственной сети предприятия в заданный момент времени. На этой основе формируются правила принятия решения по распределению ресурсов, которые могут включаться и выключаться, модифицироваться или настраиваться пользователем. Логика принятия решений поддерживается компонентами, позволяющими выполнять специфические для производственного планирования расчеты.

Уровень базы данных позволяет сохранять информацию о конкретных заказах и ресурсах, а также историю изменения расписания.

Система адаптивного планирования может интегрироваться с собственной операционной платформой предприятия или использовать компоненты предлагаемой платформы, включающей средства обеспечения безопасности и управления правами пользователей, формирования информационных и аналитических отчетов и т. д.

На основе архитектуры, представленной на рис. 3, могут быть созданы решения по адаптивному планированию ресурсов для предприятий различного профиля с учетом специфических требований и ограничений.

2. Моделирование производственных процессов

МАС ППМ позволяет одновременно с планированием в реальном времени вести в модельном времени несколько различных нитей моделирования

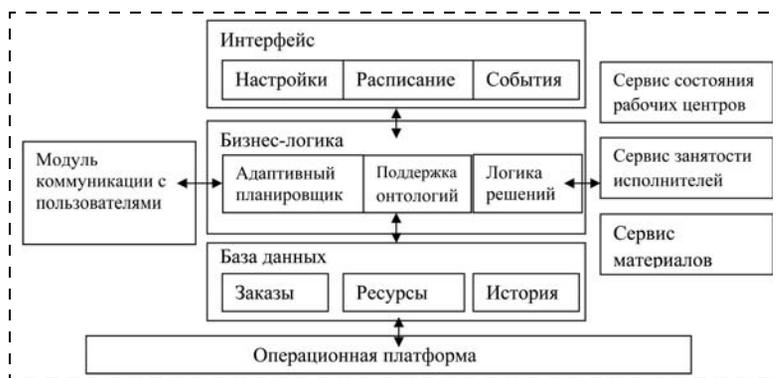


Рис. 3. Архитектура системы адаптивного планирования

и прогнозирования развития ситуации в будущем, как бы "ощупывать" будущее на несколько шагов вперед. Знание ожидаемых результатов развития ситуации позволяет своевременно принять упреждающие воздействия, например, ввести дополнительные смены рабочих, перебросить заказы из одного цеха в другой, закупить новые материалы и т. д. Использование текущего контекста (сцены) для проигрывания различных сценариев появления событий позволяет принимать более точные, объективные и достоверные решения.

2.1. Функции системы моделирования

В МАС ППМ используется набор специальных агентов-оптимизаторов: работы, операции, цеха, рабочего центра и т. п., для учета противоречивых критериев при планировании. Каждый из таких агентов настраивается путем задания целевых функций, области допустимых значений, динамических величин весовых коэффициентов скаляризации целевой функции виртуального денежного эквивалента ресурса, который используется для улучшения локального места агента данного ресурса в расписании. Эти возможности позволяют учитывать специфику конкретного производства.

На основе разработанной информационной модели производства МАС ППМ позволяет проводить компьютерное моделирование хода производства и формировать на основе смоделированных данных план производства на будущий период с расчетом ключевых показателей эффективности (Key Performance Indicators, KPI).

МАС ППМ обеспечивает планирование технологических процессов с использованием автоматически сгенерированных модельных данных производственных рабочих потоков и позволяет получать результаты экономико-математического моделирования в виде следующих параметров работы цеха:

- себестоимость производства продукции;
- сроки исполнения заказов с учетом штрафов;
- риски нарушения плана;
- прибыль как разница между себестоимостью и ценой по тарифу.

МАС ППМ позволяет имитировать работу предприятия при различных входных параметрах, предоставляя пользователю возможность ставить раз-

личные задачи (эксперименты с числом заказов, с количеством ресурсов, с длительностью контракта, с величиной штрафа). Оператор задает параметры моделирования и оперативно изменяет их, контролирует состояние рабочих центров. На основании заданных входных параметров оператор получает результаты в виде графиков и технико-экономических показателей смоделированной работы предприятия, а также расписание выполнения заказов в виде диаграммы Ганта.

Для реализации функций моделирования разработаны следующие модули, соответствующие стратегическому (оперативному) и тактическому уровням планирования производственных процессов:

- модуль оперативного контроля состояния рабочих центров — предназначен для осуществления контроля за состоянием, а также для ввода и обработки изменений этого состояния у рабочих центров, заданных в экспериментах;
- модуль выполнения посменного планирования и его оптимизации — предназначен для расчета производственного расписания и обработки сигналов об изменении состояния производственных рабочих потоков в построенном производственном расписании;
- модуль анализа и сравнения плановых и фактических показателей параметров производственного планирования — предназначен для расчета технико-экономических показателей (ТЭП) производства в ходе моделирования производственных процессов, позволяет получать графики и аналитические сводки ТЭП;
- модуль корректировки производственной программы или поддержки принятия решения оператором — предназначен для осуществления контроля, ввода и обработки изменений в производственную программу (ПП) моделирования производства;
- модуль сбора и хранения данных производственных рабочих потоков — предназначен для осуществления ввода, сохранения и генерации данных, необходимых для проведения моделирования производственных процессов. Функциональность МАС ППМ позволяет:
- моделировать рабочие центры цехов предприятий, вводить рабочие центры, в том числе при недоступности и неисправности рабочих центров, моделировать технологические операции и их характеристики;
- моделировать технологические процессы производства и характеристики изделий, временные и стоимостные параметры, параметры контрактов и штрафы;
- моделировать входные потоки заказов, интенсивности, состав, характеристики — детерминированные, периодические и случайные, с различными распределениями вероятностей;
- строить оперативные производственные планы на различные горизонты и детально исследовать численные характеристики планирования: исполнимость планов, динамику времен задержки

и опережения по всем изделиям, динамику затрат и прибылей, загрузку рабочих центров, динамику штрафных санкций;

- определять максимальную производительность цеха для данного состава рабочих центров и заданного распределения потока заказов как по одному изделию, так и по совокупности изделий;
- определять оптимальную конфигурацию рабочих центров для производства изделий с заданной интенсивностью поступления заказов;
- исследовать различные экспериментальные ситуации, в том числе изменение числа заказов по сравнению с базовым вариантом, изменение конфигураций рабочих центров, длительностей контрактов и штрафов и сравнивать их с базовым вариантом;
- строить альтернативные производственные планы и сравнивать их с базовым вариантом;
- сохранять результаты моделирования для сравнения вариантов.

2.2. Алгоритмы генерации потоков событий

Для обеспечения режима симуляции были разработаны алгоритмы генерации событий. Логика алгоритма формирования событий заключается в создании двух потоков событий для осуществления посменного планирования процессных видов производств: приход заказов и выход из строя рабочих центров. В обоих случаях возможно формирование заданного распределения событий на горизонте планирования. Системный модуль генерации событий позволяет выбрать одно из доступных распределений: равномерное, треугольное, нормальное или распределение Пуассона. Потоки событий создаются независимо, а затем объединяются в общий поток.

Генерация событий прихода заказов

Исходными данными для алгоритма генерации событий прихода заказов является число заказов на продукт за период. В процессе работы алгоритма для каждого продукта осуществляется разбиение горизонта планирования на периоды. В рамках каждого периода случайным образом разыгрывается день прихода числа заказов на продукт. Если выбрана опция генерации одинаковых случайных последовательностей, то дни прихода событий будут совпадать при каждом запуске алгоритма на определенном наборе исходных данных и настроек. Системный модуль также обеспечивает детерминированный режим генерации потока событий. В этом случае заказы будут приходить в первый день указанного периода. В завершение работы алгоритма потоки событий для различных продуктов объединяются в общий поток. В созданных событиях содержится информация о продукте и крайний срок исполнения заказа.

Генерация событий выхода из строя рабочих центров

Исходными данными для алгоритма генерации событий выхода из строя рабочих центров являются минимальное и максимальное число выходов из строя рабочего центра за период, а также длитель-

ность ремонта центра. Перед началом генерации событий для каждого рабочего центра случайным образом разыгрывается число поломок за период. В процессе работы осуществляется разбиение горизонта планирования на периоды. Для каждого периода разыгрываются дни выхода из строя рабочих центров. В выбранные на предыдущем этапе работы алгоритма даты создаются события. В завершение работы алгоритма потоки событий выхода из строя для различных рабочих центров объединяются в общий поток. В созданных событиях содержится информация о деталях, которые были запланированы на данное оборудование и которые не могут быть выполнены в связи с выходом оборудования из строя.

3. Экспериментальные исследования посменного планирования технологических процессов

В цехе машиностроительного предприятия необходимо обеспечить производство изделия "Фланцевая заготовка" согласно технологическому процессу, описанному в табл. 1. Рабочие центры, находящиеся в цехе и участвующие в производстве данного изделия, представлены в табл. 2. Требуется определить максимальное число заказов на производство изделий "Фланцевая заготовка", поступающих с пятидневным периодом, которые могут быть выполнены без штрафов.

Технологический процесс производства и характеристики изделия "Фланцевая заготовка" моделируется с помощью симулятора, входящего в состав МАС ППМ. На рис. 4 показано окно симулятора, в котором осуществляются настройки экспериментов: начальная дата, горизонт планирования, дискретность сбора статистики, вероятностные распределения для задания закона распределения моментов времени прихода заказов и выхода оборудования из строя.

Для мониторинга и анализа технологических процессов необходимо задать технологический процесс производства конкретных изделий и назначить технологические операции на рабочих центрах данного цеха, как показано на рис. 5, 6.

Входные рабочие потоки задаются потоками заказов с определенной интенсивностью и временными характеристиками: периодичностью, вероятностным распределением, средним и дисперсией (рис. 7).

Производственный план строится в процессе моделирования, вычисляются его стоимостные характеристики, создается детальное расписание прохождения каждого заказа по рабочим центрам с указанием последовательности и длительности конкретных технологических операций. Расчет плана выполняется в планировщике, его оптимальность обеспечивается алгоритмами планирования в реальном времени с вычислением стоимостных характеристик текущего плана. Пример диаграммы расписания результатов планирования представлен на рис. 8.

Таблица 1

Технологический процесс производства изделия "Фланцевая заготовка"

№ операции	Тип операции	Рабочий центр	Длительность, ч:мин:с	Максимальная задержка, мин
5	Подготовка	Бокс разгрузки	0:03:00	0
10	Нарезка электрода	Резательный	0:24:00	0
15	Подготовка флюса	Бокс разгрузки	0:39:36	0
20	Расплав электрода	Плавильная установка	0:12:00	0
16	Заливка материала в форму	Бокс заправки	0:03:00	0
17	Заполнение формы флюсом	Бокс заправки	0:18:00	0
25	Извлечение заготовок	Бокс разгрузки	0:16:12	0
30	Обточка заготовок	Точильный	0:01:48	0
40	Обдувка песком	Пескоструйный	0:06:00	0
50	Шлифование	Круглошлифовальный	0:04:12	0
Всего			2:07:48	

Таблица 2

Рабочие центры цеха

Название	Число в цехе, шт.	Стоимость часа работы, руб.	Число выходящих из строя	Период	Длительность ремонта, ч на шт.
Бокс разгрузки	1	80	0	Неделя	5
Резательный	1	56	0	Неделя	1
Бокс заправки	1	80	0	Неделя	1
Точильный	1	20	0	Неделя	6
Шлифовальный	1	160	0	Неделя	9
Плавильная установка	1	140	0	Неделя	4
Круглошлифовальный	1	200	0	Неделя	6
Заточной	1	140	0	Неделя	2
Пескоструйный	1	30	0	Неделя	1

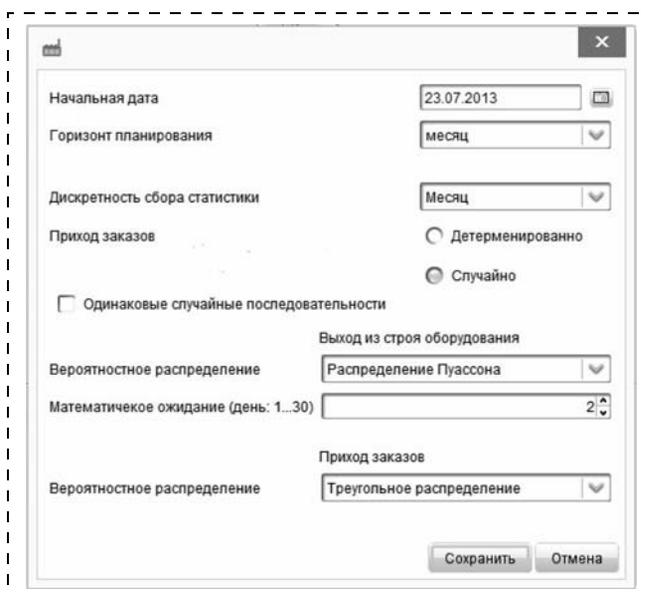


Рис. 4. Окно симулятора для настроек параметров экспериментов

Название	Количество в цехе (шт.)	Стоимость часа работы	Период	Длительность ремонта
Бокс разгрузки	1	80 Неделя		5
Резательный	1	56 Неделя		1
Бокс заправки	1	80 Неделя		1
Точильный	1	20 Неделя		6
Крупношлифовальный	1	200 Неделя		6
Координатно-расточной	1	180 Неделя		3
Гравировочный	1	80 Неделя		1
Заточной	1	140 Неделя		2
Пескоструйный	1	30 Неделя		1
Доводочный	1	50 Неделя		0
Термический	1	90 Неделя		5
Токарный	1	140 Неделя		3
Сварочный	1	190 Неделя		2

Рис. 5. Рабочие центры цеха

Название	% отклонения по времени (макс.)
Подготовка	0
Расплав электрода	0
Нарезка электрода	0
Удаление шлама	0
Заливка материала в форму	0
Заполнение формы флюсом	100
Подготовка флюса	100
Извлечение заготовок	0
Обточка заготовок	0
Шлифование	0
Отрезка	0
Подрезка торцов	0
Доводка	0
Гравировка	0
Упаковка рабочей части	0
Обдувка песком	0

Рис. 6. Типы и характеристики технологических операций

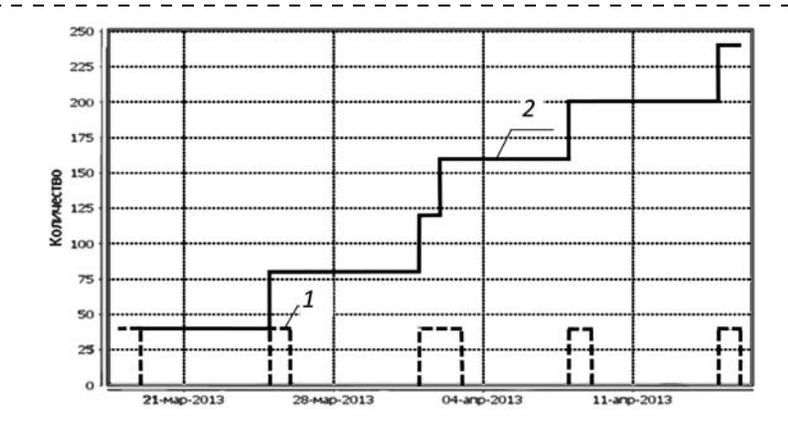


Рис. 7. Входной поток заказов:
1 — фланцевая заготовка; 2 — суммарное число изделий

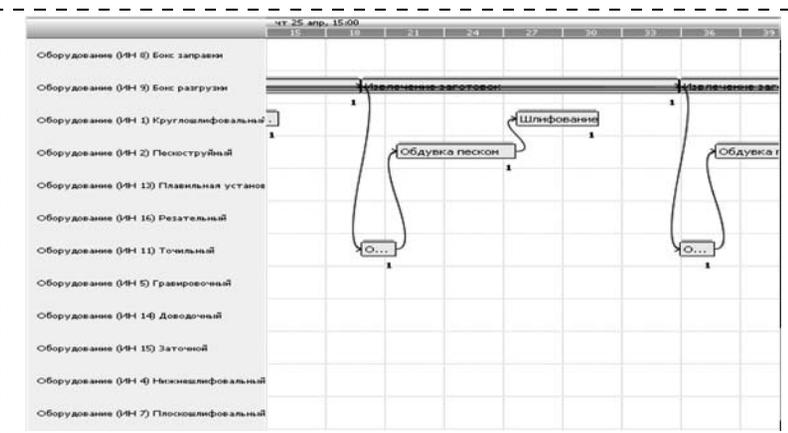


Рис. 8. Пример диаграммы расписания результатов планирования производства изделия "Фланцевая заготовка"

Мониторинг динамики технологического процесса осуществляется с помощью диаграмм загруженности рабочих центров цеха, представленных на рис. 9.

Результаты моделирования потоков заявок различной интенсивности приведены в табл. 3.

Из табл. 3 следует, что при потоке заказов, превышающем 40, начинают возникать опоздания и, соответственно, штрафы. Динамика времени опережения и опоздания 41 заказа приведена на рис. 10 в виде графиков (появление времени запаздывания свидетельствует о превышении уровня возможностей для данного цеха по числу заказов). Если в цехе предприятия предполагается получение заказа на производство изделия "Фланцевая заготовка" свыше 40 штук, следует заранее принять на работу дополнительных рабочих.

Таким образом, за счет использования мультиагентных технологий и онтологий в МАС ППМ обеспечиваются важные преимущества над релевантными системами за счет:

- оптимизации посменного планирования процессных видов производств с использованием средств компьютерного моделирования в области машиностроения;
- разработки информационной модели производственных процессов для оптимизации посменного планирования процессных видов производств в области машиностроения;
- разработки экономико-математической модели производственных процессов для оптимизации посменного планирования процессных видов производств в области машиностроения;
- индивидуального подхода для каждого заказа и ресурса с помощью учета различных стратегий и критериев, предпочтений и ограничений каждого участника;
- моделирования текущего производства с учетом производственных мощностей и ресурсов;
- построения оперативного плана производства изделий;
- имитации (симуляции) работы цеха в модельном времени;
- отображения динамики ключевых показателей цеха в модельном времени;
- сохранения результатов моделирования для сравнения вариантов;

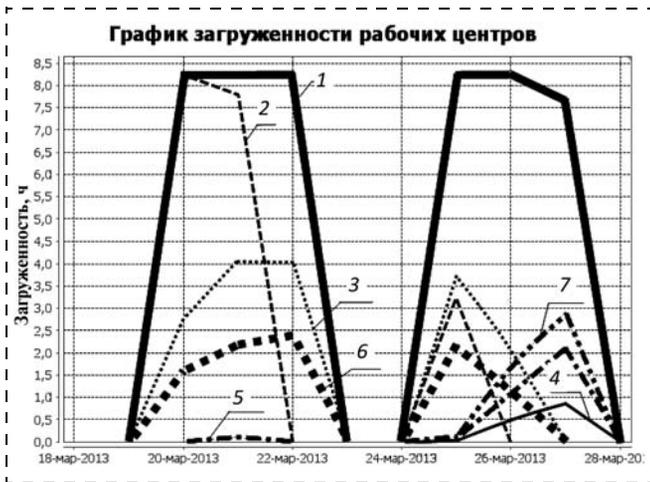


Рис. 9. Мониторинг технологического процесса производства изделия "Францевая заготовка" на диаграмме загрузки рабочих центров:
 1 — бокс разгрузки; 2 — резательный; 3 — бокс заправки; 4 — точильный; 5 — круглошлифовальный; 6 — плавильная установка; 7 — пескоструйный

Таблица 3

Результаты моделирования возрастающего потока заявок на изготовление изделия "Францевая заготовка"

№	Число заказов, шт.	Процент опоздавших заказов	Среднее время опережения, ч	Среднее время опоздания, ч	Средний штраф, руб.
1	35	0	62	0	0
2	36	0	59	0	0
3	37	0	57	0	0
4	38	0	55,5	0	0
5	39	0	55	0	0
6	40	0	52	0	0
7	41	11	39	42	234



Рис. 10. Динамика времени опережения и запаздывания для потока в 41 заказ в зависимости от модельного времени:
 1 — динамика среднего времени опережения на единицу продукта; 2 — динамика среднего времени опоздания на единицу продукта

- согласования решений с лицами, принимающими или исполняющими решения, через двустороннее взаимодействие с пользователями;
- моделирования использования ресурсов на основе создаваемых планов по принципу "если-то" на исторических или модельных данных;
- интерактивного управления моделированием за счет создания серий экспериментов и управления экспериментом путем настройки параметров моделирования в целях построения альтернативных планов;

- проведения одновременного анализа нескольких вариантов планирования с соответствующим распределением ресурсов в целях оптимизации. Все эти функции дают возможность существенно сократить сложность планирования и позволяют сделать его более быстрым, адекватным, точным и достоверным, а также удобным для пользователя.

Заключение

В процессе разработки МАС ППМ достигнуты следующие результаты:

- разработаны методы и алгоритмы решения задачи по оптимизации посменного планирования для процессных видов производств с использованием средств компьютерного моделирования в области машиностроения;
- введены агенты работы, операции, цеха; разработаны методы мультиагентного планирования работ на основе подхода ПВ-сетей и рыночного механизма;
- разработаны алгоритмы реакции на непредвиденные события (недоступность ресурса с некоторого момента времени);
- для обеспечения режима симуляции разработаны алгоритмы генерации событий, включая события прихода заказов и события выхода из строя оборудования.

Интеллектуальная система планирования, прогнозирования, моделирования и оптимизации технологических процессов и производственных ресурсов предприятия решает актуальную задачу для мировой практики управления промышленными предприятиями. При внесении в конфигурацию МАС ППМ соответствующих доработок может быть достигнуто решение различных бизнес-задач, таких как:

- анализ необходимости закупки оборудования и найма сотрудников. С помощью МАС ППМ можно проверить эффективность установки нового оборудования в цеха до закупки этого оборудования, за счет проведения экспериментов с моделью;
- оценка возможности взять новый заказ на производство определенного изделия. В МАС ППМ реализован механизм моделирования ситуаций с различным числом заказов на продукцию, а также с различной частотой появления этих заказов. При добавлении заказа, еще не взятого в производство, МАС ППМ моделирует поведение производства и может рассчитать плановую дату завершения заказа и предоставить изменения по существующим заказам;
- оценка влияния изменения технологии изготовления определенного изделия. При старте производства нового продукта технология его изготовления может меняться от партии к партии, что связано с неустоявшимися технологическими процессами, ошибками и доработками, выявленными при производстве первых партий. В МАС ППМ существует возможность изменения технологического процесса изготовления

продукта и планирования его производства в модельном времени. Благодаря этому можно оценить, насколько сильно изменение технологического процесса повлияет на сроки производства, загрузку рабочих центров и др.;

- при моделировании текущего производства можно изучить "узкие места" и выработать решения, которые возможно проверить в измененной модели и сравнить результаты с текущей конфигурацией производства.

Авторы выражают благодарность Министерству науки и образования РФ, поддержавшему разработки по созданию системы планирования, прогнозирования и моделирования производства по государственному контракту Минобрнауки РФ № ГК 14.514.11.4005.

Список литературы

1. **Wooldridge M.** An Introduction to Multiagent Systems. John Wiley & Sons Ltd, 2009.
2. **Leitao P., Vrba P.** Recent Developments and Future Trends of Industrial Agents // Proc. of 5th International Conf. on Holonic and Multi-Agent systems in Manufacturing, France, Toulouse, 2011. Springer. Berlin. P. 15–28.
3. **Андреев М. В., Иващенко А. В., Скобелев П. О., Царев А. В.** Построение адаптивной системы управления предприятием с использованием мультиагентных технологий // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. "Технические науки". 2009. № 1 (23). С. 5–14.
4. **Андреев М., Ivaschenko A., Skobelev P., Tsarev A.** A Multi-Agent Platform Design for Adaptive Networks of Intelligent Production Schedulers // Proc. of 10-th International IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems. Lisbon, Portugal. 2010.
5. **Андреев М. В., Бабанин И. О., Вылегжанин А. С., Иващенко А. В., Кольбова Э. В., Скобелев П. О.** Мультиагентная система управления инструментальным цехом // Тр. XIII между-

нар. конф. "Проблемы управления и моделирования в сложных системах". Самара: СНЦ РАН. 2011. С. 451–459.

6. **Tyrin I., Vylegzhanin A., Andreev M., Kolbova E., Skobelev P., Tsarev A., Shepilov Y.** Multi-Agent System "Smart Factory" for Real-time Workshop Management: Results of Design & Implementation for Izhevsk Axion-Holding Factory // Proc. of 17th IEEE International Conference on Emerging Technologies & Factory Automation (ETFA'2012). Krakow, Poland. 2012.

7. **Goryachev A., Kozhevnikov S., Kolbova E., Kuznetsov O., Simonova E., Skobelev P., Tsarev A., Shepilov Y.** "Smart Factory": Intelligent System for Workshop Resource Allocation, Scheduling, Optimization and Controlling in Real Time // Proc. of the 2012 International Conference on Manufacturing (Manufacturing 2012), November 14–15, 2012, Macau, China. Advanced Materials Research Vol. 630 (2013). P. 508–513, Trans Tech Publications, Switzerland.

8. **Тюрин И. Ю., Вылегжанин А. С., Кольбова Э. В., Скобелев П. О., Шепилов Я. Ю.** Опыт разработки и внедрения мультиагентной системы для оперативного управления инструментальным цехом ОАО "ИЖЕВСКИЙ МОТОЗАВОД — АКЦИОН ХОЛДИНГ" // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 11. С. 15–19.

9. **Shpilevoy V., Shishov A., Skobelev P., Kolbova E., Kazanskaia D., Shepilov Ya., Tsarev A.** Multi-agent system "Smart Factory" for real-time workshop management in aircraft jet engines production // Proc. of the 11th IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems (IMS'13), May 22–24, 2013, São Paulo, Brazil. 2013. P. 65–70.

10. **Rossi F., P. van Beek, Walsh T.** Handbook of Constraint Programming — Elsevier Science. 2006.

11. **Yokoo M.** Distributed Constraint Satisfaction: Foundation of Cooperation in Multi-agent Systems. Springer, 2001.

12. **Michael L. Pinedo.** Scheduling: Theory, Algorithms, and System. — Springer, 2008.

13. **Виттих В. А., Скобелев П. О.** Мультиагентные модели взаимодействия для построения сетей потребностей и возможностей в открытых системах // Автоматика и Телемеханика. 2003. № 1. С. 162–169.

14. **Виттих В. А., Скобелев П. О.** Метод сопряженных взаимодействий для управления распределением ресурсов в реальном масштабе времени // Автоматика. 2009. № 2. С. 78–87.

УДК 303.725.36

Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук, проф., **И. Б. Герасимова**, д-р техн. наук, проф.,
Л. Н. Мухамедрахимова, мл. науч. сотр., liliya.muhamedrahimova@gmail.com,
Уфимский государственный авиационный технический университет

Когнитивная модель самоорганизации процессов управления в малых научных группах

Рассматривается задача исследования самоорганизации процессов управления в малых научных группах. Для решения этой задачи строятся двухуровневая и трехуровневая когнитивные динамические модели, основанные на линейных и нелинейных взаимосвязях. На основе компьютерного моделирования анализируются свойства представленных моделей.

Ключевые слова: малая группа, самоорганизация, когнитивная модель, система, управление

B. G. Ilyasov, I. B. Gerasimova, L. N. Mukhamedrahimova

Gognitive Model of Self-Organization Control Processes in Small Research Groups

The problem under study is to analyze the self-organization control processes in small research groups. To solve this problem two-level and three-level cognitive dynamic models based on linear and nonlinear relationships are constructed. Characteristics of the models are analyzed by means of computer modeling.

Keywords: small-group, self-organization, cognitive model, system, control

Введение

Малая группа — это относительно обособленное объединение небольшого числа людей, которые осуществляют совместные действия в течение долгого промежутка времени и находятся в достаточно устойчивом взаимодействии, связанном с достижением общей цели. Малая группа является не только элементарной ячейкой общества и проводником влияния общества и больших групп на индивида, но и основой любого рабочего коллектива.

Малые группы занимают особое место в социальной структуре общества: они являются важным промежуточным звеном в понимании возникновения различных типов общественных отношений в системе "личность—группа—общество". С точки зрения общества они представляют собой разновидность социальных групп, в которых общественные отношения выступают в форме непосредственных, устойчивых личных контактов. С позиции личности малые группы играют существенную роль в воспитании и формировании личности [1].

В современной социологии в большей степени изученными являются структурные характеристики малых групп, в то время как вопросы групповой динамики, т. е. процессов самоорганизации взаимодействия членов группы, атмосфера внутри группы, этапы развития малой группы и т. д. в силу своей сложности и комплексности остаются малоисследованными. В то же время при исследовании групповой динамики основной акцент делается на процессах и стадиях развития группы, нормообразовании в группе, сплочении, конформизме, принятии групповых решений и т. д., тогда как изучение фундаментальных общих закономерностей взаимодействия и совместной деятельности, реализуемых в группах, остается в тени. В связи с этим изучение динамики самоорганизации малых групп в современном обществе приобретает особую актуальность [2, 3].

Из большого многообразия типов малых групп объектом изучения была выбрана специфичная разновидность малых групп — малая научная группа (МНГ), поскольку, во-первых, наука является на сегодняшний день одним из главных факторов развития цивилизации, а системный анализ деятельности человека в этой сфере жизни общества в современных условиях представляет особый интерес с точки зрения обеспечения качества научной деятельности.

Во-вторых, в настоящее время особенно важна роль научных коллективов в ученом сообществе. Современный человек науки не может работать в одиночку, так как научные проблемы стали столь сложны, что не могут быть решены усилиями одного ученого. Исследовательские проекты все чаще требуют привлечения специалистов из самых разных научных областей, т. е. являются междисциплинарными. В то же время и проекты, реализуемые специалистами, представляющими одну науку (монодисциплинарные), предполагают разделение функций внутри них [4].

В-третьих, исследованию МНГ посвящено немало научных работ, но работы, изучающие динамику поведения и самоорганизации МНГ, практически отсутствуют.

Таким образом, актуальность изучения деятельности МНГ и анализа их свойств в динамике становится очевидной. Решение же этой проблемы позволит повысить эффективность процессов управления МНГ, проводящими научные исследования или разработку научных проектов.

1. Малая научная группа как самоорганизующаяся система

В работе предлагается подход, согласно которому исходная форма МНГ представляется в виде целеориентированной системной триады, т. е. как трехэлементное связанное множество, выходной координатой (параметром) которой является темп деятельности, полученный в процессе взаимодействия членов группы. Характер данного взаимодействия в группе циркулярный, так как ведущим принципом, лежащим в основе коммуникации, является обратная связь — процесс, с помощью которого система информирует своих агентов о том, как относиться друг к другу и окружающей среде, чтобы помочь скорректировать или "хорошо" выполнять определенные функции системы.

Рекурсивная форма взаимодействия реализуется отрицательными и положительными обратными связями. При этом природа взаимодействия такова, что один член группы (активный элемент, агент) стимулирует или тормозит деятельность другого(-их) члена(-ов) группы. Условия образования положительных и отрицательных видов обратных связей и наличие организационной сложности взаимодействия в группе ведут к необходимости формирования группы как самоорганизующейся системы [5].

Изучение процессов самоорганизации в группе проводится на основе синергетического подхода. Учитывается, что согласно этому подходу новые состояния МНГ в процессе самоорганизации возникают в результате когерентного (согласованного) функционирования большого числа разных по характеру и уровню знаний участников проекта, неопределенное и непредсказуемое поведение которых отражается на процессе достижения цели. Также эти новые состояния возникают в процессе образования новых структур, свойства которых прогнозируются на основе анализа прошлых поведений.

Таким образом, ставится задача исследования процессов самоорганизации управления в МНГ как социальных объектов с точки зрения синергетического и системного подходов, предназначенных для выявления возможных форм движения малых коллективов при выполнении научного проекта [6]. В целях выявления наиболее эффективных способов самоорганизации МНГ и исследования их свойств строятся когнитивные динамические модели, в основу которых положены линейные и нелинейные отношения.

2. Когнитивные динамические модели малой научной группы

В качестве исходной когнитивной динамической модели МНГ рассмотрим двухуровневую модель управления МНГ, работающей над научной темой и состоящей из четырех человек: научного руководителя темы (НРТ) на верхнем уровне и трех научных сотрудников (НС) на нижнем уровне. Отношения между НС построены на линейных взаимосвязях. Отношения между НРТ и НС основаны на нелинейных связях в силу мультипликативного подхода к интеграции результатов, а также на линейных связях, поскольку НРТ имеет прямое линейное воздействие на каждого своего подчиненного. Каждый член группы обладает свойством саморегулирования темпов своей деятельности благодаря наличию петель обратной связи и вносит свой индивидуальный вклад в работу над темой проекта. Темп деятельности по выполнению темы проекта складывается из произведения темпов деятельности НС и собственного индивидуального вклада НРТ.

В основу исследования положено представление математической модели структуры МНГ в виде когнитивного орграфа (рис. 1), который также может быть выражен в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -a_1 X_1 + k_{12} X_2 + k_{13} X_3 - c_1 Y + u_1; \\ \dot{X}_2 = -a_2 X_2 + k_{21} X_1 + k_{23} X_3 - c_2 Y + u_2; \\ \dot{X}_3 = -a_3 X_3 + k_{32} X_2 + k_{31} X_1 - c_3 Y + u_3; \\ \dot{Y} = -b_0 Y + X_1 X_2 X_3 + v, \end{cases} \quad (1)$$

где \dot{X}_p, X_p — скорость темпа и темп работы p -го НС, $p = \overline{1, 3}$; \dot{Y}, Y — скорость темпа и темп работы НРТ, определяемые произведением темпов работы НС, т. е. $X_1 X_2 X_3$; b_0, a_p — параметры саморегулирования темпа выполнения темы проекта НРТ и НС соответственно; k_{pq} — коэффициенты взаимного влия-

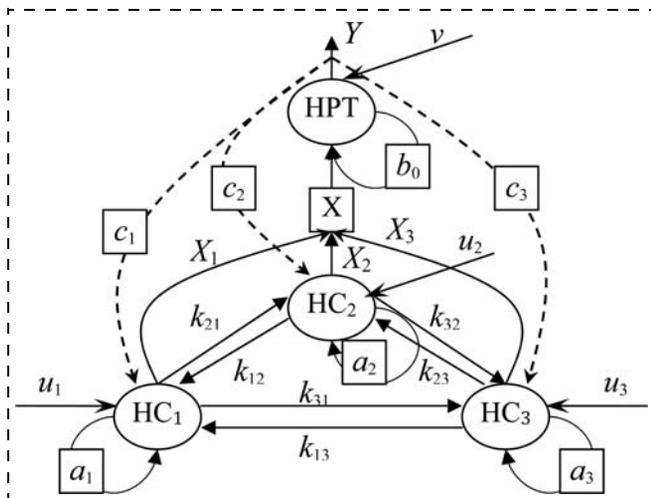


Рис. 1. Когнитивный орграф двухуровневой модели управления МНГ

ния p -го и q -го НС друг на друга, $p, q = \overline{1, 3}$; c_p — параметры обратной связи, направленной от НРТ к НС; v, u_p — параметры индивидуальных вкладов НРТ и НС в темп выполнения темы проекта.

Положительность знаков коэффициентов взаимного воздействия между сотрудниками свидетельствует об их позитивном влиянии друг на друга. Изменение числовых значений коэффициентов k_{pq}, b_0, a_p приводит к формированию различных уровней организации системы, а изменение входных сигналов v, u_p — к различным темпам выполнения темы проекта.

Особенностью модели является свойство самоорганизации МНГ за счет саморегулирования индивидуальных темпов работы НС и НРТ благодаря изменению коэффициентов a_p, b_0 , а также за счет изменения отношений между НРТ и НС благодаря изменению коэффициентов стабилизации c_p .

На основе вышеописанной модели была разработана трехуровневая когнитивная динамическая модель управления МНГ, имеющая сложную структуру и состоящая из нескольких уровней управления: три научные темы, во главе каждой из которых стоит свой НРТ, объединены в научный проект (НП) во главе с научным руководителем проекта (НРП), к тому же в подчинении у каждого НРТ находятся по три НС. Таким образом, на нижнем уровне системы находятся исполнители — это младшие НС, на среднем уровне — НРТ, а на верхнем — НРП. Целью деятельности МНГ является выполнение НП.

Процесс коммуникации в группе происходит по принципу целеориентирования: на верхнем уровне управления общая цель разбивается на более конкретные подцели, которые передаются на уровень ниже. Далее подцели еще более детализируются и спускаются ниже до непосредственных исполнителей в виде конкретных задач. После того, как решение поставленной конкретной задачи достигается и приводит к определенным результатам, эти результаты мультиплицируются, интегрируются, систематизируются и приводят к достижению вышестоящих подцелей. Достижение вышестоящих подцелей приводит, в свою очередь, к достижению общей цели [7, 8].

Трехуровневая модель (рис. 2) описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{X}_{pq} = -a_{pq} X_{pq} + \sum_{m \in \{1, 2, 3\}/\{p\}} k_{pm}^{pq} X_{pm} - c_{pq} Y_p + u_{pq}, \\ p, q = \overline{1, 3}; \\ \dot{Y}_p = -b_p Y_p + \sum_{m \in \{1, 2, 3\}/\{p\}} l_{pm} Y_p + \prod_{m=1}^3 X_{pm} - d_p Z + v_p, \\ p = \overline{1, 3}; \\ \dot{Z} = -\alpha_0 Z + Y_1 Y_2 Y_3 + w, \end{cases} \quad (2)$$

где \dot{X}_{pq}, X_{pq} — скорость темпа и темп работы pq -го НС, $p, q = \overline{1, 3}$; \dot{Y}_p, Y_p — скорость темпа и темп ра-

боты НРТ, определяемые произведением темпов работы НС, т. е. $X_1 X_2 X_3$; \dot{Z} , Z — скорость темпа и темп выполнения НП, определяемые произведением темпов работы НРТ, т. е. $Y_1 Y_2 Y_3$; α_0 , a_{pq} , b_p — параметры саморегуляции темпов выполнения проекта НС, НРТ и НРП соответственно; k_{pm}^{pq} — параметры взаимного влияния pq -го и pm -го НС друг на друга; l_{pm} — параметры взаимного влияния p -го и m -го НРТ друг на друга; c_{pq} , d_p — параметры обратной связи, идущей от НРТ к НС и от НРП к НРТ соответственно; u_{pq} , v_p , w — параметры индивидуальных вкладов НС, НРТ и НРП в темп выполнения проекта соответственно.

Отношения на нижних двух уровнях (уровни НС и НРТ) характеризуются линейными связями между элементами. Отношение между уровнями построены на линейных и нелинейных взаимосвязях: индивидуальные вклады НС путем интегрирования в виде произведения передаются на уровень НРТ, где далее результаты деятельности по научным темам также мультиплицируются и переходят на уровень НРП. Вместе с тем, НРП и НРТ имеют прямое линейное воздействие на своих подчиненных.

Итак, достижение общих целей МНГ основано на мультипликативном эффекте достижения подцелей, т. е. получения результатов по темам проекта, а также решения конкретных задач рядовыми сотрудниками проекта. Прямое линейное воздействие, направленное от руководителей к подчиненным, является обратной связью, получаемой от соответствующих руководителей НС и НРТ и обеспечивающей рекурсивный характер взаимодействия в группе. Таким образом, произошло усложнение модели (1) не только вследствие увеличения числа участников проекта и появления нового уровня МНГ, но и вследствие образования дополнительных связей между НРТ и обратных связей, направленных от НРП к НРТ.

Важно отметить следующие факты:

- НС разных тем не взаимодействуют между собой;
- коммуникация в МНГ не может происходить через уровень, т. е. НРП общается только с НРТ и не может общаться с НС;
- каждый активный элемент системы является самоорганизующимся в силу наличия индивидуальных параметров саморегулирования α_0 , a_{pq} , b_p , а также за счет формирования связей между агентами на каждом уровне (k_{pm}^{pq} , l_{pm}).

Задачей взаимной деятельности НРП, НРТ и НС является коллективное поддержание определенного темпа выполнения работ по проекту при выборе соответствующих индивидуальных темпов работ НРП, НРТ и НС, которые они формируют само-

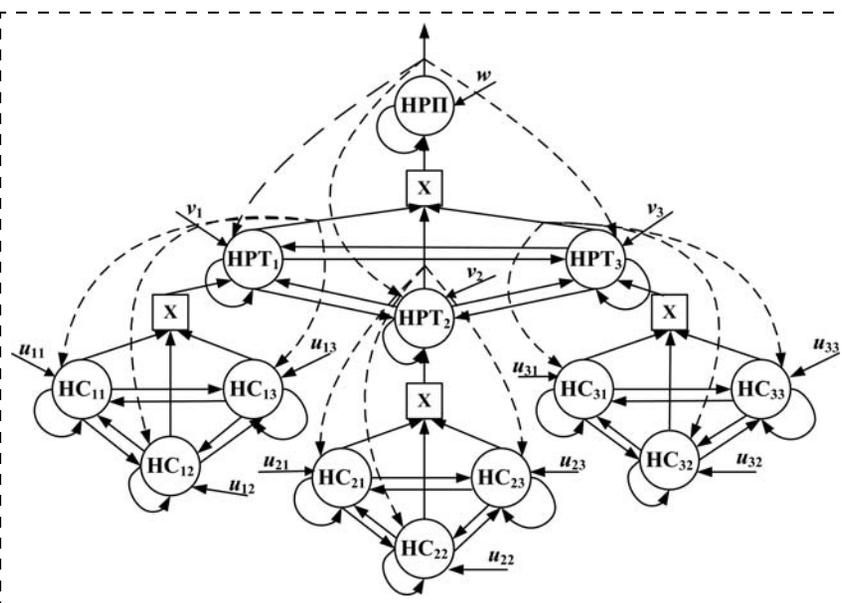


Рис. 2. Когнитивный оргграф трехуровневой модели управления МНГ

стоятельно. Следовательно, МНГ должна быть "эффективной группой", в которой взаимодействия между элементами характеризуются взаимосогласованностью, взаимопониманием, отсутствием конфликтов, а также срабатываемостью членов группы, которая позволяет добиваться высоких темпов совместной работы.

В условиях, когда члены группы не смогли достигнуть хорошего уровня срабатываемости, взаимопонимания или оказались мало совместимыми друг с другом, могут развиваться различные межличностные внутригрупповые конфликты [9].

3. Анализ свойств малой научной группы на основе компьютерного моделирования

Особенности моделей управления процессами самоорганизации в МНГ были проанализированы методом компьютерного моделирования в пакете MATLAB. Время, параметры взаимодействия и индивидуальных вкладов взяты безразмерными от 0 до 1, т. е. от очень слабого до очень сильного, и заданы экспертным путем. В процессе анализа изменяли отдельные параметры модели и оценивали влияние этих параметров на конечный темп выполнения темы проекта и НП в целом при совместной деятельности членов МНГ, а также на его устойчивость. Кроме того, изучали влияние изменения значений вкладов отдельных агентов на темп деятельности группы.

Анализ свойств двухуровневой модели управления темпом выполнения научной темы. Состояние двухуровневой системы (1), при котором индивидуальные вклады всех агентов, их саморегуляция и воздействие НРТ на НС максимальна, коммуникация между НС минимальна, темп выполнения темы достигает 1 и характеризуется плавным переходным процессом, т. е. $a_p = 1$, $b_p = 1$, $k_{pq} = 0,1$, $c_p = 1$,

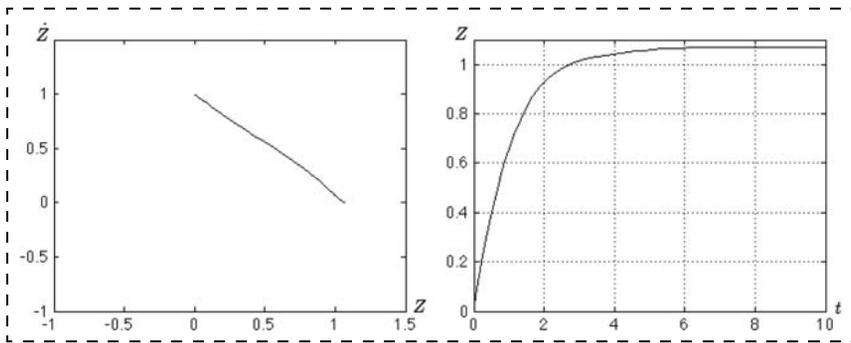


Рис. 3. Стандартное состояние системы

$u_p = 1$, $v = 1$, $Z = 1$, будем считать стандартным (эталонным) и адекватным реальным результатам деятельности МНГ по поддержанию запланированного темпа выполнения научной темы (рис. 3). Далее рассмотрим ситуации отклонения от стандартного состояния, приводящие МНГ к различным темпам выполнения темы проекта.

Уменьшение параметра саморегуляции a_p в стандартном состоянии до 0,7 одновременно с усилением взаимных воздействий НС друг на друга до $k_{pq} = 0,8$ увеличивает темп выполнения работ по теме до $Z = 1,85$. Дальнейшее уменьшение параметров саморегуляции a_p до 0,5 приводит к динамической неустойчивости МНГ.

Снижение параметра обратной связи c_p в стандартном состоянии, например, с 1 до 0,1 увеличивает темп выполнения работ по теме до $Z = 2$. Уменьшение параметра воздействия НРТ на НС c_p до 0,1 одновременно с уменьшением параметра саморегуляции НС a_p до 0,1 повышает темп выполнения научной темы до $Z = 12,24$. Переходный процесс при этом характеризуется перерегулированием $\delta = 20\%$. Таким образом, снижение воздействия НРТ на НС, т. е. параметра c_p и параметра саморегуляции НС (a_p), увеличивает темп выполнения работ по теме проекта, но нарушает плавность его переходного процесса.

Снижение параметра саморегуляции НРТ b_p до 0,5 приводит к увеличению темпов выполнения научной темы МНГ до $Z = 1,5$. Однако, если уменьшить значения параметров саморегуляции одновременно у НРТ и у НС ($a_p = 0,1$, $b_p = 0,5$), то темп по сравнению с темпом в стандартной ситуации, напротив, снизится до $Z = 0,92$.

Уменьшение вкладов НС (u_p) и НРТ (v) до 0,5 в два раза снижает темп выполнения работ по теме до $Z = 0,5$, т. е. уменьшение индивидуальных вкладов членов группы негативно сказывается на темпе выполнения научной темы.

При максимальном вкладе всех агентов ($u_p = 1$, $v = 1$), очень слабой саморегуляции НС ($a_p = 0,1$), очень сильной саморегуляции НРТ ($b_p = 1$), сильных отношениях между НС ($k_{pq} = 0,5$) и очень слабом воздействии НРТ на НС ($c_p = 0,1$) темп выполнения работ по теме будет достигать $Z = 40,25$. Однако этот высокий темп выполнения темы достигается в

результате сходящихся колебаний, т. е. процесс выполнения работы носит неритмичный характер, что неприемлемо, поскольку в этом случае требуются большие энергетические и психологические затраты от членов группы. Следовательно, при таком сильном взаимодействии между сотрудниками и низким контроле со стороны НРТ для достижения плавности переходного процесса уровень саморегуляции НС должен быть максимальным ($a_p = 1$).

Возникновение конфликтной ситуации при сильном взаимодействии

между НС ($k_{pq} = 0,5$), например, когда два НС находятся в конфликте с третьим, т. е. $k_{12} = k_{21} = k_{13} = k_{31} = -0,5$, а второй и третий не конфликтуют между собой ($k_{23} = k_{32} = 0,5$), приводит систему в динамически неустойчивое состояние.

Анализ свойств трехуровневой модели управления темпом выполнения научного проекта.

Стандартным состоянием трехуровневой системы управления НП (2), так же как и в случае двухуровневой системы, будем считать состояние, при котором саморегуляция всех агентов (a_{pq} , b_p , α_0), их индивидуальный вклад (u_{pq} , v_p , w) и воздействия руководителей на своих подчиненных (c_{pq} , d_p) максимальны, т. е. равны 1, взаимодействия между сотрудниками минимальны ($k_{pm}^{pq} = 0,1$, $l_{pm} = 0,1$), а темп выполнения проекта достигает $Z = 1,07$.

Уменьшение параметра саморегуляции НС в два раза ($a_{pq} = 0,5$) увеличивает темп выполнения проекта до $Z = 1,36$. Уменьшение этого параметра у НРТ ($b_p = 0,5$) по сравнению со стандартной ситуацией увеличивает темп до $Z = 1,12$, а уменьшение этого параметра у НПП ($c_p = 0,5$) увеличивает темп до $Z = 2$. Уменьшение параметра саморегуляции у всех агентов одновременно ($a_{pq} = 0,5$, $b_p = 0,5$, $\alpha_0 = 0,5$) приводит к увеличению темпа до $Z = 2,5$. Таким образом, уменьшение параметра саморегуляции агентов повышает темп выполнения проекта при слабом взаимодействии агентов.

Усиление взаимосвязей между НС ($k_{pm}^{pq} = 0,5$) увеличивает темп выполнения проекта до $Z = 2$. Усиление соответствующих взаимосвязей между НРТ ($l_{pm} = 0,5$) увеличивает темп лишь до $Z = 1,17$. Единовременное усиление взаимосвязей на обоих уровнях ($k_{pm}^{pq} = 0,5$, $l_{pm} = 0,5$) также повысит темп выполнения НП до $Z = 2$, т. е. увеличение силы взаимосвязей на уровне НРТ (l_{pm}) не скажется на темпе деятельности.

Вместе с тем, увеличение параметров взаимосвязей между НРТ с одной стороны и НС — с другой (k_{pm}^{pq} , l_{pm}), близкое к максимальному, т. е. при стремлении их к 1, ведет к динамической или статической неустойчивости системы. В частности, увеличение параметров взаимного влияния между НРТ (l_{pm}), близкое к 1, ведет к хаотическому предельному циклу на фазовой плоскости, характеризующемуся множеством пересекающихся замкнутых

траекторий, т. е. к возникновению хаотических автоколебаний (рис. 4). Увеличение параметров взаимного влияния между НС (k_{pm}^{pq}), близкое к 1, ведет к статической неустойчивости функционирования МНГ. Следовательно, для устойчивой деятельности МНГ необходимо ограниченное взаимодействие агентов друг с другом.

В случае, когда отношения (связи) между НС слабы ($k_{pm}^{pq} = 0,1$), одновременное уменьшение обратных связей как от НРТ к НС ($c_p = 0,1$), так и от НРП к НРТ ($d_p = 0,1$) ведет к увеличению темпа деятельности до $Z = 6,63$. В ситуации, когда отношения между НС умеренны ($k_{pm}^{pq} = 0,5$), уменьшение влияния на них со стороны НРТ даже в два раза ($c_p = 0,5$) в 9 раз увеличивает темп выполнения проекта ($Z = 9$). Если одновременно в этой ситуации снизить параметры обратных связей от НРП до НРТ ($d_p = 0,5$), это никак не скажется на темпах выполнения проекта, поскольку микрогруппы будут достаточно самоорганизованны для самостоятельного поддержания темпов своей работы, что говорит о возможности реализации кооперативной модели руководства проектом [9].

Уменьшение вкладов всех членов группы ($u_{pq} = 0,5$, $v_p = 0,5$, $w = 0,5$) ведет к спаду темпа выполнения НП до $Z = 0,5$, т. е. уменьшение индивидуальных вкладов членов группы снижает темп выполнения проекта.

Если процесс самоорганизации совместной деятельности НС и НРТ построен неэффективно и дисгармонично, то в системе могут наблюдаться хаотические колебания в поддержании темпа реализации НП, как показано, например, на рис. 5. Такие формы движения могут быть ликвидированы при восстановлении процессов самоорганизации.

Рассмотренные в данном параграфе состояния МНГ являются не всеми возможными, однако вышеописанных случаев достаточно для понимания общих тенденций функционирования МНГ при выполнении научной темы или НП, поскольку полученные результаты моделирования свидетельствуют о системном проведении самоорганизации агентами МНГ, направленной на поддержание высоких темпов выполнения научной темы и НП в целом.

Заключение

Результаты проведенного исследования позволяют сделать следующие выводы:

1) влияние изменения параметров самоорганизации в обеих моделях МНГ подчинены общим закономерностям: изменяя эти параметры, можно

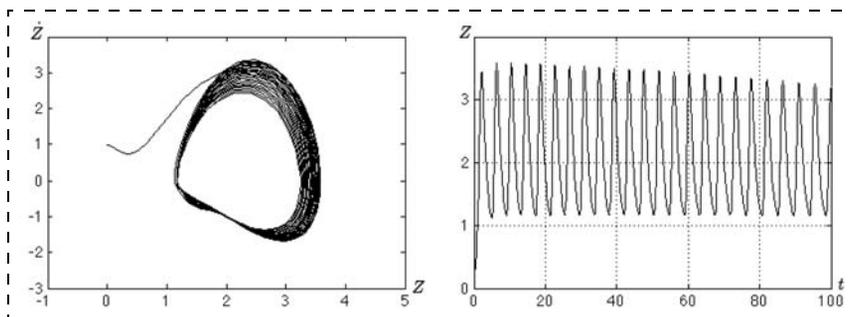


Рис. 4. Увеличение параметров взаимного влияния НРТ друг на друга

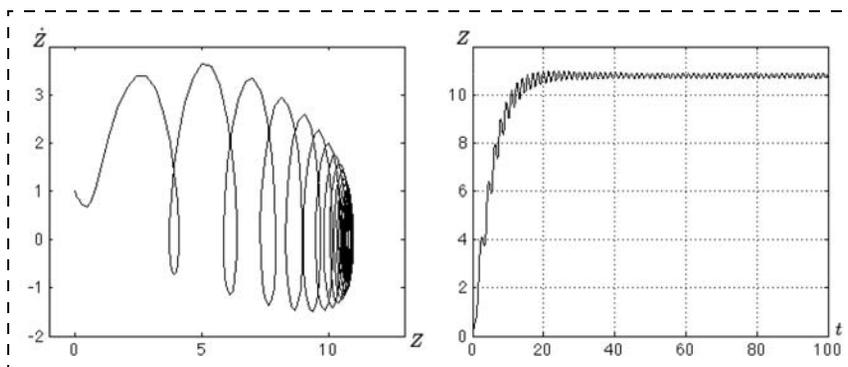


Рис. 5. Хаотические сходящиеся колебания

целенаправленно влиять на темп выполнения работ как по теме проекта, так и по НП в целом, достигая при этом желаемого характера движения (переходных процессов);

2) нарушение законов (правил, порядка) самоорганизации в МНГ, а также наличие конфликтных ситуаций приводят к возникновению статической и динамической неустойчивости, предельных циклов, неритмичного характера движения.

Список литературы

1. Антипина Г. С. Теоретико-методологические проблемы исследования малых социальных групп. Л.: Издательство Ленинградского университета, 1982. 112 с.
2. Социальная психология: Учеб. пособие / Отв. ред. А. Л. Журавлев. М.: ПЕР СЭ, 2002. 351 с.
3. Мокшанцев Р. И., Мокшанцева А. В. Социальная психология: Учебное пособие. М., Новосибирск: Инфра-М, 2001. 408 с.
4. Аллахвердян А. Г., Мошкова Г. Ю., Юревич А. В., Ярошевский М. Г. Психология науки: Учебное пособие. М.: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 1998. 312 с.
5. Tschacher W., Brunner E. J., Schiepek G. Self-organization in social groups // Self-organization and clinical psychology: empirical approaches to synergetics in psychology. Germany: Springer-Verlag. 1992. V. 58. P. 341–366.
6. Гузаиров М. Б., Герасимова И. Б. Когнитивный анализ синергетических свойств малых научных групп как социальных объектов // Вестник УГАТУ. 2010. Т. 12, № 1 (30). С. 91–96.
7. Ильясов Б. Г., Герасимова И. Б., Мухамедрахимова Л. Н. Когнитивная мультиагентная модель иерархической системы управления научным проектом // X школа-конференция молодых ученых "Управление большими системами" (5–7 июня 2013). Уфа: УГАТУ, 2013. С. 98–101.
8. Сероухов С. Пути автоматизации. Будущее целеориентированного подхода в АСУ. URL: <http://www.c2ways.ru/2012/04/4.html>
9. Битянова М. Р. Социальная психология. М.: Международная педагогическая академия, 1994. 106 с.

УДК 004.896

В. М. Лохин, д-р техн. наук, проф., **С. В. Манько**, д-р техн. наук, проф., зав. лаб.,
М. П. Романов, д-р техн. наук, проф., декан, **С. А. К. Диане**, аспирант, ассистент, cpd@mirea.ru,
МГТУ МИРЭА

Способы представления знаний и особенности функционирования мультиагентных робототехнических систем

Рассматриваются вопросы представления знаний в моделях планирования заданий мультиагентных робототехнических систем. Приводятся результаты моделирования, обсуждаются особенности функционирования мультиагентных робототехнических систем с учетом специфики моделей планирования заданий на основе различных способов представления знаний.

Ключевые слова: мультиагентная робототехническая система, групповое управление роботами, модели планирования заданий, модели представления знаний, конечные автоматы

V. M. Lokhin, S. V. Manko, M. P. Romanov, S. A. K. Diane

Approaches to Knowledge Representation and Functioning Aspects of Multi-Robot Systems

The article considers ways of representing knowledge in task planning models of multi-robot systems. We show results of computer modeling and discuss functioning aspects of multi-robot systems regarding specificity of task planning based on different knowledge representation.

Keywords: multi-robot system, multi-agent control, task planning models, knowledge representation, finite automata

Введение

Исследования и разработки, активно ведущиеся во всем мире в области мультиагентных робототехнических систем (МАРС), подтверждают возможность создания и целесообразность применения таких систем для широкого круга приложений. Полученные результаты свидетельствуют о существовании ряда альтернативных подходов к построению МАРС [1–3].

Данная статья продолжает цикл оригинальных авторских публикаций, посвященных проблемам группового управления роботами, которые должны обеспечивать совместное решение требуемых прикладных задач [4–6]. В ней обсуждаются особенности функционирования МАРС с учетом специфики моделей планирования заданий на основе различных форм представления знаний, приводятся результаты комплексного моделирования.

Конечные автоматы как форма представления знаний для формирования сценарных моделей решения различных прикладных задач

Мультиагентные системы, построенные на базе интеллектуальных автономных роботов, являются эффективным средством для решения широкого спектра различных практических задач, включая проведение военных операций, поисково-спасатель-

ных, инженерно-строительных, монтажных и других типов работ, выполнение которых должно подчиняться априорно установленным сценариям [4, 5]. Планирование целесообразных действий МАРС в подобных приложениях может быть основано на анализе и контроле поэтапной реализации поставленной задачи, описание которой задается с учетом знаний о возможных сценариях ее выполнения.

Среди множества форм представления знаний одной из наиболее удобных для описания сценариев решения различных прикладных задач являются конечные автоматы, использование которых позволяет сформировать соответствующую модель последовательно-параллельной очередности выполнения необходимых операций. Как показано на рис. 1, подобная сценарная модель может служить конструктивной основой в организации процессов функционирования мультиагентной системы, обеспечивая возможность планирования заданий для интеллектуальных автономных роботов, действующих в ее составе [6]. Следует особо отметить, что конечные автоматы могут рассматриваться в качестве полноценной формы представления знаний, отвечая главному из предъявляемых к ней требований по способности отражения некоторой системы классификационных понятий. Действительно, с точностью до специфики своего построения и интерпретации конечный автомат выполняет роль

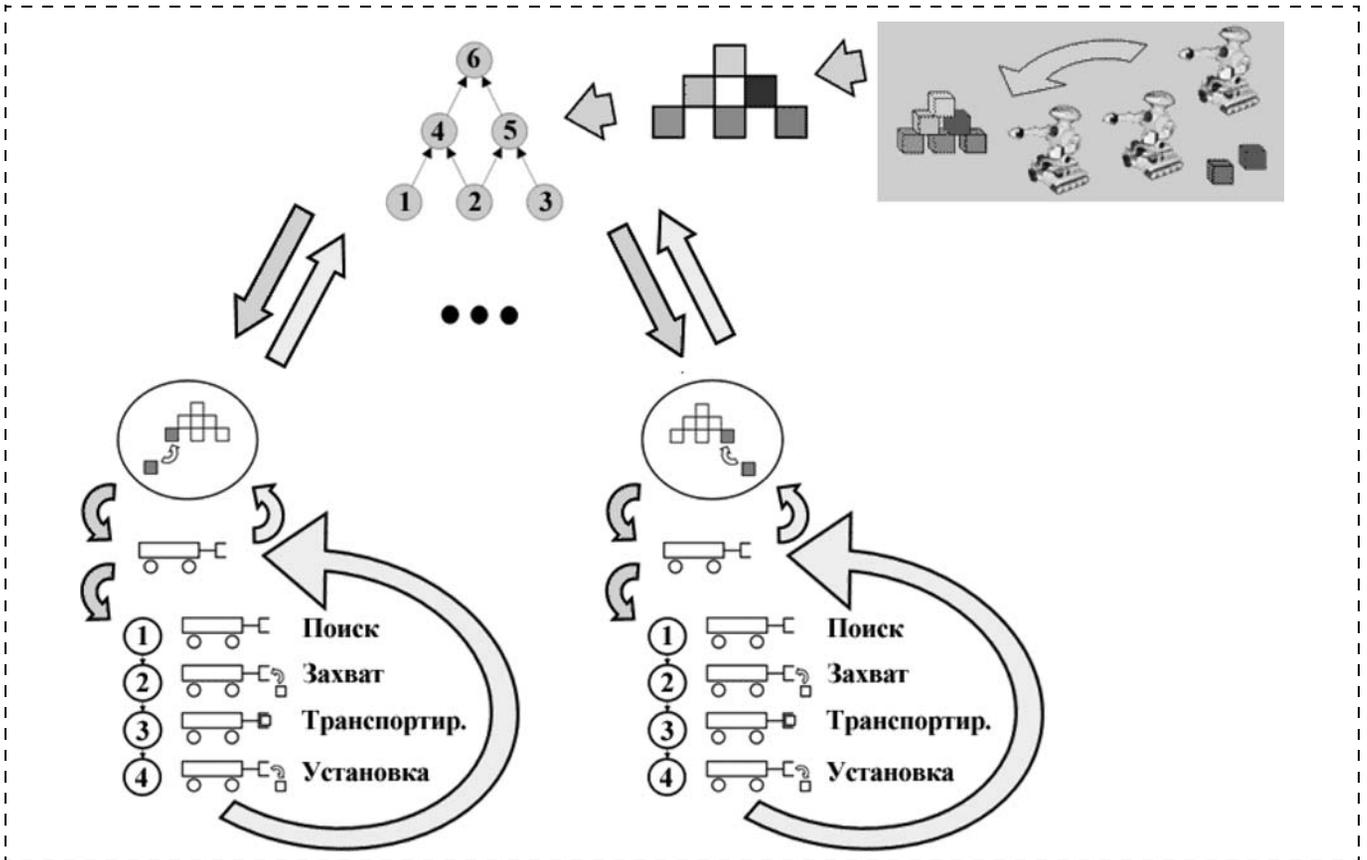


Рис. 1. Планирование заданий для интеллектуальных автономных роботов при решении общей прикладной задачи в составе мультиагентной системы

некоторого классификатора, обеспечивающего распознавание принадлежности входных сигналов к predetermined типам.

Таким образом, модель процесса решения прикладной задачи по установленному сценарию может формироваться в виде сети типовых конечных автоматов, каждый из которых ставится в соответствие отдельным технологическим операциям.

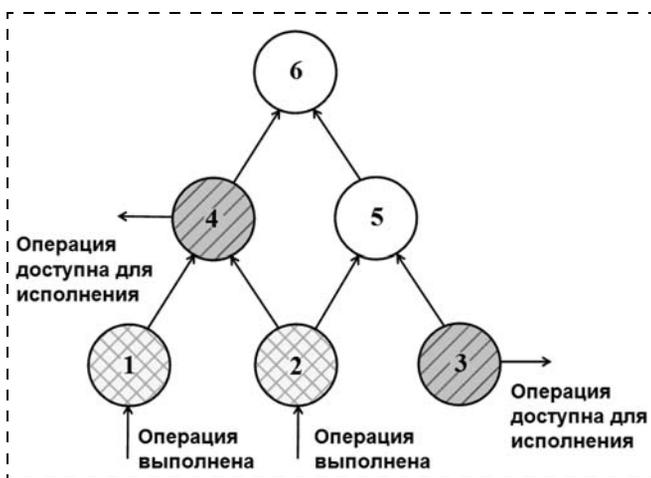


Рис. 2. Выявление доступных для исполнения операций по мере очередности завершения предыдущих на основе контроля за выполнением поставленной прикладной задачи по установленному сценарию

При этом структура взаимосвязей и состояние автоматов должны отражать логику следования и стадию выполнения технологических операций в рамках задаваемого сценария. Тогда контроль за состоянием отработки заданного сценария на основе анализа построенной модели будет обуславливать выявление доступных для исполнения операций по мере очередности завершения предыдущих (рис. 2).

Способы представления знаний в моделях планирования заданий для мультиагентных робототехнических систем. В простейшем случае синтез типового конечного автомата как стандартного элемента представления знаний для построения подобного рода сценарных моделей осуществляется исходя из условий выдачи команды на выполнение данной конкретной операции при поступлении сигнала об отсутствии или завершении всех предшествующих операций [6].

Целесообразность и реализуемость данного подхода к решению задач планирования заданий в составе МАРС была полностью подтверждена в ходе комплексной серии модельных экспериментов.

Однако детальный анализ результатов моделирования показал, что выбранный способ представления знаний не позволяет учитывать всех особенностей решаемой прикладной задачи при описании сценарной модели ее выполнения, что может приводить к не рациональной организации процесса

планирования заданий для группы интеллектуальных автономных роботов.

Действительно, реализация провозглашенного принципа планирования заданий в составе МАРС, рассматриваемого на примере тестовой задачи сборки кубиков в пирамиду, когда выдача команды на выполнение данной конкретной операции должна осуществляться при поступлении сигнала об отсутствии или завершении всех предшествующих, в ряде случаев обуславливает возникновение вынужденных простоев исполнителей.

Такие ситуации могут возникать, когда освободившийся исполнитель ожидает завершения операций, выполняемых другими членами многоагентной группировки.

Важно констатировать, что сценарные модели решения реальных прикладных задач (наглядным примером которых по своей сложности является тестовая задача сборки пирамиды) описываются на уровне макроопераций. При этом командное указание на выполнение операции по установке каждого отдельного кубика реализуется тем или иным автономным роботом в соответствии со сценариями и правилами целесообразного поведения, заложенными в базе знаний его интеллектуальной бортовой системы управления [7].

Так, в частности, как показано на рис. 1, команда на выполнение очередной макрооперации по установке кубика в пирамиду (в рамках сценариев целесообразного поведения интеллектуальных автономных роботов) предполагает его поиск, захват, транспортировку и собственно установку. Именно последний из перечисленных этапов требует проверки завершенности предыдущих макроопераций. В то же время все предыдущие этапы могли бы проводиться независимо от наступления соответствующего события (без подтверждения о том, что опорные блоки уже находятся на своих местах).

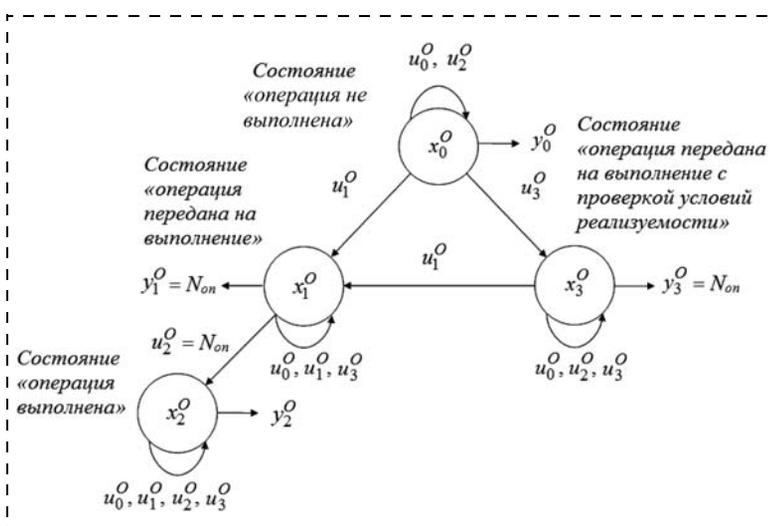


Рис. 3. Диаграмма переходов конечного автомата, контролирующего выполнение операции в составе сценария решения поставленной прикладной задачи с учетом возможности предраспределения заданий

Реализация подобного подхода предполагает, что синтез типового конечного автомата как стандартного элемента представления знаний для построения моделей планирования заданий в составе МАРС будет осуществляться исходя из условий выдачи команды на выполнение данной конкретной макрооперации при поступлении сигнала, свидетельствующего, что предшествующие операции отсутствуют, завершены или переданы на выполнение:

$$K^{O'} = \{U^{O'}, X^{O'}, Y^{O'}, f^{O'}, h^{O'}\}, \quad (1)$$

где $U^{O'} = (u_0^O, u_1^O, u_2^O, u_3^O)$ — входной алфавит;

u_0^O — входной сигнал, свидетельствующий, что не все предшествующие операции завершены или переданы на выполнение;

u_1^O — входной сигнал об отсутствии невыполненных операций, предшествующих данной;

u_2^O — входной сигнал о завершении данной конкретной операции;

u_3^O — входной сигнал, свидетельствующий, что все предшествующие операции завершены или переданы на выполнение;

$X^{O'} = (x_0^O, x_1^O, x_2^O, x_3^O)$ — алфавит состояний;

x_0^O — состояние "операция не выполнена";

x_1^O — состояние "операция передана на выполнение";

x_2^O — состояние "операция выполнена";

x_3^O — состояние "операция передана на выполнение с проверкой предусловий реализуемости";

$Y^{O'} = (y_0^O, y_1^O, y_2^O, y_3^O)$ — выходной алфавит;

y_0^O — выходной сигнал, подтверждающий, что операция находится в состоянии "не выполнена";

y_1^O — выходной сигнал, подтверждающий, что операция передана на выполнение;

y_2^O — выходной сигнал, подтверждающий, что операция выполнена;

y_3^O — выходной сигнал, подтверждающий, что операция передана на выполнение с проверкой предусловий реализуемости;

$f^{O'}, h^{O'}$ — функции переходов и выходов, задаваемые табл. 1.

Диаграмма переходов конечного автомата (1) как типового элемента модели выполнения решаемой прикладной задачи по установленному сценарию с учетом возможности предраспределения заданий показана на рис. 3.

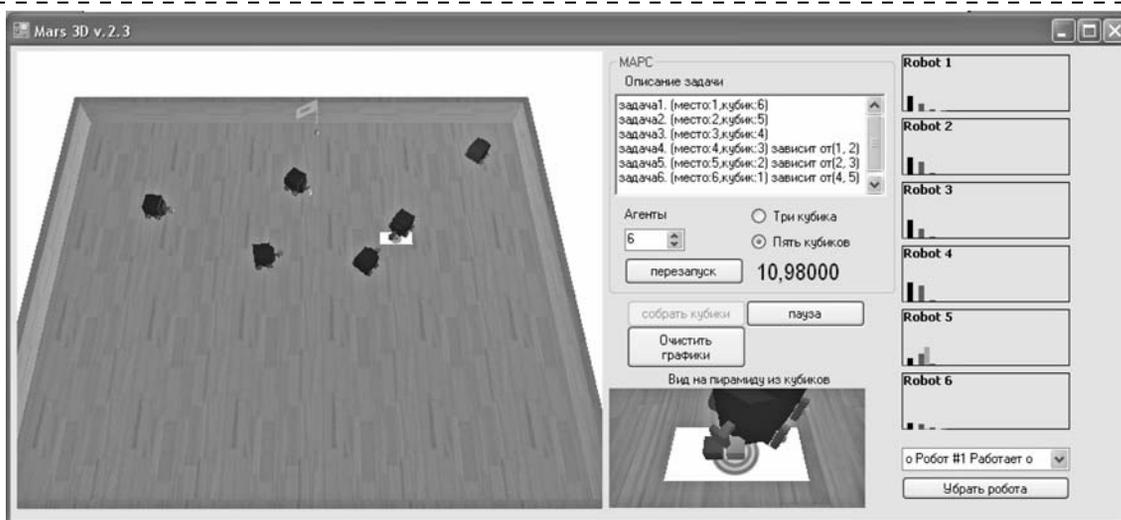


Рис. 4. Моделирование процессов планирования заданий в составе MAPC с предраспределением операций при решении задачи сборки кубиков в пирамиду

Результаты экспериментальных исследований, один из фрагментов которых приведен на рис. 4, полностью подтвердили преимущества сценарных моделей планирования заданий с предраспределением выполняемых операций на примере задачи сборки кубиков в пирамиду группой роботов, действующих в составе MAPC.

Таблица 1

Входы	Состояния			
	x_0^O	x_1^O	x_2^O	x_3^O
u_0^O	x_0^O	x_1^O	x_2^O	x_3^O
u_1^O	x_1^O	x_1^O	x_2^O	x_1^O
u_2^O	x_0^O	x_2^O	x_2^O	x_3^O
u_3^O	x_3^O	x_1^O	x_2^O	x_2^O
Выходы	y_0^O	y_1^O	y_2^O	y_3^O

Таблица 2

№ опыта	Общее время выполнения задания, с		Сокращение времени выполнения задания, %	Общая продолжительность простоев, с		Сокращение времени простоев, %
	Без предраспределения	С предраспределением		Без предраспределения	С предраспределением	
1	150	111	26	684	366	46
2	167	136	19	810	438	46
3	249	116	53	1314	402	69
4	155	108	30	762	342	55
5	187	94	50	828	234	71
6	209	88	58	942	204	78
Среднее	186	109	41	888	330	62

Постановка проведенных экспериментов предполагала сравнительную оценку эффективности функционирования MAPC при использовании различных моделей планирования заданий с наличием и отсутствием предраспределения выполняемых операций соответственно при прочих равных условиях.

Анализ полученных данных, которые представлены в табл. 2, со всей убедительностью свидетельствует о том, что обоснованный выбор способа представления знаний для построения моделей планирования заданий в составе MAPC с учетом особенностей их реализации позволяет существенно сократить продолжительность простоев отдельных исполнителей, а за счет этого и суммарное время решения общей прикладной задачи путем предраспределения технологических операций.

Список литературы

1. Тарасов В. Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика. М.: Эдуторнал УРСС, 2002. 352 с.
2. Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 280 с.
3. Multi-robot systems, trends and development. Edited by Toshiyuki Yasuda, In Tech, 2011. 586 p.
4. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Крюченков Е. Н., Кучерский Р. В., Диане С. А. Мультиагентные робототехнические системы: примеры и перспективы применения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 2. С. 22–32.
5. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П. Принципы построения и проблемы разработки мультиагентных робототехнических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 3. С. 11–16.
6. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Крюченков Е. Н., Кучерский Р. В., Худак Ю. И. Модели и алгоритмы планирования действий и распределения заданий в мультиагентных робототехнических системах // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 5. С. 44–50.
7. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П. Технологий обработки командной информации и управления поведением в интеллектуальных робототехнических системах // Информационные технологии. Приложение. 2005. № 7.

П. А. Гриценко, студент, С. В. Арановский, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., s.aranovskiy@gmail.com, Санкт-Петербургский НИУ ИТМО

Нахождение оптимальной траектории движения по заданному пути для кинематически избыточного манипулятора¹

Для крана-манипулятора с кинематической избыточностью, применяющегося в лесозаготовительной технике, ставится задача нахождения оптимальной в смысле некоторого критерия траектории движения по заданному пути. На основе частичного решения обратной задачи кинематики предложена параметризация траектории, позволяющая эффективно свести исходную задачу минимизации функционала к задаче минимизации скалярной функции векторного аргумента.

Ключевые слова: планирование движения, оптимизация траектории, кинематическая избыточность

P. A. Gritsenko, S. V. Aranovskiy

Optimal Trajectory Constructing along a Pre Specified Path for a Kinematically Redundant Manipulator

A problem to construct an optimal in a sense of a certain criterion trajectory along a pre specified path is stated for a kinematically redundant crane-manipulator used in a forestry. A parameterization of the trajectory is proposed based on a partial solution of the inverse kinematic problem. This parameterization allows to rewrite the original problem as a minimization of a scalar function.

Keywords: motion planning, trajectory optimization, kinematic redundancy

Введение

Швеция и Финляндия были одними из первых стран, где в 70-е годы прошлого столетия был предложен и реализован совершенно новый метод промышленной механизированной рубки леса. Так называемый "скандинавский метод" состоял в появлении робототехнического оборудования для работы в лесных условиях, разделении рабочего цикла на этапы рубки и транспортировки леса двумя отдельными машинами, каждая из которых была оснащена рукой-манипулятором (краном). Первая машина осуществляет непосредственно рубку деревьев, очистку стволов от веток и распил на бревна заданного размера. Вторая машина идет следом, подбирая бревна с земли, отвозит их к месту складирования для дальнейшей погрузки и транспортировки. Недостатками новой экономической модели стали сложность работы оператора, его длительное (до двух лет) обучение и высокая стоимость машин. К настоящему времени основные компании-разработчики и производители таких машин активно ищут пути автоматизации указанных механизмов и снижения требуемой нагрузки на оператора в процессе работы. Помимо коммерческих и закрытых разработок открытые исследования этой проблемы выполняются параллельно в нескольких ведущих университетах Швеции, Финляндии, Германии и Канады. В основном, данные работы на-

целены на моделирование и управление гидроприводами манипуляторов [1–5].

Не менее актуальным направлением исследований является планирование движений крана. В литературе встречается разночтение терминов, связанных с движением манипулятора, особенно при сравнении русскоязычных и англоязычных источников. В данной статье мы используем следующие термины:

- путь — кривая в пространстве, вдоль которой движется конец манипулятора (эффектор);
- траектория манипулятора — функция, описывающая изменение обобщенных координат манипулятора при движении вдоль некоторого пути. При этом траектория может быть задана как функция времени, что однозначно определяет скорость движения, или же как функция некоторого параметра. В последнем случае может быть задан профиль скорости — описание изменения параметра во времени. Траектория, заданная без профиля скорости, также иногда называется путем в конфигурационном пространстве.

Задача планирования движения манипулятора может быть разделена на две подзадачи, первая из которых — планирование пути схвата крана с учетом среды функционирования, обхода препятствий и решаемых манипулятором задач [6–8]. Вторая подзадача — непосредственно планирование траектории движения по заданному пути [9–12]. Планирование пути при движении в произвольную точку рабочей зоны затруднено высокой неопределенностью среды функционирования и связано с построением систем технического зрения для сложных климатических (всепогодных) условий. Вместе с тем, известно, что в ходе выполнения рутинных операций погрузки-разгрузки манипулятор

¹ Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.0778 "Разработка методов построения и настройки систем управления, а также функциональной автоматизации многозвенных гидравлических кранов на подвижных платформах (ГКПП) для лесозаготовительной промышленности".

выполняет однотипные движения, которые могут быть описаны ограниченным набором заранее известных путей. Тогда для частичной автоматизации работы манипулятора при выполнении рутинных операций требуется решить задачу планирования траекторий движения по заданному набору известных путей.

Похожая задача была рассмотрена в классических работах [11, 12], но только для манипуляторов, не обладающих избыточными степенями свободы и имеющих однозначное решение обратной задачи кинематики. В данной работе мы будем искать траектории для манипулятора с избыточным числом степеней свободы, используя частичное решение обратной задачи кинематики. Отметим, что в связи с избыточностью манипулятора существует множество траекторий, удовлетворяющих заданному пути и различающихся по быстродействию и энергозатратам. Соответственно, актуальной задачей является нахождение оптимальной по некоторому критерию траектории среди множества возможных. В отличие от результатов, изложенных в работах [9, 10], предложенный метод использует замену координат, позволяющую перевести исходную задачу в плоскость, и дает возможность оптимизировать произвольный критерий качества, а не только быстродействие системы.

Постановка задачи

Схематическое изображение манипулятора² приведено на рис. 1.

У манипулятора имеются четыре степени свободы, каждая из которых описывается соответствующей обобщенной координатой:

- поворотный шарнир основания, ассоциированный с обобщенной координатой q_0 ;
- поворотный шарнир для второго звена, ассоциированный с обобщенной координатой q_1 ;
- поворотный шарнир для третьего звена, ассоциированный с обобщенной координатой q_2 ;
- призматический шарнир для четвертого звена, ассоциированный с обобщенной координатой q_3 .

Обозначим $p = (p_x, p_y, p_z)$ координаты схвата манипулятора в декартовом пространстве. Пусть задан желаемый путь движения схвата в пространстве как функция $p^*(\theta)$, где θ — параметр, описывающий движение вдоль пути и изменяющийся от 0 до 1. Соответственно, $p^*(0)$ является начальным положением схвата, а $p^*(1)$ — желаемым конечным. Текущая конфигурация манипулятора однозначно задается вектором обобщенных координат $q = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$, что при известных геометрических размерах манипулятора позволяет по известной конфигурации q однозначно определить координаты конца схвата $p = p(q)$. Отметим, что вектор-функция $p^*(\theta)$ сопоставляет скалярному аргументу θ координаты

² Авторы благодарят департамент прикладной физики и электроники Университета Умео, г. Умео, Швеция, за предоставленное оборудование.

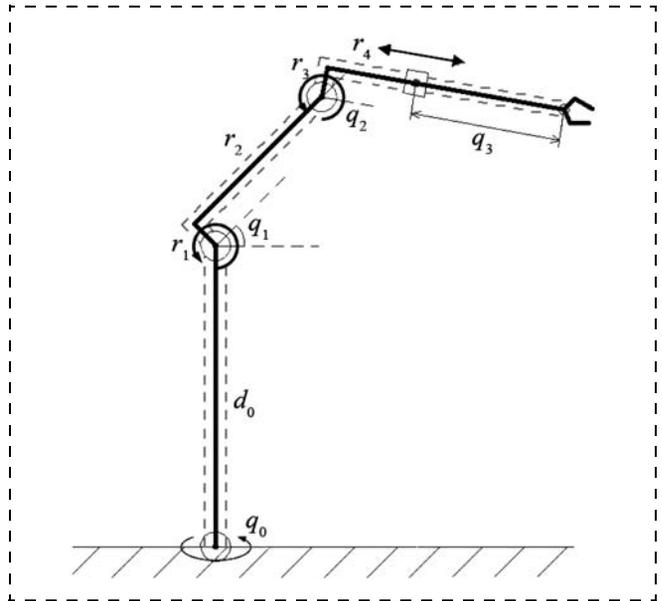


Рис. 1. Схематическое изображение исследуемой конфигурации манипулятора

точки, лежащей на заданном пути, а вектор-функция $p(q)$ сопоставляет вектору обобщенных координат координаты схвата манипулятора. Известна начальная конфигурация q^0 : $p(q^0) = p^*(0)$. Тогда траектория, удовлетворяющая желаемому пути, может быть описана как такая вектор-функция скалярного аргумента $q = q(\theta)$, что

$$p(q(\theta)) = p^*(\theta). \quad (1)$$

Пусть задано некоторое правило вычисления функционала критерия качества траектории при движении по заданному пути:

$$J = J(q(\theta)). \quad (2)$$

Требуется найти такую траекторию $q^*(\theta)$, которая удовлетворяет (1) и при этом доставляет минимум критерию качества:

$$q^*(\theta) = \underset{q(\theta)}{\operatorname{argmin}} J(q(\theta)).$$

Замена координат

Манипулятор является кинематически избыточным, т. е. единственному положению схвата в пространстве может соответствовать множество различных конфигураций манипулятора. Однако схема манипулятора такова, что положение поворотного шарнира основания, ассоциированного с обобщенной координатой q_0 , задает плоскость, в которой движутся остальные три звена манипулятора (будем называть эту плоскость плоскостью движения). Для упрощения задачи при описании положения схвата в пространстве удобно перейти к цилиндрической системе координат (ρ, ϕ, z) , где ρ — расстояние от точки до оси OZ декартовой системы координат; ϕ — угол поворота вокруг оси OZ декартовой системы координат; z — аппликата

(высота) точки. Диффеоморфное преобразование координат задается как

$$\begin{cases} p_x = \rho \cos \phi; \\ p_y = \rho \sin \phi; \\ p_z = z; \end{cases} \begin{cases} \rho = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}; \\ \phi = \arctg(p_y/p_x); \\ z = p_z. \end{cases} \quad (3)$$

При такой замене координат обобщенная координата q_0 непосредственно совпадает с координатой ϕ , а координаты (ρ, z) задают декартову систему координат в плоскости движения. В результате кинематическая избыточность манипулятора изолируется в плоскости движения, что позволяет заменить исходную задачу на задачу планирования траектории для избыточного манипулятора в двумерном пространстве. Покажем справедливость этого утверждения.

Введем следующие обозначения: координаты точки $p_{pl} = (\rho, z)$ задают положение схвата в плоскости движения, вектор обобщенных координат $q_{pl} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ описывает конфигурацию манипулятора в плоскости движения. Заданный путь схвата в пространстве $p^*(\theta)$ с использованием преобразования координат (3) может быть представлен как $p^*(\theta) = (\rho^*(\theta), \phi^*(\theta), z^*(\theta))$. Любая соответствующая ему траектория имеет вид $q(\theta) = [q_0(\theta) \ q_1(\theta) \ q_2(\theta) \ q_3(\theta)]^T = [\phi^*(\theta) \ q_{pl}(\theta)]^T$. Иначе говоря, для заданного пути $p^*(\theta)$ существует единственная соответствующая ему траектория обобщенной координаты $q_0(\theta)$ и множество траекторий $q_{pl}(\theta)$. Учитывая, что путь $p^*(\theta)$ может быть представлен как совокупность $\phi^*(\theta)$ и $p_{pl}^*(\theta) = (\rho^*(\theta), z^*(\theta))$, исходная задача может быть переформулирована как нахождение траектории $q_{pl}^*(\theta)$, соответствующей заданному пути $p_{pl}^*(\theta)$ и минимизирующей целевой критерий.

Нахождение оптимальной траектории

Для решения поставленной задачи требуется предварительно решить прямую и обратную задачи кинематики. Прямая задача кинематики устанавливает связь между обобщенными координатами манипулятора и координатами схвата в пространстве. Эта задача всегда имеет единственное решение, и для его нахождения удобно использовать формализм соглашения Денавита—Хартенберга [13]. Решение прямой задачи представляется в виде

$$p_{pl} = \begin{bmatrix} \rho \\ z \end{bmatrix} = H(q_1, q_2, q_3),$$

где $H(\cdot)$ — известная вектор-функция обобщенных координат.

Более сложным является решение обратной задачи кинематики, для которого требуется по известным координатам схвата восстановить конфигурацию манипулятора, т. е. обобщенные координаты:

$$q_{pl} = F(\rho, z).$$

В общем случае нахождение решения обратной задачи кинематики в явном виде может быть слишком сложным и может заменяться численной аппроксимацией. Более того, для избыточных, а иногда

и для не избыточных манипуляторов решение обратной задачи может быть не единственным, т. е. одно и то же положение схвата в пространстве может быть получено при различных конфигурациях манипулятора.

Так как рассматриваемый в работе манипулятор является избыточным, то решение обратной задачи является не единственным. В этом случае может быть использован следующий прием частичного решения обратной задачи. Зафиксируем одну из обобщенных координат, например, q_3 . Кран-манипулятор, одна обобщенная координата которого зафиксирована, перестает быть избыточным. Тогда обратная задача кинематики записывается как

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = F_3(\rho, z, q_3) = \begin{bmatrix} f_{31}(\rho, z, q_3) \\ f_{32}(\rho, z, q_3) \end{bmatrix} \quad (4)$$

и может быть решена с использованием, например, геометрического подхода. Анализ геометрических соотношений показывает, что для рассматриваемого манипулятора обратная задача может быть решена в явном виде при фиксации координат q_1 или q_3 . При фиксации обобщенной координаты q_2 получающаяся система тригонометрических уравнений имеет не единственное решение.

С использованием частичного решения (4) исходная задача может быть представлена как задача нахождения $q_3^*(\theta)$, так как при заданном пути выбранная траектория $q_3^*(\theta)$ однозначно определяет $q_{pl}^*(\theta)$:

$$q_{pl}^*(\theta) = \begin{bmatrix} q_1^*(\theta) \\ q_2^*(\theta) \\ q_3^*(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{31}(\rho^*(\theta), z^*(\theta), q_3^*(\theta)) \\ f_{32}(\rho^*(\theta), z^*(\theta), q_3^*(\theta)) \\ q_3^*(\theta) \end{bmatrix}.$$

Представим функцию $q_3(\theta)$ как некоторую функцию, параметризованную вектором параметров β : $q_3(\theta) = q_3(\theta, \beta)$. Тогда β также параметризует всю траекторию движения манипулятора $q(\theta) = q(\theta, \beta)$, и значение функционала (2) может быть представлено как функция β :

$$J_\beta(\beta) = J(q(\theta, \beta)). \quad (5)$$

Задача нахождения $q_3^*(\theta) = q_3(\theta, \beta^*)$ сводится к задаче нахождения постоянного вектора параметров $\beta^* = \arg \min_\beta J_\beta(\beta)$. Единственность решения зависит от выбора конкретного вида параметризации функции $q_3(\theta, \beta)$ (степенной полином, тригонометрический полином, кривая Безье и др.), но для решения задачи не требуется единственность β^* , достаточно найти любой вектор параметров β^* из множества векторов, минимизирующих целевой критерий. Таким образом, исходная задача отыскания оптимальной траектории, минимизирующей целевой функционал (2), сводится к задаче отыскания вектора параметров, минимизирующих функцию (5). Данная задача может быть решена, в частности, с привлечением методов численной оптимизации. Повторим основные шаги решения задачи.

1. Записать желаемый путь схвата в цилиндрических координатах $p^*(\theta) = (\rho^*(\theta), \phi^*(\theta), z^*(\theta))$.

2. Выбрать некоторую функцию $q_3(\theta, \beta)$, где $\theta \in [0, 1]$, $q_3(0, \beta) = q_3^0$.

3. На основе частичного решения обратной задачи кинематики (4) записать

$$q_{pl}(\theta, \beta) = \begin{bmatrix} f_{31}(\rho^*(\theta), z^*(\theta), q_3(\theta, \beta)) \\ f_{32}(\rho^*(\theta), z^*(\theta), q_3(\theta, \beta)) \\ q_3(\theta, \beta) \end{bmatrix}.$$

4. Записать траекторию манипулятора как функцию, параметризованную вектором β : $q(\theta, \beta) = [\phi^*(\theta) \ q_{pl}(\theta, \beta)]^T$. Записать $J_\beta(\beta)$ как функцию (5).

5. Найти оптимальное значение $\beta^* = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} J_\beta(\beta)$.
Найти оптимальную траекторию $q^*(\theta) = q(\theta, \beta^*)$.

Пример

Рассмотрим манипулятор, схема которого приведена на рис. 1, со следующими значениями параметров (в метрах): $d_0 = 1$; $r_1 = 0,1$; $r_2 = 0,6$; $r_3 = 0,1$; $r_4 = 0,3$. Решение прямой задачи кинематики имеет вид

$$H(q_1, q_2, q_3) = \begin{bmatrix} (0,3 + q_3)\cos(q_1 + q_2) - 0,6\sin(q_1 + q_2) + 0,608\cos(q_1 + 0,165) \\ -(0,3 + q_3)\sin(q_1 + q_2) + 0,6\cos(q_1 + q_2) + 0,608\sin(q_1 + 0,165) + 1 \end{bmatrix},$$

частичное решение обратной задачи имеет громоздкий вид и здесь не приводится.

Как было указано во введении, при операциях погрузки манипулятор выполняет однотипные движения, одним из которых является обход схватом препятствия (бортов кузова). Для упрощения примера будем считать, что путь задан таким образом, что $q_0^*(\theta) = \phi^*(\theta) = \text{const}$, т. е. поворотный шарнир основания остается неподвижным, и плоскость движения манипулятора зафиксирована. Путь схвата в плоскости представлен параболической кривой $z = -10(\rho - 0,5)^2 + 0,9$, где ρ изменяется от 0,8 до 0,2. Тогда параметрическое описание пути имеет вид

$$\begin{bmatrix} \rho^*(\theta) \\ z^*(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6\theta + 0,8 \\ -10(-0,6\theta + 0,3)^2 + 0,9 \end{bmatrix}, \theta \in [0, 1].$$

В качестве оптимизируемого критерия выберем взвешенную сумму пройденных расстояний для всех степеней свободы. Такой критерий может быть косвенно соотнесен с энергозатратами на выполнение движения — чем больше пройденное расстояние, тем выше затраты энергии на осуществление движения вдоль этой траектории. Весовые коэффициенты позволяют отразить разные затраты

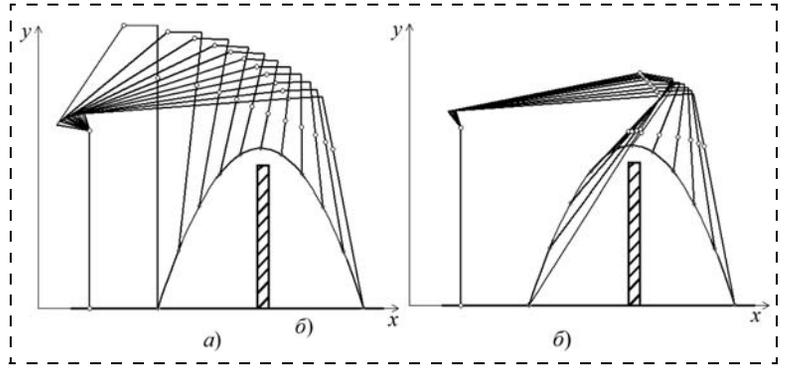


Рис. 2. Траектория движения манипулятора до оптимизации (а) и после (б)

на движение разных звеньев. Для i -й координаты критерий имеет вид

$$J_i = \int_0^1 \left| \frac{dq_i(\theta)}{d\theta} \right| d\theta.$$

Значение критерия может быть найдено аналитически или вычислено приближенно. Разделим $\theta \in [0, 1]$ на N равных отрезков и обозначим значение на границе каждого отрезка θ_j , $j = 0, \dots, N$, где $\theta_0 = 0$, $\theta_N = 1$. Тогда

$$J_i \approx \sum_{j=1}^N |q_i(\theta_j) - q_i(\theta_{j-1})|.$$

Оптимизируемый критерий находится как $J(q(\theta)) = k_1 J_1 + k_2 J_2 + k_3 J_3$, где k_1, k_2, k_3 — весовые коэффициенты. Выберем $[k_1 \ k_2 \ k_3] = [0,2 \ 0,3 \ 0,5]$.

В качестве функции $q_3(\theta)$ выберем полином второго порядка и параметризуем его

$$q_3(\theta, \beta) = \beta_2 \theta^2 + \beta_1 \theta + \beta_0. \quad (6)$$

Пусть начальная конфигурация манипулятора задана как $q_0 = [q_1^0 \ q_2^0 \ q_3^0] = [8,1 \ -92,4 \ 0,9]$. Отсюда

находим $\beta_0 = q_3^0 = 0,9$, и тогда форма как кривой $q_3(\theta, \beta)$, так и всей траектории движения задается двумя параметрами β_1, β_2 . На рис. 2, а изображено движение манипулятора вдоль пути, получаемое при выборе $[\beta_1 \ \beta_2] = [-3,2 \ 3,6]$. Значение критерия, соответствующее полученной траектории, составляет $J = 34,1$.

Для нахождения оптимальной траектории решим задачу минимизации функции $J_\beta(\beta)$. Использование методов численной оптимизации [14, 15] дает значение параметров $\beta_2^* = 3,58$, $\beta_1^* = -3,44$, которым соответствует значение критерия $J_\beta(\beta^*) = 18,45$. На рис. 2, б представлено движение манипулятора, соответствующее найденной траектории.

Заключение

В статье рассмотрена проблема построения оптимальной в смысле некоторого критерия траектории движения по заданному пути крана-манипулятора, применяющегося в лесозаготовительной

технике, который обладает избыточным числом степеней свобод. Показано, что в силу специфики кинематической схемы манипулятора задача планирования траектории может быть перенесена в плоскость. Для решения задачи предложена методика, основанная на параметризации частичного решения обратной задачи кинематики. Это позволяет вместо нахождения траектории (функции), минимизирующей целевой функционал, переформулировать задачу как задачу нахождения вектора параметров, минимизирующей целевую функцию. Методика сформулирована в форме алгоритма, приведен иллюстративный пример.

Список литературы

1. Papadopoulos E., Mu B., Frenette R. On modeling, identification, and control of a heavy-duty electrohydraulic harvester manipulator // *Mechatronics IEEEASME Trans.* 2003. № 2. С. 178–187.
2. Арановский С. В., Фрейдovich Л. Б., Никифорова Л. В., Лосенков А. А. Моделирование и идентификация динамики золотникового гидрораспределителя, часть I. Моделирование // *Изв. вузов. Приборостроение.* 2013. № 4. С. 52–57.
3. Арановский С. В., Фрейдovich Л. Б., Никифорова Л. В., Лосенков А. А. Моделирование и идентификация динамики золотникового гидрораспределителя, часть II. Идентификация // *Изв. вузов. Приборостроение.* 2013. № 4. С. 57–61.
4. Боровин Г. К., Костюк А. В., Сит Д., Ястребов В. В. Моделирование гидравлической системы экзоскелетона // *Математическое моделирование.* 2006. № 10. С. 39–54.

5. La Hera P., Mettin U., Manchester I., Shiriaev A. Identification and control of a hydraulic forestry crane // *Proc. 17th IFAC World Congr.* 2008. С. 6–11.
6. Горитов А., Алфёров С. Сглаживание траектории перемещения рабочего органа робота-манипулятора // *Известия Томского Политехнического Университета.* 2006. № 8. С. 176–179.
7. Щербаков В., Корытов М. Результаты сравнительного анализа алгоритмов планирования траектории движения объекта с учетом его угловых координат в трехмерном пространстве с препятствиями // *Вестник СибАДИ.* 2011. № 19. С. 68–74.
8. Щербаков В., Корытов М. Оптимизация траектории перемещения объекта в пространстве с препятствиями на основе модифицированного направленного волнового алгоритма // *Вестник Саратовского Государственного Технического Университета.* 2012. № 1.
9. Mettin U., La Hera P., Morales Ortiz D., Shiriaev A., Freidovich L. B., Westerberg S. Trajectory planning and time-independent motion control for a kinematically redundant hydraulic manipulator // *Adv. Robot.* 2009. ICAR. 2009. Int. Conf. 2009. С. 1–6.
10. Morales D. O., La Hera P., Mettin U., Freidovich L. B., Shiriaev A., Westerberg S. Steps in trajectory planning and controller design for a hydraulically driven crane with limited sensing // *Intell. Robots Syst. IROS.* 2010. IEEEERSJ Int. Conf. 2010. С. 3836–3841.
11. Bobrow J. E., Dubowsky S., Gibson J. Time-optimal control of robotic manipulators along specified paths // *Int. J. Robot. Res.* 1985. № 3. С. 3–17.
12. Shiller Z., Hsueh-Hen L. Computation of path constrained time optimal motions with dynamic singularities // *J. Dyn. Syst. Meas. Control.* 1992. № 1. С. 34–40.
13. Denavit J. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices // *Trans ASME J. Appl. Mech.* 1955. С. 215–221.
14. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
15. Lagarias J. C., Reeds J. A., Wright M. H., Wright P. E. Convergence properties of the Nelder–Mead simplex method in low dimensions // *SIAM J. Optim.* 1998. № 1. P. 112–147.

УДК 521.1, 681.51.011

Э. К. Лавровский, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.,
 Е. В. Письменная, канд. техн. наук, доц., epismen@yandex.ru,
 НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова

Алгоритмы управления экзоскелетом нижних конечностей в режиме одноопорной ходьбы по ровной и ступенчатой поверхностям¹

Проводится аналитический синтез алгоритмов управления активным экзоскелетом. Алгоритмы обеспечивают движение тазобедренного шарнира и стопы по заданным траекториям, позволяющим двигаться как по ровной, так и по ступенчатой поверхностям. Представлены результаты численного моделирования нелинейных уравнений движения человека, интегрированного с экзоскелетом, исследовано движение по различным поверхностям при влиянии возмущений и неточного знания масс-инерционных характеристик системы.

Ключевые слова: экзоскелетон, мобильные роботы, нелинейное управление, движение по траектории

E. K. Lavrovsky, E. V. Pismennaya

Control Algorithms Exoskeleton of Lower Limb Single Support Phase Mode and Walk on Flat and Stairs Surfaces

In this paper an analytical construct algorithms for controlling the active exoskeleton. Algorithms provide the movement of the hip joint and the foot on the specified paths, allowing both to move on a flat surface, and on the stairs surface. The results of numerical simulation of non-linear equations of motion of a person that is integrated with the exoskeleton, study of the motion on different surfaces under the influence of perturbations and imprecise knowledge of the mass inertia of the system.

Keywords: exoskeleton, mobile robots, nonlinear control, motion along a trajectory

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (государственный контракт № 07.524.11.4012).

Введение

Исследование усилительных систем типа экзоскелетона впервые было инициировано компанией General Electric в конце 1960-х годов в рамках создания полноразмерного экзоскелетона с 30 степенями свободы, называемого "Хардимен" [1]. Хардимен был разработан в целях увеличения способностей солдат по переноске и подъему грузов. Однако проект не был успешным из-за большой массы экзоскелетона и несовершенной системы управления.

В последние десятилетия интерес исследователей к организации двуногой ходьбы постоянно возрастал как в области биомеханики, так и в области робототехники. Научный анализ двуногой ходьбы позволяет лучше понять особенности человеческой походки и ее объективные свойства, а также вносит потенциальный вклад в проектирование и разработку экзоскелетонов — мобильных устройств, помогающих перемещаться человеку. Такие устройства необходимы и для организации движения ног человека, полностью или частично потерявшего способность двигаться самостоятельно в результате травм. Также они необходимы для обеспечения перемещения груза по сложной пространственной траектории.

Наиболее сложной и важной является задача разработки системы управления экзоскелетоном нижних конечностей, который способен обеспечить перемещение по заданной траектории. Экзоскелетоны, как правило, описываются и моделируются как двуногие роботы, управляемые человеком. Двуногий робот, перемещающийся в сагиттальной плоскости, может рассматриваться как плоская кинематическая цепочка, состоящая из двух ног и туловища. Ноги одинаковы и симметричны и соединены с туловищем в бедре. Каждая нога состоит из двух звеньев — верхнего (бедро) и нижнего (голень), соединенных посредством колена. Стопа обычно рассматривается как третье безмассовое звено. Цикл ходьбы состоит из одноопорной и двухопорной фаз. На одноопорной фазе движения, называемой также фазой переноса конечности, только одна стопа находится в контакте с землей. В этом случае математическая модель представляет собой кинематическую цепь с пятью степенями свободы, управляемую по каждому шарниру моментами. Движение робота иллюстрирует рис. 1. В статье рассматривается задача построения системы управления движением человека, интегрированного с экзоскелетоном, причем считается, что управление экзоскелетона реализуется идеальными моментными двигателями.

1. Уравнения движения

Рассмотрим перемещение человека в экзоскелетоне в режиме плоской (в сагиттальной плоскости) ходьбы. На рис. 1 показана схема тела человека и

введены обозначения углов, моментов M в суставах; в стопах ног, в точках (x_{1p}, y_{1p}) и (x_{2p}, y_{2p}) точно приложены силы реакции R . Определяющими координатами динамической системы являются (x, y) -координаты тазобедренного сустава, а также углы звеньев экзоскелетона с вертикалью $(\psi, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$.

Используя метод составления уравнений Лагранжа, нетрудно получить следующую систему [2, 3]:

$$M\ddot{x} + K_r(\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi) + \sum_{i=1}^2 \{K_a(\ddot{\alpha}_i \cos \alpha_i - \dot{\alpha}_i^2 \sin \alpha_i) + K_b(\ddot{\beta}_i \cos \beta_i - \dot{\beta}_i^2 \sin \beta_i)\} = Q_x; \quad (1)$$

$$M\ddot{y} - K_r(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + \sum_{i=1}^2 \{K_a(\ddot{\alpha}_i \sin \alpha_i + \dot{\alpha}_i^2 \cos \alpha_i) + K_b(\ddot{\beta}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 \cos \beta_i)\} = Q_y - Mg; \quad (2)$$

$$J\ddot{\psi} - K_r(\ddot{y} \sin \psi - \ddot{x} \cos \psi) - gK_r \sin \psi = Q_\psi; \quad (3)$$

$$J_a^* \ddot{\alpha}_i + J_{ab} \ddot{\beta}_i \cos(\alpha_i - \beta_i) + K_a(\ddot{x} \cos \alpha_i + \ddot{y} \sin \alpha_i) + J_{ab} \dot{\beta}_i^2 \sin(\alpha_i - \beta_i) + gK_a \sin \alpha_i = Q_{\alpha_i}, \quad i = 1, 2; \quad (4)$$

$$J_b \ddot{\beta}_i + J_{ab} \ddot{\alpha}_i \cos(\alpha_i - \beta_i) + K_b(\ddot{x} \cos \beta_i + \ddot{y} \sin \beta_i) - J_{ab} \dot{\alpha}_i^2 \sin(\alpha_i - \beta_i) + gK_b \sin \beta_i = Q_{\beta_i}, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

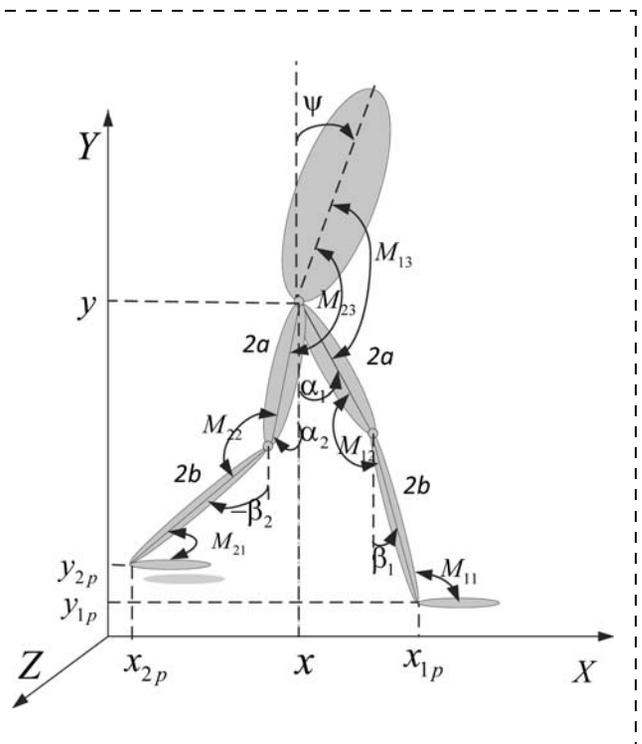


Рис. 1. Схема человека в экзоскелетоне, находящегося в одноопорной фазе

Здесь обозначено

$$\begin{aligned}
 Q_x &= \sum_{i=1}^2 R_{ix}; \\
 Q_y &= \sum_{i=1}^2 R_{iy}; \\
 Q_\psi &= -\sum_{i=1}^2 M_{i3}; \\
 Q_{\alpha_i} &= -M_{i2} - M_{i3} + 2a(R_{ix}\cos\alpha_i + R_{iy}\sin\alpha_i); \\
 Q_{\beta_i} &= M_{i2} + 2b(R_{ix}\cos\beta_i + R_{iy}\sin\beta_i) + M_{i1}; \\
 M &= m_t + 2m_a + 2m_b, \\
 J_a^* &= J_a + 4m_b a^2, \quad K_a = m_a a_* + 2m_b a, \quad K_b = m_b b_*, \\
 J_{ab} &= 2m_b a b_*, \quad K_r = m_r r.
 \end{aligned} \tag{6}$$

где g — ускорение силы тяжести; R_{ix}, R_{iy} — силы реакций опоры; $2a$ и $2b$ — соответственно, длины бедер и голени; m_a, m_b — их массы; m_t — масса корпуса; r — расстояние центра масс корпуса от таза; a_*, b_* — расстояния центров масс бедра и голени от таза и коленей ног, соответственно; J и J_a — моменты инерции, соответственно, корпуса и бедра относительно точки таза; J_b — момент инерции голени относительно колена.

Уравнения (1)–(6) пригодны для описания как одноопорной, так и двухопорной ходьбы. В дальнейшем будет рассматриваться только режим одноопорной ходьбы по ровной горизонтальной либо по ступенчатой поверхности перемещения. При этом под номером один всегда будет пониматься опорная, а под номером два — переносимая нога. Естественно поэтому, что число введенных переменных здесь переопределено, и координаты таза могут быть выражены через углы опорной ноги:

$$\begin{aligned}
 x_{1p} - x &= 2a\sin\alpha_1 + 2b\sin\beta_1; \\
 y - y_{1p} &= 2a\cos\alpha_1 + 2b\cos\beta_1,
 \end{aligned} \tag{7}$$

причем будем считать, что $x_{1p} = y_{1p} = 0$. Дифференцируя соотношения (7), нетрудно получить выражения для первых и вторых производных величин (x, y) через производные и сами значения соответствующих углов.

В случае одноопорной ходьбы выражения (6) примут вид

$$\begin{aligned}
 Q_x &= R_{1x}; \\
 Q_y &= R_{1y}; \\
 Q_\psi &= -\sum_{i=1}^2 M_{i3}; \\
 Q_{\alpha_1} &= -M_{12} - M_{13} + 2a(R_{1x}\cos\alpha_1 + R_{1y}\sin\alpha_1); \\
 Q_{\alpha_2} &= -M_{22} - M_{23}; \\
 Q_{\beta_1} &= M_{12} + 2b(R_{1x}\cos\beta_1 + R_{1y}\sin\beta_1) + M_{11}; \\
 Q_{\beta_2} &= M_{22}; \\
 M_{21} &= 0,
 \end{aligned} \tag{8}$$

а потому динамические уравнения (1)–(5) могут быть переписаны как

$$\begin{aligned}
 M\ddot{x} + K_r\ddot{\psi}\cos\psi + K_a\cos\alpha_1\ddot{\alpha}_1 + K_a\cos\alpha_2\ddot{\alpha}_2 + \\
 + K_b\cos\beta_1\ddot{\beta}_1 + K_b\cos\beta_2\ddot{\beta}_2 = K_r\sin\psi\dot{\psi}^2 + K_a\sin\alpha_1\dot{\alpha}_1^2 + \\
 + K_a\sin\alpha_2\dot{\alpha}_2^2 + K_b\sin\beta_1\dot{\beta}_1^2 + K_b\sin\beta_2\dot{\beta}_2^2 + R_{1x}; \tag{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M\ddot{y} - K_r\ddot{\psi}\sin\psi + K_a\sin\alpha_1\ddot{\alpha}_1 + K_a\sin\alpha_2\ddot{\alpha}_2 + \\
 + K_b\sin\beta_1\ddot{\beta}_1 + K_b\sin\beta_2\ddot{\beta}_2 = \\
 = K_r\cos\psi\dot{\psi}^2 - K_a\cos\alpha_1\dot{\alpha}_1^2 - K_a\cos\alpha_2\dot{\alpha}_2^2 - \\
 - K_b\cos\beta_1\dot{\beta}_1^2 - K_b\cos\beta_2\dot{\beta}_2^2 + R_{1y} - Mg; \tag{10}
 \end{aligned}$$

$$J\ddot{\psi} + K_r\ddot{x}\cos\psi - K_r\ddot{y}\sin\psi = gK_r\sin\psi - M_{13} - M_{23}; \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 J_a^*\ddot{\alpha}_1 + J_{ab}\ddot{\beta}_1\cos(\alpha_1 - \beta_1) + K_a\ddot{x}\cos\alpha_1 + K_a\ddot{y}\sin\alpha_1 = \\
 = -M_{12} - M_{13} + 2a(R_{1x}\cos\alpha_1 + R_{1y}\sin\alpha_1) - \\
 - J_{ab}\dot{\beta}_1^2\sin(\alpha_1 - \beta_1) - gK_a\sin\alpha_1; \tag{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_a^*\ddot{\alpha}_2 + J_{ab}\ddot{\beta}_2\cos(\alpha_2 - \beta_2) + K_a\ddot{x}\cos\alpha_2 + K_a\ddot{y}\sin\alpha_2 = \\
 = -M_{22} - M_{23} - J_{ab}\dot{\beta}_2^2\sin(\alpha_2 - \beta_2) - gK_a\sin\alpha_2; \tag{13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_b\ddot{\beta}_1 + J_{ab}\ddot{\alpha}_1\cos(\alpha_1 - \beta_1) + K_b(\ddot{x}\cos\beta_1 + \ddot{y}\sin\beta_1) = \\
 = J_{ab}\dot{\alpha}_1^2\sin(\alpha_1 - \beta_1) - gK_b\sin\beta_1 + M_{12} + \\
 + 2b(R_{1x}\cos\beta_1 + R_{1y}\sin\beta_1) + M_{11}; \tag{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_b\ddot{\beta}_2 + J_{ab}\cos(\alpha_2 - \beta_2)\ddot{\alpha}_2 + K_b(\cos\beta_2\ddot{x} + \sin\beta_2\ddot{y}) = \\
 = J_{ab}\sin(\alpha_2 - \beta_2)\dot{\alpha}_2^2 - gK_b\sin\beta_2 + M_{22}. \tag{15}
 \end{aligned}$$

Последовательно разрешая эту систему, выразим из нее управляющие моменты в виде функций от заданной кинематики движения. Имеем следующие рекуррентные формулы:

$$\begin{aligned}
 M_{22} = -\sin(\alpha_2 - \beta_2)J_{ab}\dot{\alpha}_2^2 + K_b(g\sin\beta_2 + \cos\beta_2\ddot{x} + \\
 + \sin\beta_2\ddot{y}) + \cos(\alpha_2 - \beta_2)J_{ab}\ddot{\alpha}_2 + J_b\ddot{\beta}_2; \tag{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{23} = -[J_a^*\ddot{\alpha}_2 + J_{ab}\ddot{\beta}_2\cos(\alpha_2 - \beta_2) + K_a\ddot{x}\cos\alpha_2 + \\
 + K_a\ddot{y}\sin\alpha_2 + J_{ab}\dot{\beta}_2^2\sin(\alpha_2 - \beta_2) + gK_a\sin\alpha_2] - M_{22}; \tag{17}
 \end{aligned}$$

$$M_{13} = gK_r\sin\psi - M_{23} + K_r\ddot{y}\sin\psi - K_r\ddot{x}\cos\psi - J\ddot{\psi}; \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 M_{12} = -M_{13} + 2a(R_{1x}\cos\alpha_1 + R_{1y}\sin\alpha_1) - \\
 - J_{ab}\dot{\beta}_1^2\sin(\alpha_1 - \beta_1) - gK_a\sin\alpha_1 - K_a\ddot{y}\sin\alpha_1 - \\
 - K_a\ddot{x}\cos\alpha_1 - J_{ab}\ddot{\beta}_1\cos(\alpha_1 - \beta_1) - J_a^*\ddot{\alpha}_1; \tag{19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{11} = J_b\ddot{\beta}_1 + J_{ab}\ddot{\alpha}_1\cos(\alpha_1 - \beta_1) + K_b(\ddot{x}\cos\beta_1 + \\
 + \ddot{y}\sin\beta_1) - J_{ab}\dot{\alpha}_1^2\sin(\alpha_1 - \beta_1) + gK_b\sin\beta_1 - \\
 - M_{12} - 2b(R_{1x}\cos\beta_1 + R_{1y}\sin\beta_1). \tag{20}
 \end{aligned}$$

Соотношения (16)—(20) наряду с (9) и (10) в дальнейшем будут использованы для построения управляющих воздействий в алгоритме, учитывающем измерения реакций опоры R_{1x} , R_{1y} . Поскольку в дальнейшем будет рассматриваться движение в одноопорной фазе, то в уравнениях (16)—(20) учтено, что $R_{2x} = R_{2y} = 0$, $M_{21} = 0$.

2. Построение желаемых траекторий движения в одноопорной фазе

2.1. Построение желаемой траектории движения в случае горизонтальной поверхности перемещения

Рассмотрим желаемое движение тазобедренного сустава по заданной траектории, отвечающей так называемому типу комфортабельной ходьбы [2, 4] на интервале одного шага и при движении по ровной горизонтальной поверхности:

$$\begin{aligned} x^* &= Vt - L/2, \quad VT = L, \quad T - \text{период шага;} \\ y^* &= h, \quad V = \text{const}, \quad h = \text{const.} \end{aligned} \quad (21)$$

Желаемые углы в опорной ноге могут быть вычислены по следующим формулам [2, 5, 6]:

$$\alpha_1^* = -\arctg \frac{x^* - x_{1p}}{y^* - y_{1p}} + \arctg \sqrt{\left(\frac{4ad}{4(b^2 - a^2) - d^2}\right)^2 - 1}; \quad (22)$$

$$\beta_1^* = -\arctg \frac{x^* - x_{1p}}{y^* - y_{1p}} - \arctg \sqrt{\left(\frac{4bd}{4(a^2 - b^2) - d^2}\right)^2 - 1}; \quad (23)$$

где

$$d = \sqrt{(x^* - x_{1p})^2 + (y^* - y_{1p})^2}. \quad (24)$$

Выражения для угловых скоростей желаемого движения записываются в виде

$$\dot{\alpha}_1^* = \frac{\dot{x}^* \sin \beta_1^* - \dot{y}^* \cos \beta_1^*}{2a \sin(\alpha_1^* - \beta_1^*)}; \quad (25)$$

$$\dot{\beta}_1^* = \frac{\dot{x}^* \sin \alpha_1^* - \dot{y}^* \cos \alpha_1^*}{2b \sin(\beta_1^* - \alpha_1^*)}. \quad (26)$$

Дифференцируя их, можно получить и формулы для вторых производных соответствующих углов.

Движение переносимой ноги зададим в абсолютных осях соотношениями [6]

$$\begin{aligned} x_{2p}^* &= -L \cos(\Omega t); \\ y_{2p}^* &= \delta^2 \sin^2(\Omega t), \end{aligned} \quad (27)$$

где $\Omega = \frac{\pi}{T}$, а δ — некоторая постоянная, задающая высоту переноса ноги. Из структуры формулы (27) вытекает, что в течение единичного шага, в то время как таз перемещается на расстояние L , голеностопный сустав переносимой ноги, которому отвечает точка (x_{2p}^*, y_{2p}^*) , перемещается на $2L$. Заметим, что

в моменты времени $t = 0$ и $t = T$ скорость перемещения ноги равна нулю, что позволяет считать такую походку безударной. Воспользовавшись аналогичным образом соотношениями (22)—(26), нетрудно получить соответствующие выражения для углов α_2 , β_2 и их производных.

Полагая походку симметричной, угол наклона корпуса определим формулой [2]

$$\begin{aligned} \psi^*(t) &= -\frac{ML}{2K_r} \left[\text{ch}(\omega t) - \frac{1 + \text{ch}(\omega T)}{\text{sh}(\omega T)} \text{sh}(\omega t) \right] - \frac{Mx^*}{K_r}; \\ \sigma &= \frac{L}{2}; \quad \omega^2 = \frac{K_r g}{J + K_r h}. \end{aligned} \quad (28)$$

Выражение (28) было получено при исследовании линеаризованной задачи ходьбы [2]; оно будет использовано нами, поскольку находится в хорошем качественном соответствии с результатами физиологических исследований процесса регулярной ходьбы человека. При дифференцировании (28) легко получить необходимые в дальнейшем выражения для производных угла ψ^* .

2.2. Построение желаемой траектории движения в случае ступенчатой поверхности перемещения

Рассмотрим регулярную ступенчатую поверхность перемещения в сагиттальной плоскости (рис. 2).

Обозначим s высоту ступенек. Предложенная ранее модель желаемого движения здесь, естественно, не пригодна. Будем считать, что в начале одноопорной фазы движения точка таза имеет координаты $(x = -L/2, y = s + h)$, и она должна переместиться в конце шага в положение $(x = L/2, y = 2s + h)$. Голеностоп опорной ноги при этом находится постоянно в точке $(x_{1p} = 0, y_{1p} = s)$, отвечающей середине соответствующей ступеньки. Из

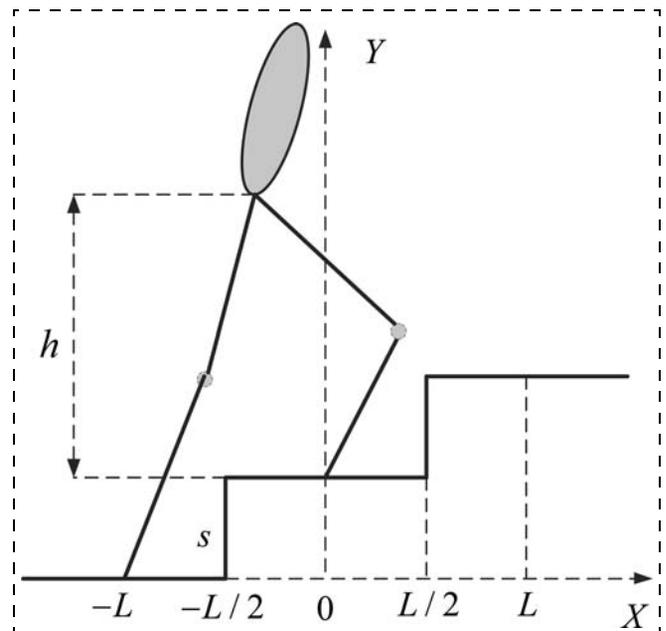


Рис. 2. Схема подъема по лестнице

сказанного вытекает, что естественным законом перемещения таза, аналогично (21), является

$$x^* = Vt - \frac{L}{2}, y^* = s + h + \frac{s}{T}t. \quad (29)$$

Более сложным изменениям необходимо подвергнуть соотношение (27), описывающее перемещение переносной ноги, так как ее траекторию движения следует подчинить условию переноса голени второй ноги над обеими ступеньками (будем считать, что при этом и вся стопа этой ноги приподнята и тоже не задевает ступеньки). Вместо прежней траектории движения (27) рассмотрим другую траекторию, переходящую в (27) при $s = 0$:

$$\begin{aligned} x_{2p}^* &= -L \cos(\Omega t); \\ y_{2p}^* &= \delta^2 \sin^2(\Omega t) + f(x_{2p}^*); \\ f(x) &= B(x+L)^2 + \frac{1}{L}(s - 2BL^2)(x+L); \quad (30) \\ B &= -\frac{2s}{3L^2}. \end{aligned}$$

Исследуем подробнее функцию $f(x)$. Прежде всего, заметим, что

$$f(-L) = 0; f\left(-\frac{L}{2}\right) = \frac{L}{2} \left[B \frac{L}{2} + \frac{s}{L} - 2BL \right] = \frac{L}{2} \cdot \frac{2s}{L} = s;$$

$$f\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{3L}{2} \left[B \frac{3L}{2} + \frac{s}{L} - 2BL \right] = \frac{3L}{2} \cdot \frac{4s}{3L} = 2s;$$

$$f(L) = 2L \left[2BL + \frac{s}{L} - 2BL \right] = 2s.$$

Поскольку $x_{2p}^*(t=0) = -L$, $x_{2p}^*(t=T) = L$, то даже при $\delta = 0$ переносная нога находится в начале и конце шага в серединах соответствующих ступенек и не задевает (а только касается) угловых точек ступенек при их смене. Так как к тому же производная функции \dot{x}_{2p}^* по времени равна нулю в начале и конце шага, то тем же свойством равенства нулю обладает и функция y_{2p}^* . Иными словами, при такой траектории переноса ноги походку можно считать безударной. Остается показать, что переносная нога не может задевать ступенек и в другие моменты времени. С этой целью рассмотрим производную функции f по x . Имеем

$$f'_x = 2B(x+L) + \frac{1}{L}[s - 2BL^2],$$

т.е. функция f достигает локального максимума при $x = \frac{3}{4}L$. График этой функции приведен на рис. 3.

Из его рассмотрения вытекает, что траектория переноса при $\delta = 0$ касается ступенек лестницы только в ее угловых точках. При $\delta \neq 0$ перенос ноги осуществляется выше ступенек. До сих пор рассматривалась задача подъема по лестнице вверх, задача спуска может быть рассмотрена аналогично. Заметим, что при некоторой модификации формулы (29)

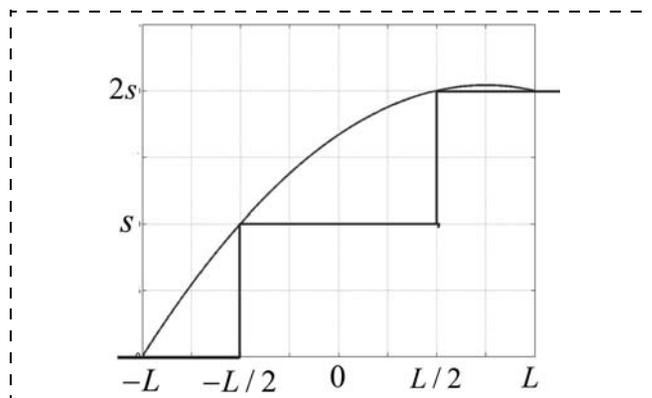


Рис. 3. Траектория голеностопного сустава переносимой ноги при движении вверх по лестнице

возможно рассмотрение аналогичным образом и задачи движения по произвольной ступенчатой поверхности с чередованием подъемов вверх и вниз.

3. Построение закона управления

Построим управление, которое обеспечит движение опорной ноги по заданным траекториям бедра и стопы, которые определяются выражениями вида (21) и (27) или (21) и (30). Для этого найдем желаемые ускорения углов в шарнирах экзоскелетона.

Пусть $\varepsilon(t)$ — ошибка между текущими значениями углов и желаемыми для опорной и переносной ноги — удовлетворяет следующим условиям при $\lambda_{ij} < 0$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1\alpha}(t) &= \alpha_1(t) - \alpha_1^*(t) = C_{11}e^{\lambda_{11}t} + C_{12}e^{\lambda_{12}t}; \\ \varepsilon_{1\beta}(t) &= \beta_1(t) - \beta_1^*(t) = C_{21}e^{\lambda_{21}t} + C_{22}e^{\lambda_{22}t}; \\ \varepsilon_{2\alpha}(t) &= \alpha_2(t) - \alpha_2^*(t) = C_{31}e^{\lambda_{31}t} + C_{32}e^{\lambda_{32}t}; \quad (31) \\ \varepsilon_{2\beta}(t) &= \beta_2(t) - \beta_2^*(t) = C_{41}e^{\lambda_{41}t} + C_{42}e^{\lambda_{42}t}; \\ \varepsilon_{\psi}(t) &= \psi(t) - \psi^*(t) = C_{51}e^{\lambda_{51}t} + C_{52}e^{\lambda_{52}t}. \end{aligned}$$

Этим условиям соответствуют дифференциальные уравнения ($\lambda_{ij} = \lambda_j$, $i = 1, \dots, 5$; $j = 1, 2$)

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}_{1\alpha}(t) &= \ddot{\alpha}_1(t) - \ddot{\alpha}_1^*(t) = \\ &= (\lambda_1 + \lambda_2)(\dot{\alpha}_1(t) - \dot{\alpha}_1^*(t)) - \lambda_1\lambda_2(\alpha_1(t) - \alpha_1^*(t)); \\ \ddot{\varepsilon}_{1\beta}(t) &= \ddot{\beta}_1(t) - \ddot{\beta}_1^*(t) = \\ &= (\lambda_1 + \lambda_2)(\dot{\beta}_1(t) - \dot{\beta}_1^*(t)) - \lambda_1\lambda_2(\beta_1(t) - \beta_1^*(t)); \\ \ddot{\varepsilon}_{2\alpha}(t) &= \ddot{\alpha}_2(t) - \ddot{\alpha}_2^*(t) = \quad (32) \\ &= (\lambda_1 + \lambda_2)(\dot{\alpha}_2(t) - \dot{\alpha}_2^*(t)) - \lambda_1\lambda_2(\alpha_2(t) - \alpha_2^*(t)); \\ \ddot{\varepsilon}_{2\beta}(t) &= \ddot{\beta}_2(t) - \ddot{\beta}_2^*(t) = \\ &= (\lambda_1 + \lambda_2)(\dot{\beta}_2(t) - \dot{\beta}_2^*(t)) - \lambda_1\lambda_2(\beta_2(t) - \beta_2^*(t)); \\ \ddot{\varepsilon}_{\psi}(t) &= \ddot{\psi}(t) - \ddot{\psi}^*(t) = \\ &= (\lambda_1 + \lambda_2)(\dot{\psi}(t) - \dot{\psi}^*(t)) - \lambda_1\lambda_2(\psi(t) - \psi^*(t)). \end{aligned}$$

Требуется найти такие управляющие экзоскелетом воздействия M_{ij} , чтобы поведение углов ψ , α_1 , β_1 , α_2 , β_2 подчинялось условиям (32). Выражая вторые производные этих углов из формул (32) и подставляя их в соотношения (16)—(20), найдем управляющие моменты. Информацией, необходимой для получения управляющих моментов, являются значения углов, угловых скоростей и реакций опоры, которые измеряются соответствующими датчиками экзоскелетона. Синтезированные алгоритмы представляют собой аналитические выражения, учитывающие динамические параметры человека и экзоскелетона. Они также обеспечивают устойчивое движение бедра и стопы по их желаемым траекториям.

4. Результаты численного моделирования

В качестве модели тела человека рассмотрена следующая среднестатистическая [7] модель: рост 1,747 м, масса 73,4 кг; длины бедер, голени и корпуса, соответственно, равны 0,514; 0,402 и 0,741 м; их массы, соответственно, 9; 2,9 и 47,6 кг (масса стоп — каждая по 1 кг, высота голеностопного сустава над поверхностью 9 см); $a_* = 0,245$ и $b_* = 0,161$ м. Масса человека считалась равномерно распределенной по корпусу, исходя из этого подсчитывались величины K_r и J . Значения других моментов инерции: центральный момент инерции бедра $0,1662 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, центральный момент инерции голени $0,0357 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Масса экзоскелетона была принята равной 15 кг: 5 кг — масса корпуса, по 2,5 кг — массы каждого из бедер и голени, причем масса всюду распределена равномерно. Считалось дополнительно, что на корпусе экзоскелетона на высоте 45 см от таза закреплен груз массой 100 кг. Уравнения (1)—(6) описывают поведение механизма экзоскелетона, связанного с телом человека. При исследовании использовали следующие параметры математической модели: $\delta^2 = 0,02 \text{ м}$, $\lambda_1 = -7 \text{ с}^{-1}$, $\lambda_2 = -5 \text{ с}^{-1}$.

На рис. 4—8 показано поведение углов в шарнирах, угловые скорости, требуемые управляющие моменты, реакции опоры и траектория переносимой ноги в случае комфортабельного движения экзоскелетона с человеком по горизонтальной поверхности с кинематическими параметрами: $L = 0,5 \text{ м}$,

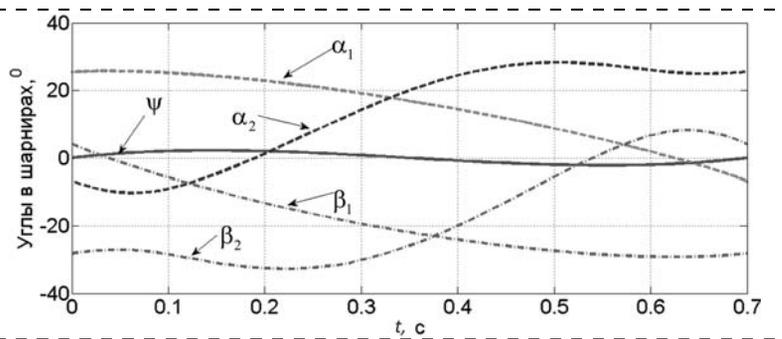


Рис. 4. Графики изменения во времени углов звеньев в шарнирах экзоскелетона

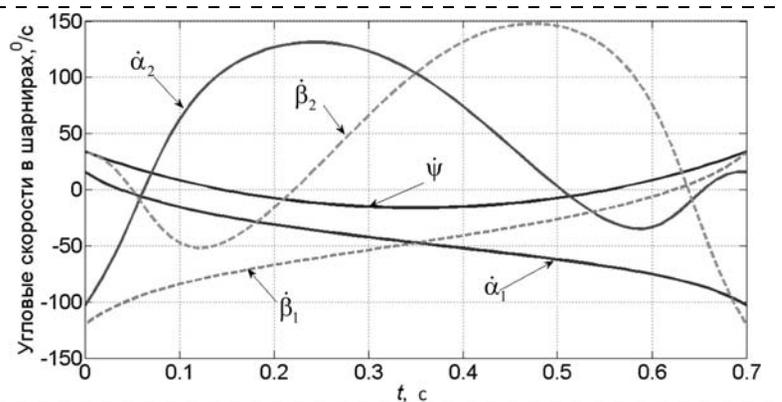


Рис. 5. Графики изменения во времени угловых скоростей звеньев экзоскелетона

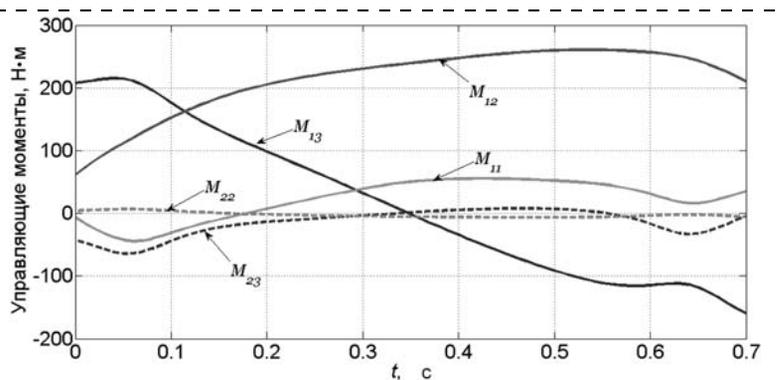


Рис. 6. Графики управляющих моментов в шарнирах экзоскелетона при выполнении переноса ноги в одноопорной фазе движения

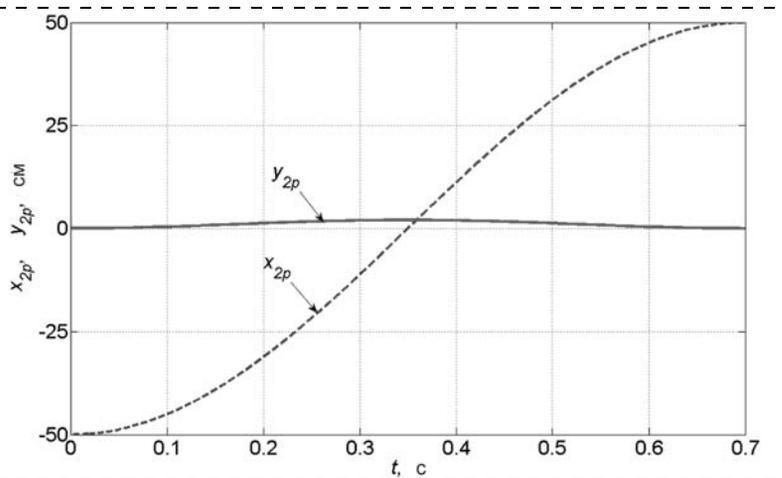


Рис. 7. Графики абсолютных координат голеностопа переносимой ноги в одноопорной фазе

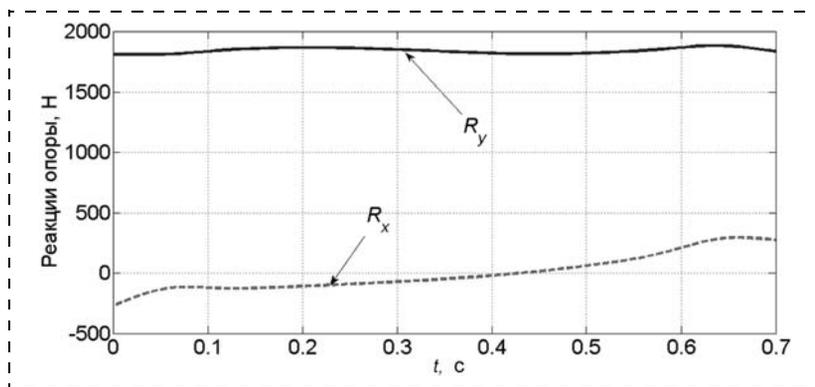


Рис. 8. Графики сил реакций опорной ноги по продольной и вертикальной осям

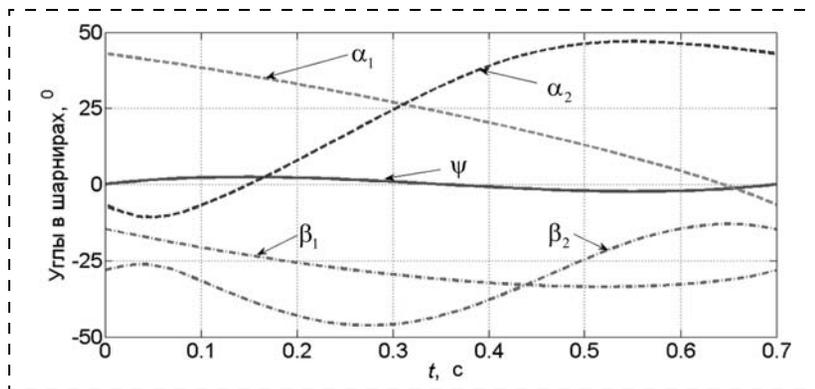


Рис. 9. Графики углов звеньев экзоскелета, возникающие при подъеме по лестнице

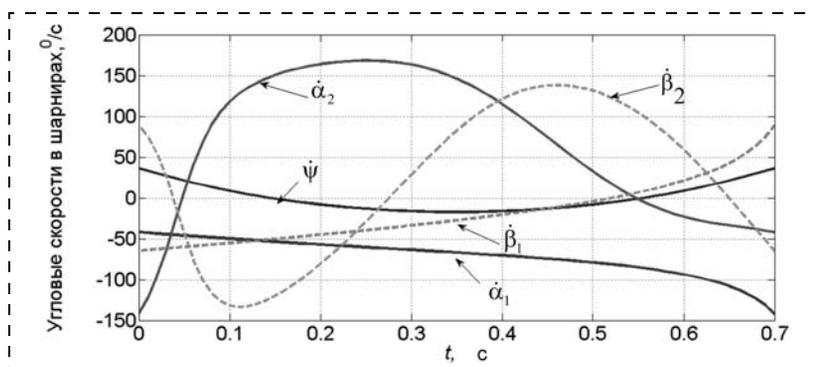


Рис. 10. Графики угловых скоростей звеньев экзоскелета при подъеме по лестнице

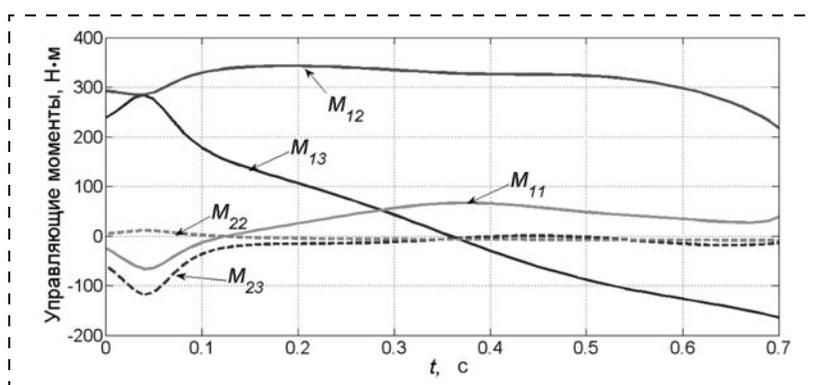


Рис. 11. Управляющие моменты, которые необходимо развить в шарнирах экзоскелета при подъеме по лестнице

$T = 0,7$ с, $h = 0,865$ м. Желаемые значения всех этих величин и их реальные значения в случае отсутствия ошибок измерений практически неотличимы.

Из приведенных графиков видно, что наибольшие по амплитуде изменения углов и угловых скоростей, что естественно, отвечают переносимой ноге, а наибольшие значения управляющих моментов отвечают опорной ноге.

Исследовали также влияние на динамику механизма ошибок датчиков. Анализ полученных результатов показал, что если датчики абсолютно точны, то ошибка реализации конечных значений по углам (ψ , α_1 , α_2 , β_1 , β_2) не превышает 10^{-9} рад, а по угловым скоростям — 10^{-5} с $^{-1}$, что может быть отнесено на счет погрешности вычислений. Соответственно, столь же незначительны и ошибки по положению и линейным скоростям таза и переносной ноги. Весьма мало влияет на точность и пятипроцентная случайная ошибка в задании масс-инерциальных параметров системы. Если максимальная случайная ошибка датчиков углов составляет $0,3^\circ$, а угловых скоростей $0,3^\circ/\text{с}$, то при шаге интегрирования системы (1)–(6) $0,01$ с ошибка реализации в конце шагового цикла по углам не превышает $0,02$ рад, а угловых скоростей — $0,04$ с $^{-1}$. Если на эти ошибки накладывается еще и максимальная десятипроцентная случайная ошибка определения реакций опоры, то результат существенно хуже: по углам он возрастает примерно в два раза, а по угловым скоростям — в три раза. Наиболее чувствителен алгоритм к запаздыванию в канале управления: если в течение шага интегрирования управляющие моменты постоянны, а их значения берутся с начала предыдущего шага, то ошибки в конце по некоторым углам возрастают до $0,1$ рад, а по угловым скоростям — до $0,6$ с $^{-1}$. В результате конечное положение таза обрабатывается с точностью от 1 до 2,5 см и с ошибкой до 1 см — положение переносимой ноги. Однако увеличение настроечных параметров алгоритма λ в два раза способно уменьшить указанные ошибки примерно в 1,5 раза и т.д.

Моделирование работы алгоритма при движении по ступенчатым поверхностям, прежде всего, было проведено с учетом реальной высоты голено-

стопного сустава над поверхностью перемещения. В связи с этим ступеньки были "приподняты"; высота ступенек принималась равной $s = 10$ см, константа $h = 76,5$ см. Исследование показало, что характер поверхности, по которой перемещается механизм, слабо влияет на точностные характеристики движения. Иными словами, синтезированный алгоритм позволяет перемещаться как по ровной, так и по регулярной ступенчатой поверхностям. На рис. 9—13 показано поведение углов в шарнирах, угловые скорости, требуемые значения управляющих моментов, реакций опоры и траектория переносимой ноги в случае комфортабельного движения экзоскелета с человеком по ступенчатой поверхности с кинематическими параметрами: $L = 0,5$ м, $T = 0,7$ с, $h = 0,865$ м и высотой ступенек $s = 0,1$ м.

Синтезированный алгоритм управления позволяет строить устойчивое движение в сагиттальной плоскости человека, интегрированного с экзоскелетом, по любой регулярной, математически заданной поверхности перемещения.

Список литературы

1. Moshier R. Handyman to Hardiman // SAE Automotive Engineering Congress. Detroit: Mich, 1967. URL: <http://davidszondy.com/future/robot/hardiman.htm>
2. Белецкий В. В. Двуногая ходьба. М.: Наука, 1984. 286 с.
3. Белецкий В. В. Плоские линейные модели двуногого шага. Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша АН СССР. 1973. № 95.
4. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы // МТГ. 1975. № 3. С. 1—14.

5. Белецкий В. В., Чудинов П. С. Нелинейные модели двуногой ходьбы. Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша АН СССР. 1975. № 19.
6. Белецкий В. В., Чудинов П. С. Параметрическая оптимизация в задаче двуногой ходьбы // МТГ. 1977. № 1. С. 25—35.
7. Лавровский Э. К., Воронов А. В. Определение масс-инерциальных характеристик ноги человека // Физиология человека. 1998. № 2. С. 91—101.

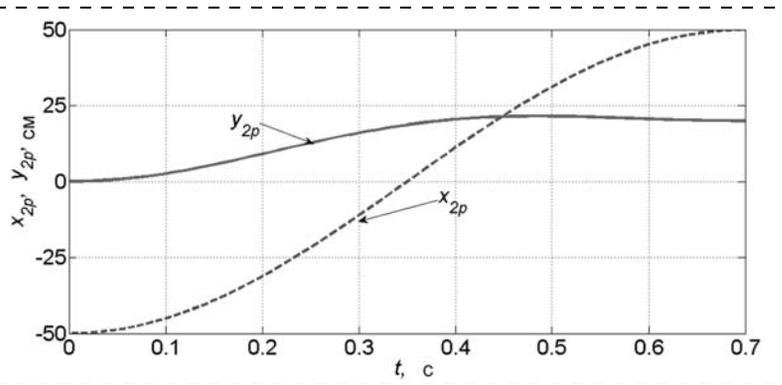


Рис. 12. Графики абсолютных координат голенистопа переносимой ноги при подъеме по лестнице

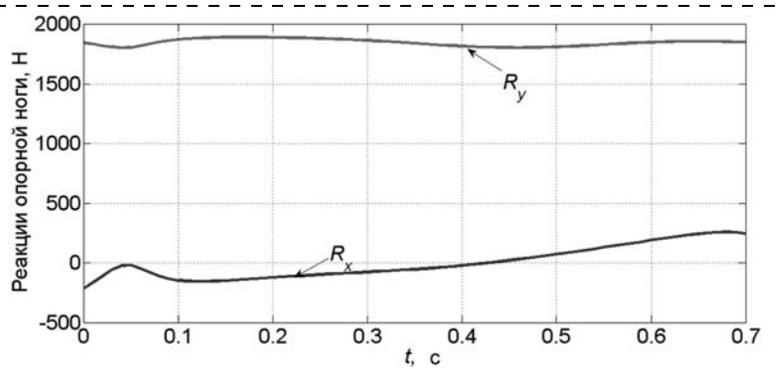


Рис. 13. Силы реакции, возникающие в опорной ноге при подъеме по лестнице

ИНФОРМАЦИЯ

25 ноября 2014 г. в ГК "ИЗМАЙЛОВО" (г. Москва) состоится

Пятая Межотраслевая конференция "АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА—2014"

Конференция посвящена демонстрации новейших разработок для автоматизации предприятий энергетики, металлургии, машиностроения, химической, нефтегазовой и цементной промышленности, современных IT-технологий, ERP, MES-систем, контрольно-измерительной техники, систем мониторинга.

Тематика конференции:

- Актуальные задачи автоматизации в промышленности
- Современные информационные технологии для повышения уровня эффективности, экономичности и промышленной безопасности предприятий
- Информационно-управляющие системы промышленной автоматизации (АСУТП, АСОДУ, ERP, MES-системы и др.)
- Автоматизация электроснабжения промышленных предприятий
- Системы энергоменеджмента
- Практический опыт внедрения информационных систем на предприятиях машиностроения, энергетики, металлургии, нефтегазовой, оборонной и других отраслей промышленности.
- Технологии и технические средства систем производственного контроля и мониторинга
- Последние достижения в области контрольно-измерительной техники
- Новейшие типы газоанализаторов, расходомеров, спектрометров, уровнемеров, средств мониторинга, контроля и учета, различные типы датчиков
- Автоматизация измерений и испытаний
- Программные средства поддержки проектирования
- Системы управления нормативно-справочной информацией

По всем вопросам обращаться в оргкомитет ООО "ИНТЕХЭКО":

Андроников Игорь Николаевич
тел.: +7 (499) 166-6420, +7(916) 117-0275 факс: +7 (495) 737-7079
admin@intecheco.ru, www.intecheco.ru

ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.
БАРАНОВ Л. А.
БЕЛОКОНОВ И. В.
БУКОВ В. Н.
ВАСИЛЬЕВ В. И.
ГОДУНОВ В. А.
ГУРЕВИЧ О. С.
ГУРСКИЙ Б. Г.
ЕФИМОВ В. В.
ЗАЙЦЕВ А. В.
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.
НЕСТЕРОВ В. А.
ОХТИЛЕВ М. Ю.
ПАНКРАТОВ В. М.
РАСПОПОВ В. Я.
САБО Ю. И.
СТЕПАНОВ О. А.
СОЛДАТКИН В. М.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ХИМЕНКО В. И.
ЧЕБУРАХИН И. Ф.
ШИРЯЕВ В. И.
ШКОЛИН В. П.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

Левский М. В.

Использование универсальных переменных в задачах оптимального управления ориентацией космических аппаратов . . . 53

Кабанов Д. С.

Синтез алгоритма оптимального программно-позиционного управления многорежимным автоматическим подводным аппаратом 60

Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Голиков А. В.

Активное управление температурными полями бесплатформенной инерциальной навигационной системы с волоконно-оптическими датчиками 67

М. В. Левский, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., niiks@khrunichev.com,
Научно-исследовательский институт космических систем имени А. А. Максимова —
филиал ГКНПЦ им. М. В. Хруничева

Использование универсальных переменных в задачах оптимального управления ориентацией космических аппаратов

Формулируется общий подход к решению задач оптимального управления ориентацией космических аппаратов (КА) на основе принципа максимума. Демонстрируется, что в случаях, когда критерий оптимальности (минимизируемый функционал) не содержит в явном виде позиционных координат, окончательное решение (в том числе и расчетные зависимости для оптимальных управляющих функций) и оптимальное движение КА не зависят от вида кинематических уравнений и от типа параметров, описывающих угловое положение КА в пространстве. Сопряженная система уравнений, соответствующая кинематике вращения КА, приводится к каноническому виду. Определены такие унифицированные характеристики (аналоги сопряженных переменных), которые позволяют записать необходимые условия оптимальности безотносительно способа описания кинематики вращения КА. Дается сравнительный пример построения оптимального управления для разных вариантов выбора системы кинематических параметров (направляющие косинусы, кватернионы и пр.).

Ключевые слова: космический аппарат, ориентация, кинематические параметры движения, принцип максимума, управление, оптимальность

M. V. Levskii

The Use of Universal Variables in Problems of Optimal Control Concerning Spacecrafts Orientation

The general method for solution of optimal control problems of spacecraft reorientation based on Pontryagin's maximum principle are formulated. It is demonstrated, that in cases when the criterion of an optimality (the minimised functional) does not explicitly contain position coordinates, the resulted solution (including the calculated dependences for optimal controlling functions) and optimal motion of a spacecraft not depend from a form of kinematic equations and from type of the parameters describing spacecraft's angular position. The conjugate system of the equations corresponding to kinematics of spacecraft rotation is reduced to canonical form. Such universal functions (as analogues of the conjugate variables) which allow us to write down necessary conditions of an optimality independently from the way of description of kinematics of spacecraft rotation are defined. Comparative example of the designing of optimal control for different variants of a choice of the kinematic parameters system (the directing cosines, quaternions and so forth) is given.

Keywords: spacecraft, attitude, kinematic parameters of motion, maximum principle, a control, an optimality

В статье рассматриваются задачи оптимального управления ориентацией космического аппарата (КА), в которых при оценке качества управляемых вращений не участвуют угловые координаты. Под управлением пространственной ориентацией понимается приведение связанных с корпусом КА осей $OXYZ$ из одного известного углового положения в другое известное угловое положение [1]. При этом угловая ориентация правой прямоугольной системы координат $OXYZ$ (равно как ее начальное $OX_{st}Y_{st}Z_{st}$ и конечное $OX_fY_fZ_f$ положения) определяется относительно выбранного опорного базиса I . Для конкретности возьмем широко распространенный случай, когда опорной является инерциальная система координат $OX_{in}Y_{in}Z_{in}$ (ИСК). Ниже показана возможность решения большинства задач оптимального управления пространственной ориентацией КА с помощью единого методического аппарата, основанного на принципе максимума Понтрягина, независимо от выбора кинематических параметров, задающих угловое положение КА относительно инерциальной системы координат (опорного базиса). Доказано, что фундаментальные свойства оптимального движения определяются линейной одно-

родной системой обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

Уравнения движения и общая постановка задачи.

Считается, что управление угловым положением КА осуществляется за счет создания крутящих моментов относительно главных центральных осей инерции КА. Уравнения углового движения КА для такого типа управления имеют вид [1, 2]

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 + (J_3 - J_2)\omega_2\omega_3 &= M_1, \\ J_2 \dot{\omega}_2 + (J_1 - J_3)\omega_1\omega_3 &= M_2, \\ J_3 \dot{\omega}_3 + (J_2 - J_1)\omega_1\omega_2 &= M_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где J_i — главные центральные моменты инерции КА; M_i — проекции главного момента внешних сил на главные центральные оси инерции КА; ω_i — проекции вектора ω абсолютной угловой скорости на оси связанного базиса E , образованного главными центральными осями инерции КА ($i = \overline{1, 3}$).

Для описания пространственного движения КА вокруг центра масс могут привлекаться различные системы параметров — углы Эйлера (или Крылова), направляющие косинусы, кватернион (параметры

Родрига—Гамильтона) и др. Наиболее удобными для решения задач управления ориентацией являются кватернионы или направляющие косинусы, так как в обоих случаях кинематические уравнения имеют линейную форму. Изучение начнем с кватернионов [3] (для них система кинематических уравнений движения имеет минимальную размерность — четыре, а не девять). Движение связанного базиса \mathbf{E} относительно опорного базиса \mathbf{I} зададим нормированным кватернионом Λ [3]. Для определенности базис \mathbf{I} считаем инерциальным. В этом случае справедливы следующие кинематические уравнения:

$$\begin{aligned} 2\dot{\lambda}_0 &= -\lambda_1\omega_1 - \lambda_2\omega_2 - \lambda_3\omega_3; \\ 2\dot{\lambda}_1 &= \lambda_0\omega_1 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2; \\ 2\dot{\lambda}_2 &= \lambda_0\omega_2 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1\omega_3; \\ 2\dot{\lambda}_3 &= \lambda_0\omega_3 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1 \end{aligned} \quad (2)$$

или в кватернионной форме [3]: $2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega$, где λ_j — компоненты кватерниона Λ ($j = \overline{0, 3}$), причем $\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$.

При любой постановке задачи управления имеют место граничные условия (начальное и конечное состояние КА), которые обязательно включают следующие равенства:

$$\Lambda(0) = \Lambda_{st}, \quad \Lambda(T) = \Lambda_f, \quad (3)$$

где T — время окончания приведения связанного базиса в требуемое положение.

Чтобы задачу управления сделать замкнутой, вводится функционал, отражающий физический смысл и цель оптимизации, который в большинстве случаев может быть представлен в виде

$$G = \int_0^T g dt, \quad (4)$$

где g — неотрицательная функция времени.

В самом общем случае задача оптимального управления формулируется следующим образом: необходимо в соответствии с уравнениями (1) и (2) перевести КА из состояния, соответствующего первому условию (3), в состояние, соответствующее второму условию (3), так, чтобы значение функционала (4) было минимальным. Кроме того, в постановке задачи обычно (но не всегда) есть ограничение для управляющих переменных M_i или ω_i в зависимости от типа решаемой задачи (динамическая или кинематическая задача ориентации).

Такая постановка охватывает достаточно большой перечень разнообразных задач; к ним относятся как задачи максимального быстродействия (приведение КА в требуемое ориентированное положение за минимальное время), так и задачи раз-

ворота с минимальной величиной или суммарным расходом управляющих ресурсов. В частности, в задаче оптимального быстродействия $g = 1$, а для задачи управления с минимальными энергозатратами $g = g(M_1, M_2, M_3)$ — положительно-определенная функция моментов M_i ($i = \overline{1, 3}$). Возможны и другие варианты (например, когда g есть функция угловых скоростей ω_i). Случаи, когда критерий (4) и функция g зависят от угловых координат, здесь не рассматриваются (это особые случаи оптимизации управляемых вращений КА).

Решение задачи оптимального управления ориентацией. Наличие интегрального показателя оптимальности (4) позволяет решить задачу оптимального управления с помощью принципа максимума Л. С. Понтрягина [4] и выписать необходимые условия оптимальности в конечной форме — в виде уравнений (дифференциальных и алгебраических). Введем сопряженные переменные φ_i ($i = \overline{1, 3}$), соответствующие переменным ω_i , и ψ_j ($j = \overline{0, 3}$), соответствующие компонентам кватерниона λ_j . Функция Понтрягина имеет вид

$$H = -g + H_{din} + H_{kin},$$

где слагаемое g — расходная часть, соответствующая выбранному критерию оптимальности; H_{din} — динамическая часть; H_{kin} — кинематическая часть;

$$\begin{aligned} H_{din} &= \varphi_1 \left(\frac{M_1}{J_1} + \frac{J_2 - J_3}{J_1} \omega_2 \omega_3 \right) + \\ &+ \varphi_2 \left(\frac{M_2}{J_2} + \frac{J_3 - J_1}{J_2} \omega_1 \omega_3 \right) + \varphi_3 \left(\frac{M_3}{J_3} + \frac{J_1 - J_2}{J_3} \omega_1 \omega_2 \right); \\ H_{kin} &= -\psi_0 (\lambda_1 \omega_1 + \lambda_2 \omega_2 + \lambda_3 \omega_3) / 2 + \\ &+ \psi_1 (\lambda_0 \omega_1 + \lambda_2 \omega_3 - \lambda_3 \omega_2) / 2 + \psi_2 (\lambda_0 \omega_2 + \lambda_3 \omega_1 - \\ &- \lambda_1 \omega_3) / 2 + \psi_3 (\lambda_0 \omega_3 + \lambda_1 \omega_2 - \lambda_2 \omega_1) / 2. \end{aligned}$$

Запишем уравнения для сопряженных функций φ_i и ψ_j [4]:

$$\dot{\varphi}_i = -\frac{\partial H}{\partial \omega_i} \quad (i = \overline{1, 3}); \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_j &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_j} \quad (j = \overline{1, 3}) \text{ или в развернутой форме} \\ \dot{\psi}_0 &= -(\psi_1 \omega_1 + \psi_2 \omega_2 + \psi_3 \omega_3) / 2; \\ \dot{\psi}_1 &= (\psi_0 \omega_1 + \psi_2 \omega_3 - \psi_3 \omega_2) / 2; \\ \dot{\psi}_2 &= (\psi_0 \omega_2 + \psi_3 \omega_1 - \psi_1 \omega_3) / 2; \\ \dot{\psi}_3 &= (\psi_0 \omega_3 + \psi_1 \omega_2 - \psi_2 \omega_1) / 2. \end{aligned} \quad (6)$$

Решение сформулированной задачи оптимального управления сводится к решению замкнутой системы дифференциальных уравнений и интегрированию кинематических уравнений движения КА вокруг центра масс. Преобразуем функцию H_{kin} ,

отвечающую за геометрические свойства движения, и получим

$$H_{\text{kin}} = \omega_1(\lambda_0\psi_1 + \lambda_3\psi_2 - \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_3)/2 + \\ + \omega_2(\lambda_0\psi_2 + \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_0 - \lambda_3\psi_1)/2 + \omega_3(\lambda_0\psi_3 + \\ + \lambda_2\psi_1 - \lambda_3\psi_0 - \lambda_1\psi_2)/2 = \omega_1 p_1 + \omega_2 p_2 + \omega_3 p_3,$$

где

$$p_1 = (\lambda_0\psi_1 + \lambda_3\psi_2 - \lambda_1\psi_0 - \lambda_2\psi_3)/2; \\ p_2 = (\lambda_0\psi_2 + \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_0 - \lambda_3\psi_1)/2; \\ p_3 = (\lambda_0\psi_3 + \lambda_2\psi_1 - \lambda_3\psi_0 - \lambda_1\psi_2)/2.$$

Для понижения порядка системы будем полагать, что величины p_1, p_2, p_3 представляют собой проекции некоторого вектора \mathbf{p} на оси связанного базиса \mathbf{E} . Из уравнений (6) следует, что совокупность переменных $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ обладает свойствами кватернионов. Далее принимаем, что сопряженные переменные $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ являются компонентами некоего кватерниона Ψ , для которого справедливо соотношение $2\dot{\Psi} = \Psi \circ \boldsymbol{\omega}$. Тогда введенный нами вектор \mathbf{p} может быть записан в кватернионной форме $\mathbf{p} = \text{vect}(\tilde{\Lambda} \circ \Psi)/2$, а кинематическая часть функции H принимает вид $H_{\text{kin}} = \boldsymbol{\omega} \circ \mathbf{p}$. Здесь $\text{vect}(\bullet)$ — операция выделения векторной части кватерниона [3], $\tilde{\Lambda}$ — кватернион, сопряженный кватерниону Λ .

Исследуем свойства решения сопряженной системы уравнений (6). Системы уравнений (2) и (6) однотипны относительно коэффициентов $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Решения кинематических уравнений (2) для переменных λ_j и (6) для переменных ψ_j отличаются начальными условиями, а сами кватернионы Ψ и Λ отличаются на константу (постоянный кватернион).

$$\Psi = C_E \circ \Lambda,$$

где $C_E = \text{const}$ — постоянный кватернион;

$$2\Psi = 2C_E \circ \dot{\Lambda} = C_E \circ \Lambda \circ \boldsymbol{\omega} = \Psi \circ \boldsymbol{\omega}.$$

Для совместной невырожденности системы уравнений (2), (6) необходимо и достаточно, чтобы $\text{vect } C_E \neq 0$. В противном случае функции ψ_j будут пропорциональны λ_j , уравнения (2) и (6) не будут независимыми (в том смысле, что из восьми уравнений независимых станет только четыре), $\mathbf{p} = \mathbf{0}$, и решение задачи теряет смысл. Поэтому для определения оптимального управления кватернионы Λ и Ψ считаются не тождественными (функции ψ_j не пропорциональны переменным λ_j), и рассматривается только вариант $\mathbf{p} \neq \mathbf{0}$.

Дифференцируя выражения для p_i ($i = \overline{1, 3}$) и подставив в них уравнения для функций λ_j и ψ_j ($j = \overline{0, 3}$), получим необходимые дифференциальные уравнения для p_i . Изменение вектора \mathbf{p} определяется решением системы уравнений

$$\dot{p}_1 = \omega_3 p_2 - \omega_2 p_3, \dot{p}_2 = \omega_1 p_3 - \omega_3 p_1, \\ \dot{p}_3 = \omega_2 p_1 - \omega_1 p_2 \quad (7)$$

или в векторной форме

$$\dot{\mathbf{p}} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p}, \quad (8)$$

где p_i — проекции вектора \mathbf{p} на оси связанного базиса \mathbf{E} .

Полученное дифференциальное уравнение (8) для вектора \mathbf{p} отражает его вращение с угловой скоростью $-\boldsymbol{\omega}$ относительно связанного базиса \mathbf{E} . В свою очередь, сам связанный базис \mathbf{E} совершает угловое движение относительно опорного базиса \mathbf{I} с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, в результате вектор \mathbf{p} является неподвижным в опорной системе отсчета, и, как следствие, $|\mathbf{p}| = \text{const}$.

Таким образом, задача определения оптимального управления сводится к решению системы уравнений (1), (5) и (7) при условии, что само управление выбрано из требования максимизации функции Понтрягина. Граничные значения по угловому положению Λ_{st} и Λ_f определяют семейство решений $\mathbf{p}(t)$, которое имеет вид [3] $\mathbf{p} = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{c}_E \circ \Lambda$, где $\mathbf{c}_E = \Lambda_{\text{st}} \circ \mathbf{p}(0) \circ \tilde{\Lambda}_{\text{st}} = \text{const}$.

Направление вектора \mathbf{c}_E зависит от начального и конечного положений КА. Для того чтобы КА имел требуемую ориентацию на правом конце $\Lambda(T) = \Lambda_f$, необходимо определить вектор \mathbf{c}_E (или значение вектора \mathbf{p} в начальный момент времени) исходя из получающихся при этом решений системы (2). Задача нахождения оптимального управления состоит в исследовании динамических уравнений Эйлера (1) и сопряженных им уравнений (5) при указанном движении вектора \mathbf{p} . Система дифференциальных уравнений (7) и (5) (если (5) присутствуют исходя из постановки задачи) совместно с требованием максимальности функции Понтрягина H являются необходимыми условиями оптимальности. Значение $\Psi(0)$ (и, соответственно, $\mathbf{p}(0)$) рассчитывается так, чтобы краевая задача принципа максимума имела решение. Уравнения связи выражаются системами уравнений (1), (2) с одновременным выполнением ограничения, накладываемого на движение КА (для каждой конкретной задачи оно свое). Граничные условия и условия максимума функции H (в рамках допустимых управлений) определяют оптимальное движение $\boldsymbol{\omega}(t)$; начальное Λ_{st} и конечное Λ_f положения КА определяют функции $\Lambda(t)$ и $\mathbf{p}(t)$.

При построении оптимальных решений $\mathbf{p}(t)$, $\boldsymbol{\omega}(t)$ определяющим является значение вектора \mathbf{p} на начало разворота $t = 0$. По начальному Λ_{st} и конечному Λ_f положениям КА определяется вектор управления на начало разворота $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$. Решая согласно уравнениям (2) краевую задачу принципа максимума, получим расчетное значение вектора \mathbf{p}_0 и соответствующий ему вектор

$$\mathbf{c}_E = \Lambda_{\text{st}} \circ \mathbf{p}_0 \circ \tilde{\Lambda}_{\text{st}} = \text{const}.$$

Значение вектора \mathbf{p} на момент окончания разворота находится по формуле

$$\mathbf{p}(T) = \tilde{\Lambda}_f \circ \Lambda_{st} \circ \mathbf{p}_0 \circ \tilde{\Lambda}_{st} \circ \Lambda_f = \tilde{\Lambda}_t \circ \mathbf{p}(0) \circ \Lambda_t,$$

где $\Lambda_t = \tilde{\Lambda}_{st} \circ \Lambda_f$ — кватернион разворота. Переменные p_i и λ_j всегда являются гладкими функциями времени (в отличие от переменных ω_j).

Конкретный вид функции g (расходной части функции Понтрягина) зависит от типа решаемой задачи оптимального управления и используемых системой ориентации КА исполнительных органов. Наличие (или отсутствие) переменных φ_i ($i = \overline{1, 3}$), соответствующих переменным ω_j , и динамической части H_{din} в функции Понтрягина H зависит от того, решается кинематическая задача ориентации или динамическая задача. Многообразие задач управления пространственной ориентацией КА обусловлено всевозможным сочетанием различных критериев оптимальности и ограничений, накладываемых на управляющие переменные (а в некоторых исключительных случаях — и на фазовые переменные). При прочих равных условиях задачи максимального быстродействия оказываются более простыми; особой аккуратности требуют задачи, в которых критерий оптимальности включает угловую скорость КА (когда переменные ω_i присутствуют в функционале (4) в явном виде).

В подавляющем числе случаев в задачах на быстродействие считается, что управляющие переменные ограничены (или на движение КА наложено какое-то другое ограничение, формализованный вид которого зависит от конкретного содержания физической постановки задачи оптимального управления ориентацией КА). Именно исходя из этого условия (на множестве возможных управлений) ищется максимум функции Понтрягина и соответствующее ему оптимальное решение $\mathbf{M}(t)$ для динамических задач управления и $\boldsymbol{\omega}(t)$ — для кинематических задач управления. В любом случае кинематическая часть функции Понтрягина и соответствующая ей сопряженная система дифференциальных уравнений (как одно из необходимых условий оптимальности) остаются неизменными — они не зависят от типа задачи управления. Введенный выше вектор \mathbf{p} в этом смысле является универсальным, а его использование унифицирует сопряженную систему уравнений, отвечающую за кинематику вращения КА и геометрические свойства оптимального движения.

В задачах управления, когда функция g в интеграле (4) не зависит явным образом от угловых скоростей ω_i , сопряженные уравнения (4) принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= -\omega_3 n_2 \varphi_2 - \omega_2 n_3 \varphi_3 - p_1, \\ \dot{\varphi}_2 &= -\omega_3 n_1 \varphi_1 - \omega_1 n_3 \varphi_3 - p_2, \\ \dot{\varphi}_3 &= -\omega_2 n_1 \varphi_1 - \omega_1 n_2 \varphi_2 - p_3, \end{aligned} \quad (9)$$

где $n_1 = (J_2 - J_3)/J_1$; $n_2 = (J_3 - J_1)/J_2$; $n_3 = (J_1 - J_2)/J$ — постоянные коэффициенты.

Решение задачи оптимального управления ориентацией с использованием направляющих косинусов. Рассмотрим теперь случай, когда относительное положение связанной и опорной (инерциальной) систем координат определяется матрицей направляющих косинусов. Для направляющих косинусов справедливо следующее уравнение [2]:

$$\dot{\mathbf{A}} = -\boldsymbol{\Omega}\mathbf{A},$$

где $\mathbf{A} = \|a_{ik}\|$ — матрица направляющих косинусов

$$(i = \overline{1, 3}, k = \overline{1, 3}); \boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \text{ — матрица}$$

угловых скоростей в связанной системе координат (ССК); a_{ik} — косинус угла между i -й осью ССК и k -й осью ИСК (опорного базиса). Граничные условия задачи управления включают равенства:

$$\mathbf{A}(0) = \mathbf{A}_{st}, \mathbf{A}(T) = \mathbf{A}_f.$$

В развернутой форме кинематические уравнения для направляющих косинусов имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{a}_{11} &= \omega_3 a_{21} - \omega_2 a_{31}; \quad \dot{a}_{12} = \omega_3 a_{22} - \omega_2 a_{32}; \\ \dot{a}_{13} &= \omega_3 a_{23} - \omega_2 a_{33}; \\ \dot{a}_{21} &= \omega_1 a_{31} - \omega_3 a_{11}; \quad \dot{a}_{22} = \omega_1 a_{32} - \omega_3 a_{12}; \\ \dot{a}_{23} &= \omega_1 a_{33} - \omega_3 a_{13}; \\ \dot{a}_{31} &= \omega_2 a_{11} - \omega_1 a_{21}; \quad \dot{a}_{32} = \omega_2 a_{12} - \omega_1 a_{22}; \\ \dot{a}_{33} &= \omega_2 a_{13} - \omega_1 a_{23}. \end{aligned} \quad (10)$$

Это известные уравнения Пуассона [5].

Теперь в соответствии с принципом максимума [4] введем сопряженные переменные b_{ik} , соответствующие переменным a_{ik} . В направляющих косинусах кинематическая часть H_k функции Понтрягина имеет вид:

$$\begin{aligned} H_k &= b_{11}(\omega_3 a_{21} - \omega_2 a_{31}) + b_{12}(\omega_3 a_{22} - \omega_2 a_{32}) + \\ &+ b_{13}(\omega_3 a_{23} - \omega_2 a_{33}) + b_{21}(\omega_1 a_{31} - \omega_3 a_{11}) + \\ &+ b_{22}(\omega_1 a_{32} - \omega_3 a_{12}) + b_{23}(\omega_1 a_{33} - \omega_3 a_{13}) + \\ &+ b_{31}(\omega_2 a_{11} - \omega_1 a_{21}) + b_{32}(\omega_2 a_{12} - \omega_1 a_{22}) + \\ &+ b_{33}(\omega_2 a_{13} - \omega_1 a_{23}). \end{aligned}$$

Расходная и динамическая (если она необходима) части функции Понтрягина остаются без изменений (так как они не зависят от кинематических параметров по положению). Выпишем сопряженную систему уравнений [4]:

$$\dot{b}_{ik} = -\frac{\partial H}{\partial a_{ik}} \quad (i = \overline{1, 3}, k = \overline{1, 3}),$$

или в развернутом виде

$$\begin{aligned} \dot{b}_{11} &= \omega_3 b_{21} - \omega_2 b_{31}; \quad \dot{b}_{12} = \omega_3 b_{22} - \omega_2 b_{32}; \\ \dot{b}_{13} &= \omega_3 b_{23} - \omega_2 b_{33}; \\ \dot{b}_{21} &= \omega_1 b_{31} - \omega_3 b_{11}; \quad \dot{b}_{22} = \omega_1 b_{32} - \omega_3 b_{12}; \\ \dot{b}_{23} &= \omega_1 b_{33} - \omega_3 b_{13}; \\ \dot{b}_{31} &= \omega_2 b_{11} - \omega_1 b_{21}; \quad \dot{b}_{32} = \omega_2 b_{12} - \omega_1 b_{22}; \\ \dot{b}_{33} &= \omega_2 b_{13} - \omega_1 b_{23}. \end{aligned} \quad (11)$$

Объединив переменные b_{ik} в матрицу $\mathbf{B} = \|b_{ik}\|_{3 \times 3}$, запишем систему уравнений для сопряженных переменных в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{b}_{11} & \dot{b}_{12} & \dot{b}_{13} \\ \dot{b}_{21} & \dot{b}_{22} & \dot{b}_{23} \\ \dot{b}_{31} & \dot{b}_{32} & \dot{b}_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

или $\dot{\mathbf{B}} = -\Omega \mathbf{B}$,

где Ω — матрица угловых скоростей, раскрытая выше.

Из полученной системы дифференциальных уравнений отчетливо видно, что переменные b_{ik} могут быть приняты за функции, пропорциональные направляющим косинусам (с постоянным коэффициентом пропорциональности). Так как уравнения (10) для фазовых переменных a_{ik} и уравнения (11) для сопряженных переменных b_{ik} однотипны и являются кинематическими уравнениями для одной и той же угловой скорости ω (в правых частях уравнений (10) и (11) фигурирует одна и та же кососимметричная матрица Ω), то матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} отличаются на постоянную матрицу \mathbf{C} , которая не меняется со временем. Решение сопряженной системы уравнений имеет вид $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{C}$, где $\mathbf{C} = \text{const}$ ($\mathbf{C} = \|c_{ik}\|_{3 \times 3}$, $c_{ik} = \text{const}$).

Сгруппировав и выделив в явном виде множители при ω_i , представим функцию H_k в следующем виде: $H_k = \omega_1 r_1 + \omega_2 r_2 + \omega_3 r_3$, где

$$\begin{aligned} r_1 &= b_{21}a_{31} + b_{22}a_{32} + b_{23}a_{33} - b_{31}a_{21} - b_{32}a_{22} - b_{33}a_{23}; \\ r_2 &= b_{31}a_{11} + b_{32}a_{12} + b_{33}a_{13} - b_{11}a_{31} - b_{12}a_{32} - b_{13}a_{33}; \\ r_3 &= b_{11}a_{21} + b_{12}a_{22} + b_{13}a_{23} - b_{21}a_{11} - b_{22}a_{12} - b_{23}a_{13}. \end{aligned}$$

Изучим свойства решения $\mathbf{B}(t)$ системы сопряженных уравнений (11). Из физического смысла следует, что сопряженные переменные b_{ik} есть ни что иное, как направляющие косинусы между осями КА и положительными направлениями осей неподвижной (зафиксированной в инерциальном пространстве) системы координат, а матрица \mathbf{B} , составленная из элементов b_{ik} , — матрица перехода от какой-то не вращающейся (по сути инерциальной), но не совпадающей с опорной \mathbf{I} , системы координат к связанной с КА системе координат. Естественно, матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} разные: $\mathbf{B} \neq \mathbf{A}$.

Системы уравнений (10) и (11) однотипны относительно коэффициентов $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Решения кинематических уравнений (10) для переменных a_{ik} и (11) для переменных b_{ik} отличаются начальными условиями, а сами матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} отличаются на постоянную матрицу. Поэтому $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{C}$, где $\mathbf{C} = \text{const}$. Действительно, $\dot{\mathbf{B}} = \dot{\mathbf{A}}\mathbf{C} = -\Omega\mathbf{A}\mathbf{C} = -\Omega\mathbf{B}$. Сама матрица \mathbf{C} неизвестна, и ее значение подлежит определению в процессе решения краевой задачи принципа максимума. Для совместной невырожденности системы уравнений (10), (11) необходимо, чтобы $\mathbf{A} \neq \chi\mathbf{B}$, где $\chi = \text{const}$. В противном случае уравнения (10) и (11) не будут независимыми (в том смысле, что из восемнадцати уравнений независимых станет только девять), $\mathbf{r} = 0$, и решение задачи не имеет смысла (компонентами вектора \mathbf{r} являются r_1, r_2, r_3). Поэтому для определения оптимального управления матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} считаются не тождественными (функции b_{ik} не пропорциональны переменным a_{ik}), и рассматривается только вариант $\mathbf{r} \neq 0$.

Дифференцируя по времени равенства для r_i ($i = 1, 3$) и подставляя в них выражения для \dot{a}_{ik} и \dot{b}_{ik} , получим необходимые дифференциальные уравнения для временных функций $r_i(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= b_{21}\dot{a}_{31} + \dot{b}_{21}a_{31} + b_{22}\dot{a}_{32} + \dot{b}_{22}a_{32} + b_{23}\dot{a}_{33} + \\ &+ \dot{b}_{23}a_{33} - b_{31}\dot{a}_{21} - \dot{b}_{31}a_{21} - b_{32}\dot{a}_{22} - \dot{b}_{32}a_{22} - \\ &- b_{33}\dot{a}_{23} - \dot{b}_{33}a_{23} = \omega_2(b_{21}a_{11} + b_{22}a_{12} + \\ &+ b_{23}a_{13} - a_{21}b_{11} - a_{22}b_{12} - a_{23}b_{13}) + \\ &+ \omega_3(b_{31}a_{11} + b_{32}a_{12} + b_{33}a_{13} - a_{31}b_{11} - \\ &- a_{32}b_{12} - a_{33}b_{13}) = \omega_3 r_2 - \omega_2 r_3. \end{aligned}$$

Аналогичные выражения получим для переменных r_2, r_3 . Изменение вектора $\mathbf{r} = \{r_1, r_2, r_3\}$ определяется решением системы уравнений

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= \omega_3 r_2 - \omega_2 r_3, \quad \dot{r}_2 = \omega_1 r_3 - \omega_3 r_1, \\ \dot{r}_3 &= \omega_2 r_1 - \omega_1 r_2 \end{aligned} \quad (12)$$

или в векторной форме

$$\dot{\mathbf{r}} = -\omega \times \mathbf{r}, \quad (13)$$

где r_i — проекции вектора \mathbf{r} на оси связанной системы координат.

Полученное дифференциальное уравнение (13) для вектора \mathbf{r} указывает на вращение его с угловой скоростью $-\omega$ относительно связанной системы координат (связанного базиса \mathbf{E}). В свою очередь, сам связанный базис \mathbf{E} поворачивается относительно инерциального базиса \mathbf{I} с угловой скоростью ω , в результате чего вектор \mathbf{r} остается неподвижным в инерциальной системе отсчета и $|\mathbf{r}| = \text{const}$. Для существования нетривиального решения необходимо, чтобы при любом $t \in [0, T]$ не выполнялись равенства $a_{ik} = \chi b_{ik}$, потому что при их выполнении $r_1 = r_2 = r_3 \equiv 0$, и дальнейшее решение задачи теряет смысл.

Отчетливо видно, что и в случае использования направляющих косинусов задача определения оптимального управления сводится к решению системы уравнений (1), (9) и (12) при условии, что само управ-

ление выбирается из требования максимальности функции Понtryгина. Граничные условия по угловому положению (матрицы $\mathbf{A}_{st} = \mathbf{A}(0)$ и $\mathbf{A}_f = \mathbf{A}(T)$) определяют семейство решений $\mathbf{r}(t)$, которое имеет вид $\mathbf{r}(t) = \mathbf{A}\mathbf{c}_I$, где $\mathbf{c}_I = \mathbf{A}^T(0)\mathbf{r}(0) = \text{const}$ (здесь \mathbf{A}^T — транспонированная по отношению к \mathbf{A} матрица).

Граничные условия и условия максимума функции H (в рамках допустимых управлений) определяют оптимальное движение $\boldsymbol{\omega}(t)$; начальное \mathbf{A}_{st} и конечное \mathbf{A}_f положения определяют решения $\mathbf{A}(t)$ и $\mathbf{r}(t)$. Как и ранее, функция $\mathbf{r}(t)$ должна удовлетворять равенству

$$\mathbf{r}(T) = \mathbf{A}_f \mathbf{A}_{st}^T \mathbf{r}(0) = \mathbf{A}_f \mathbf{r}(0),$$

где $\mathbf{A}_I = \mathbf{A}_{st}^T$ — матрица направляющих косинусов осей связанной системы координат в конечный момент времени $t = T$ относительно положения связанной системы координат в начальный момент времени $t = 0$.

Получили необходимые условия оптимальности и соотношения для переменных r_i , аналогичные тем, что имели место при решении задачи оптимального управления ориентацией КА методом кватернионов. Сравнивая кинематические части функции Понtryгина, записанные в кватернионных переменных и в направляющих косинусах, а также учитывая дифференциальные уравнения (7), (12) для векторов \mathbf{p} и \mathbf{r} , приходим к однозначному выводу — функции Понtryгина H_{kin} (записанная для кватерниона Λ) и H_k (записанная для матрицы \mathbf{A} направляющих косинусов) тождественны, если считать $\mathbf{r} = \mathbf{p}$. Таким образом, доказано, что для задач, в которых оптимизируемый функционал не содержит в явном виде позиционных координат, вид кинематической части функции Понtryгина (а значит и сама функция Понtryгина) не зависит от типа переменных, которыми описывается пространственное положение связанной системы координат относительно опорной системы координат (от формы кинематических уравнений, будь то кватернион или направляющие косинусы), и определяется выражением $H_{kin} = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{p}$, где вектор \mathbf{p} неподвижен в инерциальной системе координат и подчиняется уравнению, $\dot{\mathbf{p}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p} = 0$.

В результате, оптимальное движение КА полностью определяется решением замкнутой системы девяти (для динамической задачи ориентации, где M_i — управляющие переменные) или трех (для кинематической задачи ориентации, где ω_i — управляющие переменные) дифференциальных уравнений с использованием в качестве сопряженных переменных компоненты вектора \mathbf{p} , неподвижного в инерциальной системе координат, независимо от выбора кинематических уравнений, описывающих угловое движение связанных осей КА (используется кватернион Λ или матрица \mathbf{A} направляющих косинусов).

Следовательно, оптимальное управление и движение КА вокруг центра масс как результат применения принципа максимума и решения соответ-

ствующих уравнений (чтобы удовлетворить условиям оптимальности) не зависят от формы кинематических уравнений (т. е. от выбора переменных, задающих движение связанных осей относительно опорного базиса). Введенный вектор \mathbf{p} , неподвижный в инерциальной системе координат, является универсальным, а его компоненты p_i могут рассматриваться как универсальные сопряженные переменные при решении задач оптимального управления вращениями твердого тела с помощью принципа максимума. Его использование позволяет найти не только необходимые условия оптимальности, но и сформировать структуру оптимального управления и построить оптимальное движение $\boldsymbol{\omega}(t)$, отвечающее заданному критерию оптимальности.

Таким образом, решение сформулированной в самом начале задачи оптимального управления сводится к решению замкнутой системы дифференциальных уравнений, вид которой не зависит от типа кинематических параметров (будь то кватернион или направляющие косинусы), и интегрированию системы кинематических уравнений движения КА относительно центра масс, записанной в том виде, который наиболее удобен для решения конкретной задачи. Унифицированная часть системы уравнений основывается на использовании универсальных переменных p_i — составляющих вектора \mathbf{p} , определяющего геометрические свойства оптимального движения $\boldsymbol{\omega}(t)$. Структура оптимального управления определяется однозначно решением замкнутой системы девяти для динамической задачи (или трех — для кинематической задачи) дифференциальных уравнений, при котором соответствующая функция Понtryгина H максимальна. Именно условие максимальности функции Понtryгина делает систему девяти (или трех) дифференциальных уравнений замкнутой и дает уравнение связи управляющих переменных с сопряженными (или фазовыми) координатами. Конкретное оптимальное решение задачи переориентации (оптимальное значение $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$ и оптимальные функции $\boldsymbol{\omega}(t)$ и $\mathbf{p}(t)$) определяются решением кинематических уравнений ($\Lambda(t)$ или $\mathbf{A}(t)$), удовлетворяющим начальному и конечному положениям связанной системы координат.

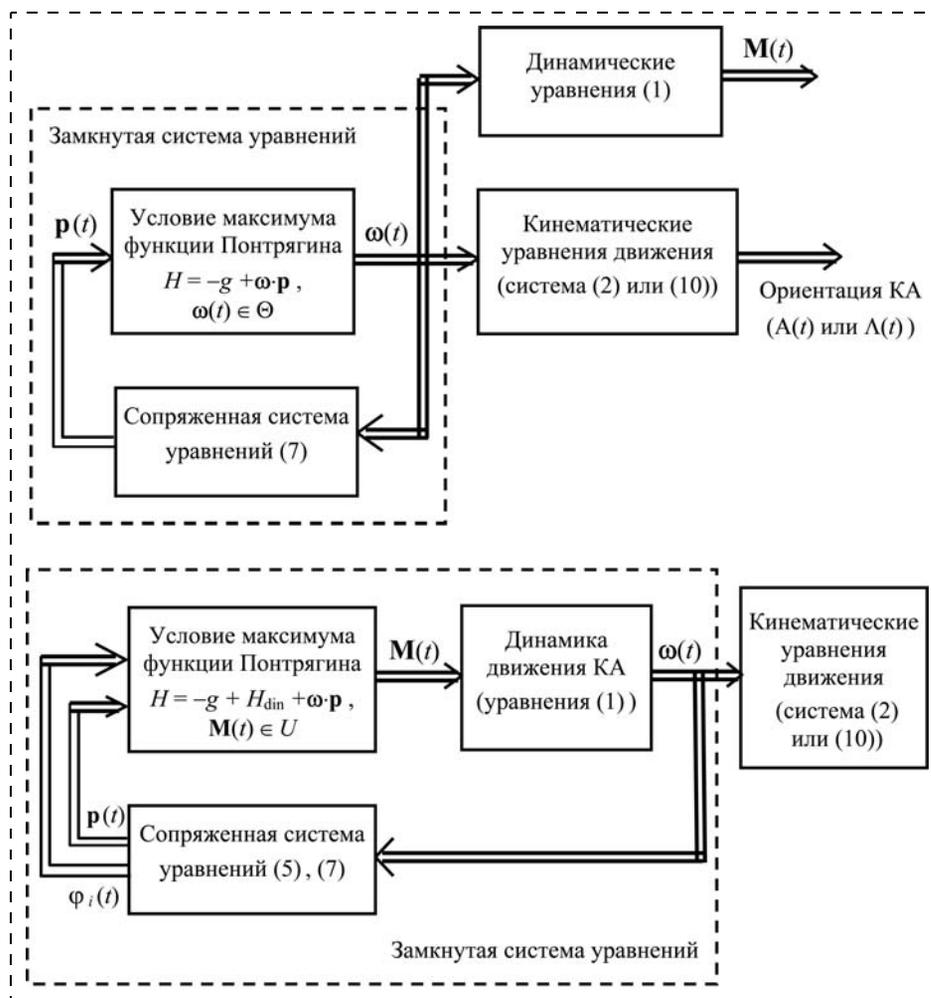
Конструкция системы уравнений, определяющих оптимальное (по Понtryгину) решение, схематично изображена на рисунке. Сверху расположена структурная схема, соответствующая кинематической задаче разворота, а снизу — динамической задаче разворота. Для кинематической задачи управляющей функцией служит вектор-функция $\boldsymbol{\omega}(t) \in \Theta$, где Θ — область допустимых движений; для динамической задачи — вектор-функция $\mathbf{M}(t) \in U$, где U — область возможных управлений. В обоих случаях оптимальное движение $\boldsymbol{\omega}(t)$ определяется однозначно (в случае решения динамической задачи оптимального управления оптимальная функция $\boldsymbol{\omega}(t)$ вычисляется путем подстановки найденного решения $\mathbf{M}(t)$ в (1) и интегрированием системы (1) с начальными условиями $\boldsymbol{\omega}(0)$, которые заданы по

условиям исходной задачи управления ориентацией КА, и поэтому они известны). Вид кинематических уравнений влияет лишь на выбор способа решения краевой задачи принципа максимума (в части удовлетворения граничным условиям по положению). Решение основной задачи — определение оптимальных управляющих функций — не зависит от типа кинематических параметров движения вокруг центра масс, а оптимальное вращение КА определяют замкнутая система трех (для кинематических задач ориентации) или девяти (для динамических задач ориентации) дифференциальных уравнений и требование максимальности функции Понтрягина, которые имеют универсальную форму. Интегрирование замкнутой системы уравнений дает оптимальное движение $\omega(t)$, качественный вид которого инвариантен относительно формы кинематических уравнений, описывающих угловое движение связанной с КА системы координат. Необходимо подчеркнуть, что уравнения в форме (9) для сопряженных переменных φ_i справедливы

только в тех случаях, когда минимизируемый функционал (4) не зависит от угловых скоростей ω_i , т. е. только тогда, когда в динамической задаче разворота показатель оптимальности определяется исключительно управляющими переменными M_i .

Выводы. В статье системно выделены те утверждения и уравнения, которые являются общими при решении задач оптимального управления ориентацией твердого тела (в частности, КА) для любых комбинаций критерия оптимальности, числа и вида ограничений на управляющие переменные и т. д. вне зависимости от формы описания кинематики вращений (с использованием направляющих косинусов, кватернионов или чего-то другого). Предполагается, что оптимальная программа управления строится с помощью принципа максимума Понтрягина. Демонстрируется, что независимо от типа используемых параметров движения и формы представления кинематических уравнений существуют такие сопряженные переменные, которые приводят к одному и тому же виду записи функции Понтрягина и делают единой методику поиска окончательного решения, оптимального по назначенному критерию.

Предложена замена переменных, с помощью которой сопряженная система уравнений, соответ-



ствующая кинематике вращения КА, приводится к каноническому виду — линейной однородной системе обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой коэффициентами являются компоненты вектора угловой скорости КА. Найдены необходимые условия оптимальности, имеющие универсальный вид. Показано, что для решения большей части задач оптимального управления пространственной ориентацией КА (как твердого тела) остается справедливой предложенная система сопряженных уравнений и структура функции Понтрягина независимо от выбора кинематических параметров, задающих угловое положение связанных осей относительно опорной системы координат.

Список литературы

1. Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974.
2. Маркеев А. П. Теоретическая механика. М.: Наука, 1990.
3. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.
4. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1988.

Д. С. Кабанов, канд. техн. наук, ст. преподаватель, kabanovds@mail.ru,
МАИ (НИУ), г. Москва

Синтез алгоритма оптимального программно-позиционного управления многорежимным автоматическим подводным аппаратом*

Разработан алгоритм формирования управляющих воздействий для многорежимного автоматического подводного аппарата (АПА) в темпе движения на основе теории оптимального управления. Алгоритм позволяет автоматизировать процесс построения сложных пространственных траекторий для различных задач, решаемых многоцелевыми АПА, и повысить точность их решения. Представлены результаты математического моделирования.

Ключевые слова: автоматический подводный аппарат, оптимальное управление, принцип максимума, прогнозирующая модель

D. S. Kabanov

Optimal Real-Time Control Algorithm Design for Multimode Automatic Underwater Vehicle

A real-time problem of control action design for multimode automatic underwater vehicle (AUV) using the theory of optimal control is considered. The goal of developed methodic is automation of complex trajectory design and accuracy improvement of the solution for different number of applications of multimode AUV. Computer simulation of AUV dynamics is presented.

Keywords: automatic underwater vehicle, Pontryagin's maximum principle, optimal control, predictive model

Введение

Расширение масштабов океанологических исследований и бурное развитие вычислительной техники привели к созданию автоматических подводных аппаратов (АПА). К актуальным сферам применения АПА относятся: обзорно-поисковые работы, геологоразведочные работы, подледные работы, аварийно-спасательные работы, доставка полезной нагрузки (ПН) к объектам (подводным и надводным) и другие.

Создание новых и модернизация существующих АПА продолжают оставаться важным направлением научно-исследовательской деятельности ведущих стран мира. Это связано с приближением технологий и способов применения существующих аппаратов к предельным режимам, истощением ресурсов, возрастанием требований к функциональным возможностям, исключением человеческого фактора из опасных сфер деятельности и расширением спектра решаемых задач. На практике требования к траектории, точности доставки ПН и углам подхода АПА к объектам существенно возросли, так как появились объекты стыковки (ОС) — специализированные подводные станции, способные принимать АПА с ПН и запускать его вновь.

Традиционно управление АПА осуществляется на основе инженерных алгоритмов с большим набором коэффициентов и эмпирических зависимостей [1—4]. Такой подход дает надежное решение в ряде частных случаев, однако при изменении граничных условий задачи нередко требуется под-

стройка коэффициентов под конкретную задачу. В процессе длительного автономного движения АПА такие алгоритмы управления приводят к большим терминальным ошибкам. Сформулированные задачи также можно решать с использованием гибких кинематических траекторий на основе концепции программно-позиционного управления [5].

Необходимость повышения точности доставки и поиска новых траекторий при изменении целевого ОС в процессе движения требует исследования возможности формирования оптимальных траекторий по критерию обеспечения точности доставки ПН к ОС и минимизации затрат на управление. В общем случае система уравнений динамики АПА имеет большую размерность и специфику, связанную с перемещением в вязкой среде, поэтому в настоящее время алгоритмы оптимизации траектории, с помощью которых в процессе движения вычисляется потребное управление, не применяются. Построение устойчивых алгоритмов поиска оптимальной траектории в реальном масштабе времени затруднено, а часто и невозможно ввиду трудности обеспечения сходимости решения двухточечных краевых задач. Поэтому на базе имеющихся в настоящее время научных подходов для решения подобных задач требуется разработать методику, которая позволит получать надежное (в смысле сходимости) решение задачи оптимизации траектории в реальном времени движения АПА.

Целью настоящей работы является разработка методики и алгоритмов формирования оптимального управления АПА на нескольких режимах движения для доставки полезной нагрузки к объекту стыковки в условиях сложного рельефа дна. Ста-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 12-08-31359.

билизация АПА на выбранной траектории выполняется с использованием ПИД регулятора. Управление осуществляется поворотом рулей глубины и направления для обеспечения минимума отклонений перегрузки АПА от ее значения на оптимальной траектории.

Постановка задачи оптимизации

Требуется разработать алгоритм оптимального управления движением АПА, обеспечивающий доставку по оптимальной траектории ПН АПА в заданную точку пространства с огибанием (обходом) препятствия и выполнением требований по углам подхода к ОС на терминальном участке (в конечный момент времени) с возможностью смены режимов движения АПА при изменении терминальных условий задачи и условий среды в процессе движения. Накладываются ограничения на угол наклона траектории и на составляющие вектора перегрузки в процессе маневра.

Уравнения динамики центра масс АПА в траекторной системе координат записываются в общем виде следующим образом:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{u}, t), \quad (1)$$

где \mathbf{f} — вектор-функция, имеющая непрерывные частные производные по \mathbf{X} , t и \mathbf{u} ; $\mathbf{X} = (V, \theta, \varphi, x, y, z)^T$ — вектор состояния; V — скорость АПА; θ, φ — углы наклона и поворота траектории соответственно; \mathbf{u} — m -мерный вектор управления на интервале времени $t \in [0, t_f]$; t_f — конечное время движения. На вектор управления накладывается ограничение $\mathbf{u}(t) \in U$. Уравнения (1) в поэлементном виде [6, 7] записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ag(n_x - \sin\theta); \quad \dot{\theta} = a \frac{g}{V} (n_y - \cos\theta); \\ \dot{\varphi} &= -a \frac{g}{V} \frac{n_z}{\cos\theta}; \quad \dot{x} = V \cos\theta \cos\varphi; \\ \dot{y} &= V \sin\theta; \quad \dot{z} = -V \cos\theta \sin\varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

где n_x, n_y, n_z — продольная, нормальная и боковая составляющие перегрузки; $n_x = (P - A_x)/(mg)$; нормальная n_y и боковая n_z составляющие перегрузки рассматриваются в качестве управления \mathbf{u} ; P — модуль силы тяги двигателя; $\mathbf{n} = (\mathbf{R} - \mathbf{G}_A)/|\mathbf{G}_A|$ — вектор перегрузки; \mathbf{R} — главный вектор действующих сил; $\mathbf{G}_A = \mathbf{G} - \mathbf{A}$, \mathbf{G} — сила тяжести [6, 7, 8]; $A_x = (c_{x_0} + c_x^\alpha \alpha^2 + c_x^\beta \beta^2)qS$ — проекция гидродинамической силы; $q = \rho V^2/2$ — скоростной напор; $\alpha = n_y/n_y^\alpha$ — угол атаки; $n_y^\alpha = c_y^\alpha qS$; $\beta = n_z/n_z^\beta$ — угол скольжения; $n_z^\beta = c_z^\beta qS$; $c_{x_0}, c_x^\alpha, c_x^\beta, c_y^\alpha, c_z^\beta$ — гид-

родинамические коэффициенты; S — характерная площадь (миделя); $a = 1 - \frac{A}{mg}$, A — сила Архимеда.

На управления накладываются ограничения: $|n_y| \leq n_{y_m}, |n_z| \leq n_{z_m}$, где n_{y_m}, n_{z_m} — максимальные значения проекций перегрузки. Такая формулировка требований к управляемому движению АПА позволяет удерживать его в эксплуатационной области и, вместе с тем, обеспечивает максимально возможную маневренность объекта управления.

Движение АПА по траектории состоит из следующих участков: выведения на глубину и курс, прямолинейного маршевого движения вблизи поверхности дна, огибания (обхода) препятствия (при его наличии), терминального наведения и торможения.

На каждом из участков маневрирования решается соответствующая задача оптимального управления из условия минимума целевого функционала вида [9—11]

$$J = F^{(q)}[\mathbf{X}(t_f), t_f, \bar{t}^{(q)}] + \sum_{s=1}^q \int_{t_0}^{t_f} f_0^{(s)}(\mathbf{X}, \mathbf{u}^{(s)}, t, \bar{t}^{(q)}) dt \quad t^{(s)} \in [t_a^{(s)}, t_b^{(s)}], \quad (3)$$

где $F^{(q)}[\mathbf{X}(t_f), t_f, \bar{t}^{(q)}] = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{X}_f^T \boldsymbol{\rho} \Delta \mathbf{X}_f$; $\Delta \mathbf{X}_f = \mathbf{X}(t_f) - \mathbf{X}_f$; \mathbf{X}_f — требуемое значение вектора состояния АПА \mathbf{X} в конечный момент времени t_f ; $\boldsymbol{\rho}$ — диагональная матрица коэффициентов; q — число участков управления (при срабатывании всех условий $q = 5$); $\bar{t}^{(q)} = \text{col}(t^{(1)}, \dots, t^{(q)})$ — моменты времени смены участков управления; $f_0^{(s)}(\mathbf{X}, \mathbf{u}^{(s)}, t, \bar{t}^{(q)})$ — функция, определяющая ограничения и качество процесса управления; $\mathbf{u}^{(s)}$ — управление на участке с номером s .

Граничные условия задачи следующие:

$$\begin{aligned} V(0) &= V_0, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0, \\ z(0) &= z_0, \quad V(t_f) = V_f, \quad \theta(t_f) = \theta_f, \quad \varphi(t_f) = \varphi_f, \quad x(t_f) = x_f, \\ y(t_f) &= y_f, \quad z(t_f) = z_f, \end{aligned}$$

где $V_0, \theta_0, \varphi_0, x_0, y_0, z_0, V_f, \theta_f, \varphi_f, x_f, y_f, z_f$ — заданные величины; терминальный момент времени t_f не фиксирован.

С учетом изложенного основное требование к решению задачи доставки полезной нагрузки АПА к ОС формулируется следующим образом: алгоритм управления должен иметь переменную структуру для обеспечения успешного функционирования на различных участках траектории и должен позволять выдавать сигналы управления в реальном времени движения АПА для обеспечения перенацеливания при изменении терминальных условий задачи.

Метод решения задачи оптимизации

В задачах оптимального управления АПА с ограничениями на управление возможно наличие участков с предельными и особыми управлениями. Решение задачи с использованием принципа максимума [9–13] позволяет выявить структуру оптимального управления, которое вычисляется по расчетным формулам, в том числе для режима особого управления на соответствующих участках интервала оптимизации [10, 11, 12, 14, 15]. Используя моменты времени τ_i переключения управления в качестве параметров, представим структуру управления в виде [16, 17]

$$u(t) = u_1(t) + \sum_{i=1}^r \Delta u_i(t) l(t, \tau_i), \Delta u_i = -u_i + u_{i+1}, (4)$$

где $i = \overline{1, r}$, i — номер участка структуры управления; r — число переключений управления в структуре; u_i и u_{i+1} — управления на предыдущем и последующем участках этой структуры относительно τ_i соответственно, а $l(t, \tau_i)$ — функции вида

$$l(t, \tau_i) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg(k(t - \tau_i)),$$

где k — коэффициент, при неограниченном возрастании которого функция $l(t, \tau_i)$ приближается к единичной функции Хэвисайда.

Для участка терминального наведения, например, в вертикальной плоскости, управление $n_y(t)$ переключается между предельным (n_{ym}), особым управлением (n_{yoc}) и предельным управлением с обратным знаком ($-n_{ym}$).

Известно, что решение краевой задачи классическими методами, например методом Ньютона, связано с вычислительными трудностями, обусловленными поиском начального приближения для сопряженного вектора $\Psi(0)$ и обеспечением сходимости алгоритма при изменении граничных условий задачи оптимизации. Для преодоления этих трудностей предлагается рассмотреть вспомогательную задачу оптимизации. Для этого моменты переключения управления в структуре (3) τ_i , $i = \overline{1, r}$ (при нефиксированном моменте окончания процесса t_f полагается $i = \overline{1, r+1}$) рассматриваются в качестве компонент обобщенного вектора состояния, а в качестве управлений во вспомогательной задаче оптимизации выбираются производные от них по времени $\dot{\tau} = \mathbf{w}$. Тогда уравнения для обобщенного вектора состояния записываются в виде

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= f(\mathbf{X}, u, t) l(t_f, t); \\ \dot{\tau} &= \mathbf{w} l(t_f, t), \end{aligned}$$

здесь время окончания t_f также является корректируемым параметром, а u представляется в виде структуры (3). Важной особенностью алгоритма является тот факт, что значения параметров, характеризующие моменты переключений, остаются упорядоченными слева по шкале времени (накладывается ограничение: моменты времени переключения управления τ_i и τ_{i+1} не могут поменяться местами в процессе сходимости к оптимальному решению).

Введением нового вектора управления \mathbf{w} исходная задача оптимизации с использованием управления \mathbf{u} решается косвенно — через нахождение вектора \mathbf{w} .

Решение исходной технической задачи сводится к необходимости решения совокупности следующих двух задач: *первая* — формирование оптимального программно-позиционного управления для построения траектории доставки ПН к ОС с обеспечением всех ограничений, включая терминальные; *вторая* — стабилизация АПА на сформированной траектории.

Для решения первой задачи разработан алгоритм с коррекцией параметров структуры управления, формирующий оптимальные значения управлений (проекции перегрузок) в соответствии с (4) при использовании в качестве критерия функционала обобщенной работы [8, 9, 13, 18] и алгоритма с прогнозирующей моделью. Для определения управления здесь не требуется решать двухточечную краевую задачу. (Вычисления сводятся к решению двух задач Коши, решаемых в прямом и обратном времени соответственно.) Алгоритм с коррекцией параметров структуры управления позволяет обеспечить сходимость итерационных процедур решения двухточечной краевой задачи с использованием метода Ньютона [19] и метода последовательных приближений Крылова—Черноусько [20] путем выбора начального приближения для сопряженных переменных и начальной программы управления соответственно. При этом учтены ограничения на управление, терминальный промах и положение линии подхода.

Решение второй задачи заключается в формировании управляющих воздействий на основе отклонений текущих значений вектора состояния АПА от требуемых. В работе эта задача решена с использованием ПИД регулятора и алгоритма оптимальной стабилизации с применением прогнозирующей модели.

Для режима особого управления АПА в работе [15] из необходимых условий существования особого управления

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial H}{\partial n_{y,z}} \right) = 0$$

получены расчет-

ные формулы, определяющие значения проекций перегрузок n_y и n_z :

$$n_y \frac{ag^2}{V^3} \left(D_1 + \frac{a^3 \psi_\theta^2 g^2 k_1^2}{V} \right) + n_z \frac{ag^2}{V^3} \left(D_2 - \psi_\theta \psi_\varphi \frac{a^3 g^2 k_1^2}{V \cos \theta} \right) + n_y n_z \frac{g^2}{V^3} D_3 + n_x n_z \frac{g^2}{V^3} D_4 + n_x D_5 + D_6 = 0;$$

$$n_y \frac{g^2}{V \cos \theta} D_{1z} + n_y^2 D_{2z} + n_z D_{3z} + n_x n_y D_{4z} + D_{5z} = 0,$$

где $D_i(\mathbf{X}, \Psi)$, $D_{jz}(\mathbf{X}, \Psi)$ ($i = \overline{1, 6}, j = \overline{1, 5}$) – сокращения, например,

$$D_5 = -\psi_\theta \frac{a^3 g^3}{V^3} \cos^2 \theta - \psi_x \frac{a^2 g^2}{V} \cos \varphi - \psi_y \frac{a^2 g^2}{V} \sin 2\theta + 2\psi_z \frac{a^2 g^2}{V} \cos^2 \theta \sin \varphi + \psi_V \frac{a^3 g^3}{V^2} \sin 2\theta - \psi_x \frac{a^2 g^2}{V} \cos 2\theta \cos \varphi - \psi_z \frac{a^2 g^2}{V} \sin^2 \theta \sin \varphi + n_x \left(-\psi_\theta \frac{a^3 g^3}{V^3} \sin \theta - \psi_x \frac{a^2 g^2}{V} \sin \theta \cos \varphi + \psi_y \frac{a^2 g^2}{V} \cos \theta + \psi_z \frac{a^2 g^2}{V} \sin \theta \sin \varphi - 2\psi_V \frac{a^3 g^3}{V^2} \cos \theta \right) + 2\psi_\theta \frac{a^3 g^3}{V^3} n_x^2,$$

здесь H – гамильтониан, $\Psi = (\psi_V, \psi_\theta, \psi_\varphi, \psi_x, \psi_y, \psi_z)^T$ – вектор сопряженных переменных, $a = 1 - A/G$.

Для учета ограничений на угол наклона траектории в подинтегральную часть критерия (3) введена штрафная функция [8] вида

$$f_0(\mathbf{X}, \mathbf{u}^{(s)}, t, \bar{t}^{(q)}) = Q_{\text{ш}}(\mathbf{u}^{(s)}) = \begin{cases} G\Delta\theta^2, & |\theta| > \theta_m, \\ 0, & |\theta| \leq \theta_m, \end{cases}$$

здесь коэффициент $G > 0$, $\Delta\theta = |\theta| - \theta_m$.

Построение траектории доставки ПН к ОС на участке выведения (рис. 1) осуществляется для текущей оценки местоположения АПА таким обра-

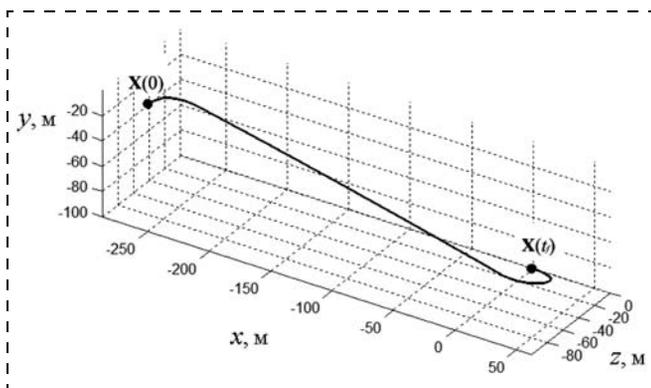


Рис. 1. Траектория АПА на участке выведения

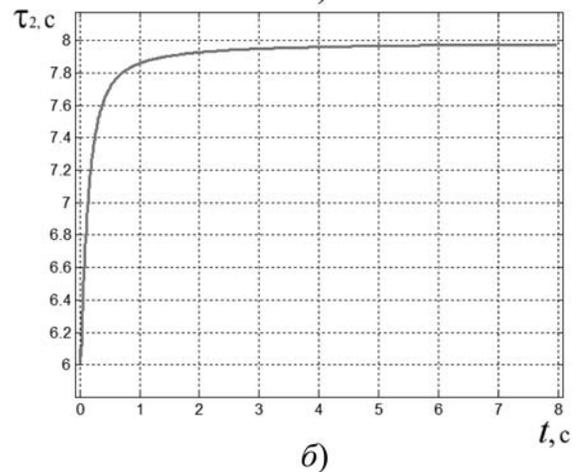
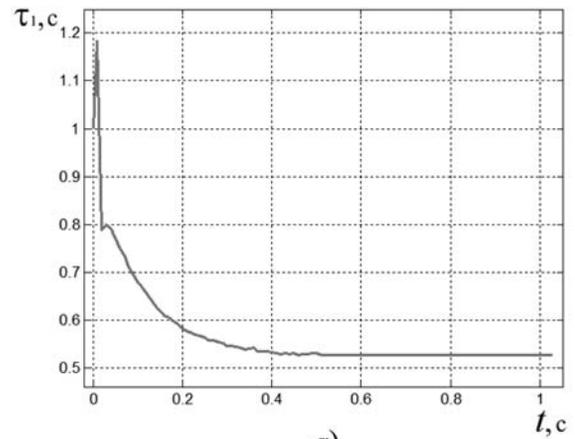


Рис. 2. Графики переходных процессов $\tau_1(t)$ и $\tau_2(t)$

зом, чтобы на правом конце обновляемой траектории выполнялись граничные условия по линейным и угловым координатам в пространстве.

В процессе функционирования АПА, например, в момент выбора ближайшего (из обслуживаемых) ОС необходимо оценить маневренные возможности АПА – построить область пространства, в которую АПА может доставить ПН с учетом ограничений на максимально допустимую перегрузку и энергоресурс двигателя. Иными словами, требуется определить, является ли ОС достижимым для АПА. В случае достижимости ОС продолжается движение в соответствии с выбранной схемой действия, а в случае недостижимости ОС принимается решение о смене схемы действий АПА, вплоть до возврата в точку старта или экстренного всплывания.

В связи с обозначенной выше потребностью алгоритм расчета траектории доставки ПН АПА к конкретному ОС дополнен процедурой формирования области достижимости. Переходные процессы для моментов переключения структуры управления (4) приведены на рис. 2 [21].

Исследования показали, что алгоритм построения области достижимости позволяет выбирать оптимальные значения моментов времени смены

структуры управления (τ_1 и τ_2) для произвольно задаваемых их начальных значений из интервала оптимизации (при сохранении их последовательности).

Дополнительным фактором, оказывающим существенное влияние на безаварийность функционирования АПА, является наличие препятствий на оптимальной траектории движения. Как правило, ОС находится в области с переменным рельефом, и на участке придонного прямолинейного маршевого движения АПА часто возникает необходимость обгибания (обхода) препятствий оптимальным методом с точки зрения безопасности движения АПА и точности выхода к объекту доставки ПН.

Для решения этой подзадачи разработан алгоритм управления АПА с прогнозирующей моделью с использованием результатов работ [8, 9, 13 и др.], который при наличии на пути препятствия позволяет сформировать траекторию его обгибания или обхода. При этом управление вычисляется в реальном времени с учетом изменения состояния АПА, определяемого навигационной системой с использованием акселерометров, датчиков угловых скоростей и датчика глубины, а также изменения внешней обстановки (обнаружения новых препятствий и обновления данных о положении и ориентации ОС), определяемого с помощью гидролокатора и оптических датчиков. После каждого уточнения координат траектории доставки ПН рассчитываются в уточненную точку, а сам алгоритм наведения АПА сохраняется без изменений.

Определим форму препятствия в критерии (1) штрафной функцией вида

$$Q_{\text{ш}}^s(\mathbf{X}) = \begin{cases} 0, & x_f - x > R_1 \text{ или } x_f - x < L_2; \\ 0, & j_s y > j_s y_s; \\ \rho(y - y_s)^2, & j_s y \leq j_s y_s \text{ и } L_2 < x_f - x < R_1; \end{cases}$$

$$y_s = \begin{cases} -j_s a_s(x - x_f) + b_s, & L_2 < x_f - x < L_1; \\ j_s \sqrt{R_1^2 - (x - x_f)^2}, & L_1 < x_f - x < R_1; \end{cases}$$

$$f_0^{(s)} = Q^s(\mathbf{u}^{(s)}) + Q_{\text{ш}}^s(\mathbf{X}),$$

где $L_1, L_2, R_1, y_s, a_s, b_s$ — параметры формы препятствия; j_s — индекс направления обхода препятствия (при формировании траектории в вертикальной плоскости: $j_s = 1$ — обгибание препятствия выполняется сверху; в горизонтальной плоскости: $j_s = 1$ — обход слева, $j_s = -1$ — обход справа), ρ — заданный коэффициент.

На рис. 3 приведены траектории движения АПА вблизи донной поверхности с обгибанием в вертикальной плоскости (рис. 3, а), и обходом препятствия в горизонтальной плоскости (рис. 3, б) и доставкой ПН АПА в заданную точку для одного из вариантов граничных условий.

После обгибания препятствия формирование траектории терминального наведения АПА осуществляется с использованием алгоритма с коррекцией

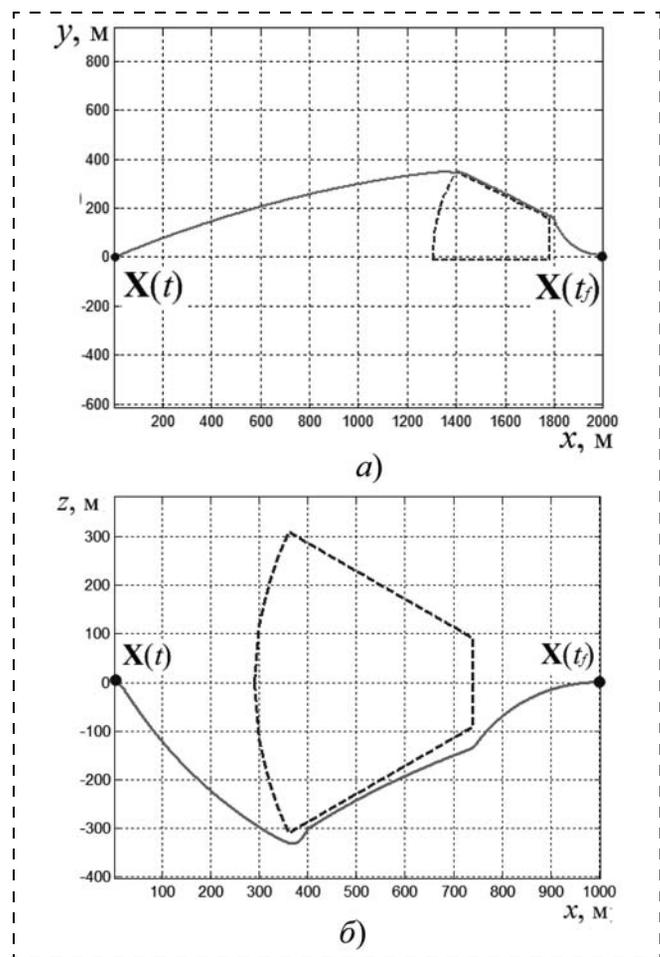


Рис. 3. Траектории движения АПА вблизи донной поверхности: а — обгибание препятствия в вертикальной плоскости; б — обход препятствия в горизонтальной плоскости

параметров структуры управления аналогично участку выведения. Проведенные вычисления показали, что для ускорения сходимости алгоритма целесообразно оценить начальные значения параметров структуры управления (τ_1, τ_2) из геометрических соотношений. Например, для одного из вариантов взаимного расположения АПА и ОС оценки τ_1 и τ_2 можно найти из рис. 4. Траектория состоит из участка движения по окружности радиуса циркуляции АПА $r = 1/K_m$ с центром в точке $O_1(x_1, y_1)$, затем прямолинейного движения по касательной, с которой АПА переходит на вторую окружность с центром в точке $O_2(x_2, y_2)$. Здесь K_m — максимально допустимая кривизна траектории (K) движения АПА,

$$\text{в вертикальной плоскости } K = a \frac{g}{V^2} (n_y - \cos\theta), \text{ в бо-}$$

$$\text{ковой плоскости } K = -a \frac{g}{V^2} n_z; \theta_t, \theta_\tau, \theta_{fa}, \theta_{fb} \text{ — углы}$$

наклона траектории АПА в моменты времени t, τ, t_{fa}, t_{fb} соответственно; τ_{1a} и τ_{1b} — моменты времени перехода АПА с движения по окружности на прямую для траектории 1 и 2 соответственно; $(x_t, y_t), (x_f, y_f)$ —

координаты АПА в моменты времени t и t_f соответственно.

Координаты точки $O_1(x_1, y_1)$ определяются геометрическими соотношениями:

$$\begin{cases} x_1 = x_t - r \cos \alpha; \\ y_1 = y_t - r \sin \alpha, \end{cases} \quad \alpha = \frac{\pi}{2} + \theta_t$$

(на рис. 4 $\theta_t = 0$).

Координаты точки $O_2(x_2, y_2)$:

$$\begin{cases} x_2 = x_f - r \cos \alpha_f; \\ y_2 = y_f - r \sin \alpha_f, \end{cases} \quad \alpha_f = \frac{\pi}{2} + \theta_{t_f}$$

для траектории 1 на рис. 4.

Расстояние между центрами окружностей $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$;

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2};$$

$$\text{угол } \beta = \arccos \frac{x_2 - x_1}{d}.$$

Для случая а) $\theta_f < 0$ имеем:

$$\theta_{\tau_1} = -\beta, \quad \tau_1 = t + \frac{1}{VK} (\theta_{\tau_1} - \theta_t), \quad \tau_2 = \tau_1 + \frac{d}{V}.$$

Для случая б) $\theta_f \geq 0$ находим:

$$\gamma = \arcsin \frac{2r}{d}, \quad \theta_{\tau_1} = -\beta - \gamma, \quad \tau_1 = t + \frac{1}{VK} (\theta_{\tau_1} - \theta_t),$$

$$\tau_2 = \tau_1 + \frac{d \cos \gamma}{V}.$$

Алгоритм применения АПА выглядит следующим образом: с корабля вводятся исходные данные в бортовую систему управления (БСУ) АПА, затем до старта АПА в БСУ АПА рассчитывается оптимальная траектория движения и область достижимости АПА. Проводится запуск АПА, БСУ которого с заданным интервалом времени формирует управляющие воздействия и выполняет перестроение оптимальной траектории на основе разработанных алгоритмов, а система стабилизации удерживает АПА на сформированной оптимальной траектории. На конечном участке траектории осуществляется торможение АПА для его безопасной пристыковки к заданному объекту.

Результаты моделирования

Работоспособность созданных алгоритмов для решения целевой задачи проверяли с учетом действия следующих случайных факторов: ошибок измерения начального положения и ориентации ОС, ошибок гидролокатора АПА (горизонтальный и вертикальный пеленги, дальность), изменения времени обновления информации о положении и ориентации ОС для формирования команды на перенацеливание.

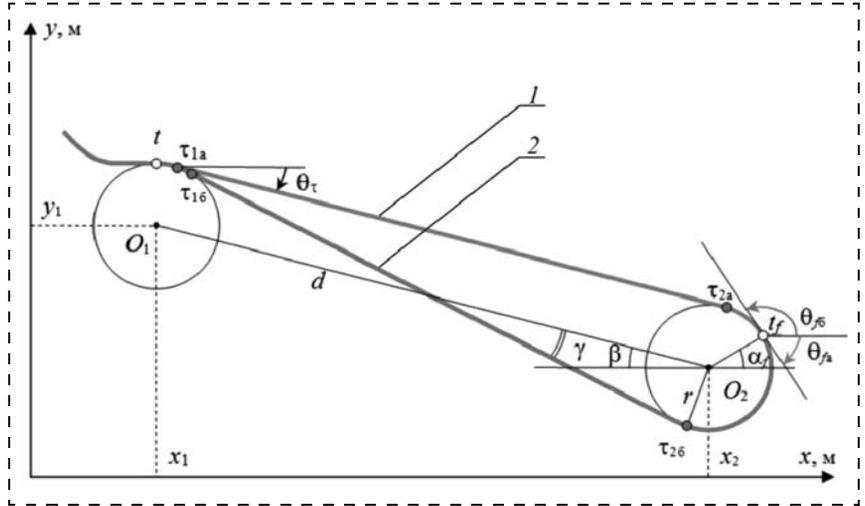


Рис. 4. Схема траекторий на терминальном участке:

1 — для случая $\theta_f < 0$; 2 — для случая $\theta_f \geq 0$ (траектории 1 соответствуют обозначения с индексом "а", траектории 2 — с индексом "б")

Проведено математическое моделирование динамики АПА для доставки ПН к ОС на базе разработанного программного комплекса [22], использующего полную модель динамики АПА и его подсистем, подтверждающее работоспособность созданных алгоритмов.

Как показывают результаты моделирования [23], предложенный алгоритм формирования управления позволяет строить траекторию АПА в реальном времени. На рис. 5 и 6 представлена траектория движения АПА на всех этапах движения (участок выведения, маршевого движения, обгибания препятствия, терминального наведения и торможения). На рис. 5 прямой линией на глубинах -200 м и -250 м обозначена поверхность дна; в диапазоне дальностей от точки старта $X(0)$ по координате x от 1300 м до 1800 м находится препятствие.

Таким образом, на основе разработанной методики решена задача формирования траектории доставки ПН к ОС от старта АПА до момента стыковки. Сформирован единый алгоритм интеллектуального управления АПА, учитывающий изменение информационной обстановки в процессе

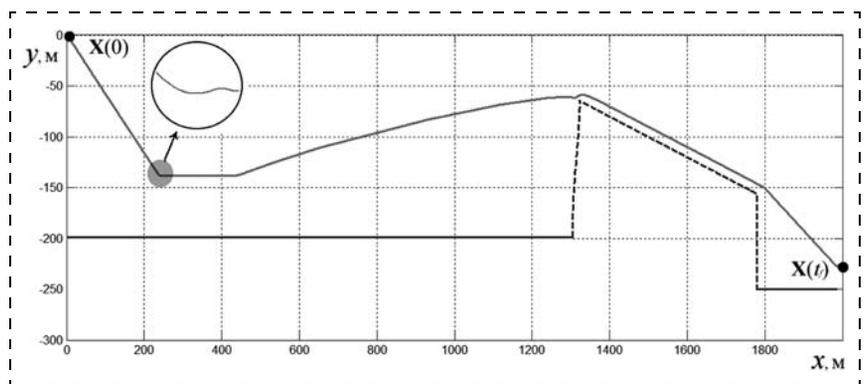


Рис. 5. Траектория от старта АПА до момента стыковки с ОС (вертикальная плоскость)

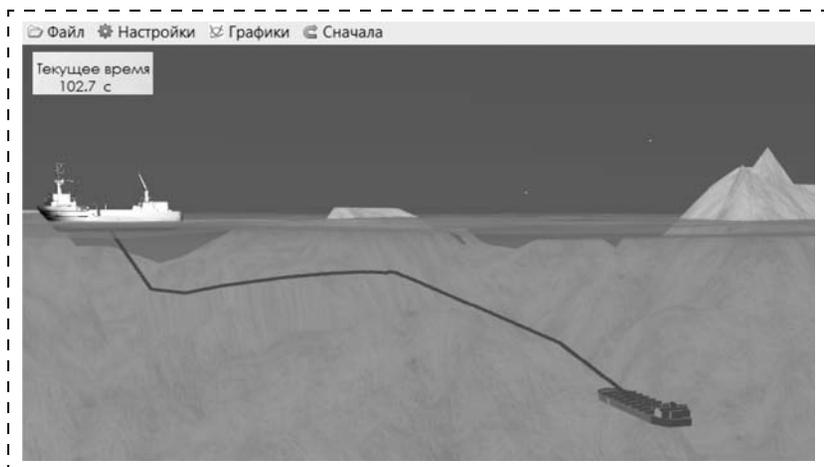


Рис. 6. Траектория доставки полезной нагрузки к объекту стыковки

движения АПА и использующий разработанные алгоритмы оптимального наведения на различных участках траектории: выведения, маршевого прямолинейного движения, наведения с огибанием элементов рельефа (при обнаружении препятствия на пути), наведения с учетом поправки в определении местоположения ОС по данным гидролокатора АПА, наведения с учетом поправки в значении требуемого угла подхода к ОС и торможения для безопасной стыковки с ОС.

Заключение

Разработана методика и алгоритмы оптимального программно-позиционного управления АПА в темпе движения на основе теории оптимального управления, которые исключают процедуру эмпирического подбора коэффициентов в используемых на практике законах управления и позволяют осуществлять доставку полезной нагрузки к объекту стыковки по сложным пространственным траекториям в условиях сложного рельефа дна.

Список литературы

1. **Автоматические** подводные аппараты / М. Д. Агеев, Б. А. Касаткин, Л. В. Киселев и др. Л.: Судостроение, 1981. 224 с.
2. **Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А.** Способ формирования программного управления скоростным режимом движения подводного аппарата по произвольным пространственным траекториям с заданной динамической точностью // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 4. С. 167–170.
3. **Киселев Л. В.** Организация пространственного движения автономного подводного аппарата при траекторном обследовании объектов, областей физических полей. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д. т. н., спец. 05.13.01. 1997.

4. **Филаретов В. Ф., Лебедев А. В., Юхимец Д. А.** Устройства и системы управления подводных роботов. М.: Наука, 2005.
5. **Теряев Е. Д., Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б., Петрин К. В.** Концепция "гибких кинематических траекторий" в задачах терминального управления подвижными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 12. С. 7–15.
6. **Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С.** Динамика полета беспилотных летательных аппаратов: учеб. пособие для вузов. Изд. 2-е переработанное и доп. М.: Машиностроение, 1973. 616 с.
7. **Горбатенко С. А.** Применение концепции обратных задач динамики для построения законов управления движением аэростатического аппарата // Вестник МАИ. 2012. № 4. С. 76–80.
8. **Буков В. Н.** Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 232 с.
9. **Справочник** по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
10. **Брайсон А., Хо Ю-Ши.** Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. 544 с.
11. **Горбатенко С. А., Макашов Э. М., Полушкин Ю. Ф., Шефтель Л. В.** Расчет и анализ движения летательных аппаратов. Инж. справочник. М.: Машиностроение, 1971. 352 с.
12. **Мальшев В. В.** Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления: учеб. пособие. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. 440 с.
13. **Кабанов С. А.** Управление системами на прогнозирующих моделях. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1997. 200 с.
14. **Александров А. А., Кабанов С. А.** Оптимизация посадки беспилотного летательного аппарата с учетом ограничений на управление // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 2. С. 50–54.
15. **Кабанов Д. С.** Оптимизация пространственного маневра автоматического подводного аппарата с коррекцией параметров структуры управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 9. С. 57–61.
16. **Кабанов С. А.** Управление системами с оптимальной коррекцией параметров прогнозирующей модели // Материалы докладов Межд. конф. "Седьмые Окуневские чтения". 20–24 июня 2011 г. СПб.: Изд. Балт. гос. техн. ун-т, 2011. С. 237–238.
17. **Мальшев В. В., Кабанов Д. С.** Оптимальное выведение на глубину автоматического подводного аппарата с коррекцией параметров структуры управления // Вестник МАИ. 2012. № 4. С. 88–96.
18. **Ким Д. П.** К синтезу оптимальной линейной системы управления по критерию обобщенной работы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 4. С. 7–10.
19. **Федоренко Р. П.** Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978. 488 с.
20. **Черноусько Ф. Л., Баначук В. П.** Вариационные задачи механики и управления (Численные методы). М.: Наука, 1973. 238 с.
21. **Мальшев В. В., Кабанов Д. С.** Алгоритм коррекции структуры управления автоматическим подводным аппаратом для построения области достижимости // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55. № 7. С. 21–27.
22. **Кабанов Д. С.** Построение оптимальной траектории движения автоматического подводного аппарата с использованием алгоритма коррекции параметров структуры управления. Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ.
23. **Мальшев В. В., Кабанов Д. С.** Оптимизация алгоритма доставки полезной нагрузки автоматическим подводным аппаратом // Электронный журнал "Труды МАИ". 2012. Вып. № 57.

В. Э. Джашитов, д-р техн. наук, проф., **В. М. Панкратов**, д-р техн. наук, проф.,
А. В. Голиков, канд. техн. наук, iptmuran@san.ru,
 Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

Активное управление температурными полями бесплатформенной инерциальной навигационной системы с волоконно-оптическими датчиками

Рассмотрены теоретические и практические аспекты создания активной реверсивной системы терморегулирования (СТР) на термоэлектрических модулях Пельтье, предназначенной для управления температурными полями отдельных волоконно-оптических инерциальных датчиков и бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), содержащей эти датчики. Построены и исследованы математические модели тепловых процессов, управляемых двумя контурами СТР. Первый контур обеспечивает управление температурой волоконно-оптических датчиков, второй контур управляет температурой БИНС в целом. Разработано поддерживающее алгоритмическое и программное обеспечение, выбраны параметры СТР, получены оценки функционирования динамических систем при сложных тепловых воздействиях.

Ключевые слова: реверсивная система терморегулирования, модуль Пельтье, тепловые процессы и воздействия, бесплатформенная инерциальная навигационная система, волоконно-оптические датчики, математические модели, управление

V. E. Dzhashitov, V. M. Pankratov, A. V. Golikov

Active Control by Temperature Fields of Strapdown Inertial Navigation System with Fiber-Optical Sensors

Theoretical and practical aspects of creation of the active reversible Thermal Control System (TCS) with Peltier's thermoelectric modules are considered. TCS is intended for control of temperature fields of separate fiber-optical inertial sensors and Strapdown Inertial Navigation System (SINS), containing these sensors. Mathematical models of the thermal processes which control by two contours of TCS are constructed and researched. The first contour provides control by temperature of fiber-optical inertial sensors, the second contour controls by temperature of all SINS as a whole. Supporting algorithmic and the software is developed. Parameters of the Thermal Control System are chosen. Estimations of functioning of dynamic systems are received at difficult temperature effects.

Keywords: reversible Thermal Control System, Peltier's module, thermal processes and temperature effects, Strapdown Inertial Navigation System, fiber-optical inertial sensors, mathematical models, control

Введение и постановка задач

Волоконно-оптический инерциальный датчик (другие названия — волоконно-оптический гироскоп (ВОГ), интерферометр Саньяка) — один из широко применяющихся и перспективных приборов наряду с микромеханическими, волновыми твердотельными и другими типами датчиков. Эти датчики являются неотъемлемой частью бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), предназначенных для навигации и управления широким классом подвижных объектов.

Теория и практика ВОГ достаточно разработана [1—10]. Основные усилия разработчиков и исследователей ВОГ и БИНС с этими датчиками направлены на существенное повышение их точности.

Для обеспечения точности ВОГ $0,1 \dots 0,01$ °/ч с успехом применяют пассивные способы борьбы с температурными воздействиями (термокомпенсацию, специальные способы намотки волокна, тепловое шунтирование и корпусирование отдельных элементов, конструктивные усовершенствования катушки, новые материалы и др.)

Для достижения инерциальных точностей ВОГ $< 0,01$ °/ч применения только пассивных способов [1—6, 10] недостаточно. При таких точностях

существенны термоупругие деформации в единицы и доли микрометров, изменения масштабного коэффициента (МК) и другие "тонкие" температурные факторы, которые заранее невозможно предусмотреть и промоделировать. Например, для достижения точности ВОГ $< 0,01$ °/ч относительная погрешность МК [1—6] должна быть $< 0,01$ %.

Вместе с тем, современные высокоточные и надежные ВОГ должны функционировать [2, 4, 7—10] в условиях жестких температурных воздействий. Температуры окружающей среды могут меняться в диапазоне $(-60 \dots +60)$ °С и более, причем изменения могут быть нестационарными.

Для достижения инерциальных точностей $< 0,01$ °/ч кардинальным решением, на взгляд авторов, является применение активных методов, заключающихся в создании многоконтурных реверсивных систем терморегулирования (СТР) отдельных ВОГ (первый контур для стабилизации температуры его элементов) и всей БИНС (второй контур).

Опираясь на имеющийся опыт, авторы полагают, что активный метод регулирования температуры позволит существенно (на порядки) уменьшить в принципе любые температурные погрешности ВОГ и БИНС.

Данная работа развивает исследования [6—10], направленные на существенное повышение точности и эффективности ВОГ и БИНС, разрабатываемых в НППК (г. Пермь), НПП "Антарес", "Оптолинк" (г. Саратов) и др.

Вместе с тем, вопросы, связанные с выбором типа СТР, определением ее параметров, обеспечением теплоизоляции и отвода тепла, анализом работы рассматриваемых динамических систем с заданными свойствами, минимизацией энергозатрат и др. в условиях сложных тепловых воздействий изучены в настоящее время совершенно недостаточно.

Объекты исследования: БИНС с ВОГ и акселерометрами [3, 10] и системы терморегулирования отдельных ВОГ и всей БИНС.

Цель работы. Постановка и решение проблемы исследования теоретических и прикладных аспектов анализа и синтеза реверсивной (нагрев-охлаждение) СТР ВОГ и БИНС с применением модулей Пельтье [7, 11].

Такая СТР обеспечит при минимальном энергопотреблении поддержание заданной температуры элементов ВОГ и БИНС в условиях сложных тепловых воздействий и существенно уменьшит тепловой дрейф.

Для достижения цели поставлены и решены следующие задачи:

- построение адекватных математических моделей динамических систем ВОГ и БИНС с системами терморегулирования;

- аналитическое и численное исследование построенных моделей, выбор параметров СТР, получение оценок функционирования рассматриваемых динамических систем при сложных температурных воздействиях.

В процессе исследований создано поддерживающее алгоритмическое и программное обеспечение, позволяющее решать поставленные задачи.

Математические модели

В основе математических моделей тепловых процессов, предназначенных для расчета нестационарных температурных полей ВОГ, БИНС и учитывающих применение СТР на модулях Пельтье, заложен модифицированный метод элементарных балансов [7, 12]. В соответствии с методикой, изложенной в работе [7], ВОГ или БИНС разбиваются на конечные объемы, имеющие форму того или иного конструктивного элемента или его сегмента.

Тепловая модель ВОГ с СТР (первый контур) с основными элементами, нумерацией объемов и тепловыми связями показана на рис. 1 (см. вторую сторону обложки).

На верхней поверхности крышки I ВОГ (рис. 1) расположен модуль Пельтье XV, рабочая поверхность (спай) которого находится в тепловом контакте через теплопроводящую пасту с крышкой I и через нее — с дном XIV, посадочным кольцом XIII и другими элементами. На наружном спае установ-

лен через пасту радиатор XVI с вытяжным вентилятором XVII для эффективного теплообмена между наружным спаем и средой.

По сравнению с базовой конструкцией ВОГ [3, 10] предлагается внести пассивное усовершенствование. Для более равномерного распределения температур внутри ВОГ надо установить тепловой шунт между крышкой I и внутренним корпусом VII, например, вставить легкое теплопроводное кольцо в зазор между крышкой I и корпусом VII.

Основной алгоритм расчета температурных полей датчика или устройства, полученный на основе метода балансов, имеет вид [7]

$$T_i(t + \Delta t) = \left[1 - \frac{\Delta t}{c_i} \left(\sum_{j=1}^M q_{ij} + q_{ic} \right) \right] T_i + \frac{\Delta t}{c_i} \left(\sum_{j=1}^M q_{ij} T_j + q_{ic} T_c + Q_i \right), \quad (1)$$

где $T_i(t)$, $T_i(t + \Delta t)$ — температуры i -го объема в настоящий и последующий моменты времени; T_c — температура окружающей среды; c_i — теплоемкость i -го объема; q_{ij} — теплопроводности между объемами i, j ; q_{ic} — теплопроводность между i -м объемом и средой; Q_i — мощность источников тепла или холодопроизводства; Δt — шаг расчета; M — число объемов, имеющих тепловой контакт с i -м объемом; N — число объемов; $i = 1, \dots, N$.

В коэффициентах теплопроводности q_{ij} учитывается теплообмен кондукцией, конвекцией и излучением. Особенность применения алгоритма (1) в том, что в системе ВОГ с СТР имеются источники тепла (холода) с управляемыми мощностями Q_{73} , Q_{74} на спаях модуля Пельтье.

Нелинейная модель [11, 7], описывающая работу модуля Пельтье и принятый релейно-пропорциональный закон регулирования температуры, имеет вид:

$$Q_{73} = \left[-\varepsilon_T J (T_{73} + 273) + \frac{J^2 R}{2} \right] nm; \quad (2)$$

$$Q_{74} = \left[\varepsilon_T J (T_{74} + 273) + \frac{J^2 R}{2} \right] nm;$$

$$J = \begin{cases} J_{\max}, & \text{если } T_d - T_z \geq T_L; \\ k(T_d - T_z - T_N), & \text{если } T_N \leq T_d - T_z \leq T_L; \\ 0, & \text{если } -T_N \leq T_d - T_z \leq T_N; \\ k(T_d - T_z + T_N), & \text{если } -T_L \leq T_d - T_z \leq -T_N; \\ -J_{\max}, & \text{если } T_d - T_z \leq -T_L, \end{cases} \quad (3)$$

где ε_T — коэффициент термоэлектродвижущей силы; J — сила тока; R — электрическое сопротивление; n, m — число термоэлементов в модуле Пельтье и число модулей; J_{\max} — максимальная сила тока; T_L , T_N — зоны линейности и нечувствительности; T_{73} , T_{74} — температуры рабочего и наружного спаев; $k = J_{\max}/(T_L - T_N)$ — крутизна характеристики; T_z —

заданная температура; T_d — температура термодатчика.

В выражениях (2) первые слагаемые определяют теплопроизводство (тепловыделение) Пельтье, вторые слагаемые — тепловыделение Джоуля.

Законы изменения температуры наружной и внутренней окружающей среды ВОГ и основания приняты следующими:

$$T_C = T_{CN} = T_{CV} = T_{osn} = T_D \sin \omega t + T_{00} + T_R, \quad (4)$$

где T_D , ω , T_{00} , T_R — параметры детерминированных и случайных характеристик закона изменения температуры окружающей среды и основания.

Рассмотрим основные свойства и особенности предложенной СТР.

1. Как определить температуру внутренней среды T_{CV} при работе СТР?

Пусть осуществляется теплообмен между воздушной массой внутренней среды с изменяющейся температурой $T_{CV} = T_1(t)$, внутренними элементами ВОГ с температурой $T_2(t)$ и поверхностными элементами, в которых поддерживается с помощью СТР заданная температура $T_z = \text{const}$.

Эта модель для тепловой системы из двух объемов с возможным во втором объеме источником тепла $Q = \text{const}$ показана на рис. 2.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений для этой модели, полученная методом тепловых балансов, имеет вид

$$c_1 \dot{T}_1 + q(T_1 - T_2) + q_{1z}(T_1 - T_z) = 0; \quad (5)$$

$$c_2 \dot{T}_2 + q(T_2 - T_1) + q_{2z}(T_2 - T_z) = Q, \quad (6)$$

где c_1 — теплоемкость воздушной массы внутренней среды; c_2 — теплоемкость внутренних элементов ВОГ; q , q_{1z} , q_{2z} — теплопроводности.

Примем условия $c_1 \ll c_2$; $q \approx q_{1z} \ll q_{2z}$, отражающие реальную ситуацию.

Общее решение системы уравнений (5), (6) имеет вид

$$T_1 = D_1 \exp(\lambda_1 t) + D_2 \exp(\lambda_2 t) + T_z + Q \frac{q}{qq_{1z} + qq_{2z} + q_{1z}q_{2z}}; \quad (7)$$

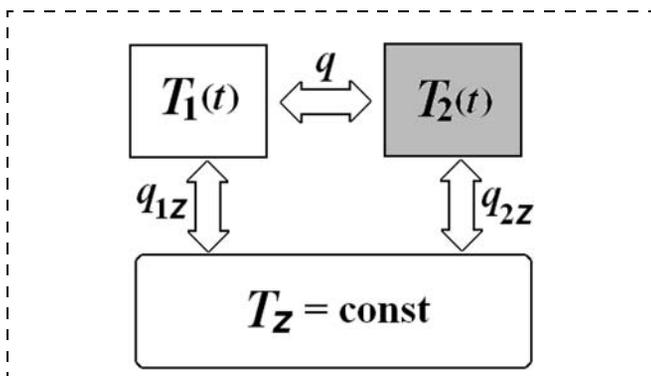


Рис. 2. Упрощенная тепловая модель

$$T_2 = \frac{c_1}{q} (D_1 \lambda_1 \exp(\lambda_1 t) + D_2 \lambda_2 \exp(\lambda_2 t)) + \left(\frac{q + q_{1z}}{q} \right) (D_1 \exp(\lambda_1 t) + D_2 \exp(\lambda_2 t)) + T_z + Q \frac{q}{qq_{1z} + qq_{2z} + q_{1z}q_{2z}} \left(1 + \frac{q_{1z}}{q} \right), \quad (8)$$

где D_1 , D_2 — постоянные, определяемые из начальных условий.

Корни квадратного характеристического уравнения для системы (5), (6):

$$\lambda_{1,2} = - \left(\frac{q + q_{1z}}{c_1} + \frac{q + q_{2z}}{c_2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{q + q_{1z}}{c_1} - \frac{q + q_{2z}}{c_2} \right)^2 + \frac{4q^2}{c_1 c_2}}. \quad (9)$$

Эти корни — действительные, отрицательные и различные. Следовательно, система устойчива, и в установившемся режиме при $t \rightarrow \infty$ получим

$$T_{CV} = T_1(\infty) = T_z + Q \frac{q}{qq_{1z} + qq_{2z} + q_{1z}q_{2z}}; \quad (10)$$

$$T_2(\infty) = T_z + Q \frac{q}{qq_{1z} + qq_{2z} + q_{1z}q_{2z}} \left(1 + \frac{q_{1z}}{q} \right). \quad (11)$$

При $t \rightarrow \infty$ температура внутренней среды принимает значение заданной температуры T_z , если нет внутренних источников тепла.

Оценим время переходных процессов во внутренней среде с учетом предположений $c_1 \ll c_2$ и $q \approx q_{1z} \ll q_{2z}$. Пусть $c_1 = 0,001$ Дж/°С; $c_2 = 1$ Дж/°С.

Тепловые связи q , q_{1z} примем малыми, так что $q = q_{1z} = 0,001$ Вт/°С.

Выберем в выражении (9)

$$(q + q_{1z})/c_1 - (q + q_{2z})/c_2 = 0.$$

Отсюда получаем, что $q_{2z} \approx 2$ [Вт/°С], т. е. выполняется принятое соотношение между тепловыми связями $q \approx q_{1z} \ll q_{2z}$.

Корни (9):

$$\lambda_{1,2} = - \left((q + q_{1z})/c_1 + (q + q_{2z})/c_2 \right) \pm 2q / \sqrt{c_1 c_2} = -2 \pm 0,03 \text{ с}^{-1}.$$

Температура воздушной массы внутренней среды (7) при $Q = 0$:

$$T_{CV}(t) = T_1(t) = D_1 \exp(-1,97t) + D_2 \exp(-2,03t) + T_z.$$

Переходные процессы достаточно быстрые (единицы секунд), и за малое время температура T_{CV} внутренней среды принимает значение T_z .

Отсюда вытекает *практическая рекомендация* по определению и заданию T_{CV} на более полной тепловой модели, содержащей не два объема, а десятки, и имеющей сложную структуру тепловых связей. Надо выбрать в качестве начальной температуры внутренней среды T_{CV} , например, температуру T_z .

при заданных температурах наружной среды и основания и при работающей СТР. Затем путем нескольких последовательных расчетов (итераций) температурного поля по алгоритмам и соотношениям (1)–(4) нужно добиться выполнения, например для ВОГ, при $t \rightarrow \infty$, $T_{CV} \approx (T_1 + T_{49})/2$.

2. Как выбрать заданную температуру T_z при $T_{CN} = \pm 60 \text{ }^\circ\text{C}$?

С учетом особенностей [11] реверсивной СТР на модулях Пельтье температура T_z выбирается внутри диапазона T_{CN} (по возможности ближе к верхнему пределу) путем моделирования на построенной модели тепловых процессов или экспериментально. Критерий выбора — например, минимизация потребляемой мощности.

3. Выбор местоположения термодатчика, измеряющего температуру T_d , и характеристик J_{max} , k и т. д. закона управления (3) осуществляется на модели тепловых процессов или (и) экспериментально.

4. Важная особенность СТР — это применение радиатора и вытяжного вентилятора. Коэффициенты теплопроводности от СТР в наружную среду, в том числе за счет вынужденной конвекции от вентилятора, определяются по формулам, приведенным в работах [7, 12]. Часть параметров и характеристик, входящих в эти формулы, задаются как исходные данные (например, теплопроводность и кинематическая вязкость воздуха), другая часть (например, скорость воздушного потока и площадь радиатора СТР) определяются в процессе компьютерных экспериментов на построенной модели.

5. Важный фактор — теплоизоляция поверхностных элементов. Теплопроводности от этих элементов к наружной среде вычисляются в построенной модели по формулам, приведенным в работах [7, 13]. В этих формулах учитывается теплоотдача кондукцией, свободной конвекцией и излучением. Основными являются множители k_1 , k_2 [0; 1] — степень теплоотдачи элементов в наружную среду и к местам крепления: 0 — полная теплоизоляция; 1 — теплоотдача в базовой конструкции ВОГ. Практически теплоизоляция может быть обеспечена, например, созданием дополнительного внешнего корпуса с вакуумированным зазором (как в термосе).

6. Выбор начальной температуры T_0 . В целях минимизации времени готовности и уменьшения экстремальных температур на наружном спае и радиаторе модуля Пельтье в переходных режимах следует выбирать начальную темпера-

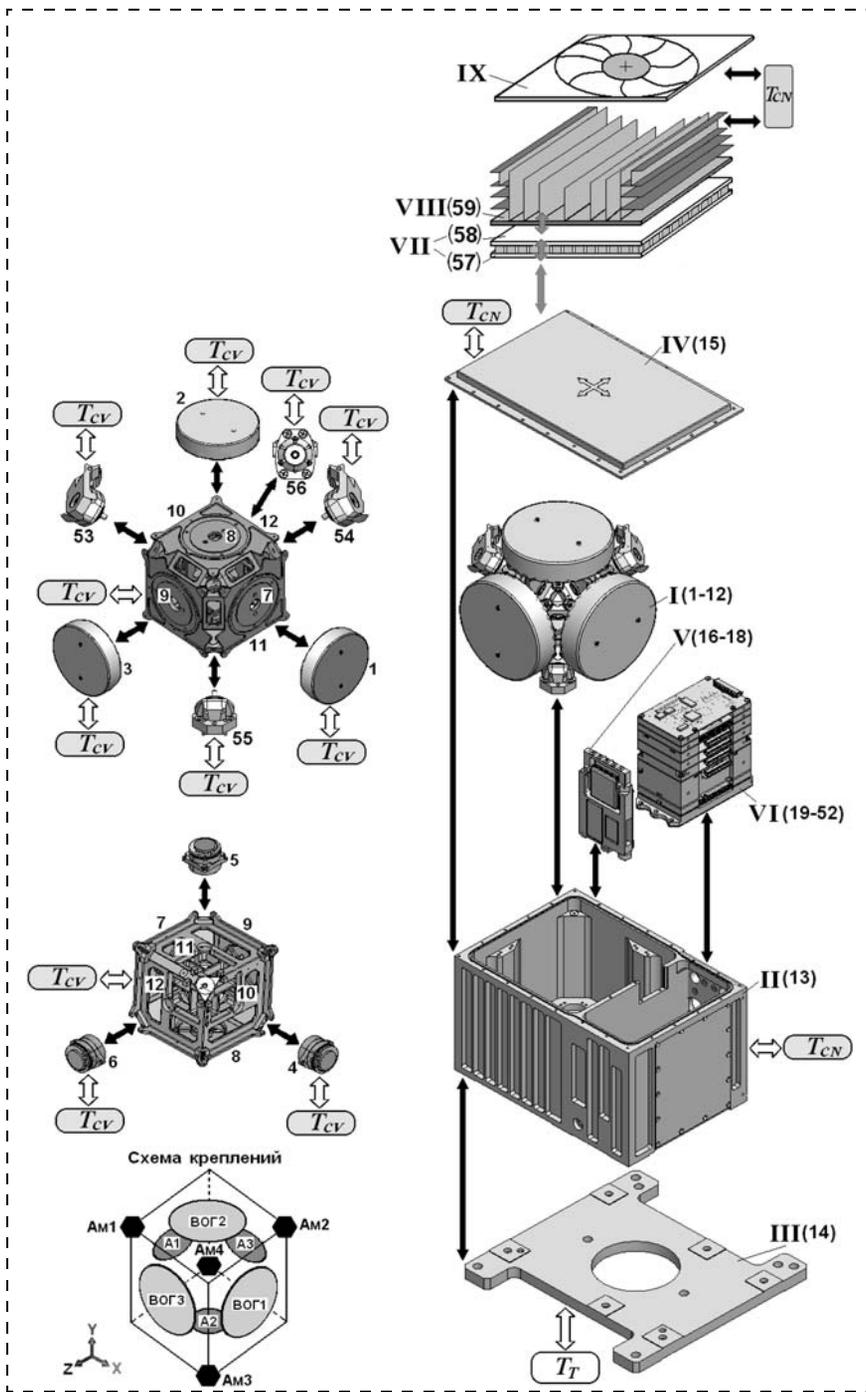


Рис. 3. Элементы и тепловая модель БИНС с разбиением на объемы: I (1–12) — корпус с ЧЭ — ВОГи (1, 2, 3), акселерометры (4, 5, 6), стороны корпуса с ЧЭ (7–12), амортизаторы (53, 54, 55, 56); II (13) — корпус; III (14) — дно; IV (15) — крышка; V (16–18) — преобразователь напряжения; VI (19–52) — этажерная стойка с платами и деталями; VII (57, 58 — рабочий и наружный спай) — модуль Пельтье; VIII (59) — радиатор; IX — вентилятор; T_{CV} , T_{CN} — температуры среды внутри и снаружи БИНС; T_T — температура термоплаты; \longleftrightarrow — тепловые связи между объемами; \leftrightarrow — тепловые связи с окружающей средой

туру T_0 по возможности как можно ближе к заданной температуре термостабилизации T_z "снизу", т. е. $T_0 \leq T_z$.

7. Какие требования должны предъявляться к характеристикам тепловых процессов для обеспечения минимального теплового дрейфа ВОГ?

Как показывает тепловой анализ [3, 10], для обеспечения точности на уровне $< 0,01$ °/ч необходимы:

- стабилизация абсолютных температур в ВОГ около заданного значения T_z не хуже $\approx 0,4$ °С;
- стабилизация температурных перепадов в зоне волокна бухты не хуже $\approx 0,04$ °С.

8. Для чего нужен внешний (второй) контур реверсивной СТР БИНС?

Внутренняя среда в БИНС является наружной для ВОГ и других элементов внутри БИНС. Для достижения более точной термостабилизации важно максимально уменьшить диапазон изменения температур этой среды, что и делается с помощью внешнего контура СТР. Кроме того, реальные исполнительные устройства СТР, термодатчики, теплоизоляция и т. д. не идеальны, что также сказывается на точности работы СТР.

Тепловая модель БИНС с СТР (второй контур) с основными элементами, нумерацией объемов и тепловыми связями показана на рис. 3.

На крышке IV (рис. 3) расположен модуль Пельтье, рабочий спай которого имеет тепловой контакт через теплопроводящую пасту с крышкой IV и через нее — с корпусом II, дном III, корпусом I с ЧЭ и др. На наружном спае установлен через пасту радиатор с вытяжным вентилятором.

Особенность БИНС (в отличие от ВОГ) состоит в том, что внутри имеются источники тепла [3, 10] — акселерометры, платы на этажерной стойке VI и др. Суммарная мощность источников тепла БИНС меньше 11 Вт.

Алгоритмы и соотношения (1)—(4), (5)—(11) составляют основу математической модели систем ВОГ и БИНС с СТР.

Компьютерные эксперименты и анализ полученных результатов

Для автоматизации исследований, численного интегрирования нелинейной системы (1)—(4) и визуализации тепловых процессов ВОГ и БИНС с СТР разработаны программные комплексы "VOG-STR", "BINS-STR".

Диалоговые окна программных комплексов показаны на рис. 4 (см. третью сторону обложки).

Адекватность построенных моделей проведена и доказана в работе [10] на основе сравнения с экспериментальными данными.

Основные исходные данные для компьютерных экспериментов

Предельный диапазон температур окружающей среды ± 60 °С. Теплофизические, геометрические,

массогабаритные и другие характеристики ВОГ и БИНС используются те же, что и в работе [10]. Масса одного ВОГ ≈ 700 г; масса БИНС $\approx 11\,000$ г; масса модуля Пельтье с вентилятором и радиатором ≤ 150 г. Температуру T_{CV} внутренней среды ВОГ и БИНС выбирали в соответствии с проведенным анализом.

Основные параметры реверсивной СТР для ВОГ:

$$J_{\max} = 0,1 \text{ А}; \varepsilon_T = 0,004 \text{ В/°С}; R = 0,1 \text{ Ом}; \\ T_L = 0,2 \text{ °С}; T_N = 0 \text{ °С}; k = 0,5 \text{ А/°С}; n = 196; m = 1.$$

Основные параметры реверсивной СТР для БИНС:

$$J_{\max} = 0,3 \text{ А}; \varepsilon_T = 0,004 \text{ В/°С}; R = 0,1 \text{ Ом}; \\ T_L = 0,6 \text{ °С}; T_N = 0 \text{ °С}; k = 0,5 \text{ А/°С}; n = 196; m = 1.$$

Расположение термодатчика в ВОГ выбрано на внутреннем корпусе VII (11). Расположение термодатчика в БИНС выбрано на корпусе II (13).

Заданная температура ВОГ и БИНС принята равной верхнему значению $T_z = +30$ °С из выявленного оптимального диапазона (+20...+30) °С.

Отношение площади радиатора на наружном спае модуля Пельтье к площади наружного спае: для ВОГ — $S_{\text{рад}}/S_{\text{п}} \geq 10$; для БИНС — $S_{\text{рад}}/S_{\text{п}} \geq 15$.

Скорость воздушного потока вентилятора для ВОГ и БИНС $V \geq 5$ м/с.

Теплоизоляция поверхностей ВОГ и БИНС от среды и мест крепления не хуже $k_1 = k_2 = 0,25$, т. е. теплоотдача с поверхности ВОГ и БИНС должна быть хотя бы в четыре раза меньше, чем в базовом варианте, без СТР.

Для анализа тепловых процессов на рис. 5 (см. третью сторону обложки) приведены температурные характеристики ВОГ с *выключенной* и *работающей* СТР при изменении внешней температуры по ступенчатой циклограмме $T_{CN} = T_K = \pm 60$ °С.

При *выключенной* СТР температуры элементов с различными постоянными времени "отслеживают" циклограмму внешней температуры (рис. 5, а).

При *работающей* СТР тепловые процессы носят управляемый характер.

Температуры T_V (рис. 5, б, период 8000...20 000 с) стабилизированы около заданной температуры T_z . Время переходных процессов при термостабилизации уменьшилось в восемь раз по сравнению с ВОГ без СТР.

Применение реверсивной СТР также позволяет на порядок и более уменьшить максимальные выбросы и установившиеся значения производных температур, температурных перепадов в волокне и др.

На рис. 6 (см. третью сторону обложки) приведены температурные характеристики БИНС с *выключенной* и *работающей* СТР (второй контур) при изменении внешней температуры по ступенчатой циклограмме $T_{CN} = T_T = \pm 60$ °С.

При *выключенной* и *работающей* СТР тепловые процессы элементов БИНС носят совершенно разный характер, как это было и для ВОГ.

Гармонические и случайные внешние тепловые воздействия влияют на стабилизацию температуры меньше, чем ступенчатые воздействия.

Полученные результаты для ВОГ и БИНС справедливы при идеальной точности термодатчика, идеальных исполнительных устройств СТР и принятой теплоизоляции. Если же, например, точность термодатчика ± 1 °С, то диапазон изменения стабилизируемой температуры увеличится.

В целом, применение двух контуров регулирования температуры позволит существенно (в $\approx 2000 \dots 1000$ раз) уменьшить влияние внешних перепадов температуры на температурные характеристики в волоконной бухте, т. е. коэффициент качества стабилизации температуры в ВОГ за счет работы двух контуров реверсивной СТР составит $\approx 0,0005 \dots 0,001$. Например, при внешних перепадах в 120 °С точность стабилизации температуры в волокне 0,12 °С (должно быть не хуже 0,4 °С для точности $< 0,01$ /ч).

"Цена" за такое улучшение температурной ситуации — это потребляемая мощность СТР $\leq 6 \dots 8$ Вт при теплоизоляции $k_1 = k_2 = 0,25$; увеличение массы и габаритных размеров на $\approx 20 \dots 40$ % по сравнению с базовым ВОГ и БИНС без СТР.

Суммарная потребляемая мощность СТР (три ВОГ и БИНС) < 30 Вт.

Заключение

На построенных адекватных математических моделях исследованы теоретические и прикладные аспекты анализа и синтеза реверсивной двухконтурной СТР с модулями Пельтье отдельных ВОГ и всей БИНС.

Активное управление температурными полями ВОГ и БИНС позволит обеспечить инерциальные точности $< 0,01$ /ч.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ по проекту 10-08-00119а.

1. **Волоконно-оптические** датчики. Вводный курс для инженеров и научных работников / Под ред. Э. Удда. Москва: Техносфера, 2008. 500 с.
2. **Волоконно-оптический** гироскоп навигационного класса точности / Ю. Н. Коркишко, В. А. Федоров, В. Е. Прилуцкий и др. // XIV С.-Петербургская Междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. С.-Петербург, ГНЦ РФ "ЦНИИ "Электроприбор" 2007. С. 141—150.
3. **Успехи** в разработке БИНС на базе волоконно-оптических гироскопов / А. П. Колеватов, С. Г. Николаев, А. Г. Андреев, В. С. Ермаков и др. // XVI С.-Петербургская Междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. С.-Петербург, ГНЦ РФ "ЦНИИ "Электроприбор" 2009. С. 13—20.
4. **Трехосный** волоконно-оптический гироскоп. Результаты разработки / И. К. Мешковский, В. Е. Стригалева, Г. Б. Дейнека, В. Г. Пешехонов и др. // XVIII С.-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам. С.-Петербург, ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2011. С. 8—14.
5. **Лефевр Э. К.** Волоконно-оптический гироскоп: достижения и перспективы // Гироскопия и навигация. С.-Петербург. 2012. № 4 (79). С. 3—9.
6. **Драницына Е. В., Егоров Д. А., Унгилев А. А., Дейнека Г. Б., Шарков И. А., Дейнека И. Г.** Снижение влияния изменения температуры на выходной сигнал волоконно-оптического гироскопа // Гироскопия и навигация. 2012. № 4 (79). С. 10—20.
7. **Джашитов В. Э., Панкратов В. М.** Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий / Под общ. ред. акад. РАН В. Г. Пешехонова. С.-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2005. 404 с.
8. **Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Голиков А. В.** Общая и прикладная теория гироскопов с применением компьютерных технологий / Под общ. ред. акад. РАН В. Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ "ЦНИИ "Электроприбор", 2010. 154 с.
9. **Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Голиков А. В., Губанов А. Г., Ефремов М. В.** Обеспечение термоинвариантности волоконно-оптического гироскопа // Гироскопия и навигация. 2011. № 4 (75). С. 42—56.
10. **Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Голиков А. В., Николаев С. Г., Колеватов А. П., Плотников А. Д., Коффер К. В.** Иерархические тепловые модели бесплатформенной инерциальной навигационной системы с волоконно-оптическими гироскопами и акселерометрами // Гироскопия и Навигация. 2013. № 1 (80). С. 12—17.
11. **Ингберман М. И., Фромберг Э. М., Грабой Л. П.** Термостатирование в технике связи. М.: Связь, 1979. 144 с.
12. **Дульнев Г. Н., Парфенов В. Г., Сигалов А. В.** Методы расчета теплового режима приборов. М.: Радио и связь, 1990. 312 с.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова.*

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *М. Г. Джавадян.*

Сдано в набор 30.10.2013. Подписано в печать 18.12.2013. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН114. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.