

# МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 6 (147)

ИЮНЬ

2013

**Редакционный совет:**

БОЛОТНИК Н. Н.  
 ВАСИЛЬЕВ С. Н.  
 КАЛЯЕВ И. А.  
 КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.  
 КУЗНЕЦОВ Н. А.  
 ЛЕОНОВ Г. А.  
 МАТВЕЕНКО А. М.  
 МИКРИН Е. А.  
 ПЕШЕХОНОВ В. Г.  
 РЕЗЧИКОВ А. Ф.  
 СЕБРЯКОВ Г. Г.  
 СИГОВ А. С.  
 СИРОТКИН О. С.  
 СОЙФЕР В. А.  
 СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.  
 ФЕДОРОВ И. Б.  
 ЧЕНЦОВ А. Г.  
 ШЕРБАТЮК А. Ф.  
 ЮСУПОВ Р. М.

**Главный редактор:**

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

**Заместители гл. редактора:**

ПОДУРАЕВ Ю. В.  
 ПУТОВ В. В.  
 ЮЩЕНКО А. С.

**Ответственный секретарь:**

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

**Редакционная коллегия:**

АЛЕКСАНДРОВ В. В.  
 АНТОНОВ Б. И.  
 АРШАНСКИЙ М. М.  
 БУКОВ В. Н.  
 ВИТТИХ В. А.  
 ВОСТРИКОВ А. С.  
 ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.  
 ГРАДЕЦКИЙ В. Г.  
 ИВЧЕНКО В. Д.  
 ИЛЬЯСОВ Б. Г.  
 КОЛОСОВ О. С.  
 КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.  
 КУЗЬМИН Н. Н.  
 ЛЕБЕДЕВ Г. Н.  
 ЛОХИН В. М.  
 ПАВЛОВСКИЙ В. Е.  
 ПРОХОРОВ Н. Л.  
 РАПОПОРТ Э. Я.  
 СЕРГЕЕВ С. Ф.  
 ТИМОФЕЕВ А. В.  
 ФИЛАРЕТОВ В. Ф.  
 ФРАДКОВ А. Л.  
 ФУРСОВ В. А.  
 ШАЛОБАЕВ Е. В.  
 ЮРЕВИЧ Е. И.

**Редакция:**

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Бирюков Д. С., Дударенко Н. А., Слита О. В., Ушаков А. В.** Конструирование объекта управления. Часть 1. Проблема редуцирования модели, размещения регулирующих органов, измерительных устройств и оценки потенциальной робастности. . . . . 2
- Саушев А. В.** Математическое описание областей работоспособности электромеханических систем . . . . . 7

### РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Гайдук А. Р., Нейдорф Р. А., Беляев В. Е., Федоренко Р. В., Костюков В. А., Крухмалев В. А.** Система позиционно-траекторного управления роботизированной воздухоплавательной платформой. Часть 1. Математическая модель . . . . . 14
- Герасун В. М., Жога В. В., Несмиянов И. А., Воробьева Н. С., Дяшкин-Титов В. В.** Исследование оптимальных конфигураций манипулятора-трипода с поворотным основанием . . . . . 21

### ЭРГАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

- Савченко В. В.** Развитие методологии мониторинга функциональных состояний операторов транспортных систем "человек—машина". . . . . 27
- Шибанов Г. П.** Автоматизация процесса диагностики состояния организма человека по изменению картины его теплового излучения . . . . . 32

### ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И ПРЕОБРАЗУЮЩИЕ УСТРОЙСТВА МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

- Мелентьев В. С., Батищев В. И., Смолина А. М., Евстифеева Т. С.** Повышение точности измерения параметров емкостных датчиков перемещения . . . . . 36
- Габидулин М. А.** Анализ и синтез считывающих систем растровых синусно-косинусных преобразователей перемещений . . . . . 39

### Журнал в журнале

### "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Гурьев Ю. В., Слуцкая М. З., Ткаченко И. В., Якушенко Е. И.** Электронный тренажер "Управление скрытностью и движением морских подводных объектов" и его математическое и программное обеспечение . . . . . 52
- Клепцов В. И., Котов В. Н., Щербинин И. П.** Модернизация метода определения частот и форм колебаний самолета в полете на основе использования современной цифровой распределенной мониторинговой системы бортового документирования . . . . . 58
- Никитин А. В., Солдаткин В. В., Солдаткин В. М.** Система измерения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета . . . . . 64
- Contents** . . . . . 71

*Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования*

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:  
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 62-50

**Д. С. Бирюков**, аспирант,  
dbiryukov@list.ru,

**Н. А. Дударенко**, канд. техн. наук., доц.,  
dudarenko@yandex.ru,

**О. В. Слита**, канд. техн. наук., доц.,  
o-slita@yandex.ru,

**А. В. Ушаков**, д-р техн. наук, проф.,  
ushakov-AVG@yandex.ru,

Санкт-Петербургский национальный  
исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики

## Конструирование объекта управления

### Часть 1. Проблема редуцирования модели, размещения регулирующих органов, измерительных устройств и оценки потенциальной робастности

*В первой части статьи рассматриваются возможности использования грамианов управляемости, наблюдаемости и кросс-грамиана для оптимального формирования структуры регулирующих органов и измерительных устройств, а также для редуцирования моделей динамических объектов. Положения этой части статьи иллюстрируются примером.*

**Ключевые слова:** динамическая система, грамиан, редуцирование модели, робастность

#### Введение

В сложившейся теории и практике современного управления техническими объектами (ТО) модель ТО рассматривается как данность. Действительно, практика формирования ТО такова, что формируют объект в основном держатели технологического процесса, который реализуется в данном объекте. Как следствие, регулирующие органы ТО, средства сбора первичной информации о ходе технологического процесса в среде ТО размещаются удобным для эксплуатации образом. В результате специалист по управлению, работающий со сконструированным подобным образом, то сталкивается с такими чисто системными проблемами, как плохая управляемость объекта, плохая наблюдаемость и т. д. Это существенным образом усложняет задачу достижения необходимых показателей динамических процессов в ТО, включенном в состав системы управления. Таким образом, возникает необходи-

мость уже на стадии формирования ТО организовать совместную работу технолога и специалиста по управлению, результатом которой должна быть математическая модель ТО, обладающая "хорошими" системными свойствами. Процесс такой совместной работы справедливо назвать процессом конструирования объекта с желаемыми системными свойствами. Этой проблеме посвящена данная статья. Проблема решается с привлечением возможностей грамианных технологий [1–3].

#### Проблема сбалансированного представления и задача корректного редуцирования модели

Многие ТО наиболее адекватно описываются лишь моделями высокой размерности, с которыми неудобно работать, используя математические методы и программные средства. Поэтому процесс моделирования можно разделить на два этапа: собственно построение модели и ее редуцирование с последующей модификацией. В литературе описывается большое число методов редуцирования, обеспечивающих оптимальный с точки зрения сохранения адекватности и информативности модели выбор каналов управления исходного ММО-объекта, таких как метод RGA (метод массива относительных усиления, единственный неграмианный метод), PVL (Pade via Lanczos, аппроксимация Паде на двустороннем процессе Ланцоша), метод РМ (метод матриц участия), метод НПА (метод массива ганкелевых индексов взаимодействия), метод оценки взаимодействия по норме  $H_2$ , а также метод кросс-грамианной балансировки.

Задача формирования внутренне сбалансированных моделей (ВСМ) "вход—состояние—выход" характеризуется хорошей обусловленностью матричных компонентов и содержит возможности корректного редуцирования порядка модельного представления [4].

Рассматриваемый объект управления (ОУ) имеет следующий вид:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (2)$$

где  $x \in R^n$ ,  $u \in R^r$ ,  $y \in R^m$  — векторные переменные состояния, управления и выхода соответственно;  $A \in R^{n \times n}$ ,  $u \in R^r$ ,  $C \in R^{m \times n}$  — матрицы состояния, управления и выхода ОУ соответственно, согласованные по размерностям с перечисленными переменными.

Модель исследуемого ОУ с тройкой матриц  $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$  именуется внутренне сбалансированной, если выполняются матричные соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{W}_y &= \int_0^{\infty} e^{\bar{A}t} \bar{B} \bar{B}^T e^{\bar{A}^T t} dt = \Sigma; \\ \bar{W}_n &= \int_0^{\infty} e^{\bar{A}^T t} \bar{C}^T \bar{C} e^{\bar{A}t} dt = \Sigma, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Sigma = \text{diag}\{\alpha_i; i = 1, \dots, n\}$ ,  $\alpha_i$  — сингулярные числа сбалансированных грамианов управляемости  $\bar{W}_y$  и наблюдаемости  $\bar{W}_n$ .

Грамианы удовлетворяют матричным уравнениям Ляпунова:

$$\begin{aligned} \bar{A} \bar{W}_y + \bar{W}_y \bar{A}^T &= -\bar{B} \bar{B}^T; \\ \bar{A}^T \bar{W}_n + \bar{W}_n \bar{A} &= -\bar{C}^T \bar{C} \end{aligned} \quad (4)$$

или, в эквивалентной форме,

$$\bar{A} \Sigma + \Sigma \bar{A}^T = -\bar{B} \bar{B}^T; \bar{A}^T \Sigma + \Sigma \bar{A} = -\bar{C}^T \bar{C}. \quad (5)$$

Алгоритм конструирования ВСМ ОУ сводится к отысканию матрицы неособого преобразования базисов, которое привело бы пару матричных уравнения (4) к виду (5).

Поиск решения может быть облегчен, если воспользоваться системным кросс-грамианом  $W$  ОУ (1), (2), определяемым выражением

$$W = \int_0^{\infty} e^{At} B C e^{A^T t} dt \quad (6)$$

и удовлетворяющим матричному уравнению

$$AW + WA = -BC. \quad (7)$$

Системный кросс-грамиан  $\bar{W}$  ВСМ ОУ, как и матрица  $\Sigma$ , имеет диагональную форму, т. е. для  $\bar{W}$  можно записать

$$\bar{W} = \text{diag}\{\lambda_i, i = 1, \dots, n\}, \quad (8)$$

где  $\lambda_i$  — собственные значения матрицы  $\bar{W}$ .

Решение рассматриваемой задачи включает в себя вычисление системного кросс-грамиана исходного ОУ  $W$ , его диагонализацию с помощью матрицы  $M$  неособого преобразования подобия, конструирование из тройки матриц  $(A, B, C)$  исходного ОУ с использованием матрицы  $M$  тройки матриц  $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$  ВСМ ОУ.

Запишем условие матричного подобия матриц  $W$  и  $\bar{W}$  в виде

$$W = M \bar{W} M^{-1}, \quad (9)$$

где  $M$  — модальная матрица, построенная на собственных векторах матрицы  $W$ .

В дальнейшем будем использовать реализацию  $\bar{M}$  матрицы  $M$ , заданную в виде

$$\bar{M} = \tilde{M} \Lambda_\beta \Delta, \quad (10)$$

где

$$\tilde{M} = M \text{diag}\{\|M_i\|^{-1}; i = 1, \dots, n\},$$

здесь  $\|M_i\|$  — евклидова норма столбца  $M_i$  произвольной исходной матрицы  $M$ ,  $\Lambda_\beta$  — матрица весовых коэффициентов вида

$$\Lambda_\beta = \text{diag}\{\beta_i, i = 1, \dots, n\}; \quad (11)$$

$\Delta = \text{diag}\{\delta_i = \pm 1; i = 1, \dots, n\}$  — сигнатурная матрица, знаки элементов  $\delta_i$  которой совпадают со знаками диагональных элементов матрицы  $\bar{W}$ .

Подставив матричное соотношение (9), в котором следует положить  $M = \tilde{M}$ , в уравнение (7), получим

$$A \bar{M} \bar{W} \bar{M}^{-1} + \bar{M} \bar{W} \bar{M}^{-1} A = -\bar{B} \bar{C}. \quad (12)$$

Умножим выражение (12) слева на  $\bar{M}^{-1}$  и справа на  $\bar{M}$ , что приводит к матричному уравнению относительно грамиана  $\bar{W}$  ВСМ ОУ:

$$\bar{A} \bar{W} + \bar{W} \bar{A} = -\bar{B} \bar{C}, \quad (13)$$

где  $\bar{A} = \bar{M}^{-1} A \bar{M}$ ;  $\bar{B} = \bar{M}^{-1} B$ ;  $\bar{C} = C \bar{M}$ , (14)

причем матрицы  $\bar{B}$  и  $\bar{C}$  должны совпадать с точностью до знаков:

$$\bar{B} = \Delta \bar{C}. \quad (15)$$

Задача конструирования матрицы  $\bar{M}$  вида (10) сводится к вычислению элементов весовой матрицы  $\Lambda_\beta$ . Соотношения (14) и (15) позволяют записать:

$$\begin{aligned} B &= \tilde{M} \Lambda_\beta \Delta \Lambda_\beta \tilde{M}^T C^T = \tilde{M} \Lambda_\beta^2 \Delta \tilde{M}^T C^T; \\ \tilde{M}^{-1} B &= \Lambda_\beta^2 \Delta \tilde{M}^T C^T. \end{aligned} \quad (16)$$

### Проблема размещения измерительных устройств: использование грамиана наблюдаемости

При организации измерения путем размещения датчиков на техническом объекте помимо контроля наблюдаемости пары "физический объект — процесс измерения" предоставляется возможность конструирования критериальных матриц в виде внутрисистемных и межсистемных кросс-грамианов. Это в сочетании с использованием сингулярного разложения матриц позволяет получить критерии оптимальности состава сформированного измерения и критерии качества согласования измерения и наблюдения состояния многомерных процессов [6].

Оптимальный состав измерений многомерных процессов формируется следующим образом.

Для объекта (1), (2) с грамианом наблюдаемости  $W_H$ , удовлетворяющим уравнению Ляпунова для грамиана управляемости

$$A^T W_H + W_H A = -C^T C,$$

справедливо утверждение: число датчиков, осуществляющих первичные измерения, и их размещение будут оптимальными, если матрица  $C$  выхода объекта (1), (2) удовлетворяет условию

$$C = \arg \max_C \alpha_{\min}\{W_H\}, \quad (17)$$

где  $\alpha_{\min}\{W_H\}$  — минимальное сингулярное число грамиана наблюдаемости  $W_H$ .

В качестве доказательства рассмотрим автономную версию объекта (14).

Тогда для состояния и измеряемого выхода справедливо:

$$x(t) = e^{At}x(0); y(t) = C e^{At}x(0). \quad (18)$$

Полагая  $x(t)$  и  $y(t)$  элементами функционального пространства  $L_T^p$ ,  $T = \infty$ ,  $p = 2$ , для квадрата нормы измеряемого выхода можем записать:

$$\begin{aligned} \|y(t)\|^2 &= \int_0^t y^T(t)y(t)dt = x^T(0) \int_0^t e^{A^T t} C^T C e^{At} dt \cdot x(0) = \\ &= x^T(0) W_H x(0), \end{aligned} \quad (19)$$

где  $W_H = \int_0^t e^{A^T t} C^T C e^{At} dt$  — грамиан наблюдаемости.

При размещении датчиков следует максимизировать энергию выходного сигнала, т. е. норму элементов функционального пространства. Воспользовавшись положением обобщенной проблемы собственных значений, можем получить следующие оценочные неравенства:

$$\alpha_{\min}^{1/2}\{W_H\}\|x(0)\| \leq \|y(t)\| \leq \alpha_{\max}^{1/2}\{W_H\}\|x(0)\|. \quad (20)$$

Таким образом, для максимизации нормы выходного сигнала требуется выполнение условия (17).

Процесс первичных измерений будет характеризоваться наибольшей информационной независимостью и вычислительной устойчивостью, если выполняется условие

$$C^* = \arg \min_{C^*} C^*(W_H), \quad (21)$$

где  $C^*$  — число обусловленности.

В качестве доказательства рассмотрим линейную алгебраическую задачу

$$\eta = W_H \xi, \quad (22)$$

где  $W_H \in R^{m \times n}$ ,  $\xi, \eta \in R^n$ .

Если матрица  $W_H$  приобретает вариацию  $\Delta W_H$ , вектор  $\xi$  — вариацию  $\Delta \xi$ , то вектор  $\eta$  приобретает вариацию  $\Delta \eta$  согласно условию (22). При этом, если ввести относительные вариации элементов в форме

$$\delta \eta = \frac{\|\Delta \eta\|}{\|\eta\|}; \delta W_H = \frac{\|\Delta W_H\|}{\|W_H\|}; \delta \xi = \frac{\|\Delta \xi\|}{\|\xi\|}, \quad (23)$$

то для них оказывается справедливой оценка

$$\delta \eta \leq C^*\{W_H\}(\delta W_H + \delta \xi + \delta W_H \delta \xi).$$

Следовательно, из множества возможных реализаций  $W_H$  следует выбирать ту, которая характеризуется наименьшим числом обусловленности.

Для конструирования линейной алгебраической задачи (22) воспользуемся сингулярным разложением грамиана  $W_H$ :

$$W_H = U_H \Sigma_H V_H^T. \quad (24)$$

Запишем уравнение (24) в эквивалентной форме:

$$W_H V_H = U_H \Sigma_H \quad (25)$$

и перейдем к векторно-матричным соотношениям

$$W_H V_{Hi} = U_H \Sigma_{Hi}. \quad (26)$$

В соответствии со структурой столбцов матрицы  $\Sigma_H$  выражение (26) принимает вид

$$W_H V_{Hi} = \alpha_{Hi} U_{Hi}. \quad (27)$$

Уравнение (27) представляет собой линейную алгебраическую задачу (22), где  $\eta = \alpha_{Hi} U_{Hi}$ ,  $\xi = V_{Hi}$ .

Решение задачи в форме (17), (21) дает оптимальную реализацию матрицы  $C$ , т. е. оптимальное размещение датчиков первичных измерений.

В общей постановке для пары матриц  $(A, C)$  задача решается следующим образом:

$$\begin{aligned} (A, C) &= \arg \max_{A, C} \alpha_{\min}\{W_H\} \& \\ &\& (A, C) = \arg \min_{A, C} C^*\{W_H\}. \end{aligned} \quad (28)$$

Критерии оптимальности можно объединить, введя агрегированный функционал оптимальности в форме

$$J_C = \frac{\alpha_{\min}\{W_H\}}{C^*\{W_H\}}. \quad (29)$$

Тогда критерий оптимальности можно записать в виде

$$C = \arg \max_C J_C. \quad (30)$$

Этот критерий позволяет получить матрицу  $C$ , формирующую оптимальный состав измерений, которая при этом характеризуется наибольшей информационной независимостью и вычислительной устойчивостью, при фиксированной матрице  $A$ .

### Пример

Рассмотрим объект управления второго порядка, для которого необходимо сформировать оптимальный одномерный вектор выхода  $C = \text{row}\{C_i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Допустим, что максимальный коэффициент усиления для любого из компонентов вектора состояния ограничен значением  $C_{\max} = 10$ . Проведем процесс поиска перебором всех вариантов компонентов вектора выхода для различных вариантов исходного объекта, решая задачу

$$C = \arg \max_C J_C.$$

Моделирование процесса перебора дает следующие результаты.

1. Система с устойчивыми некратными корнями (рис. 1, см. вторую сторону обложки):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow J_C = 4,71; C = [5,9 \ 10].$$

2. Система с неустойчивыми некратными корнями (рис. 2, см. вторую сторону обложки):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow J_C = 13,19; C = [9,9 \ 6,1].$$

3. Система с устойчивыми некратными корнями и перекрестными связями (рис. 3, см. вторую сторону обложки):

$$A = \begin{bmatrix} -0,59 & 2,43 \\ -0,81 & -1,76 \end{bmatrix} \Rightarrow J_C = 1,99; C = [10 \ 0,1].$$

Из результатов эксперимента можно сделать вывод о том, что для достижения максимальной энергии выходного сигнала требуется включение в вектор выхода по крайней мере одной из компонент вектора состояния, взятой с максимальным коэффициентом усиления.

### Проблема размещения регулирующих органов: использование грамиана управляемости

Как было показано выше, анализ структуры пространства наблюдаемости позволяет выбрать оптимальную схему размещения датчиков на техническом объекте. Нетрудно провести аналогию и доказать, что анализ пространства управляемости позволит установить оптимальные точки приложения управляющих воздействий, т. е. выбрать схему размещения регулирующих органов.

Оптимальный состав управлений для многомерных процессов формируется следующим образом.

Для объекта (1), (2) с грамианом управляемости  $W_y$ , удовлетворяющим уравнению Ляпунова для грамиана управляемости  $AW_y + W_yA^T = -BB^T$ , справедливо утверждение: число управляющих органов, осуществляющих регулирование, и их раз-

мещение будут оптимальными, если матрица  $B$  входа объекта (1), (2) удовлетворяет условию

$$B = \arg \max_B \alpha_{\min}\{W_y\}, \quad (31)$$

где  $\alpha_{\min}\{W_y\}$  — минимальное сингулярное число грамиана управляемости  $W_y$ .

В качестве доказательства рассмотрим задачу исследования реакции объекта на изменение его входа  $u(t)$  в виде изменения вектора  $x(t)$  состояния. Пусть задан объект управления вида (14), к которому приложена дельта-функция (бесконечный скачок):

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0; \\ 0, & t \neq 0. \end{cases} \quad (32)$$

Интегральная модель движений ОУ (1), (2) выглядит следующим образом:

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau. \quad (33)$$

Здесь можно выделить две составляющие движения:

- свободную  $x_{св}(t) = e^{At}x(0)$  (34)

- и вынужденную  $x_{в}(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$ . (35)

Если на систему с нулевыми начальными условиями действует дельта-функция, то система получает следующее движение:

$$x_{в}(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)}B\delta(\tau)d\tau = e^{At}B. \quad (36)$$

Введем грамиан управляемости:

$$W_y(t) = \int_0^t x(\tau)x^T(\tau)d\tau = \int_0^t e^{A\tau}BB^Te^{A^T\tau}d\tau. \quad (37)$$

Поскольку эффект управления проявляется в энергии состояния системы, то максимизация последней позволяет сконструировать объект с наилучшей управляемостью, т. е. оптимизировать расстановку управляющих органов.

### Оценка потенциальной робастности с помощью функций чувствительности сингулярных чисел грамианов управляемости, наблюдаемости и кросс-грамиана

Как видно из предыдущих разделов статьи, анализ грамианов управляемости, наблюдаемости и кросс-грамиана дает большие возможности для синтеза систем управления с заданными свойствами, позволяя достичь, соответственно, максимальной энергии выходного сигнала, максимально эффективного распределения энергии входного сигнала в системе и

наилучшего выбора матричных компонентов при редуцировании модели системы управления.

Однако вышеупомянутый анализ проводился нами без учета возможной вариации параметров, неизбежной для любого реального технического объекта. Логично было бы ввести в процедуру анализа свойств синтезируемой системы обязательное вычисление функций чувствительности сингулярных чисел грамианов. Оценка чувствительности дает ответ на вопрос, насколько сингулярные числа зависят от вариации переменных параметров. Алгоритм оценки чувствительности в общем виде включает в себя следующие этапы.

1. Формирование грамиана, соответствующего цели исследования, с помощью следующих уравнений Ляпунова:

- для грамиана управляемости:

$$AW_y + W_y A^T = -BB^T; \quad (38)$$

- для грамиана наблюдаемости:

$$A^T W_n + W_n A = -C^T C; \quad (39)$$

- для кросс-грамиана:

$$AW + WA = -BC. \quad (40)$$

2. Формирование сингулярного разложения грамиана в виде  $W = U\Sigma V^T$ .

3. Построение матрицы чувствительности  $W_{q_j}$  либо непосредственным дифференцированием грамиана  $W$  по параметру  $q_j$ , либо дифференцированием уравнения, в которое входит грамиан  $W$ .

4. Вычисление функций чувствительности сингулярных чисел:

$$\alpha_{iq_j} = (U^T W V)_{ii}. \quad (41)$$

5. Формирование матрицы функций чувствительности сингулярных чисел грамиана в виде

$$S_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{1q_1} & \alpha_{1q_2} & \dots & \alpha_{1q_p} \\ \alpha_{2q_1} & \alpha_{2q_2} & \dots & \alpha_{2q_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{mq_1} & \alpha_{mq_2} & \dots & \alpha_{mq_p} \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Модель чувствительности позволяет вычислить вариацию сингулярных чисел по вариации переменных параметров  $q$ :

$$\Delta\alpha = S_\alpha \Delta q. \quad (43)$$

Матрица функций чувствительности сингулярных чисел позволяет решить следующие задачи:

1) задачу ранжирования сингулярных чисел по нормам строк. Чем больше строчная норма, тем более чувствительно соответствующее сингулярное число к вариации параметров;

2) задачу ранжирования доминирующих параметров по нормам столбцов. Чем больше столбцовая норма, тем меньшими управлениями будет достигаться нулевая чувствительность к вариации соответствующего параметра;

3) задачу определения наихудшего и наилучшего сочетания переменных параметров с помощью сингулярного разложения матрицы  $S_\alpha$ .

### Заключение

В процессе конструирования технического объекта в обязательном порядке должны участвовать две стороны: технолог и специалист по управлению. Только с учетом требований теории автоматического управления еще на этапе проектирования можно получить на выходе объект, удобный для управления им в автоматическом режиме. Удачным математическим аппаратом для конструирования объектов, на взгляд авторов, являются грамианные структуры.

### Список литературы

1. **Игнатъев М. Б., Мироновский А. А., Юдович В. С.** Контроль и диагностика робототехнических систем. Л.: Изд-во ЛИАП, 1985. 160 с.
2. **Бирюков Д. С., Слита О. В., Ушаков А. В.** Оценка затрат на управление в задаче обеспечения желаемой структуры мод и их робастности // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52. № 11. С. 38–43.
3. **Biryukov D. S., Ushakov A. V.** Gramian Approach for Control Costs Estimation // International Conference on Electrical, Control and Computer Engineering (INECCE). 2011. P. 94–96.
4. **Sorensen D., Antoulas A.** The Sylvester equation and approximate balanced reduction // Linear Algebra and its Applications. 2002. P. 671–700.
5. **Ang E.-J., Sreeram V., Liu W. Q.** Identification/Reduction to a balanced realization via the extended impulse response gramian // 34<sup>th</sup> Conference on Decision & Control. 1995. P. 3080–3085.
6. **Асылбеков С. С., Белоконев Г. В., Ушаков А. В.** Формирование оптимального состава измерений в задаче наблюдения состояния многомерного процесса // Изв. вузов. Приборостроение. 1998. № 7.

**А. В. Саушев**, канд. техн. наук, проф.,  
saushev@bk.ru,  
Санкт-Петербургский государственный  
университет водных коммуникаций

## Математическое описание областей работоспособности электроμηχανических систем

*Рассматривается метод аналитического описания областей работоспособности электроμηχανических систем. Метод основан на записи условий работоспособности системы в виде логических R-функций. При этом обеспечивается принципиальная возможность преобразования функций алгебры логики к аналитической форме записи и описания области работоспособности в виде одного алгебраического неравенства.*

**Ключевые слова:** область работоспособности, условия работоспособности, логические R-функции, параметры системы, электротехнические системы

**Введение.** Проблема обеспечения работоспособности технических систем различной физической природы давно привлекает к себе внимание специалистов. Эта проблема применительно к электроμηχανическим системам (ЭМС) стала особенно актуальной после внедрения в практику полупроводниковых элементов и микросхем, позволивших существенно улучшить показатели ЭМС. Вместе с тем, это привело к заметному усложнению ЭМС и, как следствие, к более частым отказам, среди которых возросла доля постепенных отказов. Параметрическая нестабильность ЭМС стала одной из главных причин снижения их уровня качества при эксплуатации. Стала очевидной необходимость обязательного учета параметрической надежности при разработке и изготовлении ЭМС и их элементов [1–3].

**Постановка задачи.** При решении задач структурного и параметрического синтеза ЭМС при их параметрической нестабильности, а также задач анализа ЭМС, включая задачи технического диагностирования, необходимо иметь информацию о границе области работоспособности системы [2, 3]. Задача построения и анализа области работоспособности занимает важное место в процессе проектирования разнообразных технических устройств и систем. Решение этой задачи позволяет оценивать запас работоспособности при выбранной структуре системы и сравнивать потенциальные возможности различных структур, осуществлять назначение допусков и выбор номинальных значений параметров элементов проектируемых систем. Информация о границе области работоспособности позволяет успешно решать задачи определения и прогнозирования технического состояния системы. Ее разновидностью является задача построения областей допустимой вариации параметров, областей

устойчивости и качества, широко распространенная в теории автоматического управления, а также задача построения областей достижимости [4, 5].

В ряде работ используются различные методы исследования области работоспособности, такие как сеточные методы зондирования пространства параметров [2, 5–11], методы на основе генетических алгоритмов [12] и эволюционные методы [13], которые, однако, не дают необходимую для решения большинства практических задач информацию.

Для описания областей работоспособности применяются методы обхода ее контура [2, 14–16] и построения более сложных фигур, например, многоугольников [7, 17]. Их недостатком является ограничения по размерности пространства исследуемых параметров.

Наиболее широко в настоящее время используется подход, основанный на геометрической аппроксимации области работоспособности фигурами известной конфигурации. Самой распространенной для этой цели фигурой является гиперпараллелепипед (брус) [2, 7, 8, 17–19], применяется также аппроксимация эллипсоидами [4, 20–22]. Установлено, что такой подход приводит к большой методической погрешности, которая нелинейно возрастает при увеличении размерности задачи. Кроме того, для не односвязных областей работоспособности известные методы не имеют однозначного решения [3, 23].

В данной статье применительно к ЭМС произвольной размерности ставится задача формализации понятия "область работоспособности", а также рассматривается метод аналитического описания ее границы, отличающийся от известных методов низкой методической погрешностью и принципиальной возможностью его применения для произвольной формы границы этой области. Основу метода составляет математический аппарат логических R-функций.

**Результаты исследований.** Под ЭМС понимают совокупность взаимодействующих элементов, осуществляющих взаимное преобразование механической и электрической энергии, которые обеспечивают заданную цель и качество процесса преобразования.

Состояние ЭМС в любой фиксированный момент времени характеризуется некоторым набором или вектором параметров. К их числу относятся:

- входные параметры  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_k, \dots, u_e)$ , характеризующие задающие воздействия  $u(t)$  и наблюдаемые на входах системы;
- внешние параметры  $\mathbf{V} = (v_1, v_2, \dots, v_p, \dots, v_f)$ , характеризующие свойства внешней по отношению к ЭМС среды и оказывающие влияние на ее функционирование;
- внутренние параметры  $\tilde{\mathbf{O}} = (\tilde{O}_1, \tilde{O}_2, \dots, \tilde{O}_i, \dots, \tilde{O}_n)$ , характеризующие состояние комплектующих элементов ЭМС и называемые также первич-

ными параметрами (сопротивления, индуктивности, емкости, массы, моменты инерции, жесткости упругих связей, коэффициенты усиления и соотношения масс, постоянные времени);

- внутренние параметры  $\mathbf{u}^v = (u_1^v, u_2^v, \dots, u_{\hat{e}}^v, \dots, u_e^v)$ ,  $\mathbf{Z}^v = (Z_1^v, Z_2^v, \dots, Z_g^v, \dots, Z_c^v)$ , характеризующие, соответственно, сигналы на входах и выходах электромеханических устройств (ЭМУ), входящих как элементы  $v = \overline{1, h}$ ,  $h$  — число элементов, в состав ЭМС;
- выходные параметры  $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_j, \dots, Y_m)$ , характеризующие свойства ЭМС, интересующие потребителя. Они представляют собой параметры-функционалы, т. е. функциональные зависимости фазовых переменных  $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_g, \dots, Z_c)$  ЭМС, и параметры, являющиеся граничными значениями диапазонов внешних переменных, в которых сохраняется работоспособность системы. Эти параметры, как правило, являются показателями качества, которые характеризуют правильность функционирования системы.

Можно выделить внешние и внутренние условия работоспособности, которые устанавливаются при проектировании ЭМС.

Под *внешними условиями работоспособности* будем понимать условия, выполнение которых необходимо для того, чтобы ЭМС функционировала с требуемыми показателями качества. Эти условия определяются заданными соотношениями между выходными параметрами  $\mathbf{Y}$  системы и техническими требованиями к этим параметрам.

Под *внутренними условиями работоспособности* будем понимать условия, при которых ЭМУ как элементы ЭМС способны выполнять возложенные на них функции, сохраняя при этом работоспособное состояние. Эти условия определяются заданными соотношениями между внутренними пара-

метрами  $\mathbf{Z}^v$  и их допустимыми значениями, а также между первичными параметрами системы  $\mathbf{X}$  и их предельными значениями.

Условия работоспособности могут быть односторонними и двухсторонними и для второго (более общего) случая имеют вид:

$$\begin{aligned} Y_{j\min} &\leq Y_j = F_j(\mathbf{X}) \leq Y_{j\max}, j = \overline{1, m}; \\ Z_{j\min}^v &\leq Z_j^v = F_j^v(\mathbf{X}) \leq Z_{j\max}^v, v = \overline{1, h}; \\ X_{i\min} &\leq X_i \leq X_{i\max}, i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $Y_{j\max}(Z_{j\max}^v)$ ,  $Y_{j\min}(Z_{j\min}^v)$ ,  $Y_j(Z_j^v)$  — соответственно максимально и минимально допустимое и текущее значения  $j$ -го выходного (внутреннего) параметра,  $F(\mathbf{X})$  — оператор связи первичных и выходных параметров.

**Определение области работоспособности.** Первое неравенство в системе неравенств (1) является внешним условием работоспособности и с геометрической точки зрения определяет допусковую область

$\mathbf{D}_Y = \bigcap_{j=1}^m D_j$  пространства выходных параметров

(рис. 1). Область  $\mathbf{D}_Y$  имеет вид  $m$ -мерного бруса евклидова пространства  $R^m$ . Каждому ограничению  $D_j = D_{j\min} \cap D_{j\max}$  значений выходных параметров, определяемому неравенствами  $D_{j\min} = F_j(\mathbf{X}) - Y_{j\min} \geq 0$  и  $D_{j\max} = Y_{j\max} - F_j(\mathbf{X}) \geq 0$ ,  $j = \overline{1, m}$ , в  $n$ -мерном евклидовом пространстве  $R^n$  первичных параметров соответствует допусковая область  $M_j$  (при одностороннем ограничении — гиперповерхность). Это соотношение можно представить в виде отображения  $\Phi_{YX} : \mathbf{D}_Y \rightarrow \mathbf{M}_Y$  мно-

жеств  $\mathbf{D}_Y = \bigcap_{j=1}^m D_j$  и  $\mathbf{M}_Y = \bigcap_{j=1}^m M_j$ .

Второе неравенство в системе неравенств (1) является внутренним условием работоспособности и с геометрической точки зрения определяет допусковую

область  $\mathbf{D}_Z = \bigcap_{v=1}^h D_v$ ,  $v = \overline{1, h}$ ,

пространства внутренних параметров  $\mathbf{Z}^v$ , которая по виду соответствуют области  $\mathbf{D}_Y$ . Аналогично сказанному выше, каждому ограничению  $D_v$ , согласно отображению  $\Phi_{ZX} : \mathbf{D}_Z \rightarrow \mathbf{M}_Z$  в пространстве  $R^n$  соответствует допусковая область  $M_v$ . При этом

$\mathbf{M}_Z = \bigcap_{v=1}^h M_v$ ,  $v = \overline{1, h}$ .

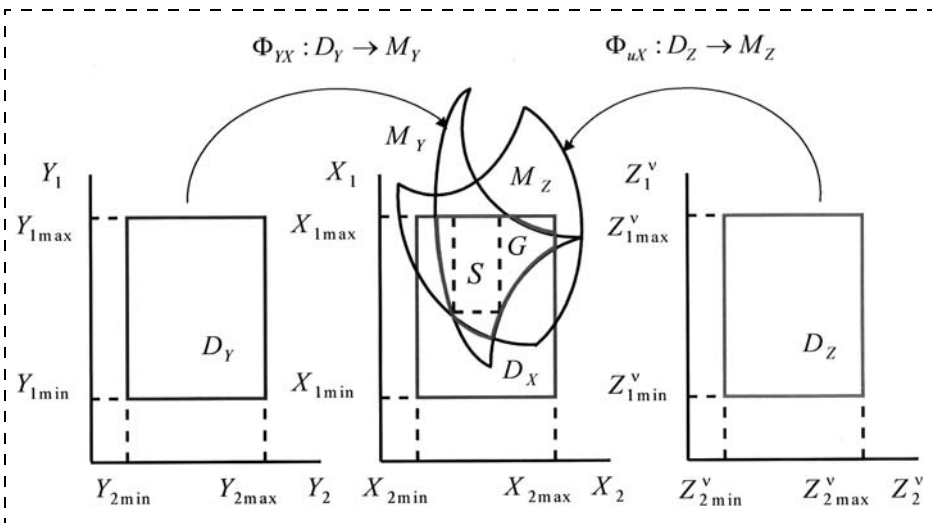


Рис. 1. Геометрическая интерпретация условий работоспособности и допустимых пределов изменения первичных параметров



Третье неравенство в системе неравенств (1) также является внутренним условием работоспособности и с геометрической точки зрения определяет допустимую область  $\mathbf{D}_X$ , которая, как и области  $\mathbf{D}_Y$  и  $\mathbf{D}_Z$ , имеет форму бруса:  $\mathbf{D}_X = \{\mathbf{X} \in R^n | X_{i\min} \leq X_i \leq X_{i\max}, i = \overline{1, n}\}$ .

Множество  $\mathbf{G} = \mathbf{D}_X \cap \mathbf{M}_Z \cap \mathbf{M}_Y$ , являющееся пересечением областей  $\mathbf{D}_X$ ,  $\mathbf{M}_Z$  и  $\mathbf{M}_Y$ , будем называть *областью работоспособности*. Эта область определяет множество допустимых значений первичных параметров, при которых выполняются все требования, предъявляемые к выходным и внутренним  $\mathbf{Z}^V$  параметрам ЭМС. Форма области работоспособности может иметь весьма сложную конфигурацию. Для упрощения представления области работоспособности ее часто аппроксимируют бруском  $\mathbf{S}$  (на рис. 1 показан штриховой линией), однако, как отмечалось выше, уже при  $n \geq 5$  это приводит к недопустимо большой методической погрешности.

**Аналитическое описание области работоспособности.** Для существенного повышения достоверности математического описания областей работоспособности предлагается их аппроксимировать не регулярной фигурой (брусом, эллипсоидом), а каждую гиперповерхность, составляющую эту область, аппроксимировать отдельным выражением. Учитывая, что область работоспособности представляет собой пересечение конечного числа гиперповерхностей  $f_g$ ,  $g = 1, 2, \dots, d$ ;  $d = 2(m + h + n)$ , описываемых уравнениями  $f_g(\mathbf{X}) = 0$ , а функции ограничения  $f_g(\mathbf{X}) = \varphi_g$  представляют собой левые части неравенств (1):  $F_j(\mathbf{X}) - Y_{j\min} \geq 0$ ,  $Y_{j\max} - F_j(\mathbf{X}) \geq 0$ ,  $F_j^V(\mathbf{X}) - Z_{j\min}^V \geq 0$ ,  $Z_{j\max}^V - F_j^V(\mathbf{X}) \geq 0$ ,  $X_i - X_{i\min} \geq 0$ ,  $X_{i\max} - X_i \geq 0$ , можно представить функцию  $G = G(\mathbf{X})$ , описывающую область работоспособности, в виде

$$G(\mathbf{X}) = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \dots \wedge \varphi_g \wedge \dots \wedge \varphi_d.$$

Если функции  $f_g(\mathbf{X})$  принадлежат к классу  $R$ -функций [23—25], можно воспользоваться их свойствами и перейти от логической к аналитической форме записи. Рассмотрим возможности такого перехода.

Пусть  $Y = F(\mathbf{X})$  — функция, определенная всюду в пространстве  $R^n$ . Согласно определению  $R$ -отображения данная функция является  $R$ -функцией, если в каждой из областей  $H_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 2^n$ ) она сохраняет постоянный знак, т. е.  $Q[F(X_1, X_2, \dots, X_n)] = \varphi = \text{const}$ . При этом область  $H_j$  представляет собой совокупность всех точек пространства  $R^n$ , для которых хотя бы одна координата  $X_i$  равняется нулю [23, 24]. Введем в рассмотрение множество  $\chi$ , содержащее  $k$  элементов  $X$  и сюръекцию вида  $S_k: \chi \rightarrow B_k$ ,  $B_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ . Задание  $S_k$  приводит к разбиению множества  $\chi$  на  $k$  подмножеств, которые представляет собой числовую ось или ее часть.

При аналитическом описании допустимых областей  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_Z \cap \mathbf{M}_Y$ ,  $\mathbf{P} = \mathbf{D}_X$  и области  $\mathbf{G} = \mathbf{D}_X \cap \mathbf{M}_Z \cap \mathbf{M}_Y$  будем использовать  $R$ -функции, соответствующие разбиению всего множества первичных параметров пространства  $R^n$  на два или три подмножества с помощью сюръекции, определяемой предикатами  $S_3(t)$  и  $S_2(t)$ :

$$S_3(t) = \begin{cases} 2, & \forall t \in (0; +\infty); \\ 1, & t = 0; \\ 0, & \forall t \in (-\infty; 0); \end{cases} \quad S_2(t) = \begin{cases} 1, & \forall t \in (0; +\infty); \\ 0, & \forall t \in (-\infty; 0). \end{cases}$$

Для предиката  $S_3(t)$ :  $\chi(0) = (-\infty; 0)$ ,  $\chi(1) = 0$ ,  $\chi(2) = (0; +\infty)$ . Для предиката  $S_2(t)$ :  $\chi(0) = (-\infty; 0)$ ,  $\chi(1) = (0; +\infty)$ .

Предикату  $S_3(t)$  можно поставить в соответствие принадлежность точки области  $\mathbf{G}$ , а также нахождение ее вне области  $\mathbf{G}$  и внутри этой области. Предикату  $S_2(t)$  ставится в соответствие принадлежность или не принадлежность рассматриваемой точки области работоспособности.

Рассмотрим пространство  $R^n$  первичных параметров ЭМС. Согласно (1) неравенству  $\varphi_{j\min}(\mathbf{X}) = F_j(\mathbf{X}) - Y_{j\min} \geq 0$  или  $\varphi_{j\max}(\mathbf{X}) = Y_{j\max} - F_j(\mathbf{X}) \geq 0$  можно поставить в соответствие двоичную переменную

$$Q = Q(f_g(\mathbf{X})) = \begin{cases} 1, & \text{если } f_g(\mathbf{X}) \geq 0; \\ 0, & \text{если } f_g(\mathbf{X}) < 0, \end{cases}$$

где  $f_g(\mathbf{X}) = \varphi_g = \varphi_{j\min}$  или  $f_g(\mathbf{X}) = \varphi_g = \varphi_{j\max}$ ,  $g = j$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $g = \overline{1, 2m}$ .

Функция  $Q = Q(f_g(\mathbf{X}))$ , определяемая таким образом, является двоичным предикатом и обозначается  $S_2(t)$ . Предикату  $Q(Y_{j\min})$  можно поставить в соответствие геометрический объект  $M_{j\min}$ . Объект  $M_{j\min}$  называется опорным и представляет собой совокупность всех точек пространства  $R^n$ , в которых удовлетворяется условие  $Q \equiv (\varphi_{j\min}(\mathbf{X}) \geq 0) = 1$ . Аналогично вводится в рассмотрение предикат  $Q(Y_{j\max})$ .

Допусковая область  $\mathbf{M}_Y$  состоит из геометрических объектов  $M_{j\min}$  и  $M_{j\max}$ , причем булева функция  $\varphi(Y_{1\min}, Y_{1\max}, \dots, Y_{j\min}, Y_{j\max}, \dots, Y_{m\min}, Y_{m\max})$  определяет логику формирования области  $\mathbf{M}_Y$ . Так как предикаты  $Q(Y_{j\min})$  и  $Q(Y_{j\max})$  могут принимать значения 0 или 1, то ими можно заменить аргументы булевой функции  $\varphi$ . В результате такой замены получим следующее уравнение:

$$Q(Y) = \varphi[Q(Y_{1\min}), Q(Y_{1\max}), \dots, Q(Y_{j\min}), Q(Y_{j\max}), \dots, Q(Y_{m\min}), Q(Y_{m\max})] = A,$$

где  $A$  принимает значение 0 или 1.

Для того чтобы неравенство  $\varphi_j(\mathbf{X}) \geq 0$  определяло ту же область, что и предикатное уравнение  $Q(Y) = 1$ , необходимо, чтобы булева функция  $\varphi$  была замыкающей. Для построения функции  $\varphi$  воспользуемся  $R$ -функциями, обладающими свойствами функций алгебры логики. В результате использо-

вания  $R$ -функций область  $\mathbf{M}_Y$  может быть задана следующим неравенством:

$$\begin{aligned} & (((((\varphi_{1\min} \wedge_{\alpha_1}^k \varphi_{1\max}) \wedge_{\alpha_2}^k \varphi_{2\min}) \wedge_{\alpha_3}^k \varphi_{2\max}) \wedge \\ & \wedge_{\alpha_4}^k \dots) \wedge_{\alpha_{(2m-2)}}^k \varphi_{m\min}) \wedge_{\alpha_{(2m-1)}}^k \varphi_{m\max} \geq 0, \quad (2) \end{aligned}$$

где  $\wedge^k$  —  $R$ -конъюнкция  $R$ -функций  $\varphi_{j\min}$  и  $\varphi_{j\max}$ ,  $j = \overline{1, m}$ , обеспечивающая возможность взятия  $k$  производных;  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m-1}$  — величины, принадлежащие интервалу  $[-1; 1]$ .

В формуле (2) могут быть опущены скобки, и конечный результат не будет зависеть от последовательности свертки  $R$ -функций.

Для построения  $R$ -конъюнкции удобно воспользоваться формулой [24]

$$\begin{aligned} & \varphi_g \wedge_{\alpha}^k \varphi_{g+1} = \\ & = (\varphi_g + \varphi_{g+1} - \sqrt{\varphi_g^2 + \varphi_{g+1}^2 - 2\alpha\varphi_g\varphi_{g+1}}) R(\varphi_g, \varphi_{g+1}), \quad (3) \end{aligned}$$

где  $R(\varphi_g, \varphi_{g+1})$  — функция, обеспечивающая наличие  $k$  производных  $R$ -конъюнкции. Для ЭМС можно принять  $R(\varphi_g, \varphi_{g+1}) = 1/(1 + \alpha)$ .

Если не требуется, чтобы  $R$ -конъюнкция была дифференцируема, формула (3) может быть упрощена. Принимая  $\alpha = 1$ , получим

$$\varphi_g \wedge \varphi_{g+1} = 0,5(\varphi_g + \varphi_{g+1} - |\varphi_g - \varphi_{g+1}|). \quad (4)$$

Если неравенство (2) приравнять нулю, то полученное уравнение будет определять границу области  $\mathbf{M}_Y$ .

Математическое описание допусковых областей  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{P}$  и области  $\mathbf{G}$  осуществляется аналогичным образом. При этом следует воспользоваться сюръекцией  $S_3(t)$ . Поскольку область  $\mathbf{G}$  определяется пересечением областей  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{M}$ , то она может быть задана неравенством  $P \wedge_{\alpha}^k M \geq 0$ , а уравнение

$P \wedge_{\alpha}^k M = 0$  будет определять ее границу. Следуя (2), (4) и работам [23, 25], получим функцию  $G = G(\mathbf{X})$  аналитически, описывающую область работоспособности в виде следующего рекуррентного соотношения:

$$\begin{cases} G = \varphi_{(d)} = 0,5(\varphi_{(d-1)} + \varphi_d - |\varphi_{(d-1)} - \varphi_d|); \\ \varphi_{(d-1)} = 0,5(\varphi_{(d-2)} + \varphi_{d-1} - |\varphi_{(d-2)} - \varphi_{d-1}|); \\ \dots \\ \varphi_{(g)} = 0,5(\varphi_{(g-1)} + \varphi_g - |\varphi_{(g-1)} - \varphi_g|); \\ \dots \\ \varphi_{(3)} = 0,5(\varphi_{(2)} + \varphi_3 - |\varphi_{(2)} - \varphi_3|); \\ \varphi_{(2)} = 0,5(\varphi_1 + \varphi_2 - |\varphi_1 - \varphi_2|). \end{cases} \quad (5)$$

Приравнивая функцию  $G$  нулю, получим уравнение  $G = 0$ , определяющее границу области рабо-

тоспособности ЭМС. Записывая функцию  $G$  в виде  $R$ -конъюнкции функций  $M_Y = M_Y(\mathbf{X})$ ,  $M_Z = M_Z(\mathbf{X})$ ,  $M = M(\mathbf{X})$  и  $P = P(\mathbf{X})$ , которые описывают соответственно области  $\mathbf{M}_Y$ ,  $\mathbf{M}_Z$ ,  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{P}$ , получим:

$$\begin{aligned} G &= 0,5(M + P - |M - P|) \geq 0; \\ M &= 0,5(M_Y + M_Z - |M_Y - M_Z|) \geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Для аналитического описания областей  $\mathbf{M}_Y$ ,  $\mathbf{M}_Z$  и  $\mathbf{P}$  в системе уравнений (5) нужно выполнить следующие замены:  $g = j$ ,  $d = 2m$ ,  $G = M_Y$  — для описания области  $\mathbf{M}_Y$ ;  $g = v$ ,  $d = 2h$ ,  $G = M_Z$  — для описания области  $\mathbf{M}_Z$ ;  $g = i$ ,  $d = 2n$ ,  $G = P$  — для описания области  $\mathbf{P}$ . В случае, если ограничения на параметры ЭМУ, входящих в состав ЭМС, отсутствуют,  $m = n = 2$  и первичные параметры заданы в относительных единицах, причем  $X_{1\min} = X_{2\min} = -1$ ,  $X_{1\max} = X_{2\max} = 1$ , области  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{P}$  запишутся в виде следующих неравенств:

$$\begin{aligned} M &= 0,25(Y_{1\max} + Y_{2\max} - Y_{1\min} - Y_{2\min} - \\ & - |2F_1(X_1, X_2) - Y_{1\max} - Y_{1\min}| - \\ & - |2F_2(X_1, X_2) - Y_{2\max} - Y_{2\min}| - |Y_{1\max} + Y_{2\min} - \\ & - Y_{1\min} - Y_{2\max} + |2F_1(X_1, X_2) - Y_{2\max} - Y_{2\min}| - \\ & - |2F_2(X_1, X_2) - Y_{1\max} - Y_{1\min}|); \end{aligned}$$

$$P = 0,5(2 - |X_1| - |X_2| - |X_2| - |X_1|) \geq 0.$$

В работе [24] доказано, что к базисным системам  $R$ -функций относятся следующие системы:

$$H_1 = \{X_1 = X_2; X_1 \cdot X_2; \sqrt{X}, X \geq 0\},$$

$$H_2 = \{X_1 = X_2; X_1 \cdot X_2; |X|, X^m\}.$$

Используя основное свойство  $R$ -функций, заключающееся в том, что логические операции и простейшие арифметические операции над  $R$ -функциями образуют новую функцию, которая также принадлежит к классу  $R$ -функций, можно заключить, что функции  $F_j(\mathbf{X})$ , аппроксимированные полиномами первого и второго порядка, также будут являться  $R$ -функциями. Данное обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что предложенный метод математического описания областей работоспособности не зависит от конфигурации этой области и пригоден практически для любых ЭМС, поскольку с заданной точностью функции  $F_j(\mathbf{X})$  могут быть построены экспериментально [26].

Полученное математическое описание областей работоспособности позволяет успешно решать разнообразные задачи параметрического управления состоянием ЭМС [3, 26]. Вместе с тем, при большом числе функций  $\varphi_g$  и при необходимости выполнения операций дифференцирования в процессе поиска оптимума заметно возрастает объем вычислений. Рассмотрим это обстоятельство более подробно.

В общем случае область работоспособности определяется неравенством  $R(\mathbf{X}) \geq 0$ , где  $R(\mathbf{X})$  — свертка неравенств  $\varphi_g(\mathbf{X}) \geq 0$ ,  $g = \overline{1, d}$ . Функция

$R(\mathbf{X})$  вычисляется не сразу, а на каждом шаге поиска. При этом

$$R_{g+1} = R_g \wedge \varphi_{g+1}; g = \overline{1, (d-1)}; R_1 = \varphi_1,$$

где  $R_g$  — значение  $R$ -конъюнкции, полученной на  $g$ -м шаге.

Таким образом, на  $(g+1)$ -м шаге

$$R_{g+1} = (R_g + \varphi_{g+1} - \sqrt{R_g^2 + \varphi_{g+1}^2 - 2\alpha R_g \varphi_{g+1}}) / (1 + \alpha).$$

Значения частных производных функции  $R(\mathbf{X})$  в каждой рассматриваемой точке вычисляются по рекуррентной формуле

$$\frac{\partial R_{g+1}}{\partial X} = \frac{\partial R_{g+1}}{\partial R_g} \frac{\partial R_g}{\partial X_i} + \frac{\partial R_{g+1}}{\partial \varphi_{g+1}} \frac{\partial \varphi_{g+1}}{\partial X_i}$$

и определяются видом  $R$ -конъюнкции, изменение значения которой  $\Delta R$  на  $g$ -м шаге определяется выражением

$$\Delta R = R_{g+1} - R_g = (\varphi_{g+1} + \alpha R_g - \sqrt{R_g^2 + \varphi_{g+1}^2 - 2\alpha R_g \varphi_{g+1}}) / (1 + \alpha).$$

Если  $R_g \neq 0$ ,  $\varphi_g \neq 0$ ,  $\alpha \in [-1; 1]$ , то значение  $\Delta R < 0$ . Доказано [25], что  $R(\mathbf{X}) = R_\alpha < \min_g \{\varphi_g\}$ . Таким образом, значение  $R_\alpha$  всегда меньше меньшего из значений  $\varphi_g$  и на каждом шаге вычисления функции  $R(\mathbf{X})$  оно уменьшается алгебраически с добавлением каждой новой функции  $\varphi_g$ . При свертке отрицательных величин  $\varphi_g$  значение  $R_\alpha$  отрицательно и по абсолютной величине больше любой из них. Свойство наращивания абсолютного значения  $R$ -функции при вычислении  $R(\mathbf{X})$  накладывает ограничение на число функций  $\varphi_g$  при отрицательном значении хотя бы одной из них. Поскольку вычисление значения  $R$ -конъюнкции на  $g$ -м шаге рекуррентной процедуры требует возведения в квадрат ее значения, полученного на предыдущем шаге, то наибольшее абсолютное значение функции  $R(\mathbf{X})$  должно удовлетворять соотношению

$$|R_\alpha|_{\max} < \sqrt{\varepsilon}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  — максимально возможное число при цифровом моделировании.

Значение  $|R_\alpha|_{\max}$  можно значительно уменьшить, получив новую конъюнкцию  $R(\mathbf{X}) = R_\beta$  как произведение  $R_\alpha \beta$  двух  $R$ -функций  $R_\alpha$  и  $\beta$ . В качестве значения функции  $\beta$  можно принять выражение

$$\beta = (1 + \alpha)(1 + \Delta R'_d) / (2 - \operatorname{sgn} \tilde{\varphi} \sqrt{2(1 - \alpha)}),$$

где  $\Delta R'_d = \Delta R_d / \varphi$  — заданное относительное изменение значения функции  $R_\beta$ ,  $\tilde{\varphi} = \min_g \{\varphi_g\}$ ,  $\operatorname{sgn} \tilde{\varphi} = [1 \text{ при } \varphi \geq 0; -1 \text{ при } \varphi < 0]$ .

Полученная функция  $R(\mathbf{X}) = R_\beta$  позволяет выполнять операции дифференцирования и аналитически описывать область работоспособности практически при любом числе функций  $\varphi_g$  без нарушения условия (7).

Для полноты изложения материала следует отметить, что для некоторых ЭМС возможны случаи, когда отдельные показатели назначения не имеют ограничений или одним из показателей качества является заданный запас работоспособности системы [3]. Изложение этих вопросов выходит за рамки настоящей статьи и частично рассматривается в работах [23, 25].

**Пример.** Рассмотрим простейшую ЭМС, состоящую из усилителя и асинхронного исполнительного электродвигателя с короткозамкнутым ротором мощностью 300 Вт и моментом инерции ротора  $340,5 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  [26]. В качестве показателей качества рассматривали:  $t_p$  — время разбега машины от неподвижного состояния до установившейся скорости при моменте сопротивления  $M_c = 0$  и номинальном напряжении сети 220 В,  $f = 50$  Гц;  $M_{уд}$  — ударный момент, т. е. наибольший пик момента в процессе пуска;  $\lambda = I_{1уд} / I_{1уст}$  — кратность пускового тока ( $I_{1уд}$  — ударный ток статора;  $I_{1уст}$  — установившийся ток статора). Ограничения на значения показателей имеют вид

$$8 \leq t_p = Y_1 \leq 9; M_{уд} = Y_2 \leq 75; \lambda = Y_3 \leq 1,5.$$

Параметры электродвигателя, от которых зависят динамические показатели качества, приведены в табл. 1.

Математическое описание ЭМС можно получить на основе универсальной модели обобщенной электрической машины [27]. Вместе с тем, такая математическая модель, имеющая вид системы дифференциальных уравнений, неудобна для решения основных задач параметрического управления состоянием [3] и, в частности, для рассматриваемой в статье задачи. Для получения аналитических зависимостей функций-ограничений, определяемых неравенством (1), воспользуемся методами планирования эксперимента [26]. Исходной моделью при проведении активного математического экспери-

Таблица 1

Параметры сопротивлений электродвигателя

Параметр	Обозначение	Числовое значение
Активные сопротивления статора по осям $\alpha$ и $\beta$ , Ом	$R_{1\alpha} = R_{1\beta}$	14
Индуктивное сопротивление взаимной индукции, Ом	$X_{L0} = \omega L_0$	110
Индуктивное сопротивление рассеяния обмотки статора, Ом	$X_{L1} = \omega L_{1\alpha} = \omega L_{1\beta}$	14
Приведенное активное сопротивление обмотки ротора, Ом	$R_{2\alpha} = R_{2\beta}$	100
Приведенное индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, Ом	$X_{L2} = \omega L_{2\alpha} = \omega L_{2\beta}$	17

Таблица 2

## Интервалы варьирования факторов

Параметр	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$X_{L0}$ , Ом	$X_{L1}$ , Ом	$X_{L2}$ , Ом
$X$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
$\Delta$	[7; 21]	[5; 15]	[55; 165]	[8,8; 26,2]	[8,8; 26,2]

Таблица 3

## Матрица планирования по схеме дробного факторного эксперимента

Но- мер опыта	Факторы					Отклик			
	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$Y_1 = t_p$ , с	$Y_2 = M_{уд}$ , Н·м	$Y_3 = \lambda$
1	+	-	-	-	-	+	5,2	99,8	1,33
2	+	+	-	-	-	-	5,7	72,2	1,11
3	+	-	+	-	-	-	10,18	56,2	1,06
4	+	+	+	-	-	+	10,6	29,6	1,04
5	+	-	-	+	-	-	4,0	112,0	2,94
6	+	+	-	+	-	+	4,2	84,0	2,26
7	+	-	+	+	-	-	8,14	68,2	1,39
8	+	+	+	+	-	-	11,5	50,8	1,37
9	+	-	-	-	+	-	6,5	76,2	1,31
10	+	+	-	-	+	+	7,5	46,0	1,31
11	+	-	+	-	+	+	21,4	38,1	1,19
12	+	+	+	-	+	-	23,6	25,0	1,12
13	+	-	-	+	+	+	5,35	90,5	2,44
14	+	+	-	+	+	-	4,6	80,2	2,25
15	+	-	+	+	+	-	10,15	55,2	1,34
16	+	+	+	+	+	+	9,95	43,4	1,41

мента являлись известные уравнения [27], описывающие динамику асинхронной машины. Выбранные интервалы варьирования ( $\Delta$ ) факторов и обозначения их нормированных значений ( $X$ ), приведены в табл. 2.

Приведенные в табл. 2 интервалы варьирования охватывают практически весь диапазон значений активных и индуктивных сопротивлений обмоток статора и ротора, представляющий реальный интерес при проектировании асинхронной машины. Для определения коэффициентов уравнения регрессии был использован ДФЭ типа  $2^{5-1}$  с генерирующим соотношением  $X_5 = X_1 X_2 X_3 X_4$ . Этот план позволяет разделять линейные эффекты и парные взаимодействия. Матрица планирования приведена в табл. 3. Коэффициенты полиномов определяли по известным формулам [26]. Их

значения приведены в табл. 4. Оценку значимости коэффициентов проводили с помощью критерия Стьюдента. Значимые коэффициенты отмечены в табл. 4 жирным шрифтом. Адекватность регрессионных моделей после отсева незначимых коэффициентов проверяли по критерию Фишера. Все модели оказались адекватными.

$$\varphi_1 = F_1(\mathbf{X}) - Y_{1\min} = (9,28 + 0,44X_1 + 3,9X_2 - 2,05X_3 + 1,844X_4 - 1,46X_1X_5 - 1,205X_2X_3 + 1,24X_2X_4 - 0,425X_2X_5 - 1,57X_3X_4) - 8;$$

$$\varphi_2 = Y_{1\max} - F_1(\mathbf{X}) = 9 - F_1(\mathbf{X});$$

$$\varphi_3 = Y_2 - F_2(\mathbf{X}) = 60 - (64 - 10,32X_1 - 18,35X_2 + 8,8X_3 - 10,11X_4 - 1,8X_5 + 1,69X_1X_2 + 1,89X_1X_3 + 2,16X_1X_4 - 1,37X_1X_5 + 1,98X_2X_4 - 1,66X_3X_4);$$

$$\varphi_4 = Y_3 - F_3(\mathbf{X}) = 1,5 - (1,58 - 0,069X_1 - 0,314X_2 + 0,37X_3 + 0,064X_1X_2 - 0,032X_1X_3 + 0,046X_1X_4 + 0,029X_1X_5 - 0,234X_2X_3 + 0,032X_2X_4 + 0,025X_2X_5 - 0,057X_3X_4 - 0,043X_3X_5 + 0,049X_4X_5);$$

$$\varphi_5 = X_1 + 1; \varphi_6 = 1 - X_1; \varphi_7 = X_1 + 1; \varphi_8 = 1 - X_1; \\ \varphi_9 = X_1 + 1; \varphi_{10} = 1 - X_1; \varphi_{11} = X_1 + 1; \\ \varphi_{12} = 1 - X_1; \varphi_{13} = X_1 + 1; \varphi_{14} = 1 - X_1.$$

На основании (5) запишем выражения, аналитически описывающие области  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{G}$ , используя рекуррентную форму записи:

$$M = 0,5(\varphi_{1,2} + \varphi_{3,4} - |\varphi_{1,2} - \varphi_{3,4}|),$$

$$P = 0,5(\varphi_{5-12} + \varphi_{13,14} - |\varphi_{5-12} - \varphi_{13,14}|),$$

$$G = 0,5(M + P - |M - P|),$$

$$\varphi_{1,2} = 0,5(\varphi_1 + \varphi_2 - |\varphi_1 - \varphi_2|);$$

$$\varphi_{3,4} = 0,5(\varphi_3 + \varphi_4 - |\varphi_3 - \varphi_4|);$$

$$\varphi_{5-8} = 0,5(\varphi_{5,6} + \varphi_{7,8} - |\varphi_{5,6} - \varphi_{7,8}|);$$

$$\varphi_{5-10} = 0,5(\varphi_{5,8} + \varphi_{9,10} - |\varphi_{5,8} - \varphi_{9,10}|);$$

$$\varphi_{5-12} = 0,5(\varphi_{5-10} + \varphi_{11,12} - |\varphi_{5-10} - \varphi_{11,12}|);$$

$$\varphi_{5,6} = 0,5(2 - |X_5| - |X_6| - \|X_6\| - |X_5|);$$

$$\varphi_{7,8} = 0,5(2 - |X_7| - |X_8| - \|X_7\| - |X_8|);$$

$$\varphi_{9,10} = 0,5(2 - |X_9| - |X_{10}| - \|X_9\| - |X_{10}|);$$

$$\varphi_{11,12} = 0,5(2 - |X_{11}| - |X_{12}| - \|X_{11}\| - |X_{12}|);$$

$$\varphi_{13,14} = 0,5(2 - |X_{13}| - |X_{14}| - \|X_{13}\| - |X_{14}|).$$

Таблица 4

## Коэффициенты уравнений регрессионных моделей

Коэффициент	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	Коэффициент	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
$b_0$	<b>9,28</b>	<b>64,0</b>	<b>1,58</b>	$b_{14}$	-0,139	<b>2,16</b>	<b>0,046</b>
$b_1$	<b>0,44</b>	<b>-10,32</b>	<b>-0,069</b>	$b_{15}$	<b>-1,46</b>	<b>-1,37</b>	<b>0,029</b>
$b_2$	<b>3,9</b>	<b>-18,35</b>	<b>-0,314</b>	$b_{23}$	<b>-1,205</b>	-0,256	<b>-0,234</b>
$b_3$	<b>-2,05</b>	<b>8,8</b>	<b>0,37</b>	$b_{24}$	<b>1,24</b>	<b>1,98</b>	<b>0,032</b>
$b_4$	<b>1,844</b>	<b>-10,11</b>	-0,0084	$b_{25}$	<b>-0,425</b>	0,755	<b>0,025</b>
$b_5$	-0,243	<b>-1,8</b>	-0,0078	$b_{34}$	<b>-1,57</b>	<b>1,66</b>	<b>-0,057</b>
$b_{12}$	0,302	<b>1,69</b>	<b>0,064</b>	$b_{35}$	-0,083	0,044	<b>-0,043</b>
$b_{13}$	-0,089	<b>1,89</b>	<b>-0,032</b>	$b_{45}$	0,162	-0,544	<b>0,049</b>

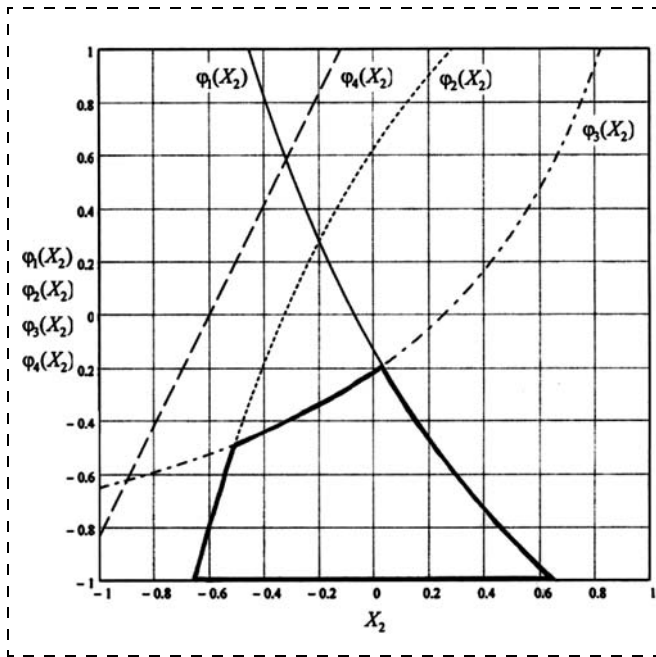


Рис. 2. Сечение области работоспособности исполнительного электродвигателя в пространстве параметров  $X_2$  ( $R_2$ ) и  $X_3$  ( $X_{L0}$ )

На рис. 2 представлено сечение области работоспособности в пространстве параметров  $X_2$  и  $X_3$ , которое выделено более жирными линиями.

**Заключение.** В результате использования предложенного способа математического описания областей работоспособности размерность пространства выходных параметров ЭМС сократилась до одного параметра, который объединяет все неравенства (1) в одно неравенство. При этом существенно сокращаются затраты времени на определение области работоспособности в виде совокупности граничных точек. Кроме того, аналитическая форма записи области работоспособности позволяет достаточно просто идентифицировать нахождение исследуемой точки пространства первичных параметров внутри или вне этой области (если  $G > 0$  — точка находится внутри области, а если  $G < 0$  — вне ее) и эффективно, с низкой методической погрешностью, решать задачи параметрического синтеза, определения работоспособности и прогнозирования состояния ЭМС.

#### Список литературы

1. Норенков И. П. Основы автоматизированного проектирования: М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. 336 с.
2. Абрамов О. В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. М.: Наука, 1992. 176 с.
3. Саушев А. В. Методы управления состоянием электротехнических систем. СПб: СПГУВК, 2004. 126 с.

4. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988. 320 с.
5. Диго Г. Б., Диго Н. Б. Аппроксимация области работоспособности и достижимости равномерной сеткой на основе адаптивного разбиения // Информатика и системы управления. 2011. № 2 (28). С. 22—29.
6. Соболев И. М., Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Наука, 1981. 112 с.
7. Параллельные алгоритмы построения области работоспособности / О. В. Абрамов и др. // Информатика и системы управления. 2004. № 2 (8). С. 121—133.
8. Катгуева Я. В., Аноп М. Ф. Геометрический анализ области работоспособности на основе метода Монте-Карло // Информатика и системы управления. 2011. № 2 (28). С. 30—40.
9. Кузнецова О. А. Многокритериальная оптимизация асинхронного электропривода. Тула: Изд-во ТулГУ, 2009. 104 с.
10. Brayton R., Hatchel G. and Sangiovanni-Vincentelli A. A Survey of optimization techniques for integrated-circuit design // Proc. IEEE, Oct. 1981. V. 69, N. 10. 1981. P. 1344—1362.
11. Styblinski M. A. Statistical Design Optimization / The Circuits and Filters Handbook, W.-K. Chen, Ed., Second Edition. CDC Press, 2003. 2961 p.
12. Dhanwada N., Nunez-Aldana A., Vemuri R. Automatic Constraint Transformation with Integrated Parameter Space Exploration in Analog System Synthesis // Proc. of the Asia and South Pacific Design Automation Conference (ASP-DAC), Hong Kong, January 1999, ACM-SIGDA.
13. Jantos P., Rutkowski J. Evolutionary methods to analogue electronic circuits optimization // Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences. 2008. V. 56. N 1. P. 9—16.
14. Butler E. M. Realistic Design Using Large—Change Sensitivities and Performance Contours // IEEE Trans. On Circuit Theory. 1971. V. CT-18, N 1. P. 58—66.
15. Анализ и оптимальный синтез на ЭВМ систем управления / Под ред. А. А. Воронова и И. А. Огурка. М.: Наука, 1984. 412 с.
16. Саушев А. В. Построение областей работоспособности технических систем водного транспорта на основе алгоритмов дискретного поиска // Речной транспорт (XXI век). 2012. № 2. С. 69—74.
17. Conti M., Orcioni S., Turchetti C. Parametric Yield Optimization of MOS VLSI circuits based on simulated annealing and its parallel implementation // IEE Proc. Circuits Devices Syst. 1994. V. 141, N 5. P. 387—398.
18. Антушев Г. С. Методы параметрического синтеза сложных технических систем. М.: Наука, 1989. 88 с.
19. Spence R., Sojn R. S. Tolerance Design of electronic circuits. World Scientific, 1997. 215 p.
20. Диго Г. Б., Диго Н. Б. Использование эллипсоидов для описания области работоспособности // Информатика и системы управления. 2008. № 1 (15). — С. 9—16.
21. Sapatnekar S. S. Design by Optimization / The Circuits and Filters Handbook, W.-K. Chen, Ed., Second Edition. CRC Press, 2003. 2961 p.
22. Srivastava A., Sylvester D., Blaauw D. Statistical analysis and Optimization for VLSI: Timing and Power. Springer, 2005. 279 p.
23. Саушев А. В. Аналитический метод назначения допусков на параметры динамических систем // Информатика и системы управления. 2012. № 3 (33). С. 120—131.
24. Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики. Киев: Техніка, 1967. 212 с.
25. Саушев А. В. Параметрический синтез технических систем на основе линейной аппроксимации области работоспособности // Автометрия. 2013. Т. 49, № 1. С. 61—67.
26. Саушев А. В. Планирование эксперимента в электротехнике: СПб. СПГУВК, 2012. 272 с.
27. Саушев А. В. Основы электромеханического преобразования энергии. СПб.: СПГУВК, 2012. 239 с.

УДК 681.21

**В. Х. Пшихопов**, д-р техн. наук, зав. кафедрой,  
pshichop@rambler.ru,

**М. Ю. Медведев**, д-р техн. наук, проф.,  
medvmihal@gmail.com,

**А. Р. Гайдук**, д-р техн. наук, проф.,  
gaiduk\_2003@mail.ru,

**Р. А. Нейдорф**, д-р техн. наук, проф.,  
ran\_pro@mail.ru,

**В. Е. Беляев**, канд. техн. наук, доц.,  
toe@tsure.ru,

**Р. В. Федоренко**, канд. техн. наук, доц.,  
frontwise@gmail.com,

**В. А. Костюков**, канд. техн. наук, доц.,  
wkost-einheit@yandex.ru,

**В. А. Крухмалев**, аспирант,  
doc61rus@gmail.com,

Технологический институт Южного федерального  
университета в г. Таганроге

## Система позиционно-траекторного управления роботизированной воздухоплавательной платформой. Часть 1. Математическая модель<sup>1</sup>

*Рассматривается система управления беспилотным роботизированным дирижаблем. Дирижабль предполагает наличие дистанционного режима управления и режима автономного управления движением. Обсуждается нелинейная многосвязная модель дирижабля, учитывающая уравнения кинематики, динамики, маршевых двигателей и баллонетной системы. Также рассмотрена модель внешней среды. Представлены результаты аэродинамических исследований, базирующихся на CFD-методах.*

**Ключевые слова:** позиционно-траекторное управление, математическая модель, дирижабль, роботизированная платформа

### Введение

В настоящее время актуальны исследования, связанные с разработкой комплексов на базе воздухоплавательных платформ [1–4], в частности, направленные на создание транспортных дирижаблей, стратосферных платформ, средневысотных

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации № НШ-1557.2012.10 и гранта Евросоюза "МААТ — многоуровневая транспортная система на базе стратосферных дирижаблей" в рамках Седьмой рамочной программы.

дирижаблей. Рост интереса к дирижаблям, утраченный в середине прошлого века, обусловлен возросшей доступностью более безопасных носителей — гелия и, в перспективе, флегматизированного водорода.

Дирижабль отличается малой энерговооруженностью, т. е. малым отношением мощности маршевых двигателей к его весу, что является главным преимуществом дирижаблей по отношению к самолетам и вертолетам. Однако малая энерговооруженность приводит к тому, что дирижабль остается управляемым в смысле Е. С. Пятницкого [5] в малой области переменных состояния. Кроме того, небольшая скорость дирижабля, сравнимая со скоростью ветра, делает неадекватным разделение движения на поперечную и продольную составляющие. В связи с этим использование классических подходов, основанных на разделении движений [6, 7], затруднено.

В статье представлены результаты проектирования системы управления воздухоплавательной платформой, синтезированной на основе метода позиционно-траекторного управления [8, 9], который использует нелинейные многосвязные модели. Представлены результаты исследования математической модели дирижабля.

### Исходные данные и допущения для разработки модели

Рассматривается прототип стратосферной платформы Lockheed-Martin P-791 [10], внешний вид которого представлен на рис. 1 (см. третью сторону обложки).

Основные параметры дирижабля: длина 38 м; ширина 17 м; высота 10 м; объем оболочки 4100 м<sup>3</sup>; масса (без воздуха в баллонетах) 3300 кг; объем одного баллонета 900 м<sup>3</sup>. Координаты центра масс дирижабля относительно центра объема (0 м; –1,5 м; 0 м). Максимальная высота полета дирижабля 3000 м, максимальная скорость 15 м/с, предельная дальность полета — до 150 км.

Маршевые двигатели дирижабля развивают тяги до 4000 Н каждый. Двигатели вращаются в вертикальной плоскости в диапазоне –180...+180°. Координаты расположения центра масс маршевых двигателей (0 м; 0 м; ±9 м).

Хвостовые рулевые двигатели, развивающие до 800 Н каждый, поворачиваются на углы от –90° до +90° в горизонтальной и вертикальной плоскостях, как представлено на рис. 2. Они расположены в хвостовой части конуса дирижабля и имеют координаты (–20 м; 0 м; ±3,5 м).

В системе регулирования давления в баллонетах применяются вентиляторы (по два на каждый бал-

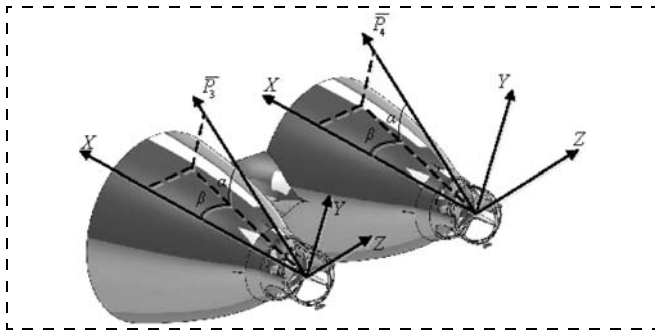


Рис. 2. Углы поворота хвостовых двигателей

лонет) и выпускные клапаны (по одному на каждый баллонет). Также имеются датчики разности давлений внутри баллонета и во внешней среде. Задача системы регулирования давления — поддерживать заданную разность давлений 500 Па.

У дирижабля можно выделить два различающихся режима: 1) маршевое движение; 2) маневрирование, подъем и снижение. Для этого приняты следующие основные допущения: 1) масса дирижабля меняется медленно  $m = \text{const}$ , так как расход топлива незначителен, а условия выпадения на корпусе осадков — установившиеся; 2) на дальности 150 км и при максимальной скорости 15 м/с сферичностью Земли можно пренебречь, что позволяет применять декартовы координаты; 3) деформации оболочки дирижабля и соединяющих его части конструкций в условиях крейсерских полетов пренебрежимо малы.

Эти допущения позволяют применить известные уравнения движения твердого тела в трехмерном пространстве с прямолинейными осями координат.

### Системы координат и уравнения кинематики дирижабля

Процесс построения кинематической модели дирижабля включает следующие этапы: определение движений дирижабля; выбор систем координат; установление взаимосвязей выбранных систем отсчета; вывод уравнений движения. Для описания дирижабля используются несколько систем отсчета.

Первая из таких систем — неподвижная система отсчета  $K^0$  (с осями  $O^0X^0$ ,  $O^0Y^0$ ,  $O^0Z^0$ ), называемая земной системой координат, — представлена на рис. 3.

Вторая система координат  $K$  (с осями  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ ) — связанная система координат, начало которой помещается в геометрический центр  $O$  оболочки дирижабля, — центр приложения архимедовых сил (рис. 3).

Положение и ориентация дирижабля в земной системе координат определяется положением геометрического центра  $O$ , который характеризуется радиус-вектором  $r_0 = [x_0, y_0, z_0]^T$ , и тремя углами Эйлера [11] (рысканья  $\psi$ , тангажа  $\vartheta$  и крена  $\gamma$ ), характеризующими ориентацию осей  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  по отношению к осям  $O^0X^0$ ,  $O^0Y^0$ ,  $O^0Z^0$  соответственно.

Третья система координат — местная  $K_0$ , ее начало совпадает с точкой  $O$  дирижабля, а оси  $OX_0$ ,  $OY_0$ ,  $OZ_0$  ориентированы по направлениям соответствующих осей земной системы координат  $K^0$ .

Связь между земной и связанной системами задается оператором

$$A(\psi, \vartheta, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\vartheta & \sin\vartheta & \sin\psi \cos\vartheta \\ -\sin\psi \sin\gamma - \cos\psi \sin\vartheta \cos\gamma & \cos\vartheta \cos\gamma & \cos\psi \sin\gamma - \sin\psi \sin\vartheta \cos\gamma \\ -\sin\psi \cos\gamma + \cos\psi \sin\vartheta \cos\gamma & -\cos\vartheta \sin\gamma & \cos\psi \cos\gamma + \sin\psi \sin\vartheta \sin\gamma \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Четвертая система координат — скоростная, представленная на рис. 4, которая используется при продувке модели дирижабля.

Взаимное расположение связанной и скоростной систем координат определяется углами атаки  $\alpha$  и скольжения  $\beta$  (рис. 4).

Скорости изменения углов Эйлера определяются через компоненты вектора угловой скорости  $\omega$  дирижабля:

$$\dot{\Theta} = A_{\omega}\omega; \quad (2)$$

$$A_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\cos\gamma}{\cos\vartheta} & -\frac{\sin\gamma}{\cos\vartheta} \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \\ 1 & -\text{tg}\vartheta \cos\gamma & \text{tg}\vartheta \sin\gamma \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} \psi \\ \vartheta \\ \gamma \end{bmatrix}, \quad \omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (3)$$

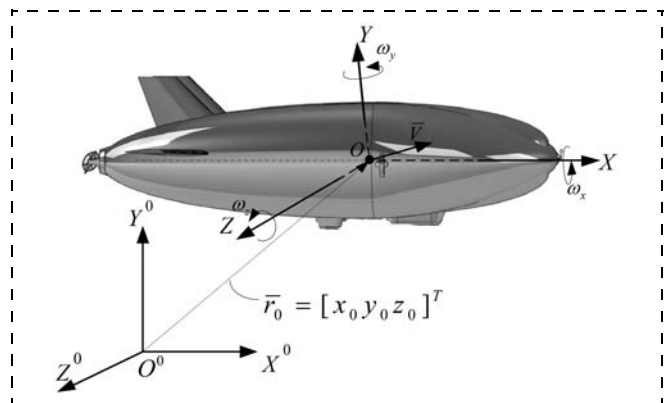


Рис. 3. Используемые в модели системы координат  $K^0$  и  $K$

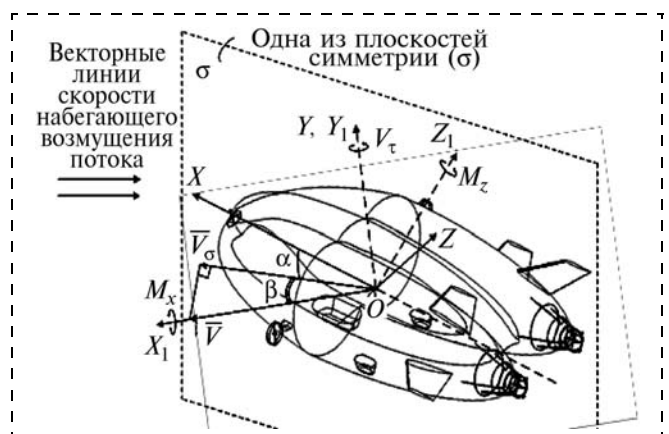


Рис. 4. Скоростная система координат

Линейные скорости точки  $O$  дирижабля в связанной системе  $K$  и в земной системе  $K^0$  определяются оператором  $A(\psi, \vartheta, \gamma)$  и имеют следующий вид:

$$\dot{r}_0 = A^{-1}V = A^T V$$

$$\text{или} \begin{cases} \dot{x}_0 = a_{11}V_x + a_{21}V_y + a_{31}V_z; \\ \dot{y}_0 = a_{12}V_x + a_{22}V_y + a_{32}V_z; \\ \dot{z}_0 = a_{13}V_x + a_{23}V_y + a_{33}V_z, \end{cases} \quad (4)$$

где  $V = [V_x \ V_y \ V_z]^T$  — вектор линейной скорости геометрического центра дирижабля в связанной системе  $K$ .

На основе уравнений (2)—(4) запишем уравнения кинематики дирижабля:

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_0 \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T & 0 \\ 0 & A_{\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Вектор  $Y = [r_0^T \ \omega_0^T]^T$  является вектором внешних переменных состояния, а вектор  $X = [V^T \ \omega^T]^T$  является вектором внутренних координат.

#### Уравнения динамики дирижабля

Уравнения динамики поступательного движения дирижабля при постоянной массе имеют вид

$$\begin{aligned} m(\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y + \dot{\omega}_y z_T - \dot{\omega}_z y_T + \\ + \omega_x \omega_y y_T + \omega_x \omega_z z_T - x_T \omega_y^2 - x_T \omega_z^2) = F_x; \\ m(\dot{V}_y + \omega_z V_x - \omega_x V_z + \dot{\omega}_z x_T - \dot{\omega}_x z_T + \\ + \omega_y \omega_x x_T + \omega_y \omega_z z_T - y_T \omega_x^2 - y_T \omega_z^2) = F_y; \\ m(\dot{V}_z + \omega_x V_y - \omega_y V_x + \dot{\omega}_x y_T - \dot{\omega}_y x_T + \\ + \omega_z \omega_x x_T + \omega_z \omega_y y_T - z_T \omega_x^2 - z_T \omega_y^2) = F_z, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $F_x, F_y, F_z$  — проекции на оси связанной системы координат результирующего вектора всех действующих на дирижабль сил;  $m$  — масса дирижабля;

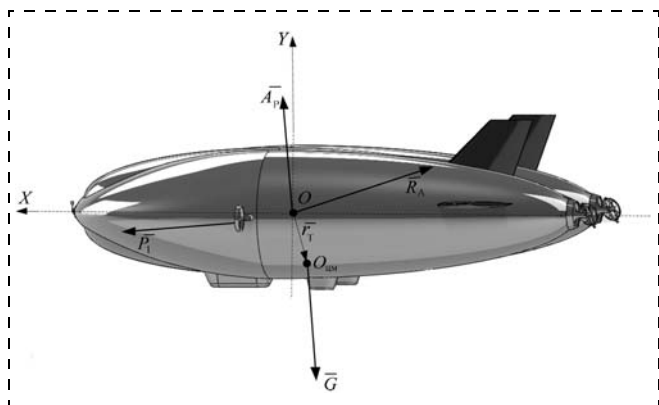


Рис. 5. Силы, действующие на дирижабль

$x_T, y_T, z_T$  — координаты центра масс относительно начала связанной системы координат  $O$ .

Уравнения динамики вращательного движения дирижабля при постоянной массе и моментах инерции в проекциях на оси системы  $K$  имеют вид [2]

$$\begin{aligned} J_x \dot{\omega}_x - J_{xy}(\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z) - J_{xz}(\omega_x \omega_y + \dot{\omega}_z) + \\ + J_{yz}(\omega_z^2 - \omega_y^2) + (J_z - J_y)\omega_y \omega_z + m(y_T \dot{V}_z - z_T \dot{V}_y - \\ - y_T V_x \omega_y + y_T V_y \omega_x - z_T V_x \omega_z + z_T V_z \omega_x) = N_x; \\ J_y \dot{\omega}_y - J_{xy}(\dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z) + J_{xz}(\omega_x^2 - \omega_z^2) + \\ + J_{yz}(\omega_y \omega_x - \dot{\omega}_z) + (J_x - J_z)\omega_x \omega_z + m(z_T \dot{V}_x - x_T \dot{V}_z + \\ + x_T V_x \omega_y - x_T V_y \omega_x - z_T V_y \omega_z + z_T V_z \omega_y) = N_y; \\ J_z \dot{\omega}_z - J_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2) + J_{xz}(\omega_y \omega_z - \dot{\omega}_z) - \\ - J_{yz}(\omega_x \omega_z + \dot{\omega}_y) + (J_y - J_x)\omega_x \omega_y + m(x_T \dot{V}_y - y_T \dot{V}_x + \\ + x_T V_x \omega_z - x_T V_z \omega_x + y_T V_y \omega_z - y_T V_z \omega_y) = N_z, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $N_x, N_y, N_z$  — проекции на оси связанной системы координат  $K$  вектора главного момента всех действующих на дирижабль сил;  $J_x, J_{xy}, J_{xz}, J_y, J_{yz}, J_z$  — моменты инерции.

Силы, действующие на дирижабль, представлены на рис. 5. Равнодействующие векторы сил  $F$  и моментов  $N$  действующих на дирижабль внешних сил можно разложить на их составляющие следующим образом [2]:

$$F = F_T + F_a + F_u + R_a, \quad (8)$$

$$N = N_T + N_u + N_a, \quad (9)$$

где  $F_T$  и  $N_T$  — вектор и момент сил тяжести;  $F_a$  — вектор силы Архимеда;  $F_u$  и  $N_u$  — вектор и момент силы тяги, создаваемой двигателями;  $R_a$  и  $N_a$  — вектор и момент аэродинамических сил, действующих на дирижабль.

Вектор силы тяжести  $F_T$  в земной системе координат равен  $F_T = [0 \ -mg \ 0]^T$ , где  $g$  — ускорение свободного падения. Поэтому с помощью матрицы  $A(\psi, \vartheta, \gamma)$  и формализма однородных преобразований [12] можно найти его компоненты в связанной системе координат  $K$ :

$$F_T^K = A F_T = A \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_T^x \\ F_T^y \\ F_T^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{12} F_T \\ -a_{22} F_T \\ -a_{32} F_T \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где  $a_{ij}$  определяются матрицей (1);  $F_T^x, F_T^y, F_T^z$  — проекции силы тяжести на оси связанной системы координат  $K$ .



Для момента силы тяжести дирижабля с учетом (10) можно получить

$$\begin{aligned} N_T^x &= (r_T \times F_T)_x = y_T F_T^z - z_T F_T^y; \\ N_T^y &= (r_T \times F_T)_y = z_T F_T^x - x_T F_T^z; \\ N_T^z &= (r_T \times F_T)_z = x_T F_T^y - y_T F_T^x, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $N_T^x, N_T^y, N_T^z$  — проекции момента силы тяжести дирижабля на оси связанной системы координат  $K$ .

Компоненты силы Архимеда  $F_a$  в системе  $K$  определяются выражениями

$$\begin{aligned} F_a^x &= \rho g U \sin \vartheta, \quad F_a^y = \rho g U \cos \vartheta \cos \gamma, \\ F_a^z &= -\rho g U \cos \vartheta \sin \gamma, \end{aligned} \quad (12)$$

а вектор момента силы Архимеда относительно точки  $O$  равен нулю.

Проекции на связанные оси вектора  $R_a$  и момента  $N_a$  аэродинамических сил рассчитываются по следующим формулам [13]:

$$\begin{aligned} R_a^x &= -\sum_{k=1}^6 \lambda_{1k} \frac{dq_k}{dt} - \\ &- \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{3k} \omega_y - \lambda_{2k} \omega_z) - 0,5 c_x S \rho V^2; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} R_a^y &= -\sum_{k=1}^6 \lambda_{3k} \frac{dq_k}{dt} - \\ &- \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{1k} \omega_z - \lambda_{3k} \omega_x) + 0,5 c_y S \rho V^2; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} R_a^z &= -\sum_{k=1}^6 \lambda_{2k} \frac{dq_k}{dt} - \\ &- \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{2k} \omega_x - \lambda_{1k} \omega_y) + 0,5 c_z S \rho V^2; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} N_a^x &= -\sum_{k=1}^6 \lambda_{4k} \frac{dq_k}{dt} - \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{6k} \omega_y - \lambda_{5k} \omega_z) - \\ &- \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{3k} V_y - \lambda_{2k} V_z) + 0,5 m_x U \rho V^2; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} N_a^y &= -\sum_{k=1}^6 \lambda_{5k} \frac{dq_k}{dt} - \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{4k} \omega_z - \lambda_{6k} \omega_x) - \\ &- \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{1k} V_z - \lambda_{3k} V_x) + 0,5 m_y U \rho V^2; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} N_a^z &= -\sum_{k=1}^6 \lambda_{6k} \frac{dq_k}{dt} - \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{5k} \omega_x - \lambda_{4k} \omega_y) - \\ &- \sum_{k=1}^6 q_k (\lambda_{2k} V_x - \lambda_{1k} V_y) + 0,5 m_z U \rho V^2, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $q_1 = V_x, q_2 = V_y, q_3 = V_z, q_4 = \omega_x, q_5 = \omega_y, q_6 = \omega_z$ ;  $\lambda_{ij}$  — присоединенные массы;  $S = U^{2/3}$  — характеристическая площадь дирижабля;  $U$  — объем оболочки;  $c_x, c_y, c_z, m_x, m_y, m_z$  — аэродинамические коэффициенты;  $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ .

В матричной форме уравнения динамики дирижабля имеют вид

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \omega \end{bmatrix} = \tilde{M}^{-1} \begin{bmatrix} F \\ N \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} m + \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \lambda_{14} & m z_T + \lambda_{15} & -m y_T + \lambda_{16} \\ \lambda_{12} & m + \lambda_{22} & \lambda_{23} & -m z_T + \lambda_{24} & \lambda_{13} & m x_T + \lambda_{26} \\ \lambda_{13} & \lambda_{23} & m + \lambda_{33} & m y_T + \lambda_{34} & m z_T + \lambda_{15} & \lambda_{36} \\ \lambda_{14} & -m z_T + \lambda_{24} & m y_T + \lambda_{34} & J_x + \lambda_{44} & -J_y + \lambda_{45} & -J_{xz} + \lambda_{46} \\ m z_T + \lambda_{15} & \lambda_{25} & -m z_T + \lambda_{35} & -J_{xy} + \lambda_{45} & J_y + \lambda_{55} & -J_{yz} + \lambda_{56} \\ -m y_T + \lambda_{16} & m x_T + \lambda_{26} & \lambda_{36} & -J_{xz} + \lambda_{46} & -J_{yz} + \lambda_{56} & J_z + \lambda_{66} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

### Уравнения маршевых и рулевых двигателей

Схема приложения сил, создаваемых маршевыми и рулевыми двигателями, представлена на рис. 6, где  $P_1$  и  $P_2$  — векторы тяги, создаваемые, соответственно, левым и правым маршевыми двигателями, а  $P_3$  и  $P_4$  — вектор тяги, создаваемые, соответственно, левым и правым рулевыми двигателями:

$$P_1 = \begin{bmatrix} P_{1x} \\ P_{1y} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad P_2 = \begin{bmatrix} P_{2x} \\ P_{2y} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad P_3 = \begin{bmatrix} P_{3x} \\ P_{3y} \\ P_{3z} \end{bmatrix}; \quad P_4 = \begin{bmatrix} P_{4x} \\ P_{4y} \\ P_{4z} \end{bmatrix}.$$

Введем в рассмотрение векторы, определяющие расположение двигателей:

$$r_1 = \begin{bmatrix} x_{12} \\ y_{12} \\ z_1 \end{bmatrix}; \quad r_2 = \begin{bmatrix} x_{12} \\ y_{12} \\ -z_1 \end{bmatrix}; \quad r_3 = \begin{bmatrix} x_{34} \\ y_{34} \\ z_3 \end{bmatrix}; \quad r_4 = \begin{bmatrix} x_{34} \\ y_{34} \\ -z_3 \end{bmatrix}.$$

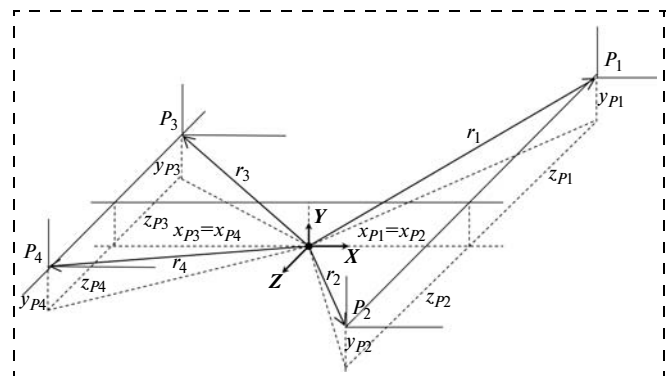


Рис. 6. Схема приложения управляющих сил

Тогда проекции управляющей силы  $F_u$  и моментов  $N_u$  на оси связанной системы координат определяются матричным соотношением

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -z_1 & 0 & z_1 & 0 & -z_3 & y_{34} & 0 & z_3 & y_{34} \\ z_1 & 0 & -z_1 & 0 & z_3 & 0 & -x_{34} & -z_3 & 0 & -x_{34} \\ -y_{12} & x_{12} & -y_{12} & x_{12} & -y_{34} & x_{34} & 0 & -y_{34} & x_{34} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1x} \\ P_{1y} \\ P_{2x} \\ P_{2y} \\ P_{3x} \\ P_{3y} \\ P_{3z} \\ P_{4x} \\ P_{4y} \\ P_{3z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_u^x \\ F_u^y \\ F_u^z \\ N_u^x \\ N_u^y \\ N_u^z \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Проекции векторов в (21) определяются выражениями

$$P_1 = \begin{bmatrix} P_{x1} \\ P_{y1} \end{bmatrix} = P_{1T} \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 \\ \sin \alpha_1 \end{bmatrix}; \quad P_2 = \begin{bmatrix} P_{x2} \\ P_{y2} \end{bmatrix} = P_{2T} \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 \\ \sin \alpha_2 \end{bmatrix}; \quad (22)$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} P_{x3} \\ P_{y3} \\ P_{z3} \end{bmatrix} = P_{3T} \begin{bmatrix} \cos \alpha_3 \cos \beta_3 \\ \sin \alpha_3 \\ \cos \alpha_3 \cos \beta_3 \end{bmatrix};$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} P_{x4} \\ P_{y4} \\ P_{z4} \end{bmatrix} = P_{4T} \begin{bmatrix} \cos \alpha_4 \cos \beta_4 \\ \sin \alpha_4 \\ \cos \alpha_4 \cos \beta_4 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

где  $P_{1T}, P_{2T}, P_{3T}, P_{4T}$  — тяги двигателей;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_3, \alpha_4, \beta_4$  — углы поворотов двигателей (см. рис. 2).

Тогда связь между управляющими силами и моментами и тягами и углами поворотов двигателей определяется следующими выражениями:

$$F_u^x = P_{1T} \cos \alpha_1 + P_{2T} \cos \alpha_2 + P_{3T} \cos \alpha_3 \cos \beta_3 + P_{4T} \cos \alpha_4 \cos \beta_4;$$

$$F_u^y = P_{1T} \sin \alpha_1 + P_{2T} \sin \alpha_2 + P_{3T} \sin \alpha_3 + P_{4T} \sin \alpha_4;$$

$$F_u^z = P_{3z} + P_{4z} = P_{3T} \cos \alpha_3 \sin \beta_3 + P_{4T} \cos \alpha_4 \sin \beta_4;$$

$$N_u^x = z_1(P_{2T} \sin \alpha_2 - P_{1T} \sin \alpha_1) + y_{34}(P_{3T} \cos \alpha_3 \sin \beta_3 + P_{4T} \cos \alpha_4 \sin \beta_4) + z_3(P_{4T} \sin \alpha_4 - P_{3T} \sin \alpha_3);$$

$$N_u^y = z_1(P_{1T} \cos \alpha_1 - P_{2T} \cos \alpha_2) - x_{34}(P_{3T} \cos \alpha_3 \sin \beta_3 + P_{4T} \cos \alpha_4 \sin \beta_4) + z_3(P_{3T} \cos \alpha_3 \cos \beta_3 - P_{4T} \cos \alpha_4 \cos \beta_4);$$

$$N_u^z = x_{12}(P_{1T} \sin \alpha_1 + P_{2T} \sin \alpha_2) - y_{12}(P_{1T} \cos \alpha_1 + P_{2T} \cos \alpha_2) + x_{34}(P_{3T} \sin \alpha_3 + P_{4T} \sin \alpha_4) - y_{34}(P_{3T} \cos \alpha_3 \cos \beta_3 + P_{4T} \cos \alpha_4 \cos \beta_4). \quad (24)$$

Динамика исполнительных механизмов описывается в виде

$$T_{\text{им}} \dot{\delta} + \delta = K_{\text{им}} U, \quad (25)$$

где  $\delta = [P_{1T} \alpha_1 P_{2T} \alpha_2 P_{3T} \alpha_3 \beta_3 P_{4T} \alpha_4 \beta_4]$  — вектор тяг и положений;  $T_{\text{им}}, K_{\text{им}}$  — матрицы постоянных времени и коэффициентов передач;  $U$  — управление.

Уравнения (5), (19), (25) являются математической моделью дирижабля.

### Математическая модель баллонетной системы

Схема системы "баллонет — корпус дирижабля" приведена на рис. 7.

Математическая модель баллонета строится на базе уравнения неустановившегося материального баланса, которое применительно к рассматриваемой задаче имеет вид

$$\dot{M}_{\text{бал}}(t) = Q_{\text{п}}(u_{\text{в}}(t), P_{\text{атм}}(y_0)) - Q_{\text{р}}(u_{\text{к}}(t), P_{\text{атм}}(y_0)); \quad (26)$$

$$M_{\text{бал}}(t) = \frac{\mu_{\text{в}}(U - V_{\text{гел}}(y_0(t)))}{R(T(y_0(t)))} \times \left( P_0 e^{-\frac{\mu_{\text{в}} g y_0(t)}{R(T(y_0(t)))}} + \Delta P_{\text{бал}}(t) \right), \quad (27)$$

где  $M_{\text{бал}}(t)$  представляет собой массу накопленного в баллонете воздуха;  $\mu_{\text{в}} = 0,029$  кг/моль — молярная масса воздуха;  $R = 8,31$  Дж/моль · К — универсальная газовая постоянная;  $T_0 = 293$  К — температура на уровне моря;  $P_0 = 101340$  Па — давление на уровне моря;  $\Delta P_{\text{бал}}(t) = P_{\text{атм}}(t) - P_{\text{бал}}(t)$  — перепад давления на стенке баллонета;  $u_{\text{в}}(t)$  и  $u_{\text{к}}(t)$  — управляющие воздействия, поступающие на вентилятор и выпускной клапан соответственно;  $g = 9,807$  м/с<sup>2</sup> — ускорение свободного падения.

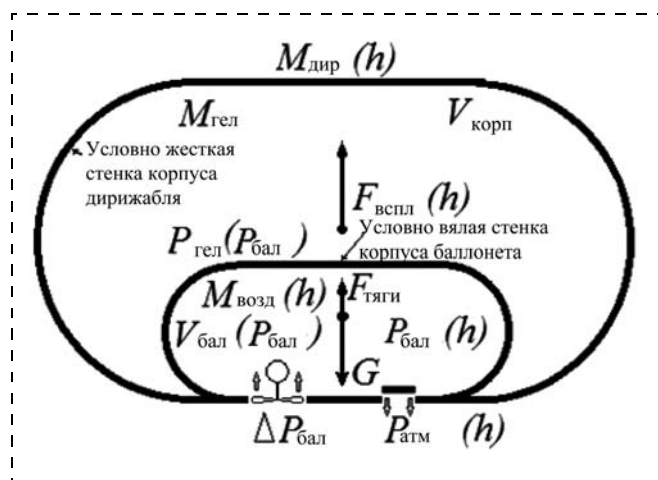


Рис. 7. Расчетная схема системы "баллонет — корпус дирижабля"

Объем гелия меняется в соответствии с выражением

$$V_{\text{гел}}(y_0(t)) = \frac{M_{\text{гел}} R(T(y_0(t)))}{\mu_{\text{гел}} \left( P_0 e^{\frac{\mu_{\text{в}} g y_0(t)}{R(T(y_0(t)))}} + \Delta P_{\text{бал}}(t) \right)}, \quad (28)$$

где  $M_{\text{гел}}$  — константа, определяемая как расчетный параметр дирижабля, обеспечивающий его плавание при заданной весовой нагрузке и максимальную высоту всплытия при этой нагрузке.

Приход  $Q_{\text{п}}(u_{\text{п}}(t), \Delta P_{\text{п}}(t))$  и расход  $Q_{\text{р}}(u_{\text{р}}(t), \Delta P_{\text{р}}(t))$  воздуха для баллонета определяются выражениями вида

$$Q_{\text{к}}(u_{\text{к}}, \Delta P_{\text{к}}) = \zeta_{\text{к}0} u_{\text{к}}(t) \text{sign}(\Delta P_{\text{к}}(t)) \sqrt{|\Delta P_{\text{к}}(t)|}, \quad (29)$$

где  $\text{к} \in \{\text{п}, \text{р}\}$ . Таким образом, эти потоки зависят от положений и производительностей впускного  $\zeta_{\text{п}0}$  и выпускного  $\zeta_{\text{р}0}$  клапанов, а также от напорно-расходной характеристики вентилятора.

Подстановка (27)–(29) в (26) позволяет после дифференцирования выражения для  $M_{\text{бал}}(t)$  получить рабочую модель баллонетной системы в форме существенно нелинейного дифференциального уравнения следующего вида:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{P}_{\text{бал}} = & \frac{0,0065}{R(0,0065 y_0 - T_0)} \Delta P_{\text{бал}} + \\ & + \zeta_{\text{п}0} u_{\text{п}}(t) \text{sign}(\Delta P_{\text{п}}(t)) \sqrt{|\Delta P_{\text{п}}(t)|} - \\ & - \zeta_{\text{р}0} u_{\text{р}}(t) \text{sign}(\Delta P_{\text{р}}(t)) \sqrt{|\Delta P_{\text{р}}(t)|} + \\ & + \frac{0,0005 P_0}{U_{\mu_{\text{в}}}(0,0065 y_0 - T_0)} e^{-\frac{g \mu_{\text{в}} y_0}{R(0,0065 y_0 - T_0)}} \times \\ & \times \left( 0,0065 y_0 + \frac{g \mu_{\text{в}} T_0}{R(0,0065 y_0 - T_0)} \right), \quad (30) \end{aligned}$$

где  $\Delta P_{\text{п}}(t) = \Delta P_{\text{вент}} - \Delta P_{\text{бал}}$ ;  $\Delta P_{\text{р}}(t) = \Delta P_{\text{бал}}$ ;  $\Delta P_{\text{вент}}$  — напор, создаваемый вентилятором.

Изменение запаса воздуха в баллонете осуществляется сбросом излишка воздуха через выпускной клапан или нагнетанием воздуха вентиляторами. Управления  $u_{\text{в}}^i(t)$  и  $u_{\text{к}}^i(t)$  ( $i = 1, 2$ ) равны 0, когда управление отсутствует, и равны 1, когда подается управление.

### Математическая модель внешней среды

Внешней средой для дирижабля является стандартная атмосфера, в соответствии с которой зависимость атмосферного давления от высоты описывается известной "барометрической формулой" [14]

$$P_{\text{атм}}(y_0) = P_0 e^{-\frac{\mu_{\text{в}} g y_0}{R T(y_0)}}. \quad (31)$$

Изменение температуры для заданного диапазона высот (до 3000 м) описывается эмпирической формулой

$$T(h) = T_0 - 0,0065 y_0. \quad (32)$$

При наличии ветра  $V_w = [V_{wx} \ V_{wy} \ V_{wz}]^T$  набегающий на дирижабль поток характеризуется вектором  $V_{\text{нп}} = [-V_x + V_{wx}, -V_y + V_{wy}, -V_z + V_{wz}]$ . Для учета влияния ветровых возмущений в уравнениях дирижабля вместо модуля скорости  $V$  используется величина  $V_{\text{нп}} = \sqrt{(V_{wx} - V_x)^2 + (V_{wy} - V_y)^2 + (V_{wz} - V_z)^2}$ , а вместо вектора  $V$  — вектор  $-V_{\text{нп}} = V - V_w$ , определенный в связанной системе координат.

Модуль скорости ветра определяется внешними условиями, в случае скачка скорости ветра в момент  $t_0$  — по формуле

$$|V_w| = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ \frac{V_m}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{\pi(t-t_0)}{d_{\text{п}} - t_0}\right) \right), & t_0 < t < d_{\text{п}}; \\ V_m, & t < t_m. \end{cases} \quad (33)$$

Для случая кратковременного возрастания скорости (порыв ветра) модуль скорости ветра определяется по формуле

$$|V_w| = \begin{cases} 0, & t < t_0; \\ V_m \sin\left(\frac{\pi(t-t_0)}{d_m - t_0}\right), & t_0 < t < d_m; \\ 0, & t < t_m, \end{cases} \quad (34)$$

где  $d_{\text{п}}$  — интервал нарастания ветра;  $V_m$  — амплитуда порыва;  $d_m$  — продолжительность порыва ветра по времени;  $t_m$  — максимальное время полета.

Скорость ветра задается в земной системе координат  $V_w = [V_{wx} \ V_{wy} \ V_{wz}]^T$ . Если ветер дует в горизонтальной плоскости под углом  $\alpha_w^0 < 0$  к оси  $O^0 X^0$  в положительном направлении осей  $O^0 X^0$  и  $O^0 Z^0$ , то  $V_w = |V_w| [\cos \alpha_w^0 \ -\sin \alpha_w^0 \ 0]^T$ .

### Определение параметров дирижабля

В данном разделе определяются следующие параметры дирижабля:

- массоинерционные характеристики (масса  $m$ , положение центра масс  $r_T$ , тензор инерции  $\{J_{i,k}\}$  для различных объемов баллонетов и различных плотностей заполняющего их воздуха, матрица присоединенных масс  $\{\lambda_{m,n}\}$ ;
- аэродинамические коэффициенты  $c_x, c_y, c_z, m_x, m_y, m_z$ .

Объем и плотность воздуха в баллонете на высотах, при которых баллонеты не пустые, в стати-

ческом случае могут быть заданы следующими выражениями:

$$V_6(y_0) = U - \frac{M_{\text{гел}} R(T_0 - 0,0065y_0)}{\mu_{\text{гел}} \left( P_0 e^{\frac{\mu_{\text{в}} g y_0}{R(T_0 - 0,0065y_0)}} + \Delta P_{\text{бал}} \right)}; \quad (35)$$

$$\rho_{\text{в}}(h) = \frac{\mu_{\text{в}}}{R(T_0 - 0,0065y_0)} \left( P_0 e^{\frac{\mu_{\text{в}} g y_0}{R(T_0 - 0,0065y_0)}} + \Delta P_{\text{бал}} \right). \quad (36)$$

Масса воздуха внутри баллонета определяется выражением

$$m_6 = V_6(y_0) \rho_6(y_0). \quad (37)$$

Положение центра тяжести  $r_T(y_0)$  и компоненты тензора инерции  $\{J_{i,k}(y_0)\}$  дирижабля вычисляются программно. Для этого создана модель дирижабля, представленная на рис. 8. Для объема баллонета  $V_6 = 900 \text{ м}^3$ ; толщины оболочки  $0,005 \text{ м}$ ; толщины стенки баллонета  $0,005 \text{ м}$  получаем следующие значения массы, координат центра тяжести и компонент тензора инерции дирижабля:  $m = 5200 \text{ кг}$ ;

$$r_T = (0 \ -1,51 \ 0) \text{ м}; \quad \{J_{i,k}\} = \begin{bmatrix} 210200 & -27500 & -360 \\ -27500 & 520000 & 0 \\ -360 & 0 & 400000 \end{bmatrix} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Результаты расчетов помещаются в массивы, используемые в алгоритмах управления дирижаблем, которые аппроксимируются аналитическими выражениями. В данной работе используется аппроксимация полиномами с помощью пакета MATLAB. На рис. 9 (см. третью сторону обложки) представлены результаты аппроксимации момента инерции  $J_x$ . СКО аппроксимации равно  $473,9$ , что составляет не более  $0,3 \%$  от значения  $J_x$ .

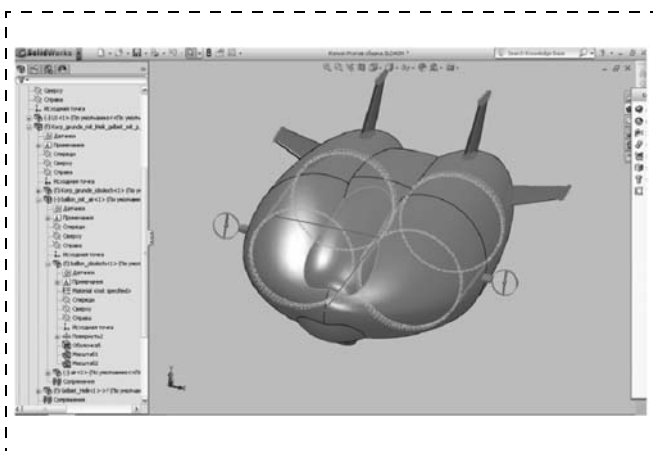


Рис. 8. Модель дирижабля в пакете Solid Works

Расчет присоединенных масс осуществляется по эмпирическим зависимостям в приближении формы дирижабля эллипсоидом [15] в соответствии с его габаритными размерами:  $L = 38 \text{ м}$ ;  $D_y = 10 \text{ м}$ ;  $D_z = 17 \text{ м}$ . По табличным данным [15] определяем коэффициенты присоединенных масс для заданных размеров дирижабля:  $k_{11} = k_{V_x} = 0,12$ ;  $k_{22} = k_{V_y} = 1,45$ ;  $k_{33} = k_{V_z} = 0,45$ ;  $k_{44} = k_{\omega_x} = 0,32$ ;  $k_{55} = k_{\omega_y} = 0,19$ ;  $k_{66} = k_{\omega_z} = 0,87$ .

Для расчета аэродинамических характеристик использовали программные комплексы FineHexa (NUMECA International), STAR CD.

В силу симметрии исследуемого дирижабля выбрана симметричная расчетная область в виде параллелепипеда, размеры которого в 10 раз больше размеров дирижабля, располагаемого в центре указанного параллелепипеда.

В качестве граничных условий на внешних поверхностях расчетной области использованы "входная поверхность" и "выходная поверхность", а на внутренней поверхности модели расчетной области — условие типа "стенка". В выбранной области для расчетов используется сетка, адаптированная под геометрию дирижабля, представленная на рис. 10 (см. третью сторону обложки).

В качестве среды выбрана модель несжимаемого воздуха со следующими параметрами: давление  $100 \ 000 \text{ Па}$ ; температура  $300 \text{ К}$ ; число Прандтля  $0,708$ ; кинематическая вязкость  $1,57 \cdot 10^{-5}$ ; плотность  $1,22 \text{ кг/м}^3$ . Поскольку в рассматриваемом диапазоне скоростей числа Рейнольдса и Маха удовлетворяют условиям  $Re \geq 8 \cdot 10^7$  и  $M \ll 1$  то, согласно работе [16], использована турбулентная модель несжимаемого воздуха и выбрана система уравнений Навье-Стокса с учетом турбулентности по Спаларт-Алмаресу. На рис. 11 (см. третью сторону обложки) представлено распределение давлений по поверхности дирижабля при скорости  $7 \text{ м/с}$  и нулевых углах атаки и скольжения.

Коэффициенты аэродинамических сил и моментов вычисляются как функции угла атаки, скольжения, скорости полета и круговой частоты вращения дирижабля. На рис. 12 и 13 (см. третью сторону обложки) представлены зависимости  $c_x$  и  $c_y$  от углов атаки и скольжения при скорости  $12 \text{ м/с}$ . Полные результаты расчетов аэродинамических коэффициентов сводятся в таблицы, которые используются в процессе моделирования, исследования и управления движением дирижабля.

При анализе и синтезе системы управления дирижаблем удобно использовать аналитические выражения для аэродинамических коэффициентов, которые являются функциями четырех величин — угла атаки  $\alpha$ , угла скольжения  $\beta$ , воздушной скорости  $V$  и угловой скорости вращения дирижабля. В связи с этим проведена многомерная аппроксимация аэродинамических коэффициентов полиномами.

## Заключение

В данной статье представлена математическая модель гибридного дирижабля Lockheed-Martin P-791, состоящая из 24 обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих кинематику и динамику движения дирижабля, динамику исполнительных механизмов и баллонеты. В качестве модели внешней среды использована модель стандартной атмосферы. Расчет параметров модели осуществлен численными методами.

Процессы, связанные с обледенением, деформациями корпуса дирижабля и прочими неучтенными факторами, учтены посредством оценивания сил и моментов, обусловленных перечисленными возмущениями.

## Список литературы

1. Пшихопов В. Х. Дирижабли: перспективы использования в робототехнике // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 5. С. 15–20.
2. Управление воздухоплавательными комплексами: теория и технологии проектирования / В. Х. Пшихопов и др. М.: Физматлит, 2010. 394 с.
3. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Сиротенко М. Ю., Носко О. Э., Юрчепко А. С. Проектирование систем управле-

ния роботизированных воздухоплавательных комплексов на базе дирижаблей // Изв. ТРТУ. 2006. № 3 (58). С. 160–167.

4. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Структурный синтез автопилотов подвижных объектов с оцениванием возмущений // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2006. № 1. С. 103–109.
5. Пятницкий Е. С. Управляемость классов лагранжевых систем с ограниченными управлениями // Автоматика и телемеханика. 1996. № 12. С. 29–37.
6. Крутько П. Д. Управление продольным движением летательных аппаратов. Синтез алгоритмов методом обратных задач динамики // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1997. № 6. С. 62–79.
7. Крутько П. Д. Управление боковым движением летательных аппаратов. Синтез алгоритмов методом обратных задач динамики // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2000. № 4. С. 143–164.
8. Пшихопов В. Х. Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация и управление. 2008. № 2. С. 34–41.
9. Пшихопов В. Х. Позиционно-траекторное управление подвижными объектами. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. 183 с. URL: www.airship.or
10. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Динамика самолета. Пространственное движение. М.: Машиностроение, 1983.
11. Пшихопов В. Х. Математические модели манипуляционных роботов. М.: Физматлит, 2008.
12. Остославский И. В. Аэродинамика самолета. М.: Оборонгиз, 1957.
13. Хргиан А. Х. Физика атмосферы. М.: Физматгиз, 1958. 476 с.
14. Короткин А. И. Присоединенные массы судна: Справочник. Л.: Судостроение, 1986. 312 с.
15. Краснов Н. Ф. Аэродинамика. В 2-х частях. Ч. 1. М.: Высшая школа, 1976.

УДК 621.865.8 + 62-503.5

**В. М. Герасун**<sup>1</sup>, д-р техн. наук, проф.,  
gerasun@ro.ru,

**В. В. Жога**<sup>2</sup>, д-р физ.-мат. наук, проф.,  
dtm@vstu.ru,

**И. А. Несмиянов**<sup>1</sup>, канд. техн. наук, доц.,  
nesmianov@ro.ru,

**Н. С. Воробьева**<sup>1</sup>, канд. техн. наук, доц.,  
vorobva@inbox.ru,

**В. В. Дяшкин-Титов,**

<sup>1</sup> Волгоградский государственный  
аграрный университет

<sup>2</sup> Волгоградский государственный  
технический университет

## Исследование оптимальных конфигураций манипулятора-трипода с поворотным основанием<sup>1</sup>

*Решена задача оптимальной конфигурации манипулятора параллельной структуры в виде трехгранной пирамиды. В работе представлен синтез программных движений звеньев манипулятора по заданному закону и решена задача обеспечения требуемой траектории схвата.*

**Ключевые слова:** манипулятор, оптимальная траектория, синтез программных движений

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 12-08-00 301-а, № 13-08-00387-а.

## Введение

Одним из направлений развития экстремальной робототехники является использование роботов в технологических процессах сельскохозяйственного производства, так как взаимодействие технических объектов с живой природой является весьма сложным. В частности, при перемещении робота для выполнения технологических операций ему требуется ориентация на местности с учетом рельефа, влажности почвы, расположения растений, его технологическая оснастка должна обеспечить их сохранность при взаимодействии с рабочими органами.

Зарубежный опыт [1] механизации сельскохозяйственного производства показывает, что создание агророботов развивается в направлении создания роботов для уборки фруктов, посадки и прополки растений, ухода за культурными и лесными посадками, дренирования и орошения, доения коров и многих других работ, где присутствует монотонный и тяжелый труд.

В связи с этим разработанная гамма промышленных роботов не может быть использована непосредственно в сельскохозяйственном производстве, и необходимы исследования по созданию специальных манипуляторов, грузозахватных устройств, исполнительных элементов, выполненных в защищенном от внешних воздействий вариантах, а также оригинальных алгоритмов управления. Кроме того, одним из существенных недостатков известных робототехнических систем является низ-

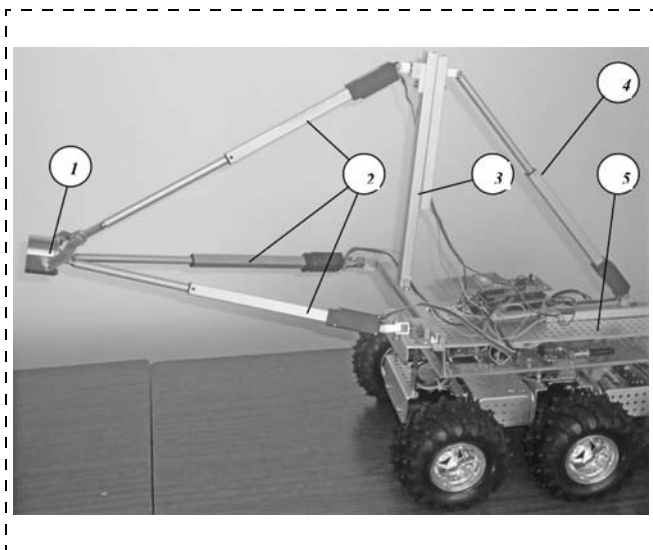


Рис. 1. Мобильный робот с манипулятором-триподом

кое отношение массы перемещаемых грузов к массе робота, что снижает диапазон их применения.

Устройством для мобильной роботизированной системы, осуществляющим технологические функции, является манипулятор, при создании которого следует выполнять следующие основные требования:

- поиск и использование новых конструктивных схем и кинематических структур;
- синтез программных траекторий, обеспечиваемых кинематикой механизма, получение законов движения по траекториям;
- реализация технических решений на принципах модульного построения.

В достаточной степени указанным требованиям удовлетворяют пространственные механизмы параллельной структуры, в частности, в виде трехгранной пирамиды (трипод) [2].

На рис. 1 представлен манипулятор, у которого перемещение исполнительного элемента 1 обеспечивается звеньями 2 переменной длины, одни концы которых закреплены с помощью специальных двухподвижных шарниров на несущем основании 3, что позволяет изменять геометрию механизма, а следовательно, зону обслуживания [3]. Противоположные концы звеньев 2 соединены между собой специальным шарнирным узлом, благодаря чему продольные оси этих звеньев сходятся в одной точке. В результате образуется пространственная структура повышенной жесткости с высокими динамическими характеристиками. Несущее основание 3 имеет возможность поворачиваться за счет звена 4 переменной длины, причем шарниры его крепления на раме 3 и на мобильном шасси 5 могут перемещаться, что дает возможность изменять зону обслуживания манипулятора в требуемом диапазоне. Звенья 2, 4 переменной длины могут быть выполнены на базе гидро- или электропривода [4].

Общая задача перемещения исполнительного элемента 1 (схвата) разделяется на три этапа: позиционирование схвата, обеспечиваемое геометрией механизма; синтез его траектории в пространстве, ограниченном рабочей зоной, и определение закона движения по полученной траектории [5].

#### Позиционирование схвата манипулятора

На рис. 2 показана схема рассматриваемого манипулятора и связанная с ним система координат.

Конфигурацию исполнительного механизма характеризуют две пирамиды  $MABC$  и  $DABC$ , имеющие общее основание. Вводятся две системы координат: неподвижная система координат  $OXYZ$  связана осью основания пирамиды  $BC$ ; подвижная система  $O_1X_1Y_1Z_1$  связана с плоскостью  $ABC$ , вращающейся относительно оси шарниров  $B$  и  $C$ .

В качестве обобщенных координат манипулятора выбраны длины звеньев  $l_1, l_2, l_3, l_4$ .

Координаты центра схвата  $M$  и звеньев манипулятора  $L_1, \dots, L_4$  в неподвижной системе координат  $OXYZ$  связаны уравнениями:

$$\begin{cases} x_M^2 + (y_M - y_A)^2 + (z_M - z_A)^2 = l_1^2, \\ (x_M - x_B)^2 + (y_M - y_B)^2 + z_M^2 = l_2^2, \\ (x_M - x_C)^2 + (y_M - y_C)^2 + z_M^2 = l_3^2, \\ y_A^2 + (z_A - z_D)^2 = l_4^2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_M, y_M, z_M$  — координаты точки  $M$  в неподвижной системе координат;  $x_B = -x_C, z_A, y_B = y_C, z_D$  — координаты точек крепления звеньев манипулятора.

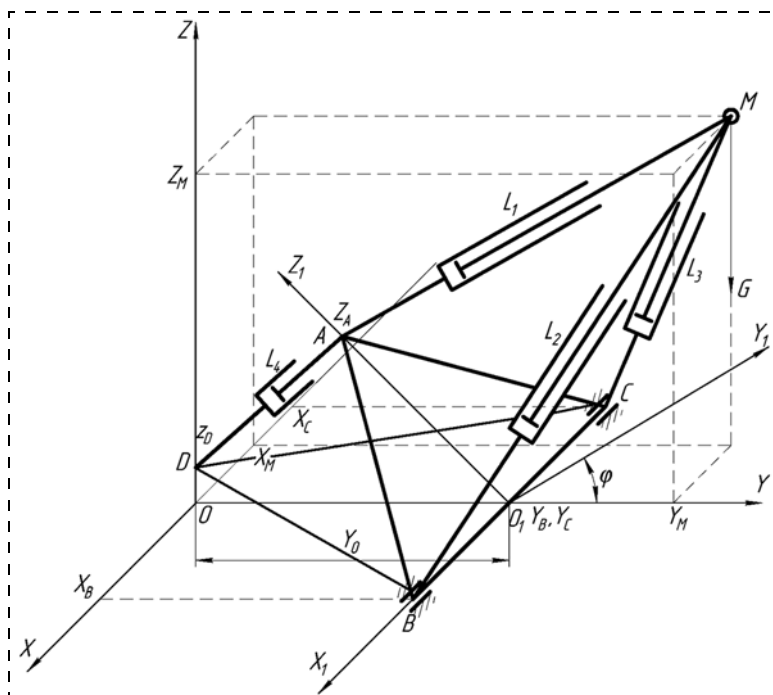


Рис. 2. Расчетная схема манипулятора-трипода ( $x_B = -x_C = 120$  мм,  $y_B = y_C = 310$  мм,  $z_D = 20$  мм,  $O_1A = 255$  мм)

Задача позиционирования схвата манипулятора при выполнении технологических операций состоит в перемещении его из начального состояния, которое определяется координатами точки  $M_0(x_{M_0}, y_{M_0}, z_{M_0})$  в конечное положение  $M_k(x_{M_k}, y_{M_k}, z_{M_k})$ . Иными словами, при известной начальной конфигурации манипулятора, определяемой обобщенными координатами  $l_{i_0}$ , требуется найти конечную конфигурацию — значения обобщенных координат  $l_{i_k}$ .

Число обобщенных координат манипулятора  $l_i$ , равное четырем, превышает число обобщенных координат схвата  $(x_M, y_M, z_M)$ , равное трем, т. е. манипулятор обладает ненулевой маневренностью, и заданному конечному положению объекта соответствует множество конфигураций системы. Длины звеньев  $l_{2k}, l_{3k}$  определяются однозначно из выражений (1), а длины звеньев  $l_{1k}(y_A, z_A), l_{4k}(y_A, z_A)$  находятся из условия минимума квадратичной функции [6]

$$\Phi(y_A, z_A) = C_1(l_{1k} - l_{10})^2 + C_4(l_{4k} - l_{40})^2 \quad (2)$$

с ограничением в виде нелинейного уравнения связи

$$f(y_A, z_A) = z_A^2 + (y_B - y_A)^2 - O_1 A^2 = 0. \quad (3)$$

Линиями уровня функции (2) является эллипс, причем  $\Phi$  возрастает с увеличением размеров эллипса. Геометрическая интерпретация уравнений (2) и (3) приведена на рис. 3. Уравнение (3) задает окружность, и минимальное значение  $\Phi$  достигается на эллипсе, который касается указанной окружности.

В качестве весовых коэффициентов  $C_i$  приняты отношения вертикальной нагрузки, приложенной к точке  $M$ , к усилию в  $i$ -м звене переменной длины. Значения весовых коэффициентов  $C_1, C_4$  принимаются тем больше, чем больше диапазон изменения усилий в соответствующих звеньях манипулятора [7].

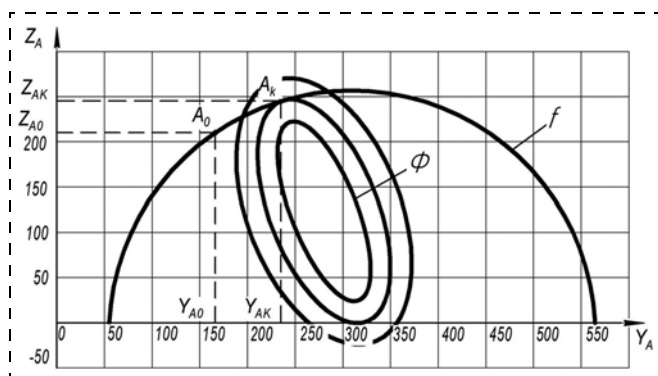


Рис. 3. Графики функций  $\Phi, f$

Минимизируемая квадратичная функция  $\Phi(y_A, z_A)$  (2) — выпуклая, и задача (2), (3) сводится к задаче нелинейного программирования с помощью решения системы уравнений методом неопределенных множителей Лагранжа [8, 9].

В соответствии с методом Лагранжа целевая функция имеет вид

$$\Phi^* = C_1(l_{1k} - l_{10})^2 + C_4(l_{4k} - l_{40})^2 + \lambda f(y_A, z_A), \quad (4)$$

где  $\lambda$  — неопределенный множитель Лагранжа.

Достижение оптимального решения обеспечивается необходимыми условиями стационарности Куна—Такера для функции (4)  $\Phi^*$  [8, 9], которые формулируются в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{\partial(l_{1k} - l_{10})^2}{\partial y_A} + C_4 \frac{\partial(l_{4k} - l_{40})^2}{\partial y_A} + \lambda \frac{\partial f(y_A, z_A)}{\partial y_A} &= 0; \\ C_1 \frac{\partial(l_{1k} - l_{10})^2}{\partial z_A} + C_4 \frac{\partial(l_{4k} - l_{40})^2}{\partial z_A} + \lambda \frac{\partial f(y_A, z_A)}{\partial z_A} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя выражения  $x_M, y_M, z_M$  из уравнений (1) в уравнения (5) и решая их совместно с уравнением (3), находим значения  $y_A, z_A, \lambda$ , а следовательно, и  $l_{1k}(y_A, z_A), l_{4k}(y_A, z_A)$ .

На рис. 3 представлены результаты решения задачи позиционирования для начальных значений обобщенных координат  $l_{10} = 275$  мм,  $l_{20} = 233$  мм,  $l_{30} = 233$  мм,  $l_{40} = 252,659$  мм. Этим обобщенным координатам, полученным из показаний датчиков положения, соответствуют координаты схвата  $x_{M_0} = 0$  мм,  $y_{M_0} = 435,449$  мм,  $z_{M_0} = 155,408$  мм. Зная начальные значения координат схвата и длин звеньев манипулятора, из системы уравнений (1) найдены координаты точки  $A$ :  $y_{A_0} = 166,016$  мм;  $z_{A_0} = 210,461$  мм.

Задав конечные значения координат схвата ( $x_{M_k} = 100$  мм,  $y_{M_k} = 570$  мм,  $z_{M_k} = 230$  мм), из уравнений (1) можно определить конечные положения длин звеньев  $l_{2k}$  и  $l_{3k}$  и затем из условия минимума квадратичной функции (2) с ограничением (3) найти координаты  $y_{A_k} = 237,193$  мм и  $z_{A_k} = 244,385$  мм в конечной конфигурации.

После решения задачи позиционирования необходимо решить задачу определения законов изменения обобщенных координат  $l_i(t)$ .

### Программные движения манипулятора по закону "мягкого" касания

Считая, что начальные значения длин звеньев механизма  $l_{10}, l_{20}, l_{30}, l_{40}$  известны, а конечная конфигурация системы определена оптимизацией квадратичного функционала  $\Phi^*$ , т. е. известны  $l_{1k}, l_{2k}, l_{3k}, l_{4k}$ , зададим закон изменения длин звеньев

от  $l_{i0}$  до  $l_{ik}$  (см. рис. 2) исходя из условия "мягкого" касания [6], заключающегося в выполнении условий

$$\left. \frac{dl(t)}{dt} \right|_{t=0, t=T} = 0 \text{ и } \left. \frac{d^2l(t)}{dt^2} \right|_{t=0, t=T} = 0. \quad (6)$$

Этим требованиям удовлетворяет следующий закон программного изменения длин звеньев:

$$l_i(t) = l_{i0} + (l_{ik} - l_{i0}) \left[ \frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right], \quad (7)$$

где  $T$  — время движения, с.

Принимаем время движения всех звеньев переменной длины одинаковым. Однако перемещения ( $l_{ik} - l_{i0}$ ) звеньев различны, поэтому за конечное время  $T$  принимаем время работы того звена, которое изменяет свою длину на наибольшую величину

$$T_i = \frac{l_{ik} - l_{i0}}{V_{\max}}, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad (8)$$

$$T = \max_{i=1,2,3,4} (T_i), \quad (9)$$

где  $V_{\max}$ , м/с, — максимальная допустимая скорость изменения длины звена.

Параметрические уравнения траектории схвата определяются из решения обратной задачи кинематики.

Для упрощения решения обратной задачи кинематики вместо обобщенной координаты  $l_4$  введена новая координата  $\varphi$  — угол поворота основания пирамиды (см. рис. 2):

$$\begin{cases} x_M(t) = \frac{l_3(t)^2 - l_2(t)^2}{4x_B}; \\ y_M(t) = y_0 + \\ + \left[ l_1(t)^2 - \frac{(l_3(t)^2 - l_2(t)^2)^2}{16x_B^2} - \frac{(a(t) - x_B^2 - z_A^2)}{4z_A^2} \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times \cos\varphi(t) - \left( \frac{a(t) - x_B^2 + z_A^2}{2z_A} \right) \sin\varphi(t); \\ z_M(t) = \left[ l_1(t)^2 - \frac{(l_3(t)^2 - l_2(t)^2)^2}{16x_B^2} - \frac{(a(t) - x_B^2 - z_A^2)}{4z_A^2} \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times \sin\varphi(t) + \left( \frac{a(t) - x_B^2 + z_A^2}{2z_A} \right) \cos\varphi(t), \end{cases} \quad (10)$$

где  $a(t) = -l_1(t)^2 + 0,5l_2(t)^2 + 0,5l_3(t)^2$ .

Характер изменения обобщенных и декартовых координат схвата от времени представлен на рис. 4, сечения траектории схвата координатными плоскостями — на рис. 5.

Как видно из графиков (рис. 4), заданный закон изменения длин звеньев 1, ..., 4 обеспечивает движение схвата по траектории с большим радиусом кривизны, при этом скорость и ускорение схвата при подходе к конечному положению плавно уменьшаются до нуля, что уменьшает динамические нагрузки звеньев манипулятора.

### Задача обеспечения требуемой траектории схвата

Оптимальная по времени перемещения траектория схвата манипулятора — это прямая. Однако такое перемещение возможно в том случае, когда все точки отрезка  $M_0M_1$  принадлежат выпуклому множеству, являющемуся частью зоны обслуживания.

Из уравнения прямой в пространстве, проходящей через две точки  $M_0$  и  $M_1$ , определяются зависимости координат  $x_M$ ,  $y_M$ ,  $z_M$

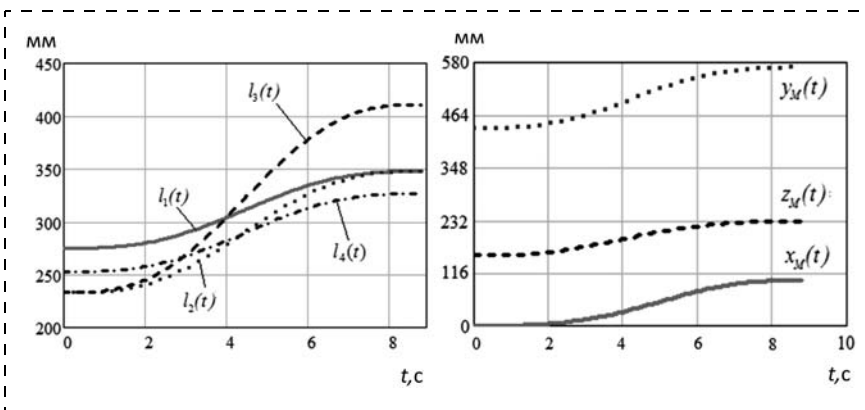


Рис. 4. Характер изменения обобщенных координат по времени

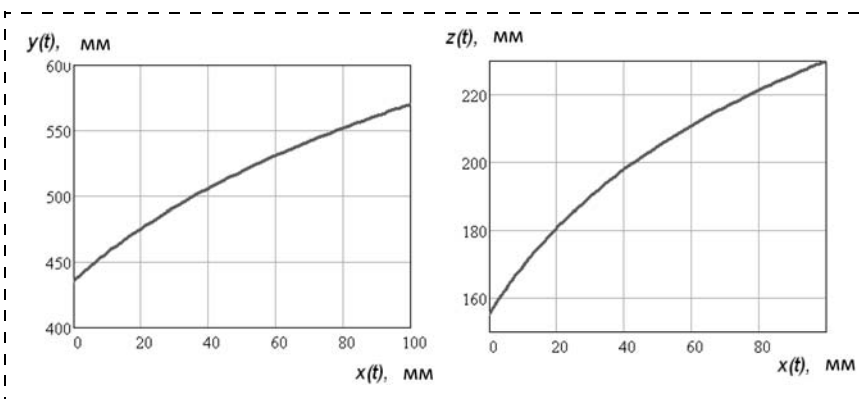


Рис. 5. Сечения траектории схвата координатными плоскостями



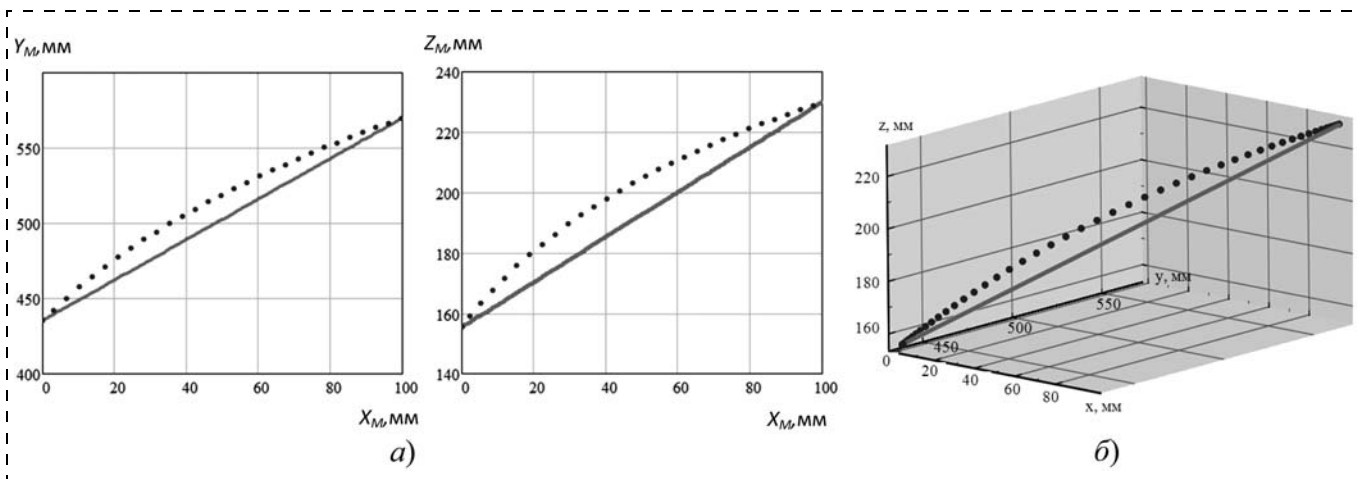


Рис. 6. Траектории сечения траекторий схвата координатными плоскостями (а); схвата в пространстве (б): сплошная линия — перемещение схвата по прямой; пунктир — перемещение схвата по неопределенной траектории

от дуговой координаты при естественной параметризации:

$$\begin{aligned} x_M &= \frac{S + x_{M0}K_X}{K_X}, \quad y_M = \frac{S + y_{M0}K_Y}{K_Y}, \\ z_M &= \frac{S + z_{M0}K_Z}{K_Z}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $S$  — дуговая координата,  $K_X = \sqrt{1 + K_1^2 + K_2^2}$ ,  $K_Y = \sqrt{1 + 1/K_1^2 + K_3^2}$ ,  $K_Z = \sqrt{1 + 1/K_2^2 + K_3^2}$ ,  $K_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ,  $K_2 = \frac{\Delta z}{\Delta x}$ ,  $K_3 = \frac{\Delta z}{\Delta y}$ .

Закон движения по прямой  $M_0M_1$  принимаем удовлетворяющим требованиям "мягкого" касания:

$$S(t) = S_K \left[ \frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right]. \quad (12)$$

Таким образом, решение уравнений (1), (3) с учетом зависимостей (11), (12) позволяет найти программные законы изменения длин звеньев  $l_i(t)$  без решения обратной задачи кинематики (рис. 6).

При перемещении схвата по неопределенной траектории ее длина составляет 185,5 мм, а длина траектории схвата по прямой — 183,5 мм, т. е. длина неопределенной траектории больше на 1,078 %, при этом абсолютное отклонение от прямой достигает 11,7 мм, что составляет 6,37 % от длины траектории. Движение схвата по неопределенной траектории происходит в одной плоскости, радиус кривизны  $\rho$  этой траектории изменяется незначительно ( $\rho = 362...365$ ) на всем участке перемещения схвата (рис. 7).

Полученные зависимости проекций скоростей (рис. 8) и ускорения (рис. 9) схвата на координатные оси при движении по двум разным траекториям различаются в основном только в сдвиге фаз, абсо-

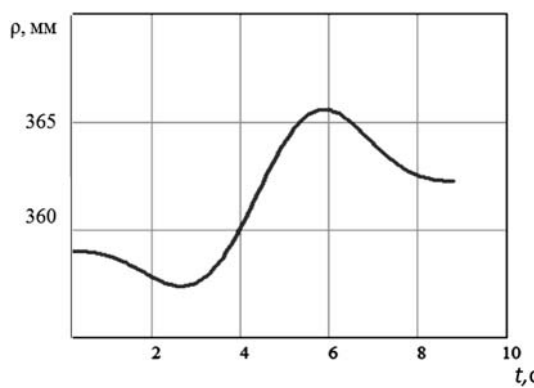


Рис. 7. Изменение радиуса кривизны при движении схвата по неопределенной траектории

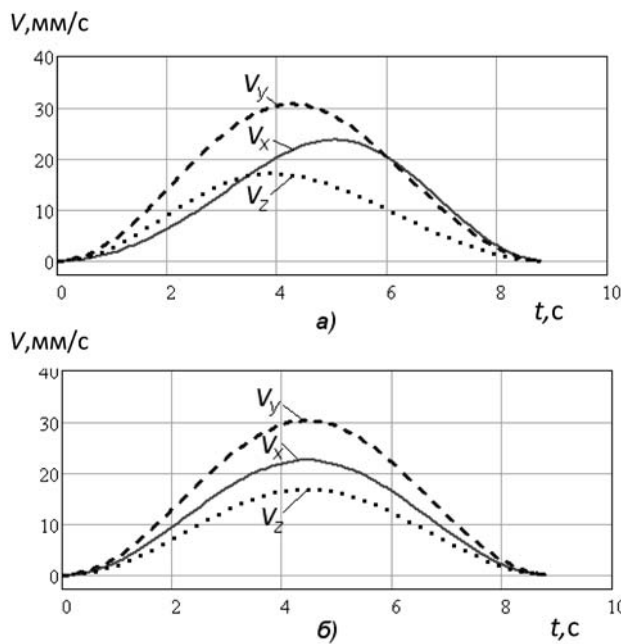


Рис. 8. Проекция скоростей схвата на координатные оси: а — при движении по неопределенной траектории; б — при движении по прямой

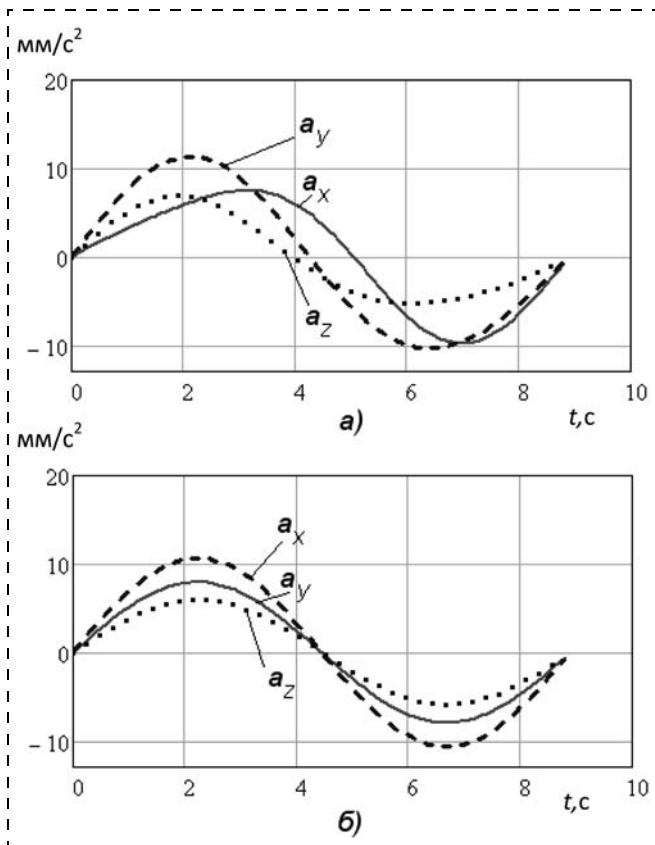


Рис. 9. Проекция ускорений схвата на координатные оси: *a* — при движении по неопределенной траектории; *b* — при движении по прямой

лутные же значения проекций скоростей и ускорения схвата при сравнении движений по прямой и по неопределенной траектории отличаются не более, чем на 1 %.

### Выводы

Решена задача определения конфигурации манипулятора путем минимизации функции, представляющей сумму квадратов изменения длин звеньев манипулятора при перемещении схвата из начального положения в конечное. Проведен анализ программных движений манипулятора из условия изменения обобщенных координат по закону "мягкого" касания, позволяющего снизить инерционные на-

грузки на конструкцию. Хотя среднеквадратическое отклонение неопределенной траектории схвата от прямой составляет  $\sigma = 4,3$  мм и максимальное отклонение составляет 6,37 %, длина неопределенной траектории всего лишь на 1,078 % больше длины траектории схвата при движении по прямой. При этом в обоих случаях скорости и ускорения схвата практически одинаковы. Следовательно, реализацию программного движения схвата манипулятора целесообразно реализовывать первым способом (движение по неопределенной траектории), так как программное перемещение схвата по прямой представляет трудности практической реализации законов движения линейных приводов [10].

### Список литературы

1. Pedersen S. M., Fountas S. and Blackmore S. Agricultural Robots — Applications and Economic Perspectives, Service Robot Applications / Yoshihiko Takahashi (Ed.) 2008. URL: [http://www.intechopen.com/books/service\\_robot\\_applications/agricultural\\_robots\\_-\\_applications\\_and\\_economic\\_perspectives](http://www.intechopen.com/books/service_robot_applications/agricultural_robots_-_applications_and_economic_perspectives)
2. Герасун В. М., Рогачев А. Ф., Несмиянов И. А. Опыт использования пространственных механизмов в кинематических цепях манипуляторов // Экстремальная робототехника. Тр. XXI междунар. науч.-техн. конф. СПб: Политехника—сервис, 2010. 494 с.
3. Герасун В. М., Несмиянов И. А., Жога В. В., Дяшкин-Титов В. В. Особые положения трипода в кинематических цепях манипуляторов // Матер. 4-й Всероссийской мультиконференции по проблемам управления. Т. 2. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. С. 196—198.
4. Манипуляторы для мобильных роботов. Концепции и принципы проектирования / В. М. Герасун, В. И. Пындак, И. А. Несмиянов, В. В. Дяшкин-Титов, В. Е. Павловский // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша. 2012. № 44. 24 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-44>.
5. Герасун В. М., Жога В. В., Несмиянов И. А., Шурыгин В. А. Исследование манипулятора на основе пространственного механизма параллельной структуры с четырьмя поступательными парами // Экстремальная робототехника. Сб. докл. Всеросс. науч.-техн. конф. Санкт-Петербург. 2012. С. 81—85.
6. Коловский М. З., Слоущ А. В. Основы динамики промышленных роботов. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1998. 240 с.
7. Герасун В. М., Несмиянов И. А. Системы управления манипуляторами на основе пространственных исполнительных механизмов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 2. С. 24—28.
8. Бертсекас Д. Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа: Пер. с англ. М.: Радио и связь. 1987. 400 с.
9. Кюнц Г. П., Крелле В. Нелинейное программирование: Пер. с нем. М: Советское радио, 1965. 304 с.
10. Гаврилой А. Е., Жога В. В., Федченков П. В. Синтез оптимального программного закона перемещения робота с ортогональными шагающими движителями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2011. № 5. С. 174—183.

УДК 629.113.06 + 612.821 + 612.223 + 616.2

**В. В. Савченко**, канд. техн. наук, директор НТЦ,  
uus@tyt.by,

Объединенный институт машиностроения  
Национальной академии наук Беларуси

## Развитие методологии мониторинга функциональных состояний операторов транспортных систем "человек—машина"

*Предложено использовать результаты мониторинга работоспособности водителей, характеризующие фактическое функциональное состояние водителя, как дополнительную информацию для развития алгоритмов работы систем активной безопасности (превентивных систем безопасности и систем-ассистентов водителя), что повысит их быстрдействие, эффективность, а также позволит ставить и решать задачи по комплексному обслуживанию транспортных систем "человек—машина" по их фактическому состоянию.*

**Ключевые слова:** ассистенты водителя, бортовые электронные системы, оператор, системы активной безопасности, системы "человек—машина", функциональное состояние

### Введение

Проблема дорожной аварийности является общемировой социально-экономической проблемой, которая еще далека от решения. Об этом свидетельствуют как ежедневные факты реальной жизни, так и все увеличивающееся внимание к этой проблеме со стороны самых различных государственных и негосударственных органов и организаций. В 2004 г. Всемирная организация здравоохранения (ВОЗ) и Всемирный банк совместно подготовили "Всемирный доклад о предупреждении дорожно-транспортного травматизма" [1]. В 2009 г. ВОЗ опубликовала "Доклад о состоянии безопасности дорожного движения в мире", в котором представлен анализ информации из 178 стран, на территории которых проживают более 98 % населения [2]. Согласно этим материалам в мире в последние годы в дорожно-транспортных происшествиях (ДТП) ежегодно погибают около 1,2 млн человек и 20...50 млн человек получают травмы. В настоящее время в мире от ДТП ежедневно погибает более 3 тыс. человек. Более 90 % случаев смерти в результате ДТП происходят в странах с низким и средним уровнем доходов, на долю которых приходится менее половины автотранспортных средств. Такой уровень

дорожного травматизма очень дорого обходится экономике, в большинстве стран потери составляют 1...3 % от внутреннего валового продукта [3, 4]. Согласно прогнозам в период между 2000 и 2020 гг. смертность от ДТП снизится примерно на 30 % в странах с высоким доходом на душу населения и существенно увеличится в странах с низким и средним доходом [1].

Уровень дорожно-транспортной аварийности в Республике Беларусь и Российской Федерации по-прежнему остается достаточно высоким, потери в ДТП составляют около 2 % от внутреннего валового продукта [5]. По сравнению со странами с развитой автомобилизацией уровень аварийности в Республике Беларусь характеризуется высокой тяжестью последствий (число погибших из 100 пострадавших в ДТП) — в Республике Беларусь данный показатель находится в пределах 17...18, превышая аналогичный показатель западно-европейских стран от 3 до 10 раз.

На автомобильном транспорте до 90 % аварий происходит по причине "человеческого фактора". При этом в 57 % происшествий водительская ошибка является практически единственным фактором, который мог привести к аварии [6]. Лишь 2,4 % несчастных случаев можно объяснить исключительной технической неисправностью, а неблагоприятная окружающая среда (например, гололед) обуславливает 4,7 % дорожных происшествий. Остальные 35,9 % автопроисшествий происходят в силу сложного сочетания различных факторов. Данные, собранные в отдельных странах, как правило, значительно отличаются от этих среднемировых показателей.

На основе анализа причин ДТП получено следующее распределение ошибок водителей по категориям: ошибка пропуска — существенное действие не выполнено; ошибка исполнения — выполненное действие неправильно; экстраординарная ошибка — совершенное действие не должно было быть выполнено; последовательная ошибка — порядок выполнения действий был неправильным; временная ошибка — время выполнения действий было неправильным. Сравнение этих категорий ошибок с причинами ДТП показывает, что задержка распознаваемости предметов, в результате которой происходит около 50 % ДТП, зависит главным образом от временной ошибки. Принятие ошибочных решений водителями является причиной 40 % всех ДТП (ошибки исполнения). Неправильные действия водителей по управлению транспортным средством становятся причиной 5 % всех ДТП (экстраординарная ошибка). У водителей, управляющих транс-

портным средством в состоянии уменьшенной степени бодрствования, повышается вероятность быть вовлеченными в ДТП ввиду того, что время реакции увеличивается из-за падения способности быстро реагировать и обрабатывать многочисленную информацию, а также из-за мышечной релаксации. В таком состоянии водителю требуется 3...4 с для нажатия педали тормоза вместо 0,7 с в нормальном состоянии. Уменьшение этого времени на 0,5 с способствует сокращению приблизительно 60 % наездов сзади, 50 % ДТП на перекрестках и 30 % ДТП с участием встречных транспортных средств. При уменьшении времени реакции на 1 с на 90 % сокращаются наезды сзади и ДТП на перекрестках, предотвращаются свыше 60 % встречных столкновений автомобилей [7].

Скорость реакции водителя, таким образом, является следствием текущего функционального состояния водителя и становится ключевым показателем при предотвращении аварийности.

Стрессовые состояния в поведении водителя могут проявляться двояко. В одном случае это улучшение показателей деятельности, поиск и реализация наиболее оптимального пути решения задач, обусловленных нештатной ситуацией. Эмоциональное напряжение здесь является дополнительным активирующим фактором. В другом случае деятельность дезорганизуется, появляются реакции, несоответствующие задаче выполнения алгоритмов деятельности. В первом случае функциональное состояние оценивается как эмоциональное возбуждение, во втором — как эмоциональный стресс. Различие этих двух функциональных состояний состоит в том, что при эмоциональном напряжении возрастает активность функциональных и физиологических систем, а эмоциональный стресс характеризуется дискоординацией физиологических и психических функций. При эмоциональном напряжении усилия водителя направлены на преодоление экстремальных факторов. Напротив, эмоциональный стресс главным образом ориентирован на сохранение жизни (здоровья), а не на выполнение алгоритмов деятельности. Для эмоционального стресса характерен отказ от анализа ситуации и принятия решения в аспекте деятельности. Один из подходов к разработке нового поколения систем поддержки работоспособности водителей с функцией мониторинга развития эмоционального стресса водителей, где используются диспетчерские схемы управления в реальном масштабе времени, предложен как опция, расширяющая функциональные возможности транспортных систем "человек — машина" [8]. Это позволит обособанно и в нужный момент времени вводить внешний контроль за деятельностью водителя и, в случае необходимости, внешние элементы управления (переход на аварийный режим функционирования) либо с использованием автоматических алгоритмов, либо с использованием ресурсов и возможностей диспетчерского управления.

## Анализ состояния проблемы на методологическом уровне

Сегодня существуют несколько направлений, ориентированных на решение задачи минимизации ошибок операторов транспортных систем "человек — машина" или уменьшение влияния негативных аспектов "человеческого фактора" в процессе их эксплуатации. Задачи выстроены иерархически и начинают решаться на этапе проектирования транспортных систем через соблюдение и выполнение эргономических требований к рабочему месту с учетом специфики выполняемых алгоритмов деятельности оператором.

При подготовке операторов транспортных систем "человек—машина" хорошие результаты показывает технология, использующая тренажерные комплексы и симуляторы. Развивается подход, позволяющий расширить функциональные и эксплуатационные возможности современных тренажерных комплексов, с использованием алгоритмов превентивной технологической подготовки (формирования и/или развития функциональных систем операторов, препятствующих развитию эмоционального стресса, что увеличивает вероятность "преодоления" нештатных ситуаций, возникающих во время выполнения алгоритмов деятельности) операторов систем "человек — машина" в процессе обучения, с использованием биоадаптивных анимаций на основе семантической биологической обратной связи [9].

Практически для всех видов коммерческого транспорта, в той или иной степени, разработаны и широко используются меры превентивного ограничения по допуску операторов к управлению транспортными средствами в случае выявления отклонений в состоянии их здоровья на предрейсовом контроле (осмотре). Обозначилась тенденция интереса ведомств и организаций, эксплуатирующих мобильную технику и осуществляющих профессиональную подготовку водителей, к вопросам проведения профотбора с учетом будущей специфики деятельности.

Все более широко, и пока со значительной дифференциацией по видам транспорта, используются системы тахографии, мониторинга и поддержания работоспособности водителей [10] в соответствии с ограничениями, обусловленными требованиями к выполнению алгоритмов деятельности или их фрагментов и системы-ассистенты водителя [11]. Например, в системах поддержания работоспособности водителей (СПРВ) вероятность опасных отказов — менее  $10^{-4}$  [12]. Это соответствует требованиям, предъявляемым по этому показателю к системам активной безопасности автомобилей, с учетом того, что в краткосрочной перспективе появится интерфейс с системой управления двигателем, одна из задач которого — управлять значением крутящего момента (ограничение мощности) в случае, если водитель находится в состоянии глубокой релаксации, в целях уменьшения кинетиче-

ской энергии транспортного средства и последствием возрастающей вероятности попадания в аварию.

Республика Беларусь присоединилась к Европейскому соглашению, касающемуся работы экипажей транспортных средств, выполняющих международные автомобильные перевозки (ЕСТР). В соответствии с положениями ЕСТР и национального законодательства, транспортные средства, осуществляющие перевозки грузов или пассажиров в международном сообщении, должны быть оборудованы системами цифровой тахографии. Такой подход к контролю и последующему анализу деятельности водителей можно сравнить с существующей практикой планово-предупредительного обслуживания транспортных средств.

В работе [12] обсуждаются результаты проведенного макетирования и анализа двух активно разрабатываемых в мире в настоящее время методик контроля состояния бодрствования оператора: метода интерпретации состояния оператора по анализу видеоизображения его зрительного анализатора и речевой диалоговой технологии. Проведены теоретические и экспериментальные оценки надежности и безопасности систем, основанных на этих технологиях. Контроль функционального состояния по видеоизображению глаз водителя в реальном времени позволяет автоматически интерпретировать уровень бодрствования в условиях управления автомобилем. Вероятность опасных отказов в системах, построенных на таких методиках, оценивается как  $3 \cdot 10^{-2}$ . Показано, что использование интеллектуальных систем, в основе которых лежат методики диалога с оператором, например, со словарем из 10 слов, позволяет обеспечивать надежный контроль функционального состояния в условиях шума до 92 дБ. Проведенные испытания и расчеты показали, что для каждого оператора можно подобрать такой набор параметров системы распознавания, при котором вероятность опасного отказа составляет  $10^{-3}$ .

Системы контроля и поддержания функционального состояния оператора в "норме" должны быть высокоэффективны и безопасны. Применение малоэффективной или небезопасной системы мониторинга не снижает, а наоборот, повышает аварийность, связанную, например, с глубокой релаксацией и/или засыпанием оператора [12].

### **Основные требования к системам мониторинга и поддержания в норме функционального состояния операторов**

Известны основные требования к системам мониторинга функционального состояния операторов систем "человек — машина" [13]:

1) необходимо обнаруживать предвестники опасных состояний, поскольку интерпретировать в реальном масштабе времени функциональные состояния, которые несовместимы с выполняемой работой (смерть, потеря сознания, сон и т. п.), важно,

но недостаточно, так как они почти неизбежно ведут к развитию аварийной обстановки;

2) в случае обнаружения предвестников опасных состояний необходимо независимым образом подвергнуть оператора проверке на текущую способность выполнять заданные алгоритмы деятельности, например, предложить совершить какое-то тестовое действие или произнести какую-то фразу, причем это действие или ответ должны строго соответствовать проверяемой функции и, желательно, активизировать оператора; в иерархических диспетчерских системах управления — контроль именно этого оператора, именно в этот промежуток времени оператором более высокого иерархического уровня управления;

3) при неудовлетворительной реакции оператора необходимо предпринять действия, сводящие к минимуму вероятность тяжелых последствий при развитии аварийной ситуации;

4) любое сомнение в наличии или отсутствии предвестника решается в пользу его наличия, поскольку лучше лишний раз проверить оператора, чем допустить его переход в опасное для выполнения алгоритмов деятельности функциональное состояние;

5) система, в основе работы которой лежит анализ информационного физиологического показателя (показателей), должна давать гарантию с заданной достоверностью (т. е. должна обеспечиваться валидность алгоритмов автоматической интерпретации текущего функционального состояния), что оператор находится "в норме" и будет способен выполнять требуемые алгоритмы деятельности в течение определенного времени;

6) измеряемый показатель (показатели) должен быть устойчив к промышленным и физиологическим помехам, или должны существовать методы их выделения с требуемой достоверностью в реальном масштабе времени;

7) устройство для регистрации данного показателя (в частности, физиологический датчик) должно быть удобно для оператора, и его использование не должно вносить дискомфорт и не должно требовать помощи других людей и применения специальных средств, например, электропроводящих паст и т. п.

Установлено что на основе анализа параметров электродермальной активности (ЭДА) возможно выделение признаков, которые свидетельствуют о снижении уровня бодрствования оператора. При этом возможно обеспечить распознавание характеристик сигналов ЭДА на фоне помех с задаваемой достоверностью. Это позволяет использовать измерение параметров сигналов ЭДА для прогноза опасных состояний человека-оператора с вероятностью опасного отказа менее  $10^{-4}$  [12]. Это самый низкий из известных сегодня показателей при автоматической интерпретации состояний операторов во время выполнения алгоритмов деятельности, подтвержденный опытом эксплуатации телеметрических систем контроля бодрствования машиниста

на железнодорожном транспорте в течение более чем 15 лет (оборудовано более 8000 локомотивов, с системой работали около 18 000 машинистов, общая наработка превышает 45 млн человеко-часов). Применение системы позволило практически исключить ранее встречавшуюся и достаточно опасную по своим последствиям нештатную ситуацию — проезд на запрещающий сигнал светофора. Используя анализ параметров ЭДА, можно автоматически интерпретировать стрессовые состояния операторов, но валидность алгоритмов автоматической интерпретации текущего функционального состояния возрастает при дополнительном использовании в алгоритмах параллельного анализа характеристик пульса и/или тремора.

### **Превентивные системы безопасности и интеграция методов мониторинга и поддержания работоспособности водителей в системы активной безопасности**

В последние годы на автомобильном транспорте достаточно широко стали применяться превентивные (предупреждающие) системы безопасности, иногда определяемые как "системы предупреждения столкновения", занимающие промежуточное положение между активными и пассивными системами безопасности. Основная функция превентивных систем безопасности — автоматизированное и/или автоматическое предотвращение прогнозируемого столкновения или неконтролируемого водителем ухода с полосы движения. В случае, если избежать аварии не представляется возможным, система автоматически начинает использовать имеющиеся подсистемы для минимизации тяжести столкновения. Превентивные системы безопасности потенциально способны реализовывать следующие функции: предупреждение водителя об опасности столкновения; подготовка тормозной системы к экстренному торможению; активация отдельных устройств пассивной безопасности; частичное или полное автоматическое торможение [14]. Сегодня указанные функции реализуются с использованием методов, лежащих в основе адаптивного круиз-контроля, динамической стабилизации транспортного средства, анализа и распознавания помех на основе анализа видеоизображений с камер, автоматического подруливания, экстренного торможения, пассивной безопасности, и подходов, используемых при проектировании систем-ассистентов водителя. В системах-ассистентах водителя, которые ориентированы на мониторинг и автоматическую оценку функционального состояния водителя во время движения, в качестве исходной информации используются параметры, получаемые на основе анализа видеоизображения зрительного анализатора водителя, и/или параметры взаимодействия водителя с органами управления транспортным средством, а также анализ совершения рациональных действий и их характера. Однако достоверность оценки функционального состояния водителя

только такими методами достаточно низкая (0,98), что не позволяет использовать получаемые результаты для автоматического подключения потенциальных возможностей систем активной безопасности по предотвращению вероятных нештатных ситуаций в реальном масштабе времени. Полученные результаты оценки используются лишь для информирования водителя.

Методология СПРВ, использующая междисциплинарный системный подход, эволюционирует в направлении расширения функций в целях комплексного решения проблемы "человеческого фактора" с углубленным анализом деятельности водителя, а также динамики функционального состояния непосредственно во время выполнения алгоритмов деятельности и потенциальных возможностей систем пассивной и активной безопасности, систем управления двигателем транспортного средства, внешних ресурсов, например, диспетчерского управления. Перспективными опциями нового поколения СПРВ станут:

- автоматическая интерпретация функциональных состояний типа "стресс", повышение валидности алгоритмов интерпретации глубины и скорости "релаксации" (динамики функционального состояния в направлении "засыпания") и передача информации о выявленных признаках в бортовую сеть транспортного средства для использования другими бортовыми системами и передачи в диспетчерский центр;
- идентификация водителя, автоматическая настройка системы на персональный профиль водителя, управление состоянием на основе адаптивных самообучающихся алгоритмов, использующих результаты предшествующих периодов работы в различных режимах.

Разработан метод мониторинга восприятия оператором семантической бинарной релевантной информации [15], реализация которого бортовыми системами на автомобильном транспорте в ряде случаев позволит при синхронизации с детекторами обнаружения, например, помехи на пути следования или несанкционированного ухода транспортного средства с полосы движения автоматически определять, воспринята эта информация водителем или нет.

В ряде исследовательских центров мира активно развивается направление, ориентированное на непосредственное дистанционное управление техническими средствами (роботом, искусственным протезом, компьютером) без участия классических интерфейсов, используемых человеком (клавиатура, джойстик, голосовая команда). В его основе лежит автоматический анализ психофизиологических характеристик этого человека и их динамики в реальном масштабе времени, выявление намерений по совершению конкретных движений и дистанционная передача соответствующих команд на объект управления. Например, исследователи из израильского университета Бар-Илана использовали функциональную магнитно-резонансную томо-

графию, чтобы с помощью сигналов от человеческого мозга управлять двуногим роботом, находящимся во Франции, в Технологическом институте в Безье (<http://science.compulenta.ru/692418>), а их коллеги из университета Брауна (США) сообщают о результатах, которых им удалось достичь в создании протезов, управляемых мыслью человека. Двое парализованных пожилых людей получили возможность сами, без посторонней помощи выпить кофе: они сделали это с помощью механической руки, которая получала сигналы прямо из человеческого мозга, причем сообщается именно об успешном клиническом испытании "ментально управляемого" протеза (<http://science.compulenta.ru/679841>).

Применение подобных подходов в перспективных системах активной безопасности, например в части подсистемы экстренного торможения, при получении положительных результатов по выявлению информативных признаков в психофизиологических характеристиках водителя при принятии решения по экстренному торможению транспортного средства и передаче команды на исполнительные механизмы тормозных систем позволит значительно увеличить быстродействие таких подсистем. Например, если временная составляющая водителя по выполнению нажатия педали тормоза после принятия водителем решения о применении экстренного торможения находится в диапазоне 0,7...4 с, то за это время магистральная автопоезд, движущийся по шоссе в режиме круиз-контроля со скоростью 90 км/ч, проделает путь в 17,5...100 м. Кроме того, наличие в бортовых системах информации о принятии водителем решения о выполнении экстренного торможения позволит автоматически исключать встречающуюся ошибку водителя, когда вместо педали тормоза нажимается педаль газа.

Сегодня существует отчетливо выраженная тенденция перехода от планово-предупредительного обслуживания транспортных средств к обслуживанию по фактическому состоянию основных узлов и агрегатов и расходных материалов, для чего созданы и разрабатываются соответствующие методы и технические средства, их реализующие. Предложенный подход к мониторингу и поддержанию требуемого функционального состояния водителя, с расширенными функциональными возможностями, прямыми, а не косвенными методами, с приемлемой для транспортных средств достоверностью, лежит в контексте такой тенденции и позволит ставить и решать задачи по комплексному обслуживанию транспортных систем "человек — машина" по фактическому состоянию.

### Выводы

При проектировании и эксплуатации систем "человек — машина" образовалась устойчивая тенденция использования как в исследовательских, так и прикладных работах потенциала синергии антропогенных и физиологических систем операторов как взаимодополняющих методов и способов, реа-

лизующихся бортовыми электронными системами, информационно-аналитическими комплексами и направленными на повышение эффективности функционирования систем "человек — машина" в целом.

Развитие методов, поиск и реализация в бортовых системах способов, ориентированных на обеспечение оптимального времени реакции водителей, актуальны, поскольку уменьшение этого времени будет способствовать значительному сокращению числа ДТП.

Решение задачи мониторинга и поддержания функционального состояния водителя в готовности к экстренному действию в реальном масштабе времени и непосредственно во время выполнения алгоритмов деятельности будет эффективно способствовать уменьшению общей аварийности на дорогах наряду с использованием классических систем активной безопасности.

Предложено использовать результаты мониторинга в реальном масштабе времени работоспособности водителей, характеризующие фактическое функциональное состояние водителя, как дополнительную информацию для развития алгоритмов работы систем активной безопасности (превентивных систем безопасности и систем-ассистентов водителя). Это повысит их быстродействие, эффективность, а также позволит ставить и решать задачи по комплексному обслуживанию транспортных систем "человек — машина" по их фактическому состоянию.

*Выражаю свою признательность член-корреспонденту НАН Беларуси, д-ру техн. наук Л. Г. Красневскому за обсуждения и конструктивные замечания при подготовке статьи.*

### Список литературы

1. **Всемирный доклад** о предупреждении дорожно-транспортного травматизма / М. Педен и др. Женева, Всемирная организация здравоохранения, 2004. URL: <http://www.muna.ru>
2. **Доклад** о состоянии безопасности дорожного движения в мире: краткий обзор. URL: [http://whqlibdoc.who.int/hq/2009/WHO\\_JMH\\_VIP\\_09.01\\_rus.pdf](http://whqlibdoc.who.int/hq/2009/WHO_JMH_VIP_09.01_rus.pdf)
3. **Безопасность** на дороге — движение без аварий. URL: [www.transafety.ru/issue/2007-1/articals/26.html](http://www.transafety.ru/issue/2007-1/articals/26.html)
4. **Стремление** к нулю: высокие задачи и системный подход к безопасности дорожного движения. Текущие тенденции в области безопасности дорожного движения. URL: [http://www.fondzebra.ru/files/library/books/036\\_Targets\\_Summary\\_08/08\\_Targets\\_Summary\\_RU.pdf](http://www.fondzebra.ru/files/library/books/036_Targets_Summary_08/08_Targets_Summary_RU.pdf)
5. **Сведения** о состоянии аварийности в Республике Беларусь и состоянии транспортной дисциплины в автотранспортных организациях Министерства транспорта и коммуникаций Республики Беларусь в 2005 году. Анализ состояния подготовки водителей в Республики Беларусь в 2005 году. Состояние работы по проведению государственного технического осмотра транспортных средств в РБ в 2005 году. Аналитический сборник. Мн.: БелНИИТ "Транстехника", 2006. 61 с.
6. **Кизиллов В.** Тенденции и тренды в международной транспортной политике. Ошибки людей в управлении транспортом — основная причина аварий. URL: <http://prompolit.ru/107485>.
7. **Управление** и безопасность в дорожном движении / Под ред. В. В. Сильянова // Экспресс-информация ВИНТИ. 1992. № 35. 19 с.
8. **Савченко В. В.** Развитие систем поддержки работоспособности водителей карьерных автосамосвалов // Вестник БНТУ. 2006. № 6. С. 57—61.

9. **Савченко В. В.** Тренажерные комплексы подготовки операторов транспортных систем "человек — машина": новые функциональные возможности // Механика машин, механизмов и материалов. 2008. № 2 (3). С. 48—51.

10. **Савченко В. В., Свистун М. С., Сикорский В. В.** Система поддержания работоспособности водителя: результаты испытаний и экспериментальных исследований // Автомобильная промышленность. 2008. № 1. С. 32—34.

11. **Электронные** ассистенты вмешиваются в управление автомобилем. URL: <http://www.autoexpert.in.ua/ru/1621-assistenty-vmeshivayutsya-v-upravleniye.html>.

12. **Физические** принципы построения систем безопасного мониторинга состояния человека-оператора: Автореф. дис. на

соиск. учен. степ. докт. техн. наук: 01.04.01: 26.11.2010 / Дементенко Валерий Васильевич. М., 2010. — 41 с.

13. **Шахнорович В. М., Дементенко В. В., Марков А. Г., Корнеева Л. Г.** Автоматизированный контроль водителя транспортного средства // Человек в экстремальных условиях: здоровье, надежность, реабилитация. Матер. пятого междунар. науч.-практ. конгресса 16—20 октября 2006, Москва. С. 311—313.

14. **Системы** современного автомобиля. Превентивная система безопасности. URL: [www.systemsauto.ru/active/preventive\\_safety\\_system.html](http://www.systemsauto.ru/active/preventive_safety_system.html).

15. **Савченко В. В.** Методы и средства повышения эффективности функционирования операторов транспортных систем "человек — машина" // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз-тэхн. навук. 2005. № 2. С. 9—37.

УДК 621:535.233

**Г. П. Шибанов,**

д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр.,

[soldat\\_11@mail.ru](mailto:soldat_11@mail.ru),

Государственный летно-испытательный центр

им. В. П. Чкалова

## **Автоматизация процесса диагностики состояния организма человека по изменению картины его теплового излучения**

*Анализируется один из возможных путей автоматизации процесса диагностики и распознавания состояний организма человека по изменению картины его теплового "портрета". Рассматривается процедура сжатия первичной информации, описывающей такой "портрет", в целях сокращения объема памяти диагностического комплекса. Предлагаются соответствующие алгоритмы обработки первичной информации.*

**Ключевые слова:** автоматизация, алгоритм, диагностика, распознавание, контроль состояния, сжатие информации

Организм человека за счет протекающих в его клетках физико-химических процессов излучает тепловую энергию в диапазоне длин волн от 2 до 50 мкм. Такое излучение может быть зафиксировано в виде ИК изображения и посредством электронно-оптических преобразователей представлено в виде соответствующего изображения в видимом диапазоне длин волн (0,36...0,78 мкм) [1]. Поскольку каждая из систем организма, как и наиболее важные его органы (сердце, легкие, почки, печень, селезенка и т. д.), имеют свою резонансную частоту, которая для нормально функционирующего организма лежит в пределах от 8,5 до 16 мкм и имеет строго фиксированное значение, то полученное ИК изображение организма и его аналог в видимом диапазоне длин волн будут иметь точки "засветки", характеризующие энергетическое состояние каждой из этих систем (органов). При изменении данного состояния будет изменяться в соответствующей

точке изображения уровень "засветки" (яркости для изображения, представленного в видимом диапазоне длин волн), по которому могут быть установлены симптомы заболевания или оценено текущее состояние соответствующей системы (органа).

При снижении энергетического уровня конкретной системы (органа) проводится облучение организма генератором ИК излучений, формирующим такой спектральный состав излучения, который перекрывает резонансные частоты, характерные для систем и органов организма человека [2].

При совпадении резонансной частоты органа, имеющего пониженный или повышенный энергетический уровень излучения (по отношению к принятому за номинальный), с частотой воздействия на него внешнего ИК излучения данный орган восстанавливает свой энергетический уровень. Восстанавливается и ИК изображение организма в целом до уровня, принятого за его эталонный образ [3].

Процессы диагностики и последующего восстановления функциональных возможностей систем и органов принципиально могут быть автоматизированы, если имеются принятые за эталон ИК изображения организма человека и реализуется автоматическая фиксация его текущих ИК изображений.

Задача оценки состояния организма и диагностики возможных отклонений от нормы в этом случае сводится к распознаванию набора визуальных или ИК изображений, каждое из которых характерно для определенного состояния организма. Последняя из задач, в свою очередь, может быть сведена к последовательному выполнению двух этапов: подготовительного этапа, в процессе которого должны быть выделены признаки (симптомы), характеризующие каждое из известных состояний организма, и этапа непосредственного распознавания текущих состояний.

При реализации первого этапа развертка ИК изображений или их аналогов в видимом диапазоне длин волн должна осуществляться с меньшим шагом квантования, нежели на втором этапе. Изменение шага квантования определяется необходимостью получения данных о подлежащих распознаванию видеоизображениях не только в тех точках,







быть сжат до разумных пределов за счет кодирования, основанного на выделении их топологических признаков.

Особого внимания заслуживают способы кодирования, базирующиеся на аппроксимации изображений набором кривых второго порядка по нескольким уровням контрастности.

При реализации этих способов предполагается, как и в рассмотренном выше случае, дискретное получение исходной информации, описывающей распознаваемое изображение, что может быть выполнено, например, с помощью считывающего устройства типа "иконоскоп", непрерывная развертка которого квантуется генератором стандартной частоты. При этом для каждой точки квантования в запоминающее устройство диагностического комплекса поступает значение напряжения (например, в виде унифицированного кода), пропорциональное в данных точках коэффициенту контрастности распознаваемого изображения. В связи с этим предварительно весь диапазон значений выходных величин (величин напряжений  $U_o$ , снимаемых с иконоскопа) от  $U_{o\min}$  до  $U_{o\max}$  разбивается на  $m$  равных участков, каждому из которых ставится в соответствие определенный уровень контрастности, причём  $i$ -му участку этого диапазона будут соответствовать все напряжения  $U_o$ , находящиеся в интервале от

$$U_{o\min} + (i-1) \frac{U_{o\max} - U_{o\min}}{m} \text{ до } U_{o\min} + i \frac{U_{o\max} - U_{o\min}}{m},$$

например, самым темным местам изображений будет соответствовать интервал напряжений от  $U_{o\min}$

$$\text{до } U_{o\min} + \frac{U_{o\max} - U_{o\min}}{m}.$$

Через точки изображения, соответствующие одному уровню контрастности (например, через точки, относящиеся к самому темному участку изображения), способом наименьших квадратов проводится кривая второго порядка, описываемая уравнением  $b'xy + c'y^2 + d'x + e'y + f' = -x^2$ , получаемым из канонического уравнения кривых второго порядка вида  $ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2cy + f = 0$  путем деления последнего на коэффициент при первом члене и переноса первого члена уравнения в правую часть.

"Построение" такой кривой для каждого уровня контрастности осуществляется в следующей последовательности. Определяются и записываются в запоминающее устройство диагностического комплекса координаты  $x_i, y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) точек изображения, имеющие данный уровень контрастности. Значения координат  $x_i, y_i$  подставляются в систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} [x^2y^2]b' + [xy^3]c' + [x^2y]d' + [xy^2]e' + [xy]f' &= -[x^3y]; \\ [xy^3]b' + [y^4]c' + [xy^2]d' + [y^3]e' + [y^2]f' &= -[x^2y^2]; \\ [x^2y]b' + [xy^2]c' + [x^2]d' + [xy]e' + [y]f' &= -[x^3]; \\ [xy^2]b' + [y^3]c' + [xy]d' + [y^2]e' + [y]f' &= -[x^2y]; \\ [xy]b' + [y^2]c' + [x]d' + [y]e' + [1]f' &= -[x^2], \end{aligned} \right\} (10)$$

$$\text{где } [x^2y^2] = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2; [xy^3] = \sum_{i=1}^n x_i y_i^3 \text{ и т. д. полу-}$$

чаемую на основе свертывания системы

$$\begin{aligned} b'x_1y_1 + c'y_1^2 + d'x_1 + e'y_1 + f' &= -x_1^2; \\ b'x_2y_2 + c'y_2^2 + d'x_2 + e'y_2 + f' &= -x_2^2; \\ \dots\dots\dots; \\ b'x_{n-1}y_{n-1} + c'y_{n-1}^2 + d'x_{n-1} + e'y_{n-1} + f' &= -x_{n-1}^2; \\ b'x_ny_n + c'y_n^2 + d'x_n + e'y_n + f' &= -x_n^2 \end{aligned}$$

и решают ее относительно  $b', c', d', e', f'$ . Значения  $b', d', e'$ , полученные в результате решения системы

$$(10), \text{ делят на } 2, \text{ и значения } b'' = \frac{b'}{2}, c'' = c', d'' = \frac{d'}{2},$$

$e'' = \frac{e'}{2}, f'' = f'$  при  $a'' = 1$  используют для вычисления инвариантов

$$\Delta = \begin{vmatrix} a'' & b'' & d'' \\ b'' & c'' & e'' \\ d'' & e'' & f'' \end{vmatrix}; \delta = \begin{vmatrix} a'' & b'' \\ b'' & c'' \end{vmatrix} \text{ и } S = a'' + c''. \quad (11)$$

Указанные инварианты являются характеристиками теплового "портрета" человека для данного фиксированного уровня контрастности его изображения, не зависящими от положения распознаваемых изображений в поле зрения считывающего устройства диагностического комплекса.

Использование в качестве характеристик теплового "портрета" человека инвариантов (11) позволяет существенно сократить объем подлежащей хранению информации. Например, при четырех уровнях контрастности теплового "портрета" в памяти будет записано всего лишь 12 значений инвариантов  $\Delta, \delta, S$ . Кроме того, применение инвариантов (11) в качестве параметров идентификации теплового "портрета" человека позволяет уйти от строго фиксированного положения тела пациента при снятии с него теплового "портрета". Другими словами, при снятии текущего "портрета" конкретного человека он может располагаться относительно центра считывающего устройства с некоторым смещением по отношению к тому положению, при котором проводилась съемка эталонного изображения.

#### Список литературы

1. Тезисы и доклады XI Международной конференции "Теоретические и клинические аспекты применения адаптивной биорезонансной терапии". Часть II, Москва: ИМЕДИС, 2005. С. 132.
2. Рахимов Р. Х. Основы "ИНФРА-Р" терапии по методу Р. Рахимова. Фергана: ФАРФОНА, 2004. С. 8—22.
3. Рахимов Р. Х., Тихонова Н. Н. Резонансная терапия // Керамические материалы и методика их применения в медицине. Часть I. Ташкент: Янги аср авлоди, 2000. С. 6—15.
4. Шибанов Г. П. Распознавание в системах автоконтроля. М.: Машиностроение, 1973. 424 с.

УДК 621.317.33

**В. С. Мелентьев**, д-р техн. наук, доц.,  
vs\_mel@mail.ru,

**В. И. Батищев**, д-р техн. наук, проф.,

**А. М. Смолина**, аспирант,

**Т. С. Евстифеева**, аспирант,

Самарский государственный  
технический университет

## Повышение точности измерения параметров емкостных датчиков перемещения

*Исследуется новый метод измерения параметров емкостных датчиков по мгновенным значениям двух переходных процессов, обеспечивающий повышение точности определения информативного параметра. Приводятся схема устройства, реализующего метод, и результаты анализа влияния погрешности квантования мгновенных значений переходных процессов на погрешность результата измерения.*

**Ключевые слова:** емкостные датчики, переходный процесс, мгновенные значения, погрешность, квантование

### Введение

Для решения задач, связанных с автоматизацией технологических процессов и реализацией систем управления самого различного назначения, широко используются емкостные датчики (ЕД) перемещения, в первую очередь, датчики углового положения (энкодеры), датчики линейного перемещения и датчики угла наклона (инклинометры). Диапазон решаемых с помощью ЕД задач широк — от автоматизации производственных циклов и до создания автоматических линий линейного перемещения.

Методы определения параметров ЕД по мгновенным значениям переходного процесса в измерительной цепи (ИЦ) направлены, в первую очередь, на сокращение времени измерения [1].

Методы измерения параметров датчиков по мгновенным значениям нескольких переходных процессов обеспечивают дальнейшее сокращение времени измерения [2]. В связи с этим формируются два переходных процесса на средних точках двух измерительных цепей или на известном и неизвестном элементах ИЦ.

Одной из главных задач, возникающих при проектировании средств измерения параметров ЕД,

является построение схемы замещения датчика и ИЦ в целом на основе априорной информации об объекте исследования. При измерении параметров датчиков учет их многоэлементной схемы замещения повышает точность получения полезной информации, позволяя получить значения информативных параметров датчика независимо от неинформативных [3].

Известные методы и реализующие их средства измерения параметров ЕД [4, 5] по мгновенным значениям двух переходных процессов не учитывают, в частности, сопротивление конденсатора постоянному току, которое обуславливает ток утечки. Это приводит к отклонению используемой модели от реального переходного процесса, что неизбежно вызывает дополнительную погрешность определения информативного параметра датчика.

В статье предлагается новый метод измерения параметров емкостных датчиков по мгновенным значениям двух переходных процессов, также основанный на использовании в ИЦ двух образцовых резисторов, который исключает данный вид погрешности.

### Метод и средство измерения параметров емкостных датчиков

Метод заключается в том, что на измерительную цепь, состоящую из последовательно включенных первого образцового резистора с сопротивлением  $R_0$ , ЕД, имеющего емкость  $C_X$  и сопротивление изоляции  $R_X$ , и второго образцового резистора с сопротивлением  $R_0$ , подают напряжение постоянного тока  $U_0$ . Через образцовый интервал времени  $\Delta t$  одновременно измеряют мгновенные значения напряжений на участке цепи, содержащем ЕД и второй образцовый резистор, и на втором образцовом резисторе относительно общего вывода ИЦ. Через образцовый интервал времени  $\Delta t$  с момента первого измерения измеряют мгновенное значение напряжения на том же участке цепи относительно общего вывода и определяют неизвестное сопротивление изоляции и емкость по измеренным значениям.

Временные диаграммы, поясняющие метод, представлены на рис. 1.

После подключения источника напряжения  $U_0$  к измерительной цепи напряжения на участке цепи, содержащем ЕД и второй образцовый резистор, и на втором образцовом резисторе относительно об-

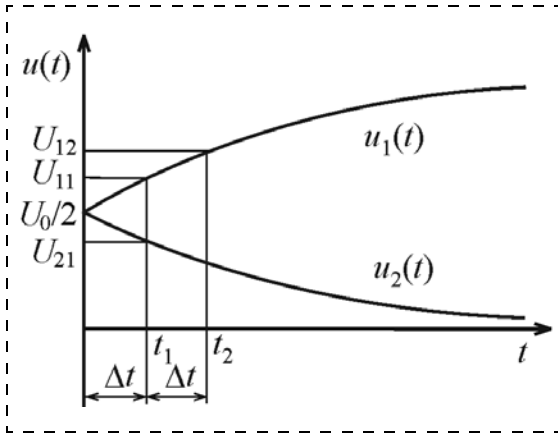


Рис. 1. Временные диаграммы, поясняющие метод

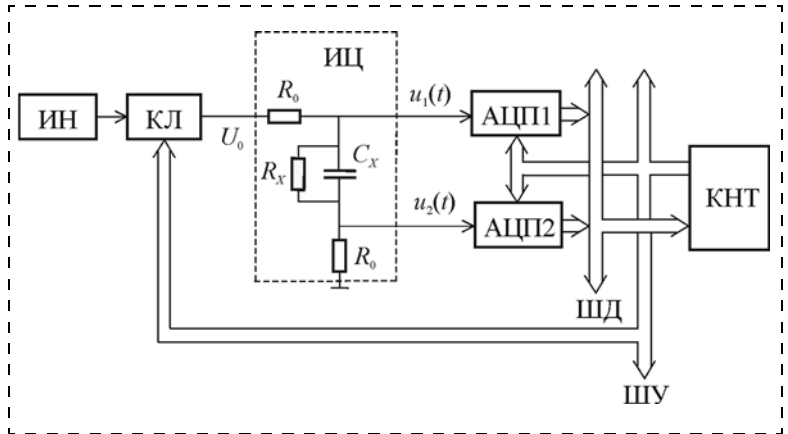


Рис. 2. Схема устройства, реализующего метод

шего вывода ИЦ изменяются в соответствии с выражениями

$$u_1(t) = \frac{U_0}{2} \left\{ 1 + \frac{R_X}{2R_0 + R_X} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \right\};$$

$$u_2(t) = \frac{U_0}{2} \left\{ 1 - \frac{R_X}{2R_0 + R_X} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \right\},$$

где  $\tau = \frac{2C_X R_0 R_X}{2R_0 + R_X}$  — постоянная времени ИЦ.

Через образцовый интервал времени  $\Delta t$  с момента подключения источника напряжения к измерительной цепи в момент времени  $t_1$  мгновенные значения напряжений на участке цепи  $C_X - R_0$  и на втором образцовом резисторе относительно общего вывода ИЦ примут вид

$$U_{11} = \frac{U_0}{2} \left\{ 1 + \frac{R_X}{2R_0 + R_X} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right] \right\};$$

$$U_{21} = \frac{U_0}{2} \left\{ 1 - \frac{R_X}{2R_0 + R_X} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right] \right\}.$$

Через образцовый интервал времени  $\Delta t$  в момент времени  $t_2$  мгновенное значение напряжения на участке цепи  $C_X - R_0$  относительно общего вывода составляет

$$U_{12} = \frac{U_0}{2} \left\{ 1 + \frac{R_X}{2R_0 + R_X} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau}\right) \right] \right\}.$$

Используя мгновенные значения напряжений, можно определить сопротивление изоляции

$$R_X = \frac{R_0(U_{11} - U_{21})^2}{(U_{11} + U_{21})(2U_{11} - U_{12} - U_{21}) - U_{11}(U_{11} - U_{21})}. \quad (1)$$

Из отношения  $\frac{2(U_{12} - U_{11})}{U_{11} - U_{21}} = \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)$  после преобразовании следует, что

$$\tau = -\frac{\Delta t}{\ln\left[\frac{2(U_{12} - U_{11})}{U_{11} - U_{21}}\right]}. \quad (2)$$

В соответствии с (2) искомая емкость ЕД равна

$$C_X = -\frac{\Delta t(2R_0 + R_X)}{2R_0 R_X \ln\left[\frac{2(U_{12} - U_{11})}{U_{11} - U_{21}}\right]}. \quad (3)$$

При определении емкости согласно (3) используется полученное в соответствии с (1) значение сопротивления  $R_X$ , что увеличивает точность измерения.

Схема устройства, реализующего метод, приведена на рис. 2.

В состав устройства входят: источник опорного напряжения постоянного тока ИН; аналоговый ключ КЛ; измерительная цепь ИЦ; два аналого-цифровых преобразователя АЦП1 и АЦП2 и контроллер КНТ с шинами управления ШУ и данных ШД.

#### Анализ влияния погрешности квантования на погрешность результата измерения

В рассматриваемом методе используется измерение мгновенных значений сигналов с последующей обработкой пропорциональных им цифровых кодов. Использование в цифровых методах и средствах измерения квантования по уровню неизбежно приводит к погрешности.

Для оценки влияния погрешности квантования на результирующую погрешность используем подход к оценке погрешности вычисления значения функции, аргументы которой заданы приближенно, с помощью дифференциала этой функции, считая, что предельные абсолютные погрешности аргументов соответствуют погрешностям квантования мгновенных значений [3].

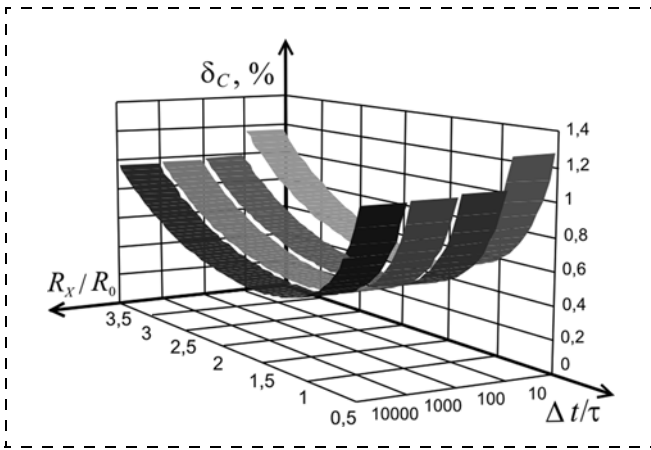


Рис. 3. Графики зависимости  $\delta_C$  от  $\Delta t/\tau$  и  $R_X/R_0$

Если пренебречь погрешностью от нелинейности, то можно считать, что основной погрешностью АЦП является абсолютная погрешность квантования  $\Delta U = U_{\text{пр}}/2^n$ , где  $U_{\text{пр}}$  — максимально допустимое входное напряжение АЦП;  $n$  — число двоичных разрядов.

Если считать, что при значении опорного напряжения  $U_0$  мгновенные значения напряжений  $U_{11}$ ,  $U_{21}$  и  $U_{12}$  измеряются с погрешностями преобразования АЦП и абсолютные погрешности измерений равны  $\Delta U_{11} = \Delta U_{21} = \Delta U_{12} = \Delta U$ , то предельная абсолютная погрешность вычисления  $C_X$  в соответствии с выражением (3) будет равна

$$\Delta C_X = [|(C_X)'_{U_{11}}| + |(C_X)'_{U_{21}}| + |(C_X)'_{U_{12}}|] \Delta U. \quad (4)$$

Предельная относительная погрешность определения  $C_X$  с учетом (3) и (4) примет вид

$$\delta_C = \frac{\tau(2R_0 + R_X) \left\{ 2 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \left[ 1 + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right] \right\}}{\Delta t R_X 2^{n-1} \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right]^2}. \quad (5)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости относительной погрешности  $\delta_C$  от соотношения между образцовым интервалом времени  $\Delta t$  и постоянной времени ИЦ  $\tau$  при различных отношениях сопротивления изоляции  $R_X$  к сопротивлению образцового резистора  $R_0$  для 12-разрядного АЦП.

Анализ показывает, что погрешность  $\delta_C$  практически не зависит от  $R_X$  при  $R_X/R_0 \geq 100$ . В то же время наблюдается существенное влияние соотношения  $\Delta t/\tau$  на результирующую погрешность измерения емкости.

### Заключение

Предлагаемый метод определения параметров емкостных датчиков по мгновенным значениям переходных процессов с использованием двух образцовых резисторов позволяет повысить точность измерения за счет учета конечного значения сопротивления изоляции ЕД.

Проведенный анализ влияния погрешности квантования на результирующую погрешность определения информативного параметра показывает, что она существенно зависит от соотношения между образцовым интервалом времени и постоянной времени ИЦ. Кроме того, для уменьшения погрешности следует выбирать значение сопротивления образцовых резисторов, значительно меньшее сопротивления изоляции ЕД.

Очевидно, что наиболее радикальным способом уменьшения погрешности, обусловленной квантованием мгновенных значений переходных процессов, является увеличение разрядности АЦП. Увеличение разрядности на единицу сокращает погрешность в два раза.

Полученные результаты позволяют оптимально выбирать параметры измерительного процесса для уменьшения данного вида погрешности.

### Список литературы

1. Батищев В. И., Мелентьев В. С. Измерение параметров емкостных датчиков положения и перемещения. М.: Машиностроение-1, 2005.
2. Мелентьев В. С., Цапаев А. В. Методы измерения параметров линейных электрических цепей по мгновенным значениям нескольких переходных процессов // Изв. вузов. Поволжский регион. Технические науки. 2008. № 2 (6). С. 80–90.
3. Батищев В. И., Мелентьев В. С. Аппроксимационные методы и системы промышленных измерений, контроля, испытаний, диагностики. М.: Машиностроение-1, 2007.
4. Мелентьев В. С., Батищев В. И., Костенко Е. В. Анализ погрешности метода измерения параметров линейных электрических цепей с двумя опорными элементами // Сб. статей конф. "Современные информационные технологии". Пенза. 2011. Вып. 13. С. 81–84.
5. Мелентьев В. С., Батищев В. И., Смолина А. М. Метод измерения параметров емкостных датчиков положения и перемещения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 8. С. 26–30.

**М. А. Габидулин**, канд. техн. наук, доц.,  
gabidulin\_ma@mail.ru,  
МГТУ МИРЭА, Москва

## Анализ и синтез считывающих систем растровых синусно-косинусных преобразователей перемещений

*Рассматривается задача комплексного обеспечения точности растровых синусно-косинусных преобразователей перемещений конструктивно-технологическими и структурными методами. Синтезирована модель сигналов преобразователя с кольцевой считывающей системой и аксиальным излучателем, учитывающая погрешности, обусловленные совместным проявлением их причин. С ее помощью проведены анализ, синтез и оптимизация четырехфазных считывающих систем и оценена их эффективность.*

**Ключевые слова:** растровые синусно-косинусные преобразователи перемещений, считывающие системы с аксиальным излучателем, методы повышения точности

### Введение

Создание цифровых преобразователей перемещений, отвечающих совокупности предъявляемых требований по точности, быстродействию, массогабаритным параметрам, технологичности, условиям эксплуатации и другим показателям является одной из актуальных и технически сложных задач [1, 2]. В этом отношении интерес представляют фотоэлектрические цифровые преобразователи перемещений, построенные с использованием растровых синусно-косинусных преобразователей (СКП), отличающихся от других аналогичных преобразователей (например, СКВТ, индуктосипов и редуктосипов) прецизионностью, малой инерционностью, технологичностью, бесконтактностью и, что весьма важно, значительным коэффициентом редукции при малых габаритных размерах [2, 3]. Статическая и динамическая точность достигается в них за счет выбора соответствующих коэффициентов электрической редукции и интерполяции, прецизионности технологии изготовления, в первую очередь, растровых шкал, интегрального съема с них измерительной информации, унификации и перевода электронных узлов на микроэлектронную основу, а также благодаря применению конструктивно-технологических, структурных и алгоритмических методов повышения точности [4]. Однако достижение высокой точности при малых размерах СКП затрудняется значительными инструментальными погрешностями вследствие конструктивно-технологических ограничений, основными источниками которых являются погрешности изготовления и монтажа растровых сопряжений, вызывающие искажения функциональных зависимостей синусного и косинусного сигналов в виде несину-

соидальности, переменных от периода к периоду постоянных составляющих, неравенства амплитуд, неортогональности и появления крупнопериодной погрешности.

Вместе с тем, известные методики не позволяют обосновать требования к допускам на погрешности растровых сопряжений, гарантирующие заданную точность, и разработать модели пространственных сигналов, учитывающие погрешности от основных причин и дополнительные погрешности, вызываемые совместным их проявлением с другими причинами и определяющие реальную эффективность способов повышения точности. Оценки указанных погрешностей требуют уточнений, так как полученные на модели функции пропускания сопряжения линейных растров, справедливой в первом приближении только для секторных сопряжений, расположенных непосредственно перед излучателем. Не проведены сравнительные исследования усредняющих свойств секторных и бессекторных растровых сопряжений с учетом неравномерности яркости площадки излучателя, неоднородности чувствительности площадки приемников и оптической плотности штрихов растров [5–8].

Исследования погрешностей растровых сопряжений проведены с помощью линейной модели их влияния на результирующую погрешность и модели функции пропускания сопряжения, не учитывающей адекватно расходимость потока излучения, а также зазор между растрами, и не охватывают важный для практики случай построения растрового СКП с кольцевой считывающей системой и аксиально расположенным источником излучения [9–10]. Это не позволяет выявить и оценить дополнительные погрешности, вызываемые совместным действием различных факторов, и, тем самым, разработать адекватные математические модели сигналов СКП, необходимые для оценки эффективности методов повышения точности, основанных на их обработке.

Комплексные исследования повышения точности путем целенаправленного совершенствования технологии, разработки эффективных структур осреднения считываемой с растров информации не проводили. Известные методы повышения точности СКП позволяют компенсировать либо внутрипериодные, либо крупнопериодные погрешности. Однако ни один из них не позволяет одновременно компенсировать и те и другие несколькими методами, примененными совместно, и осуществить компенсацию наиболее существенных погрешностей одного вида (таких как от эксцентриситета растров, неравенства амплитуд и неортогональности сигналов СКП, их постоянных составляющих, высших пространственных гармоник и др.).

В данной статье исследуются возможности повышения точности растровых СКП с помощью разработки точностной модели пространственных сигналов, учитывающей погрешности, обусловленные совместным проявлением их причин, а также ана-

лиза синтеза и оптимизации их считающих систем с использованием секторных и бессекторных растровых сопряжений.

### Синтез и оптимизация функции пропускания растрового сопряжения СКП с кольцевой считающей системой и аксиальным излучателем

Рассмотрим сопряжение подвижного  $P_1$  и неподвижного  $P_2$  радиально-нецентральных растров с учетом конечных размеров круглого источника излучения (ИИ), изображенное на рис. 1.

Функция пропускания подвижного  $\tau_{P_1}$  неподвижного  $\tau_{P_2}$  радиально-нецентральных растров [6] в полярных координатах имеет вид

$$\tau_{P_1}(\rho_1, \alpha_1) = \tau_1 + \frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\sin p\pi\tau_1}{p} \cos pN_{P_1} \times \left( \alpha_1 - \alpha_{P_1} - r_{H1} \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{R_0} \right) \right); \quad (1)$$

$$\tau_{P_2}(\rho_2, \alpha_2) = \tau_2 + \frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\sin p\pi\tau_2}{p} \cos pN_{P_2} \times \left( \alpha_2 - \alpha_{P_2} - r_{H2} \left( \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{R_0} \right) \right), \quad (2)$$

где  $\tau_{1,2} = \frac{v_{1,2}}{w_{1,2}}$ ;  $N_{P_{1,2}} = \frac{2\pi}{w_{1,2}}$  — число штрихов растров на угле  $2\pi$ ;  $\alpha_{P_{1,2}}$  — начальное смещение уг-

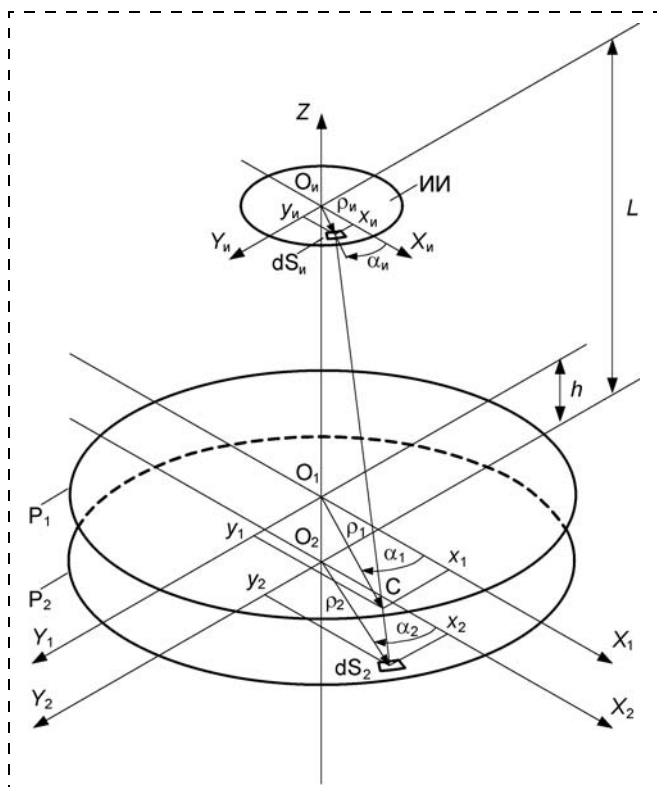


Рис. 1. Сопряжение радиальных растров с аксиальным источником излучения

ловой координаты растров;  $r_{H1,2}$  — радиус начальной окружности смещения растров;  $R_0$  — средний радиус рабочей зоны растров;  $v_{1,2}$  и  $w_{1,2}$  — угловые ширина и шаг штрихов растров.

Выбрав произвольно расположенные малые площадки ИИ и  $P_2$

$$dS_{И} = \rho_{И} d\rho_{И} d\alpha_{И}, \quad dS_2 = \rho_2 d\rho_2 d\alpha_2, \quad (3)$$

найдем координаты точки  $C(\rho_1, \alpha_1)$ , принадлежащей растру  $P_1$  и образованной пересечением его плоскости лучом, падающим из центра площадки ИИ с координатами  $(\rho_{И}, \alpha_{И})$  в центр площадки растра  $P_2$  с координатами  $(\rho_2, \alpha_2)$ . Учитывая, что ИИ лежит в плоскости  $X_0 O_0 Y_0$ , а растры  $P_1$  и  $P_2$  принадлежат соответственно плоскостям  $X_1 O_1 Y_1$  и  $X_2 O_2 Y_2$ , представим полярные координаты центров площадок в декартовых координатах

$$\begin{aligned} x_{И} &= \rho_{И} \cos \alpha_{И}, \quad y_{И} = \rho_{И} \sin \alpha_{И}, \\ x_2 &= \rho_2 \cos \alpha_2, \quad y_2 = \rho_2 \sin \alpha_2. \end{aligned} \quad (4)$$

На основе рис. 1 можно установить следующие соотношения между декартовыми координатами центров площадок  $dS_{И}$ ,  $dS_2$  и точки  $C(x_1, y_1)$ :

$$\frac{x_2 - x_{И}}{L} = \frac{x_1 - x_{И}}{L - h}, \quad \frac{y_2 - y_{И}}{L} = \frac{y_1 - y_{И}}{L - h}, \quad (5)$$

где  $L$  — расстояние между плоскостями источника излучения ИИ и неподвижного растра  $P_2$ ;  $h$  — зазор между растрами.

Учитывая, что  $h \ll L$  и  $\rho_{И} < \rho_2$ , на основании соотношений (4), (5) и рис. 1 определим координаты  $\rho_1$  и  $\alpha_1$ , отбрасывая члены высших порядков малости:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \approx (1 - a)\rho_2 + a\rho_{И} \cos(\alpha_{И} - \alpha_2); \\ \alpha_1 &\approx \alpha_2 + \frac{a\rho_{И} \sin(\alpha_{И} - \alpha_2)}{(1 - a)\rho_2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $a = \frac{h}{L}$ . Элементарный поток излучения, падающий от площадки источника  $dS_{И}$  на площадку неподвижного растра (или, что то же, диафрагмы, плоскость которой совмещена с плоскостью неподвижного растра)  $dS_2$ , находящуюся вблизи окружности радиуса  $R_0$ , определяется выражением

$$d\Phi = \frac{BL^2}{(L^2 + R_0^2)^2} \tau_{P_1}(\rho_1, \alpha_1) \tau_{P_2}(\rho_2, \alpha_2) dS_{И} dS_2, \quad (7)$$

где  $B$  — яркость ламбертовского источника излучения.

Поток, прошедший через растровое сопряжение и окно анализирующей диафрагмы, равен

$$\Phi = \int \int_{S_2 S_{И}} d\Phi, \quad (8)$$

где  $dS_{И}$ ,  $dS_2$  — площади источника излучения и диафрагмы.



Предполагая, что диафрагма имеет вид фрагмента узкого кольца радиальной ширины  $2\Delta R$  со средним радиусом  $R_0$  и угловой шириной  $2\beta$ , и учитывая, что  $\Delta R \ll R_0$ ,  $dS_{и1} = \rho_{и1} d\rho_{и1} d\alpha_{и1}$  и  $dS_2 = \rho_2 d\rho_2 d\alpha_2$ , а также полагая, что источник излучения имеет форму круга радиусом  $r_{и1} \ll R_0$ , представим (8) с учетом (7) в виде

$$\Phi = \frac{BL^2}{(L^2 + R_0^2)^2} \int_{R_0 - \Delta R}^{R_0 + \Delta R} \int_{\psi - \beta}^{\psi + \beta} \int_0^{\rho_1} \int_0^{\rho_2} \tau_{P_1}(\rho_1, \alpha_1) \tau_{P_2}(\rho_2, \alpha_2) \times \rho_2 \rho_{и1} d\rho_2 d\alpha_2 d\rho_{и1} d\alpha_{и1}, \quad (9)$$

где  $\psi$  — угловая координата центра анализирующей диафрагмы.

Функция пропускания растрового сопряжения имеет вид [5, 6]

$$\tau_{рс} = \frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad (10)$$

где  $\Phi_0$  — полный поток излучения, падающий на сопряжение растров в пределах диафрагмы.

Учитывая, что

$$\Phi_0 = \frac{BL^2 S_2 S_{и1}}{(L^2 + R_0^2)^2}, \quad S_{и1} = \pi r_{и1}^2, \quad S_2 = 4\beta \Delta R R_0, \quad (11)$$

представим (10) согласно (9) в виде

$$\tau_{рс} = \frac{1}{S_2 S_{и1}} \int_{R_0 - \Delta R}^{R_0 + \Delta R} \int_{\psi - \beta}^{\psi + \beta} \int_0^{\rho_1} \int_0^{\rho_2} \tau_{P_1}(\rho_1, \alpha_1) \tau_{P_2}(\rho_2, \alpha_2) \times \rho_2 \rho_{и1} d\rho_2 d\alpha_2 d\rho_{и1} d\alpha_{и1}. \quad (12)$$

Интегрируя (12) при вышеуказанных ограничениях с подстановкой (1)–(3), (6) и (11), а также учитывая, что

$$\int_0^{2\pi} \cos(x \sin(\varphi + \Delta\varphi)) d\varphi = 2\pi J_0(x),$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(x \sin(\varphi + \Delta\varphi)) d\varphi = 0,$$

$$\int x J_0(x) dx = x J_1(x),$$

где  $J_0(x)$ ,  $J_1(x)$  — бесселевы функции первого рода, получим следующее выражение функции пропускания:

$$\tau_{рс} = \tau_1 \tau_2 + 2\tau_1 \tau_2 \sum_{p=1}^{\infty} \left( \prod_{i=1}^4 \text{Sa}(p\pi\tau_i) \right) \times \text{Ja}(p\pi\tau_5) \cos p \left( (N_{P_1} - N_{P_2})\psi + N_{P_2} \alpha_{P_2} - N_{P_1} \alpha_{P_1} - \frac{h N_{P_1} r_{и1}}{(L-h)R_0} \right), \quad (13)$$

$$\text{где } \tau_3 = \frac{2\beta}{w_1} \left( 1 - \frac{w_1}{w_2} \right), \quad \tau_4 = \frac{2\Delta R}{R_0^2} \left( \frac{r_{и2}}{w_2} - \frac{r_{и1}}{w_1 \left( 1 - \frac{h}{L} \right)} \right),$$

$$\tau_5 = \frac{2r_{и1} h}{w_1 R_0 (L-h)}; \quad \text{Sa}(x) \text{ и } \text{Ja}(x) \text{ — функции вида}$$

$$\text{Sa}(x) = \frac{\sin x}{x}, \quad \text{Ja}(x) = \frac{2J_1(x)}{x}.$$

Полученное выражение показывает, что применение растров с разным числом штрихов, скоса направления штрихов, а также использование источника излучения конечных размеров позволяет за счет возникновения соответственно эффектов нониуса, муара и влияния апертуры источника получить дополнительные коэффициенты подавления высших гармоник функции пропускания (соответственно множители  $\text{Sa}(p\pi\tau_3)$ ,  $\text{Sa}(p\pi\tau_4)$  и  $\text{Ja}(p\pi\tau_5)$ ). Параметры  $\tau_3$  и  $\tau_4$  определяют нониусный и муаровый эффекты подавления гармоник, и их влияние идентично соответствующим параметрам сопряжений растров [5, 6]. Параметр  $\tau_5$  учитывает апертуру круглого источника, и его влияние на пространственно-частотную характеристику идентично соответствующему параметру, учитывающему эффект подавления круглой диафрагмы в расходящемся потоке излучения при наличии зазора растрами [9] при замене радиуса источника радиусом диафрагмы.

Выражение (13) показывает, что фильтрующие свойства растрового сопряжения эквивалентны пятизвенному фильтру нижних пространственных частот [9, 10], параметры звеньев которого определяются величинами  $\tau_1, \dots, \tau_5$ . Варьируя ими и принимая во внимание, что при  $p\pi\tau_1, \dots, 4 = k\pi$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) функции  $\text{Sa}(p\pi\tau_1, \dots, 4)$  обращаются в нуль, а также, что при равенстве значений  $p\pi\tau_5$  ненулевым корням  $J_1(p\pi\tau_5)$  функция  $\text{Ja}(p\pi\tau_5)$  тоже обращается в нуль, можно обеспечить эффективное многократное подавление паразитных высших пространственных гармоник функции пропускания, обеспечивающее синусоидальную форму сигнала растрового сопряжения в функции перемещения [10].

Для настройки звеньев фильтра на подавление главных паразитных гармоник (второй, третьей, пятой и т. д.) обычно выбирают  $k = 1$  и пользуются наименьшим ненулевым корнем  $x_{J_1} \approx 3,8$  бесселевой функции  $J_1(x)$  с тем, чтобы обеспечить минимальное подавление основной (первой) гармоники функции пропускания.

Целесообразно выбирать  $\tau_1 = \tau_2 = 0,5$ , чтобы обеспечить надежное двукратное подавление наиболее трудно фильтруемой второй гармоники. Это обеспечивает максимизацию амплитуды основной гармоники, а также полное подавление остальных четных гармоник и значительное подавление нечетных гармоник. Дополнительно подавление четных гармоник обеспечивается применением в СКП че-

тырехфазной считывающей системы и дифференциальной обработкой сигналов.

Остальные звенья фильтра настраиваются на подавление нечетных гармоник. Так,  $\tau_3 = 0,333$  и  $\tau_4 = 0,2$  обеспечивают подавление третьей и пятой гармоник. Звено  $\text{Ja}(p\tau_5)$  целесообразно настраивать на подавление наивысшей из спектра главных нечетных гармоник, так как параметр  $\tau_5$  данного звена пропорционален зазору между растрами  $h$  и, следовательно, не может быть высокостабильным из-за влияния неточности установки и нестабильности значения зазора. В силу этого данное звено настраивается на подавление гармоники наименьшей амплитуды, уже сильно ослабленной предыдущими звеньями, чтобы вариации зазора не приводили к заметным искажениям формы сигнала растрового сопряжения, а также к заметному изменению амплитуды основной гармоники.

Для оценивания влияния нестабильности значения зазора  $\Delta h$  на амплитуду первой гармоники представим  $J_1(x)$  в виде усеченного ряда для малых  $x$

$$J_1(x) \approx \frac{x}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{8} \right), \text{ преобразуем передаточную}$$

$$\text{функцию пятого звена к виду } \text{Ja}(p\tau_5) \approx 1 - \frac{(\pi\tau_5)^2}{8}$$

$$\text{и найдем производную } \frac{d\text{Ja}(\pi\tau_5)^2}{dh} \approx -\frac{(\pi\tau_5)^2}{4h}.$$

Отсюда влияние относительной вариации зазора  $\delta h = \frac{\Delta h}{h}$  на относительное изменение амплитуды основной (первой) гармоники функции пропускания может быть представлено в виде  $\delta_{A_1} \approx -\frac{(\pi\tau_5)^2}{4} \delta h$ .

Полученное выражение показывает, что чувствительность амплитуды основной гармоники квадратично зависит от  $\tau_5$ , что подтверждает вывод о необходимости ее оптимизации.

Выбирая  $\tau_5 = \frac{x_{J_1}}{7\pi} \approx 0,173$  для подавления седьмой гармоники и принимая  $|\delta h| = 0,1$ , имеем  $|\delta_{A_1}| = 0,007$ , что обеспечивает высокую стабильность амплитуды и при наихудшем сочетании параметров приводит к фазовой погрешности СКП [5] порядка 0,007 эл. рад, а при правильном конструировании, обеспечивающем идентичность параметров синусно-косинусных сигналов, вообще не проявляется.

Совместное же влияние вариации амплитуды и иных погрешностей растрового СКП (например, угловой погрешности штрихов) дает составляющие фазовой погрешности, имеющие второй порядок малости, значение которых не превышает десяти-тысячных долей радиана. Таким образом, при наличии конструктивно-технологических погрешностей

учитывающий составляющие фазовой погрешности порядка  $10^{-3}$  эл. рад и выше анализ функции пропускания может быть проведен без учета влияния вариации зазора на амплитуду ее основной гармонической составляющей.

Данный вывод позволяет считать произведение передаточных функций звеньев по первой гармо-

$$\text{нике } \left( \prod_{i=1}^4 \text{Sa}(\pi\tau_i) \right) \text{Ja}(\pi\tau_5) \text{ постоянным, не завися-$$

щим от вариации зазора, и при дальнейшем анализе рассматривать простейшее обтюрационное сопряжение растров ( $w_1 = w_2$ ,  $r_{H1} = r_{H2} = 0$ ,  $r_{и} = 0$ ), для которого  $\text{Sa}(p\tau_3) = \text{Sa}(p\tau_4) = \text{Ja}(p\tau_5) = 1$ , а учет фильтрующих свойств остальных звеньев при этом может быть проведен простым умножением амплитуд гармонических составляющих на  $K_{\Phi} = \text{Sa}(p\tau_3)\text{Sa}(p\tau_4)\text{Ja}(p\tau_5)$ .

При неблагоприятном сочетании параметров звеньев (когда значение  $\tau_5$  не мало и пренебречь  $\delta_{A_1}$  нельзя) вариации зазора, приводящие к амплитудной модуляции гармоник, могут быть учтены введением эквивалентной модуляции функции прозрачности растров.

Выражения, позволяющие выбрать основные параметры растрового сопряжения для обеспечения желаемых величин  $\tau_3, \dots, \tau_5$ , согласно (13) имеют вид

$$N_{P_2} = N_{P_1} - \frac{\pi\tau_3}{\beta}, \quad r_{H2} = \tau_4 \frac{R_0^2 w^2}{2\Delta R},$$

$$r_{и} = \frac{x_{J_1} R_0 (L - h)}{k_5 N_{P_1} h}, \quad (14)$$

где  $k_5$  — номер главной гармоники, на подавление которой настраивается пятое звено фильтра.

Выражение для величины  $r_{H2}$  получено в предположении  $r_{H1} = 0$  (для случая радиально-центрального подвижного растра), что обеспечивает устранение влияния на величину  $\tau_4$  вариации зазора второго порядка малости, а также смещения муаровой картины при эксцентриситете подвижного растра.

Величина  $N_{P_2}$  для секторного растрового сопряжения может выбираться не целым числом. Для бессекторного же растрового сопряжения данная величина должна быть только целым числом, а следовательно, в силу (14) в бессекторном сопряжении может быть только  $\tau_3 = 0$ , т. е. нониусное растровое сопряжение в случае применения полного интегрального усреднения по всей окружности растра использовано быть не может.

Значение зазора  $h$  выбирается максимально возможным исходя из дифракционных ограничений. При этом [11] имеется возможность выбора зазора для синтеза дополнительного шестого звена, подавляющего высшие гармоники дифракционным их ослаблением.

**Анализ функции пропускания  
растрового сопряжения с учетом  
конструктивно-технологических погрешностей**

Рассмотрим влияние на функцию пропускания сопряжения радиальных растров конструктивно-технологических погрешностей для случая круглого аксиально расположенного источника излучения, полагая, что погрешности положения, ширины и прозрачности подвижного раstra 1 и неподвижного раstra 2 могут быть заданы множествами амплитуд и фаз  $\{G_{1l}, G_{2l}, \varphi_{1l}, \varphi_{2l}\}, \{D_{1l}, D_{2l}, \varphi'_{1l}, \varphi'_{2l}\}$  и  $\{E_{1l}, E_{2l}, \varphi''_{1l}, \varphi''_{2l}\}$ , где  $l$  — номер гармоники разложения соответствующей погрешности в ряд Фурье на обороте. Использование эквивалентной функции модуляции прозрачности позволяет также учесть неравномерность освещенности, чувствительности фотоприемников и зазора между растрами.

Проведенный для каждого из перечисленных влияющих факторов анализ, выполненный с использованием результатов работ [2, 4, 9, 12–14], позволил выявить общность выражений для функции пропускания, содержащих "идеальную" составляющую, составляющие первого порядка малости, имеющие пространственную частоту гармоник влияющих факторов, а также комбинационные составляющие второго порядка малости, и синтезировать выражение для обобщенной функции пропускания растрового сопряжения:

$$\tau_{pc} = (1 + X_1 + Y_1)\tau_1\tau_2 + 2\tau_1\tau_2 \sum_{p=1}^{\infty} \text{Sa}(p\pi\tau_1)\text{Sa}(p\pi\tau_2) \times \\ \times (1 + X_2 + Y_2)\cos pN_{\pi}(\alpha_{P_2} - \alpha_{P_1}) + \\ + (X_3 + Y_3)\sin pN_{\pi}(\alpha_{P_2} - \alpha_{P_1}), \quad (15)$$

где  $\tau_{1,2}$  — относительная ширина штрихов растров;  $N_{\pi} = N_{P_1}$  — число штрихов подвижного раstra;  $\alpha_{P_{1,2}}$  — угловые положения растров;  $X_1$  и  $Y_1, X_2$  и  $Y_2, X_3$  и  $Y_3$  — относительные составляющие первого и второго порядков малости — постоянной составляющей, амплитуд косинусной и синусной составляющих:

$$X_j = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^{L'_m} K_{1ji} \text{Sa}(l\beta) V_{jil} \sin(l(\psi - \alpha_{P_i}) + \varphi_{V_{jil}}); \quad (16)$$

$$Y_j = \sum_{i=1}^2 \sum_{l_1=1}^{L'_m} \sum_{l_2=1}^{L'_m} K_{2ji} P_{A_{ji}l_1} Q_{B_{ji}l_2} [\text{Sa}((l_1 + l_2)\beta) \times \\ \times \cos(l_1(\psi - \alpha_{P_{A_{ji}l_1}}) + l_2(\psi - \alpha_{P_{B_{ji}l_2}}) + \varphi_{P_{A_{ji}l_1}} + \\ + \varphi_{Q_{B_{ji}l_2}}) - \text{Sa}((l_1 - l_2)\beta) \cos(l_1(\psi - \alpha_{P_{A_{ji}l_1}}) - \\ - l_2(\psi - \alpha_{P_{B_{ji}l_2}}) + \varphi_{P_{A_{ji}l_1}} - \varphi_{Q_{B_{ji}l_2}})], \quad (17)$$

где  $j = \overline{1, 3}$ ;  $K_{1,2ji}, V_{jil}, P_{A_{ji}l_1}, Q_{B_{ji}l_2}$  — коэффициенты влияния и амплитуды гармоник факторов по-

грешности (табл. 1, 2) соответственно;  $\psi$  — положение центра диафрагмы.

Предел суммирования  $l$  в (17) равен максимальному значению индекса  $i$  для каждого  $j$ , а предел суммирования  $L'_m$  в (16), (17) определяется максимальным номером из набора суммируемых гармонических составляющих конкретного влияющего фактора. Индексы при фазовых сдвигах  $\varphi$  обозначают их принадлежность соответствующей гармонической составляющей, имеющей обозначение амплитуды, указанное в индексе.

По отношению к каждому из перечисленных влияющих факторов считывающая диафрагма сопряжения выполняет функцию пространственно-частотного фильтра с коэффициентом передачи  $\text{Sa}(l\beta)$ , где  $\text{Sa}(x) = \frac{\sin x}{x}$ ,  $\beta$  — угловая полуширина секторной диафрагмы.

На основании этого можно дать оценку амплитуды переменной составляющей угловой погрешности функции пропускания:

$$\Delta\alpha_m = \sum_{l=1}^{L_m} \text{Sa}(l\beta) G_{1l}, \quad (18)$$

где  $L_m$  — максимальный номер значимых гармоник спектра погрешности положения штрихов подвижного раstra. Отсюда, полагая погрешность положения каждого штриха независимой центрированной случайной величиной с дисперсией  $D$  [15] и сворачивая бесконечную сумму квадратов коэффи-

Таблица 1  
Параметры относительных составляющих вида  $X_j$  первого порядка малости функции пропускания растрового сопряжения

Наименование учитываемых факторов	$j$	$i$	Коэффициент пропорциональности $K_{1ji}$	Амплитуда гармоники влияющего фактора $pN_{\pi}$
Погрешность положения штрихов	3	1	$pN_{\pi}$	$G_i$
		2		
Погрешность ширины штрихов	1	1	1	$\frac{D_i}{\tau_i}$
		2	$p\pi\tau_i \text{ctg} p\pi\tau_i$	
Модуляция прозрачности	1	1	1	$E_i$
		2		
Совместное влияние погрешности положения штрихов и модуляции прозрачности	1	1	1	$E_i$
		2	1	$E_i$
		3	$pN_{\pi}$ $-pN_{\pi}$	$G_i$

Таблица 2

Параметры относительных составляющих вида  $Y_j$  второго порядка малости функции пропускания растрового сопряжения

Наименование учитываемых факторов	$j$	$i$	$A_{ji}$	$B_{ji}$	Коэффициент пропорциональности $K_{2ji}$	Амплитуда гармоник влияющих факторов	
						$P_{A_{ji}}$	$Q_{B_{ji}}$
Погрешность положения штрихов	1	1	1	1	$(0,5pN_{\Pi})^2$	$G_{A_{ji}}$	$G_{B_{ji}}$
	2	2	1	2	$-2(0,5pN_{\Pi})^2$		
	3	2	2	2	$(0,5pN_{\Pi})^2$		
Погрешность ширины штрихов	1	1	1	2	-0,5	$\frac{D_{A_{ji}}}{\tau_{A_{ji}}}$	$\frac{D_{B_{ji}}}{\tau_{B_{ji}}}$
	2	1	1	1	$(0,5p\pi\tau_1)^2$		
	3	2	1	2	$-0,5(p\pi)^2\tau_1\tau_2\text{ctg}p\pi\tau_1\text{ctg}p\pi\tau_2$		
Модуляция прозрачности	1	1	1	2	-0,5	$E_1$	$E_2$
	2	1	1	2	-0,5		
Совместное влияние погрешности положения штрихов и модуляции прозрачности	1	1	1	2	-0,5	$G_{A_{ji}}$	$G_{B_{ji}}$
	2	1	1	1	$(0,5pN_{\Pi})^2$		
		2	1	2	$-2(0,5pN_{\Pi})^2$		
		3	2	2	$(0,5pN_{\Pi})^2$		
4	1	2	-0,5	$E_1$	$E_2$		
	3	1	1	1	$-0,5pN_{\Pi}$	$E_{A_{ji}}$	$E_{B_{ji}}$
		2	1	2	$0,5pN_{\Pi}$		
		3	2	1	$-0,5pN_{\Pi}$		
		4	2	2	$-0,5pN_{\Pi}$		

циентов согласно работе [6], получим выражение для коэффициента интегрального усреднения:

$$K_{\text{и}} = \sqrt{\frac{D}{D_{\alpha}}} = \sqrt{\frac{N_{\text{д}}}{1-\xi}} = \sqrt{\frac{N_{\Pi}\xi}{1-\xi}}, \quad (19)$$

где  $D_{\alpha}$  — дисперсия угловой погрешности функции пропускания,  $N_{\text{д}} = \xi N_{\Pi}$  — число штрихов диафрагмы.

Оценка относительного значения амплитудной модуляции  $p$ -й гармоники функции пропускания для случая бессекторного растрового сопряжения дается формулой

$$|\delta A| \leq (0,5pN_{\Pi})^2 \sum_{l=1}^{L_m} (G_{1l} + G_{2l})^2 = (0,5pN_{\Pi})^2 G_{m3}^2, \quad (20)$$

где  $G_{m3}$  — среднеквадратическое значение эквивалентной суммарной функции угловой погрешности штрихов, амплитуды гармоник которой определяются выражением  $G_{m3} = G_{1l} + G_{2l}$ . Как видно из выражения (20), в силу среднеквадратического усреднения отдельные выбросы погрешности не оказывают заметного влияния на величину  $|\delta A|$ .

Анализ погрешностей монтажа элементов растрового сопряжения показал, что они приводят к возникновению первой гармоники угловой погрешности функции пропускания на обороте, вызываемой, во-первых, совместным влиянием эксцентриситета  $e_3$  установки источника излучения и перекаса  $\theta_1$  подвижного растра, во-вторых, эксцентриситетами подвижного растра  $e_1$  и источника излучения  $e_3$ . Заметим, что эксцентриситет установки источника излучения при наличии перекаса подвижного растра приводит к появлению неустранимой погрешности сдвига, имеющей характер первой гармоники на обороте, амплитуда которой равна

$$\Delta\alpha_c = \frac{e_3\theta_1}{2L}. \quad (21)$$

Данное выражение позволяет назначить допуски на значение технологических погрешностей монтажа.

Учитывая, что  $\theta_1 = \frac{\Delta h}{R_0}$ , где  $\Delta h$  — максимальное

отклонение зазора от номинального значения, и  $L = R_0$ , преобразуем выражение (21):

$$e_m = R_0\sqrt{2\Delta\alpha_c},$$

где  $e_m = R_0\sqrt{e_3\Delta h}$  — среднегеометрическая погрешность монтажа.

Особенностью рассматриваемой кольцевой считывающей системы с аксиально расположенным источником излучения является пониженная ее чувствительность к вариации зазора по сравнению с другими структурами считывающих систем, также использующими расходящийся поток излучения, но с неаксиально расположенными источниками [7, 9].

Анализ модуляции ширины штрихов и их прозрачности показал, что это не приводит к фазовой погрешности функции пропускания, но вызывает вариацию постоянной составляющей и амплитуд гармоник переменной составляющей, причем вариация постоянной составляющей первого порядка малости подавляется пространственно-частотным фильтром (диафрагмой). Влияние модуляции относительной ширины штрихов на относительное отклонение постоянной составляющей оценивается коэффициентом интегрального усреднения (19). Влияние указанного фактора на амплитуду основной гармоники функции пропускания ослабляется выбором  $\tau_1 = \tau_2 = 0,5$ .

Модуляция прозрачности штрихов влияет на амплитуду переменной составляющей функции пропускания так же, как и на значение постоянной составляющей, при этом оценка относительной величины  $\delta_{\Pi}$  паразитной амплитудной модуляции функции пропускания дается формулой

$$|\delta_{\Pi}| \leq 0,5 \sum_{r=1}^{R_m} |E_{1r} + E_{2r}| \leq E_{m1}E_{m2},$$

где  $E_{m1,2}$  — среднеквадратические значения функции относительного отклонения прозрачности подвижного, неподвижного растров от среднего значения,  $R_m$  — максимальный номер наиболее значимых гармоник спектра функции модуляции прозрачности. Использование эквивалентной функции модуляции прозрачности позволяет учесть также неравномерность освещенности, чувствительности фотоприемников, зазора между растрами, ширины штрихов.

Учитывая, что наиболее значительной неидеальностью растров наряду с погрешностью углового положения штрихов является модуляция прозрачности, проведена оценка функции пропускания растрового сопряжения с учетом их совместного влияния, которое приводит к дополнительным комбинационным квадратурным составляющим функции пропускания. Амплитуда вызываемой ими дополнительной угловой погрешности  $\Delta\alpha_{\text{доп}}$  функции пропускания может быть оценена формулой

$$\Delta\alpha_{\text{доп}} \leq 0,5 \sum_{l=1}^{L_m} |E_{1l}G_{2l}| + |E_{2l}G_{1l}| \leq E_{m1}G_{m2} + E_{m2}G_{m1},$$

где  $G_{m1,2}$  — среднеквадратическое значение погрешности углового положения штрихов подвижного, неподвижного растров соответственно.

Учет совместного влияния факторов позволил получить функцию пропускания растрового сопряжения для случая многооконной диафрагмы [12], содержащей  $n$  окон, равномерно распределенных в пределах угловой ширины считывающей диафрагмы  $2\beta$ .

Диафрагма задается функцией прозрачности в виде прямоугольных импульсов, гармоники которой имеют вид

$$E_{2l_1} = 2\text{Sa}(k\pi T)\sin(l_1(\alpha - \alpha_{P_2}) + \varphi_{2l_1}''),$$

где  $l_1 = km$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ,  $m = \frac{2\pi}{\alpha_{\pi}}$ ,  $m$  — целое число,

$\alpha_{\pi}$  — угловой шаг расположения считывающих окон;

$T = \frac{\alpha_0}{\alpha_{\pi}}$ ,  $\alpha_0$  — угловая ширина считывающего окна;

$\varphi_{2l_1}'' = \frac{\pi}{2}$ . Для случая нечетного  $n$ , полагая  $\psi = \alpha_{P_2}$ , получено выражение относительной амплитуды квадратурной составляющей функции пропускания

$$H'_{sp} = pN_{\pi} \sum_{l=1}^{L_m} \frac{\sin l\beta}{n \sin \frac{l\beta}{n}} \text{Sa}(l\beta_0) G_{1l} \sin(l(\alpha_{P_2} - \alpha_{P_1}) + \varphi_{1l}), (22)$$

где  $\beta_0 = \frac{\alpha_0}{2}$ .

Полученное выражение показывает, что вид функции подавления гармоник погрешности по сравнению с (18) изменился, в силу этого гармоники с номерами  $l = km$ ,  $k = 1, 2, \dots$  ослабляются меньше, чем в случае сплошной диафрагмы.

### Точностная модель четырехфазного растрового СКП

С учетом обобщенной модели функции пропускания растрового сопряжения разработана модель четырехфазного растрового СКП с аксиальным источником излучения [10], позволяющая учесть влияние конструктивно-технологических погрешностей и оценить возможности дополнительного их подавления в выходных сигналах СКП:

$$\begin{aligned} \bar{I}_s &= \frac{(1 + \delta_4)I_4 - (1 + \delta_2)I_2}{2\Phi_0 S_{\text{пи}}} = \\ &= \frac{(1 + \delta_4)\tau_{\text{pc}4} - (1 + \delta_2)\tau_{\text{pc}2}}{2}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_c &= \frac{(1 + \delta_1)I_1 - (1 + \delta_3)I_3}{2\Phi_0 S_{\text{пи}}} = \\ &= \frac{(1 + \delta_1)\tau_{\text{pc}1} - (1 + \delta_3)\tau_{\text{pc}3}}{2}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $\bar{I}_{s,c}$  — нормированные разности фототоков, обеспечивающие формирование синусо-косинусных сигналов;  $\delta_1, \dots, 4$  — относительные отклонения коэффициентов передачи дифференциальных схем по соответствующим входам, учитывающие отклонения амплитуд составляющих  $\tau_{\text{pc}r}$  под действием иных факторов;  $I_r = \Phi_0 S_{\text{пи}} \tau_{\text{pc}r}$  — выходной сигнал  $r$ -го фотоприемника;  $\Phi_0$  — поток излучения, облучающий растровое сопряжение, имеющее функцию пропускания  $\tau_{\text{pc}r}$ ;  $S_{\text{пи}}$  — интегральная чувствительность фотоприемника;  $r = \overline{1, 4}$ .

Подставляя в (23) и (24) с учетом (15)–(17) угловые положения  $\alpha_{P_2r}$  неподвижного растра, которые задают требуемые фазовые сдвиги с погрешностями  $\Delta_r$ ,

$$\alpha_{P_2r} = \alpha_{P_20} - \frac{\pi}{2N_{\pi}}(r - 1) + \Delta_r,$$

получим обобщенные выражения сигналов СКП при совместном влиянии погрешностей положения и модуляции прозрачности штрихов, в которых координата центра диафрагмы  $r$ -го растрового сопряжения выбрана равной  $\psi = \psi_r$  [17].

Для нечетных  $p$ :

$$\begin{aligned} \bar{I}_s &= \tau_1 \tau_2 \left( \frac{\delta_4 - \delta_2}{2} + \Delta X_{1s} + \Delta Y_{1s} \right) + 2\tau_1 \tau_2 \times \\ &\times \sum_{p=1}^{\infty} \text{Sa}(p\pi\tau_1) \text{Sa}(p\pi\tau_2) \left[ \pm \left[ \left( 1 + \frac{\delta_4 + \delta_2}{2} \right) \times \right. \right. \end{aligned}$$

$$\times \cos pN_{\Pi} \frac{\Delta_4 - \Delta_2}{2} \sin pN_{\Pi} \left( \alpha_{P_1} - \alpha_{P_2} - \frac{\Delta_4 + \Delta_2}{2} \right) - \frac{\delta_4 - \delta_2}{2} \sin pN_{\Pi} \frac{\Delta_4 - \Delta_2}{2} \cos pN_{\Pi} \left( \alpha_{P_1} - \alpha_{P_2} - \frac{\Delta_4 + \Delta_2}{2} \right) + \Delta X'_{2s} + \Delta Y'_{2s} + \Delta X'_{3s} + \Delta Y'_{3s}]; \quad (25)$$

$$\bar{I}_c = \tau_1 \tau_2 \left( \frac{\delta_1 - \delta_3}{2} + \Delta X_{1c} + \Delta Y_{1c} \right) + 2\tau_1 \tau_2 \times \sum_{p=1}^{\infty} \text{Sa}(p\pi\tau_1) \text{Sa}(p\pi\tau_2) \left[ \left( 1 + \frac{\delta_1 + \delta_3}{2} \right) \times \cos pN_{\Pi} \frac{\Delta_1 - \Delta_3}{2} \cos pN_{\Pi} \left( \alpha_{P_1} - \alpha_{P_2} - \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{2} \right) + \frac{\delta_3 - \delta_1}{2} \sin pN_{\Pi} \frac{\Delta_3 - \Delta_1}{2} \sin pN_{\Pi} \left( \alpha_{P_1} - \alpha_{P_2} - \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{2} \right) + \Delta X'_{2c} + \Delta Y'_{2c} + \Delta X'_{3c} + \Delta Y'_{3c} \right]; \quad (26)$$

Для четных  $p$ :

$$\bar{I}_s = \tau_1 \tau_2 \left( \frac{\delta_4 - \delta_2}{2} + \Delta X_{1s} + \Delta Y_{1s} \right) + 2\tau_1 \tau_2 \times \sum_{p=2}^{\infty} \text{Sa}(p\pi\tau_1) \text{Sa}(p\pi\tau_2) \left[ \pm \left[ \left( 1 + \frac{\delta_4 + \delta_2}{2} \right) \times \sin pN_{\Pi} \frac{\Delta_4 - \Delta_2}{2} \sin pN_{\Pi} \left( \alpha_{P_1} - \alpha_{P_2} - \frac{\Delta_4 + \Delta_2}{2} \right) + \frac{\delta_4 - \delta_2}{2} \cos pN_{\Pi} \frac{\Delta_4 - \Delta_2}{2} \cos pN_{\Pi} \left( \alpha_{P_1} - \alpha_{P_2} - \frac{\Delta_4 + \Delta_2}{2} \right) \right] + \Delta X'_{2s} + \Delta Y'_{2s} + \Delta X'_{3s} + \Delta Y'_{3s} \right]; \quad (27)$$

$$\bar{I}_c = \tau_1 \tau_2 \left( \frac{\delta_1 - \delta_3}{2} + \Delta X_{1c} + \Delta Y_{1c} \right) + 2\tau_1 \tau_2 \times \sum_{p=1}^{\infty} \text{Sa}(p\pi\tau_1) \text{Sa}(p\pi\tau_2) \left[ \left( 1 + \frac{\delta_1 + \delta_3}{2} \right) \times \sin pN_{\Pi} \frac{\Delta_1 - \Delta_3}{2} \sin pN_{\Pi} \left( \alpha_{P_1} - \alpha_{P_2} - \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{2} \right) + \frac{\delta_1 - \delta_3}{2} \cos pN_{\Pi} \frac{\Delta_1 - \Delta_3}{2} \cos pN_{\Pi} \left( \alpha_{P_1} - \alpha_{P_2} - \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{2} \right) + \Delta X'_{2c} + \Delta Y'_{2c} + \Delta X'_{3c} + \Delta Y'_{3c} \right]. \quad (28)$$

В выражениях (25)–(28)  $\Delta X_j$ ,  $\Delta Y_j$  — некомпенсированные остаточные составляющие  $X_j$ ,  $Y_j$ . Составляющие с одним и двумя штрихами относятся к нечетным и четным  $p$ , а индексы  $s, c$  — синусному и косинусному сигналам. Знак плюс в выражениях (25), (27) соответствует  $p = 4k + 1$ ,  $4k$ , а минус —  $p = 4k + 3$ ,  $4k + 2$ , где  $k$  — целое число.

Проведем анализ подавления погрешностей, вносимых растровыми сопряжениями, четырехфазными считывающими системами СКП, обозначив

$$\left. \begin{aligned} \delta_s &= \delta_4 - \delta_2, \delta_c = \delta_3 - \delta_1; \\ \Delta_s &= \Delta_4 - \Delta_2, \Delta_c = \Delta_3 - \Delta_1; \\ \Delta\psi_s &= \psi_4 - \psi_2, \Delta\psi_c = \psi_3 - \psi_1. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

#### Анализ подавления четных высших пространственных гармоник

Рассмотрим степень подавления паразитных составляющих в выходных сигналах СПК (23) и (24) по отношению к исходным значениям для основного случая применения четырехфазной системы растровых сопряжений в СКП (т. е. для подавления четных высших пространственных гармоник), когда стремятся обеспечить максимальную степень идентичности сигналов в дифференциальных парах (23) и (24).

Для данного случая введем обобщенные коэффициенты подавления

$$K_{X_{s,c}} = \sqrt{\left( \sin l \frac{\Delta\psi_{s,c}}{2} \right)^2 - \left( \frac{\delta_{s,c}}{2} \right)^2}; \quad (30)$$

$$K_{Y_{s,c}} = \sin(l_1 \pm l_2) \frac{\Delta\psi_{s,c}}{2}, \quad (31)$$

где знак плюс в выражении (31) соответствует подавлению комбинационных составляющих суммарных частот, а минус — разностных частот.

Тогда коэффициенты подавления постоянных составляющих  $\Delta X_{1s,c}$  и  $\Delta Y_{1s,c}$  примут, соответственно, вид  $K_{X_{1s,c}} = K_{X_{s,c}}$ ,  $K_{Y_{1s,c}} = K_{Y_{s,c}}$ .

Для нечетных значений  $p$  подавление составляющих  $\Delta X'_{2s,c}$ ,  $\Delta Y'_{2s,c}$ ,  $\Delta X'_{3s,c}$  и  $\Delta Y'_{3s,c}$  отсутствует:  $K_{X'_{2s,c}} = K_{Y'_{2s,c}} = K_{X'_{3s,c}} = K_{Y'_{3s,c}} = 1$ , в то время как для четных значений  $p$  происходит существенное подавление соответствующих составляющих.

Для составляющих  $\Delta X''_{2s,c}$  и  $\Delta X''_{3s,c}$  имеем  $K_{X''_{2s,c}} = K_{X''_{3s,c}} = K_{X_{s,c}}$ , но при этом возникают дополнительные квадратурные (на частоте несущей  $pN_{\Pi}$ ) составляющие, что эквивалентно появлению отличного от нуля коэффициента подавления соответствующих квадратурных составляющих

$$K_{X''_{2s,c}} = K_{X''_{3s,c}} = \sin pN_{\Pi} \frac{\Delta_{s,c}}{2}.$$

Для составляющих  $\Delta Y''_{2s,c}$  и  $\Delta Y''_{3s,c}$  имеем  $K_{Y''_{2s,c}} = K_{Y''_{3s,c}} = K_{Y_{s,c}}$ .

Таким образом, установлено, что для рассматриваемого случая действительно обеспечивается подавление гармонических составляющих с четными номерами  $p$ . Из анализа коэффициентов их

подавления (30) и (31) следует, что наилучшее подавление обеспечивается при симметрировании растровых сопряжений, т. е. уменьшении разностей вида (29), что достигается при расположении индексных диафрагм максимально близко друг к другу и при минимальных погрешностях задания сдвигов  $\Delta_r$ . В самом деле, сближение диафрагм  $G_i^{(r)}$  по углу обеспечивает уменьшение  $\Delta\psi_{s,c}$ , а сближение по радиусу — уменьшение  $\delta_{s,c}$ , поскольку несимметрия  $\delta_{s,c}$  возникает даже при идеальной настройке дифференциальной схемы из-за изменения среднего радиуса  $R_r$  расположения диафрагмы (только для членов, амплитуда которых пропорциональна  $G_i$ ).

Рассмотрим влияние среднего радиуса расположения диафрагмы подробнее. Угловая погрешность положения штрихов зависит от  $R_r$ , и амплитуда составляющей  $G_i^{(r)}$  для  $r$ -го растрового сопряжения описывается формулой

$$G_i^{(r)} = G_i^{(0)} (1 - \delta R_r),$$

где  $\delta R_r = \frac{R_r - R_0}{R_0}$ ;  $R_r$  — средний радиус расположения диафрагмы  $r$ -го растрового сопряжения;  $R_0$  — средний радиус расположения четырехфазной системы растровых сопряжений;  $G_i^{(0)}$  — амплитуда составляющей угловой погрешности, приведенная к радиусу  $R_0$ .

Введем эквивалентные отклонения  $\delta_r$  по составляющим  $\Delta X'_{3s,c}$  и  $\Delta X''_{3s,c}$ , содержащим множитель  $G_i$ .

Имеем  $\delta_i = -\delta R_r = \frac{R_0 - R_r}{R_0}$ . Тогда

$$\delta_s = \frac{R_2 - R_4}{R_0} \text{ и } \delta_c = \frac{R_1 - R_3}{R_0}.$$

Отсюда видно, что для максимального подавления квадратурных составляющих четных гармоник (в членах  $\Delta X'_{3s,c}$  и  $\Delta X''_{3s,c}$ ) необходимо уменьшать модули разностей  $R_2 - R_4$  и  $R_1 - R_3$ .

Примеры четырехфазных систем секторных растровых сопряжений [2], удовлетворяющих требованиям максимальной близости по  $R$  и  $\psi$ , приведены на рис. 2.

Для некоторых случаев применения СКП, когда важна линейность функции преобразования в пределах периода раstra  $\frac{2\pi}{N_p}$  (требование

"гладкости" функции преобразования — например, для цифровых та-

хометров [18]), необходимо снизить влияние погрешностей СКП на внутришаговую погрешность аналого-цифрового преобразования пространственной фазы сигналов СКП.

Для этого требуется обеспечить идентичность влияния погрешностей элементов СКП на амплитуды и фазы основных ( $p = 1$ ) составляющих выходных сигналов СКП, пусть даже ценой некоторого ухудшения подавления четных высших гармоник.

Нетрудно убедиться, что данное требование выполняется при выполнении условий

$$R_1 + R_3 = R_2 + R_4; \quad (32)$$

$$\psi_1 + \psi_3 = \psi_2 + \psi_4. \quad (33)$$

Уравнения (32), (33) означают, что центры симметрии дифференциальных пар диафрагм 1, 3 и 2, 4 должны совпадать.

Примеры размещения диафрагм четырехфазной системы растровых сопряжений СКП максимальной "гладкости" функции преобразования, обеспечивающие выполнение условий (32) и (33), приведены на рис. 3.

Анализ показывает, что при достижении эффективного подавления четных высших гармоник в односекторных четырехфазных считывающих системах не удастся обеспечить значительного подавления крупнопериодных составляющих погрешности. Рассмотрим возможности их подавления четырехфазной считывающей системой.

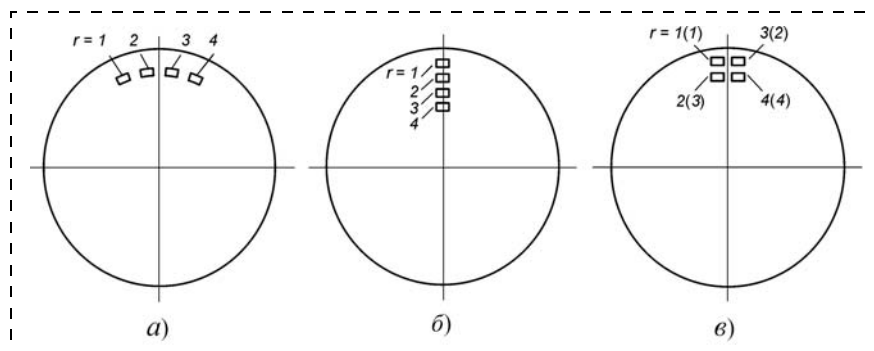


Рис. 2. Варианты расположения диафрагм, синтезированные в соответствии с требованием максимальной близости по  $R$  и  $\psi$ : а — тангенциальное; б — радиальное; в — смешанное

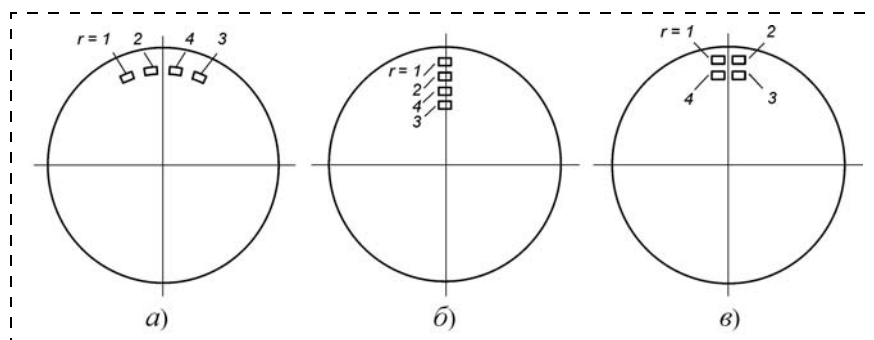


Рис. 3. Варианты расположения диафрагм, синтезированные согласно требованию максимальной "гладкости" функции преобразования: а — тангенциальное; б — радиальное; в — смешанное

### Анализ подавления четырехфазной считывающей системой крупнопериодных пространственных гармоник

Крупнопериодные погрешности функций пропускания растровых сопряжений приводят к модуляции основной ( $p = 1$ ) и остальных гармоник сигналов растровых сопряжений погрешностями углового положения штрихов и изменениями прозрачности растров.

Исследуя выражения (25), (26), можно убедиться, что коэффициенты подавления составляющих  $\Delta X'_{2,3s,c}$  имеют вид

$$K_{X_{2,3s,c}} = \cos l \frac{\Delta \psi_{s,c}}{2} = \frac{\sin l \Delta \psi_{s,c}}{2 \sin l \frac{\Delta \psi_{s,c}}{2}}. \quad (34)$$

Подавление указанных составляющих осуществляется с точностью до величин амплитудной несимметрии дифференциальных пар  $\delta_{s,c}$ , ограничивающих глубину подавления, а также фазовой несимметрии  $\Delta_{s,c}$ , которая вызывает постоянную и переменную по обороту квадратурные составляющие второго порядка малости в случае  $\Delta X'_{2s,c}$  и изменения амплитуды основной составляющей второго порядка малости в случае  $\Delta X'_{3s,c}$ .

Коэффициенты подавления составляющих  $\Delta Y'_{2,3s,c}$  имеют вид

$$K_{Y_{2,3s,c}} = \cos(l_1 \pm l_2) \frac{\Delta \psi_{s,c}}{2} = \frac{\sin(l_1 \pm l_2) \Delta \psi_{s,c}}{2 \sin(l_1 \pm l_2) \frac{\Delta \psi_{s,c}}{2}}. \quad (35)$$

Отсюда следует, что подавление членов первого порядка малости  $\Delta X'$ , вызванных  $l$ -ми гармоническими составляющими погрешностей растров, обеспечивается выбором  $\Delta \psi_{s,c} = \frac{\pi + 2\pi k}{l}$ , а членов второго порядка малости  $\Delta Y'$ , вызванных комбинационными составляющими погрешностей с частотами  $(l_1 \pm l_2)$ , — выбором  $\Delta \psi_{s,c} = \frac{\pi + 2\pi k}{l_1 \pm l_2}$ , где  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Однако эффект подавления указанных составляющих достигнут за счет ухудшения подавления четных гармонических составляющих сигналов СКП (в том числе постоянных составляющих), поскольку в выражениях (30), (31) для случаев (34), (35) соответствующие значения синуса равны единице.

Варианты расположения диафрагм 1,3 и 2,4 растровых сопряжений для подавления погрешности эксцентриситета ( $l_1 = 1, \Delta \psi_{s,c} = \pi$ ) [2] приведены на рис. 4.

Рассмотрим случай расположения диафрагм одной дифференциальной пары (например, синусной  $r = 2,4$ ) тангенциально и вплотную друг к другу, как показано на рис. 5.

Согласно рис. 5 имеем

$$\Delta \psi_s = 2\beta_s. \quad (36)$$

Подставляя (36) в выражение (25), введя обозначение  $\psi_s = \frac{\psi_4 + \psi_2}{2}$  и полагая  $\delta_2 = \delta_4 = 0, \Delta_2 = \Delta_4 = 0, \beta = \beta_s$ , находим, что выражение (25) для нечетных гармоник эквивалентно выражению (15) с подстановкой в него  $\psi = \psi_s$  и  $\beta = 2\beta_s$ .

Следовательно, дифференциальная обработка сигналов, полученных согласно рис. 5, позволяет достичь по основной гармонике и нечетным высшим гармоникам того же интегрального эффекта, что и при использовании одиночного растрового сопряжения, имеющего диафрагму угловой ширины  $4\beta_{s,c}$  с координатой центра, равной  $\psi_s$ . Однако подавление четных гармоник при этом ухудшается в силу значительных величин  $\Delta \psi_{s,c}$  согласно (36).

Данное утверждение позволяет оценивать коэффициенты подавления гармоник на основании выражения (15), не прибегая к громоздким формулам (25)—(28).

Существует возможность создания растровых сопряжений с тангенциально расположенными диафрагмами значительной угловой ширины  $2\beta$ , у которых  $\Delta \psi_{s,c} \ll 2\beta$ , и, следовательно, с улучшенным

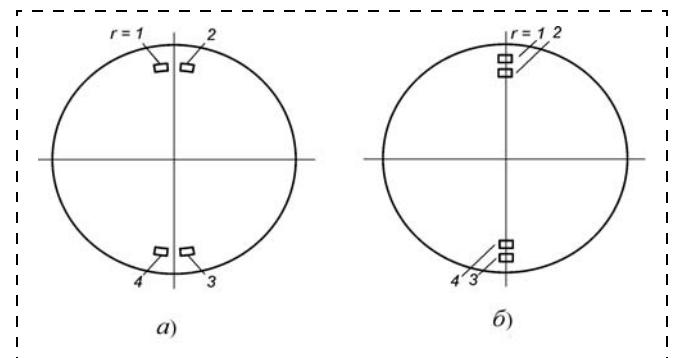


Рис. 4. Варианты расположения диафрагм, обеспечивающие подавление погрешности эксцентриситета

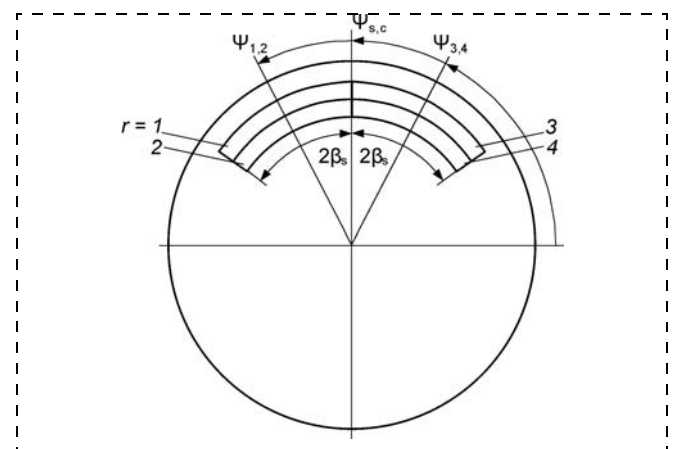


Рис. 5. Синтез расположения диафрагм, обеспечивающего суммарный интегральный эффект подавления конструктивно-технологических погрешностей



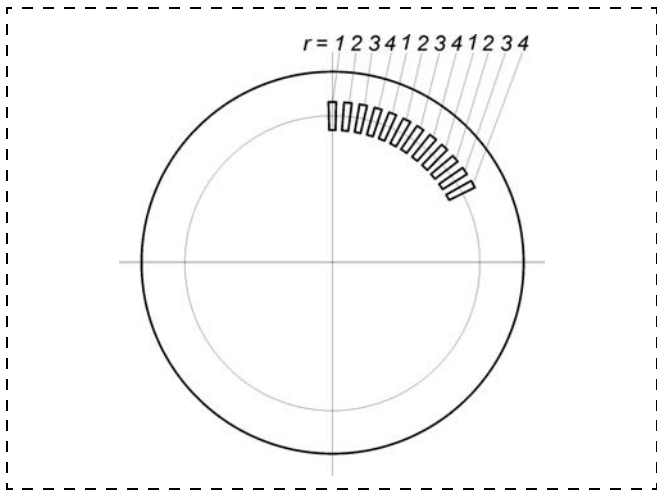


Рис. 6. Синтез четырехфазных считывающих систем с многоокоными вложенными диафрагмами

подавлением четных гармоник. Это может быть достигнуто благодаря использованию многооконых диафрагм, которые допускают "вложение" диафрагм друг в друга, как показано на рис. 6.

Для таких диафрагм можно обеспечить  $\Delta\psi_{s,c} \ll \frac{\beta}{2n}$ ,

где  $n$  — число окон диафрагмы. Следует отметить, что коэффициенты подавления растрового сопряжения с многооконой диафрагмой имеют вид (22). Многооконые диафрагмы могут быть реализованы для всех вариантов расположения диафрагм дифференциальных пар, приведенных на рис. 2—5.

#### Анализ подавления погрешности бессекторной четырехфазной считывающей системой

Полученные результаты позволяют утверждать, что растровый СКП, диафрагмы которого расположены так, как показано на рис. 7, а, обладает полным интегральным усреднением по нечетным пространственным гармоникам  $p$ , т. е. эквивалентен четырехфазной системе бессекторных растровых сопряжений. Расположение бессекторных диафрагм, обеспечивающее полное интегральное усреднение для всех составляющих, приведено на рис. 7, б.

Проанализируем выражения (25)—(28) для случая  $\beta = \pi$ , т. е. для случая бессекторных растровых сопряжений. Имеем

$$\Delta X_{1s,c} = \Delta Y_{1s,c} = \Delta X'_{2s,c} = \Delta X'_{3s,c} = 0,$$

$$\Delta X''_{2s,c} = \Delta Y''_{2s,c} = \Delta X''_{3s,c} = \Delta Y''_{3s,c} = 0;$$

$$\Delta Y'_{2s} = \pm \sum_{i=1}^4 \sum_{l=1}^{L'_m} K_{22i} P_{A_{2i}l} Q_{B_{2i}l} (-\cos(l(\alpha_{P_{B_{2i}}} - \alpha_{P_{A_{2i}}}) + \varphi_{P_{A_{2i}l}} - \varphi_{Q_{B_{2i}l}})) \cos p N_{\Pi}(\alpha_{P_1} - \alpha_{P_{20}}),$$

$$\Delta Y'_{3s} = \pm \sum_{i=1}^4 \sum_{l=1}^{L'_m} K_{23i} E_{A_{3i}l} G_{B_{3i}l} (-\cos(l(\alpha_{P_{B_{3i}}} - \alpha_{P_{A_{3i}}}) + \varphi''_{A_{3i}l} - \varphi_{B_{3i}l})) \cos p N_{\Pi}(\alpha_{P_1} - \alpha_{P_{20}}),$$

$$\Delta Y'_{2c} = \sum_{i=1}^4 \sum_{l=1}^{L'_m} K_{22i} P_{A_{2i}l} Q_{B_{2i}l} (-\cos(l(\alpha_{P_{B_{2i}}} - \alpha_{P_{A_{2i}}}) + \varphi_{P_{A_{2i}l}} - \varphi_{Q_{B_{2i}l}})) \cos p N_{\Pi}(\alpha_{P_1} - \alpha_{P_{20}}),$$

$$\Delta Y'_{3s} = - \sum_{i=1}^4 \sum_{l=1}^{L'_m} K_{23i} E_{A_{3i}l} G_{B_{3i}l} (-\cos(l(\alpha_{P_{B_{3i}}} - \alpha_{P_{A_{3i}}}) + \varphi''_{A_{3i}l} - \varphi_{B_{3i}l})) \sin p N_{\Pi}(\alpha_{P_1} - \alpha_{P_{20}}),$$

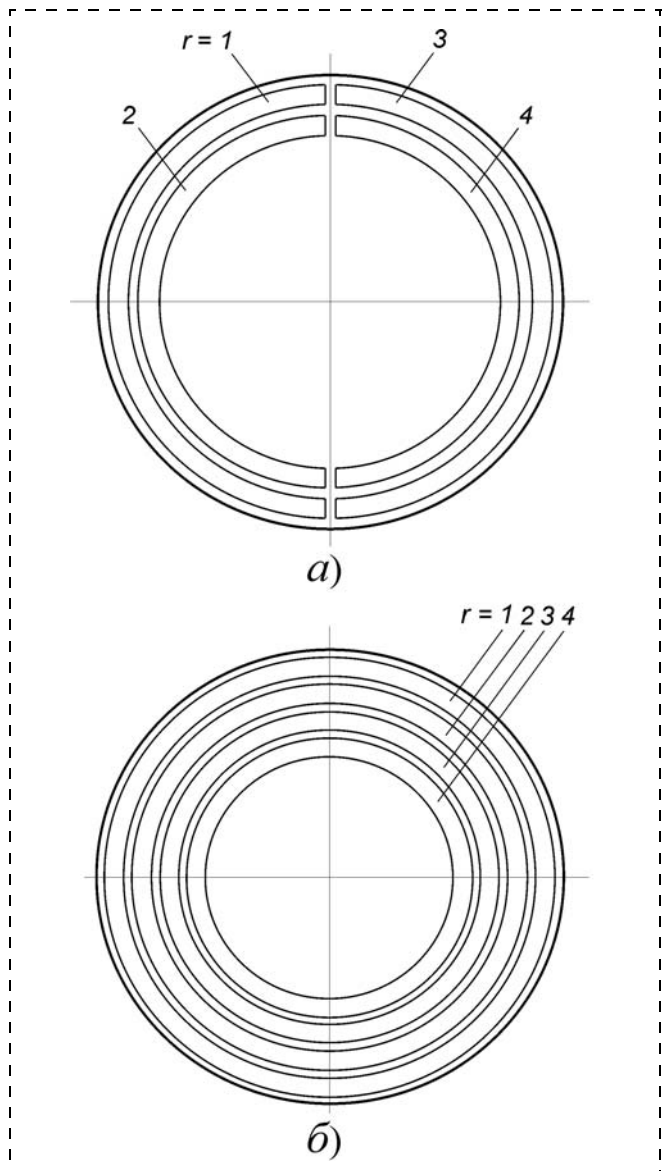


Рис. 7. Синтез расположения диафрагм для СКП с полным интегральным усреднением конструктивно-технологических погрешностей (ВУ — вычислительное устройство; ШУ, ШДвх и ШДвх — шины управления): а — для нечетных  $p$ ; б — для всех  $p$

где знак "+" соответствует  $p = 4k + 1$ , а знак "-"  $p = 4k + 3$ ,  $k = 1, 2, \dots$ .

Приведенные выражения показывают, что погрешности постоянной составляющей и остальные четные гармоники по  $p$  подавлены, остались лишь некомпенсированные остаточные члены с постоянными амплитудами и фазовыми сдвигами в (25)–(28), не вызывающие переменной от периода к периоду внутришаговой погрешности, причем постоянные составляющие компенсируются при настройке СКП.

Для основной и высших нечетных гармоник сохранились ненулевые члены, вызывающие их амплитудную ( $\Delta Y'_{2s,c}$ ) и фазовую ( $\Delta Y'_{3s,c}$ ) модуляцию. Однако амплитудная модуляция синусного и косинусного сигналов СКП синфазна и не приводит к погрешности. Фазовая модуляция также синфазна, а поэтому не приводит к появлению внутришаговой погрешности СКП, но вызывает некомпенсируемую крупнопериодную его погрешность.

Следует отметить, что данные выводы сделаны в предположении идентичности погрешностей всех четырех неподвижных растров растровых сопряжений (рис. 7, б). В случае их неидентичности (что в особенности касается погрешностей углового положения штрихов, поскольку они наносятся за четыре отдельных прохода делительной машины, и, следовательно, случайные составляющие ее погрешности не совпадут) постоянные составляющие и четные гармоники второго порядка малости  $\Delta Y_{1s,c}$ ,  $\Delta Y''_{2s,c}$  и  $\Delta Y''_{3s,c}$  компенсируются не полностью. Изменения амплитуд основной и высших нечетных гармоник синусного и косинусного сигналов СКП второго порядка малости  $\Delta Y'_{2s,c}$  несинфазны, и возникающее из-за этого неравенство амплитуд приводит к появлению внутришаговой погрешности. То же справедливо и относительно  $\Delta Y'_{3s,c}$ .

#### Список литературы

1. Домрачев В. Г., Матвеевский В. Р., Смирнов Ю. С. Схемотехника цифровых преобразователей перемещений: Справоч. пособ. М.: Энергоатомиздат, 1987.
2. **Высокоточные** преобразователи угловых перемещений / Э. Н. Асиновский, А. А. Ахметжанов, М. А. Габидулин и др.; Под общ. ред. А. А. Ахметжанова. М.: Энергоатомиздат, 1986.
3. Сафонов Л. Н., Волнянский В. Н., Окулов В. И., Прохоров В. Н. Прецизионные датчики угла с печатными обмотками. М: Машиностроение, 1977. (Б-ка приборостроителя).

4. **Габидулин М. А.** Потенциальная точность фотоэлектрических цифровых преобразователей перемещений на основе синусно-косинусных растровых интерполяторов с учетом технологических ограничений // Искусственный интеллект. Донецк, Украина: Изд-во "Наука і освіта". 2010. № 3. Раздел 6. Интеллектуальные робототехнические системы. С. 570–582.
5. **Преснухин Л. Н., Шаньгин В. Ф., Майоров С. А., Меськин И. В.** Фотоэлектрические преобразователи информации / Под ред. Л. Н. Преснухина. М.: Машиностроение, 1974.
6. **Габидулин М. А.** Исследование функций пропускания растровых сопряжений растровых датчиков линейных и угловых перемещений методом рядов Фурье // Техника преобразования информации. Сб. трудов. М.: МИРЭА, 1975. Вып. 83. С. 24–43.
7. **Габидулин М. А., Лейбович И. Д.** Расчет функции преобразования четырехфазной считывающей системы растрового синусно-косинусного преобразователя угловых перемещений // Фотоэлектрические преобразователи угловых и линейных перемещений. Сб. тезисов докл. Всесоюз. совещ. семинара. Горис: АН АрмССР, 1988. С. 32–33.
8. **Габидулин М. А., Лейбович И. Д.** Исследование погрешностей четырехфазных растровых СКП // Оптические сканирующие устройства и измерительные приборы на их основе: Сб. тез. докл. 5 Всесоюз. совещ. Барнаул: АлтПИ, 1990. Ч. II. С. 184–185.
9. **Габидулин М. А.** Математическая модель четырехфазного растрового СКП с кольцевой считывающей системой и аксиальным излучателем // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. XII Междунар. конф. Самара: Самарский НЦ РАН, 2010. С. 429–434.
10. **Guild J.** Diffraction Gratings as Measuring Scales. London: Oxford University Press, 1960. 212 p.
11. **Габидулин М. А., Кулаков А. Т.** Исследование влияния эксцентриситета на функцию пропускания сопряжения радиально-центральных растров // Теория автоматического управления. Межвуз. сб. научн. трудов. М.: МИРЭА, 1979. С. 110–122.
12. **Габидулин М. А., Кулаков А. Т.** Анализ технологических ошибок фотоэлектрических цифровых преобразователей угла // Проблемы теории чувствительности электронных и электромеханических систем. Сб. тезисов докл. II Всесоюз. научн. конф. М.: МИЭМ, 1980. С. 152.
13. **Габидулин М. А., Драгонер В. В.** Анализ влияния случайной погрешности положения штрихов на функцию пропускания растровых решеток // Вопросы электроники. Межвуз. сб. научн. трудов. Надежность и диагностика п/п приборов. Кишинев: Штиинца, 1984. С. 96–91.
14. **Петров В. П.** Исследование точности преобразователя углового перемещения // Измерительная техника. 1978. № 9. С. 40–41.
15. **Заездный А. М.** Гармонический анализ в радиотехнике и электросвязи. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961.
16. **Габидулин М. А.** Синтез и оптимизация считывающих систем четырехфазных растровых синусно-косинусных преобразователей угловых перемещений // Матер. 4-й Всеросс. мультиконф. по проблемам управления (МКПУ-2011). Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. Т. 2. С. 189–194.
17. **Габидулин М. А.** Синтез фотоэлектрического цифрового преобразователя угла и скорости, встраиваемого в исполнительный электродвигатель // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 23–27.

# ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



## Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



**Главный редактор:**

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

**Ответственный секретарь:**

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

**Редакционная коллегия:**

АЛЕКСЕЕВ В. В.  
БАРАНОВ Л. А.  
БЕЛОКОНОВ И. В.  
БУКОВ В. Н.  
ВАСИЛЬЕВ В. И.  
ГОДУНОВ В. А.  
ГУРЕВИЧ О. С.  
ГУРСКИЙ Б. Г.  
ЕФИМОВ В. В.  
ЗАЙЦЕВ А. В.  
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.  
НЕСТЕРОВ В. А.  
ОХТИЛЕВ М. Ю.  
ПАНКРАТОВ В. М.  
РАСПОПОВ В. Я.  
САБО Ю. И.  
СТЕПАНОВ О. А.  
СОЛДАТКИН В. М.  
ФИЛИМОНОВ Н. Б.  
ХИМЕНКО В. И.  
ЧЕБУРАХИН И. Ф.  
ШИРЯЕВ В. И.  
ШКОЛИН В. П.

**Редакция:**

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

**Гурьев Ю. В., Слуцкая М. З., Ткаченко И. В., Якушенко Е. И.**

Электронный тренажер "Управление скрытностью и движением морских подводных объектов" и его математическое и программное обеспечение . . . . . 52

**Клепцов В. И., Котов В. Н., Щербинин И. П.**

Модернизация метода определения частот и форм колебаний самолета в полете на основе использования современной цифровой распределенной мониторинговой системы бортового документирования . . . . . 58

**Никитин А. В., Солдаткин В. В., Солдаткин В. М.**

Система измерения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета . . . . . 64

**Ю. В. Гурьев**<sup>1</sup>, д-р техн. наук, зав. кафедрой,  
uvgur@mail.ru

**М. З. Слуцкая**<sup>1</sup>, зав. лабораторией,

**И. В. Ткаченко**<sup>2</sup>, д-р техн. наук, доц.,

**Е. И. Якушенко**<sup>1</sup>, д-р техн. наук, чл.-корр. РАН,  
начальник института,

<sup>1</sup> ВМПИ ВУНЦ ВМФ "Военно-морская академия",  
г. Санкт-Петербург,

<sup>2</sup> СПГМТУ, г. Санкт-Петербург

## **Электронный тренажер "Управление скрытностью и движением морских подводных объектов" и его математическое и программное обеспечение**

*Сформулированы назначение, цели и задачи тренажера "Управление скрытностью и движением морских подводных объектов", отмечается его место в системе подготовки специалистов и разработки бортового комплекса управления скрытностью. Дано описание математических моделей блока управления движением объекта и канала численного моделирования гидрофизических полей. Представлены результаты вычислительных экспериментов, подтверждающие возможность использования разработанных моделей и компьютерных программ в составе тренажера.*

**Ключевые слова:** внутренние волны, гидродинамические силы, гидрофизика, динамика подводных объектов, математическое моделирование, скрытность, управление объектом

### **Введение**

Управление движением и физическими полями (ФП) морских подводных объектов (МПО) с использованием информационных технологий является перспективным междисциплинарным направлением обеспечения скрытности указанных объектов. Целью такого управления является заметное ослабление или исключение демаскирующих признаков, обусловленных ФП. Эффективным средством их контроля, а также управления режимами движения и функционирования технических средств и систем МПО является программно-аппаратная система — бортовой комплекс управления скрытностью (БКУС) [1, 2].

Совместные работы ученых и специалистов Военно-морского политехнического института ВУНЦ ВМФ "ВМА", Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН и ряда других научных организаций привели к созданию прототипа БКУС — электронного макета, испытания которого подтвердили практическую возможность создания натурального образца комплекса [3]. Эти испытания и научные проработки показали также, что целесообразно наряду с натуральным комплексом создать электронный тренажер "Управление скрытностью и движением МПО" для подготовки специалистов

в области скрытности МПО по ФП и решения смежных научно-исследовательских и прикладных задач.

### **1. Цели, задачи, математическое и программное обеспечение тренажера**

Разработка тренажера должна предшествовать вводу в строй бортового комплекса, что позволит осуществить своевременную подготовку специалистов, получить и уточнить научную информацию, необходимую для эффективной эксплуатации натурального БКУС, совершенствования его математического и программного обеспечения.

К числу основных задач тренажера следует отнести:

- подготовку специалистов ВМФ в области обеспечения скрытности и управления МПО, а также практического использования БКУС;
- обучение слушателей и курсантов по дисциплинам, связанным с обеспечением скрытности объектов по ФП;
- проведение научных исследований по оценке эффективности применения тактических приемов повышения скрытности, обоснованию требований к параметрам заметности и управляемости при создании новых объектов и др.;
- получение информации по ФП для создания баз данных для БКУС, развития его математического и программного обеспечения.

Основой и БКУС, и тренажера как информационных систем является математическое и программное обеспечение, образующее два пересекающихся множества, причем множество комплекса является собственным подмножеством множества тренажера. Это обусловлено тем, что в тренажере подлежит математическому моделированию ряд функций, которые в натурном комплексе будут выполняться физически, например, управление объектом. Кроме того, тренажер должен решать и ряд дополнительных научно-исследовательских задач, несвойственных для БКУС.

Общие для комплекса и тренажера элементы этих множеств (каналы гидроакустического, магнитного и гидрофизического полей, а также оперативно-советующая система) были рассмотрены в работах [1—3]. Поэтому остановимся на описании блока "Динамика МПО" и канала численного моделирования гидрофизических полей, входящих только в состав тренажера.

### **2. Блок управления движением "Динамика МПО"**

Блок управления движением предназначен для имитационного моделирования динамики МПО в натуральных гидрофизических и гидрологических условиях. Предполагается, что объект движется произвольным образом в неоднородной по плотности (стратифицированной) морской среде в условиях поверхностного и внутреннего волнения и подводных течений (рис. 1). Его движение задается век-

торами поступательной скорости полюса (точка  $G$ )  $V_0(t)$  и угловой скорости вращения  $\omega(t)$ , где  $t$  — время.

Одна из наиболее характерных для природных условий стратификаций адекватно описывается трехслойной моделью, в которой изменение плотности  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$  происходит по вертикали в слое конечной толщины  $\Delta h$  (пикноклине), а выше и ниже его границ плотность постоянна. При этом в устойчивом положении слоев жидкости  $\Delta\rho > 0$ .

Модель движения МПО состоит из двух взаимосвязанных частей — моделей динамики и гидродинамики объекта. Динамическая часть обеспечивает расчет кинематических параметров движения, а гидродинамическая (силовая) — прогнозирование гидромеханических (гидростатических и гидродинамических) реакций (сил и моментов), действующих на объект в процессе движения.

Математические модели динамики морских объектов основаны на шести дифференциальных уравнениях пространственного движения твердого тела. В теории управляемости подводных объектов для описания кинематических и динамических характеристик используют две координатные системы, связанные с объектом, и одну абсолютную систему  $OXYZ$  (рис. 2).

Положение объекта в пространстве задается тремя координатами полюса  $G$  (центра масс) в абсолютной системе координат  $X_G, Y_G$  и  $Z_G$  и тремя углами Эйлера—Крылова: дифферента  $\psi$ , курса (рысканья)  $\varphi$  и крена  $\theta$  (на рис. 2 они не показаны). Уравнения движения записывают в связанной сис-

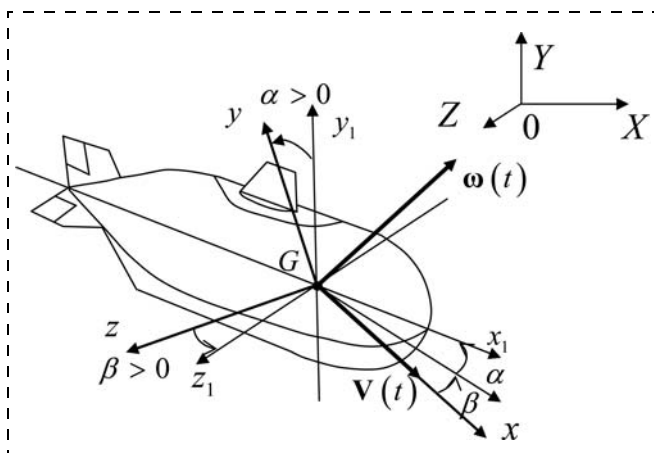


Рис. 2. Системы координат, используемые в динамике МПО

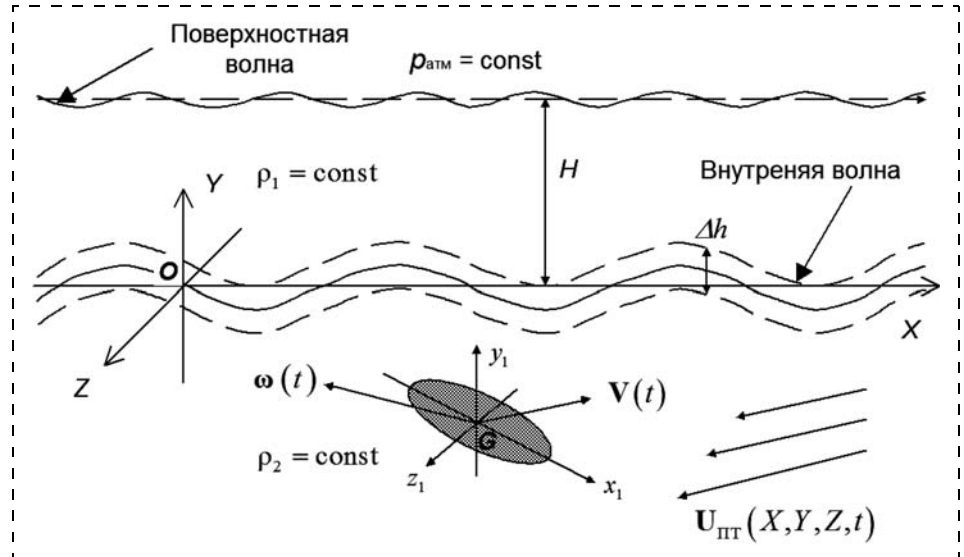


Рис. 1. Движение объекта в природных гидрофизических условиях

теме координат  $Gx_1y_1z_1$ . Продольную ось  $Gx_1$  направляют в нос, ось  $Gy_1$ , лежащую в диаметральной плоскости, — вверх, а поперечную ось  $Gz_1$  — на правый борт. По вектору  $V_0(t)$  направлена ось  $Gx$  скоростной системы координат  $Gxyz$ , ориентация других осей этой системы показана на рис. 2, где также изображены углы атаки  $\alpha$  и дрейфа  $\beta$ , широко применяемые в корабельной гидродинамике.

Если оси связанной системы совпадают с главными центральными осями инерции объекта, то уравнения движения принимают наиболее простой вид:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dV_{x1}}{dt} + m(\omega_{y1}V_{z1} - \omega_{z1}V_{y1}) &= R_{x1}; \\ m \frac{dV_{y1}}{dt} + m(\omega_{z1}V_{x1} - \omega_{x1}V_{z1}) &= R_{y1}; \\ m \frac{dV_{z1}}{dt} + m(\omega_{x1}V_{y1} - \omega_{y1}V_{x1}) &= R_{z1}; \\ J_{xx} \frac{d\omega_{x1}}{dt} + (J_{xx} - J_{yy})\omega_{z1}\omega_{x1} &= M_{x1}; \\ J_{yy} \frac{d\omega_{y1}}{dt} + (J_{xx} - J_{zz})\omega_{x1}\omega_{z1} &= M_{y1}; \\ J_{zz} \frac{d\omega_{z1}}{dt} + (J_{yy} - J_{xx})\omega_{x1}\omega_{y1} &= M_{z1}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $V_{x1}, V_{y1}, V_{z1}$  и  $\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$  — проекции поступательной и угловой скоростей объекта на оси связанной системы;  $m, J_{xx}, J_{yy}$  и  $J_{zz}$  — соответственно масса и моменты инерции объекта;  $R_{x1}, R_{y1}, R_{z1}, M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}$  — проекции главного вектора и главного момента внешних сил.

Численное интегрирование системы (1) не вызывает затруднений, если известны правые части уравнений, т. е. гидромеханические реакции. Они формируются нормальными напряжениями (давле-

ниями)  $p$  и касательными напряжениями  $\tau$  и находясь их интегрированием по поверхности объекта  $S$ :

$$\mathbf{R} = \int_S (\tau \boldsymbol{\ell} - p \mathbf{n}) dS, \quad \mathbf{M} = \int_S \mathbf{r}_0 \times (\tau \boldsymbol{\ell} - p \mathbf{n}) dS,$$

где  $\mathbf{n}$  и  $\boldsymbol{\ell}$  — орты нормали и касательной к поверхности  $S$ ;  $\mathbf{r}_0$  — радиус-вектор расчетной точки поверхности относительно центра приведения момента.

Поверхностные напряжения можно разделить на гидростатические (ГС) и гидродинамические (ГД) составляющие. Первые возникают и в покоящейся, и в движущейся среде, вторые — только в движущейся. В покоящихся ньютоновских жидкостях, к которым относится и вода, касательные напряжения равны нулю ( $\tau_{ГС} \equiv 0$ ), а гидростатические давления  $p_{ГС}$  постоянны в данной точке. В движущейся неоднородной по плотности среде гидростатические давления становятся функциями времени, и напряжения в такой среде можно представить в виде  $\tau(t) = \tau_{ГД}(t)$ ;  $p(t) = p_{ГС}(t) + p_{ГД}(t)$ .

Соответственно гидромеханические реакции также можно разделить на независимые гидростатические и гидродинамические составляющие:

$$\mathbf{R}_{ГС}(t) = - \int_S p_{ГС}(t) \mathbf{n} dS;$$

$$\mathbf{M}_{ГС}(t) = - \int_S p_{ГС}(t) (\mathbf{r}_0 \times \mathbf{n}) dS;$$

$$\mathbf{R}_{ГД}(t) = \int_S [\tau(t) \boldsymbol{\ell} - p_{ГД}(t) \mathbf{n}] dS;$$

$$\mathbf{M}_{ГД}(t) = \int_S \mathbf{r}_0 \times [\tau(t) \boldsymbol{\ell} - p_{ГД}(t) \mathbf{n}] dS.$$

Задача нахождения этих реакций является наиболее сложной в динамике морских объектов даже для случая однородной жидкости. Еще больше она усложняется для реальных гидрометеофизических условий при воздействии течений, волнения, неоднородных полей плотности, сложной геометрии дна и т. п.

В настоящее время не существуют методы, позволяющие решить эту задачу в строгой постановке. В перспективе она может быть решена методами вычислительной гидродинамики. Однако для этого необходимо предложить адекватные математические модели сложных натуральных течений и дождаться появления компьютеров с производительностью, на порядки превосходящей мощности современных суперкомпьютеров [4].

Известные методы решения рассматриваемой задачи базируются на ряде упрощений [5, 6]. Основным из них является допущение (гипотеза) о независимости сил различной физической природы и их представлении в виде суммы независимых гид-

ростатических, инерционных, вязких, волновых и гидрофизических составляющих:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{ГС} + \mathbf{R}_{ин} + \mathbf{R}_{вязк} + \mathbf{R}_{волн} + \mathbf{R}_{ГФ};$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{ГС} + \mathbf{M}_{ин} + \mathbf{M}_{вязк} + \mathbf{M}_{волн} + \mathbf{M}_{ГФ}.$$

В этом представлении под волновыми понимаются реакции, создаваемые поверхностным волнением, гидрофизические силы могут вызываться подводными течениями и внутренним волнением, а гидростатические — включать составляющую, обусловленную неоднородностью поля плотности жидкости.

Гипотеза позволяет для нахождения составляющих реакций применять различные методы гидродинамики — расчетные, сочетающие теоретические и полуэмпирические модели, экспериментальные и численные. На практике в расчетах динамики морских объектов используют их комбинацию [6]. Например, вязкие и волновые реакции находят полуэмпирическими методами, а инерционные — по приближенным теоретическим методам. Гидрофизические реакции от естественных внутренних волн вычисляют с использованием приближенных моделей, основанных на линейной теории качки корабля [5].

Развитие методов и моделей вычислительной гидродинамики, основанное в том числе и на росте производительности компьютеров, позволяет уже сейчас при определении части гидродинамических реакций отказаться от результатов физических опытов, заменив их данными вычислительных экспериментов.

При этом могут быть использованы модели различной степени сложности и вычислительной стоимости. Для обоснованного их выбора необходимо провести анализ вклада давлений и касательных напряжений в составляющие гидродинамических реакций. Такой анализ показывает, что касательные напряжения вносят заметный вклад, главным образом, в вязкие силы и моменты. При этом инерционные, волновые и гидрофизические реакции, обусловленные внутренним волнением, формируются, в первую очередь, гидродинамическими давлениями. С учетом этого гидродинамические реакции можно представить в приближенной форме с указанием напряжения, которое будет учитываться при их определении:

$$\mathbf{R}(p, \tau) \approx \mathbf{R}(p)_{ГС} + \mathbf{R}(p)_{ин} + \mathbf{R}(p, \tau)_{вязк} + \mathbf{R}(p)_{волн} + \mathbf{R}(p)_{ГФ};$$

$$\mathbf{M}(p, \tau) \approx \mathbf{M}(p)_{ГС} + \mathbf{M}(p)_{ин} + \mathbf{M}(p, \tau)_{вязк} + \mathbf{M}(p)_{волн} + \mathbf{M}(p)_{ГФ}.$$

В дальнейшем рассмотрим определение инерционных, вязких и гидрофизических реакций методами вычислительной гидродинамики, полагая,

что силы от поверхностного волнения определяют по другим методикам.

Если проанализировать роль касательных напряжений  $\tau$  для отдельных проекций вязких реакций, то окажется, что они вносят существенный вклад только в создание силы сопротивления и момент крена, а на остальные реакции их воздействие не велико. Тогда, используя орты осей скоростной системы  $i, j, k$ , вязкие гидродинамические реакции приближенно можно представить в виде

$$\mathbf{R}(p, \tau)_{\text{вязк}} \approx \mathbf{R}(p, \tau)_{x\text{вязк}} \mathbf{i} + \mathbf{R}(p)_{y\text{вязк}} \mathbf{j} + \mathbf{R}(p)_{z\text{вязк}} \mathbf{k};$$

$$\mathbf{M}(p, \tau)_{\text{вязк}} \approx M(p, \tau)_{x\text{вязк}} \mathbf{i} + M(p)_{y\text{вязк}} \mathbf{j} + M(p)_{z\text{вязк}} \mathbf{k}.$$

Исключив влияние трения на часть гидродинамических реакций, необходимо помнить, что вязкость жидкости вызывает не только эти напряжения, но и воздействует на гидродинамические давления, что и будет учитываться в предлагаемой модели, основанной на следующих положениях:

- жидкость считается невязкой, а течение — потенциальным;
- влияние вязкости на гидродинамические силы (кроме силы сопротивления и момента крена) формируется продольными вихрями пограничного слоя и следа и моделируется введением в невязкий поток системы дискретных вихревых нитей;
- объект не оказывает обратного влияния на естественные гидрофизические поля скорости, плотности, давления;
- конечная по глубине область изменения плотности жидкости (пикноклин) имитируется двухслойной моделью, в которой это изменение происходит скачкообразно.

Если назвать эту модель потенциальной (по классу течений), то в определяемые с ее помощью реакции  $\mathbf{R}_{\text{пот}}$  и  $\mathbf{M}_{\text{пот}}$  войдут следующие составляющие:

$$\mathbf{R}_{\text{пот}}(p) = \mathbf{R}(p)_{\text{ГС}} + \mathbf{R}(p)_{\text{ин}} + R(p)_{y\text{вязк}} \mathbf{j} + R(p)_{z\text{вязк}} \mathbf{k} + \mathbf{R}(p)_{\text{ГФ}};$$

$$\mathbf{M}_{\text{пот}}(p) = \mathbf{M}(p)_{\text{ГС}} + \mathbf{M}(p)_{\text{ин}} + M(p)_{y\text{вязк}} \mathbf{j} + M(p)_{z\text{вязк}} \mathbf{k} + \mathbf{M}(p)_{\text{ГФ}}.$$

Вне рамок этой модели остаются гидродинамические реакции, на которые большое воздействие оказывают касательные напряжения. Для их определения предлагается использовать модель турбулентных течений, основанную на методе крупных вихрей (*Large Eddy Simulation, LES*), описанную ниже.

Эта модель позволяет получить базу данных о силе вязкостного сопротивления и моменте крена в виде их дискретных значений для различных значений углов атаки и дрейфа, хорошо согласующиеся с экспериментальными результатами. Получаемая база данных заменяет экспериментальные данные при решении уравнений движения объекта (1). Непосредственное использование LES-модели при

интегрировании этих уравнений в настоящее время нецелесообразно вследствие высокой вычислительной стоимости расчетов.

Вычислительный эксперимент на основе этой модели позволил обосновать допущение о пренебрежимо малом влиянии вызванного внутреннего волнения на гидрофизические реакции, за исключением силы сопротивления. Расчеты показали, что на эллипсоиде, движущемся вблизи пикноклина с различными углами атаки, дополнительная подъемная сила и продольный момент, вызванные этим волнением, отличаются от своих же значений в безграничной жидкости всего на несколько процентов [7].

В потенциальной численной модели вытесняющее воздействие объекта на жидкость имитируется с помощью простого слоя (гидродинамические источники), распределенного по его поверхности, а влияние вязкости на поля скоростей и давлений — системой дискретных вихревых нитей, располагающихся по линиям тока вблизи корпуса и в следе за ним. Два свободных параметра этой системы — интенсивность вихрей и положение ее начала — определяются по данным расчета безвихревого обтекания корпуса, что делает предлагаемую модель замкнутой, не требующей привлечения дополнительной информации из других источников. Это является ее принципиальным преимуществом по сравнению с известными полуэмпирическими моделями, в которых замыкание происходит с использованием данных физического моделирования.

Предложенная модель, более подробно описанная в работе [4], является аналогом классической модели Жуковского—Чаплыгина для крыльев и позволяет рассчитать подъемную силу и другие реакции на удлиненных телах с плавными обводами, для которых применение методов теории крыла неэффективно. Полученные с ее помощью результаты для движения различных тел в однородной жидкости удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [8].

В качестве модели внутренней волны используется модифицированная двухслойная модель Л. Н. Сретенского [9]. Этот выбор объясняется тем, что именно в этих условиях образуются высокочастотные внутренние волны, оказывающие наибольшее воздействие на морские объекты [5].

Для нахождения интенсивности простого слоя  $q$  на поверхности объекта  $S$  используется граничное интегральное уравнение типа Фредгольма второго рода

$$2\pi q(P) + \int_S q(Q) \frac{\mathbf{r}_n}{r^3} dS = (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_0 - \mathbf{W}_{\text{вихр}} - \mathbf{U}_{\text{в.в}} - \mathbf{U}_{\text{п.т}}) \cdot \mathbf{n},$$

где  $\mathbf{r}_0$  — радиус-вектор контрольной точки  $P \in S$  относительно начала координат связанной системы;

$Q \in S$  — текущая точка;  $\mathbf{r} = |\vec{QP}|$ ,  $\mathbf{W}_{\text{вихр}}$ ,  $\mathbf{U}_{\text{в.в}}$ ,  $\mathbf{U}_{\text{п.т}}$  — скорости, вызванные вихревой системой, внутренним волнением и подводным течением соответственно;  $\mathbf{n}$  — орт внешней нормали к  $S$ .

Решение этого уравнения осуществляется с помощью итерационной процедуры и специальных вычислительных приемов для расчета несобственных интегралов. Давления находятся с помощью интеграла Коши—Лагранжа, а силы и моменты — их интегрированием по поверхности объекта.

Предложенная модель позволяет определить гидродинамические давления и силы без разделения на инерционные, вязкие и волновые составляющие при одновременном учете нестационарного движения объекта, вязкости, внутреннего волнения, под-

водных течений и стратификации жидкости. Другим достоинством модели является низкая вычислительная стоимость: время расчета для одного мгновенного положения объекта в зависимости от параметров расчетной сетки составляет от одной до четырех секунд.

Сравнение результатов серийных вычислительных экспериментов с данными других авторов [5] показало их качественное согласование. Вместе с тем количественные оценки в ряде случаев заметно расходятся, что можно объяснить в том числе и большей строгостью предлагаемой модели.

В качестве примера на рис. 3 приведены графики изменения во времени четырех гидродинамических реакций в процессе движения объекта длиной 100 м на циркуляции в поле внутренней волны дли-

ной 400 м и амплитудой 5 м. Видно, что волнение оказывает весьма сложное силовое воздействие, заметно усложняющее управление объектом.

### 3. Канал численного моделирования гидрофизических полей

Сложность рассматриваемых течений, обусловленная взаимодействием турбулентных и волновых процессов в стратифицированной жидкости, требует привлечения наиболее полных современных моделей вязких течений. Как уже было сказано, авторы выбрали модель, основанную на уравнениях метода крупных вихрей, которые получают осреднением уравнений Навье—Стокса по объему с помощью специальной процедуры, называемой пространственной фильтрацией [4]:

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = \\ = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где знак "—" означает осреднение по пространству;  $u_i$  — проекции вектора скорости жидкости на оси координат;  $i, j$  — индексы этих осей (при записи этих уравнений используется правило Эйнштейна

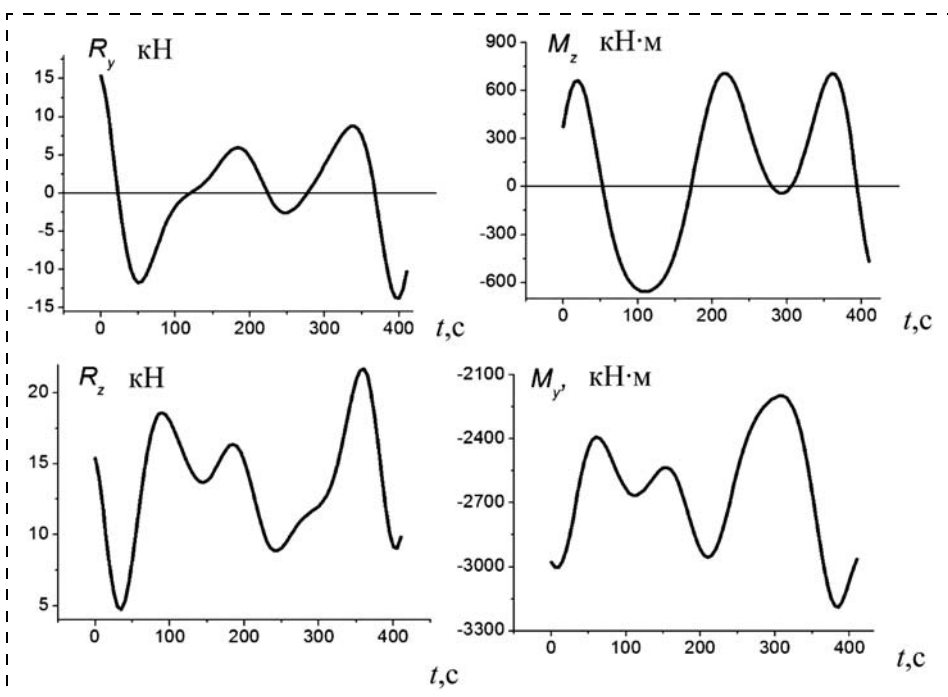


Рис. 3. Гидродинамические реакции при движении объекта на циркуляции (радиус циркуляции 200 м,  $V_0 = 3$  м/с, шаг по времени 5 с, угловая скорость  $\omega = 0,015$  1/с, глубина погружения под пикноклин 20 м)

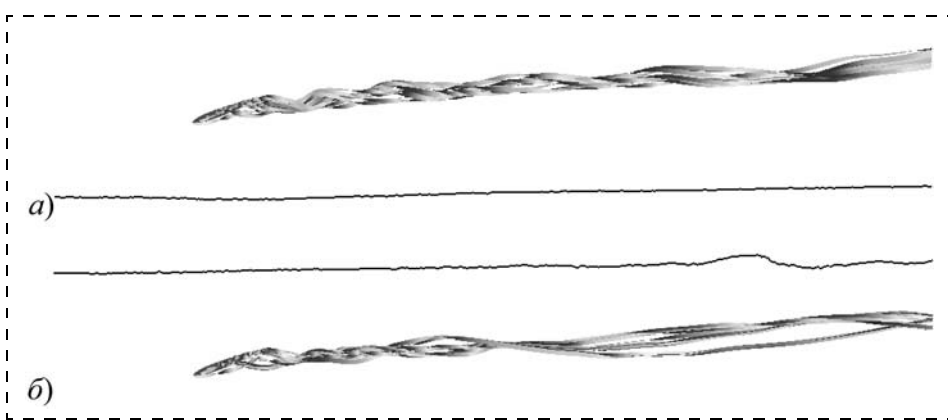


Рис. 4. Взаимодействие подводного крыла с границей раздела плотности жидкости: а — всплытие вихревого следа при движении над пикноклином; б — экранирование вихревого следа пикноклином при движении крыла под ним



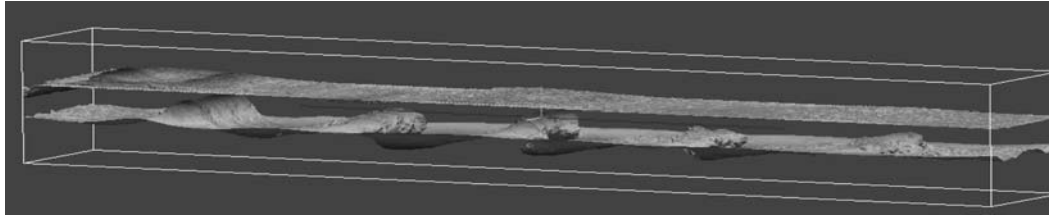


Рис. 5. Взаимодействие поверхностных и внутренних волн

о суммировании по повторяющимся индексам);  $\mu$  — динамическая вязкость.

Входящий в эти уравнения неизвестный тензор подсеточных напряжений  $\tau_{ij}$  находится с помощью специальных моделей, которые делятся на два класса: модели добавочной вязкости и модели синтетических полей. Авторы применили одну из моделей добавочной вязкости — модель Смагоринского [4].

Для стратифицированной жидкости уравнения (2) необходимо дополнить уравнениями переноса плотности

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D \left( \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_j} \right) - J_j^{SGS} \right];$$

$$\bar{f} = \frac{\rho - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}}; J_j^{SGS} = D \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_j}.$$

Представленная модель реализована в пакете прикладных программ корабельной гидродинамики и гидрофизики *FlowFES*. Проведенные с его помощью вычислительные эксперименты подтвердили ряд известных экспериментальных фактов [7—10] и позволили получить некоторые новые научные результаты.

В качестве примера на рис. 4, а и 4, б показана картина течения при движении крыла соответственно над и под слоем скачка плотности. В первом случае граница раздела не оказывает влияние на развитие вихревого следа, беспрепятственно всплывающего к свободной поверхности. При движении под пикноклином вихревой след не может подняться вверх, но на границе раздела возникают и разрушаются нелинейные внутренние волны, что приводит к заметной генерации турбулентной энергии. Отмеченные явления могут создавать существенные аномалии естественной турбулентности и вызывать возмущения на свободной поверхности жидкости.

В частности, внутренние волны могут создавать на взволнованной свободной поверхности особые области — слики, в которых происходит "выглаживание" мелкой ряби. На рис. 5 представлена компьютерная картина возникновения под действием специального волнопродуктора поверхностных волн и вызываемых ими внутренних волн заметно большей высоты. Численное моделирование позволяет

обнаружить на свободной поверхности слики, что указывает на возможность исследования этого явления с помощью LES-модели.

### Заключение

В результате проведенных вычислительных экспериментов и анализа полученных результатов подтверждены:

- адекватность и низкая вычислительная стоимость потенциальной модели прогнозирования гидродинамических реакций МПО в условиях внутреннего волнения и подводных течений, обеспечивающие возможность ее прямого включения в процессе интегрирования уравнений движения в составе блока динамики тренажера;
- возможность использования LES-модели турбулентных течений для получения базы данных по силе вязкостного сопротивления и момента крена МПО, используемой для расчета движения объекта в составе тренажера;
- эффективность LES-модели турбулентных стратифицированных течений для численного исследования взаимодействия МПО с натурными гидрофизическими полями;
- обоснованность использования разработанных моделей и программных комплексов в тренажере "Управление скрытностью и движением МПО".

### Список литературы

1. Якушенко Е. И., Гурьев Ю. В. Бортовой информационно-измерительный комплекс — перспективное решение задач обеспечения скрытности и защиты морских объектов // Матер. Пятой междунар. конф. NSN'2009 "Военно-морской флот и судостроение в современных условиях". СПб.: ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова, 2009. С. 275—279.
2. Гурьев Ю. В., Ткаченко И. В., Якушенко Е. И. Информационное обеспечение компьютерных систем управления физическими полями подводных объектов // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2012. Т. 5. № 2. С. 83—89.
3. Якушенко Е. И., Гурьев Ю. В., Ткаченко И. В., Эйдук В. И., Васильев С. Н., Добровидов А. В., Кулида Е. Л., Маслов Е. П., Вишнеvский А. М., Шлемов Ю. Ф. Бортовой комплекс управления скрытностью морских подводных объектов с оперативно-советующей системой // Матер. 7-й Всеросс. науч.-практ. Конф. "Перспективные системы и задачи управления". Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012. С. 261—271.
4. Гурьев Ю. В., Ткаченко И. В. Компьютерные технологии в корабельной гидродинамике: монография. СПб.: Военно-морской инженерный институт, 2010. 326 с.
5. Отчет по НИР "Аномалия-НЦ" "Теоретические и лабораторные исследования по определению степени влияния ано-

мальных природных факторов на подвижные морские объекты". СПб.: СПб НЦ РАН, 2006.

6. Гурьев Ю. В., Слуцкая М. З., Ткаченко И. В. Гидродинамические проблемы создания компьютерных тренажеров морских объектов и пути их решения // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2008. № 2. С. 29–44.

7. Гурьев Ю. В., Ткаченко И. В. Структура течения за погруженным телом вблизи пикноклина // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2010. № 1. С. 22–31.

8. Гурьев Ю. В., Ткаченко И. В. Моделирование гидродинамических реакций, действующих на подводные объекты, методами вязкой и невязкой жидкости // *Труд. НТК "Проблемы*

мореходных качеств судов и корабельной гидромеханики", ХЛІ Крыловские чтения. СПб., 2003. С. 43–51.

9. Гурьев Ю. В., Перегудин С. И., Слуцкая М. З., Ткаченко И. В., Якушенко Е. И. Компьютерное моделирование влияния реальных гидрофизических условий на гидродинамику подводных объектов // *Труд. XI Всеросс. конф. "Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики"*. СПб.: Наука, 2012. С. 242–245.

10. Гурьев Ю. В., Ткаченко И. В., Якушенко Е. И. Влияние жидких границ на обтекание крыла малого удлинения // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2011. № 6. С. 69–81.

УДК 629.7.018.4:621.3

**В. И. Клепцов**, зам. начальника отдела,  
kleptsov@beriev.com,

ОАО "ТАНТК им. Г. М. Бериева",

**В. Н. Котов**, канд. техн. наук, зам. директора,  
mvs@mvs.sfedu.ru,

**И. П. Щербинин**, вед. конструктор,  
ivan\_tech@mail.ra,

НИИ многопроцессорных вычислительных систем  
имени академика А. В. Каляева  
Южного федерального университета

## **Модернизация метода определения частот и форм колебаний самолета в полете на основе использования современной цифровой распределенной мониторинговой системы бортового документирования**

*Предложен новый подход к исследованию динамических свойств самолетов в полете в рамках метода определения частот и форм колебаний самолета при широкополосном внешнем воздействии с использованием современных технологий сбора и обработки данных.*

**Ключевые слова:** исследования динамических свойств самолета, летные испытания, распределенные системы сбора данных

### **Введение**

Исследование и контроль динамических свойств конструкций воздушных судов являются одним из ключевых этапов при разработке новых типов самолетов, а также при доработке (модификации) конструкции существующих средств авиационной техники, например, в случае размещения на них специализированного оборудования. В ходе исследования и контроля динамических свойств конструкций решаются задачи уточнения расчетной динамической схемы летательного аппарата или его агрегатов, сравнения характеристик натурального об-

разца летательного аппарата с его динамически-подобной моделью (ДПМ), проверки стабильности характеристик серийных образцов после периода эксплуатации и др. Целью проведения данных работ является обеспечение защиты летательного аппарата от флаттера и других опасных колебаний в полете, выявление уровня динамических нагрузок и т. д. В ходе исследований определяются спектр собственных частот (в ограниченном частотном диапазоне), собственные формы колебаний (для некоторых измеренных частот), декременты колебаний и обобщенные массы наиболее важных (в первую очередь низших по частоте) собственных тонов, а также измеряются амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики планера летательного аппарата. Кроме того, при проведении доработок воздушных судов в ходе исследований дополнительно могут решаться задачи определения квазистатических точек в конструкции для размещения в них специализированной аппаратуры.

Для получения адекватных результатов все исследование должно в обязательном порядке проводиться в несколько этапов. Начальный этап — это расчетные работы, изготовление и испытание в аэродинамической трубе динамически подобной модели, далее — наземные частотные испытания (НЧИ) натурального образца, представляющие собой резонансные испытания (от латинского *resono* — откликаюсь) летательного аппарата (и его частей), заключающиеся в возбуждении и измерении вибраций (преимущественно гармонических) для определения характеристик собственных колебаний испытываемого объекта. Заключительным этапом является исследование динамических свойств в ходе проведения летных испытаний. Необходимость выполнения заключительного этапа становится понятной после анализа результатов всех предшествующих этапов. Если схема летательного аппарата традиционная, имеется опыт эксплуатации прототипа, расчетная скорость флаттера находится далеко за пределами эксплуатационного диапазона скоростей, то авиационные власти не настаивают на проведении летных испытаний. Когда появляется принципиально новая конструкция или изменения, внесенные в конструкцию, существенно

меняют ее динамические характеристики, летные испытания обязательны. Объектами испытаний на данном этапе являются экспериментальные воздушные суда — опытные самолеты или самолеты в статусе "летающая лаборатория".

Методики и аппаратное обеспечение наземных резонансных испытаний на данный момент достаточно хорошо отработаны и эффективно применяются. В то же время для реализации исследований в полете методы и аппаратное обеспечение резонансных испытаний не могут быть использованы по объективным причинам. Ранее для динамических исследований в полете применяли методы воздействия управляемыми пороховыми зарядами либо импульсного воздействия рулевыми поверхностями, но эти методы широкого распространения не получили из-за высокой стоимости, сложности реализации и слабой эффективности их применения. Отдельно необходимо отметить метод, не предполагающий специальных детерминированных воздействий на элементы конструкции объекта, а основанный на сборе и анализе реакции конструкции на возмущения, вызванные условиями полета, при этом возмущения в рамках метода считаются широкополосными равномерными (далее по тексту — метод анализа реакции на широкополосное воздействие, или метод АРШВ). Несмотря на кажущуюся простоту метода АРШВ, реализация его на практике не отличалась высокой эффективностью из-за отсутствия до последнего времени надлежащего инструментария, позволяющего проводить многопараметрический сбор и обработку данных с допустимым уровнем влияния на исследуемый объект при адекватном времени проведения испытаний. Таким образом, на настоящий момент отсутствуют эффективные методы, позволяющие проводить динамические испытания самолета в полете в том же объеме и на том же качественном уровне, что и наземные резонансные испытания.

### Модернизированный метод АРШВ

Анализ существующих методов динамических испытаний самолета в полете показывает, что наиболее перспективным с точки зрения дальнейшего развития и повышения эффективности с учетом современных достижений в технологии сбора и обработки данных состояния физических объектов является метод АРШВ.

Сущность данного метода заключается в исследовании реакции конструкции на случайное атмосферное возмущение (при горизонтальном полете с постоянными высотой и скоростью) и импульсное возмущение (резкое отклонение органов управления с возвращением в исходное положение). Исследование выполняется путем анализа спектрального состава колебаний по данным от установленных на элементах конструкции датчиков перегрузок и вибраций. Отображение колебательного процесса в частотную область выполняется с помощью алго-

ритма БПФ. В текущей практике применения метода АРШВ симметричные и антисимметричные тоны колебаний крыла разделяли с помощью обработки показаний симметрично расположенных на левой и правой консолях датчиков перегрузок. Анализ заключался в совместном рассмотрении четырех графиков спектральной плотности мощности: двух сигналов от датчиков, а также двух сигналов, являющихся суммой и разностью сигналов от датчиков. Вывод о наличии симметричных колебаний делался на основе наличия в спектрах сигналов датчиков гармоник с одинаковой частотой и мощностью, при росте мощности на данной частоте в спектре сигнала суммы показаний датчиков, при падении мощности на данной частоте в спектре сигнала разности показаний датчиков. В случае антисимметричных колебаний рост мощности присутствует в сигнале разности показаний датчиков, в сигнале суммы наблюдается снижение мощности. Область применения этой методики ограничена теми случаями, когда конструктивные особенности объекта испытаний позволяют выполнить установку датчиков в местах с одинаковым откликом (перемещением). Это, как правило, изгибные формы колебаний с известными заранее узлами. При кручении кессона крыла местное положение оси жесткости может не совпадать с серединой дистанции лонжеронов, на которых могут быть установлены датчики. Кроме этого, конструктивное и аэродинамическое демпфирование колебаний способно сместить фазу сигналов датчиков, установленных на разных агрегатах самолета, от  $0^\circ$  или  $180^\circ$ , что приведет к неверным выводам по результатам обработки. Для расширения области применения и повышения качества результатов исследования необходима модернизация метода АРШВ.

Подготовка исходных данных в модернизированном методе не отличается от использовавшихся ранее способов обработки цифровых сигналов. Показания каждого датчика необходимо сгладить и центрировать с использованием алгоритма скользящего среднего:

$$X_{c_i} = X_i - m_{X_i}, \quad (1)$$

где  $X_{c_i}$  — значение сглаженного процесса;  $X_i$  — значение исходного процесса;  $i$  — номер осредняемой точки,  $i = 1, 2, 3, \dots, N - k + 1$ ;  $N$  — число значений  $X$  в массиве;  $k$  — размер окна сглаживания;  $m_{X_i}$  — матожидание в пределах окна сглаживания,

$$m_{X_i} = \frac{1}{k} \sum_{j=i}^{k+i-1} X_j. \quad (2)$$

Цель этой процедуры — удаление трендов, т. е. разрушение периодических составляющих сигнала с частотами, меньшими левой границы исследуемого частотного диапазона.

Расчет спектральной плотности мощности целесообразно проводить для сглаженного процесса, скорректированного весовой функцией Ханна:

$$\hat{X}_r = \varphi_r X_r, \quad (3)$$

где  $r = 0, \dots, N - 1$ ;

$$\varphi_r = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi r}{N-1}\right) \right); \quad (4)$$

$X_r$  — значение исходного процесса;  $\hat{X}_r$  — взвешенные значения процесса. Оценка спектральной плотности

$$G^*(f) = \frac{8}{3} \cdot \frac{2\Delta t}{N} \left| \sum_{r=0}^{N-1} \hat{X}_r e^{-i\frac{2\pi kr}{N}} \right|^2, \quad (5)$$

где  $k = 0, \dots, \frac{N}{2} - 1$ ,  $f$  — частота гармонической составляющей спектра.

В модернизированном методе АРШВ предлагается выполнять корреляционный анализ данных, в рамках которого проводится оценка комплексного взаимного спектра по формуле

$$G_{AB}^*(f) = C \bar{A}_k B_k, \quad (6)$$

где  $\bar{A}_k$  — выражение, комплексно сопряженное

с  $A_k = \left( \sum_{r=0}^{N-1} \hat{X}_r e^{-j\frac{2\pi kr}{N}} \right) \Delta t$ ;  $A_k, B_k$  — коэффициенты преобразования Фурье;

$$C = \begin{cases} 1 & \text{для } k = 0, \\ 2 & \text{для } k > 0. \end{cases}$$

Определяется модуль (квадратурная составляющая взаимного спектра) по формуле

$$\text{mod } G_{AB}^*(f) = |G_{AB}(f)| = \sqrt{\text{Re } G_{AB}^2(f) + \text{Im } G_{AB}^2(f)} \quad (7)$$

и находится разность фаз (синфазная составляющая взаимного спектра) по формуле

$$\text{fas } G_{AB}^*(f) = \text{arctg} \frac{\text{Im } G_{AB}^2(f)}{\text{Re } G_{AB}^2(f)} + n\pi, \quad (8)$$

где  $n = \begin{cases} 0 & \text{для I и IV квадрантов (Re } G_{AB}^* > 0); \\ 1 & \text{для II квадранта (Re } G_{AB}^* < 0, \text{Im } G_{AB}^* \geq 0); \\ -1 & \text{для III квадранта (Re } G_{AB}^* < 0, \text{Im } G_{AB}^* < 0). \end{cases}$

Таким образом, применение модернизированного метода АРШВ позволяет после получения графиков спектральной плотности мощности и

взаимных спектров формализовать условия существования симметричных и антисимметричных колебаний, что делает возможным применение программных средств для автоматической проверки динамических свойств в заданном частотном диапазоне с формированием справки-отчета в установленной пользователем форме. Кроме того, отличительной особенностью модернизированного метода является возможность обработки данных от большого массива датчиков, расположенных достаточно произвольным образом.

Сложность практической реализации предложенной модернизации метода в настоящий момент обусловлена следующими ограничениями существующих систем сбора и обработки данных:

- ограниченное число одновременно собираемых или обрабатываемых параметров с отсутствием возможности корреляционной автоматической обработки данных;
- влияние систем сбора и обработки данных на исследуемые процессы, обусловленное структурной организацией существующих систем с аналоговым представлением параметров, вплоть до окончательного преобразователя, а также большими массами и габаритными размерами первичных преобразователей.

Реализация модернизированного метода АРШВ возможна за счет применения современных распределенных автоматизированных средств сбора и обработки данных. Для устранения указанных ограничений в рамках модернизированного метода АРШВ к системе сбора данных предъявляются следующие требования:

- увеличение числа и повышение точности одновременно измеряемых физических параметров, определяющих динамические свойства конструкции исследуемого объекта;
- минимизация влияния используемых инструментальных средств сбора данных на протекающие физические процессы;
- снижение влияния человеческого фактора, сокращение времени обработки и реализация сложных многопараметрических корреляционных алгоритмов обработки путем максимальной автоматизации процесса обработки и анализа информации.

### Реализация модернизированного метода

Сформулированные требования содержат в себе ряд противоречий: с одной стороны, для повышения числа фиксируемых параметров и точности их измерения присутствие средств сбора данных должно быть всеобъемлющим, с другой стороны, присутствующие средства сбора данных никак не должны влиять на протекающие физические процессы; с одной стороны, для повышения точности измерения тракты преобразования сигнала необходимо разместить в непосредственной близости от точек съема информации, а с другой стороны, опять же,

для того, чтобы повысить точность, желательно обеспечить более мягкие условия эксплуатации элементов систем бортового документирования (СБД) в части внешних воздействующих факторов, а также сократить их паразитное влияние на измеряемую величину. Разрешить указанные противоречия, а вернее сказать, максимально их сгладить возможно за счет применения наиболее прогрессивных на современном этапе методов структурной организации, конструктивно-технических решений, технологий и элементной базы.

Анализ возможных вариантов структурной организации современных бортовых систем сбора и обработки данных (СБД) показывает, что наиболее перспективным является комбинированный подход к формированию структуры СБД, позволяющий максимально полно учесть все особенности функционирования и ограничения, устанавливаемые средой применения [4]. Использование комбинированных структур при построении распределенных систем сбора и обработки данных наряду с применением современной элементной базы позволяет оптимальным образом разрешить указанные выше противоречия.

Анализ требований применения СБД при динамических испытаниях объекта позволяет укрупнено сформулировать следующие основные функции СБД:

- функции непосредственного измерения, т. е. преобразования физической величины в эквивалентный электрический сигнал;
- функции преобразования (нормализации);
- функции накопления всей измерительной информации;
- функции настройки и управления;
- функции ограничения критических режимов, обеспечивающие экспресс-анализ измерительной информации и включение блокировок в экстремальных режимах для предотвращения аварийных ситуаций и повреждения оборудования;
- функции визуализации, реализующие интерфейс с оператором;
- функции обработки измерительной информации в целях определения динамических свойств конструкции.

Данные функции целесообразно распределять следующим образом. Те функции, которые связаны непосредственно с процессом измерения и обработки (нормализации), очевидно, должны быть расположены максимально близко к точкам измерения, т. е. фактически должны размещаться в датчике. При этом необходимо определить объем первичной обработки. С одной стороны, обработку желательно выполнять вплоть до аналого-цифрового преобразования включительно, с другой стороны, реализация полного прецизионного тракта обработки в датчике не всегда технически выполнима или целесообразна, в частности, это касается датчиков контроля высокочастотных физических величин, где часто невозможна одновременная реализация тракта обработки с необходимыми ка-

чественными показателями и в необходимых массогабаритных параметрах, обеспечивающих минимальное влияние на измеряемую величину. Таким образом, функции измерения и первичной обработки могут размещаться как в датчиках, так и в специальных блоках преобразования сигналов, расположенных в непосредственной близости от точек съема информации. Для повышения оперативности реакции на события функции ограничения критических режимов размещают также в блоках преобразования сигналов.

В свою очередь, функции накопления, визуализации и обработки информации могут быть вынесены из экстремальной зоны и размещаться в устройствах, устанавливаемых в местах минимального воздействия внешних возмущающих факторов, в целях обеспечения максимальной надежности хранения данных, а также удобства работы оператора.

Функции настройки и управления в той или иной мере распределяются между всеми элементами системы, в зависимости от целевых задач данных функций.

В соответствии с вышеизложенным предлагается обобщенная комбинированная распределенная структура СБД, представленная на рис. 1 (см. вторую сторону обложки).

ДФВ, БПС и БСПИ размещаются непосредственно в техническом отсеке в зоне измерений, УНУК удален из зоны измерений и располагается в отсеке экипажа на рабочем месте оператора.

Представленная общая структура поддерживает реализацию перспективных базовых принципов построения СБД [4] и, как следствие, обеспечивает:

- простое масштабирование СБД;
- построение распределенной СБД на основе унифицированных блоков (рис. 2, см. вторую сторону обложки);
- реализацию перспективных технологий по представлению, передаче и хранению данных.

Применение предложенной СБД, обеспечивающей реализацию модернизированного метода АРШВ, позволяет получить следующие преимущества при проведении летных динамических испытаний:

- возможность организации многопараметрического сбора данных, при этом датчики могут быть установлены не только в точках, обеспечивающих фиксацию основных форм колебаний, но и в дополнительных точках, обеспечивая углубленный анализ;
- корреляционный анализ с возможностью исследования данных с фазовым сдвигом  $0...360^\circ$ ;
- увеличение порядка рассматриваемых и изучаемых тонов собственных колебаний конструкции;
- сокращение общего времени испытаний.

Необходимо также особо отметить, что такие специфические характеристики СБД, как малые габаритные размеры, масса, длина коммутационных линий связи и распределенность системы по борту, позволяют не демонтировать систему после

проведения испытаний и внести ее в состав штатного оборудования самолета в целях контроля технических характеристик объекта в течение всего его жизненного цикла.

### Апробация предложенного подхода

На основе предложенной структуры были разработаны и изготовлены унифицированные составные элементы СБД, позволяющие проводить летные динамические испытания широкого класса объектов. Программно-аппаратное обеспечение разработанной СБД позволяет реализовать следующие функции:

- сбор и обработку данных по перегрузкам и в диапазоне воздействий  $\pm 10 g$  и вибрациям с частотой воздействий до 2 кГц;
- сбор и обработку данных по пульсациям воздушных потоков в диапазоне от 0 до 20 кПа с частотой воздействия до 1 кГц;
- сбор и обработку данных по температуре в диапазоне от  $-50...+90$  °С;
- сбор и обработку данных по абсолютным значениям давления/разрежения;
- сбор и обработку данных от штатных бортовых датчиков и блоков (подключение к СБД выполняется посредством стандартных цифровых интерфейсов связи).

Число измеряемых и обрабатываемых параметров определяется спецификой исследуемого объекта и может достигать нескольких сотен.

Для подтверждения эффективности предложенной модернизации метода АРШВ на основе использования современной СБД был выполнен ряд практических исследований. На первом этапе исследований для подтверждения работоспособности инструментария (системы СБД), применение которого положено в основу модернизации метода АРШВ, было выполнено тестирование на специализированном стенде (рис. 3).



Рис. 3. Стенд для проведения испытаний

Стенд оборудован системой плавного ручного регулирования частоты вращения электродвигателя. В пяти сечениях по длине балки установлены датчики перегрузок. Во время работы стенда сигналы от датчиков регистрировались и отображались на экране компьютера. По мере накопления необходимого объема данных (время накопления зависит от заданных параметров обработки) выполняли расчеты спектральных и корреляционных характеристик, заносили их в базу данных, проверяли выполнение логических условий.

Эта процедура повторялась непрерывно в процессе испытаний. В случае нахождения в базе данных записи, удовлетворяющей поставленным условиям, программное обеспечение выдавало отчет установленной формы с указанием обнаруженного тона изгибных колебаний, его частоты, амплитуд колебаний всех датчиков, фазовых соотношений между сигналами датчиков на данной частоте.

Таким образом, удалось зарегистрировать три первых изгибных тона балки. Результат был получен уже в ходе эксперимента. Использованное оборудование было признано работоспособным и допущено к дальнейшему тестированию во время наземных частотных испытаний (НЧИ) самолета параллельно с испытательным оборудованием ЦАГИ. На момент проведения НЧИ на самолете были штатно установлены и подключены датчики перегрузок СБД (21 шт., 34 канала измерений), и временно снаружи установлены вибродатчики ЦАГИ.

При проведении испытаний оценивали (качественно) значение и форму сигналов, наличие максимума показаний датчиков агрегата, к которому были подключены силовозбудители в момент прохождения резонансной частоты. Анализ записей перегрузок во время и после эксперимента показал, что реакция датчиков на возбуждение самолета адекватная, при синусоидальном возмущении форма сигналов близка к гармонической. Амплитуда вынужденных колебаний агрегатов самолета составляла до 0,35 g.

К конструкции прикладывали возбуждение двух типов: синусоидальное и полигармоническое. Расчет был проведен на участках времени, соответствующих полигармоническому возбуждению:

- крыла по изгибу (симметрично и несимметрично);
- стабилизатора (несимметрично);
- крыла по кручению (симметрично).

В ходе постобработки данных СБД были получены собственные частоты одиннадцати собственных форм колебаний. После составления отчета материалы были переданы в ЦАГИ и там проанализированы. В результате было отмечено, что результаты, полученные по показаниям СБД, не противоречат и близки к результатам наземных частотных испытаний, полученным по методике ЦАГИ.

На завершающем этапе исследования модернизированный метод АРШВ применяли при проведении летных испытаний. На объекте испытаний было размещено 54 трехкомпонентных датчика пе-

регрузок с регистрацией 83 каналов измерений. Оценку аэроупругой устойчивости осуществляли двумя методами: методом импульсного воздействия резким отклонением рулевых поверхностей и методом возмущения атмосферной турбулентностью.

На ряде высот были выполнены записи участков прямолинейного горизонтального установившегося полета в течение двух минут. Определение принадлежности периодической составляющей в показаниях датчиков к изгибной или крутильной форме обеспечивалось применением на одной дистанции датчиков на переднем и заднем лонжеронах. Диапазон фаз  $0...20^\circ$  при симметричных формах и  $180^\circ \pm 20^\circ$  при несимметричных вызван необходимостью вместить ошибки в определении фазы при малом уровне сигнала и при отыскании фаз сигналов датчиков, расположенных на разных агрегатах самолета. Подбор параметров обработки — размера порции БПФ, числа порций (окон), перекрытия — выполняли экспериментально. Всего математически были заданы 34 формы колебаний, из них 32 были определены. Присутствие найденных форм на различных высотах и скоростях не являлось постоянным.

Таким образом, практически была подтверждена возможность применения модернизированной методики для определения частот и форм колебаний самолета в полете.

### Заключение

1. Предложена модификация метода идентификации частот и форм колебаний самолета в полете под воздействием атмосферной турбулентности на основе анализа отклика конструкции на широкополосное возмущение с использованием современной цифровой распределенной мониторинговой системы бортового документирования. Отклик представляется как в виде спектрального разложения

показаний первичных преобразователей в конкретном месте установки на конструкции, так и в виде взаимных спектральных характеристик пар первичных преобразователей.

2. Показано, что применение современных принципов структурной организации, современной элементной базы и передовых технологий при построении СБД позволяет реализовать всеобъемлющий контроль параметров с минимальным влиянием на объект измерения, а также в значительной мере автоматизировать обработку показаний первичных преобразователей. Это означает увеличение объемов обрабатываемой информации при сокращении временных затрат и повышении качества результатов анализа.

3. Применение модернизированного метода АРШВ, наряду с традиционным, при летных испытаниях самолета показало, что формы вынужденных колебаний конструкции под воздействием атмосферного возмущения можно условно разделить на присутствующие постоянно и проявляющиеся периодически. Предпочтительно использование коротких (8...10 с) временных участков обработки наряду с их большим числом, обеспечивающим покрытие участка полета длительностью в несколько минут.

### Список литературы

1. Тейлор Дж. Нагрузки, действующие на самолет: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1971. 372 с.
2. Гудков А. И., Лешаков П. С. Методы и техника летных испытаний самолетов на прочность. М: Машиностроение, 1972. 470 с.
3. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ. М.: Мир, 1983. 312 с.
4. Отчет по СЧ НИР "Исследование путей создания и построение экспериментального образца измерительного комплекса для достоверной оценки влияния дестабилизирующих факторов полета" / В. Н. Котов, И. П. Щербинин, Ю. И. Иванов и др. Шифр "Кошта-МВС-2-4". Таганрог: Изд-во НИИ МВС ЮФУ, 2010. 172 с.

## ИНФОРМАЦИЯ



с 17 по 20 сентября 2013 в Санкт-Петербурге  
на базе ГНЦ РФ ОАО "Концерн "Электроприбор"  
состоится симпозиум международной ассоциации по геодезии (IAG)

## "Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижном и подвижном основаниях"

### Тематика конференции

- ◆ Средства и методы наземных абсолютных и относительных измерений гравитационного поля на неподвижных и подвижных основаниях.
- ◆ Абсолютные баллистические гравиметры и относительные гравиметры.
- ◆ Гравитационные градиентометры.
- ◆ Новые результаты измерений гравиметрических сетей, новые гравиметрические сети и измерения в новых районах.
- ◆ Вопросы метрологии в гравиметрии, результаты сличений абсолютных гравиметров и применения гравиметрии в метрологии.
- ◆ Стандартизация и базы данных абсолютных измерений гравитационного поля.
- ◆ Гравитационные эксперименты.

Подробную информацию о конференции см. сайте:  
<http://www.elektropribor.spb.ru/cnf/rconf>

**А. В. Никитин**, аспирант,  
xli@piis.kstu-kai.ru,

**В. В. Солдаткин**, докторант,

**В. М. Солдаткин**, д-р техн. наук, проф., зав. каф.,  
Казанский национальный исследовательский  
технический университет  
имени А. Н. Туполева — КАИ

## Система измерения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета

*Рассматриваются принципы построения и конструктивная схема неподвижного комбинированного аэрометрического приемника и алгоритмы обработки первичной информации системы измерения параметров вектора ветра на стоянке, при рулении и маневрировании по земной поверхности, при взлете, посадке и на режиме висения одновинтового вертолета.*

**Ключевые слова:** вертолет, стартовые и взлетно-посадочные режимы, вектор ветра, параметры, измерение, система, принципы построения, неподвижный комбинированный аэрометрический приемник, конструктивная схема, алгоритмы обработки первичной информации

### Введение

Анализ авиационных происшествий, связанных с одновинтовыми вертолетами, показывает [1], что значительная их часть обусловлена с опрокидыванием вертолета набором, соударением лопастей рулевого винта с земной поверхностью и другими происшествиями, вызванными отсутствием информации о фактических метеоусловиях — скорости и направлении вектора ветра относительно продольной оси вертолета на стоянке и на этапе запуска силовой установки, при рулении и маневрировании по земной поверхности, на режимах взлета, висения, снижения и посадки в условиях плохой визуальной видимости земной поверхности (стартовые режимы), при превышении летных ограничений на параметры вектора ветра, регламентированных Нормами летной годности (НЛГВ) и Руководством по летной эксплуатации вертолетов.

### Постановка задачи

Для повышения безопасности эксплуатации одновинтовых вертолетов необходимо на их борту устанавливать стартовую систему измерения параметров вектора ветра, обеспечивающую:

- измерение модуля  $W$  и направления  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  относительно продольной оси вертолета или продольной  $W_x$  и боковой  $W_z$  составляющих вектора  $\mathbf{W}$ , а также абсолютного давления  $P_{H_0}$  и температуры наружного воздуха

$T_{H_0}$  на высоте стоянки  $H_0$  до запуска силовой установки и раскрутки трансмиссии вертолета;

- измерение параметров вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  при запуске силовой установки, раскрутке трансмиссии и вращении несущего винта вертолета, в процессе руления и маневрирования по земной поверхности;
- измерение параметров вектора истинной воздушной скорости  $\mathbf{V}_B$  (модуля  $V_B$ , угла скольжения  $\beta$  и угла атаки  $\alpha$ ), абсолютной  $H$  и относительной  $H_{\text{отн}}$  высот и вертикальной скорости  $V_y = dH/dt$  при взлете и посадке, при снижении и заходе на посадку, определение продольной  $W_x$  и боковой  $W_z$  составляющих вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  на режиме висения при работе силовой установки, вращении несущего винта и работе автомата перекоса (взлетно-посадочные режимы).

Однако измерение параметров вектора скорости ветра на стоянке при запуске силовой установки, параметров истинной воздушной скорости и других воздушных сигналов на стартовых и взлетно-посадочных режимах бортовыми средствами, когда приемники первичной аэрометрической информации находятся в створе вихревой колонны несущего винта, затрудняется значительными аэродинамическими возмущениями, вносимыми индуктивным потоком несущего винта. При этом способность вертолета совершать движения вперед — назад, вправо — влево и связанный с этим пространственный характер воздушных потоков, воспринимаемых приемниками аэрометрической информации, ограничивает использование на вертолетах традиционных для самолетов систем измерения воздушных сигналов [2].

Одним из направлений расширения границы рабочих скоростей является использование для целей измерения информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта [3]. В ОАО "Ульяновское конструкторское бюро приборостроения" создана система воздушных сигналов вертолета СВС-В, построенная на основе свободно ориентированного приемника давлений, установленного на фюзеляже в зоне действия вихревой колонны несущего винта, который ориентируется по направлению результирующего набегающего воздушного потока с помощью двухступенного флюгера, вращающегося в кардановом подвесе [4]. Как показывает опыт применения СВС-В на одновинтовых вертолетах, нижняя граница рабочих скоростей системы определяется значением 30 км/ч и ограничивается малым флюгерным моментом и трением в опорах подвижной системы. Кроме того, наличие пневмоколлектора для съема воспринимаемых воздушных давлений и карданового подвеса флюгера ограничивает рабочий диапазон по углу скольжения, снижает надежность работы системы при резких аэродинамических возмущениях, например при пуске ракеты.



Известна система измерения воздушных параметров вертолета СИ ВПВ, разработанная ОАО "Аэроприбор-Восход" совместно с ЦАГИ, в которой два малогабаритных многофункциональных приемника воздушных давлений ПВД-44 установлены на неподвижном аэродинамическом профиле, образуя неподвижный модуль измерения воздушных параметров (МИВП), устанавливаемый на обоих бортах фюзеляжа или на хвостовой балке вертолета [5]. Система СИ ВПВ обеспечивает устойчивое измерение высотно-скоростных параметров вертолета при нахождении обоих МИВП вне зоны действия вихревой колонны несущей системы, но также в ограниченном диапазоне угла скольжения.

Необходимость панорамного измерения (в плоскости рыскания при изменении угла скольжения в диапазоне  $\pm 180^\circ$ ) при малых скоростях полета и на режиме висения обуславливает необходимость создания стартовой системы измерения параметров вектора ветра и вектора истинной воздушной скорости на стоянке, стартовых и взлетно-посадочных режимах, максимально учитывающей аэродинамику и динамику полета вертолета, а также удовлетворяющей предъявляемым требованиям по диапазонам рабочих скоростей и угла скольжения, по надежности работы в реальных условиях эксплуатации.

#### Принципы построения системы измерения параметров вектора ветра

С учетом специфики работы стартовой системы измерения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах одновинтового вертолета предложено построить ее на основе неподвижного многоканального пространственно распределенного (многофункционального) аэрометрического приемника с использованием информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта [6], конструктивная схема которого приведена на рис. 1.

Многофункциональный аэрометрический приемник содержит неподвижный многоканальный проточный аэрометрический приемник 1, выполненный в виде двух разнесенных по высоте экранирующих дисков 2 и 3, между внутренними профилированными поверхностями которых в азимутальной плоскости под одинаковыми углами расположены трубки полного давления 4 для забора давлений  $P_i$ , определяющих модуль  $W$  и горизонтальный угол направления  $\psi$  вектора скорости ветра  $W$  на стояночном режиме до запуска силовой установки несущего винта. На внутренних поверхностях экранирующих дисков 2 и 3 расположены кольцевые каналы 6 для забора дроселированного статического давления  $P_{ст.д}$

при наличии ветра. На внутренних профилированных поверхностях экранирующих дисков 2 и 3 расположены отверстия 5 для забора давлений  $P_{\alpha i}$  и  $P_{\alpha i-1}$ , определяющих угол ветра в вертикальной плоскости. Воспринимаемые неподвижным многоканальным проточным аэрометрическим приемником первичные информативные сигналы в виде давлений  $P_i$ ,  $P_{ст.д}$ ,  $P_{\alpha i}$ ,  $P_{\alpha i-1}$  позволяют определить модуль  $W$  и положение  $\psi$  вектора скорости ветра  $W$  относительно продольной оси вертолета или продольную  $W_x$  и боковую  $W_z$  составляющие вектора ветра на стоянке до запуска силовой установки и раскрутки трансмиссии.

Для восприятия аэрометрической информации при запуске силовой установки и раскрутке трансмиссии на режиме руления и маневрирования вертолета по Земле и на взлетно-посадочных (полетных) режимах, когда неподвижный многофункциональный аэрометрический приемник находится в створе вихревой колонны несущего винта, на наружной поверхности экранирующего диска 3 установлен дополнительный аэрометрический приемник 7 в виде полусферы с диаметром, равным диаметру верхнего экранирующего диска. На поверхности полусферы на оси симметрии расположено отверстие, являющееся приемником полного давления  $P_{п.д}$  результирующего воздушного потока вихревой

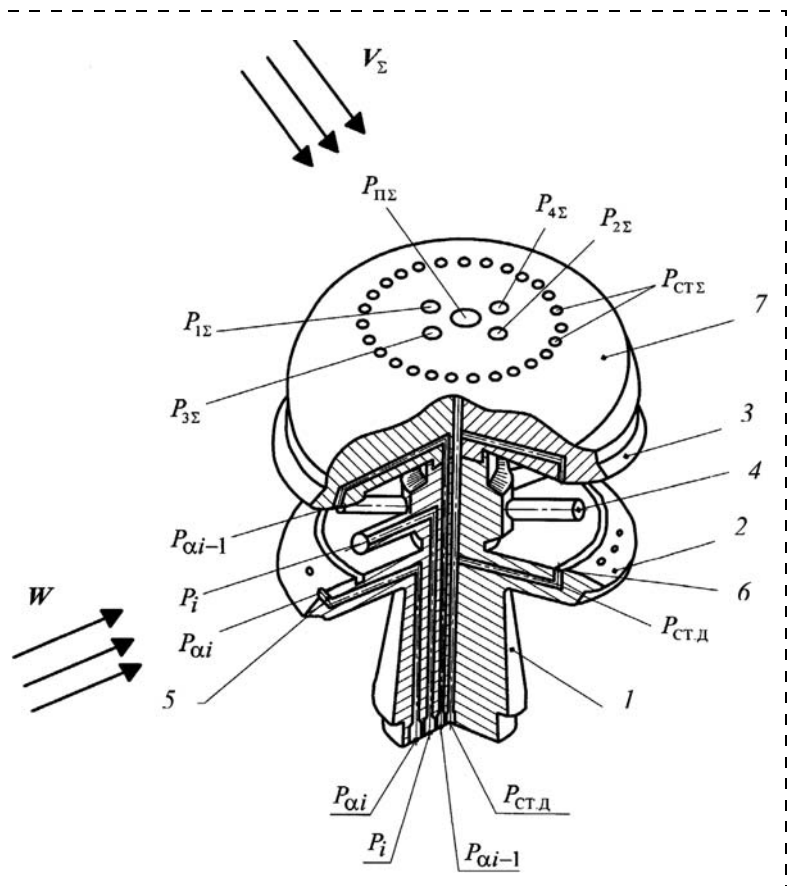


Рис. 1. Конструктивная схема неподвижного многофункционального аэрометрического приемника

колонны, определяемой вектором скорости  $V_{\Sigma}$ . В плоскости, параллельной плоскости симметрии вертолета, под углом  $\varphi_{01}$  к оси симметрии симметрично расположены отверстия, являющиеся приемниками давлений  $P_1$  и  $P_2$ . В плоскости, перпендикулярной плоскости симметрии вертолета, под углом  $\varphi_{02}$  к оси симметрии расположены отверстия, являющиеся приемниками давлений  $P_3$  и  $P_4$ . Перпендикулярно оси симметрии сферического приемника на его поверхности, например по окружности, расположены отверстия, являющиеся приемниками статического давления  $P_{ст\Sigma}$  результирующего набегающего воздушного потока колонны.

При рулении и маневрировании по Земле и на взлетно-посадочных (полетных) режимах за меру вектора скорости ветра  $W$  и вектора истинной воздушной скорости  $V_B$  вертолета принимается угловое положение воздушного потока вихревой колонны несущего винта, определяемое углами скоса  $\alpha_{BK} = 90^\circ - \varphi_1$  и  $\beta_{BK} = 90^\circ - \varphi_2$ , которые регистрируются ортогонально расположенными приемниками давлений  $P_1$  и  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$ .

Давления  $P_1$  и  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$ ,  $P_{п\Sigma}$  и  $P_{ст\Sigma}$ , воспринимаемые дополнительным аэрометрическим приемником 3, передаются на входы пневмоэлектрических преобразователей 4 (рис. 2), выходы которых через последовательно соединенные мультиплексор 5 и аналого-цифровой преобразователь 6 подключены к микропроцессору 7. На вход мультиплексора 5 через электроизмерительную схему 8 также подключены выходы приемника температуры

торможения  $T_{T\Sigma}$  результирующего набегающего воздушного потока вихревой колонны несущего винта и выходы пневмоэлектрических преобразователей 4, на входы которых подаются давления  $P_i$ ,  $P_{\alpha i}$ ,  $P_{\alpha i-1}$ ,  $P_{ст.д}$ , воспринимаемые неподвижным многоканальным проточным аэрометрическим приемником 1.

Выход микропроцессора является выходом стартовой системы по модулю  $W$  и направлению  $\psi$  (или продольной  $W_x$  и боковой  $W_z$  составляющим вектора скорости ветра  $W$ ), истинной воздушной скорости  $V_B$ , углам атаки  $\alpha$  и скольжения  $\beta$ , барометрической высоте  $H$ , составляющим  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  вектора  $V_B$  истинной воздушной скорости в осях связанной системы координат, приборной воздушной скорости  $V_{пр}$  — на стоянке, при рулении и маневрировании по Земной поверхности, при взлете и посадке, в области малых и околонулевых скоростей полета и на режиме висения, когда неподвижный многофункциональный аэрометрический приемник находится в зоне вихревой колонны несущего винта.

Неподвижный многофункциональный аэрометрический приемник устанавливается на фюзеляже вертолета в зоне действия вихревой колонны несущего винта. Ось симметрии многофункционального аэрометрического приемника направлена вверх, при этом плоскость, проходящая через отверстия для забора давлений  $P_1$  и  $P_2$ , параллельна плоскости симметрии вертолета, а плоскость, проходящая через отверстия для забора давлений  $P_3$  и  $P_4$ , ортогональна плоскости симметрии вертолета.

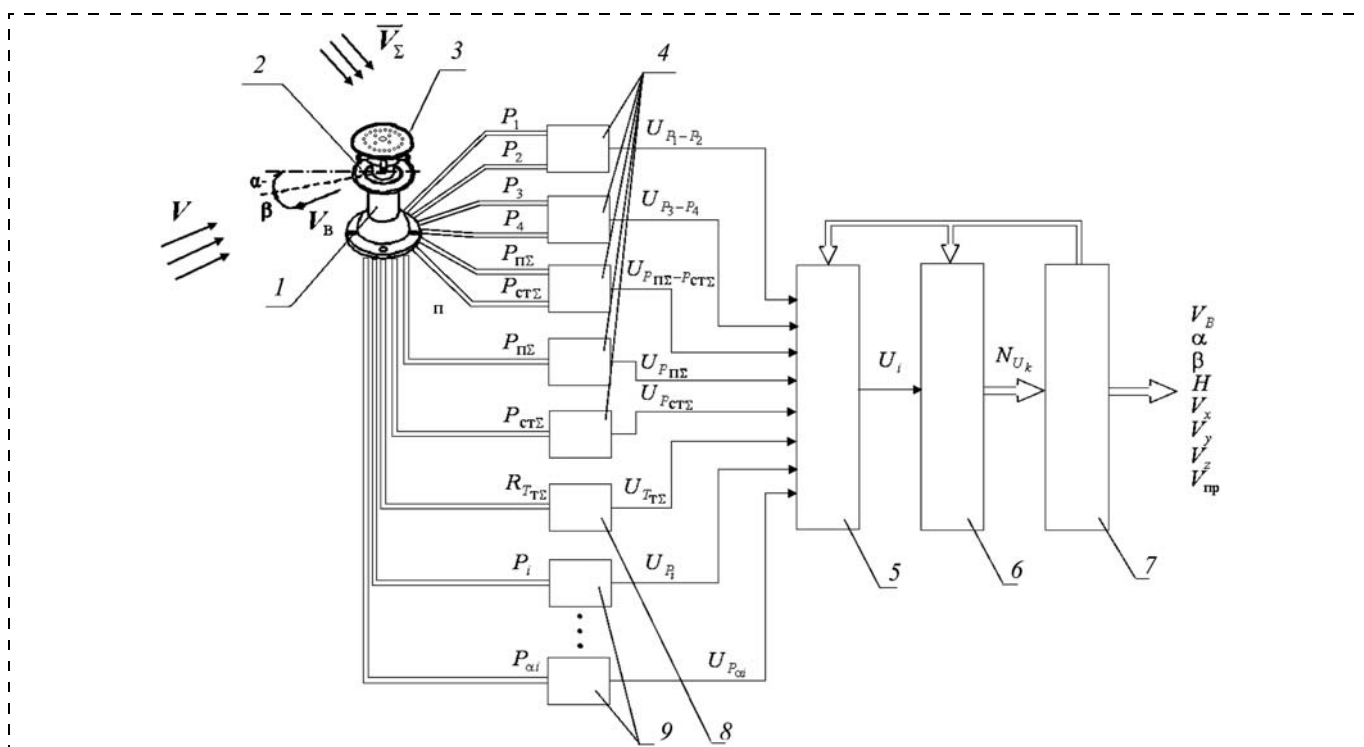


Рис. 2. Функциональная схема стартовой системы измерения параметров вектора скорости ветра и малых воздушных скоростей одновинтового вертолета

### Алгоритмы обработки первичной информации и определения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах

На стояночном режиме модуль  $W$  и угол направления  $\psi$ , а следовательно, продольная  $W_x$  и боковая  $W_z$  составляющие вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$ , а также статическое давление  $P_{H_0}$  определяются по давлениям  $P_i$  и  $P_{ст.д.}$ , воспринимаемым посредством трубок полного давления 4 и кольцевого приемника бросселированного статического давления неподвижного многоканального проточного аэрометрического приемника 1 (см. рис. 1).

Как показано в работе [7], угловые характеристики трубок полного давления (рис. 3) симметричны относительно оси трубок. При этом угловые характеристики трубок полного давления с номерами  $i - 1$  и  $i + 1$  имеют точку пересечения, угловая координата которой совпадает с координатой максимума угловой характеристики  $i$ -й трубки полного давления. Пересекающиеся ветви угловых характеристик ( $i - 1$ )-й и ( $i + 1$ )-й трубок полного давления имеют участки достаточно большой угловой протяженности, в пределах которой воспринимаемые давления  $P_{i-1}$ ,  $P_i$  и  $P_{i+1}$  зависят от угла направления  $\psi$  ветра, набегающего на неподвижный многоканальный проточный аэрометрический приемник.

Указанные особенности угловых характеристик неподвижного многоканального проточного аэрометрического приемника позволяют использовать следующий алгоритм обработки первичных информативных сигналов  $P_i$  для определения параметров вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  на стоянке вертолета [7].

На первом этапе обработки массива давлений  $P_i$  определяется номер  $i$ -й трубки полного давления, в пределах которой локализовано направление вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$ . За такую  $i$ -ю трубку полного давления, как следует из рис. 3, принимается трубка, в которой значение измеренного давления  $P_i$  является наибольшим из всех смежных трубок полного давления. При этом принимается, что ось трубки полного давления под номером  $i = 0$  совпадает с началом исходной системы координат отсчета угла направления  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$ .

По определенному номеру  $i$ -й трубки полного давления, в которой давление  $P_i$  — наибольшее, определяется первое приближение  $\psi_{mi}$  угловой координаты направления вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  в соответствии с соотношением

$$\psi_{mi} = \frac{360}{n} i, \quad (1)$$

где  $n$  — число расположенных под одинаковым углом трубок полного давления (как правило,  $n = 6$  или  $n = 8$ ).

На втором этапе обработки массива давлений  $P_i$  проводится предварительная оценка положения  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$ . С этой целью сравнива-

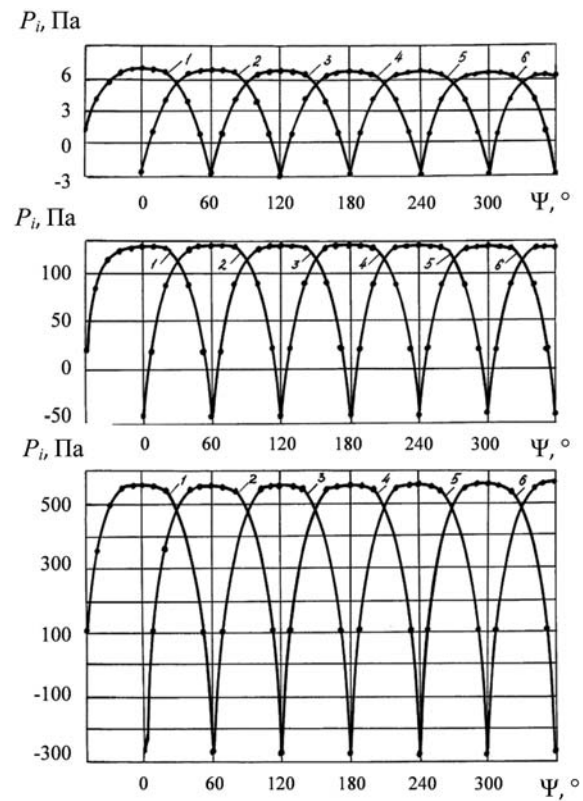


Рис. 3. Угловые характеристики неподвижного многоканального проточного аэрометрического приемника (1–6 — номера трубок полного давления)

ются между собой давления  $P_{i-1}$  и  $P_{i+1}$  и проверяется, какое из неравенств выполняется:

$$P_{i-1} > P_{i+1} \text{ или } P_{i-1} < P_{i+1},$$

где  $P_{i-1}$  и  $P_{i+1}$  — давления, измеренные в трубках полного давления, смежных с  $i$ -й трубкой.

В случае выполнения первого неравенства вектор скорости ветра  $\mathbf{W}$  находится слева от  $i$ -й трубки полного давления, при выполнении второго условия — справа от  $i$ -й трубки. Указанным положениям соответствуют знаки "плюс" или "минус" отклонения  $\Delta\psi$  действительного положения  $\psi$  вектора скорости ветра от его первого приближения  $\psi_{mi}$ .

Для определения точного значения угловой координаты  $\psi$  вектора скорости ветра осуществляется преобразование реальной угловой характеристики трубок полного давления в другую систему координат путем введения безразмерной угловой координаты  $\theta$ , начало которой совпадает с точкой пересечения смежных ветвей угловых характеристик ( $i - 1$ )-й и ( $i + 1$ )-й трубок полного давления, как показано на рис. 4.

Сущность такого преобразования координат сводится к замене углового отклонения  $\Delta\psi$  угловой характеристики  $i$ -й трубки полного давления от реального направления  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  на безразмерную координату  $\theta$ , изменение которой определяется выбором шага  $t_0$  введенной координатной сетки. Угловое положение  $\theta$   $i$ -й трубки пол-

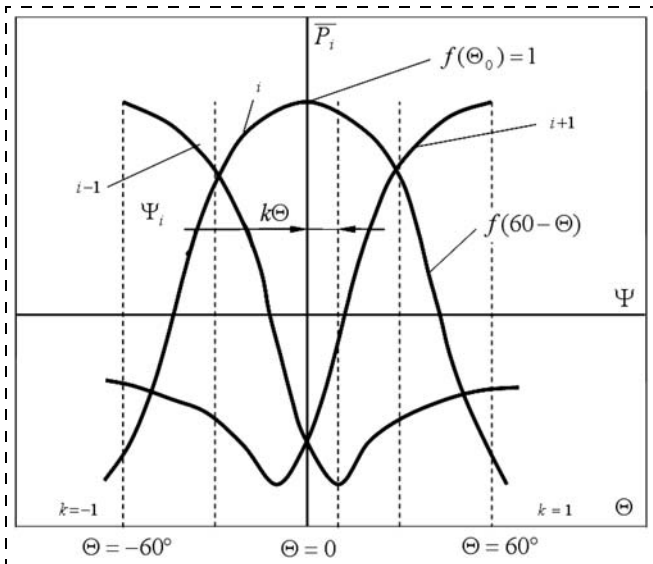


Рис. 4. Графическая интерпретация преобразования угловых координат трубок полного давления

ного давления относительно направления  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  в новой системе координат определяется из решения одного из уравнений:

$$\bar{P}_i = \frac{P_{i+1}}{P_i} = \frac{f(\theta)}{f(-\theta)} \quad \text{или} \quad \bar{P}_i = \frac{P_{i-1}}{P_i} = \frac{f(-\theta)}{f(\theta)}, \quad (2)$$

где  $f(\theta)$  и  $f(-\theta)$  — аппроксимирующие полиномы степени  $k$ , вычисленные по результатам предварительной градуировки неподвижного многоканального проточного аэрометрического приемника и описывающие, соответственно, правую и левую части угловой характеристики смежных  $(i-1)$ -й и  $(i+1)$ -й трубок полного давления в введенной системе координат.

Тогда второе приближение угловой координаты  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  в исходной системе координат будет определяться выражением

$$\psi = \psi_{mi} \pm (\theta_{\max} - \theta_x)t_0, \quad (3)$$

где  $t_0$  — координатный шаг сплайн-функции, реализующей аппроксимирующий полином  $P_i = f(\theta)$  в безразмерной системе координат (например, при  $n = 6$ ,  $t_0 = 60^\circ$ ).

Для определения модуля  $W$  вектора скорости ветра по полученному значению  $\theta$  безразмерного углового положения  $i$ -й трубки полного давления вычисляется давление  $P_{i\max}$ , соответствующее случаю совпадения направления вектора скорости ветра с осью  $i$ -й трубки полного давления:

$$P_{i\max} = \begin{cases} P_i \frac{f(\theta_{\max})}{f(-\theta_x)} & \text{при } P_{i-1} > P_{i+1}; \\ P_i \frac{f(-\theta_{\max})}{f(-\theta_x)} & \text{при } P_{i-1} < P_{i+1}. \end{cases} \quad (4)$$

По полученному значению  $P_{i\max}$  определяется числовое значение модуля  $W$  скорости ветра с использованием выражения вида

$$W = \sqrt{\frac{2}{\rho_{H_0}} (P_{i\max} - P_{H_0})} = \sqrt{\frac{2P_{H_0}T_0}{P_0T_{H_0}} (P_{i\max} - P_{H_0})}, \quad (5)$$

где  $\rho_{H_0} = \rho_0 \frac{P_{H_0}T_0}{T_{H_0}P_0}$  — плотность воздуха на высоте

стоянки  $H_0$ ;  $P_{H_0}$  и  $T_{H_0}$  — статическое давление и абсолютная температура на высоте стоянки  $H_0$ ;  $P_0 = 760$  мм рт. ст. = 101325 Па и  $T_0 = 288,15$  К — статическое давление и абсолютная температура на высоте  $H_0$  стандартной атмосферы.

Статическое давление  $P_{H_0}$  и абсолютная температура  $T_{H_0}$  на высоте стоянки  $H_0$  вертолета определяются по статическому давлению  $P_{\text{ст.д}}$ , воспринимаемому неподвижным проточным аэрометрическим приемником  $I$  (см. рис. 1), и по показаниям приемника температуры торможения  $T_T$ .

При работе двигательной установки и раскрутке трансмиссии, при рулении и маневрировании по Земной поверхности, на взлетно-посадочных режимах, при снижении и на режиме висения для определения параметров вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  и вектора истинной воздушной скорости  $\mathbf{V}_в$  вертолета предлагается использовать информацию аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта. В качестве информативного параметра аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта вертолета используется вектор скорости  $\mathbf{V}_\Sigma$  в виде геометрической суммы стационарных составляющих вектора скорости  $\mathbf{V}$  воздушного потока, формируемого движением вертолета относительно окружающей среды или вектором скорости ветра  $\mathbf{W}$ , и вектора скорости  $\mathbf{V}_i$  индуктивного воздушного потока, создаваемого несущим винтом вертолета, т. е.  $\mathbf{V}_\Sigma = \mathbf{V} + \mathbf{V}_i$ . За меру вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  и вектора истинной воздушной скорости  $\mathbf{V}_в$  вертолета принимается угловое положение вектора скорости  $\mathbf{V}_\Sigma$  результирующего воздушного потока вихревой колонны несущего винта относительно неподвижного многофункционального аэрометрического приемника, которое регистрируется ортогонально расположенным приемником давлений  $P_1$  и  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$  на поверхности полусферического приемника.

Модуль  $\mathbf{V}_\Sigma$  скорости результирующего набегающего воздушного потока можно определить по полному  $P_{\text{п}\Sigma}$  и статическому  $P_{\text{ст}\Sigma}$  давлениям и температуре  $T_{\text{т}\Sigma}$  заторможенного результирующего воздушного потока, воспринимаемой приемником

температуры торможения, используя стандартную зависимость:

$$V_{\Sigma} = 44,826 \sqrt{\frac{T_{\text{т}\Sigma} \left[ \left( \frac{P_{\text{п}\Sigma}}{P_{\text{ст}\Sigma}} \right)^{0,2857143} - 1 \right]}{\left( \frac{P_{\text{п}\Sigma}}{P_{\text{ст}\Sigma}} \right)^{0,2857143}}}, \quad (6)$$

где параметры имеют размерности в единицах системы СИ.

Для конкретного места установки неподвижного многофункционального аэрометрического приемника на фюзеляже вертолета составляющие  $V_{ix}$ ,  $V_{iy}$ ,  $V_{iz}$  вектора индуктивного потока  $\mathbf{V}_i$  в связанной системе координат можно описать уравнениями вида [4]

$$V_{ix} = k_{ix}|V_{i0}|; V_{iy} = k_{iy}|V_{i0}|; V_{iz} = k_{iz}|V_{i0}|, \quad (7)$$

где  $k_{ix}$ ,  $k_{iy}$ ,  $k_{iz}$  — безразмерные коэффициенты, зависящие от модуля вектора скорости  $\mathbf{V}$ , угла атаки  $\alpha$ , угла скольжения  $\beta$  и других параметров полета вертолета, определяемые по результатам летных испы-

таний системы на вертолете;  $|V_{i0}| = \sqrt{\frac{Gn_y}{2\chi\rho_H F}}$  — мо-

дуль вектора скорости  $V_i$  индуктивного потока на режиме висения ( $V = 0$ );  $G$  — текущий вес верто-

лета;  $n_y$  — нормальная перегрузка:  $\rho_H = \frac{P_H T_0}{T_H P_0}$  —

плотность воздуха на высоте полета  $H$ ;  $P_H$  и  $T_H$  — статическое давление и температура на высоте  $H$ ;  $F$  — площадь, ометаемая несущим винтом верто-

лета;  $\chi$  — коэффициент заполнения несущего винта. Поскольку неподвижный многофункциональный аэрометрический приемник расположен на фюзеляже на определенном радиусе-векторе  $\mathbf{R}$  от центра масс вертолета, то при вращении вертолета относительно центра масс имеет место кинематическое искажение вектора скорости  $\mathbf{V}$  невозмущенного воздушного потока, набегающего на приемник, которое определяется уравнением вида

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{V} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}(x, y, z), \quad (8)$$

где  $\mathbf{V}_k$  — кинематически искаженный вектор скорости набегающего воздушного потока в месте установки многофункционального аэрометрического приемника;  $\boldsymbol{\omega}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  — вектор угловой скорости вращения вертолета относительно центра масс;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  — угловые скорости вращения вертолета относительно осей связанной системы координат;  $x, y, z$  — координаты места установки многофункционального аэрометрического приемника в связанной системе координат, центр которой находится в центре масс вертолета.

Проекция вектора  $\mathbf{V}_k$  на оси связанной системы координат определяются как

$$V_{kx} = V_x + (\omega_y z - \omega_x y); V_{ky} = V_y + (\omega_z x - \omega_x z); V_{kz} = V_z + (\omega_x y - \omega_y x). \quad (9)$$

По давлениям  $P_1, P_2$  и  $P_3, P_4$ , воспринимаемым отверстиями, расположенными на верхней поверхности полусферического приемника (см. рис. 1), используя известные соотношения [8], можно вычислить углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , определяющие положение вектора скорости  $\mathbf{V}_{\Sigma}$  результирующего набегающего воздушного потока вихревой колонны несущего винта вертолета относительно осей приемника:

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{01}} \frac{P_1 - P_2}{P_{\text{п}\Sigma} - P_{\text{ст}\Sigma}} \right); \varphi_2 = \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\text{п}\Sigma} - P_{\text{ст}\Sigma}} \right). \quad (10)$$

Тогда по давлениям  $P_1$  и  $P_2, P_3$  и  $P_4, P_{\text{п}\Sigma}$  и  $P_{\text{ст}\Sigma}$  и по температуре торможения  $T_{\text{т}\Sigma}$  после их преобразования в электрические сигналы с помощью пневмоэлектрических преобразователей 4 и 8 и ввода через мультиплексор 5 и аналого-цифровой преобразователь 6 в микропроцессор 7 (см. рис. 2) параметры вектора истинной воздушной скорости вертолета при рулении и маневрировании по Земной поверхности и на взлетно-посадочных режимах вычисляются в соответствии с уравнениями вида

$$\begin{aligned} V_x &= V_{\Sigma} \cos \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{01}} \frac{P_1 - P_2}{P_{\text{п}\Sigma} - P_{\text{ст}\Sigma}} \right) \right] \times \\ &\times \cos \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\text{п}\Sigma} - P_{\text{ст}\Sigma}} \right) \right] - \\ &- K_{ix}|V_{i0}| - (\omega_y z - \omega_z y); \\ V_y &= V_{\Sigma} \sin \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{01}} \frac{P_1 - P_2}{P_{\text{п}\Sigma} - P_{\text{ст}\Sigma}} \right) \right] \times \\ &\times \cos \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\text{п}\Sigma} - P_{\text{ст}\Sigma}} \right) \right] - \\ &- K_{iy}|V_{i0}| - (\omega_z x - \omega_x z); \\ V_z &= V_{\Sigma} \sin \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\text{п}\Sigma} - P_{\text{ст}\Sigma}} \right) \right] - \\ &- K_{iz}|V_{i0}| - (\omega_x y - \omega_y x); \\ V_B &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}; \alpha = \arctg \frac{V_y}{V_x}; \\ \beta &= \arcsin \frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} = \arcsin \frac{V_z}{V_B}. \end{aligned} \quad (11)$$

При наличии на вертолете приемника спутниковой навигационной системы можно определить скорость  $V_p$  движения вертолета по Земной поверхности, в соответствии с которой вычисляется скорость ветра  $W = V_B \pm V_p$  при рулении и маневрировании вертолета по Земле. Направление  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  будет определяться значением угла скольжения  $\beta = \psi$ .

Используя информацию о модуле  $V_{\Pi}$  и угле сноса  $\psi_c$  вектора путевой скорости  $\mathbf{V}_{\Pi}$  вертолета от доп-

леровского измерителя скорости и угла сноса и информации о составляющих вектора истинной воздушной скорости, можно определить модуль  $W$  и направление  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  или продольную  $W_x$  и боковую  $W_z$  составляющие вектора скорости ветра на взлетно-посадочных режимах:

$$\begin{aligned} \Psi &= \beta + \psi_c; W_x = V_x - V_{\Pi} \cos \psi; \\ W_z &= V_z - V_{\Pi} \sin \psi; W = \sqrt{W_x^2 + W_z^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, рассмотренные принципы построения, конструктивная и функциональные схемы и алгоритмы обработки первичных информативных сигналов являются реальной основой для разработки системы измерения параметров вектора скорости ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах одновинтового вертолета.

### Заключение

Предлагаемая стартовая система измерения параметров вектора скорости ветра решает задачу информационного обеспечения экипажа вертолета на стоянке, при рулении и маневрировании по Зем-

ной поверхности, на взлетно-посадочных режимах. Использование стартовой системы позволит повысить эффективность применения и безопасность эксплуатации одновинтовых вертолетов различного класса и назначения.

### Список литературы

1. Ерусалимский М. А., Егоров В. Н. Экипажам вертолетов — информационную поддержку // Авиасоюз. 2011. № 2 (35). С. 24—25.
2. Алексеев Н. В., Вожаев Е. С., Кравцов В. Г. и др. Системы измерения воздушных сигналов нового поколения // Авиакосмическое приборостроение. 2003. № 8. С. 31—36.
3. Козинин В. К., Макаров Н. Н., Порунов А. А., Солдаткин В. М. Анализ принципов построения систем измерения воздушных сигналов вертолета // Авиакосмическое приборостроение. 2003. № 10. С. 2—13.
4. Козинин В. К. Алгоритмическое обеспечение системы воздушных сигналов вертолета // Авиакосмическое приборостроение. 2006. № 4. С. 52—57.
5. Система измерения воздушных параметров СИ ВПВ-52. ОАО "Аэроприбор-Восход". URL: <http://www.aeroprivbor.ru>.
6. Патент РФ на изобретение № 2426995, МПК G 01 P 5/00. Система измерения малых воздушных скоростей вертолета / В. В. Солдаткин, В. М. Солдаткин П. А. Порунов, Н. Н. Макаров, В. П. Белов, Д. А. Истомин. Заявл. 23.11.2000. Опубл. 20.08.2011. Бюл. № 23.
7. Солдаткин В. М. Методы и средства измерения аэродинамических углов летательных аппаратов. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2001. 448 с.
8. Петунии А. Н. Методы и техника измерения параметров газового потока. М.: Машиностроение, 1972. 332 с.

## ИНФОРМАЦИЯ

30 сентября — 05 октября 2013 г.  
пос. Дивноморское, Геленджикский район, Краснодарский край

### 6-я Всероссийская мультikonференция ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ (МКПУ-2013)



*Председатель Президиума мультikonференции:* акад. РАН В. Г. Пешехонов  
**Состав и направления работы мультikonференции**

Локальная научно-техническая конференция  
**Управление в интеллектуальных,  
эргатических и организационных системах**

*Председатель:* акад. РАН С. В. Васильев  
**Направления работы конференции**

#### 1. Интеллектуальные системы:

- Автоматизация рассуждений и планирования действий.
- Интеллектуальный анализ данных.
- Компьютерная лингвистика и управление знаниями.
- Когнитивное анализ и моделирование.
- Мультиагентные системы и управление.
- Методы и технологии "мягких вычислений".
- Обучающие и экспертные системы.
- Прикладные интеллектуальные системы управления.

#### 2. Эргатические системы и мехатроника:

- Человеко-машинный интерфейс и управление в эргатических системах.
- Управление в мехатронных системах.
- Управление в робототехнических системах.
- Прикладные эргатические и мехатронные системы.

#### 3. Организационные системы:

- Управление в активных и организационных системах.
- Информационные технологии и модели принятия решений в организационных системах.
- Системы управления проектами и программами.

Локальная научно-техническая конференция  
**Управление  
в распределенных и сетевых системах**

*Председатель:* член-корр. РАН И. А. Каляев

#### Направления работы конференции

- Модели и стратегии сетевого управления.
- Управление в сетевых системах.
- Мультиагентное управление в сетевых системах.
- Управление коммуникационными сетями.
- Управление в GRID.
- Самоорганизующиеся сетевые системы.
- Прикладные задачи управления в сетях.
- Сетевое управление объектами социальной инфраструктуры ("умный дом").

Подробную информацию о мультikonференции см. на сайтах НИИ МВС ЮФУ и ИПУ РАН

# CONTENTS

**Biryukov D. S., Dudarenko N. A., Slita O. V., Ushakov A. V.** Control Object Development. Part 1. Problems of Model Reduction, Control and Measurement Devices Placement, Potential Robustness Estimation . . . . . 2

*In the first part of the article we considered the possibilities to use controllability, observability and cross gramians for optimal control and measurement devices placement as well as for model reduction. The numerical example is attached.*

**Keywords:** dynamic system, gramian, model reduction, robustness

**Saushev A. V.** The Mathematical Description of Areas of Working Capacity of Electromechanical Systems . . . . . 7

*The method of the analytical description of areas of working capacity of electromechanical systems is considered. The method is based on record of conditions of working capacity of system in the form of logic R-functions. Basic possibility of transformation of functions of algebra of logic to the analytical form of record and reception of the description of area of working capacity in the form of one algebraic inequality.*

**Keywords:** working capacity area, working capacity conditions, logic R-functions, system parameters, electrotechnical systems

**Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu., Gaiduk A. R., Neidorf R. A., Belyaev V. E., Fedorenko R. V., Kostjukov V. A., Krukhmalev V. A.** System of Position-Trajectory Control for Robotic Airship. Part 1. Mathematical Model. . . . . 14

*In this paper a control system for unmanned robotic airship is developed. The control system provides remote control as well as autonomous control of flight. A complex interrelated model of kinematics, dynamics, actuators and ballonets is developed. In addition environment model is considered. Inertial and aerodynamical parameters are calculated by computer methods.*

**Keywords:** position-trajectory control, mathematical model, airship, robotic vehicle

**Gerasun V. M., Zoga V. V., Nesmiyanov I. A., Vorobyeva N. S., Dyashkin-Titov V. V.** Study of the Optimal Configuration Manipulator — Tripod with Swivel Base . . . . . 21

*Solved the problem of the optimal configuration of the manipulator of parallel structure in the form of a three-sided pyramid. The paper presents synthesis of the program motion links manipulator by the given law and solve the problem of providing the required trajectory of gripper.*

**Keywords:** manipulator, the optimal trajectory, synthesis of program motions

**Savchenko V. V.** Development of Methodology for Monitoring the Operator's Functional States in Transportation Man-Machine Systems . . . . . 27

*It proposed to use the results methods of monitoring and maintain working capacity of drivers in real time as additional source of information which characterizing the actual functional state for development of algorithms the performance of safety systems (preventive safety systems and systems — assistants to driver). This will improve their performance, efficiency and allow to set and meet the challenges of complex maintenance of transportation "man-machine" systems on their actual state.*

**Keywords:** assistant driver, on-board electronic systems, operator, active safety systems, man-machine systems, functional state

**Shibanov G. P.** Process Automation of Diagnostics State of Man Organism with Utilization of it IR-Portrait . . . . 32

*Analysis the ways automation of diagnostics and recognition of state man with utilization IR-portrait. Examine of pressing primary information. Suggested algorithm of primary information treatment.*

**Keywords:** automation, algorithm, diagnostics, recognition, state control, information pressing

**Melentiev V. S., Batishchev V. I., Smolina A. M., Evstifeeva T. S.** Increase of Accuracy of Measurement of Parameters of Capacitor Sensors of Moving. . . . . 36

*The new method of measurement of parameters of capacitor sensors on instant values of two transients, providing increase of accuracy of definition of informative parameter is investigated. The circuit of the device realizing a method, and results of the analysis of influence of an error of quantization of instant values of transients on an error of result of measurement are resulted.*

**Keywords:** capacitor sensors, transient, instant values, an error, quantization

**Gabidulin M. A.** The Analysis and Synthesis of Reading out Systems of Raster Resolvers of Movings. . . . . 39

*The problem of complex maintenance of accuracy of raster sine-cosine converters of movings by means of is constructive-technological and structural methods are considered. The model of signals of the resolver with ring reading out system and the axial radiator, considering the errors caused by joint display of their reasons is synthesized. With its help the analysis, synthesis and optimization of quadriphase reading out systems are made and their efficiency is estimated.*

**Keywords:** raster resolvers of movings, reading system with an axial radiator, methods to increase accuracy

**Guryev Yu. V., Slutskaja M. Z., Tkachenko I. V., Yakushenko E. I.** Electronic Simulator "Control of Stealth and Motion of Submarine Objects" and its Mathematical and Program Software . . . . . 52

*The purposes and tasks of simulator "Control of stealth and motion of submarine objects" are formulated and its place in the system of training and development of onboard stealth control complex are determined. The description of the mathematical models of the control of movement and channel numerical modeling hydrophysical fields is given. Numerical experiments results corroborate the suitability of the developed models and computer programs in the simulator.*

**Keywords:** subsurface wave, hydrodynamic forces, hydrophysics, submerged objects dynamic, mathematical modeling, stealth, object control

**Kleptsov V. I., Kotov V. N., Scherbinin I. P.** Modernization of the Method of Frequency and Mode Shape for Analysis of Dynamical Features of Aircraft During the Flight through the Use of Modern Digital Distributed Systems On-Board Documentation . . . . . 58

*The new approach in the context of the method of frequency and mode shape for analysis of dynamical features of aircraft during the flight is proposed. This approach is based on a modern technology of acquisition and processing data.*

**Keywords:** analysis of dynamical features of aircraft, flight tests, distributed information acquisition systems

**Nikitin A. V., Soldatkin V. V., Soldatkin V. M.** Measurement System of the Wind Vector Parameters on the Start and Take-Off and Landing Modes of Helicopter . . . . . 64

*Considered the principles of the construction, construction scheme stationary combination aerometric receiver's and algorithms processing the primary information of measurement system parameters vector wind in the parking, while driving and maneuvering on the earth's surface, during takeoff, landing and hovering single-rotor helicopter.*

**Keywords:** helicopter, starting and takeoff and landing modes, wind vector, parameters, measurement, system, design principles, stationary combination aerometric receiver, construction scheme, algorithms for processing of primary information

---

---

**Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»**

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова.*

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *Т. В. Пчелкина.*

Сдано в набор 29.03.2013. Подписано в печать 13.05.2013. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН613. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".  
105120, г. Москва, ул. Нижняя Сыромятническая, д. 5/7, стр. 2, офис 2.