

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 4 (145)

апрель

2013

Редакционный совет:

БОЛОТНИК Н. Н.
ВАСИЛЬЕВ С. Н.
КАЛЯЕВ И. А.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗНЕЦОВ Н. А.
ЛЕОНОВ Г. А.
МАТВЕЕНКО А. М.
МИКРИН Е. А.
ПЕШЕХОНОВ В. Г.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.
ЧЕНЦОВ А. Г.
ШЕРБАТЮК А. Ф.
ЮСУПОВ Р. М.

Главный редактор:
ФИЛИМОНОВ Н. Б.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БУКОВ В. Н.
ВИТТИХ В. А.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛОХИН В. М.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
ПРОХОРОВ Н. Л.
РАПОПОРТ Э. Я.
СЕРГЕЕВ С. Ф.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФРАДКОВ А. Л.
ФУРСОВ В. А.
ШАЛОБАЕВ Е. В.
ЮРЕВИЧ Е. И.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Применение аппарата линейно-квадратичной оптимизации в задачах координирующего управления 2
Ким Д. П. Алгебраический метод синтеза дискретных систем управления 8

УПРАВЛЕНИЕ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И АВТОТРАНСПОРТНЫМИ СРЕДСТВАМИ

- Кабанов А. А.** Система робастного субоптимального управления движением мобильного робота 14
Тягунов О. А., Теплов М. А. Настройка типовых регуляторов для стабилизации скорости движения мобильного робототехнического комплекса с использованием технологии построения Парето-оптимальных решений 19
Ляхов С. В., Широков Б. Н. Моделирование сцепления колеса с опорной поверхностью в контексте оценки устойчивости движения автомобиля 26

ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

- Фуртат И. Б.** Управление электроэнергетической сетью с учетом ее топологии 33
Высоцкий В. Е., Коломийцев Ю. Н., Гуртов А. С., Филатов А. Н. Анализ структурной схемы электропитания автономного объекта как замкнутой системы автоматического регулирования 39

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

- Кривилёв А. В.** Методы импульсного управления электрическими двигателями современных приводных систем 44

КОНТРОЛЬ, ДИАГНОСТИКА И АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

- Игнатьев А. А., Самойлова Е. М.** Интеллектуализация мониторинга технологического процесса производства подшипников 50
Бржозовский Б. М., Мартынов В. В., Бровкова М. Б., Свиридов С. В. Алгоритмизация процедур настройки и диагностирования сложного технологического оборудования по интегральным параметрам вибросигналов 53
Еременко Ю. И., Халапян С. Ю., Полеценко Д. А., Ярмуратий Д. Ю. Разработка модели шахтной печи металлизации на основе технологии нейронных сетей 56

Журнал в журнале "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Афонин А. А., Сулаков А. С.** Полный замкнуто-разомкнутый алгоритм бесплатформенного гравитационного комплекса 62
Панкратов В. М., Ольшанский В. Ю., Серебряков А. В., Паршина И. Ф. Зависимость характеристик датчика инерциальной информации от жесткости чувствительного элемента 68
Contents 71

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 62-50:681.5.01

А. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф.,
filimon_ab@mail.ru,

Московский государственный университет
приборостроения и информатики,

Н. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф.,
nbfilimonov@mail.ru,

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Применение аппарата линейно-квадратичной оптимизации в задачах координирующего управления¹

Рассматривается задача координирующего управления динамическими объектами. Анализируется вопрос ее разрешимости на основе понятия функциональной управляемости систем. Исходная задача декомпозируется на две подзадачи: координационной коррекции объекта и агрегатного управления скорректированным объектом. Предлагается метод координационной коррекции, основанный на формализме ЛК-оптимизации процессов управления.

Ключевые слова: координирующее управление, функциональная управляемость, агрегатное управление, координационная коррекция, эталонная модель, ЛК-оптимизация

"Метод квадратичной оптимизации широко разрекламирован как способ обеспечения удовлетворительных переходных характеристик системы". Однако интерес к этому методу объясняется тем, что "его нужно рассматривать лишь как один из многих подходов к обеспечению устойчивости", а также тем, что классическую задачу линейно-квадратичного управления "часто удается решить и в более широкой постановке".

Уонэм (W. Murray Wonham)²

Введение

Системы координирующего управления (СКУ) образуют специальный класс автоматических систем, в динамике которых реализуется заданная функциональная связь между управляемыми переменными системы. Данный класс систем востребован в различных областях техники и производства. В статьях авторов [1, 2] обсуждались проблемные аспекты и методология синтеза СКУ.

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 13-08-00161.

² Уонэм М. Линейные многомерные системы управления: Геометрический подход. М.: Наука, 1980, С. 341, 360, 339.

Проблема координирующего управления имеет давнюю историю. Существенный вклад в ее исследование внесли работы М. Б. Игнатъева (1963), В. А. Романова (1964), Г. В. Коренева (1964—1980), Л. М. Бойчука (1969—1991), И. В. Мирошника (1990—2006) и других советских и российских ученых (см. обсуждение в [2—4]). В этих работах показана важность проблемы синтеза систем координирующего управления (СКУ), а также широта и разнообразие сферы их применения. Под *координацией* переменных понимается автоматическое соблюдение заданных соотношений между ними в процессе функционирования системы. Близкое смысловое содержание вкладывают и в понятия *согласованного управления* [4] и *функционального регулирования* [5].

Функционирование СКУ подчинено двум целям: отработке внешнего задающего воздействия и координации переменных. В связи с этим задача координирующего управления декомпозируется на две подзадачи, порождаемые указанными целями. В данной статье задача координации переменных состояния решается на основе развиваемой авторами аппроксимационной концепции динамической коррекции многоканальных объектов [6, 7] и математического аппарата линейно-квадратичной (ЛК) оптимизации процессов управления [8].

Задача координирующего управления

Ограничимся рассмотрением класса линейных стационарных СКУ.

Полагаем, что объект управления является линейной стационарной динамической системой, описываемой в переменных состояния уравнениями вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}; \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_0 \mathbf{x}, \quad (2)$$

где время $t \geq 0$; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^r$ — управляющий вход, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ — состояние, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ — управляемый выход объекта; $\mathbf{A}_0 \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}_0 \in \mathbf{R}^{n \times r}$, $\mathbf{C}_0 \in \mathbf{R}^{m \times n}$.

Требование координации переменных состояния выражают условия

$$\Phi_l(\mathbf{x}) = 0, \quad l = \overline{1, l}, \quad (3)$$

где $\Phi_l(\mathbf{x})$ — некоторые функции, причем $l < n$.

Если воспользоваться вектор-функцией

$$\Phi = \text{col}(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_l),$$

то равенства (3) переписутся в векторной форме:

$$\Phi(\mathbf{x}) = 0.$$

Функциональные связи (3) будем именовать *координационными соотношениями* (КС). Отметим, что функции $\Phi_i(\mathbf{x})$ правомерно трактовать как *инварианты* идеального процесса координирующего управления.

Введем *вектор невязок* $\xi \in \mathbf{R}^q$ для КС:

$$\xi = \Phi(\mathbf{x}). \quad (4)$$

Координирующее управление является двухцелевым:

1) *главная* цель — обработка произвольных командных сигналов $\mathbf{y}^*(t)$:

$$\mathbf{y}(t) \approx \mathbf{y}^*(t); \quad (5)$$

2) *подчиненная* цель — координационное регулирование состояния:

$$\xi \approx \xi^* = 0. \quad (6)$$

Далее будем полагать, что вектор-функция $\Phi(\mathbf{x})$ является линейной:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{L}_0 \mathbf{x},$$

где $\mathbf{L}_0 \in \mathbf{R}^{l \times n}$, причем $\text{rank} \mathbf{L}_0 = l$. В этом случае равенство (4) принимает вид

$$\xi = \mathbf{L}_0 \mathbf{x}. \quad (7)$$

О разрешимости задачи координирующего управления

Разрешимость задачи координации означает возможность сколь угодно точного достижения целей (5) и (6) при любом достаточно гладком командном сигнале $\mathbf{y}^*(t)$. Исследование данного вопроса целесообразно основывать на понятии функциональной управляемости динамических систем.

Система называется *функционально управляемой по выходу*, если возможно точно воспроизводить на ее выходе произвольные достаточно гладкие сигналы [9, 10]. Критерий проверки данного свойства для класса конечномерных линейных стационарных управляемых систем дает следующее предложение.

Предложение 1. Линейная стационарная система функционально управляема по выходу тогда и только тогда, когда ранг ее передаточной матрицы по каналу "вход—выход" совпадает с размерностью выхода.

Доказательство данного предложения основано на анализе соотношения между лаплас-образами входного и выходного сигналов системы, которое определяется передаточной матрицей системы.

Введем векторную переменную $\hat{\mathbf{y}} \in \mathbf{R}^{m+l}$:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \xi \end{bmatrix}, \quad (8)$$

которую будем трактовать как *расширенный* выход объекта.

В соответствии с (2) и (7)

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{C}} \mathbf{x},$$

где матрица $\hat{\mathbf{C}} \in \mathbf{R}^{(m+l) \times n}$ имеет следующую блочную структуру:

$$\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0 \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix}.$$

Соответствующая расширенная передаточная матрица объекта равна

$$\hat{\mathbf{W}}(s) = \hat{\mathbf{C}}_0 (\mathbf{E}_n s - \mathbf{A}_0)^{-1} \mathbf{B}_0, \quad (9)$$

где s — комплексная частота; \mathbf{E}_n — единичная матрица n -го порядка.

Нетрудно прийти к заключению, что требования (5) и (6) достижимы лишь в случае функциональной управляемости объекта по переменным \mathbf{y} и ξ одновременно, что наряду с предложением 1 дает следующий результат.

Предложение 2. Для разрешимости поставленной задачи координирующего управления необходимо и достаточно, чтобы объект был функционально управляемым по расширенному выходу (8), т. е. в точках регулярности передаточной матрицы (9) выполнялось условие:

$$\text{rank} \hat{\mathbf{W}}(s) = m + l.$$

Структура СКУ

Предлагаемая функциональная схема СКУ представлена на рис. 1 и аналогична схеме СКУ, описанной авторами в работах [6, 7]. В ней разделены функции *агрегатного управления* (АУ) и *координационной коррекции* (КК) объекта, которые возлагаются соответственно на блоки БАУ и БКК: первый обеспечивает достижение главной цели (5), а второй — подчиненной цели (6).

СКУ включает два многомерных контура: внешний контур агрегатного управления (АУ-контур) и внутренний контур координационного регулирования (КР-контур). При этом реализуется *принцип разделения движений* [11]: координация осуществляется в режиме "быстрых движений", а обработка целевого значения выхода осуществляется в режиме "медленных движений", т. е. КР-контур должен быть более быстродействующим по сравнению с АУ-контуром.

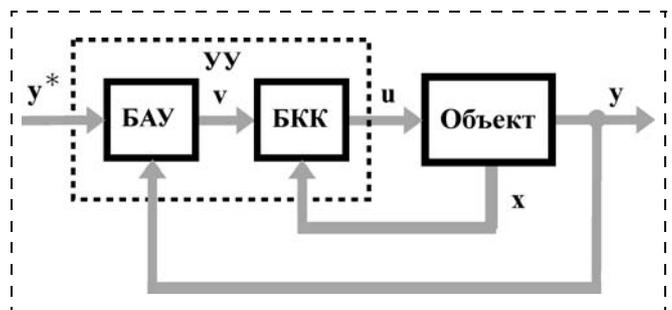


Рис. 1

В работах авторов [6, 7] разработан аппроксимационный метод коррекции систем, основанный на аппарате ЛК-оптимизации. Покажем перспективность его применения для синтеза БКК.

Посредством БКК решаются две задачи:

1) коррекции канала управления выходом объекта, результатом чего является новый управляющий вход $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^m$;

2) координационного регулирования переменной ξ .

Действие БКК будем оценивать по реакции скорректированного объекта на тестовый сигнал

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(0) \neq 0 \quad (t > 0). \quad (10)$$

Удобно считать, что данный сигнал генерируется *задатчиком*, который описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{\mathbf{v}} = 0.$$

Желаемую динамику выхода скорректированного объекта зададим *эталонной моделью* (ЭМ) порядка n_M :

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{v}, \quad (11)$$

$$\mathbf{y}_M = \mathbf{C}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{D}_M \mathbf{v}, \quad (12)$$

где $\mathbf{x}_M \in \mathbf{R}^{n_M}$ — состояние, $\mathbf{y}_M \in \mathbf{R}^m$ — выход эталонной модели; $\mathbf{A}_M, \mathbf{B}_M, \mathbf{C}_M, \mathbf{D}_M$ — числовые матрицы соответствующих размеров.

Полагаем, что эталонная модель устойчива, так что реакция выхода на постоянное входное воздействие (10) устанавливается на постоянном уровне, т. е.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{y}}_M(t) = 0.$$

Здесь и далее линейная стационарная система называется *устойчивой*, если ее *спектр* (т. е. множество корней характеристического уравнения) лежит в левой полуплоскости $\text{Re}s < 0$.

Расхождение между выходом скорректированного объекта и выходом эталонной модели выражает *невязка*

$$\delta \mathbf{y}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_M(t).$$

Динамическая коррекция объекта должна обеспечивать требования:

$$\delta \mathbf{y}(t) \approx 0, \quad \xi(t) \approx 0. \quad (13)$$

Введем малый положительный параметр γ :

$$0 < \gamma \ll 1. \quad (14)$$

Точность приближений (13) будем оценивать интегральными квадратичными критериями:

$$J_y^\gamma = \int_0^\infty e^{-2\gamma t} \|\delta \mathbf{y}(t)\|^2 dt, \quad J_\xi^\gamma = \int_0^\infty e^{-2\gamma t} \|\xi(t)\|^2 dt, \quad (15)$$

(двойные прямые скобки $\|\dots\|$ обозначают евклидову норму вектора).

Введем также критерий интенсивности управляющих воздействий:

$$J_u^\gamma = \int_0^\infty e^{-2\gamma t} \|\mathbf{u}(t)\|^2 dt. \quad (16)$$

Отметим роль весового множителя $e^{-2\gamma t}$ в функционалах (15) и (16) — он обеспечивает их сходимость для класса *ограниченных* функций и тем самым позволяет рассматривать установившиеся режимы в СКУ с *ненулевой* асимптотикой процессов $\delta \mathbf{y}(t), \xi(t), \mathbf{u}(t)$.

Задачу синтеза БКК можно формализовать посредством ограничения или минимизации критериев (15), (16). В наиболее общей постановке это будет задача многокритериальной оптимизации, которая сводится к базовой задаче оптимизации с обобщенным критерием оптимальности, образованным сверткой данных частных критериев:

$$J^\gamma = q_y J_y^\gamma + q_\xi J_\xi^\gamma + \rho J_u^\gamma \rightarrow \min,$$

$q_y, q_\xi, \rho > 0$ — весовые коэффициенты, или, что то же самое, но с учетом (15), (16):

$$J^\gamma = \int_0^\infty e^{-2\gamma t} (q_y \|\delta \mathbf{y}(t)\|^2 + q_\xi \|\xi(t)\|^2 + \rho \|\mathbf{u}(t)\|^2) dt \rightarrow \min. \quad (17)$$

Структура БКК

Предлагаемую структуру БКК отражает рис. 2. Его функционирование подчиняется уравнениям

$$\mathbf{u} = -(\mathbf{K}_1 \mathbf{x} + \mathbf{K}_2 \mathbf{x}_M + \mathbf{K}_3 \mathbf{v}); \quad (18)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{v}. \quad (19)$$

Здесь $\mathbf{K}_1 \in \mathbf{R}^{r \times n}$, $\mathbf{K}_2 \in \mathbf{R}^{r \times n_M}$, $\mathbf{K}_3 \in \mathbf{R}^{r \times m}$ — матричные настроечные параметры БКК. На схеме парой $(\mathbf{A}_M, \mathbf{B}_M)$ обозначено динамическое звено, реализующее уравнение состояния (11) ЭМ.

Задача синтеза БКК сводится к нахождению закона управления (18), оптимального в смысле критерия (17).

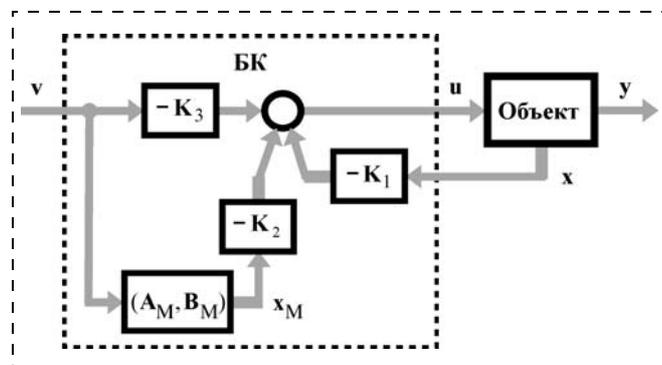


Рис. 2

Эквивалентная стационарная ЛК-задача

Рассмотрим систему

$$S: \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}; \quad (20)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{v}; \quad (21)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = 0; \quad (22)$$

$$\delta \mathbf{y} = \mathbf{C}_0 \mathbf{x} - \mathbf{C}_M \mathbf{x}_M - \mathbf{D}_M \mathbf{v}; \quad (23)$$

$$\xi = \mathbf{L}_0 \mathbf{x}. \quad (24)$$

Она описывает динамику состояний объекта, задатчика и эталонной модели, а также формирование сигналов $\delta \mathbf{y}(t)$ и $\xi(t)$. Порядок системы равен

$$N = n + n_M + m.$$

Сформируем вектор состояния системы:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_M \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Тогда уравнения (20)–(24) можно записать в виде

$$S: \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{B} \mathbf{u}; \quad (26)$$

$$\delta \mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{z}; \quad (27)$$

$$\xi = \mathbf{L} \mathbf{z}. \quad (28)$$

В соответствии с (25) матрицы \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} и \mathbf{L} имеют блочную структуру (нулевые блоки оставлены пустыми), представленную следующими выражениями:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & & & \\ & \mathbf{A}_M & \mathbf{B}_M & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 \\ & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_0 \mid -\mathbf{C}_M \mid -\mathbf{D}_M]; \quad \mathbf{L} = [\mathbf{L}_0 \mid \mid \mid].$$

Закон управления (18) можно представить в виде

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{z}, \quad (29)$$

где в соответствии с (25) \mathbf{K} — блочная матрица:

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_1 \mid \mathbf{K}_2 \mid \mathbf{K}_3]. \quad (30)$$

Из (27), (28) следует равенство

$$q_y \|\delta \mathbf{y}\|^2 + q_\xi \|\xi\|^2 = \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z}, \quad (31)$$

где \mathbf{Q} — симметрическая неотрицательно определенная матрица:

$$\mathbf{Q} = q_y \mathbf{C}^T \mathbf{C} + q_\xi \mathbf{L}^T \mathbf{L}.$$

Здесь T — символ транспонирования матриц.

Используя (31), преобразуем критерий (17) к виду

$$J^\gamma = \int_0^\infty e^{-2\gamma t} (\mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \rho \|\mathbf{u}(t)\|^2) dt \rightarrow \min. \quad (32)$$

Рассмотрим вспомогательную систему

$$\widehat{S}: \dot{\widehat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}_0 - \gamma \mathbf{E}_n) \widehat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_0 \widehat{\mathbf{u}}, \quad (33)$$

$$\dot{\widehat{\mathbf{x}}}_M = (\mathbf{A}_M - \gamma \mathbf{E}_{n_M}) \widehat{\mathbf{x}}_M + \mathbf{B}_M \widehat{\mathbf{v}}; \quad (34)$$

$$\dot{\widehat{\mathbf{v}}} = -\gamma \widehat{\mathbf{v}}, \quad (35)$$

где $\widehat{\mathbf{x}} \in \mathbf{R}^n$; $\widehat{\mathbf{x}}_M \in \mathbf{R}^{n_M}$; $\widehat{\mathbf{v}} \in \mathbf{R}^m$; $\widehat{\mathbf{u}} \in \mathbf{R}^r$ — управляющий вход.

Вводя состояние системы

$$\widehat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{x}} \\ \widehat{\mathbf{x}}_M \\ \widehat{\mathbf{v}} \end{bmatrix},$$

из (33)–(35) получаем представление системы в форме уравнения состояния:

$$\widehat{S}: \dot{\widehat{\mathbf{z}}} = \widehat{\mathbf{A}} \widehat{\mathbf{z}} + \mathbf{B} \widehat{\mathbf{u}}, \quad (36)$$

где матрица системы $\widehat{\mathbf{A}}$ определяется равенством

$$\widehat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \gamma \mathbf{E}_N. \quad (37)$$

Данное соотношение вытекает из сравнения уравнений (20)–(22) с (33)–(35).

Из (37) следует, что спектр системы \widehat{S} получается сдвигом спектра системы S влево на малую величину (14).

Установим связь между динамическими процессами в системах S и \widehat{S} .

Предложение 3. Система S приводится к системе \widehat{S} посредством следующей замены переменных:

$$\mathbf{z}(t) = e^{\gamma t} \widehat{\mathbf{z}}(t), \quad \mathbf{u}(t) = e^{\gamma t} \widehat{\mathbf{u}}(t). \quad (38)$$

Действительно, прямая подстановка данных соотношений в (26) с учетом (37) дает (36).

Таким образом, соотношения (38) устанавливают взаимно однозначное соответствие между управляемыми движениями систем S и \widehat{S} .

Подстановка выражений (38) в критерий (32) приводит к оптимизационной задаче для системы \widehat{S} :

$$J^0 = \int_0^\infty (\widehat{\mathbf{z}}^T(t) \mathbf{Q} \widehat{\mathbf{z}}(t) + \rho \|\widehat{\mathbf{u}}(t)\|^2) dt \rightarrow \min. \quad (39)$$

Отсюда вытекает следующее предложение.

Предложение 4. Исходная задача ЛК-оптимизации процессов управления (32) в системе S эквивалентна стационарной задаче ЛК-оптимального управления системой \widehat{S} по критерию (39).

Наконец, необходимо ответить на вопрос разрешимости решаемой задачи оптимизации.

Прежде всего, отметим, что закон управления (29) для системы S с помощью соотношений (38) преобразуется в закон управления для системы \widehat{S} :

$$\widehat{\mathbf{u}} = -\mathbf{K}\widehat{\mathbf{z}}. \quad (40)$$

Предложение 5. Если объект (1), (2) является вполне управляемым, эталонная модель (11), (12) — устойчива, то оптимизационная задача (17) разрешима.

Обоснуем данное предложение. Система \widehat{S} состоит из трех подсистем, представленных уравнениями (33)—(35). Пусть выполняются допущения последнего предложения. Из полной управляемости объекта следует, что подсистема (33) в \widehat{S} также вполне управляема. Подсистемы (34), (35), хотя и неуправляемы, но являются устойчивыми. Таким образом, система \widehat{S} стабилизируема, т. е. посредством действия стабилизирующих обратных связей возможно добиться ее устойчивости (в замкнутом состоянии). Но в этом случае функционал в (39) будет принимать конечные значения, что в итоге гарантирует существование оптимума (17).

Замечание. Приведем еще одно соображение в пользу излагаемого подхода к формализации задачи динамической коррекции — применении критериев качества (15), (16) с параметризацией (14) и последующем сведении исходной оптимизационной задачи к эквивалентной стационарной ЛК-задаче.

Пусть время установления переходных процессов в скорректированном объекте не превышает величины T , причем $\gamma T \ll 1$. Сравним движения систем S и \widehat{S} , полагая, что их начальные состояния совпадают:

$$\widehat{\mathbf{z}}(0) = \mathbf{z}(0).$$

Сравнение уравнений (20)—(22) и (33)—(35) показывает, что управляемые динамические процессы в системах S и \widehat{S} практически не будут отличаться на временном интервале $0 < t \leq T$. В частности, согласно (35) сигнал $\widehat{\mathbf{v}}(t)$, хотя и является экспоненциальным

$$\widehat{\mathbf{v}}(t) = \widehat{\mathbf{v}}(0)\exp(-\gamma t),$$

но в силу (14) это — *слабозатухающий* (т. е. квазистационарный) сигнал, который практически совпадает с постоянным сигналом (10) при $0 < t \leq T$.

Расчет параметров БКК

Решение ЛК-задачи (26), (39) дает линейный закон управления (40), где

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^T \mathbf{P}, \quad (41)$$

а $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ — симметрическая матрица, являющаяся решением алгебраического матричного уравнения Риккати

$$\rho^{-1} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \widehat{\mathbf{A}} - \widehat{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} = 0. \quad (42)$$

Разбивая полученную матрицу \mathbf{K} согласно (30) на блоки размеров $r \times n$, $r \times n_M$ и $r \times m$, находим искомые матричные параметры \mathbf{K}_1 , \mathbf{K}_2 и \mathbf{K}_3 блока коррекции (18), (19).

Необходимая настройка БКК осуществляется посредством подходящего выбора весовых коэффициентов q_y и q_ξ в структуре оптимизируемого функционала (17).

Предложение 6. Пусть объект (1), (2) является вполне управляемым и, кроме того, функционально управляем по расширенному выходу (8), образованному переменными (2) и (7), а эталонная модель (11), (12) устойчива. Тогда посредством выбора больших значений весовых коэффициентов q_y и q_ξ :

$$q_y, q_\xi \gg \rho,$$

отклики $\delta \mathbf{y}(t)$ и $\xi(t)$ возможно сделать сколь угодно малыми в смысле метрики функционального пространства $L_2[0, \infty)$:

$$J_y^\gamma = \int_0^\infty \mathbf{e}^{-2\gamma t} \|\delta \mathbf{y}(t)\|^2 dt \leq \varepsilon_y, \quad J_\xi^\gamma = \int_0^\infty \mathbf{e}^{-2\gamma t} \|\xi(t)\|^2 dt \leq \varepsilon_\xi,$$

где ε_y и ε_ξ — априори заданные малые положительные величины.

Данное предложение имеет принципиальное значение, поскольку гарантирует возможность эффективной настройки БКК.

Отметим еще одно важное обстоятельство. Выше отмечалось, что процессы агрегатного управления и координационного регулирования должны быть разнотемповыми: вторые по сравнению с первыми должны протекать существенно быстрее. Данное требование выполняется посредством двух инструментов настройки БКК:

1) посредством выбранной ЭМ задаются желаемые динамические характеристики скорректированного канала управления выходом объекта;

2) настройка контура координационного регулирования осуществляется надлежащим выбором весов q_ξ и q_y — последовательным увеличением веса q_ξ при фиксированном значении веса q_y до тех пор, пока необходимый результат не будет достигнут.

Пример. Пусть $n = 4$, $m = 1$, $r = 2$;

$$\mathbf{x} = \text{col}(x_1, x_2, x_3, x_4);$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [0 \ -1 \ 1 \ 1].$$

В процессе управления необходимо поддерживать соотношение между выходными переменными: $x_2/x_4 = 2$. Ему отвечает линейное КС

$$\Phi(\mathbf{x}) = x_2 - 2x_4.$$

Введем невязку КС:

$$\xi = x_2 - 2x_4.$$

Эталонную модель зададим передаточной функцией

$$W_M(s) = \frac{1}{2s + 1}.$$

Полагаем

$$\gamma = 10^{-4}, q_y = 30, q_z = 20, \rho = 1.$$

Решая уравнения (42) и учитывая (41), (30), находим параметры БКК:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1,3738 & 4,4667 & -4,4485 & -2,1250 \\ -0,1786 & -4,2662 & 3,8076 & 10,0564 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 4,1591 \\ -2,1048 \end{bmatrix}, K_3 = \begin{bmatrix} 0,9354 \\ 0,4175 \end{bmatrix}.$$

На рис. 3 представлены эталонная реакция модели $y_M(t)$ (штриховая линия) и переходные процессы в скорректированном объекте — $y(t)$ и $\xi(t)$ (сплошные линии) на единичное воздействие $v(t)$. На рис. 4 показана соответствующая траектория процесса регулирования в плоскости (x_2, x_4) . Здесь $t_F = 20$.

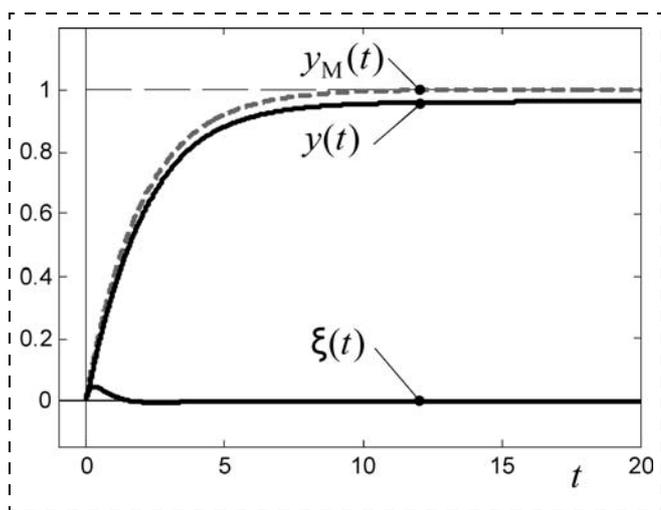


Рис. 3

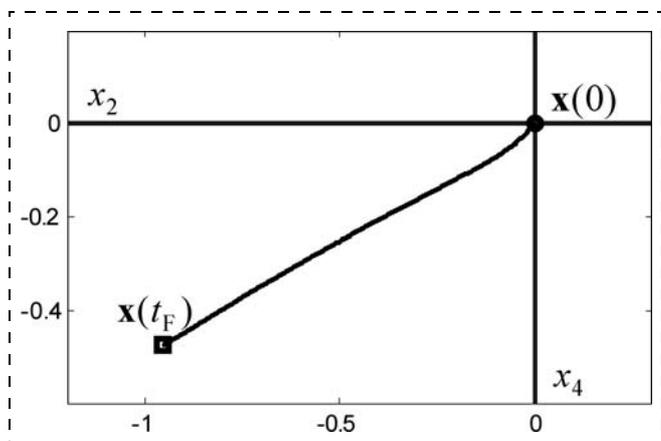


Рис. 4

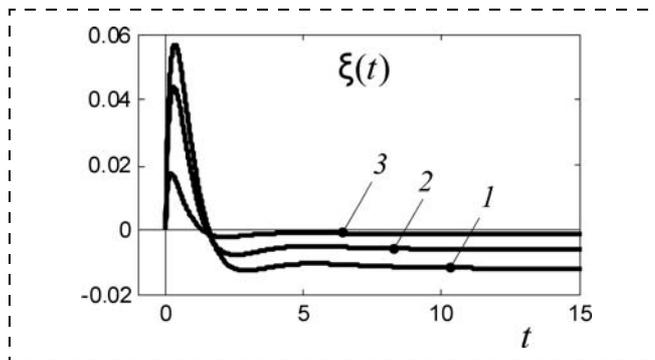


Рис. 5

На рис. 5 для сравнения представлены реакции скорректированного объекта $\xi(t)$ на единичное воздействие $v(t)$ для случая

$$\gamma = 10^{-4}, q_y = 30, \rho = 1$$

и трех вариантов значений весового коэффициента q_z :

- 1) $q_z = 10$; 2) $q_z = 20$; 3) $q_z = 100$.

Заключение

Современное состояние "линейно-квадратичного тренда" в теории оптимизации автоматических систем анализируется в работе [12]. Показано, что в рамках известных классических постановок задач ЛК-оптимизации процессов управления [8] выхолащивается собственно проблема динамического качества процессов управления, что существенно ограничивает их прикладную ценность. Фактически, в данных задачах процедура ЛК-оптимизации играет лишь роль формального инструмента, позволяющего при синтезе использовать достаточно простой аналитический математический аппарат и алгоритмический инструментарий.

В работах авторов [6, 7] предложен новый подход к решению задач динамической коррекции для класса скалярных и многосвязных объектов управления, обеспечивающий конвергенцию классической концепции прямых показателей качества процессов управления и методологии ЛК-оптимизации систем управления. В настоящей работе данный подход развивается применительно к задачам координирующего управления.

Список литературы

1. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблематике синтеза координирующих систем автоматического управления // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск "Перспективные системы и задачи управления". 2012. № 3 (128). С. 172–180.
2. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Аналитический синтез систем координирующего управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 7. С. 2–8.
3. Бойчук Л. М. Синтез координирующих систем автоматического управления. М.: Энергоатомиздат, 1991. 160 с.
4. Мирошник И. В. Согласованное управление многоканальными системами. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 128 с.

5. **Бойчук Л. М.** Метод структурного синтеза систем функционального регулирования одного класса // Автоматика. 1969. № 4. С. 41—48.

6. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Метод динамической коррекции и автономизации каналов управления в многосвязных системах на основе формализма линейно-квадратичной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 12. С. 2—6.

7. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Динамическая коррекция процессов регулирования методом линейно-квадратичной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 5. С. 9—14.

8. **Справочник** по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.

9. **Филимонов Н. Б.** Функциональная управляемость и синтез систем управления методом обратных задач динамики // Автоматическое управление объектами с переменными характеристиками: Межвуз. сб. науч. трудов. Новосибирск: НЭТИ, 1986. С. 58—68.

10. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Синтез систем управления линейными динамическими объектами с эталонной динамикой выхода // Вестник РУДН. Сер. Кибернетика. 1998. № 1. С. 64—80.

11. **Герашенко Е. И., Герашенко С. М.** Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. М.: Наука, 1975. 295 с.

12. **Филимонов Н. Б.** Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 12. С. 2—11.

УДК 62-50:519.711

Д. П. Ким, д-р техн. наук, проф.,
dpkim@yandex.ru,
МГТУ МИРЭА, Москва

Алгебраический метод синтеза дискретных систем управления

Рассматривается синтез цифрового регулятора методом желаемой передаточной функции (ЖПФ). Исследуется проблема определения ЖПФ (желаемого характеристического полинома) дискретных систем управления.

Ключевые слова: синтез, дискретные системы управления, полиномиальное уравнение, грубость, физическая осуществимость, желаемая передаточная функция

Введение

Данная статья посвящена синтезу дискретных систем управления по желаемой передаточной функции (ЖПФ). Различные методы синтеза дискретных регуляторов по ЖПФ рассматриваются в работах [1—3]. Однако методика определения ЖПФ дискретных систем управления не разработана. Обычно ограничиваются рассмотрением в качестве ЖПФ передаточной функции, у которой все полюса являются нулями. Но при выборе такой ЖПФ управление синтезированной системы может принимать недопустимо большие по модулю значения.

Хотя устойчивость дискретных систем управления при их описании с помощью z -преобразования зависит только от модулей корней характеристического уравнения, показатели качества в переходном режиме зависят также от их аргументов. В данной работе после краткого описания алгоритма синтеза дискретных систем управления по ЖПФ (точнее по известному желаемому характеристическому полиному) исследуется вопрос о том, как влияет расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости на показатели качества системы управления в переходном режиме. Полученные результаты могут быть использованы при определении ЖПФ.

Метод желаемых передаточных функций

Пусть задана дискретная передаточная функция неизменяемой части системы

$$W_{\Pi}^*(z) = \frac{P^*(z)}{Q^*(z)}, \quad (1)$$

где $P^*(z)$, $Q^*(z)$ — полиномы.

Предположим пока, что известна желаемая передаточная функция $W_{\text{ж}}^*(z)$. Требуется синтезировать регулятор, при котором передаточная функция $W_{\text{yg}}^*(z)$ синтезированной системы (рис. 1) была бы равна желаемой:

$$W_{\text{yg}}^*(z) = \frac{W_{\text{p}}^*(z) W_{\Pi}^*(z)}{1 + W_{\text{p}}^*(z) W_{\Pi}^*(z)} = W_{\text{ж}}^*(z).$$

Разрешив это тождество относительно передаточной функции регулятора, получим

$$W_{\text{p}}^*(z) = \frac{1}{W_{\Pi}^*(z)} \cdot \frac{W_{\text{ж}}^*(z)}{1 - W_{\text{ж}}^*(z)}$$

или с учетом (1)

$$W_{\text{p}}^*(z) = \frac{Q^*(z)}{P^*(z)} \cdot \frac{W_{\text{ж}}^*(z)}{1 - W_{\text{ж}}^*(z)}. \quad (2)$$

Как следует из (1) и (2), если ЖПФ выбирается произвольно, все нули и полюса передаточной функции неизменяемой части компенсируются (сокращаются) полюсами и нулями передаточной функции регулятора соответственно. Однако для того чтобы синтезированная система была грубой,

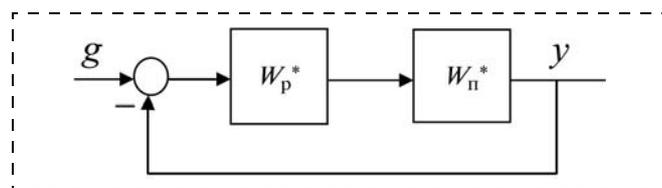


Рис. 1. Синтезированная система

правые и нейтральные нули и полюса передаточной функции неизменяемой части не должны компенсироваться соответствующими полюсами и нулями передаточной функции регулятора. Поэтому алгоритм синтеза по ЖПФ включает факторизацию передаточной функции неизменяемой части, т. е. она представляется в виде

$$W_{\Pi}^*(z) = \frac{P^*(z)}{Q^*(z)} = \frac{P_{\text{В}}^*(z)P_{\text{Н}}^*(z)}{Q_{\text{В}}^*(z)Q_{\text{Н}}^*(z)}, \quad (3)$$

где $P_{\text{В}}^*(z)$, $Q_{\text{В}}^*(z)$ — полиномы, нули которых расположены внутри единичной окружности (внутренние нули); $P_{\text{Н}}^*(z)$, $Q_{\text{Н}}^*(z)$ — полиномы, нули которых расположены на и вне единичной окружности (нейтральные и наружные нули).

Примечание. Если для обеспечения грубости или других требований необходимо, чтобы какие-либо внутренние нули и полюса передаточной функции неизменяемой части не компенсировались соответствующими полюсами и нулями передаточной функции регулятора, то при факторизации их нужно включать в полиномы $P_{\text{Н}}^*(z)$ и $Q_{\text{Н}}^*(z)$ соответственно.

Передаточные функции синтезируемого регулятора и синтезированной системы управления имеют соответственно вид [3]

$$W_{\text{Р}}^*(z) = \frac{Q_{\text{В}}^*(z)M^*(z)}{P_{\text{В}}^*(z)N^*(z)(z-1)^{r_{\text{Р}}}}, \quad (4)$$

$$W_{\text{Ж}}^*(z) = \frac{P_{\text{Н}}^*(z)M^*(z)}{G^*(z)}. \quad (5)$$

Здесь $M^*(z)$, $N^*(z)$ — неизвестные полиномы, которые определяются в процессе синтеза из полиномиального уравнения.

Порядок синтеза системы управления по ЖПФ можно сформулировать следующим образом [3].

1. Провести факторизацию передаточной функции неизменяемой части, т. е. представить ее в виде (3). Если полиномы ее числителя и знаменателя не имеют нулей на и вне единичной окружности, то положить $P_{\text{Н}}^*(z) = 1$ и $Q_{\text{Н}}^*(z) = 1$; если они не имеют нулей внутри единичной окружности, то приравнять $P_{\text{В}}^*(z)$ и $Q_{\text{В}}^*(z)$ постоянному множителю этих полиномов.

2. Исходя из требований к порядку астатизма синтезируемой системы определить число $r_{\text{Р}}$ интегрирующих звеньев в регуляторе.

3. Из условия (здесь и ниже n с подстрочным индексом, например T , т. е. n_T , обозначает степень полинома T)

$$n_G \geq n_{Q_{\text{Н}}} + r_{\text{Р}} + n_Q - 1 - n_{P_{\text{В}}},$$

определить порядок ЖПФ (степень n_G полинома $G^*(z)$ ее знаменателя), а затем исходя из требований к качеству синтезируемой системы в переходном режиме выбрать и сам характеристический поли-

ном синтезируемой системы $G^*(z)$. Записать условия физической реализуемости, разрешимости и грубости:

$$n_{Q_{\text{В}}} + n_M \leq n_{P_{\text{В}}} + n_N + r_{\text{Р}}, \quad (6a)$$

$$n_M + n_N + 1 \geq n_G, \quad (6б)$$

$$n_N = n_G - n_{Q_{\text{Н}}} - r_{\text{Р}} \quad (6в)$$

и из этих соотношений определить наименьшие степени n_M и n_N неизвестных полиномов $M^*(z)$, $N^*(z)$.

4. Записать полиномы $M^*(z)$ и $N^*(z)$ с неизвестными коэффициентами и составить полиномиальное уравнение

$$P_{\text{Н}}^*(z)M^*(z) + Q_{\text{Н}}^*(z)N^*(z)(z-1)^{r_{\text{Р}}} = G^*(z), \quad (7)$$

из которого определить коэффициенты полиномов $M^*(z)$ и $N^*(z)$.

5. Определить искомую передаточную функцию регулятора, подставив найденные и другие полиномы в формулу (4).

Следует заметить, что если объект обладает запаздыванием, то при синтезе непрерывного регулятора методом ЖПФ передаточная функция объекта аппроксимируется дробно-рациональной функцией [4]. Однако при синтезе дискретного (цифрового) регулятора методом ЖПФ необходимость преобразования передаточной функции объекта с запаздыванием не возникает, так как наличие запаздывания в объекте управления не влияет на характер передаточной функции дискретной модели непрерывной части: она остается дробно-рациональной.

Определение желаемой передаточной функции

Как известно [1–3], переходный процесс дискретной системы управления заканчивается за конечное число шагов, если все ее полюса равны нулю. Система с такой передаточной функцией является оптимальной по быстродействию. Поэтому в качестве ЖПФ можно было бы принять передаточную функцию с нулевыми полюсами. Однако в системах управления с такой передаточной функцией, как отмечалось, управление может принять недопустимо большое по модулю значение. Поэтому вопрос, как определить ЖПФ, остается открытым.

Из приведенного алгоритма синтеза системы управления по ЖПФ следует, что фактически синтез проводится по желаемому характеристическому полиному. Числитель синтезируемой системы управления, как и в непрерывном случае, определяется в процессе синтеза по ее характеристическому полиному и передаточной функции объекта (неизменяемой части). Поэтому рассмотрим вопрос о том, как следует выбирать характеристический полином ЖПФ. Для этого исследуем влияние корней характеристического уравнения системы управления на ее показатели качества в переходном режиме при рассматриваемом методе синтеза регулятора. Сле-

лаем это на конкретных примерах объектов 2-го и 3-го порядков и попытаемся получить рекомендации, которые могли бы помочь при выборе желаемого характеристического полинома в общем случае.

Исследование переходной характеристики объекта 2-го порядка

Рассмотрим объект 2-го порядка с передаточной функцией

$$W_o(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)}.$$

Передаточная функция ее дискретной модели при периоде дискретности $T=0,1$ и фиксаторе нулевого порядка имеет вид

$$W_o^*(z) = \frac{P^*(z)}{Q^*(z)} = \frac{0,02059z + 0,01686}{z^2 - 1,511z + 0,5488}$$

или

$$W_o^*(z) = \frac{P^*(z)}{Q^*(z)} = \frac{0,02059(z + 0,8188)}{(z - 0,90418)(z - 0,6065)}.$$

Пусть корни желаемого характеристического уравнения имеют вид

$$z_1 = r(\cos\varphi + j\sin\varphi) = re^{j\varphi},$$

$$z_2 = r(\cos\varphi - j\sin\varphi) = re^{-j\varphi}.$$

Им соответствует характеристический полином

$$G^*(z) = z^2 - (2r\cos\varphi)z + r^2. \quad (8)$$

Проведем синтез астатической системы с астатизмом первого порядка и характеристическим полиномом (8).

Нули и полюса передаточной функции неизменяемой части расположены внутри единичного круга. Поэтому при ее факторизации получим

$$P_B^*(z) = 0,02059z + 0,01686, \quad P_H^*(z) = 1;$$

$$Q_B^*(z) = z^2 - 1,511z + 0,5488, \quad Q_H^*(z) = 1.$$

Так как синтезируемая система должна быть астатической с астатизмом первого порядка, и передаточная функция объекта не содержит единичного полюса, то передаточная функция регулятора должна содержать единичный полюс. Поэтому порядок астатизма регулятора r_p должен быть равен единице ($r_p = 1$). Из условия разрешимости, физической реализуемости и грубости (6) для степеней неизвестных полиномов $M^*(z)$ и $N^*(z)$ находим

$$n_M = 0, \quad n_N = 1.$$

Поэтому положив

$$M^*(z) = b, \quad N^*(z) = a_0z + a_1,$$

полиномиальное уравнение (7) можно записать в виде

$$b + (a_0z + a_1)(z - 1) = z^2 - (2r\cos\varphi)z + r^2.$$

Отсюда для неизвестных коэффициентов получаем

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 1 - 2r\cos\varphi, \quad b = 1 - 2r\cos\varphi + r^2.$$

Соответственно, полиномы $M^*(z)$ и $N^*(z)$ принимают вид

$$M^*(z) = 1 - 2r\cos\varphi + r^2, \quad N^*(z) = z + 1 - 2r\cos\varphi.$$

Для передаточной функции регулятора в соответствии с формулой (4) имеем

$$W_p^*(z) = \frac{(z^2 - 1,511z + 0,5488)(1 - 2r\cos\varphi + r^2)}{(0,02059z + 0,01686)(z + 1 - 2r\cos\varphi)(z - 1)}.$$

Передаточная функция синтезированной системы, равная ЖПФ, в соответствии с формулой (5) имеет вид

$$W_{ж}^*(z) = \frac{1 - 2r\cos\varphi + r^2}{z^2 - 2r\cos\varphi z + r^2}.$$

Для z -изображения переходной функции синтезированной системы управления имеем

$$H^*(z) = W_{ж}^*(z) \frac{z}{z-1} = \frac{(1 - 2r\cos\varphi + r^2)z}{(z^2 - 2r\cos\varphi z + r^2)(z - 1)}.$$

Рассмотрим отдельно три случая: корни характеристического уравнения синтезированной системы 1) действительны и равны; 2) действительны, равны по модулю и противоположны по знаку; 3) комплексно-сопряженные.

1. Корни действительны и равны между собой. Этот случай имеет место, когда $\varphi = 0$. Найдем переходную функцию $h[IT]$. Ее изображение принимает вид

$$H^*[z] = W_{ж}^*(z) \frac{z}{z-1} = \frac{(1-r)^2 z}{(z-r)^2 (z-1)}.$$

Воспользуемся формулой разложения для изображения вида

$$F^*(z) = \frac{B^*(z)}{A^*(z)}$$

($B^*(z), A^*(z)$ — полиномы), имеющего кратные полюса [5]:

$$f[IT] = \sum_{i=1}^m \frac{1}{(k_i-1)!} \lim_{z \rightarrow z_i} \frac{d^{k_i-1}}{dz^{k_i-1}} \left[(z - z_i)^{k_i} \frac{B^*(z)}{A^*(z)} z^{l-1} \right].$$

Здесь k_i — кратность корня z_i , m — число различных корней. В соответствии с приведенной формулой имеем

$$h[IT] = \lim_{z \rightarrow r} \frac{d}{dz} \frac{(1-r^2)z^l}{z-1}.$$

Проведя необходимые вычисления, для переходной функции получим

$$h[IT] = 1 - r^{l-1} [l + (1-l)r].$$

Из этой формулы следует (что подтверждается результатами моделирования синтезированной системы):

- при $0 \leq r < 1$ (корни располагаются в правой полуплоскости) переходный процесс является монотонным и время регулирования тем меньше, чем меньше r ;
- при $-1 < r < 0$ (корни располагаются в левой полуплоскости) переходный процесс является колебательным и время регулирования и перерегулирование тем меньше, чем меньше $|r|$.

2. Корни действительны, равны по модулю и противоположны по знаку ($z_1 = r, z_2 = -r$).

В этом случае передаточная функция синтезированной системы, равная желаемой передаточной функции, имеет вид

$$W_{ж}^*(z) = \frac{1-r^2}{z^2-r^2}.$$

Соответственно, изображение переходной функции принимает вид

$$H^*[z] = \frac{1-r^2}{z^2-r^2} \cdot \frac{z}{z-1}.$$

Используя формулу разложения для изображения, имеющего простые полюса, [5]

$$h[IT] = \sum_{l=1}^n \frac{B^*(z_l)}{A(z_l)} z_l^{l-1},$$

находим

$$h[IT] = 1 - r^{l-1} \left(\frac{1+r}{2} + \frac{1-r}{2} (-1)^{l-1} \right).$$

Из последней формулы следует (и моделирование это подтверждает), что переходный процесс синтезированной системы является монотонным, и он затухает медленнее с ростом r .

3. Корни комплексно-сопряженные.

Корни характеристического уравнения синтезируемой системы управления имеют вид

$$z_1 = r e^{j\varphi} = r(\cos\varphi + j\sin\varphi),$$

$$z_2 = r e^{-j\varphi} = r(\cos\varphi - j\sin\varphi).$$

В этом случае исследование проводилось только путем моделирования синтезированной системы управления.

В табл. 1 представлены результаты моделирования — время регулирования t_p , перерегулирование σ и характер переходного процесса (ХПП) — в зависимости от угла φ и модуля корней, когда они расположены в правой полуплоскости. В табл. 2 представлены те же данные для случая, когда корни располагаются в левой полуплоскости.

Проанализируем данные этих таблиц и установим, как зависят показатели качества от расположения корней характеристического уравнения на комплексной плоскости.

А. Корни правые.

Из табл. 1 следует:

1) с ростом модуля r корней время регулирования растёт;

2) с ростом угла φ , т. е. с приближением корней на комплексной плоскости к мнимой оси при малых значениях модуля корней, переходный процесс является монотонным (за исключением случая, когда корни располагаются на мнимой оси) и при больших r переходит с монотонного в апериодический, а затем в колебательный, при этом перерегулирование растёт.

Б. Корни левые.

В этом случае из табл. 2 следует: во всех рассмотренных случаях переходный процесс является колебательным и при этом:

1) с ростом модулей корней время регулирования и перерегулирования возрастает;

Таблица 1

r		φ				
		$\pi/10$	$\pi/8$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$
0,25	t_p	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
	σ	0	0	0	0	6
ХПП		Монотонный	Монотонный	Монотонный	Монотонный	Колебательный
0,5	t_p	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
	σ	0	0	2	6	25
ХПП		Монотонный	Монотонный	Апериодический	Апериодический	Колебательный
0,75	t_p	1,2	1,2	1	1	1,2
	σ	6	10	18	32	56
ХПП		Апериодический	Апериодический	Апериодический	Колебательный	Колебательный

Таблица 2

r		φ				
		$\pi/10$	$\pi/8$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$
-0,25	t_p	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4
	σ	54	52	50	42	6
ХПП		Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный
-0,5	t_p	0,8	0,7	0,6	0,7	0,6
	σ	120	117	112	96	25
ХПП		Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный
-0,75	t_p	1,2	1,5	1,5	1,03	1,2
	σ	56	195	186	162	56
ХПП		Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный

2) с увеличением угла φ , т. е. с приближением корней к мнимой оси слева, перерегулирование убывает, время регулирования при малых модулях корней не изменяется, а при больших сначала возрастает, а затем убывает.

Исследование переходной характеристики объекта 3-го порядка

Рассмотрим объект 3-го порядка с передаточной функцией

$$W_0(s) = \frac{1}{(s+1)(0,5s+1)(0,2s+1)}.$$

Передаточная функция ее дискретной модели при периоде дискретности $T=0,1$ и фиксаторе нулевого порядка имеет вид

$$W_0^*(z) = \frac{P^*(z)}{Q^*(z)} = \frac{0,001369z^2 + 0,0045z + 0,0009179}{z^3 - 2,33z^2 + 1,786z - 0,4493}$$

или

$$W_0^*(z) = \frac{P^*(z)}{Q^*(z)} = \frac{0,001369(z+0,485)(z+3,0686)}{z^3 - 2,33z^2 + 1,786z - 0,4493}.$$

Все ее полюса по модулю меньше единицы. Пусть корни желаемого характеристического уравнения дискретной модели имеют вид

$$z_1 = r; z_2 = r(\cos\varphi + j\sin\varphi) = re^{j\varphi}, \\ z_3 = r(\cos\varphi - j\sin\varphi) = re^{-j\varphi}.$$

Тогда характеристический полином принимает вид

$$G^*(z) = z^3 - r(2\cos\varphi + 1)z^2 + r^2(2\cos\varphi + 1)z - r^3. \quad (9)$$

Представим его в виде

$$G^*(z) = c_0z^3 + c_1z^2 + c_2z + c_3,$$

где

$$c_0 = 1, c_1 = -r(2\cos\varphi + 1), \\ c_2 = r^2(2\cos\varphi + 1), c_3 = -r^3.$$

Проведем синтез астатической системы с астатизмом первого порядка, характеристический полином которой имеет вид (9).

Как отмечалось, все полюса передаточной функции дискретной модели объекта расположены внутри единичного круга. Поэтому при ее факторизации получим

$$P_B^*(z) = 0,001369(z+0,485), P_H^*(z) = z+3,0686; \\ Q_B^*(z) = z^3 - 2,33z^2 + 1,786z - 0,4493, Q_H^*(z) = 1.$$

Так как синтезированная система должна быть астатической с астатизмом первого порядка и передаточная функция объекта не содержит единичного полюса, то передаточная функция регулятора должна содержать единичный полюс. Поэтому должно быть $r_p = 1$.

Из условия разрешимости, физической реализуемости и грубости (6) для степеней неизвестных полиномов $M^*(z)$ и $N^*(z)$ находим

$$n_M = 0, n_N = 2.$$

Поэтому, положив

$$M^*(z) = b, N^*(z) = a_0z^2 + a_1z + a_2,$$

полиномиальное уравнение (7) можно записать в виде

$$(z+3,0686)b + (a_0z^2 + a_1z + a_2)(z-1) = \\ = c_0z^3 + c_1z^2 + c_2z + c_3.$$

Отсюда для неизвестных коэффициентов получаем

$$a_0 = c_0, a_1 = c_1 + a_0, b = c_2 + c_3 + a_1, \\ a_2 = 3,0686b - c_3.$$

Для передаточной функции регулятора в соответствии с формулой (4) имеем

$$W_p^*(z) = \\ = \frac{(z^2 - 1,511z + 0,5488)b}{(0,02059z + 0,01686)(a_0z^2 + a_1z + a_2)(z-1)}.$$

В табл. 3 и 4 приведены результаты исследования синтезированной системы управления: в табл. 3 — время регулирования t_p , перерегулирование и характер переходного процесса, когда корни характеристического уравнения являются правыми; в табл. 4 — время регулирования t_p , перерегулирование и характер переходного процесса, когда корни являются левыми.

А. Корни правые. Из табл. 3 следует:

1) время регулирования t_p с ростом модуля r корней характеристического уравнения возрастает,

Таблица 3

r	φ	φ					
		0	$\pi/10$	$\pi/8$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$
0,25	t_p	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,4
	σ	0	0	0	0	0	0
0,5	t_p	1,1	0,9	0,9	0,8	0,6	0,7
	σ	0	0	0	0	0	0
0,75	t_p	2,3	1,4	1,2	1	1,3	1,2
	σ	0	0	0	0	0	0
	ХПП	Моно-тон-ный	Моно-тон-ный	Моно-тон-ный	Моно-тон-ный	Моно-тон-ный	Моно-тон-ный

Таблица 4

r		φ					
		0	$\pi/10$	$\pi/8$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$
-0,25	t_p	0,7	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4
	σ	60	58	57	56	51	25
ХПП		Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Апериодический
-0,5	t_p	1,3	1,2	1,1	1	0,8	0,6
	σ	134	119	112	111	106	64
ХПП		Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный
-0,75	t_p	3,6	1,9	1,6	2,1	1,6	1,2
	σ	688	515	441	372	247	113
ХПП		Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный	Колебательный

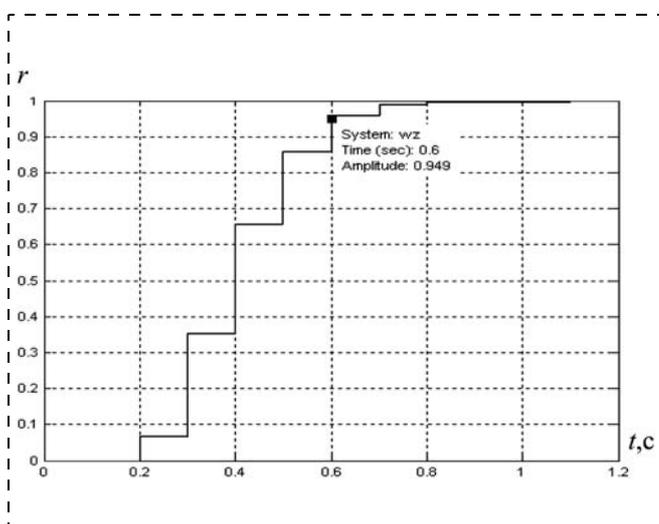


Рис. 2. Переходная характеристика ($r = 0,5, \varphi = \pi/4$)

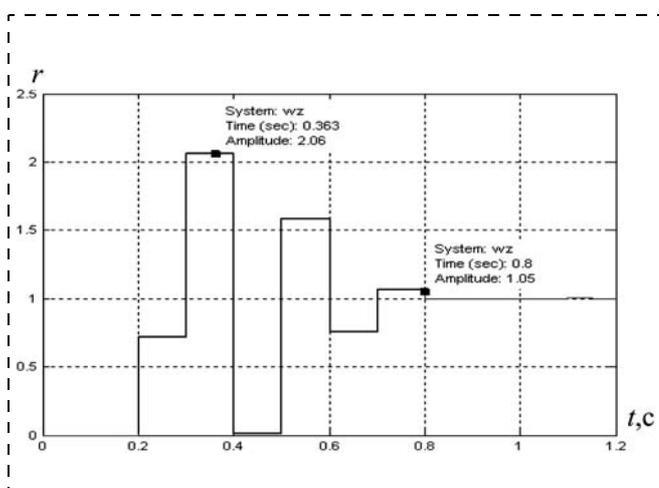


Рис. 3. Переходная характеристика ($r = -0,5, \varphi = \pi/4$)

а от φ зависит следующим образом: при малых r с приближением к $\pi/2$ убывает и при больших r с ростом φ сначала убывает, а затем с приближением к $\pi/2$ возрастает, а затем снова убывает;

2) переходный процесс независимо от r и φ является монотонным.

Б. Корни левые. Из табл. 4 следует:

1) время регулирования t_p с ростом модуля r корней характеристического уравнения возрастает, а от φ зависит примерно так же, как и при правых корнях: при малых r с приближением к $\pi/2$ убывает и при больших r с ростом φ сначала убывает, а затем с приближением к $\pi/2$ возрастает, а затем снова убывает;

2) переходный процесс независимо от r и является колебательным;

3) перерегулирование с ростом убывает независимо от r .

Для наглядного представления о характере переходного процесса, когда корни характеристического уравнения расположены справа и слева от мнимой оси, на рис. 2 приведена переходная характеристика при $r = 0,5, \varphi = \pi/4$, и на рис. 3 — переходная характеристика при $r = -0,5, \varphi = \pi/4$.

Заключение

Подведем итоги проведенного исследования. Естественно, на основе результатов, полученных из рассмотрения частных примеров, нельзя делать обобщающие выводы. Однако можно отметить, что из структуры общего решения однородного разностного уравнения вытекают следующие факты, подтвержденные проведенными путем моделирования исследованиями:

1) время регулирования возрастает с ростом модулей корней характеристического уравнения;

2) если корни характеристического уравнения расположены в правой полуплоскости, то переходный процесс, как правило, является монотонным или аperiodическим;

3) если корни характеристического уравнения расположены в левой полуплоскости, то переходный процесс, как правило, является колебательным, и перерегулирование возрастает с ростом модулей корней характеристического уравнения.

Список литературы

1. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем. М.: Наука, 1977. 560 с.
2. Остром К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. М.: Мир, 1987. 480 с.
3. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. 1-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 288 с.; 2-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 312 с.
4. Ким Д. П. Алгебраический метод синтеза систем с чистым запаздыванием // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 10. С. 2—7.
5. Гноенский Л. С., Каменский Г. А., Эльсгольц Л. Э. Математические основы теории управляемых систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1969. 512 с.

УПРАВЛЕНИЕ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И АВТОТРАНСПОРТНЫМИ СРЕДСТВАМИ

УДК 681.5

А. А. Кабанов, канд. техн. наук, доц.,
KabanovAleksey@gmail.com
Севастопольский национальный
технический университет

Система робастного субоптимального управления движением мобильного робота

Рассматривается задача синтеза робастной системы управления движением мобильного робота с субоптимальным в смысле минимизации квадратичного критерия качества законом управления. При проектировании данной системы используются методы теории сингулярных возмущений, основанные на понижении порядка системы и описании неопределенности в ее динамике в виде параметра возмущений. Этот факт позволяет упростить реализацию регулятора на микроконтроллере и уменьшить вычислительные затраты, замкнутая система при этом будет обладать робастными свойствами. Приводятся результаты моделирования и экспериментальных испытаний.

Ключевые слова: мобильный робот, субоптимальное управление, робастность, сингулярное возмущение, микропроцессорная система

Введение

Мобильные роботы (МР) сегодня являются достаточно востребованным инструментом, используемым и в современной промышленности, и в научно-исследовательских проектах, и во многих других областях, где нежелательно или по ряду причин невозможно непосредственное участие человека. Использование МР подразумевает решение разнообразных задач управления движением (например, траекторного или терминального управления), целью которых является достижение поставленной цели.

В большинстве своем решения, предлагаемые для синтеза управлений, основаны только на кинематическом описании МР [1, 2], что не всегда позволяет обеспечить приемлемое качество движения. В этом смысле более общим и соответствующим реальности является подход, учитывающий как кинематику объекта управления, так и его динамические свойства. Здесь, например, можно отметить работы [3–5], в которых авторы используют симбиоз кинематических и динамических законов управления. Последние, являясь результатом решения оптимизационных задач, позволяют достичь высокого ка-

чества системы управления. Однако усложнение задачи управления, вызванное введением в рассмотрение динамики объекта, приводит к повышению порядка системы, что, в свою очередь, влечет ряд проблем, связанных с синтезом и практической реализацией законов управления в реальном масштабе времени на микроконтроллерных системах, работающих автономно. Это обстоятельство приводит к тому, что на практике многие мощные методы теории управления уступают более простым, нересурсоемким.

При решении задач управления важно учитывать и то, что в реальной системе неизбежно присутствие неопределенности, обусловленное невозможностью точно определить параметры модели управляемого процесса. Потому система управления должна обладать гарантированными запасами устойчивости при всех допустимых изменениях значений ее параметров.

Данная статья посвящена решению задачи синтеза робастной системы управления движением МР с субоптимальным в смысле минимизации квадратичного критерия качества законом управления. В основе синтеза данной системы лежат методы теории сингулярных возмущений [6], основанные на понижении порядка системы, упрощенном представлении регулятора, а главное, на использовании параметра возмущений для описания неопределенности системы [7]. Этот факт позволяет существенно упростить реализацию регулятора на микроконтроллере в масштабе реального времени. При этом замкнутая система будет обладать робастными свойствами, т. е. сохранять устойчивость при всех значениях параметра неопределенности из некоторого интервала $(0, \varepsilon_*)$, где $\varepsilon_* > 0$ — критическое значение параметра возмущений.

Статья построена следующим образом: первый раздел содержит описание объекта управления, его аппаратной части; во втором разделе приводится математическая модель МР; третий раздел посвящен вопросам синтеза робастного субоптимального закона управления; результаты моделирования и экспериментальных исследований синтезированной системы представлены в четвертом разделе; в заключении сделаны основные выводы.

Описание МР как объекта управления

Объектом исследования является МР, построенный на базе гусеничного шасси Rover5 производ-

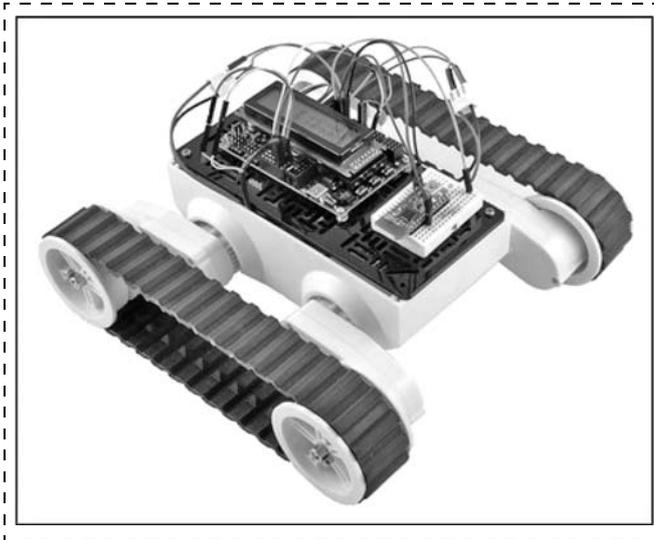


Рис. 1. Гусеничный МР Rover5

ства фирмы DAGU (рис. 1). Силовая часть двигателя робота включает в себя два электропривода на базе двигателей постоянного тока. В качестве устройства управления используется контроллер Orangutan SVP-324р фирмы Pololu Corporation на базе микроконтроллера ATmega324р от Atmel, содержащий два драйвера двигателей с током до 4 А на один канал, интерфейс беспроводной связи реализован на основе usb-программируемого модуля беспроводной связи Wixel от Pololu Corporation.

Линейные размеры робота: длина гусеницы $l = 0,245$ м; радиус ведущего колеса $r = 0,03$ м; расстояние от центра робота до гусеницы $d = 0,19$ м; масса робота $m = 0,83$ кг. Параметры электродвигателей: номинальное напряжение $U_H = 7,2$ В; сопротивление якоря $R_m = 100$ Ом; индуктивность якоря $L = 0,0123$ Гн; передаточное число редуктора $n = 86,8$; разрешение энкодера 1000 импульсов на 3 оборота ведущего колеса.

Математическая модель МР

Рассмотрим движение робота в горизонтальной плоскости. Следуя рис. 2, его кинематическую модель запишем в виде [1–3]:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= V \cos \varphi = \frac{V_1 + V_2}{2} \cos \varphi; \\ \frac{dY}{dt} &= V \sin \varphi = \frac{V_1 + V_2}{2} \sin \varphi; \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \omega = \frac{V_2 - V_1}{2d}, \end{aligned} \quad (1)$$

где X, Y — текущее положение МР в земной системе координат; V_1, V_2, V — линейные скорости левой, правой гусениц и самого МР соответственно; ω —

угловая скорость МР; φ — угол между вектором скорости V и осью X .

Динамические уравнения движения робота Rover5 в горизонтальной плоскости с учетом динамики исполнительных двигателей (считаем, что оба двигателя являются полностью идентичными) имеют следующий вид [8]:

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= \frac{c_m n}{r} (I_1 + I_2); \\ J \frac{d\omega}{dt} &= \frac{c_m n d}{r} (I_2 - I_1); \\ L \frac{dI_1}{dt} &= -R_m I_1 - \frac{c_e n}{r} (V + d\omega) + U_1; \\ L \frac{dI_2}{dt} &= -R_m I_2 - \frac{c_e n}{r} (V - d\omega) + U_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где m, J — масса и момент инерции робота; n — передаточное отношение редуктора; r — радиус ведущего колеса; c_m — постоянная момента двигателя; I_i — ток в якорной обмотке двигателя; R_m, L — сопротивление и индуктивность якорной обмотки двигателя; c_e — постоянная ЭДС двигателя; U_i — напряжение в цепи якоря двигателя.

Конструкция МР Rover5 позволяет измерять только угловые скорости вращения двигателей ω_{r1} и ω_{r2} . Из (1) несложно показать, что

$$\omega_{r1} = \frac{n}{r} (V + d\omega), \quad \omega_{r2} = \frac{n}{r} (V - d\omega). \quad (3)$$

Модель (2) удобно записать в векторно-матричной форме:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0, \quad (4)$$

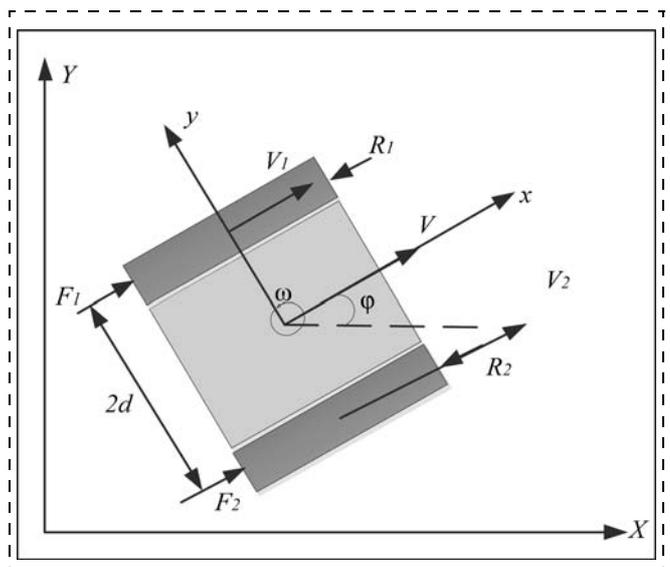


Рис. 2. Схема сил при движении МР на плоскости

где

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} V \\ \omega \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \mathbf{u} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1 & a_1 \\ 0 & 0 & -a_2 & a_2 \\ -a_3 & -a_4 & -a_5 & 0 \\ -a_3 & a_4 & 0 & -a_5 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & b_1 \end{pmatrix}, a_1 = \frac{c_m n}{r m}, a_2 = a_1 \frac{d m}{J}, a_3 = \frac{c_e n}{r L},$$

$$a_4 = a_3 d, a_5 = \frac{R_m}{L}, b_1 = \frac{1}{L}.$$

Уравнение состояния (4) дополняется уравнением выхода, которое следует из (3):

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x};$$

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \omega_{r1} \\ \omega_{r2} \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \frac{n}{r} \begin{pmatrix} 1 & d & 0 & 0 \\ 1 & -d & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Разработка системы управления МР

Синтез закона управления МР. Как было сказано ранее, в работе используется регулятор, субоптимальный в смысле интегрального квадратичного критерия качества.

Предположим, динамика объекта управления описывается матричным уравнением (4). Введем функционал качества в векторно-матричной форме:

$$\rho = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt; \quad (6)$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(q_1, q_2, 0, 0) \geq 0, \mathbf{R} = \text{diag}(r_1, r_2) > 0,$$

где T — знак транспонирования; $\text{diag}(\dots)$ — диагональная матрица с указанными элементами на главной диагонали; q_1, q_2, r_1, r_2 — коэффициенты штрафов на состояние и управление.

Задача минимизации критерия (6) на движениях системы (4) хорошо известна [9], при условии управляемости пары (\mathbf{A}, \mathbf{B}) и наблюдаемости пары (\mathbf{A}, \mathbf{C}) она имеет единственное решение:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x} = \mathbf{G} \mathbf{x}, \quad (7)$$

где \mathbf{P} — решение матричного уравнения Риккати

$$\mathbf{0} = -\mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q}. \quad (8)$$

Основными недостатками такого решения являются, во-первых, вычислительные трудности, связанные с решением матричного уравнения Риккати (8) в реальном времени, во-вторых, необходимость измерения всех компонент вектора состояния для расчета управления.

В данном случае второй аспект наиболее остро ограничивает применение оптимального закона

управления (7). Для преодоления указанного ограничения предлагается использовать субоптимальное управление, которое представляет собой асимптотическое приближение к исходному оптимальному.

Метод синтеза субоптимального управления основан на сингулярно возмущенном представлении системы и ее последующей редукции [6]. При этом фазовые переменные принято разделять на "медленные" \mathbf{x}_1 (медленно изменяющиеся) и "быстрые" \mathbf{x}_2 (быстро изменяющиеся). Как правило, медленными считают переменные, характеризующие траекторные перемещения, а быстрыми — переменные, описывающие внутренние процессы в системе. В такой ситуации логичным является определить медленными переменными линейную и угловую скорости робота, а быстрыми — токи в двигателях робота. В итоге, систему (4) можно переписать в виде

$$\frac{d\mathbf{x}_1}{dt} = \mathbf{A}_{12} \mathbf{x}_2;$$

$$\varepsilon \frac{d\mathbf{x}_2}{dt} = (\mathbf{A}_{21} \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{22} \mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2 \mathbf{u});$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_{11} \mathbf{x}_1; \mathbf{x}_1(0) = \mathbf{x}_{10}; \mathbf{x}_2(0) = \mathbf{x}_{20}, \quad (9)$$

где

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} V \\ \omega \end{pmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \mathbf{u} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{12} = \begin{pmatrix} a_1 & a_1 \\ -a_2 & a_2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{pmatrix} -\bar{a}_3 & -\bar{a}_4 \\ -\bar{a}_3 & \bar{a}_4 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{22} = \begin{pmatrix} -\bar{a}_5 & 0 \\ 0 & -\bar{a}_5 \end{pmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{11} = \frac{n}{r} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 1 & -d \end{pmatrix}, \bar{a}_3 = \frac{c_e n}{r}, \bar{a}_4 = \bar{a}_3 d, \bar{a}_5 = R_m, \varepsilon = L.$$

При достаточно малом ε и невырожденной матрице \mathbf{A}_{22} вектор медленных переменных \mathbf{x}_1 приближенно (с точностью до $O(\varepsilon)$) можно описать вектором \mathbf{x}_s , который определяется уравнением [6]

$$\frac{d\mathbf{x}_s}{dt} = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_s \mathbf{u}_s, \mathbf{x}_s(0) = \mathbf{x}_{s0};$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_{11} \mathbf{x}_s; \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_s = -\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21}; \mathbf{B}_s = -\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{B}_2.$$

Решим задачу минимизации на движениях системы (10) критерия

$$\rho_s = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_s^T \mathbf{Q}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{u}_s^T \mathbf{R}_s \mathbf{u}_s) dt \rightarrow \min_{\mathbf{u}_s},$$

$$\mathbf{Q}_s = \text{diag}(q_1, q_2) \geq 0.$$

Решение этой задачи имеет вид

$$\mathbf{u}_s = -\mathbf{R}_s^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s = \mathbf{G}_s \mathbf{x}_s,$$

$$\mathbf{0} = -\mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_s - \mathbf{P}_s \mathbf{A}_s + \mathbf{P}_s \mathbf{B}_s^T \mathbf{R}_s^{-1} \mathbf{B}_s \mathbf{P}_s - \mathbf{Q}_s. \quad (11)$$

Важно отметить следующее свойство решений (8) и (11): при достаточно малом ε и гурвицевой матрице \mathbf{A}_{22} выполняется асимптотическое равенство [6]

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + O(\varepsilon) = \mathbf{G}_s \mathbf{x}_1 + O(\varepsilon). \quad (12)$$

Нерешенным остается вопрос о реализации обратной связи по компонентам вектора \mathbf{x}_1 . Здесь удобно воспользоваться выражением для выхода в системе (10), откуда можно выразить

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{C}_{11}^{-1} \mathbf{y}.$$

Подставляя данное выражение в формулу (11), окончательно имеем

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_s \mathbf{C}_{11}^{-1} \mathbf{y}. \quad (13)$$

Соотношения (10)–(13) являются математической основой для синтеза субоптимального управления движением МР. Чрезвычайно важным при этом оказывается тот факт, что при условии устойчивости медленной и быстрой подсистем замкнутая система будет оставаться устойчивой при всех значениях параметра возмущений ε из интервала $(0, \varepsilon^*)$ [6, 7]. Критическое значение ε^* выступает в роли показателя робастности, т. е. чем больше ε^* , тем более робастна система. Метод расчета значения ε^* приведен в работе [7].

Структура системы управления МР. Предлагается следующая структура системы управления МР (рис. 3). Кинематическая модель служит для расчета линейной V_{ref} и угловой ω_{ref} скоростей движения робота, соответствующих заданной траектории X_{ref}, Y_{ref} .

Модель динамики используется для расчета параметров субоптимального регулятора. Сам регулятор реализован на микроконтроллере ATmega324p, который вырабатывает управляющие напряжения U_1, U_2 для двигателей МР в соответствии с заданным законом управления. Для измерения скоростей двигателей применяются два квадратурных энкодера.

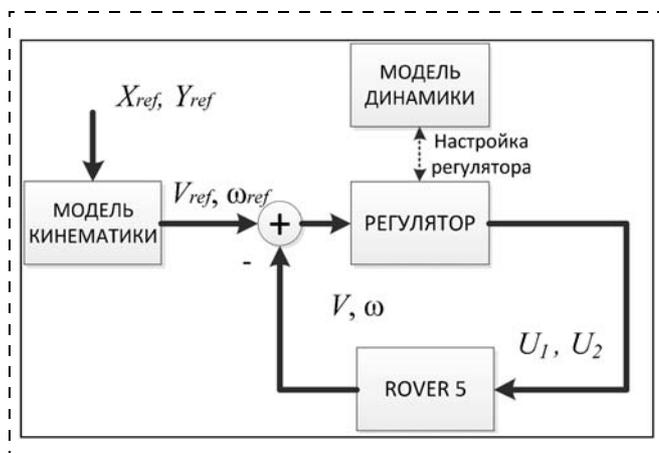


Рис. 3. Структурная схема системы управления МР

Генератор траекторий для МР. Программное движение робота Rover5 по заданной траектории определяется координатами некоторой произвольной точки M робота X_{ref}, Y_{ref} . Проекции скорости точки M на неподвижные оси координат являются непрерывными функциями времени:

$$V_{Xref} = \frac{dX_{ref}}{dt}, \quad V_{Yref} = \frac{dY_{ref}}{dt}.$$

Особенностью задач управления МР Rover5, который представляет собой неголономную систему, являются ограничения, возникающие при задании программных траекторий и определяемые неголономной связью вида [1]

$$-V_X \sin \varphi + V_Y \cos \varphi = 0.$$

Наличие данной связи не позволяет произвольно задавать угловую координату робота φ , которая в данной ситуации должна быть решением дифференциального уравнения [1]

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-V_{Xref} \sin \varphi + V_{Yref} \cos \varphi}{b_M \cos \varphi}, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad (14)$$

где $b_M \cos \gamma$ и $b_M \sin \gamma$ — постоянные координаты точки M в подвижной системе координат, связанной с роботом. Интегрируя уравнение (14), находим закон изменения курсового угла φ .

Результаты компьютерного эксперимента

Для демонстрации эффективности разработанной робастной субоптимальной системы управления используется численное моделирование в среде Matlab&Simulink. Математическая модель робота Rover5 включает в себя уравнения кинематики (1) и уравнения динамики (3). Параметры модели взяты такими, чтобы она соответствовала реальному роботу Rover5. При таких исходных данных коэффициенты субоптимального регулятора (13) равны $\mathbf{G}_s = \text{diag}(9.94, 9.94)$. Показатель робастности замкнутой системы будет равен $\varepsilon_* = \infty$, т. е. система будет устойчивой при всех положительных значениях параметра неопределенности ε , в качестве которого в данном конкретном случае могут выступать неопределенности в параметрах двигателей (индуктивность и сопротивление якоря) шасси робота.

Результаты моделирования системы в Simulink представляют собой теоретические данные, которые затем сравниваются с результатами эксперимента на роботе Rover5.

Пакет MATLAB&Simulink также применяется в качестве генератора траектории движения робота Rover5 и регистратора сигналов. Для связи микроконтроллера с MATLAB&Simulink в реальном времени применяется беспроводной интерфейс на базе микросхемы Wixel Wireless и средства Real Time Workshop [10].

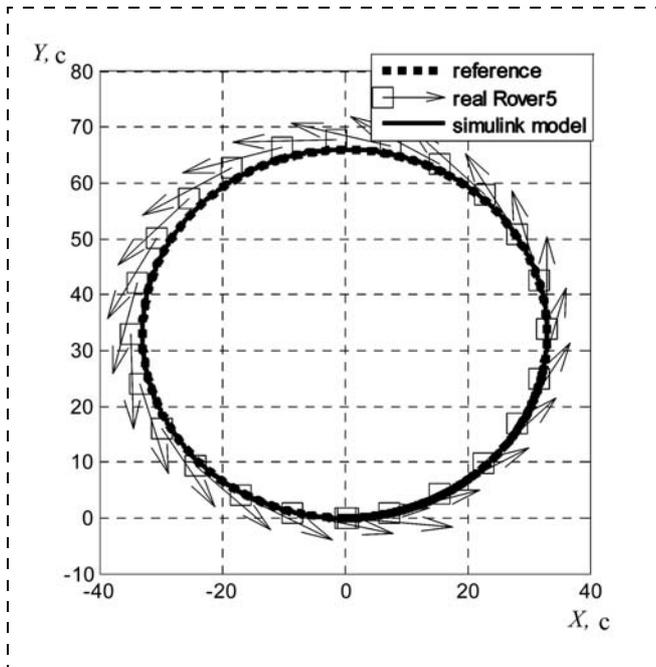


Рис. 4. Результаты обработки МР траектории "окружность"

В первом эксперименте заданная траектория представляет собой окружность, которой соответствуют линейная скорость робота $V_{ref} = 0,01$ м/с и угловая скорость $\omega_{ref} = 0,15$ рад/с. Результаты эксперимента представлены на рис. 4, где пунктиром показана заданная траектория, сплошная линия отражает траекторию Simulink-модели, а в виде квадрата со стрелкой отображается реальное положение робота Rover5 и его ориентация на плоскости.

На рис. 5 представлены результаты второго эксперимента по обработке МР траектории "восьмерка".

Заключение

Данная статья посвящена разработке робастной системы субоптимального управления мобильным роботом Rover5. Поскольку данный робот не имеет средств автономной навигации, то задача управления была сведена к стабилизации заданных линейной и угловой скоростей движения робота. Построена математическая модель робота Rover5, с помощью которой был выполнен синтез робастного субоптимального закона управления. Сам регулятор реализован на базе микроконтроллера ATmega324p. Обратная связь реализована с помощью квадратурных энкодеров. Дальнейшие исследования нужно направить на повышение точности системы и разработку модуля автономной навигации МР.

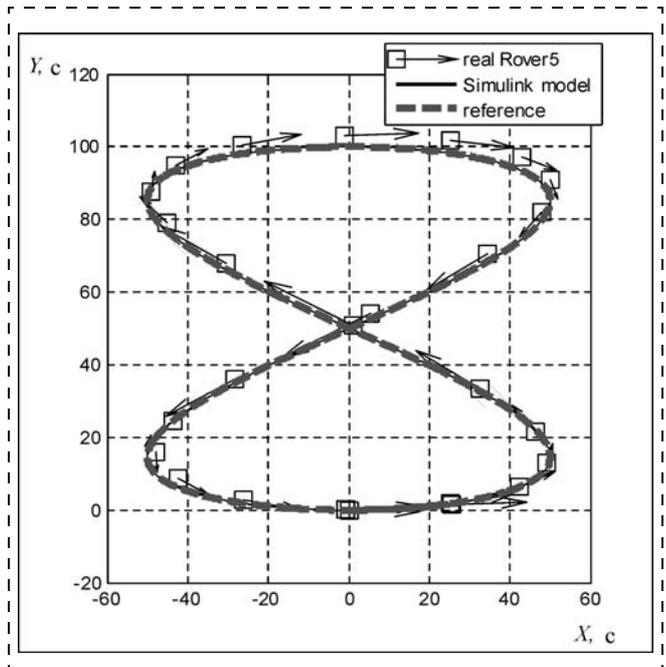


Рис. 5. Результаты обработки МР траектории "восьмерка"

Список литературы

1. Мартыненко Ю. Г. Управление движением мобильных колесных роботов // *Фундаментальная и прикладная математика*. 2005. Т. 11. Вып. 8. С. 29–80.
2. Kozłowski K., Pazderski D. Modeling and control of a 4-wheel skid-steering mobile robot // *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* 2004. Vol. 14. P. 477–496.
3. Зенкевич С. Л., Космачев П. В. Управление движением мобильного робота в неподвижную точку // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2010. № 3. — С. 55–60.
4. Sheng L., Gouligang M., Weili H. Stabilization and optimal control of nonholonomic mobile robot // *Proc. of International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Kunming, China, 6–9th December 2004*. Kunming, 2004. P. 1427–1430.
5. Zhou B., Han J. Dynamic feedback tracking control of tracked mobile robots with estimated slipping parameters // *Proceedings of Int. Joint Conf. on neural networks*, 2008. P. 1991–1996.
5. Wong J. Y. (Jo Yung). *Theory of ground vehicles: 3rd ed.* NY.: John Wiley & Son Inc., 2001. 528 p.
6. Kokotovic P. V., Khalil H. K., O'Reilly J. *Singular perturbation methods in control: analysis and design*. Orlando: Academic Press, 1986. 371 p.
7. Кабанов А. А., Дубовик С. А. Мера устойчивости к сингулярным возмущениям и робастные свойства линейных систем // *Проблемы управления и информатики*, 2010. Вып. 3. С. 17–28.
8. Кабанов А. А. Моделирование и управление движением гусеничного мобильного робота // *Материалы конференции "УТЭОСС"*. СПб.: ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электрон-прибор". 2012. С. 740–743.
9. Квакернаак Х., Сиван Р. *Линейные оптимальные системы управления*. М.: Мир, 1977. 456 с.
10. Кетков Ю. Л., Кетков А. Ю., Шульц М. М. *MATLAB 7: программирование, численные методы*. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 752 с.

О. А. Тягунов, д-р техн. наук, проф.,
tyagunov@mirea.ru,

М. А. Теплов, студент,
maxim.teplov@gmail.com,

Московский государственный технический
университет радиотехники,
электроники и автоматики

Настройка типовых регуляторов для стабилизации скорости движения мобильного робототехнического комплекса с использованием технологии построения Парето-оптимальных решений

Рассматривается задача настройки параметров типовых регуляторов для стабилизации скорости мобильного робототехнического комплекса. Для решения задачи используется технология многокритериального выбора параметров, основанная на случайном зондировании многомерного пространства оптимизируемых параметров с последующим построением приближенной границы точек Парето.

Ключевые слова: мобильный робот, стабилизация скорости, многокритериальный выбор, типовой регулятор, точки Парето, случайное зондирование

Мобильные робототехнические комплексы (МРТК) являются важным элементом систем и средств роботизации процессов в разнообразных областях человеческой деятельности [1, 2]. Известно, что в большинстве зарубежных и отечественных разработок МРТК используется дистанционный принцип управления, при котором перемещение в пространстве осуществляется с командного пункта специально обученными операторами по кабельным или беспроводным каналам связи. Вместе с тем в последнее время значительный интерес проявляется к использованию в МРТК принципа автономного управления, при котором значительная часть выполняемых оператором функций передается бортовой системе управления. В этом случае исполнительная подсистема МРТК должна автоматически выполнять команды из базового набора (разгон и торможение, стабилизация заданных скорости, курса и радиуса поворота и т. д.) и отработку заданных траекторий движения (последовательностей из базового набора команд).

Практически в состав исполнительной подсистемы МРТК должны входить системы автоматического управления отдельными режимами, например, стабилизации скорости. Проблемы по-

строения систем автоматического управления основными режимами движения МРТК для сравнительно простых моделей взаимодействия движителя МРТК с поверхностью перемещения рассматривались в ряде публикаций [3–7]. Полученные результаты оказались мало пригодными для построения систем управления тяжелыми МРТК с учетом более сложного многообразия процессов, происходящих при движении колесных и гусеничных МРТК по различным поверхностям.

Данная статья посвящена решению задачи настройки параметров типовых регуляторов подсистемы автоматической стабилизации скорости движения тяжелых колесных и гусеничных МРТК на основе технологии построения Парето-оптимальных решений с учетом факторов неопределенности, действующих на МРТК в процессе его движения.

Функциональная схема стабилизации скорости МРТК

Рассмотрим функциональную схему стабилизации тяжелого МРТК как колесного, так и гусеничного исполнения, основываясь на особенностях построения аппаратных средств типовых вариантов тяжелых колесных и гусеничных машин [8–10] (рис. 1).

Рассмотрим основные особенности функциональной схемы стабилизации скорости МРТК. Основным элементом схемы является объект управления — МРТК. Выходной переменной МРТК является линейная скорость движения центра масс V , а входным воздействием — момент M , поступающий от коробки передач либо на ведущие колеса (гусеничный вариант МРТК), либо непосредственно на колеса (колесный вариант МРТК) и создающий тяговое усилие P_t , заставляющее МРТК передвигаться [8, 9].

Следующий элемент схемы КП (коробка передач) — это элемент трансмиссии МРТК, который служит для увеличения момента $M_{дв}$, создаваемого двигателем с одновременным снижением угловой скорости вращения вала двигателя $\omega_{дв}$ (коленчатого вала). На практике могут использоваться либо ступенчатые механические варианты КП, имеющие конечное число (не более 10) значений коэффициента передач, либо автоматические варианты КП с возможностью выбора непрерывных значений коэффициента передач из заданного диапазона.

Рассмотрим два элемента функциональной схемы — "двигатель" и "рейка ТН". Известно, что в тяжелых МРТК в качестве источника движения,

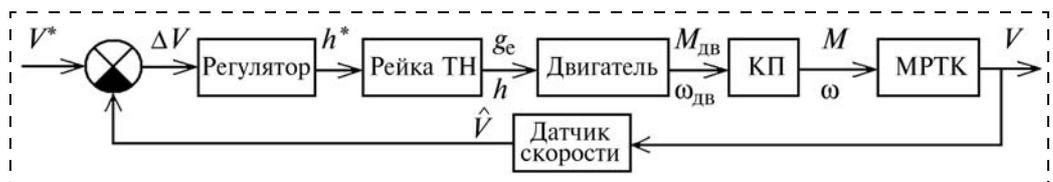


Рис. 1. Функциональная схема контура стабилизации скорости МРТК

в основном используются дизельные двигатели. К наиболее значимым характеристикам двигателей относятся скоростные характеристики — зависимости мощности (момента $M_{дв}$), развиваемые двигателем как функции угловой скорости вала двигателя $\omega_{дв}$ при фиксированном расходе топлива g_e , который однозначно определяется положением рейки топливного насоса (ТН) (педаль газа) h [11]. При всех возможных значениях положения рейки топливного насоса h получается совокупность частичных скоростных характеристик, которые обычно задаются в паспортных данных к двигателю.

Элемент функциональной схемы "Датчик скорости" — это устройство, дающее информацию о линейной скорости \hat{V} движения МРТК. В качестве датчика обычно используются тахометры, установленные на валу ведущего колеса. Возможны варианты использования акселерометров, позволяющих получать информацию о линейной скорости с учетом проскальзывания (пробуксовки) колес (гусениц) движителя МРТК.

Наконец, элемент "Регулятор" задает закон управления (стабилизации) — функциональную зависимость положения рейки ТН как функцию ошибки регулирования $\Delta V = V^* - \hat{V}$.

Математические модели элементов функциональной схемы стабилизации скорости МРТК

Математическая модель МРТК. При построении математических моделей МРТК как объекта управления возникают значительные трудности. Во-первых, МРТК — это сложная механическая система, состоящая из большого числа механически связанных подсистем. Во-вторых, движение МРТК часто происходит в сложной пересеченной местности, изобилующей различными препятствиями, подъемами и спусками, косогорами и оврагами; в этих условиях математические модели должны учитывать перемещение МРТК в трехмерном пространстве. В-третьих, при движении МРТК возникают такие эффекты, как буксование и юз, связанные с деформацией грунта. Как следствие, полные уравнения динамики МРТК, описывающие динамику его движения в трехмерном пространстве с учетом сложного взаимодействия движителя МРТК с поверхностью, получить в явном виде практически невозможно.

Тем не менее, в теории и практике исследования МРТК накоплен опыт построения упрощенных уравнений динамики, которые можно использовать при разработке алгоритмического и программного обеспечения для управления основными режимами движения МРТК (разгона, торможения, выхода на заданную скорость движения и ее стабилизации, поворота на заданный угол (курс) движения и его стабилизации, поворота с заданным радиусом поворота и т. д.). Эффективность разработанных алгоритмов можно в дальнейшем проверить на ими-

тационных математических моделях, учитывающих все особенности движения МРТК.

Будем рассматривать модель динамики МРТК в следующем виде [8, 10]:

$$m\ddot{x} = P - G(\sin\gamma + f\cos\gamma), \quad (1)$$

где \ddot{x} — ускорение центра масс МРТК, P — сила тяги МРТК, G — вес МРТК, γ — угол подъема (спуска) МРТК (угол дифферента), f — коэффициент сопротивления качению.

Отметим основные особенности уравнения (1), которые делают его удобным для построения алгоритмов управления движением в вертикальной плоскости:

1) правая часть уравнения представлена в аддитивной форме — разделены сила тяги P и сила сопротивления движению $G(\sin\gamma + f\cos\gamma)$. Заметим, что в общем случае эта взаимосвязь имеет более сложный характер и представляется в алгоритмической форме;

2) в уравнении (1) в явном виде присутствуют основные факторы неопределенности, представленные массой m МРТК, углом дифферента γ и коэффициентом сопротивления качению f ;

3) в задаче построения алгоритмов стабилизации скорости движения объект управления (МРТК) может быть представлен интегрирующим звеном с коэффициентом пропорциональности $1/m$, причем сила сопротивления движению $G(\sin\gamma + f\cos\gamma)$ играет роль возмущающего воздействия. Это обстоятельство необходимо учитывать при выборе структуры и параметров закона стабилизации скорости;

4) так как основные факторы неопределенности являются сравнительно медленно меняющимися величинами, будем в уравнении (1) полагать их постоянными.

Математическая модель исполнительной подсистемы МРТК (элементы "двигатель", "рейка ТН" "КП" функциональной схемы). Анализ литературных источников [11], в которых рассматриваются различные аспекты теории и практических приложений двигателей подобного рода, позволяет выделить статическую и динамическую компоненты математической модели двигателя. Статическая компонента модели представлена совокупностью различных статических характеристик, таких как скоростные, нагрузочные и т. д., показывающие зависимости между двумя выбранными характеристиками в установленном режиме.

В работе [11] было отмечено, что динамическая компонента исполнительной подсистемы определяется, с одной стороны, динамическими характеристиками исполнительного механизма, изменяющего положение рейки топливного насоса, а с другой стороны, свойствами переходных процессов в двигателе при изменении расхода топлива. В частности, динамика переходных процессов в дизеле (изменение угловой скорости вращения коленчатого вала как функция изменения расхода топлива) может

быть описана следующим линейным дифференциальным уравнением первого порядка:

$$T_{дв} \frac{dM_{дв}}{dt} + M_{дв} = g_e, \quad (2)$$

где значение постоянной времени $T_{дв}$ определяется из паспортных данных двигателя. В соответствии с данными работы [8] будем полагать, что управляемое перемещение рейки топливного насоса, осуществляемое механическими тягами, может быть описано дифференциальным уравнением

$$T_{рейки} \frac{dh}{dt} + h = h^*, \quad (3)$$

с постоянной времени $T_{рейки}$.

Будем рассматривать идеальный вариант КП, при котором математическая модель КП может быть представлена в виде коэффициента передачи $k_{КП}$, который может принимать либо непрерывные значения из диапазона $[k_{КПmin}, k_{КПmax}]$ (автоматическая КП), либо конечное число (не более 10) значений (ступенчатая КП). Будем также полагать, что датчик скорости может быть описан передаточной функцией вида $W_{дат}(s) = 1$.

В итоге, математическую модель объекта управления (МРТК в режиме прямолинейного движения и исполнительную часть (двигатель и трансмиссия)) можно представить в виде последовательного соединения элементарных звеньев с передаточными функциями

$$W_{РТК}(s) = \frac{1}{ms}, \quad W_{дв}(s) = \frac{1}{T_{дв}s + 1},$$

$$W_{рейки}(s) = \frac{1}{T_{рейки}s + 1}, \quad W_{КП}(s) = k_{КП}. \quad (4)$$

При формировании структурной схемы системы автоматического регулирования скорости МРТК оказалось удобным выполнить операцию *нормирования* выражений (4) с тем, чтобы сократить общий, достаточно большой, объем вычислительных экспериментов, необходимых для оптимизации параметров регуляторов. Операция нормирования заключалась в вынесении массы m МРТК из числа параметров интегрирующего звена, описывающего его динамику, и рассмотрении стандартных типовых звеньев контура стабилизации скорости:

$$\frac{1}{s}, \quad W_{дв}(s) = \frac{1}{T_{дв}s + 1}, \quad W_{рейки}(s) = \frac{1}{T_{рейки}s + 1},$$

при этом все параметры, определяющие коэффициент передачи, включая $k_{КП}$, включены в выражение для передаточной функции регулятора $W_{рег}(s)$.

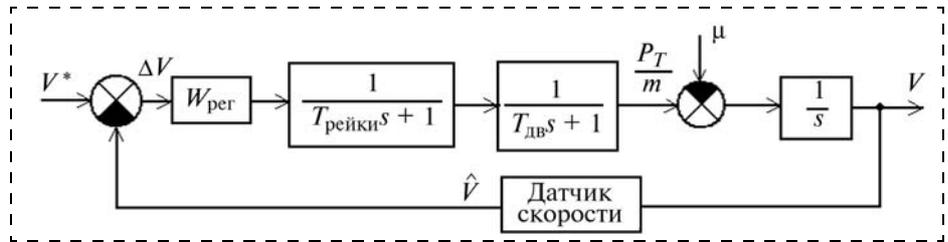


Рис. 2. Структурная схема контура стабилизации скорости МРТК

В итоге, получаем структурную схему системы автоматического регулирования скорости МРТК (рис. 2). На структурной схеме *нормированное* возмущение представлено величиной $\mu = \frac{G(\sin\gamma + f \cos\gamma)}{m}$.

Следует заметить, что такие неопределенности, как угол дифферента γ и коэффициент сопротивления качению f не оказывают непосредственного влияния на динамику переходных процессов в контуре стабилизации скорости. Вместе с тем, их влияние может сказываться на значениях установившейся ошибки регулирования в случае использования регулятора, не обладающего свойством астатизма относительно возмущения, роль которого играет слабое μ .

Выбор структуры регулятора скорости движения МРТК

Воспользуемся классическими методиками определения структуры регулятора для сравнительно несложных объектов управления [12, 13], к которым в полной мере можно отнести рассматриваемый нами случай. Прежде всего, можно выделить два варианта типовых регуляторов, которые могут быть рекомендованы для стабилизации скорости МРТК. Рассмотрим эти варианты.

- *Пропорционально-дифференциальный регулятор* (ПД регулятор). Использование этого регулятора позволяет получить высокое качество переходных процессов в контуре стабилизации (по времени регулирования) и практически монотонный характер переходных процессов. Однако этот регулятор не обладает свойством астатизма по возмущению (слабое μ в структурной схеме на рис. 2); поэтому при некоторых значениях факторов неопределенности γ и f значение установившейся ошибки регулирования скорости может превысить максимально допустимое значение.
- *Пропорционально-интегральный-дифференциальный регулятор* (ПИД регулятор). Использование этого регулятора обеспечивает нулевое значение установившейся ошибки регулирования скорости, вызываемой возмущающим воздействием. Однако при использовании этого регулятора качество переходного процесса хуже по сравнению со случаем использования ПД регулятора (увеличивается время регулирования и появляется перерегулирование).

Многокритериальный выбор параметров регулятора скорости МРТК

Известно, что в теории и практике синтеза систем управления доминируют традиционные методы, предполагающие при выборе параметров управляющих устройств использование одного, пусть и достаточно сложного, показателя качества (критерия). Ряд исследователей отмечали противоречивость такой постановки задачи и подчеркивали необходимость перехода к многокритериальному выбору параметров (А. М. Летов [14], А. А. Фельдбаум [15] и др.). Проблема многокритериальной оптимизации (выбора параметров) интенсивно разрабатывалась специалистами в области исследования операций, начиная с 60-х годов XX века. В отличие от задач исследования операций проблеме многокритериального выбора параметров динамических систем уделялось существенно меньшее внимание. Одной из первых публикаций, посвященных многокритериальному синтезу параметров систем управления, была работа А. М. Летова [14], в которой были выделены критерии, по которым необходимо выбирать параметры систем управления. Отметим работы [16, 17], в которых был предложен принцип рациональной организации, состоящий в том, что параметры в динамической системе подбираются так, чтобы различные схемы компромисса приводили к близким результатам. В работе [18] сформулирована постановка задачи и разработаны алгоритмические методы построения оптимальных по переменному критерию качества систем управления нелинейными объектами. В работе [19] обсуждалась общая постановка задачи многокритериального выбора параметров систем автоматического управления. Следует, наконец, отметить работу [20], где впервые была высказана необходимость применения разработанного И. М. Соболев и Р. Б. Статниковым метода многокритериальной оптимизации, основанного на использовании процедуры сканирования области допустимых значений пространства оптимизируемых параметров равномерно распределенными векторами с последующей операцией построения граничных точек (точек Парето) в критериальном пространстве [21], для решения задач многокритериального выбора параметров систем управления.

Определенный прогресс в развитии методов многокритериального выбора параметров систем управления был достигнут в серии публикаций [22—24], а также в работе [25], в которых:

- 1) развиты технологии исследования устойчивости и качества линейных стационарных систем управления высокой размерности на основе использования прямых корневых методов;
 - 2) обоснованы основные этапы решения задач многокритериального выбора параметров:
- формализация задачи, включая обоснованный выбор системы критериев качества, по которым будет определяться оптимальное решение;

- выбор в пространстве оптимизируемых параметров парето-оптимальных решений;
- выбор принципа нахождения компромисса, позволяющего находить решение по всем локальным (частным) критериям с учетом их противоречивого характера;

3) разработана высокоэффективная модификация версии метода И. М. Соболя и Р. Б. Статникова глобального зондирования пространства параметров с использованием наиболее равномерно распределенных последовательностей с процедурой построения точек Парето в сечениях критериального пространства;

4) показано, что при многокритериальном выборе параметров линейных систем управления наиболее целесообразно использовать систему критериев "степень устойчивости—колебательность", обладающую свойством слабой коррелированности и позволяющую адекватно оценивать динамические свойства систем управления;

5) разработан эффективный комплекс программных средств для решения задач многокритериального выбора параметров систем управления [26];

6) модернизированная технология многокритериального выбора показала эффективность при решении задач оптимизации параметров систем управления сложных многосвязных мехатронных систем [25].

Будем использовать полученные результаты при решении задачи многокритериального выбора параметров регулятора скорости МРТК. В качестве критериев оптимальности использовалась совокупность двух критериев "степень устойчивости—колебательность", описывающих две важнейшие характеристики систем управления — быстродействие ("степень устойчивости") и колебательные свойства ("колебательность"). При выборе настроек регулятора для обеспечения высокого качества переходного процесса необходимо уменьшать значения критерия "колебательность" и увеличивать значение критерия "степень устойчивости" [22]. Следует заметить, что в программном комплексе "Анализ систем", используемом для задачи настроек регуляторов, для достижения максимума степени устойчивости *отыскивается минимум обратной ей величины*. Приведем результаты нахождения оптимальных настроек для выбранных двух вариантов регулятора (ПД и ПИД регуляторов).

На рис. 3 (см. вторую сторону обложки) представлено распределение значений критериев на плоскости критериального пространства для случая ПД регулятора, на котором ломаной линией показана приближенная кривая Парето. Именно среди пяти точек, лежащих на этой ломаной, разработчику системы управления и следует выбирать устраивающий его вариант настроек регулятора. На рис. 4 представлены кривые переходного процесса, соответствующие различным пяти вариантам настроек регуляторов, причем кривая 1 соответствует кривой скорости, а кривая 2 — кривой ошибки регулирования скорости без учета действия возмущения. В табл. 1 помещены данные значений показателей

качества переходного процесса (время регулирования t_p и перерегулирование σ) для каждой Парето-оптимальной точки.

На рис. 5 (см. вторую сторону обложки) представлено распределение значений критериев на плоскости критериального пространства для случая ПИД регулятора, на котором ломаной линией показана приближенная кривая Парето, содержащая восемь точек. На рис. 6 представлены кривые переходного процесса, соответствующие различным восьми вариантам настроек регуляторов. В табл. 2 помещены данные значений показателей качества переходного процесса (время регулирования t_p и перерегулирование σ) для каждой Парето-оптимальной точки.

Представленные результаты позволяют сделать следующие выводы, относящиеся к динамическим свойствам процесса стабилизации скорости РТК. В отличие от методов классической теории управления методология многокритериального выбора параметров настроек регуляторов (в рамках выбранной структуры регулятора) позволяет рассматривать не одно единственное решение (набор настроек регулятора), а целое множество решений. Это позволяет более обоснованно подойти к решению проблемы выбора параметров регуляторов с учетом противоречивого характера требований, предъявляемых к динамике процесса регулирования. В рамках классической теории принятия решений [27] после этапа построения точек Парето наступает этап выбора принципа нахождения компромисса, позволяющего находить решение по всем локальным (частным) критериям с учетом их противоречивого характера. Существуют различные варианты принципов нахождения компромиссов, среди которых можно отметить принцип справедливого компромисса, принцип жесткого приоритета (лексикографически упорядоченные критерии), принцип гибкого приоритета, принцип линейной свертки локальных критериев и т. д. [27]. По существу, в рамках

Таблица 1

Показатели качества переходного процесса для Парето-оптимальных решений для ПИД регулятора скорости МРТК

Показатель качества	Варианты				
	1	2	3	4	5
Время регулирования t_p , с	2,3	1,8	1,65	1,35	1,18
Перерегулирование σ , %	2,5	4	5	8	12

Таблица 2

Показатели качества переходного процесса для Парето-оптимальных решений для ПИД регулятора скорости МРТК

Показатель качества	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Время регулирования t_p , с	2,84	2,56	1,78	1,43	1,3	1,05	1,43	1,49
Перерегулирование σ , %	9	13	25	36	29	39	42	57

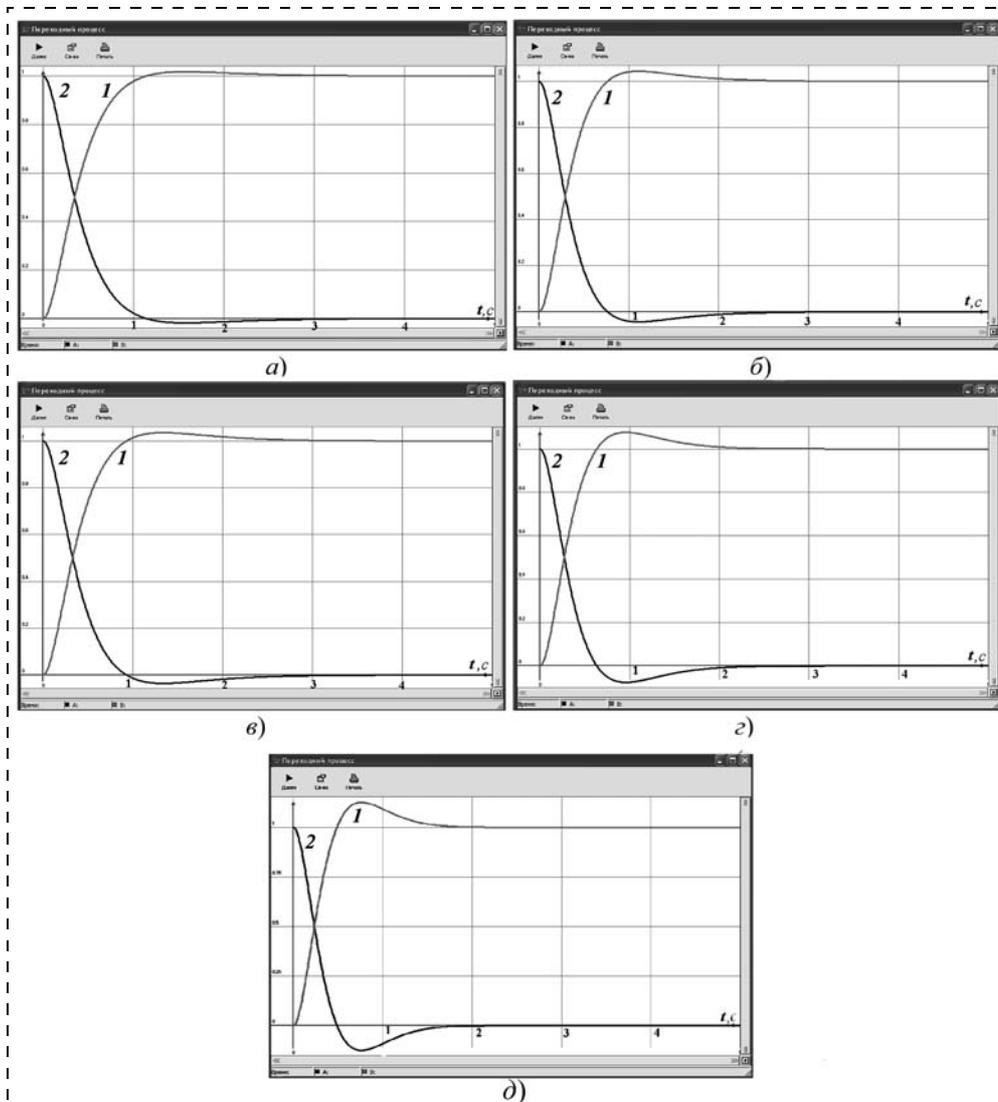


Рис. 4. Кривые переходного процесса регулирования скорости МРТК для различных вариантов (а – № 1; б – № 2; в – № 3; г – № 4; д – № 5) настроек регуляторов, соответствующих точкам Парето для ПИД регулятора

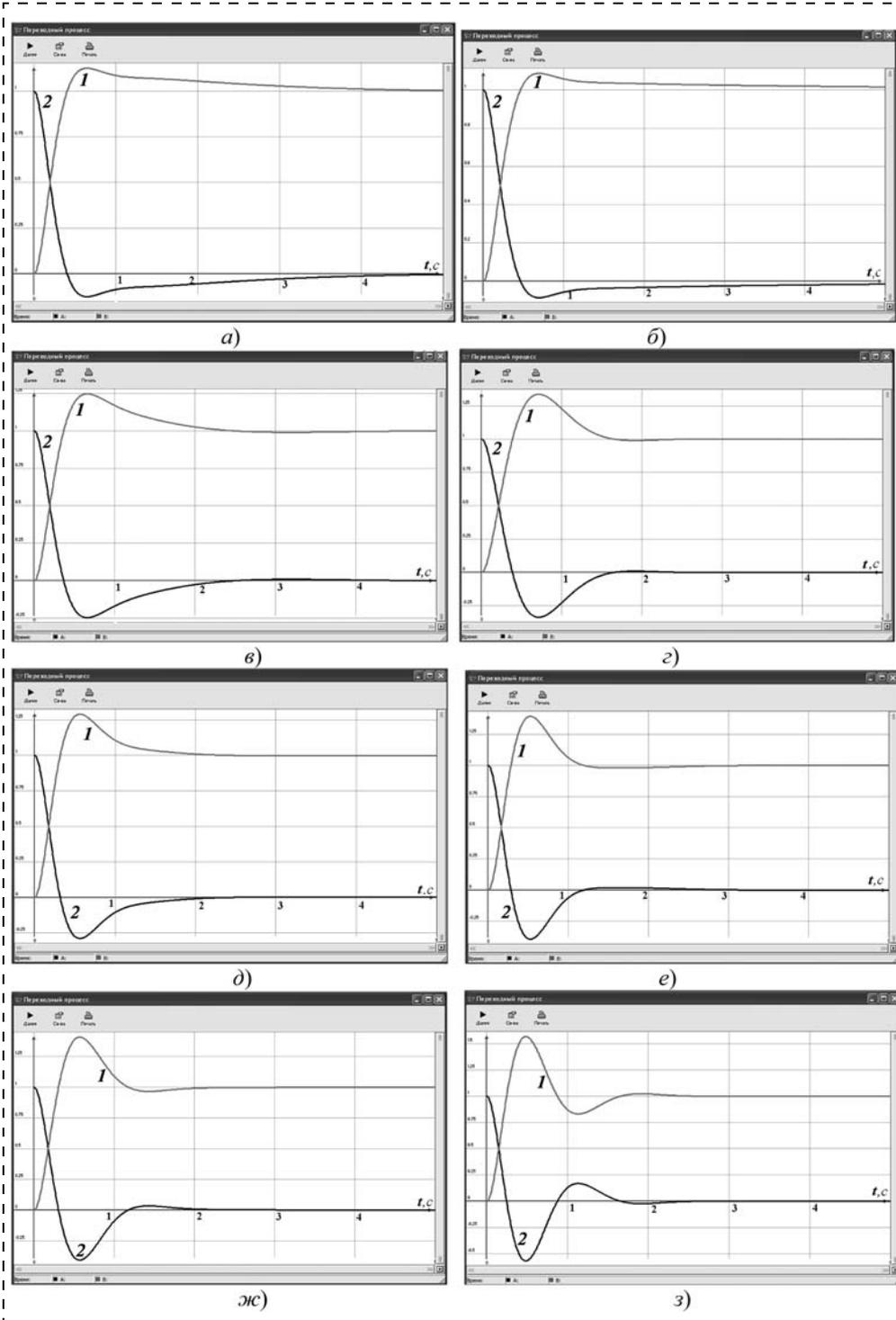


Рис. 6. Кривые переходного процесса регулирования скорости МРТК для различных вариантов настроек регуляторов, соответствующих точкам Парето для ПИД регулятора (а — № 1; б — № 2; в — № 3; г — № 4; д — № 5; е — № 6; ж — № 7; з — № 8)

этого этапа используются формализованные модели лица, принимающего решение (ЛПР). Исследования показали, что этот этап в значительной мере носит субъективный характер, и в настоящее время не существует единой формализованной универсальной схемы расчета компромиссных точек при многокритериальном синтезе систем управления. Отметим, что в практике оптимального многокритериального

выбора параметров управляющих устройств систем автоматического управления [22] хорошо зарекомендовал себя критерий "идеальная точка", в соответствии с которым выбирается одно или несколько решений, у которых расстояние (евклидово) до точки в критериальном пространстве, задаваемой ЛПР, ("идеальная точка"), минимально. Например, в нашем случае "идеальной" можно назначить точку в начале координат критериального пространства (см. рис. 3 и рис. 5). По нашему мнению, окончательный выбор варианта остается за разработчиком системы.

Исследование точностных характеристик процесса стабилизации скорости РТК. При этом рассчитывается установившееся значение ошибки управления $\varepsilon_{уст.возм}$ по возмущающему воздействию $\mu = \frac{G(\sin\gamma + f \cos\gamma)}{m}$. Заме-

тим, что в силу того, что объект управления описывается интегрирующим звеном, система стабилизации скорости обладает свойством астатизма относительно задающего воздействия V^* . Из результатов классической теории автоматического управления [12, 13] следует, что при использовании ПИД регулятора имеет место свойство астатизма по возмущающему воздействию и $\varepsilon_{уст.возм} = 0$ (заметим, что возмущение считается постоянным).

В случае же использования ПД регулятора свойство астатизма по возмущающему воздействию не имеет места и $\varepsilon_{уст.возм} = \frac{1}{k_n^*} \frac{G(\sin\gamma + f \cos\gamma)}{m}$. Заметим, что передаточная функция ПД регулятора равна $W_{рег}(s) = k_{п} + k_{д}s$, причем коэффициенты регу-

лятора k_p^* , k_d^* определяются с учетом операции нормирования, описанной выше. Анализ выражения для $\epsilon_{уст.возм}$ позволяет сделать вывод, что при определенных значениях факторов неопределенности (угол дифферента γ возрастает — наезд на горку, коэффициент сопротивления качению f увеличивается — тяжелый, вязкий грунт) значения ошибки $\epsilon_{уст.возм}$ возрастают и могут превысить допустимые значения при использовании ПД регулятора в установившемся режиме. Следует заметить, что окончательное решение о выборе типа регулятора и его настройках принимает ЛПР.

Проверка полученных настроек регуляторов на имитационных моделях. Авторами был разработан программный комплекс в среде "Универсальный механизм" [28], с помощью которого была проверена эффективность разработанных алгоритмов стабилизации скорости МРТК. Из основных особенностей программного комплекса можно отметить следующие:

- подробная геометрическая модель МРТК создается с помощью среды 3 ds MAX с ее последующим экспортом в среду "Универсальный механизм", который строит модели кинематики и динамики МРТК;
- математическая модель исполнительного уровня МРТК создается в среде SIMULINK и экспортируется в "Универсальный механизм";
- "Универсальный механизм" генерирует уравнения управляемого движения, выполняет интегрирование этих уравнений с последующим отображением результатов расчета с помощью средств виртуальной реальности.

Данные предварительного моделирования свидетельствуют о принципиальной работоспособности разработанных алгоритмов стабилизации скорости и о возможности их использования в подсистемах исполнительного уровня МРТК различного назначения.

Авторы выражают глубокую благодарность д-ру техн. наук, профессору В. М. Лохину и д-ру техн. наук, профессору С. В. Манько (МГТУ МИРЭА) за помощь в работе и полезное обсуждение материалов статьи, а также канд. техн. наук, доценту Р. В. Ковалеву (ВМ БГТУ, г. Брянск) за предоставленную возможность работы с комплексом "Универсальный механизм".

Список литературы

1. Кондратьев А. Е. Боевые роботы США — под водой, в небесах и на суше // Независимое военное обозрение. 2010. № 17. С. 8—9.
2. Материалы третьей Всероссийской научно-практической конференции "Перспективные системы и задачи управления". Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008. Т. 1, 2.
3. Бурдаков С. Ф., Мирошник И. В., Стельмаков Р. Э. Системы управления движением колесных роботов. СПб.: Наука, 2001. 227 с.

4. Мартыненко Ю. Г. Управление движением мобильных колесных роботов // Фундаментальная и прикладная математика. М.: Изд-во МГУ, 2005. Т. 11. Вып. 8. С. 29—80.
5. Емельянов С. Н., Платонов А. К., Ярошевский В. С. Система управления полноприводного трехколесного движителя // Мобильные роботы и мехатронные системы. М.: Изд-во МГУ, 2000. С. 89—99.
6. Ploeg J., Vissers John P. M., Nijmeijer H. Control design for an over-actuated wheeled mobile robot // 4th IFAC Symposium on Mechatronics Systems. Eds. IFAC, Heidelberg, Germany, 2006. P. 127—132.
7. Мартыненко Ю. Г., Письменная Е. В., Балахно М. В., Мотин А. Ю., Комаров П. А. Транспортный робот с бортовой локационной системой (варианты) Патент 2454314. Дата публикации заявки: 27.10.2011.
8. Забавников Н. А. Основы теории транспортных гусеничных машин. М.: Машиностроение, 1975. 448 с.
9. Платонов В. Ф., Леишвили Г. Р. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины. М.: Машиностроение, 1986. 296 с.
10. Вонг Дж. Теория наземных транспортных средств. М.: Машиностроение, 1982. 284 с.
11. Крутов В. И. Автоматическое регулирование двигателей внутреннего сгорания. М.: Машиностроение, 1979. С. 615.
12. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. М.: Физматлит, 2003. 250 с.
13. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем. М.: Наука, 1977. 468 с.
14. Летов А. М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969.
15. Фельдбаум А. А. Электрические системы автоматического регулирования. М.: Оборонгиз, 1957.
16. Воронин А. Н. О формализации выбора схемы компромиссов в задачах многокритериальной оптимизации // Техническая кибернетика. 1984. № 2.
17. Воронин А. Н. Принцип рациональной организации в многокритериальных задачах управления // Изв. вузов, сер. Электромеханика. 1979. № 10.
18. Колесников А. А., Гельфгат А. Г. Проектирование многокритериальных систем управления промышленными объектами. М.: Энергоатомиздат, 1993.
19. Зотов М. Г. Многокритериальное конструирование систем автоматического управления. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.
20. Солодовников В. В., Филимонов Н. Б. Динамическое качество систем автоматического регулирования: учеб. пособие. М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1987. 84 с.
21. Соболев И. М., Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Наука, 1981.
22. Кормилкин А. А., Тягунов О. А. Многокритериальный выбор параметров регуляторов для линейных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 3. С. 13—18.
23. Тягунов О. А., Деркач В. В. Задача многокритериальной настройки параметров регуляторов // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2007. Т. 5. № 5. С. 5—13.
24. Тягунов О. А. Выбор показателей качества при многокритериальной настройке параметров систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 4. С. 12—16.
25. Тягунов О. А. Развитие технологий анализа, многокритериальной оптимизации и моделирования многосвязных мехатронных систем управления: Автореф. дисс. докт. техн. наук. М.: МИРЭА, 2009. 38 с.
26. Евстигнеев Д. В., Кормилкин А. А., Тягунов О. А. Программный комплекс для моделирования и исследования систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 6. С. 41—45.
27. Рыков А. С. Методы и модели системного анализа: принятие решений и оптимизация. М.: Изд. МИСИС, 2005.
28. Погорелов Д. Ю., Михеев Г. В., Ковалев Р. В., Агапов Д. Г. Моделирование динамики колесных и гусеничных роботов в реальном времени с использованием программного комплекса "Универсальный механизм" // Тр. XXI Междунар. науч.-техн. конф. "Экстремальная робототехника 2010". СПб.: Политехника-сервис, 2010. С. 180—186.

С. В. Ляхов, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,
Объединенный институт машиностроения
НАН Беларуси, Беларусь,

Б. Н. Широков, аспирант,
march@tut.by,

Наньянгий технологический университет, Сингапур

Моделирование сцепления колеса с опорной поверхностью в контексте оценки устойчивости движения автомобиля

Анализируются модели сцепления колеса с опорной поверхностью с точки зрения их применимости в компьютерном моделировании движения автомобиля, позволяющем оценивать его устойчивость.

Ключевые слова: сцепление колеса, устойчивость движения автомобиля, математические модели, компьютерное моделирование

Введение

В настоящее время требования к точности моделирования движения автомобиля значительно повысились, что связано с внедрением в практику разработки методов виртуальных испытаний, а также с повышением безопасности движения за счет внедрения системы контроля устойчивости. Система контроля устойчивости обеспечивает ограничение заноса и сноса автомобиля путем управления тормозными моментами колес. Правила ЕЭК ООН № 13, регламентирующие использование системы, предусматривают метод испытаний на основе полунатурных средств с использованием компьютерного моделирования движения автомобиля [1]. Широкое использование компьютерного моделирования, начиная с 90-х годов прошлого века, американским обществом инженеров (SAE) и европейскими производителями привело к появлению целого ряда пакетов моделирования, которые делятся на две группы. К первой относятся универсальные пакеты (MATLAB, LabView, ETAS ASCET, MSC.ADAMS, Simpack), позволяющие пользователям внедрять собственные модели автомобилей. Ко второй относятся специализированные пакеты (AMESim, CarSim, TruckSim, IPG CarMaker, DYNA, российский пакет "Универсальный механизм"), включающие встро-енные модели автомобилей.

В модели автомобиля наиболее сложной в реализации и требующей максимального соответствия реальному объекту является модель сцепления колеса с опорной поверхностью. Ее сложность обусловлена действием большого числа физических факторов, накладываемых друг на друга, включая как упруго-вязкие свойства шины в различных направлениях, так и адгезию резины с опорной поверхностью. В указанных пакетах сцепление колеса представлено ограниченным жестко заданным набором

моделей с заведомо определенными параметрами и их числовыми значениями. Метод внедрения их в программу пакета неизвестен, и оценить их действие на результат моделирования движения автомобиля сложно.

Задача данной работы — предложить требования к моделям сцепления колеса с опорной поверхностью для использования в компьютерном моделировании и на основании графического анализа провести их выбор, а также оценить влияние характеристик сцепления колеса на устойчивость движения автомобиля.

Требования к моделям сцепления колеса с опорной поверхностью

Модели сцепления колеса делят на статические и динамические [2, 3]. Статические модели, в отличие от динамических, не описывают переходные процессы сцепления колеса, но имеют высокую точность и используются на больших участках рабочего диапазона значений параметров. Статические модели делятся на физические, полуэмпирические и эмпирические. Полуэмпирические, сочетающие в себе физические и эмпирические, строятся на использовании как физических законов, так и аппроксимационных зависимостей на основе экспериментальных данных.

Сцепление колеса в статических моделях, как правило, описывается продольной F_x и боковой F_y силами и стабилизирующим моментом M_z [2]:

$$F_x = \mu_x(s, \alpha)F_z; F_y = \mu_y(s, \alpha)F_z; M_z = \mu_z(s, \alpha)F_z,$$

где μ_x — продольное сцепление колеса; μ_y — боковое сцепление колеса; μ_z — сцепление относительно вертикальной оси колеса (определяет стабилизирующий момент); F_z — сила со стороны колеса, действующая на опорную поверхность; s — проскальзывание колеса; α — угол увода колеса.

Дополнительно в качестве параметров могут выступать скорость автомобиля, углы развала и схождения колеса, давление в шине, степень износа протектора, параметры гистерезиса и температура в контакте шины с опорной поверхностью, как у моделей *TameTire (Michelin)* [4] и *Toyota tire* [4].

Будем исходить из того, что модели сцепления колеса с опорной поверхностью должны обеспечивать моделирование движения автомобиля при выполнении маневра согласно Правилам ЕЭК ООН № 13, который получил название "маневр по усеченной синусоиде для проверки на срабатывание при заносе" [1]. Данный маневр используется для оценки работы систем контроля устойчивости. При моделировании виртуального транспортного средства подвергается тесту в виде серий прогонов с начальной скоростью 80 км/ч и поворотом руля по синусоиде с частотой 0,7 Гц с задержкой на 500 мс, начиная с момента достижения второго пикового значения амплитуды. Амплитуда поворота руля от прогона к прогону постепенно увеличивается до 300°. На определенном прогоне автомобиль переходит

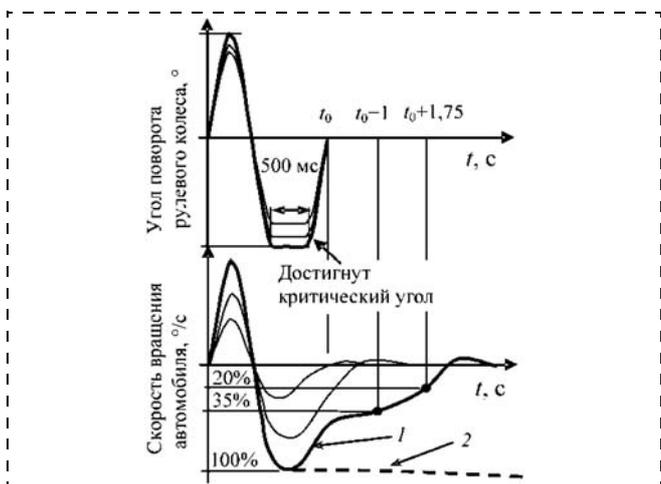


Рис. 1. Определение работоспособности системы:
1 — система работает правильно; 2 — система не работает (занос)

в занос, когда скорость вращения автомобиля при завершении поворота руля не падает до нуля, а продолжает оставаться постоянной или возрастает. Полученная характеристика скорости вращения автомобиля при работающей системе контроля устойчивости должна соответствовать показанной на рис. 1. Снос автомобиля при выполнении маневра не должен превышать 1,52...1,83 м в зависимости от его массы.

С использованием пакета CarSim [5] было проведено предварительное моделирование прохождения теста. Пакет CarSim применяется для моделирования движения легковых автомобилей и микроавтобусов и сертифицирован для оценки систем контроля устойчивости в США по документу FMVSS № 126 (методика соответствует Правилам ЕЭК ООН № 13). Задавали следующие параметры автомобиля: поддрессоренная масса — 1370 кг; неподдрессоренная масса на одну ось — 80 кг; моменты инерции автомобиля — $I_{xx} = 606 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $I_{yy} = 4192 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $I_{zz} = 4192 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; момент инерции колес — $0,9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; колея — 1,55 м; база — 2,78 м; расстояние до центра масс (от передней оси) — 1,11 м; высота центра масс — 0,54 м; радиус колес — 0,33 м; кинематическое передаточное число рулевого механизма — 20.

Моделирование показало, что скорость вращения автомобиля во время прохождения контрольного участка теста может достигать $60 \text{ }^\circ/\text{с}$, а углы увода колес — 1 рад (углы увода обычно приводят в радианах).

Выполнив анализ литературных источников и компьютерное моделирование, авторы предложили следующие общие требования к моделям сцепления колеса:

- доступность внедрения в математические модели движения автомобиля и возможность моделирования методами численного интегрирования;
- работа в диапазоне проскальзывания колеса до $\pm 100 \%$ и угла увода колеса до ± 1 рад;
- реализация сцепления колеса с опорной поверхностью различных типов — от льда до сухого асфальта (значение максимума продольного сцепления от 0,1 до 1).

Выполнение данных требований обеспечивают статические модели, которые подверглись дальнейшему рассмотрению.

Анализ моделей сцепления колеса с опорной поверхностью на основе анализа графиков семейств зависимостей

Оценку моделей сцепления колеса с опорной поверхностью принято проводить на основе анализа графиков семейств зависимостей продольной и боковой сил, стабилизирующего момента (либо зависимостей сцеплений) от степени проскальзывания и угла увода колеса.

Вычисление значений и построение графиков проводили со следующими параметрами: сила колеса, действующая на опорную поверхность, была выбрана равной 4000 Н, максимум зависимости продольного сцепления соответствовал асфальту и составлял 0,8. Значения параметров для моделей сцепления колеса подбирали такими, чтобы примерно соответствовать одним и тем же характеристикам шины для всех моделей.

По результатам анализа графиков зависимостей были выбраны пять моделей, которые, по мнению авторов, наиболее соответствуют предложенным требованиям: *Dugoff (HRSI)* [6], *Pacejka-Sharp* [7], *Fiala* [8], *Burckhardt* [9], *Pacejka* [10]. Приведем математическое описание данных моделей и кратко проведем их сравнительный анализ, используя следующие обозначения: s_x — продольное проскальзывание колеса; s_y — боковое проскальзывание колеса; μ_0 — номинальный коэффициент сцепления колеса; C_x — продольная жесткость шины; C_α — боковая жесткость шины.

Модель Dugoff (HRSI)

В данной модели объем исходных данных является минимальным по сравнению с другими моделями, что делает ее быстронастраиваемой и удобной при моделировании в условиях отсутствия экспериментальных данных характеристик шин. Модель описывается следующими формулами:

$$\lambda = \mu_0 F_z \frac{(1 - s_x) \left(1 - e_r \sqrt{s_x^2 + \text{tg}^2 \alpha} \right)}{2 \sqrt{(C_x s_x)^2 + (C_\alpha \text{tg} \alpha)^2}};$$

$$f(\lambda) = \begin{cases} \lambda(2 - \lambda), & \lambda \leq 1; \\ 1, & \lambda > 1; \end{cases}$$

$$F_x = \frac{C_x s_x}{1 - s_x} f(\lambda);$$

$$F_y = \frac{C_\alpha \text{tg} \alpha}{1 - s_x} f(\lambda),$$

где λ — коэффициент, определяющий переход из зоны линейной деформации ($\lambda < 0,5$) в нелинейную ($\lambda > 0,5$); e_r — коэффициент понижения сцепления колеса при полном скольжении/буксовании.

Модель Pacejka-Sharp

Модель отличается тем, что распределение давления в пятне контакта не является равномерным, а имеет параболический закон и описывается следующими зависимостями:

$$s_y = \operatorname{tg} \alpha; \sigma_x = \frac{|s_x|}{1 - |s_x|};$$

$$\sigma_y = \frac{s_y}{1 - s_x}; \sigma_{sum} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2};$$

$$V_s = \frac{V_x \sigma_{sum}}{\sqrt{1 + 2\sigma_x + \sigma_{sum}^2}};$$

$$\mu = \mu_0(1 + AV_s)^{-1}; \theta = \frac{4a^2 bk}{3\mu F_z};$$

$$\sigma_m = \frac{1}{\theta};$$

$$F = \begin{cases} \mu F_z [3(\theta \sigma_{sum}) - 3(\theta \sigma_{sum})^2 + (\theta \sigma_{sum})^3], & \sigma_{sum} \leq \sigma_m; \\ \mu F_z, & \sigma_{sum} > \sigma_m; \end{cases}$$

$$F_x = F \frac{\sigma_x}{\sigma_{sum}} \operatorname{sign} s; F_y = F \frac{\sigma_y}{\sigma_{sum}};$$

$$M_z = \begin{cases} \mu F_z a \frac{\sigma_y}{\sigma_{sum}} [\theta \sigma_{sum} - 3\theta^2 \sigma_{sum}^2 + 3\theta^3 \sigma_{sum}^3 - \\ - \theta^4 \sigma_{sum}^4], & \sigma_{sum} \leq \sigma_m; \\ 0, & \sigma_{sum} > \sigma_m; \end{cases},$$

где a — половина длины контакта; b — половина ширины контакта; k — изотропная жесткость элемента шины на единицу площади корда; μ_0 — максимальный коэффициент сцепления колеса; A — коэффициент наклона кривой сцепления колеса; μ — закон сцепления колеса.

Модель Fiala

Данная модель получила широкое распространение и отличается тем, что могут использоваться различные законы для нахождения текущего коэффициента сцепления колеса. Модель имеет следующее математическое описание:

$$s_y = \operatorname{tg} \alpha; \mu = \mu_{\max} - (\mu_{\max} - \mu_{\min}) \sqrt{s_x^2 + s_y^2};$$

$$s_{crit} = \left| \frac{\mu F_z}{2C_x} \right|; \alpha_{crit} = \frac{3\mu F_z}{C_\alpha}; H = 1 - \frac{C_\alpha |s_y|}{3\mu F_z};$$

$$F_x = \begin{cases} C_x s_x, & |s_x| \leq s_{crit} \\ \left[\mu F_z - \frac{(\mu F_z)^2}{4C_x |s_x|} \right] \operatorname{sign} s_x, & |s_x| > s_{crit} \end{cases}$$

$$F_y = \begin{cases} \mu F_z (1 - H^3) \operatorname{sign} s_y, & |\alpha| \leq \alpha_{crit} \\ \mu F_z \operatorname{sign} s_y, & |\alpha| > \alpha_{crit} \end{cases}$$

$$M_z = \begin{cases} -\mu F_z b_{width} (1 - H) H^3 \operatorname{sign} s_y, & |\alpha| \leq \alpha_{crit} \\ 0, & |\alpha| > \alpha_{crit} \end{cases}$$

где b_{width} — радиус шины в сечении; μ_{\max} — максимальное сцепление колеса, μ_{\min} — минимальное сцепление колеса.

Модель Burckhardt

Модель характеризуется простотой настройки характеристик при моделировании, поскольку используемые коэффициенты напрямую задают форму графиков сцепления колеса, и имеет следующее описание:

$$s_x = |s|; s_{sum} = \sqrt{s_x^2 + 2(1 - \cos \alpha)(1 - s_x)};$$

$$F_x = F_z s_x \cos \alpha \left(\frac{C_1 (1 - e^{-C_2 s_{sum}})}{s_{sum}} - C_3 \right) \operatorname{sign} s;$$

$$F_y = F_z (1 - s_x) \sin \alpha \left(\frac{C_1 (1 - e^{-C_2 s_{sum}})}{s_{sum}} - C_3 \right),$$

где C_1, C_3 — коэффициенты; s_{sum} — суммарное проскальзывание.

В модели *Burckhardt* зависимость боковой силы от проскальзывания независимо от значения угла увода стремится к нулю так же, как и зависимость продольной силы от угла увода независимо от значения проскальзывания. Наибольшее количество необходимых данных для разных типов опорной поверхности представлено для модели *Burckhardt*. Особенностью математического описания данной модели является то, что коэффициент C_1 определяет значение максимумов зависимостей, а коэффициент C_3 — значение продольного сцепления в точке проскальзывания 100 % и поперечного сцепления в точке угла увода 1,57 рад, что значительно облегчает подбор коэффициентов для получения необходимой зависимости.

Модель Pacejka

Модель получила самое широкое распространение. Модель описывается тригонометрическим полиномом (одинаков для F_x, F_y, M_z):

$$Y(x) = D \sin(C \operatorname{tg}^{-1}(Bx - \operatorname{tg}^{-1} Bx)) + S_y;$$

$$x = X + S_h;$$

- для F_x : $C = b_0$; $D = F_z(b_1 F_z + b_2)$;
 $B = \frac{1}{CD} (b_3 F_z^2 + b_2) e^{-b_5 F_z}$; $E = b_6 F_z^2 + b_7 F_z + b_8$;
 $S_h = b_9 F_z + b_{10}$; $S_v = b_{11} F_z + b_{12}$;
- для F_y : $C = a_0$; $D = F_z(a_1 F_z + a_2)$;
 $B = \frac{1}{CD} a_3 \sin \left(a_{15} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{F_z}{a_4} \right) \right) (1 - a_5 |\gamma|)$;
 $E = a_6 F_z + a_7$; $S_h = a_8 |\gamma| + a_9 F_z + a_{10}$;
 $S_v = (a_{11} F_z + a_{12}) |\gamma| F_z + a_{13} F_z + a_{14}$;

- для M_z : $C = c_0$; $D = F_z(c_1 F_z + c_2)$;

$$B = \frac{1}{CD} (c_3 F_z^2 + c_4 F_z) (1 - c_6 |\gamma|) e^{-c_5 F_z};$$

$$E = (c_7 F_z^2 + c_8 F_z + c_9) (1 - c_{10} |\gamma|);$$

$$S_h = c_{12} |\gamma| + c_{12} F_z + c_{13};$$

$$S_v = (c_{14} F_z^2 + a_{12} F_z) \gamma + c_{16} F_z + c_{17},$$

где b_0, \dots, b_{12} , — коэффициенты для продольного сцепления; a_0, \dots, a_{14} , — коэффициенты для попе-

речного сцепления; c_0, \dots, c_{17} , — коэффициенты для сцепления стабилизирующего момента; γ — угол развала колеса; X — выбирается $\text{tg} \alpha$ или s .

Модель *Pacejka* позволяет максимально тонко настраивать зависимости по экспериментальным данным, однако в литературных источниках можно найти только несколько наборов используемых коэффициентов. Данная модель имеет также более позднее описание [2], развитое в части отражения физического смысла задаваемых коэффициентов.

На рис. 2 представлены семейства зависимостей для продольных и боковых сил выбранных моделей.

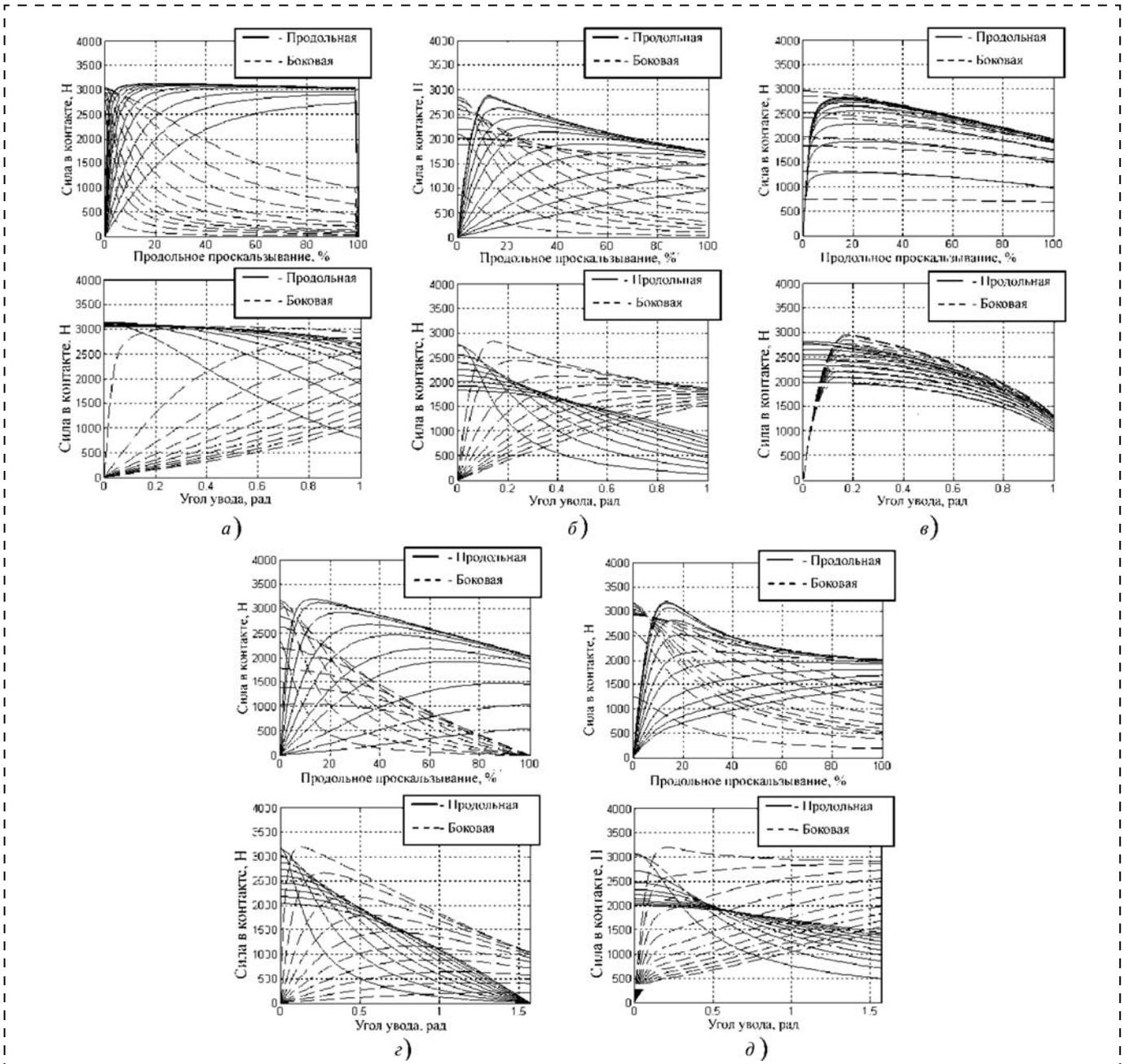


Рис. 2. Зависимости сил сцепления колеса от степени проскальзывания и угла увода (шаг — 10 % проскальзывания и 0,157 рад угла увода): *a* — модель *Dugoff* ($C_x = 30 \cdot 10^4$; $C_\alpha = 68,7 \cdot 10^3$; $e_r = 0,05$; $\mu_0 = 0,8$); *б* — модель *Pacejka-Sharp* ($a = 0,3$; $b = 0,09$; $k = 15 \cdot 10^5$; $\mu_0 = 0,8$; $A = 0,05$); *в* — модель *Fiala* ($b_{width} = 0,18$; $C_x = 80 \cdot 10^3$; $C_y = 40 \cdot 10^3$; $\mu_{max} = 0,8$; $\mu_{min} = 0,5$); *г* — модель *Burckhardt* ($C_1 = 0,857$; $C_2 = 33,822$; $C_3 = 0,347$); *д* — модель *Pacejka* (формулы для вычислений и коэффициенты взяты из работы [2])

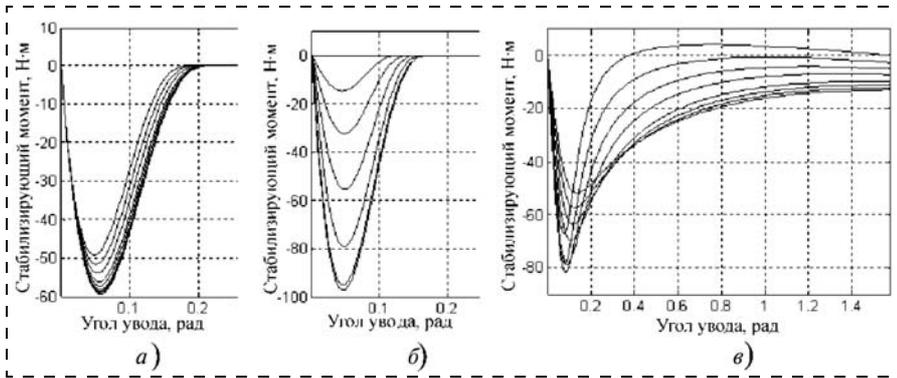


Рис. 3. Зависимости стабилизирующего момента от угла увода колеса: а — модель *Fiala*; б — модель *Pacejka-Sharp*; в — модель *Pacejka* (используемые данные для построения зависимостей указаны в подписи к рис. 2)

Модели *Dugoff*, *Fiala*, *Pacejka-Sharp* позволяют реализовывать зависимости только до угла увода колеса 1 рад, поскольку при больших значениях они приводят к некорректным числовым значениям. Модели *Burckhardt* и *Pacejka* работоспособны до 1,57 рад, что позволяет строить математические модели с углами вращения автомобиля более 90° (реализовывать маневры типа "полицейский разворот").

На рис. 3 представлены семейства зависимостей для стабилизирующих моментов, которые имеются только у трех моделей: *Fiala*, *Pacejka-Sharp* и *Pacejka*. Первые две модели имеют достаточно упрощенные кривые зависимостей, у которых значения сходятся к нулю при углах увода более 0,2 рад. Оценить зависимость модели *Pacejka*, имеющей большое число коэффициентов, получаемых экспериментальным путем, не представляется возможным.

Модификация статических моделей сцепления колеса

Приведенные статические модели лишены возможности отражать переходной процесс сцепления колеса при движении автомобиля, поэтому их необходимо модифицировать, вводя динамические параметры.

Модифицирование моделей проводили двумя методами. В первом методе модификация осуществляется через продольную и боковую силы, а во втором — через проскальзывание и угол увода колеса.

Модификация на основе модели с длиной релаксации. Длиной релаксации называется расстояние, которое колесо при уводе проходит до момента, когда сила сцепления изменяется до двух третей от установившегося значения.

Для продольной F_{sx} и боковой F_{sy} сил статических моделей зададим закон изменения по времени [11]:

$$F_{dx} = F_{sx} - \tau_x \frac{\partial F_{dx}}{\partial t};$$

$$F_{dy} = F_{sy} - \tau_y \frac{\partial F_{dy}}{\partial t},$$

где τ_x — постоянная времени для продольной силы; τ_y — постоянная времени для боковой силы.

Постоянные времени рассчитываются следующим образом:

$$\tau_x = \frac{L_x}{\omega_w r_w};$$

$$\tau_y = \frac{L_y}{\omega_w r_w},$$

где L_x — длина релаксации для продольной силы; L_y — длина релаксации для боковой силы; ω_w — угловая скорость вращения колеса; r_w — радиус качения колеса.

Таким же образом можно модифицировать стабилизирующий момент статической модели.

Модификация по проскальзыванию и боковому уводу. Определим проскальзывание и угол увода колеса для статических моделей в виде [12]

$$s_s = 1 - \frac{\omega_w r_w}{(V_x \pm \Omega b_2) \cos \phi + (V_y \pm \Omega b_1) \sin \phi};$$

$$\alpha_s = \phi - \arctg((V_y \pm \Omega b_1)/(V_x \pm \Omega b_2)),$$

где ϕ — угол поворота колеса по оси z ; V_x — продольная скорость автомобиля; V_y — боковая скорость автомобиля; Ω — скорость вращения автомобиля; b_1 — проекция на ось x от центра масс автомобиля до оси z поворота колеса; b_2 — проекция на ось y от центра масс автомобиля до оси z поворота колеса.

Для проскальзывания s_s и угла увода α_s статических моделей зададим закон изменения по времени [12]:

$$s_d = s_s - \tau_s \frac{\partial s_d}{\partial t};$$

$$\alpha_d = \alpha_s - \tau_\alpha \frac{\partial \alpha_d}{\partial t},$$

где τ_s — постоянная времени проскальзывания колеса; τ_α — постоянная времени угла увода колеса.

Модифицированное проскальзывание и угол увода колеса подставляются в формулы для статических моделей.

Влияние характеристик сцепления колеса на устойчивость движения автомобиля

Сцепление колеса характеризуется величинами углов наклонов участков нарастания и спада, максимумов зависимостей и динамических параметров. Полученные графики семейств зависимостей сцепления колеса для разных моделей показали, что между ними существует определенное различие в углах наклона участков при приблизительно одинаковых значениях максимумов зависимостей. Поэтому представлялось целесообразным оценить влияние углов наклона участков на устойчивость движения

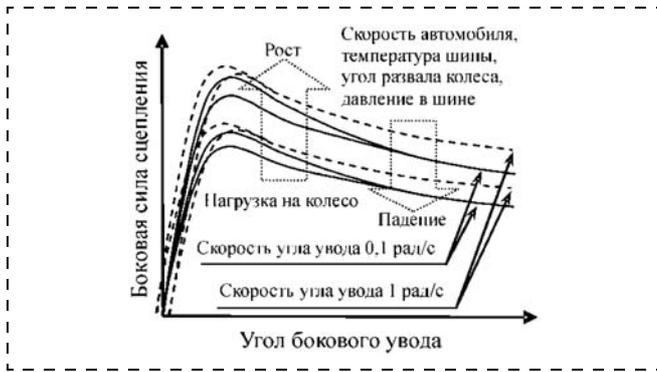


Рис. 4. Влияние на боковую силу сцепления параметров колеса и автомобиля

автомобиля путем непосредственного их изменения. Стоит отметить, что при проведении теста на устойчивость в натуральных условиях сцепление колеса с опорной поверхностью оценивается только по максимуму продольного сцепления, и характер его изменения на всем диапазоне проскальзываний и углов увода колеса остается неопределенным. На рис. 4 показано влияние различных параметров на зависимость боковой силы от угла увода колеса.

Модели сцепления колеса были внедрены в модели автомобиля и реализованы в компьютерных программах, разработанных авторами, каждая из которых включала один из рассмотренных методов

модификации. За основу первой модели автомобиля взята одномассовая модель с восемью степенями свободы [13]. Для оценки влияния модели сцепления колеса на динамику движения модель автомобиля дополнена моделью рулевого управления, введены корректирующие зависимости углов поворота колес от углов развала, боковых сил и стабилизирующих моментов [14]. Для моделирования сцепления колеса выбрана модель *Pacejka* [2]. Работа модели автомобиля реализована в среде MATLAB/Simulink, позволяющей гибко проводить модификацию модели и выполнять полунатурное моделирование в режиме реального времени. Вторая модель, детальное описание которой представлено в работе [12], является пятимассовой моделью автомобиля с четырнадцатью степенями свободы. Для моделирования сцепления колеса выбрана модель *Burckhardt*, которая дополнена зависимостью для стабилизирующего момента [12]. Модель движения автомобиля реализована в пакете, разработанном в среде *Delphi* и представляющем собой законченный программный продукт.

Моделирование движения автомобиля проводили с параметрами автомобиля и теста, описанными выше. В обоих случаях моделирование с учетом проведенной модификации показало ее качественную роль в прохождении теста, где в зависимости от значений постоянных времени результат теста может

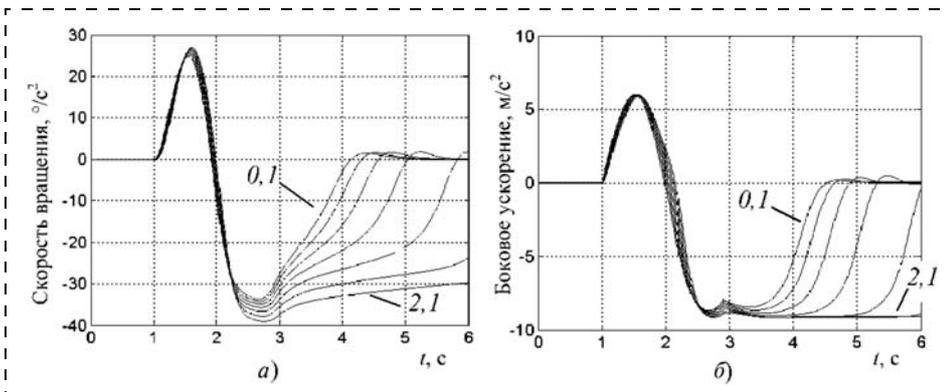


Рис. 5. Изменение параметров прохождения теста от значения боковой длины релаксаций от 0,1 до 2,1 с шагом 0,3:

а — скорость вращения автомобиля; б — боковое ускорение автомобиля

быть отрицательным либо положительным. Увеличение их значений существенно влияет на состояние автомобиля при выходе из маневра. Вход автомобиля в занос, как показано на рис. 5, происходит, начиная с определенного значения длины релаксации, а время выхода автомобиля из заноса растет с ее увеличением. Также отклонение угла наклона как первого участка (нарастание), так и второго (спад), зависимости бокового сцепления от угла увода колеса приводят к качественному изменению результатов прохождения теста.

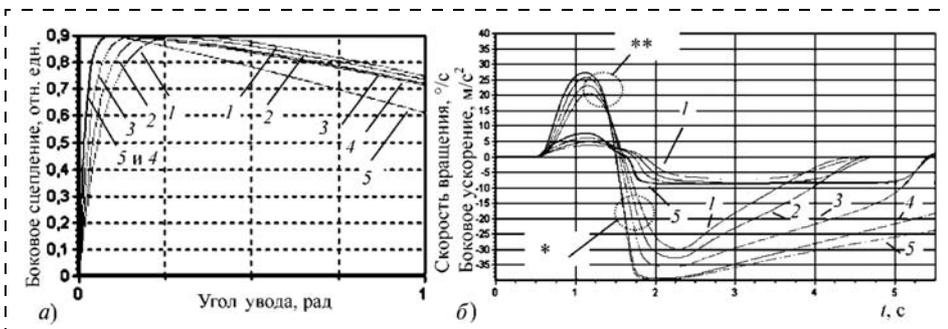


Рис. 6. Изменение параметров прохождения теста от углов наклона зависимости бокового сцепления:

а — боковое сцепление колеса от угла увода колеса; б — скорость вращения (*) и боковое ускорение (**) автомобиля

На рис. 6 показаны зависимости бокового сцепления при разных углах наклона участков и соответствующие им характеристики прохождения теста автомобилем. Зависимости сцепления 1–4 отличаются наклонами первого участка. Зависимость 5 отличается от 4 меньшим наклоном второго участка. Наклон первого участка зависимости сцепления от угла увода колеса (продольного сцепления от степени

проскальзывания колеса, поскольку боковая и продольная силы взаимосвязаны) отвечает за поведение автомобиля на начальном участке теста при отработке рулем маневра, определяя, войдет он в занос или нет. При росте угла наклона происходит увеличение максимального бокового ускорения и скорости вращения автомобиля. Увеличение наклона второго участка затягивает выход автомобиля из маневра, что приводит к более плавному падению бокового ускорения и скорости вращения и, в результате, к ухудшению оценки работы системы контроля устойчивости.

Заключение

В статье показано, что использованию в компьютерном моделировании устойчивости движения автомобиля соответствуют статические модели сцепления колеса с опорной поверхностью: *Pacejka*, *Burckhard*, *Pacejka-Sharp*. Рассмотрены методы их модификации, позволяющие отражать переходные процессы сцепления колеса при движении автомобиля.

Установлено, что углы наклона участков зависимостей сцепления колеса при одинаковых максимумах зависимостей определяют результат оценки устойчивости движения автомобиля при прохождении теста по усеченной синусоиде для проверки на срабатывание при заносе (использование теста закреплено Правилами ЕЭК ООН № 13). Значения динамических параметров, задающих переходные процессы сцепления колеса, также являются определяющими в результате оценки.

С внедрением автоматизированных стендов исследования характеристик шин появилась возможность получать экспериментальные зависимости сцепления одновременно для ряда параметров, а высокая точность получаемых данных позволяет определять характеристики гистерезиса при различных скоростях изменения проскальзывания и

угла увода колеса. Поэтому оптимальным вариантом является верификация получаемых при моделировании зависимостей с экспериментальными данными для конкретных марок шин, устанавливаемых на определенные марки автомобилей. Располагая такими зависимостями, можно говорить о соответствии проводимой путем компьютерного моделирования оценки устойчивости движения автомобиля результатам натуральных тестов.

Список литературы

1. **Proposal** for Supplement 7 to Regulation No. 13-H. (Brakes of M_1 and N_1 vehicles). ECE/TRANS/WP.29/2008/81. 23 July 2008. 21 p.
2. **Pacejka H. B.** Tyre and Vehicle Dynamics. Second edition. Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier, 2006. 657 p.
3. **Zadeh A. G., Fahim A.** An Analytical Transient Tire Model. 2001.
4. **Sébastien Chaligné.** Tire thermal analysis and modeling. Master's Thesis in Automotive Engineering. Chalmers University of Technology. Goteborg, Sweden, 2011. 49 p. URL: <http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/143233.pdf>.
5. **URL:** www.CarSim.com.
6. **Dugoff H., Fancher P. S. and Segal L.** Tyre performance characteristics affecting vehicle response to steering and braking control inputs. Final Report, Contract CST-460, US National Bureau of Standards, 1969.
7. **Pacejka H. B. and Sharp R. S.** Shear force development by pneumatic tyres in steady state conditions. A review of modelling aspects // Vehicle System Dynamics. 1991.V. 20. N 3—4.
8. **Blundell M., Harty D.** Multibody systems approach to vehicle dynamics. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004. 518 p.
9. **Burckhardt M.** Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme. Würzburg: Vo-gel, 1993. 432 p.
10. **Bakker E., Pacejka H. B., Lidner L.** A New Tyre Model with Application in Vehicle Dynamics Studies. Proc. 4th Int. Conf. Automotive Technologies, Monte Carlo, 1989, SAE paper 890087, 1989.
11. **Canudas de Wit C. and Tsiotras P.** Dynamic tire friction models for vehicle traction control // Proc. of the 38th IEEE Conference on Decision and Control. 1999. V. 4. P. 3746—3751.
12. **Ляхов С. В.** Математическая модель и программное обеспечение для оценки систем контроля устойчивости грузовых автомобилей и автобусов // Механика машин, механизмов и материалов. 2011. № 4 (17). 24—28 с.
13. **Demerly J. D., Youcef-Toumi K.** Non-Linear Analysis of Vehicle Dynamics: a Reduced Order Model for Vehicle Handling Analysis // SAE Technical Paper, 2000-01-162, 2000.
14. **Jang B., Karnopp D.** Simulation of vehicle and power steering dynamics using tire model parameters matched to whole vehicle experimental results // Vehicle System Dynamics. 2000. V. 33. P. 121—133.

ИНФОРМАЦИЯ



с 17 по 20 сентября 2013 в Санкт-Петербурге
на базе ГИЦ РФ ОАО "Концерн "Электроприбор"
состоится симпозиум международной ассоциации по геодезии (IAG)

"Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижном и подвижном основаниях"

Тематика конференции

- ◆ Средства и методы наземных абсолютных и относительных измерений гравитационного поля на неподвижных и подвижных основаниях.
- ◆ Абсолютные баллистические гравиметры и относительные гравиметры.
- ◆ Гравитационные градиентометры.
- ◆ Новые результаты измерений гравиметрических сетей, новые гравиметрические сети и измерения в новых районах.
- ◆ Вопросы метрологии в гравиметрии, результаты сличений абсолютных гравиметров и применения гравиметрии в метрологии.
- ◆ Стандартизация и базы данных абсолютных измерений гравитационного поля.
- ◆ Гравитационные эксперименты.

Подробную информацию о конференции см. сайте:
<http://www.elektropribor.spb.ru/cnf/rconf>

УДК 519.7

И. Б. Фуртат, канд. техн. наук, доц.,
cainenash@mail.ru,

Институт проблем машиноведения РАН,
Санкт-Петербургский национальный
исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики,
Российский государственный университет
нефти и газа им. И. М. Губкина

Управление электроэнергетической сетью с учетом ее топологии¹

Решена задача управления электроэнергетической сетью, модель которой содержит неизвестные параметры. Решение строится при измерении только относительных угловых скоростей роторов генераторов в сети. Получено условие расчета параметров в регуляторах, учитывающее топологию сети и гарантирующее ее синхронизацию с требуемой точностью в нормальном режиме работы сети и в аварийных ситуациях. Работоспособность полученного алгоритма проиллюстрирована на числовом примере сети, состоящей из четырех генераторов.

Ключевые слова: электроэнергетическая сеть, робастное управление, компенсация возмущений

Введение. В теории управления к числу актуальных задач относится проблема эффективного управления работой электрических станций в электроэнергетической системе. В последнее время во всем мире наблюдается повышенный интерес к научно-технологическому инновационному преобразованию электроэнергетики. Так, недавно в США была принята новая концепция Smart Grid [1], состоящая в формировании нового технологического базиса, дающего возможность существенного улучшения достигнутых и создания новых функциональных свойств энергосистемы. Затем эта программа была принята в странах Европейского союза. В России аналогом этой концепции утверждена программа развития "Активно-адаптивные сети" [1]. Для качественного управления электроэнергетической сетью на сегодняшний день предложено доста-

точное число решений. Так, в работах [2, 3] решена задача робастного децентрализованного управления сетью электрических генераторов с использованием линеаризации обратной связью и алгоритма робастной стабилизации. В статье [4] авторами предложен децентрализованный робастный алгоритм стабилизации каждой подсистемы сети, аналогичный предложенному в работах [2, 3], однако изначальная модель каждого генератора в сети предполагалась линейной. Работа [5] посвящена управлению сетью генераторов с использованием энергетического подхода. В статье [6] предложена адаптивная синхронизация сети электрических генераторов с использованием методов пассивности и скоростного градиента. В работе [7] рассматривается синтез субоптимального управления частотой и активной мощностью параллельно работающих синхронных генераторов. Для решения задачи авторы декомпозировали исходную сеть на локальные подсистемы, что позволило построить алгоритм оптимальной стабилизации отдельных агрегатов сети и координирующего управления.

Заметим, что для реализации алгоритмов [2–7] требуется полное или частичное знание параметров сети и возможность измерения угла ротора, относительной угловой скорости роторов и активной электрической мощности каждого генератора в сети. Однако, как отмечалось в работах [2, 3, 8], измерение угла ротора в реальных ситуациях затруднительно из-за отсутствия соответствующих измерительных устройств, а гарантия точного измерения активной электрической мощности невозможна в аварийных ситуациях [8]. Также при синтезе алгоритмов управления [2–7] нигде не учитывалась топология электроэнергетической сети. Поэтому естественно возникает интерес к решению задачи управления сетью электрических генераторов с априорно неизвестными параметрами, когда измерению доступна только относительная угловая скорость каждого генератора сети. При этом желательно, чтобы при расчете параметров в алгоритме управления учитывалась топология сети. Последняя проблема была обозначена в работе [9] и до сих пор не имеет решения. В данной статье решается задача управления сетью электрических генераторов, модель которой приведена в работе [2, 3]. При решении предполагается, что параметры сети неизвестны и измерению доступны только относительные угловые скорости роторов каждого генератора сети. Для синтеза закона управления используется подход [10], который был применен для управления одним генератором в работе [11]. Полученный

¹ Исследование проводится в рамках программы ОЭММПУ РАН "Анализ и оптимизация функционирования систем многоуровневого, интеллектуального и сетевого управления в условиях неопределенности" № 14, а также в рамках Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.", проводимые в РГУ нефти и газа им. М. А. Губкина, и государственных контрактов № 14.740.11.0942, № 14.740.11.0042.

алгоритм обеспечивает синхронизацию генераторов в сети с требуемой точностью как в нормальном режиме работы сети, так и в аварийных ситуациях. Работоспособность полученной схемы проиллюстрирована на числовом примере.

1. Постановка задачи. Рассмотрим оргграф $\Gamma_l = (V, E_l)$, ассоциированный с сетью S , где каждой вершине оргграфа Γ_l соответствует подсистема S_i , $i = 1, \dots, k$, $V = \{v_1, \dots, v_k\}$ — множество вершин, $E_l \subseteq V \times V$ — множество ребер. Пусть $C = (c_{ij}) \in R^k$ — матрица смежности оргграфа Γ_l такая, что $c_{ij} = 1$, если $j \in N_i$, иначе $c_{ij} = 0$, $N_i = \{v_j \in V: (v_i, v_j) \in E_l\}$ — множество смежных вершин для узла v_i . Запись $(v_i, v_j) \in E_l$ означает, что информация поступает от подсистемы S_j к подсистеме S_i [12, 13]. Считается, что в процессе функционирования системы структура связей оргграфа может изменяться. Обозначим $\Gamma = \{\Gamma_l: l = 1, \dots, m\}$ — множество возможных значений топологий оргграфа сети.

Пусть динамические процессы в подсистеме G_i , соответствующей i -й вершине оргграфа Γ_l сети S , описываются следующими уравнениями [2, 3]:

- уравнения движения ротора i -го генератора:

$$\dot{\delta}_i(t) = \omega_i(t), \quad \dot{\omega}_i(t) = -\frac{D_i}{2H_i} \omega_i(t) - \frac{\omega_0}{2H_i} \Delta P_{ei}(t),$$

$$i = 1, \dots, k; \quad (1)$$

- электрическая динамика i -го генератора:

$$\dot{E}'_{qi}(t) = \frac{1}{T'_{d0i}} (E_{fi}(t) - E_{qi}(t)), \quad i = 1, \dots, k; \quad (2)$$

- электрические уравнения:

$$\begin{aligned} E_{qi}(t) &= x_{adi} I_{fi}(t) = E'_{qi}(t) - (x_{di} - x'_{di}) I_{di}(t), \\ E_{fi}(t) &= k_{ci} u_{fi}(t), \\ P_{ei}(t) &= \sum_{j \in N_i} E'_{qi}(t) E'_{qj}(t) M_{ij} \sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\ Q_{ei}(t) &= - \sum_{j \in N_i} E'_{qi}(t) E'_{qj}(t) M_{ij} \cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\ I_{di}(t) &= - \sum_{j \in N_i} E'_{qj}(t) M_{ij} \cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\ I_{qi}(t) &= \sum_{j \in N_i} E'_{qj}(t) M_{ij} \sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\ V_{ii}(t) &= \frac{1}{x_{dsi}} \sqrt{(E'_q(t) - x'_{di} I_{di}(t))^2 + (x'_{di} I_{qi}(t))^2}, \\ i &= 1, \dots, k. \end{aligned} \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3): $\delta_i(t)$ — угол поворота ротора i -го генератора относительно его синхронной оси вращения (рад); $\omega_i(t)$ — относительная скорость ротора i -го генератора (рад/с), ω_0 — скорость ротора в синхронном режиме (рад/с), $\Delta P_{ei}(t) = P_{ei}(t) - P_{mi}$ (отн. ед.), $P_{ei}(t)$ — активная электрическая входная мощность, поступающая на i -й генератор (отн. ед.), P_{mi} — входная механическая мощность i -го генератора (отн. ед.); D_i — коэффициент демпфирования (отн. ед.); H_i — коэффи-

циент инерции (с); T'_{d0i} — переходная постоянная времени по продольной оси при разомкнутом статоре i -го генератора (с); x'_{di} — переходное реактивное сопротивление по продольной оси i -го генератора (отн. ед.); x_{di} — реактивное сопротивление вдоль продольной оси i -го генератора (отн. ед.); x_{adi} — взаимное сопротивление между обмотками возбуждения и статора i -го генератора (отн. ед.); k_{ci} — инерционная постоянная i -го генератора (отн. ед.); $u_{fi}(t)$ — напряжение на обмотке возбуждения ротора i -го генератора (отн. ед.); $E_{qi}(t)$ — ЭДС i -го генератора по поперечной оси (отн. ед.); $E_{fi}(t)$ — эквивалентная ЭДС возбуждения i -го генератора; $E'_{qi}(t)$ — переходная ЭДС по поперечной оси i -го генератора (отн. ед.); $I_{qi}(t)$ — ток по поперечной оси i -го генератора (отн. ед.); $I_{fi}(t)$ — ток возбуждения i -го генератора (отн. ед.); $I_{di}(t)$ — ток по продольной оси i -го генератора (отн. ед.); $Q_{ei}(t)$ — реактивная мощность i -го генератора (отн. ед.); $V_{ii}(t)$ — напряжение на зажимах статора i -го генератора (отн. ед.); M_{ij} — взаимная проводимость между i -м и j -м генераторами (отн. ед.).

Предположения:

1. Орграфы Γ_l , $l = 1, \dots, m$, содержат ориентированное остовное дерево [13].

2. Параметры модели (1)–(3) зависят от вектора неизвестных параметров ν , $\nu \in \Xi$, Ξ — известное ограниченное множество. В рабочем режиме генератора $\delta_i(t) \in (0; 180^\circ)$ для $\forall t \geq 0$ и $\forall \nu \in \Xi$, $i = 1, \dots, k$.

3. Доступен измерению знак тока $I_{qi}(t)$, $i = 1, \dots, k$.

4. В процессе функционирования сети могут произойти аварийные ситуации, связанные с внезапным изменением сопротивления линии передачи [2, 3].

5. Измерению доступна только относительная угловая скорость $\omega_i(t)$, $i = 1, \dots, k$.

Цель управления состоит в получении системы управления для сети электрических генераторов в условиях неопределенности их параметров и связей между ними, чтобы были выполнены следующие целевые условия:

$$\lim_{t \rightarrow T} \delta_i(t) = \text{const}, \quad |\omega_i(t)| < \varepsilon_1 \quad \text{и} \quad |\Delta P_{ei}(t)| < \varepsilon_2,$$

$$|\omega_i(t) - \omega_j(t)| < \varepsilon_3 \quad \text{при} \quad t > T, \quad (4)$$

где $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_3 > 0$, $T > 0$ — время, по истечении которого с начала работы системы должны выполняться условия (4).

2. Метод решения. Принимая во внимание алгебраические уравнения (3), перепишем (1), (2) в виде [2, 3]

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i(t) &= \omega_i(t), \quad \dot{\omega}_i(t) = -\frac{D_i}{2H_i} \omega_i(t) - \frac{\omega_0}{2H_i} \Delta P_{ei}(t), \\ \Delta \dot{P}_{ei}(t) &= -\frac{1}{T'_{d0i}} \Delta P_{ei}(t) + \frac{1}{T'_{d0i}} \{k_{ci} I_{qi}(t) u_{fi}(t) - \\ &\quad - (x_{di} - x'_{di}) I_{qi}(t) I_{di}(t) - \\ &\quad - P_{mi} - T'_{d0i} Q_{ei}(t) w_i(t)\} + \gamma_i(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_i(t) = & E'_{qi}(t) \sum_{j \in N_i} \dot{E}'_{qj}(t) M_{ij} \sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)) - \\ & - E'_{qi}(t) \sum_{j \in N_i} E'_{qj}(t) M_{ij} \cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)) \omega_j(t). \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения в (5):

$$z_i(t) = [\delta_i(t), \omega_i(t), \Delta P_{ei}(t)]^T, A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{D_i}{2H_i} & -\frac{\omega_0}{2H_i} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T'_{d0i}} \end{bmatrix},$$

$$B_i(t) = [0, 0, k_{ci} I_{qi}(t) / T'_{d0}]^T, L = [0, 1, 0],$$

$$\begin{aligned} f_i(t) = & -\frac{1}{k_{ci} I_{qi}(t)} ((x_{di} - x'_{di}) I_{qi}(t) I_{di}(t) + P_{mi} + \\ & + T'_{d0i} Q_{ei}(t) w_i(t) - T'_{d0i} \gamma_i(t)). \end{aligned}$$

Тогда уравнения (5) можно переписать в форме

$$\dot{z}_i(t) = A_i z_i(t) + B_i(t)(u_{fi}(t) + f_i(t)), \omega_i(t) = L z_i(t). \quad (6)$$

Для управления сетью генераторов с неизвестными параметрами воспользуемся подходом [10]. Перепишем уравнение (6) в следующей форме:

$$Q_i(p) \omega_i(t) = R_i(p, t)(u_{fi}(t) + f_i(t)). \quad (7)$$

Здесь $Q_i(p)$, $R_i(p, t)$ — линейные дифференциальные операторы порядков 3 и 1 соответственно, которые получены при переходе от (6) к (7) при фиксированном времени t ; $p = d/dt$ — оператор дифференцирования.

Разложим $R_i(p, t)$ и $Q_i(p)$ на следующие составляющие:

$$R_i(p, t) = R_0(p) + \Delta R_i(p, t), Q_i(p) = Q_0(p) + \Delta Q_i(p), \quad (8)$$

где $R_0(p)$, $Q_0(p)$ — произвольные стационарные линейные дифференциальные операторы порядков 3 и 1 соответственно; $\Delta R_i(p, t)$ и $\Delta Q_i(p)$ — остатки разложения.

Пусть $Q_0(\lambda)/R_0(\lambda) = Q_m(\lambda)$, $Q_m(\lambda)$ — гурвицев полином; λ — комплексная переменная. Тогда, подставив разложение (7) в (8), уравнение (7) можно переписать в виде

$$Q_m(p) \omega_i(t) = u_{fi}(t) + \varphi_i(t),$$

где $R_0(p) \varphi_i(t) = \Delta R_i(p, t) u_{fi}(t) - \Delta Q_i(p) \omega_i(t) + R_i(p, t) f_i(t)$ — функция, содержащая в себе неопределенности модели i -го генератора.

Составим уравнение для ошибки $e_i(t) = \omega_i(t) - \bar{\omega}_i(t)$ в виде

$$Q_m(p) e_i(t) = \sum_{j \in N_i} (u_{fi}(t) - u_{fj}(t) + \varphi_i(t) - \varphi_j(t)). \quad (9)$$

Следуя работам [10, 11], для выделения неопределенностей введем в рассмотрение вспомогательный контур

$$Q_m(p) \bar{e}_i(t) = \chi u_{fi}(t), \quad i = 1, \dots, k. \quad (10)$$

Здесь $\chi > 0$. Принимая во внимание уравнения (9) и (10), составим функцию рассогласования $\zeta_i(t) = e_i(t) - \bar{e}_i(t)$ в виде $Q_m(p) \zeta_i(t) = \psi_i(t)$, где

$$\psi_i(t) = \sum_{j \in N_i} (u_{fi}(t) - u_{fj}(t) + \varphi_i(t) - \varphi_j(t)) - \chi u_{fi}(t) -$$

функция, включающая в себя неопределенности i -го генератора и смежных ему генераторов, а также неопределенность связей между ними.

Поскольку в системе управления доступны измерению только относительные угловые скорости роторов генераторов (предположение 5), то закон управления будем формировать в виде

$$u_{fi}(t) = -\chi^{-1} Q_m(p) \bar{\zeta}_i(t), \quad i = 1, \dots, k. \quad (11)$$

В (11) $\bar{\zeta}_i(t)$ — оценка сигнала $\zeta_i(t)$, полученная с наблюдателя [14]:

$$\dot{\bar{\zeta}}_i(t) = G_0 \xi_i(t) + D_0(\bar{\zeta}_i(t) - \zeta_i(t)), \quad \bar{\zeta}_i(t) = L_1 \xi_i(t), \quad (12)$$

где $\xi_i(t) \in R^2$ — оценка величины $\theta_i(t) = [\zeta_i(t), \dot{\zeta}_i(t)]^T$,

$$G_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_0 = -[d_1 \mu^{-1}, d_2 \mu^{-2}]^T, \text{ коэффициенты } d_1,$$

d_2 выбираются так, чтобы матрица $G = G_0 - DL_1$, $D = [d_1, d_2]^T$ была гурвицевой, $L_1 = [1, 0]$, $\mu > 0$ — достаточно малая величина.

Для оценки точности наблюдения введем в рассмотрение вектор отклонений $\bar{\eta}_i(t) = T^{-1}(\xi_i(t) - \theta_i(t))$,

где $T = \text{diag}\{\mu, 1\}$. Продифференцировав $\bar{\eta}_i(t)$ по

времени с учетом уравнения (12), получим $\dot{\bar{\eta}}_i(t) =$

$$= \mu^{-1} G \bar{\eta}_i(t) + b \zeta_i^{(2)}(t), \quad \bar{\Delta}_i(t) = \mu L_1 \bar{\eta}_i(t). \text{ Здесь } b = [0, 1]^T. \text{ Преобразуем предпоследнее уравнение}$$

в эквивалентное относительно выхода $\bar{\Delta}_i(t)$:

$$\dot{\eta}_i(t) = \mu^{-1} G \eta_i(t) + \bar{b} \dot{\zeta}_i(t), \quad \bar{\Delta}_i(t) = \mu L_1 \eta_i(t), \quad (13)$$

где $\bar{b} = [1, 0]^T$. С учетом уравнений (11) и (13) преобразуем (9) к форме

$$\dot{x}_i(t) = A_m x_i(t) + \mu b g^T \Delta_i(t), \quad e_i(t) = L_1 x_i(t), \quad (14)$$

где $x_i(t) \in R^2$, $A_m \in R^{2 \times 2}$ — матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом $Q_m(\lambda)$, $\Delta_i(t) = [\eta_{1i}(t), \dot{\eta}_{1i}(t), \ddot{\eta}_{1i}(t)]^T$, g — вектор, составленный из коэффициентов полинома $Q_m(\lambda)$, записанных в обратном порядке.

Утверждение. Пусть выполнены условия предположений 1–5. Тогда для чисел $\chi > 0$, $\mu_0 > 0$ и

$$\mu_0 \leq 0,125 \rho \|Q_1\| (k-1)^{-1} \|P b g^T\|^{-2}, \quad (15)$$

где $\rho = \min_{i=1, \dots, m} \{\lambda_2(L(\Gamma_i))\}$, $\lambda_2(L(\Gamma_i))$ — наименьшее ненулевое собственное число {алгебраическая связность [12, 13]} симметризованного лапласиана $L(\Gamma_i)$ орграфа Γ_i , матрицы P , H определяются из решений уравнений

$$A_m^T P + P A_m = -Q_1, \quad G^T H + H G = -Q_2,$$

$$Q_1 = Q_1^T > 0, \quad Q_2 = Q_2^T > 0, \quad (16)$$

система управления (10)–(12) при $\mu \leq \mu_0$ обеспечивает выполнение целевого условия (4) при $t > T$.

Доказательство см. в Приложении.

3. Пример. Рассмотрим электроэнергетическую сеть S , состоящую из электрических генераторов G_i , $i = 1, 2, 3, 4$ (рис. 1). Пусть третий генератор в сети — эталонный. При моделировании рассмотрим аварийные ситуации, связанные с изменением сопротивления линии передачи: до момента времени $t = 1$ с $M_{12} = M_{21} = 0,4853$ отн. ед., в момент

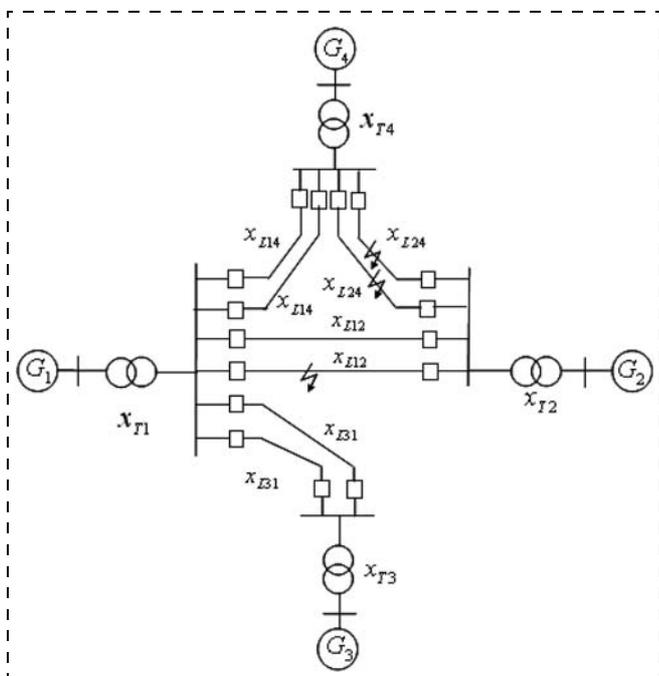


Рис. 1. Схема сети четырех генераторов

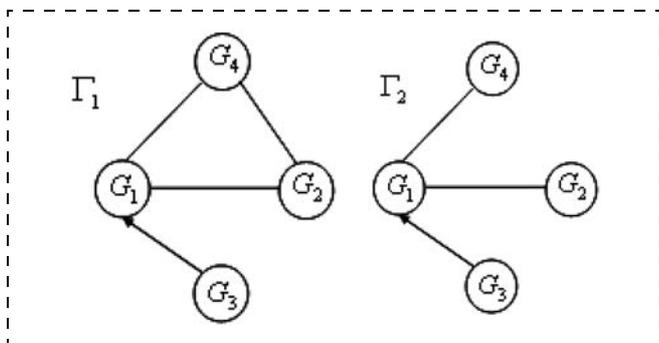


Рис. 2. Орграфы сети

времени $t = 1$ с $M_{12} = M_{21} = 3$; при $t = 1,5$ с срабатывают блокираторы и подключают резервную линию передачи с $M_{12} = M_{21} = 0,4853$ отн. ед. [2, 3]; в момент времени $t = 10$ происходит обрыв линии между вторым и четвертым генератором без ее восстановления. Орграфы, соответствующие структурам сети, приведены на рис. 2.

Математические модели генераторов G_i , $i = 1, 2, 3, 4$ сети S определены уравнениями (1)–(3), для которых класс неопределенности Ξ задан неравенствами [2, 3]: $6 \leq T'_{d0i} \leq 8$, $3 \leq D_i \leq 5$, $4 \leq H_i \leq 5,5$, $1 \leq k_{ci} \leq 3$, $1,8 \leq x_{di} \leq 2,4$, $0,2 \leq x'_{di} \leq 0,4$, $0,3 \leq M_{ij} \leq 3$, $i, j = 1, 2, 3, 4$.

Зададим в (10) $Q_m(p) = p^2 + 4p + 4$ и $\chi = 1$. Тогда уравнение вспомогательного контура (10) примет вид

$$(p^2 + 4p + 4)\bar{e}_i(t) = -u_{fi}(t), \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Выберем в (12) $D = [4, 4]^T$. Пусть в (13) $Q_1 = Q_2 = 0, 1I_2$. Для структур орграфов сети S (рис. 2) наименьшая алгебраическая связность ρ соответствует орграфу Γ_2 и равна $\rho = 1,708$. Из условия (15) определим интервал для μ_0 : $\mu_0 < 0,05$. Выберем $\mu = 0,01$ и сформируем наблюдатель (12) в виде

$$\dot{\xi}_{1i}(t) = -\xi_{2i}(t) - 4 \cdot 100(\xi_{1i}(t) - \zeta_i(t)),$$

$$\dot{\xi}_{2i}(t) = -4 \cdot 100^2(\xi_{1i}(t) - \zeta_i(t)),$$

$$\xi_{1i}(0) = \xi_{2i}(0) = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Закон управления, согласно (11), примет вид

$$u_{fi}(t) = \dot{\xi}_{2i}(t) + 4\xi_{2i}(t) + 4\xi_{1i}(t), \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (17)$$

Зададим параметры генераторов G_i , $i = 1, 2, 3, 4$, сети S [2, 3]: $\omega_0 = 314,159$ рад/с, $\omega_i(0) = 0$ рад/с и $\Delta P_{ei}(0) = 0$ отн. ед.

Отдельно в генераторе:

- G_1 : $D_1 = 5$ отн. ед., $H_1 = 4$ с, $T'_{d01} = 1,7$ с, $x_{d1} = 1,863$ отн. ед., $x'_{d1} = 0,257$ отн. ед., $P_{m01} = 0,9$ отн. ед., $V_{f01} = 1$ отн. ед., $k_{c1} = 1$ отн. ед., $\delta_1(0) = \pi/3$ рад.;
- G_2 : $D_2 = 4$ отн. ед., $H_2 = 5$ с, $T'_{d02} = 2$ с, $x_{d2} = 2,17$ отн. ед., $x'_{d2} = 0,32$ отн. ед., $P_{m02} = 0,8$ отн. ед., $V_{f02} = 0,9$ отн. ед., $k_{c2} = 1$ отн. ед., $\delta_2(0) = 11\pi/36$ рад.;
- G_3 : $D_3 = 4,1$ отн. ед., $H_3 = 5,1$ с, $T'_{d03} = 2,2$ с, $x_{d3} = 2,01$ отн. ед., $x'_{d3} = 0,28$ отн. ед., $P_{m03} = 1$ отн. ед., $V_{f03} = 1,1$ отн. ед., $k_{c3} = 1$ отн. ед., $\delta_3(0) = 13\pi/36$ рад.;
- G_4 : $D_4 = 4,5$ отн. ед., $H_4 = 5,2$ с, $T'_{d04} = 2,1$ с, $x_{d4} = 2,07$ отн. ед., $x'_{d4} = 0,35$ отн. ед., $P_{m04} = 0,85$ отн. ед., $V_{f04} = 0,87$ отн. ед., $k_{c4} = 1$ отн. ед., $\delta_4(0) = 7\pi/20$ рад.

Ограничения на управление согласно [2, 3] $-3 \leq E_{fi}(t) \leq 6$ отн. ед., $i = 1, 2, 3, 4$. На рис. 3 и 4 приведены переходные процессы по углам роторов $\delta_i(t)$, относительным угловым скоростям $\omega_i(t)$, активным мощностям $\Delta P_{ei}(t)$ и законам управления $u_{fi}(t)$.

Результаты моделирования показали, что синтезированная система управления сетью электри-

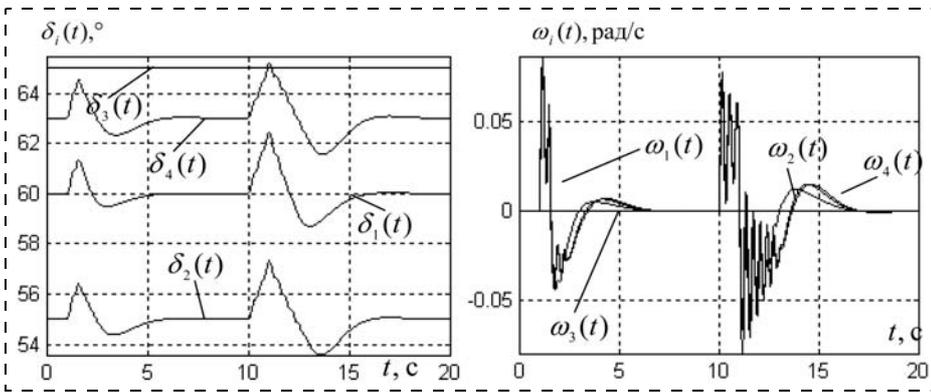


Рис. 3. Переходные процессы по $\delta_i(t)$ и $\omega_i(t)$, $i = 1, 2, 3, 4$

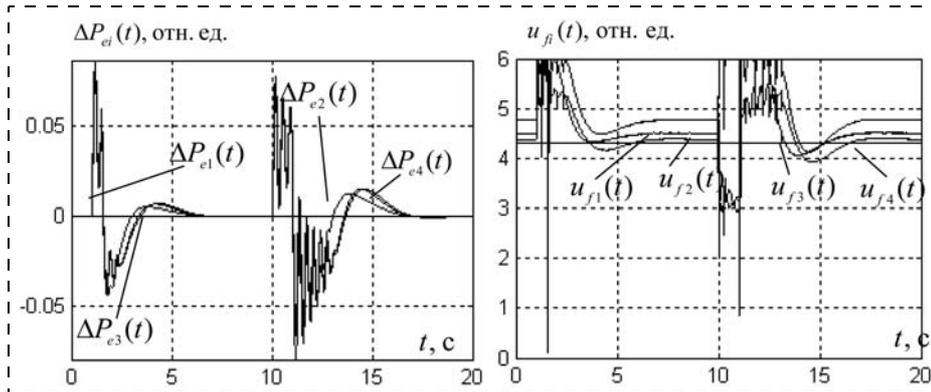


Рис. 4. Переходные процессы по $\Delta P_{ei}(t)$ и $u_{fi}(t)$, $i = 1, 2, 3, 4$

ческих генераторов, когда измерению доступны только относительные угловые скорости, обеспечивает лучшие показатели качества переходных процессов по сравнению со схемами работ [2, 3], где измерению был доступен весь вектор состояния и частично известны параметры модели генераторов. Заметим, что выбором $Q_m(p)$ и χ во вспомогательном контуре (10) и законе управления (11), а также μ — в наблюдателе (12) можно получить требуемые величины ε_1 , ε_2 и ε_3 в целевом условии (4).

Заключение. Предложен алгоритм робастного управления сетью электрических генераторов, модель которых описывается параметрически неопределенными дифференциальными уравнениями, взятыми из работ [2, 3]. Для синтеза алгоритма управления предлагалось использовать подход работы [10].

Получены условия выбора параметров регулятора, которые учитывают топологию сети. Предложенный алгоритм позволяет управлять сетью электрических генераторов с заданной точностью как в нормальном режиме, так и в аварийных ситуациях.

Компьютерное моделирование показало лучшие результаты переходных процессов в системе управления по сравнению с работами [2, 3]. Причем, в отличие от работ [2—9], в данной статье при синтезе алгоритма управления предполагалось, что измерению доступны только относительные угловые скорости роторов генераторов сети.

Доказательство утверждения. Рассмотрим систему, составленную из уравнений (13), (14) и записанную в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A_m x_i(t) + \mu_2 b g^T \Delta_i(t), \\ \mu_1 \dot{\eta}_i(t) &= G \eta_i(t) + \mu_2 b \zeta_i(t). \end{aligned} \quad (18)$$

Для исследования поведения ее решений воспользуемся первой леммой работы [15]. Согласно работе [15] положим в (18) $\mu_2 = 0$. Очевидно, что в этом случае система (18) асимптотически устойчива, так как матрицы A_m и G — гурвицевы. Следовательно, векторы $x_i(t)$, $\eta_i(t)$ ограничены вместе со своими первыми производными. Тогда в (18) ограничены сигналы $\Delta_i(t)$, $\zeta_i(t)$ [15]. Из ограниченности $\Delta_i(t)$ следует, что в (12) $|\xi_i(t)| < \infty$, а значит, из (11) $|u_i(t)| < \infty$.

Однако необходимо определить μ_0 , при котором исходная система будет диссипативной. Пусть $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Выберем функцию Ляпунова в виде

$$V = \sum_{i=1}^k x_i^T(t) P x_i(t) + \sum_{i=1}^k \eta_i^T(t) H \eta_i(t). \quad (19)$$

Принимая во внимание (16), возьмем от (19) производную по времени вдоль траекторий (18):

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^k [-x_i^T(t) Q_1 x_i(t) + 2\mu_0 x_i^T(t) P b g^T \Delta_i(t)] + \\ &+ \sum_{i=1}^k [-\mu_0^{-1} \eta_i^T(t) Q_2 \eta_i(t) + 2\eta_i^T(t) H b \zeta_i(t)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Для оценки первого и второго слагаемых в (20) воспользуемся второй леммой работы [16]:

$$\begin{aligned} - \sum_{i=1}^k x_i^T(t) Q x_i(t) &= - \sum_{i=1}^k \sum_{j \in N_i} \tilde{x}_{ij}^T(t) Q \tilde{x}_{ij}(t) \leq \\ &\leq -0,25(k-1)\rho \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \tilde{x}_{ij}^T(t) Q \tilde{x}_{ij}(t), \end{aligned}$$

где $\tilde{x}_{ij}(t) = \omega_i(t) - \omega_j(t)$;

$$\begin{aligned} 2\mu_0 \sum_{i=1}^k x_i^T(t) P b g^T \Delta_i(t) &\leq \\ &\leq 2\mu_0 \sum_{i=1}^k [x_i^T(t) P b g^T g b^T P x_i(t) + |\Delta_i(t)|^2] \leq \\ &\leq 2\mu_0 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \tilde{x}_{ij}^T(t) P b g^T g b^T P \tilde{x}_{ij}(t) + 2\mu_0 \sum_{i=1}^k |\Delta_i(t)|^2. \end{aligned}$$

Четвертое слагаемое в (20) оценим в виде

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{i=1}^k \eta_i^T(t) H b \dot{\zeta}_i(t) \leq \\ & \leq 2 \sum_{i=1}^k [\mu_0^{-1} \eta_i^T(t) H b b^T H \eta_i(t) + \mu_0 |\dot{\zeta}_i(t)|^2]. \end{aligned}$$

Обозначим $\phi = 2 \sup_t \{|\Delta_i(t)|^2 + |\dot{\zeta}_i(t)|^2\}$.

Тогда выражение (20) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \tilde{x}_{ij}^T(t) (0,25(k-1)^{-1} \rho Q_1 - \\ & - 2\mu_0 P b g^T g b^T P) \tilde{x}_{ij}(t) - \\ & - \mu_0^{-1} \sum_{i=1}^k \eta_i^T(t) (Q_2 - H b b^T H) \eta_i(t) + k\mu_0 \phi. \end{aligned}$$

Принимая во внимание условие (15), введем обозначения

$$\begin{aligned} 0,25(k-1)^{-1} \rho Q_1 - 2\mu_0 P b g^T g b^T P & = R_1 > 0, \\ Q_2 - H b b^T H & = R_2 > 0 \end{aligned}$$

и перепишем последнее неравенство для $\dot{V}(t)$ в виде

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \tilde{x}_{ij}^T(t) R_1 \tilde{x}_{ij}(t) - \\ & - \mu_0^{-1} \sum_{i=1}^k \eta_i^T(t) R_2 \eta_i(t) + k\mu_0 \phi. \end{aligned} \quad (21)$$

В силу (17) оценим функцию (20) в виде

$$\begin{aligned} V(t) & = \sum_{i=1}^k \sum_{j \in N_j} \tilde{x}_{ij}^T(t) P \tilde{x}_{ij}(t) + \sum_{i=1}^k \eta_i^T(t) H \eta_i(t) \leq \\ & \leq \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \tilde{x}_{ij}^T(t) P \tilde{x}_{ij}(t) + \sum_{i=1}^k \eta_i^T(t) H \eta_i(t). \end{aligned} \quad (22)$$

С учетом (22) перепишем (21) как

$$\dot{V}(t) \leq -\beta V(t) + k\mu_0 \phi,$$

где $\beta = \min\{\lambda_{\max}^{-1}(P)\lambda_{\min}(R_1), \mu_0^{-1} \lambda_{\max}^{-1}(H)\lambda_{\min}(R_2)\}$.

Решив последнее неравенство, получим $V(t) \leq V(0)e^{-\beta t} + (1 - e^{-\beta t})k\mu_0 \phi$, откуда для фиксированного значения времени $t = T$ следует оценка величины ε_3 в целевом условии (4):

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 & \leq \sqrt{\lambda_{\min}^{-1}(P)V(T)} \leq \\ & \leq \sqrt{\lambda_{\min}^{-1}(P)[V(0)e^{-\beta T} + (1 - e^{-\beta T})k\mu_0 \phi]}. \end{aligned} \quad (23)$$

Покажем теперь, что $|\omega_i(t)| < \varepsilon_1$ и $|\Delta P_{ei}(t)| < \varepsilon_2$. Так как $V(t) \leq V(0)e^{-\beta t} + (1 - e^{-\beta t})k\mu_0 \phi$, то из структуры (21)

$$\sum_{i=1}^k x_i^T(t) P x_i(t) \leq V(0)e^{-\beta t} + (1 - e^{-\beta t})k\mu_0 \phi.$$

Вместе с тем

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k x_i^T(t) P x_i(t) & \geq \rho \lambda_{\min}(P) |x(t)|^2, \\ x(t) & = [x_1^T(t), \dots, x_2^T(t)]^T. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 & \leq \sqrt{\rho^{-1} \lambda_{\min}^{-1}(P)V(T)} \leq \\ & \leq \sqrt{\rho^{-1} \lambda_{\min}^{-1}(P)[V(0)e^{-\beta T} + (1 - e^{-\beta T})k\mu_0 \phi]}. \end{aligned} \quad (24)$$

Оценки (23) и (24) достаточно грубые. Но из них видно, что уменьшением числа μ_0 можно получить требуемые величины $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ и ε_3 в целевом условии (4).

Список литературы

1. Кобец Б. Б., Волкова И. О., Окорочков В. Р. Smart grid как концепция инновационного развития электроэнергетики за рубежом // Энергоэксперт. 2010. № 2. С. 52–58.
2. Guo G., Hill D. J., Wang Y. Nonlinear output stabilization control for multimachine power systems // IEEE Trans. On Circuits and Systems, part 1. 2000. V. 47. № 1. P. 46–53.
3. Zhang G. H., Wang Y., Hill D. J. Global control of multi-machine power systems for transient stability enhancement // 16th IEEE Int. Conf. on Control Applications. Singapore. 2007. P. 934–939.
4. Qu Z., Dorsey J. F., Bond J., McCalley J. D. Application of robust control to sustained oscillation in power systems // IEEE Trans. on Circuits and Systems — I: Fundamental theory and applications. 1992. V. 39. № 6. P. 470–476.
5. Barabanov A., Dib W., Lamnabhi-Lagarrigue F., Ortega R. On transient stabilization of multi-machine power systems: a "globally" convergent controller for structure-preserving models // Proc. of the 17th Word Congress, IFAC. Seoul. 2008. P. 9398–9403.
6. Pogromsky A. Yu., Fradkov A. L., Hill D. J. Passivity based damping of power system oscillations // Proc. of the 35th Confer. On Decision and Control. Kobe. 1996. P. 3876–3881.
7. Козлов В. Н., Шашихин В. Н. Синтез координирующего робастного управления взаимосвязанными синхронными генераторами // Электричество. 2009. № 9. С. 20–26.
8. Павлов Г. М., Меркурьев Г. В. Автоматика энергосистем. СПб.: Издание Центра подготовки кадров РАО "ЕЭС России", 2001.
9. Hill D. J., Chen G. Power systems as dynamic network // Circuits and Systems. 2006. P. 722–725.
10. Цыкунов А. М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С. 103–115.
11. Фургат И. Б. Робастное управление электрическим генератором с компенсацией возмущений // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 5. С. 102–108.
12. Godsil C., Royle G. Algebraic graph theory. New York: Springer-Verlag. 2001.
13. Ren W., Beard R. W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies // IEEE Trans. on Automatic Control. 2005. V. 50. № 5. P. 655–661.
14. Atassi A. N., Khalil H. K. A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1999. V. 44. № 9. P. 1672–1687.
15. Брусин В. А. Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем. 1 // Автоматика и телемеханика. 1995. № 4. С. 119–127.
16. Фургат И. Б. Робастная синхронизация динамической сети с переключающейся структурой // Информационно-управляющие системы. 2011. № 5. С. 23–30.

В. Е. Высоцкий, д-р техн. наук, зав. каф., проф.,
vitalyvyvotskv@mail.ru,

Ю. Н. Коломыйцев, канд. техн. наук, доц.,
Kolomytsev@bk.ru,

Самарский государственный
технический университет,

А. С. Гуртов, нач. отдела,
csdb@mail.samtel.ru,

А. Н. Филатов, нач. управления,
mail@progress.samara.ru,

ФГУП ГНПРКЦ "ЦСКБ-Прогресс", г. Самара

Анализ структурной схемы электропитания автономного объекта как замкнутой системы автоматического регулирования

Представлены результаты исследования параметров внутреннего сопротивления системы электропитания (СЭП) автономного объекта в целях определения статических и динамических частотных характеристик. Предлагается способ определения статических и динамических частотных характеристик СЭП для оценки устойчивости на основе анализа структурной схемы электропитания автономного объекта как замкнутой системы автоматического регулирования.

Ключевые слова: система электропитания, надежность, устойчивость, импеданс, частотные характеристики, комплексная проводимость, структурная схема

Характеристика и проблемы систем электропитания автономных объектов

Системы электропитания (СЭП) автономных объектов, в частности, космических аппаратов (КА), включают в себя совокупность источников и электротехнических устройств, производящих электроэнергию и обеспечивающих ее качество (первичные источники, накопители энергии, преобразователи и регуляторы напряжения, автоматику), а также комплекс потребителей электроэнергии. Развитие СЭП идет в направлении увеличения числа потребителей электроэнергии, что требует увеличения мощности первичных источников (ПИ), усложняет структуру силовой и управляющей частей СЭП и повышает требования к их помехоустойчивости и надежности, а также к качеству выходного напряжения. За последние десятилетия число каналов электропотребления (КЭП) выросло с 6...15 до 50...150, суммарная мощность КЭП увеличилась с 1,5...6 до 15...25 кВт и в несколько раз выросли потребляемые токи [1]. С увеличением токов в кабельной сети снижается КПД, ухудшаются массогабаритные показатели и электромагнитная обстановка КА, поэтому в настоящее время активно разрабатываются СЭП с выходным напряжением 100 В и более [4].

Перечислим главные проблемы надежности СЭП КА.

1. *Обеспечение устойчивости* (отсутствия автоколебаний) СЭП во всем диапазоне нагрузок и переходных режимов.

Автоколебания обусловлены тремя причинами:

- наличием у КЭП с вторичными источниками питания (ВИП) отрицательного входного импеданса в некотором диапазоне нагрузок или переходных режимов, что создает предпосылки для потери устойчивости системы электроснабжения (СЭС), даже при нулевом выходном импедансе СЭП. Устранение автоколебаний выходного напряжения СЭП осуществляется аппаратно-структурными методами за счет устранения отрицательного входного импеданса у КЭП с ВИП;
- паразитными связями между блоками КЭП через внутреннее сопротивление источника питания СЭП. Эти связи будут причиной автоколебаний СЭС даже при отсутствии отрицательного входного импеданса у КЭП с ВИП. Устранение автоколебаний выходного напряжения СЭП осуществляется путем снижения модуля выходного импеданса СЭП, а также за счет повышения входного импеданса КЭП путем увеличения мощности входных фильтров каналов, что приводит к увеличению сроков и затрат на создание КА и увеличению их массы [2];
- наличием нелинейных и падающих вольт-амперных характеристик солнечных батарей и термоэмиссионных преобразователей, используемых в качестве ПИ на КА.

2. *Электромагнитная совместимость (ЭМС) бортовой радиоэлектронной аппаратуры (РЭА)*. Вторая проблема надежности СЭП — электромагнитная совместимость приборов и узлов бортовой РЭА (БРЭА) [3]. РЭА, устанавливаемая на борту КА, развивается в сторону внедрения цифровых технологий, повышения тактовых частот обработки информации, расширения спектра обрабатываемых сигналов. Одновременно минимизируются массогабаритные параметры аппаратуры, т. е. увеличивается плотность ее компоновки в объеме КА. Все это вместе с ростом мощности и токов потребления нагрузок ухудшает ЭМС приборов и узлов БРЭА, в том числе входящих в автоматику СЭП, и снижает ее помехоустойчивость.

3. *Электростатическая электризация поверхности КА*. Электризация поверхности КА (разности потенциалов на поверхностях КА могут достигать 20 кВ) обуславливает наличие электростатических разрядов на поверхности блоков и кабельных систем [4]. В результате по корпусу КА протекают импульсные токи амплитудой до 100 А и более. Они приводят к возникновению электромагнитных помех в элементах кабельных систем БРЭА. Наибольшую опасность для функционирования БРЭА представляет возникновение электрических разрядов между отдельными участками поверхности и элементами конструкции аппаратуры и кабельной системы.

Электромагнитные помехи, вызванные электростатическими разрядами, приводят к кратковременным сбоям и отказам БРЭА, искажению информационных сигналов и сигналов управления, а в отдельных случаях — к физическому повреждению бортовых устройств [5].

Актуальность исследований СЭП и СЭС

Поскольку надежность функционирования КА определяется качеством его СЭС, состоящей из СЭП и совокупности КЭП, очевидна актуальность исследований СЭП и СЭС.

Исследованию указанных проблем посвящены работы отечественных ученых: В. В. Златоманова, Б. С. Яковлева, К. Н. Василенко, Ю. В. Краснобаева, И. Н. Пожарковой, А. Б. Соколова, В. И. Иванчуры, В. А. Сарычева, В. С. Кудряшова, Б. П. Соустина, А. Н. Ловчикова и других авторов.

В данной статье ограничимся анализом условий и технических средств для получения частотных характеристик комплекса "СЭП—потребитель" в целях оценки устойчивости СЭП КА.

Поскольку в СЭП показатели качества выходного напряжения обеспечивают за счет ВИП, в КА увеличивается число КЭП с ВИП [3]. Бортовые ВИП в системах с разветвленной СЭП должны обеспечивать заданный разработчиком выходной импеданс в диапазоне частот от 10 Гц до 10 МГц. Завышенное значение импеданса на отдельных участках частотного диапазона может стать причиной помех по питанию и привести к потере устойчивости СЭП в целом, в то время как каждый ее элемент в автономном режиме работает устойчиво во всем

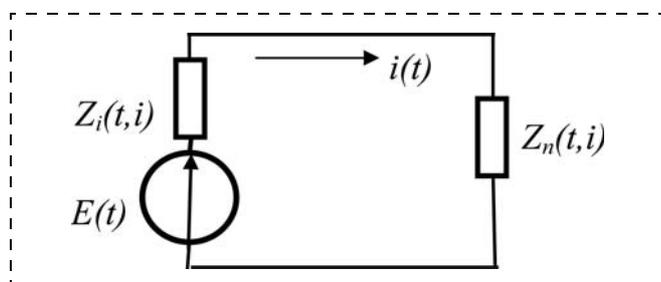


Рис. 1. Схема замещения СЭП

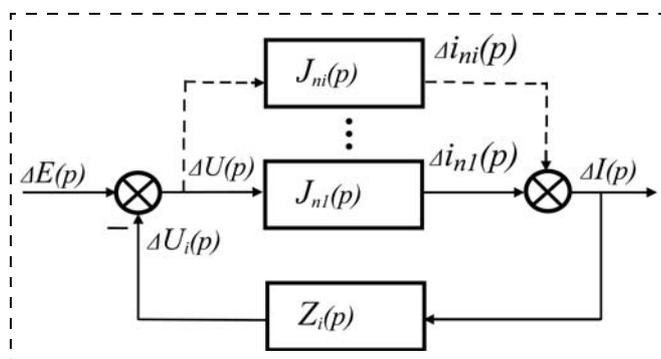


Рис. 2. Структурная схема СЭП как замкнутой САР по уравнению (2)

диапазоне изменения входных и выходных параметров. Служебные системы КА, как правило, подключены к СЭП постоянно, а целевые могут подключаться и отключаться; но как те, так и другие изменяют свои параметры в зависимости от режима, чем вносят динамику в состояние входного импеданса СЭП.

Анализ состава и режимов работы СЭП подтверждает, что СЭП образует сложную динамическую систему [5], что и позволяет исследовать ее методами, разработанными для сложных динамических систем.

Цель настоящей работы — теоретическое обоснование и разработка структурной схемы СЭП как замкнутой системы автоматического регулирования.

Систему электроснабжения автономного объекта естественно представить в виде замкнутого контура, содержащего источник питания $E(t)$, работающий на потребителя произвольной конфигурации $Z_n(t, i)$ (рис. 1).

$Z_i(t, i)$ есть комплексный импеданс одной из множества (i) фиксированных конфигураций СЭП, который зависит от времени t и, в общем случае, от тока нагрузки i и который допустимо идентифицировать как внутреннее сопротивление $Z_i(t, i)$ источника $E(t)$.

Тогда для СЭП справедлив закон Ома для обобщенной цепи в форме

$$E(t) = i(t)[Z_i(t, i) + Z_n(t, i)]. \quad (1)$$

Если $Z_i(t, i)$ и $Z_n(t, i)$ не зависят от i , то после перехода к приращениям и преобразования по Лапласу выражение (1) принимает вид

$$\Delta E(p) = \Delta I(p)[Z_i(p) + Z_n(p)], \quad (2)$$

где ΔE — приращение ЭДС; ΔI — приращение тока; $Z_n(p)$ — комплексное сопротивление нагрузки; $Z_i(p)$ — комплексное сопротивление СЭП.

Из уравнения (2) следует:

$$\frac{\Delta I(p)}{\Delta E(p)} = \frac{J_n(p)}{1 + Z_i(p)J_n(p)}, \quad (3)$$

где $J_n(p) = 1/Z_n(p)$ — преобразованная по Лапласу проводимость нагрузки. Очевидно, правая часть выражения (3) есть передаточная функция замкнутой системы автоматического регулирования (САР). Таким образом, СЭП автономного объекта может быть представлена в виде замкнутой САР и проанализирована методами, разработанными для исследования САР. На рис. 2 изображена структурная схема, эквивалентная передаточной функции СЭП как замкнутой САР, соответствующая схеме замещения СЭП (см. рис. 1) и уравнению (2).

Здесь в соответствии со схемой, представленной на рис. 1, принято, что

$$\Delta I(p) = \sum_{k=1}^i \Delta i_{nk}(p). \quad (4)$$

Характеристическое уравнение такой системы имеет вид

$$1 + Z_i(p)J_n(p) = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (5) следует, что динамические свойства САР, которая представлена в виде контура "СЭП—потребители", определяются как системой электропитания, так и свойствами нагрузки, образующей совместно с СЭП сложный динамический комплекс. Заметим, что как СЭП, так и потребители электроэнергии могут содержать неминимально-фазовые звенья (например, вследствие отрицательного статизма СЭП или потребителей), а уравнения (3) и (4) получены в предположении, что $Z_i(p)$ и $J_n(p)$ в статике, т. е. при $p = 0$, положительны (положительный статизм СЭП и потребителя).

Это ограничение должно быть учтено при экспериментальном определении иммитансных частотных характеристик и при анализе динамических свойств комплекса "СЭП—потребитель".

Источник питания характеризуется обобщенным внутренним сопротивлением $Z_i(p)$, так как включает в себя всю совокупность устройств, обеспечивающих производство и качество электроэнергии, а совокупность устройств, работа которых связана с потреблением электроэнергии, представляется эквивалентной нагрузкой в виде обобщенной эквивалентной динамической проводимости $[J_{n_1}(p) \dots J_{n_i}(p)]$ [5].

Согласно структурной схеме (рис. 2) динамические свойства источника питания со стороны потребителя характеризуются операторным внутренним сопротивлением $Z_i(p)$:

$$Z_i(p) = \frac{\Delta U_i(p)}{\Delta I(p)}, \quad (6)$$

где $\Delta U_i(p)$ — падение напряжения на внутреннем сопротивлении $Z_i(p)$ источника.

Источник электропитания конкретного автономного объекта включает в себя:

- фотоэлектрическую батарею, используемую в качестве первичного источника электроэнергии;
- регулятор напряжения фотоэлектрической батареи (с экстремальным регулятором мощности на входе), включенный последовательно фотоэлектрической батарее и параллельно аккумуляторным батареям;
- четыре аккумуляторные батареи, используемые в качестве накопителей электроэнергии при избытке мощности первичного источника электроэнергии;
- четыре регулятора заряда (ЗУ) аккумуляторной батареи (по одному на батарею), включенные параллельно фотоэлектрической батарее и последовательно со своей аккумуляторной батареей. По отношению к регулятору напряжения фотоэлектрической батареи регулятор заряда включен параллельно (на входе регулятора);

- четыре регулятора разряда (РУ) аккумуляторной батареи (по одному на батарею), включены параллельно фотоэлектрической батарее и последовательно со своей аккумуляторной батареей. По отношению к регулятору напряжения фотоэлектрической батареи регулятор разряда включен параллельно (на выходе регулятора). При недостатке мощности первичного источника электроэнергии аккумуляторные батареи используются в качестве основного источника электроэнергии. Аккумуляторные батареи включены параллельно фотоэлектрической батарее. Каждый из регуляторов системы имеет собственный регулятор напряжения, однако регуляторы взаимно синхронизированы и функционируют совместно в соответствии с зонным принципом регулирования выходного напряжения СЭП [5].

Описание методики исследования СЭП

Влияние отдельных элементов и устройств на указанные динамические характеристики СЭП отражается структурной схемой, представленной на рис. 3.

Динамические свойства самой СЭП определяются электрическими параметрами ее выходной силовой цепи (R, L, C), динамическими свойствами первичного источника электроэнергии (фотоэлектрической батареи), динамическими свойствами аккумуляторных батарей, а также динамическими свойствами регуляторов напряжения и представляются соответствующими передаточными функциями:

$$W_{ФБ}(p), W_{АБ}(p), W_{СНА}(p), W_{ЗУ}(p), W_{РУ}(p).$$

Влияние передаточных функций на динамические свойства СЭП в целом определяются функциями связи $W_{11}(p), W_{21}(p)$ и т. д.

Влияние динамических свойств системы регулирования напряжения отражается передаточной функцией $W_{РН}(p)$.

$W_{СЭП}(p)$ — передаточная функция СЭП по каналу управления — информационному каналу.

Таким образом, динамические свойства СЭП $[Z_i(p)]$ определяются динамическими свойствами всей совокупности устройств, обеспечивающих производство и качество электроэнергии. Потребителями электроэнергии могут быть как силовые устройства (усилители мощности, электродвигатели, нагревательные элементы, электронные приборы и др.), так и элементы, входящие в состав систем автоматического управления (приборы и агрегаты бортового комплекса управления). Обобщенная проводимость каждого элемента $J_i(p)$ зависит не только от его собственной проводимости (она определяется электрическими параметрами силовой цепи R, L, C), но и от динамических свойств системы, в которую он входит. Динамические свойства системы автоматического регулирования в схеме на рис. 3 представлены функциями $[W_n(p)$ и $W_{оч}(p)]$, причем $W_n(p)$ — передаточная функция элемента

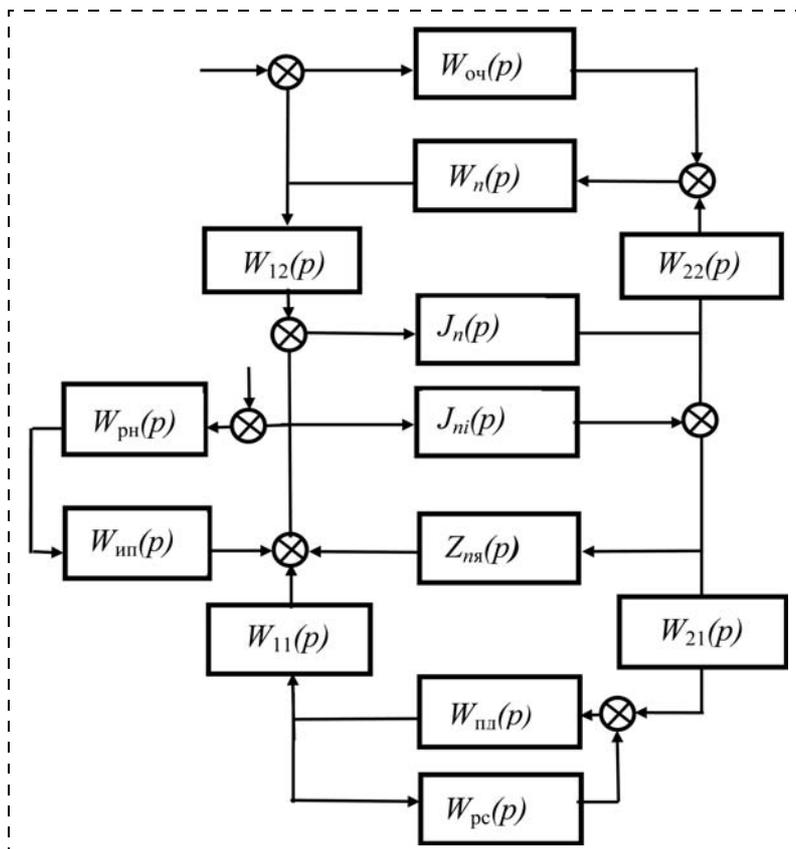


Рис. 3. Полная структурная схема СЭП как системы автоматического регулирования

по информационному каналу; $W_{оч}(p)$ — передаточная функция остальной части системы автоматического управления. Влияние динамических свойств системы автоматического управления на эквивалентную проводимость элемента определяется характером и значениями соответствующих функций связи $W_{12}(p)$, $W_{22}(p)$, а также режимом работы системы автоматического управления. Для исследований столь сложных комплексов, каким является СЭП автономного объекта в сочетании с нагрузкой, могут применяться все методы теории автоматического управления, в том числе и экспериментальные. При экспериментальных исследованиях целесообразно использовать частотные подходы [3]. Основной особенностью работы системы является то, что она реально всегда замкнута, и разомкнуть ее можно только условно. Этим и обусловлено применение методов определения частотных характеристик элементов замкнутых систем в исследовании комплекса "СЭП—потребитель".

Для получения частотных характеристик элементов замкнутой системы предлагается ввести в систему гармонические колебания и измерить соотношение амплитуд и фаз входного и выходного сигналов в заданном диапазоне частот. Экспериментально установлено, что для электроэнергетической системы автономного объекта гармонические колебания целесообразно вводить путем подсоединения к СЭП управляемой нагрузки, сопротивление

которой изменяется по гармоническому закону. В результате в СЭП возникают колебания той же частоты. Измеряя соотношения входного и выходного сигналов интересующего элемента (источника питания, регулятора напряжения, объекта регулирования и т. д.) в заданном диапазоне частот, получают его частотную характеристику. Для анализа устойчивости комплекса "СЭП—потребитель" необходимо вначале определить частотную характеристику $W_p(j\omega)$ условно-разомкнутого контура, а затем — соответствующую ей передаточную функцию, которая имеет вид

$$W_p(p) = Z_i(p)J_n(p). \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что задача определения $W_p(p)$ сводится к определению по отдельности $Z_i(p)$ и $J_n(p)$. Однако следует подчеркнуть, что:

1) полученные таким образом частотные характеристики $Z_i(j\omega)$, $J_i(j\omega)$, $W_i(j\omega)$ отражают динамические свойства элементов лишь в соответствующей рабочей точке статического режима и не позволяют судить об устойчивости комплекса "СЭП—потребитель" в других режимах;

2) из-за нелинейности характеристик технических устройств, входящих в комплекс "СЭП—потребитель", при изменении режима работы k -го устройства изменяются и его динамические свойства, в частности $Z_k(j\omega)$, т. е. подключение и отключение от СЭП различных потребителей приведет к изменениям режимов работы СЭП и, следовательно, к изменению ее динамических свойств. Изменение нагрузки (по амплитуде потребляемого тока, по характеру сопротивления и др.) также повлечет за собой изменения режимов работы и динамических свойств СЭП.

Названные особенности говорят о том, что для полного исследования частотных характеристик комплекса "СЭП—потребитель" требуется большой объем экспериментальных исследований, и, следовательно, необходима разработка системы автоматизации эксперимента и специального программного обеспечения для измерения импедансных частотных характеристик СЭП [5].

Выводы

1. Источники питания, входящие в СЭП, имеют существенно нелинейные характеристики и могут быть описаны системой нелинейных дифференциальных уравнений, поэтому динамические свойства источника питания зависят от режима его работы. Отсюда главной задачей при экспериментальном исследовании комплекса "СЭП—потребители" является получение зависимости динамических свойств источника питания от режимов его работы. Далее на основании этой зависимости рассчитывают

режимы работы источника питания, для которых затем экспериментально получают его частотные характеристики. Степень изменения динамических свойств источника питания в зависимости от режимов его работы в первом приближении может быть оценена по статической (внешней) характеристике.

2. Статические характеристики источника питания получают подключением к выходу СЭП мощной нагрузки с плавным регулированием сопротивления и измерением напряжения на его выходных зажимах. Так как динамические свойства источника питания (внутреннее сопротивление) не зависят от вида нагрузки, то для выведения его на рабочий режим целесообразно использовать регулируемое активное сопротивление. Источник питания выводится в заданный режим по току и генератором низкочастотных колебаний вводится в колебательный режим для получения его частотной характеристики.

3. Особенности определения иммитансных частотных характеристик систем электропитания (замкнутость контура "СЭП—потребитель", высокий уровень энергии полезного сигнала, высокий уровень

помех и постоянных составляющих) в сочетании с большим объемом экспериментальных исследований требуют создания автоматизированной аппаратуры для измерения импедансных частотных характеристик.

Список литературы

1. **Иванчура В. И., Краснобаев Ю. В., Пожаркова И. Н.** Определение входного импеданса системы каналов энергопотребления по ограниченным данным о конечных потребителях // Электронные и электромеханические системы и устройства. Тезисы докладов XVII НТК. Томск: ФГУП НПЦ "Полюс", 2006. С. 29.
2. **Пожаркова И. Н.** Формирование требований к выходному импедансу систем электропитания космических аппаратов. Дисс. ... канд. технич. наук 9214413: Сиб. федеральн. университет, 2009.
3. **Василенко К. Н., Краснобаев Ю. В., Пожаркова И. Н.** Задание требований к выходному импедансу системы электропитания автономного объекта. Красноярск: Изд-во КГТУ, 2007.
4. **Соколов А. Б.** Обеспечение стойкости бортовой радиоэлектронной аппаратуры космических аппаратов к воздействию электростатических разрядов. Автореферат дисс. на соиск. ученой степени д. т. н. Москва, 2009.
5. **Высоцкий В. Е., Назаренко Д. С., Привалов В. Д., Филатов А. Н.** Средства и методы контроля импедансных характеристик автономных систем электропитания // Электротехника. 2008. № 8. С. 15—21.

ИНФОРМАЦИЯ

30 сентября — 05 октября 2013 г.
пос. Дивноморское, Геленджикский район, Краснодарский край

6-я Всероссийская мультikonференция ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ (МКПУ-2013)



Председатель Президиума мультikonференции: акад. РАН В. Г. Пешехонов

Состав и направления работы мультikonференции

Локальная научно-техническая конференция
**Управление в интеллектуальных,
эргатических и организационных системах**

Председатель: акад. РАН С. В. Васильев

Направления работы конференции

1. Интеллектуальные системы:

- Автоматизация рассуждений и планирования действий.
- Интеллектуальный анализ данных.
- Компьютерная лингвистика и управление знаниями.
- Когнитивное анализ и моделирование.
- Мультиагентные системы и управление.
- Методы и технологии "мягких вычислений".
- Обучающие и экспертные системы.
- Прикладные интеллектуальные системы управления.

2. Эргатические системы и мехатроника:

- Человеко-машинный интерфейс и управление в эргатических системах.
- Управление в мехатронных системах.
- Управление в робототехнических системах.
- Прикладные эргатические и мехатронные системы.

3. Организационные системы:

- Управление в активных и организационных системах.
- Информационные технологии и модели принятия решений в организационных системах.
- Системы управления проектами и программами.

Локальная научно-техническая конференция
**Управление
в распределенных и сетевых системах**

Председатель: член-корр. РАН И. А. Каляев

Направления работы конференции

- Модели и стратегии сетевого управления.
- Управление в сетевых системах.
- Мультиагентное управление в сетевых системах.
- Управление коммуникационными сетями.
- Управление в GRID.
- Самоорганизующиеся сетевые системы.
- Прикладные задачи управления в сетях.
- Сетевое управление объектами социальной инфраструктуры ("умный дом")

Подробную информацию о мультikonференции см. на сайтах НИИ МВС ЮФУ и ИПУ РАН

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

УДК 621.313.2.072.2

А. В. Кривилёв, канд. техн. наук, доц.,
alexkrivilev@gmail.com,

Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)

Методы импульсного управления электрическими двигателями современных приводных систем¹

Проанализированы методы импульсного управления системой "усилитель мощности — исполнительный двигатель", предложенные отечественными и зарубежными учеными. Представлена систематизация существующих и новых методов на основе импульсных режимов согласно механическим характеристикам и равномерной загрузке ключевых элементов усилителя мощности по току. Определены режимы работы, в которых может находиться двигатель на периоде широтно-импульсного сигнала в произвольной точке механических характеристик, и установлена их связь с импульсными режимами. Приведены рекомендации по применению импульсных методов в современных цифровых электроприводах.

Ключевые слова: импульсное управление, цифровой электропривод, методы коммутации, двигатель постоянного тока, вентильный двигатель, импульсные режимы, механические характеристики

Введение

В настоящее время одним из основных направлений развития приводных систем является разработка энергосберегающих цифровых алгоритмов на основе импульсного управления электрическими двигателями, которые позволят повысить полезную мощность и КПД, увеличить время работы в автономном режиме и срок службы, а также уменьшить затраты на производство, сопровождение и электроэнергию.

Современный цифровой следящий привод (ЦСП), показанный на рис. 1, содержит цифровую управляющую машину (ЦУМ), специализированный микропроцессорный вычислитель (СМВ), аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и мехатронный модуль (ММ), который состоит из цифрово-

го устройства управления (ЦУУ), импульсного усилителя мощности (ИУМ), исполнительного двигателя (ИД), механической передачи (МП) и датчиков обратной связи. Задачами ЦУУ является формирование управляющих булевых функций (УБФ), обеспечивающих циклическую коммутацию ключевых элементов (КЭ) ИУМ согласно выбранному методу управления.

В настоящее время существует ряд методов импульсного управления с использованием широтно-импульсного сигнала (ШИС) и вариантов их систематизации, которые были предложены как отечественными, так и зарубежными учеными для коллекторных (ДПТ) и бесколлекторных (вентильных) двигателей постоянного тока (ВД).

Впервые вопросы импульсного управления электрическими двигателями были рассмотрены в работах К. Блауфусса [1] и В. С. Кулебакина [2]. В. Г. Константиновым в работе [3] предложено использовать полупроводниковые элементы для управления скоростью вращения двигателя (рис. 2, а). В монографиях О. А. Коссова [4] и Т. А. Глазенко [5] рассмотрен вариант ИУМ с двумя КЭ в стойке (рис. 2, б). В. Д. Нагорским впервые представлена мостовая схема (рис. 2, в), позволяющая реализовать реверсирование двигателя и обеспечить режим противовключения и рекуперативного торможения [6]. В дальнейшем этот метод получил название "метод симметричной коммутации". О. А. Коссовым и Е. А. Манычкиной для мостовой схемы был предложен метод несимметричной коммутации [7]. Названия "симметричный" и "несимметричный" для соответствующих методов коммутации впервые появились в работе Т. А. Глазенко [8]. Метод коммутации, при котором происходит переключение только одного КЭ в рабочей диагонали, был впервые предложен А. М. Селезевым в работе [9]. Расширением этого метода служит метод, предложенный М. Е. Гольцем, А. Б. Гудзенко, В. М. Островым и Л. А. Шпиглером, при котором на одном периоде ШИС коммутируется один КЭ в рабочей

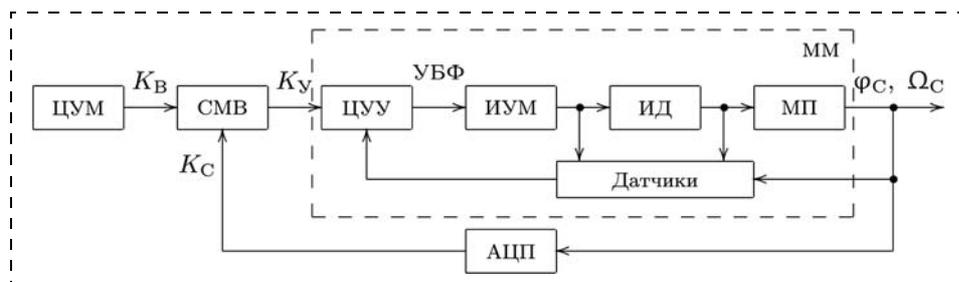


Рис. 1. Цифровой следящий привод с мехатронным модулем

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-01045-а).

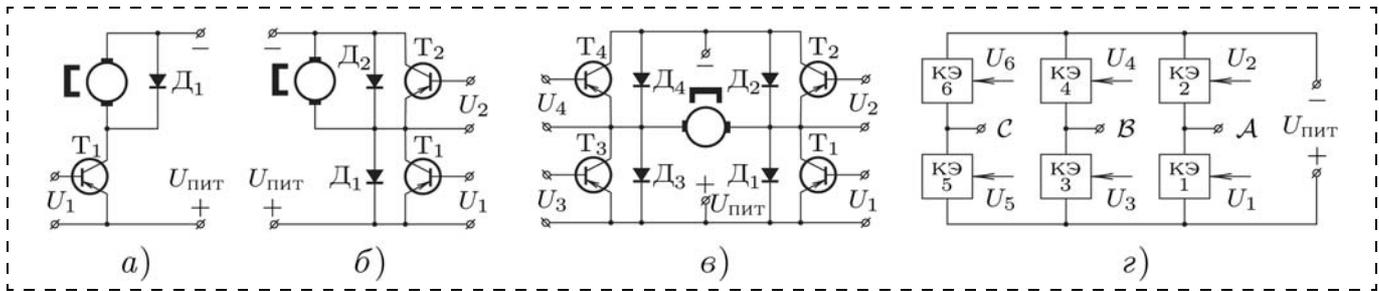


Рис. 2. Схемы импульсных усилителей мощности

диагонали, а на соседнем периоде — другой КЭ [10]. В работе [11] О. А. Коссов описал метод коммутации, где ШИС подают на вход двух КЭ мостовой схемы, оставляя при этом два других КЭ постоянно запертыми. В работе [12] В. А. Полковников назвал этот метод *диагональным*. Т. А. Глазенко привела описание метода, при котором КЭ, расположенные в одной стойке, управляются инверсными импульсами с удвоенным периодом ШИС [13]. В работе [14] С. Г. Германом-Галкиным этот метод коммутации был назван *поочередным*. Вопросы энергетических характеристик при непрерывных и прерывистых токах, появляющихся в ряде методов, рассмотрены в работах О. А. Коссова [4], Т. А. Глазенко [5] и Б. И. Петрова [15]. В работе С. Г. Германа-Галкина [14] показано математическое описание УБФ методов симметричной, несимметричной и поочередной коммутации для ДПТ. Б. Н. Поповым предложен графический метод синтеза для получения математического описания УБФ [16].

Наряду с введением новых методов управления ДПТ проводили исследования и трехстоечного ИУМ (рис. 2, г) на предмет его эффективного использования при управлении трехфазным ВД. В зависимости от продолжительности нахождения КЭ в открытом состоянии в течение периода фазных напряжений при управлении трехфазным двигателем различают 120° ($2\pi/3$), 180° (π) и 150° ($5\pi/6$) коммутации. В работе А. А. Дубенского [17] отмечена эффективность применения импульсного метода управления и приведена схема регулирования скорости трехфазного ВД с фазами, соединенными в "звезду" и общей средней точкой (вариант с нереверсивным питанием). Даны рекомендации, согласно которым наилучшее использование ВД достигается в случае применения двухполупериодного преобразователя (рис. 2, г) и трехфазной обмотки. И. Е. Овчинниковым и Н. И. Лебедевым для управления скоростью вращения предложено использовать *однополярные импульсы* (аналог диагональной коммутации) или *разнополярные импульсы* (аналог симметричной коммутации) [18]. Н. П. Адволоткиным, В. Т. Гращенковым, Н. И. Лебедевым, И. Е. Овчинниковым и А. К. Стыцной [19] рассмотрен целый ряд методов. Первый вариант *управления с пассивной паузой* реализуется путем отключения всех КЭ в рабочих стойках. Второй вариант *управления с пассивной паузой* реализуется с помо-

щью отключения включенных верхних либо нижних КЭ. Показано, что при обоих вариантах управления с пассивной паузой имеют место прерывистые токи. Метод *симметричного динамического торможения* реализуется посредством включения (отпирания) всех верхних транзисторов и выключения (запирания) всех нижних транзисторов или наоборот. При способе *несимметричного динамического торможения* включение нижнего КЭ в неработающей стойке на межкоммутационном интервале сопровождается отключением включенного верхнего КЭ в рабочей стойке. Предложенный способ позволяет исключить появление сквозных токов при переключении КЭ. Совместно со словесными описаниями методов приведены математические выражения для методов симметричного динамического торможения и несимметричного динамического торможения в виде системы булевых функций $\{a, b, c, d, e, f\}$. При описании булевых функций были использованы сигналы датчика положения ротора (x, y, z), сигнал реверса (R) и сигнал управления скоростью (Q). В работе [20] предложен метод поочередной коммутации с учетом знака противоЭДС в неактивной фазе двигателя. Автоматизированный синтез УБФ рассмотрен в работе [21].

Совместно с новыми методами предлагались подходы к их систематизации. В работе Ю. И. Колева [22] введены три импульсных режима: *первый*, *второй* и *третий*. В монографии О. А. Коссова [11] предложена классификация методов коммутации согласно их появлению: "Метод первый" (аналог симметричной коммутации), "Метод второй" (аналог несимметричной коммутации), "Метод третий" (аналог диагональной коммутации) и "Метод четвертый", описанный в работе [9]. В работе Т. А. Глазенко [13] методы коммутации были разделены на две группы. К первой были отнесены методы, которые обеспечивают односторонний обмен энергией между источником и приемником, а ко второй — те методы, при которых возможен перевод машины в генераторный режим. Б. Н. Поповым в работе [16] предложена классификация методов коммутации КЭ на основе числа работающих стоек ИУМ в течение периода ШИС с выделением энергосберегающих методов в группу комбинированного управления, при которых происходит исключение возможности возникновения в стойках сквозных токов.

В зарубежной литературе [23—33] описаны несколько методов коммутации КЭ и даны их названия. При этом для одного и того же метода коммутации используются разные названия.

В работе американского ученого D. Y. Ohm [34] была предпринята попытка систематизировать известные за рубежом импульсные методы управления двигателями. В ней выделены пять методов коммутации (PWM Scheme 0-4) и для каждой схемы представлены эпюры цифровых сигналов и тока в одной из фаз, а также даны рекомендации по их использованию.

Несмотря на ряд предложенных отечественными и зарубежными учеными подходов к систематизации существующих методов импульсного управления двигателями, отсутствует подход, связанный с механическими характеристиками и равномерностью загрузки КЭ по току и позволяющий с единых позиций смотреть на процессы коммутации в системе "ИУМ — ИД". Предлагаемый подход основывается на импульсных режимах работы и подразумевает, что произвольный метод управления включает в себя один или несколько импульсных режимов.

Импульсные режимы

При импульсном управлении системой "ИУМ — ИД" имеют место пять импульсных режимов (рис. 3). В случае первого (I) импульсного режима (рис. 3, а) на обмотку подаются однополярные импульсы напряжения питания со следующей последовательностью на периоде ШИС: $\{+U_{\text{пит}}; 0\}$ или $\{-U_{\text{пит}}; 0\}$. Второй (II) импульсный режим (рис. 3, б) характеризуется разнополярными импульсами: $\{+U_{\text{пит}}; -U_{\text{пит}}\}$ либо $\{-U_{\text{пит}}; +U_{\text{пит}}\}$. Отличительной особенностью третьего (III) импульсного режима (рис. 3, в) является наличие трех уровней напряжения на периоде ШИС: $\{+U_{\text{пит}}; -U_{\text{пит}}; 0\}$ или $\{-U_{\text{пит}}; +U_{\text{пит}}; 0\}$. Двухполярные импульсы напряжения со значением противоЭДС в конце периода ШИС служат отличительной чертой четвертого (IV) импульсного режима (рис. 3, г): $\{+U_{\text{пит}}; -U_{\text{пит}}; \varepsilon\}$ или $\{-U_{\text{пит}}; +U_{\text{пит}}; \varepsilon\}$. В случае пятого (V) импульсного режима (рис. 3, д) имеют место однополярные импульсы со значением противоЭДС в конце периода ШИС: $\{+U_{\text{пит}}; 0; \varepsilon\}$ или $\{-U_{\text{пит}}; 0; \varepsilon\}$.

В случае импульсного управления на периоде ШИС в зависимости от момента нагрузки M_H и скважности ШИС γ двигатель может находиться

в различных режимах, реализуя в среднем один из возможных режимов работы: двигательный (Д), генераторный (Г), противовключения (П) и электродинамического торможения (Э).

При импульсном режиме I двигатель может реализовать любой из четырех режимов. В случае переменного тока при реализации режима Д или Г двигатель на периоде ШИС последовательно находится в следующих режимах: Г, Д и Э. При токе одного знака чередование режимов П и Э соответствует режиму П, а чередование Г и Э — режиму Г. Режим Э может быть реализован только при скважности $\gamma = 0$.

В случае импульсного режима II ток на периоде ШИС может быть одного и разных знаков, и имеется возможность реализации всех четырех импульсных режимов работы двигателя. При переменном токе в течение периода ШИС двигатель последовательно находится в режимах Г, Д, Д с рекуперацией энергии в сеть и в режиме П, реализуя в среднем в зависимости от M_H и γ один из четырех режимов работы. Когда ток одного знака и реализуется режим Д, на периоде ШИС происходит чередование режима Д и режима Д с рекуперацией энергии в сеть. В остальных случаях при постоянном токе происходит чередование режимов П и Г. Бóльшее время пребывания на периоде ШИС в одном из двух режимов определяет режим, который реализует двигатель. При одинаковой продолжительности этих режимов двигатель будет в среднем находиться в режиме Э.

При импульсном режиме III ток на периоде ШИС переменный, и двигатель может реализовать только режимы работы Д и Г. За период ШИС двигатель последовательно пребывает в режимах Г, Д, Д с рекуперацией энергии в сеть и в режиме Э.

В случае импульсного режима IV ток прерывистый, и двигатель в среднем может находиться во всех четырех режимах. При реализации режима Д двигатель в течение периода ШИС последовательно находится в режимах Д, Д с рекуперацией энергии в сеть и прерывистого тока (ПТ), а при реализации остальных режимов работы — в режимах П, Г и ПТ. При $t_{\text{П}} > t_{\text{Г}}$ имеет место режим П, при $t_{\text{П}} < t_{\text{Г}}$ — режим Г и при $t_{\text{П}} = t_{\text{Г}}$ — режим Э, где $t_{\text{П}}$ и $t_{\text{Г}}$ — время пребывания на периоде ШИС в режимах П и Г соответственно.

В случае импульсного режима V ток прерывистый, и двигатель реализует только режим Д, на-

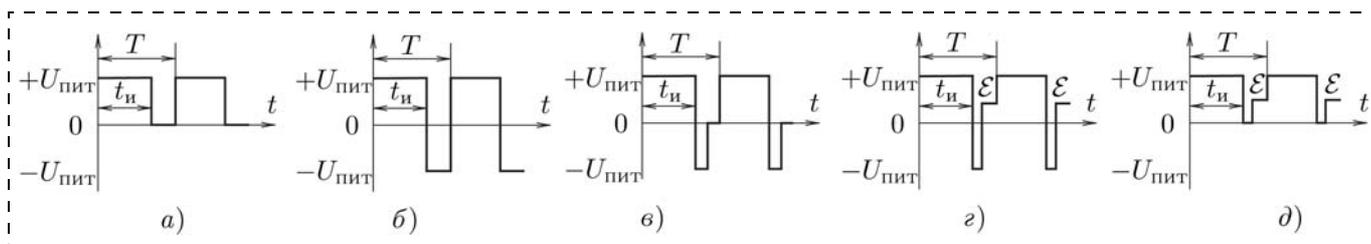


Рис. 3. Импульсные режимы

ходясь на периоде ШИС последовательно в режимах Д и ПТ.

Для ВД режим, в котором он находится в текущий момент времени, определяется на основании суммарного электродвижущего момента, создаваемого всеми проводящими ток фазами.

Методы импульсного управления

На рис. 4 показаны методы импульсного управления двигателями, входящими в систему "ИУМ — ИД". Согласно рис. 4 существуют восемь методов: Д — диагональный; С — симметричный; Н — несимметричный; П — поочередный; НД — несимметрично-диагональный; ПД — поочередно-диагональный; СН — симметрично-несимметричный и СП — симметрично-поочередный. Методы Н, СН и НД имеют по два варианта реализации. Методы отличаются друг от друга состояниями КЭ при нулевом значении ШИС (табл. 1). Переключение между методами СН и СН в СП, Н и Н в П или НД и НД в ПД осуществляется на соседних периодах ШИС либо в зависимости от значения противо-

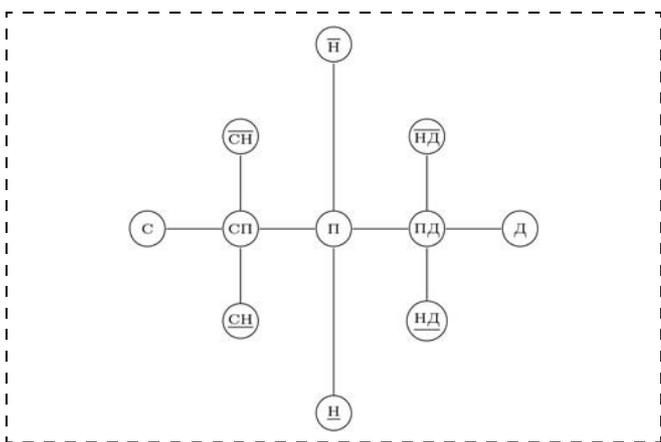


Рис. 4. Методы коммутации

Таблица 1

Методы коммутации

Метод	Описание состояний КЭ при нулевом значении ШИС
С	Включены противоположные КЭ в рабочих стойках
Н	Включены верхние КЭ в рабочих стойках (<u>Н</u>). Включены нижние КЭ в рабочих стойках (<u>Н</u>)
П	Включены в рабочих стойках либо верхние, либо нижние КЭ
Д	Отключены все КЭ
НД	Включены верхние КЭ, которые были открыты при единичном значении ШИС (<u>НД</u>). Включены нижние КЭ, которые были открыты при единичном значении ШИС (<u>НД</u>)
ПД	Включены либо верхние КЭ, либо нижние КЭ, которые были открыты при единичном значении ШИС
СН	Включены в рабочих стойках верхние КЭ, которые были закрыты при единичном значении ШИС (<u>СН</u>). Включены в рабочих стойках нижние КЭ, которые были закрыты при единичном значении ШИС (<u>СН</u>)
СП	Включены в рабочих стойках либо верхние КЭ, либо нижние КЭ, которые были закрыты при единичном значении ШИС

ЭДС в нерабочей фазе на текущем межкоммутационном интервале.

Методы С, СП, П, ПД и Д, расположенные на горизонтальной линии, обеспечивают равномерную загрузку КЭ по току. У методов, размещенных выше горизонтальной линии, больше загружены верхние КЭ, а методов СН, Н и НД — нижние.

Методам, находящимся на одной вертикальной линии, соответствует одно семейство механических характеристик. Следовательно, при импульсном управлении существуют пять различных семейств механических характеристик (рис. 5).

Механические характеристики, приведенные на рис. 5, а, связаны с методом С, при котором возможен только второй импульсный режим.

Появление на якорной обмотке двигателя первого, второго, третьего и четвертого импульсных режимов при методах СН и СП приводит к механическим характеристикам, изображенным на рис. 5, б.

Методам Н и П, где имеет место только первый импульсный режим, соответствуют механические характеристики, представленные на рис. 5, в.

На рис. 5, г изображены механические характеристики методов НД и ПД, которые имеют место при первом и пятом импульсных режимах.

Метод Д соотносится с механическими характеристиками на рис. 5, д. При этом методе возможны второй и четвертый импульсные режимы.

Методы Д, НД и ПД обеспечивают только одностороннюю проводимость между источником питания и двигателем. Все остальные методы обладают двухсторонней проводимостью. Следовательно, на механических характеристиках, которые соответствуют методам Д (рис. 5, д), НД и ПД (рис. 5, г), присутствуют области прерывистых токов.

При любом методе имеется возможность возникновения сквозных токов. В случае методов Д, НД и ПД сквозные токи могут появиться только в момент реверсирования при единичном значении ШИС. Таким образом, для исключения сквозных токов необходимо вводить паузу при переключении КЭ. Введение паузы не приводит к изменению контура протекания тока в течение этой паузы, а следовательно, и режимов работы. Таким образом, механические характеристики остаются без изменения. При обозначении методов, где пауза присутствует в управляющих сигналах, необходимо в названии метода указать ее наличие. Например, *метод симметричной коммутации с учетом паузы* (метод С_п).

При управлении трехфазными двигателями в названии метода необходимо указать продолжительность открытого состояния КЭ в течение периода фазного напряжения. Например, *метод 120-градусной поочередной коммутации* (метод 120 П) или *метод 180-градусной симметричной коммутации* (метод 180 С).

При использовании поочередных методов СП, П и ПД чередование соответствующих вариантов методов коммутации СН, Н и НД может быть реализовано как на соседних периодах ШИС, так и

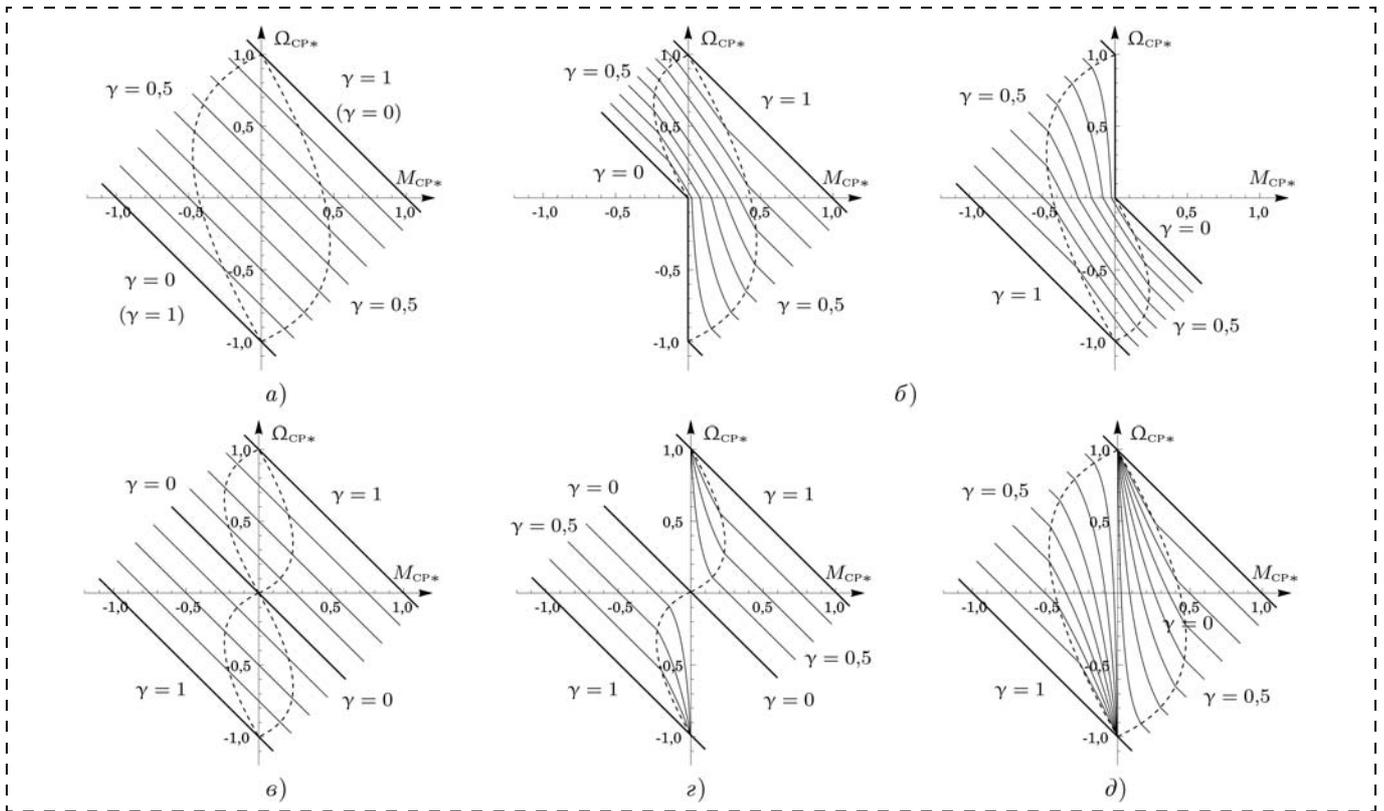


Рис. 5. Механические характеристики

в зависимости от знака противоЭДС в нерабочей на межкоммутационном интервале фазе. Во втором случае в названии метода необходимо указать учет знака противоЭДС. Например, *метод 120-градусной поочередной коммутации с учетом знака противоЭДС* (метод 120 П^э) или *метод 120-градусной поочередно-диагональной коммутации с учетом знака противоЭДС* (метод 120 ПД^э).

В том случае, если учитывается и пауза при переключении КЭ, и знак противоЭДС в нерабочей фазе, в названии метода необходимо отразить обе эти особенности. Например, *метод 120-градусной поочередной коммутации с учетом паузы и знака противоЭДС* (метод 120 П_п^э).

По умолчанию считается, что три сигнала, поступающие с датчика положения ротора (ДПР), сдвинуты друг относительно друга на угол 120°. Однако существует и второй вариант, при котором сигналы ДПР сдвинуты на 60° [21]. Во втором случае в названии метода коммутации необходимо указать угловой сдвиг. Например, *метод 120-градусной поочередной коммутации с учетом паузы и знака противоЭДС при 60-градусном углом, сдвиге сигналов датчика положения ротора* (метод 60°120 П_п^э).

В случае комбинации методов в обозначении указываются их названия. Например, *метод 120-градусной комбинированной поочередной и поочередно-диагональной коммутации с учетом паузы и знака противоЭДС* (метод 120 П—ПД_п^э).

Соответствие отечественных методов и их зарубежных аналогов показано в табл. 2.

Таблица 2

Соответствие отечественных и зарубежных методов коммутации

Метод	Method
Д	PWM Scheme 1 (4 Quadrant, Simultaneous) [34]
120Д	Hard chopping [23], Bipolar independent PWM mode [25, 30], PWM Scheme 1 (4 Quadrant, Simultaneous) [34]
С	PWM Scheme 2 (4 Quadrant, Simultaneous, Complementary) [34]
120С	PWM Scheme 2 (4 Quadrant, Simultaneous, Complementary) [34]
120С _п	Bipolar Complementary PWM mode with Dead time [25, 30], Synchronous rectification "Fast-Decay Current" with Dead time [33]
120 \bar{H}	Synchronous Rectification "Slow-Decay Current" [26]
120 \underline{H} _п	Synchronous Rectification "Slow-Decay Current" with dead time [33], Synchronous Rectification with dead time [31, 32]
П	PWM Scheme 4 (4 Quadrant Non-Simultaneous, Complementary) [34]
120П	PWM Scheme 4 (4 Quadrant Non-Simultaneous, Complementary) [34]
120П _п	Uni polar complementary PWM mode with Dead time [25, 30]
\underline{H} _Д	PWM Scheme 0 (2 Quadrant) [34]
120 \underline{H} _Д	Uni polar independent PWM mode [25, 30]
120 \underline{H} _Д	Soft chopping [23], PWM Scheme 0 (2 Quadrant) [34]
ПД	PWM Scheme 3 (4 Quadrant Non-Simultaneous) [34]
120ПД	PWM Scheme 3 (4 Quadrant Non-Simultaneous) [34]
120ПД ^э	Alternate High-side/Low-side PWM [24], PWM_ON_PWM [27]

Метод 120 НД является наиболее часто используемым методом в зарубежных микросхемах для управления трехфазными ВД [34].

Наиболее эффективными методами импульсного управления с точки зрения минимальных потерь мощности и линейности механических характеристик в рабочей области являются методы P_n и PD_n при использовании ДПТ, а в случае ВД — методы 120 P_n^3 и 120 PD_n^3 . Методы PD_n и 120 PD_n^3 следует применять только в том случае, если двигатель будет работать в области противовключения и/или в двигательной области вне зоны прерывистых токов.

Заключение

Рассмотрены методы импульсного управления системой "ИУМ — ИД" и подходы к их систематизации, предложенные отечественными и зарубежными учеными.

Представлен новый подход к систематизации методов импульсного управления электродвигателями, основывающийся на механических характеристиках, равномерности загрузки КЭ по току и импульсных режимах и отличающийся от существующих тем, что позволяет для каждого известного или нового метода определить направление передачи энергии, степень загруженности КЭ по току и семейство механических характеристик, что является необходимым при проектировании электроприводов.

Определены импульсные режимы при импульсном управлении системой "усилитель мощности — исполнительный двигатель", которые могут быть использованы для получения математического описания соответствующих статических и энергетических характеристик.

При импульсном управлении режим, который реализует двигатель в среднем, может отличаться от режимов, в которых он находится в течение периода ШИС. Двигатель может реализовывать один из возможных режимов: двигательный, генераторный, противовключения и электродинамического торможения. В пределах периода ШИС двигатель может находиться в одном из следующих режимов: двигательном, двигательном с рекуперацией энергии в источник, электродинамического торможения, противовключения, рекуперативного торможения и прерывистого тока.

Список литературы

1. **Blaufuß K.** Drehzahlregelung von Gleichstrommotoren durch Stromstöße // Archiv für Elek-trotechnik. XXXIV. 1940. 10. P. 581—590.
2. **Кулебакин В. С.** К теории импульсного метода регулирования скорости вращения электродвигателей с независимым или постоянным возбуждением // Тр. ВВИА им. Н. Е. Жуковского. 1948. Вып. 304. С. 32.
3. **Константинов В. Г.** Усилитель на полупроводниковых триодах для управления возбуждением электрических машин // Вестник электропромышленности. 1959. № 1. С. 27—32.
4. **Коссов О. А.** Усилители мощности на транзисторах в режиме переключений. М.—Л.: Энергия, 1964. 304 с.
5. **Глазенко Т. А.** Импульсные полупроводниковые усилители в электроприводах. М.—Л.: Энергия, 1965. 188 с.
6. **Нагорский В. Д.** Управление двигателями постоянного тока с помощью импульсов повышенной частоты // Известия Ака-

7. **Коссов О. А., Манычкина Е. А.** Реверсивный электропривод постоянного тока с импульсным регулированием скорости при помощи транзисторов // Вестник электропромышленности. 1961. № 10. С. 19—23.
8. **Глазенко Т. А.** Полупроводниковые усилители мощности класса Д для систем электромашинной автоматики на постоянном токе (Стенограмма лекций). Л.: ЛДНТП, 1963. 60 с.
9. **Селезнев А. М.** Способ управления мостовыми переключателями. Авт. свид. № 269265. Бюллетень изобретений. 1970. № 15.
10. **Гольц М. Е., Гудзенко А. Б., Остреров В. М., Шпиглер Л. А.** Автоматизированные электроприводы постоянного тока с широко-импульсными преобразователями. М.: Энергия, 1972. 112 с.
11. **Коссов О. А.** Усилители мощности на транзисторах в режиме переключений. М.: Энергия, 1971. 432 с.
12. **Электропривод систем управления летательных аппаратов / Под ред. Б. И. Петрова.** М.: Машиностроение, 1973. 360 с.
13. **Глазенко Т. А.** Полупроводниковые преобразователи в приводах постоянного тока. Л.: Энергия. 1973.
14. **Цифровые электроприводы с транзисторными преобразователями // С. Г. Герман—Галкин, Б. А. Марков, Н. И. Чичерин.** Л.: Энергоатомиздат, 1986. 248 с.
15. **Панкратьев Л. Д., Папье И. Г., Петров Б. И., Полковников В. А.** Импульсные и релейные следящие приводы постоянного тока с полупроводниковыми усилителями. М.: Энергия, 1969. 104 с.
16. **Попов Б. Н.** Методы проектирования микропроцессорных устройств управления мехатронными модулями систем приводов. Дис. ... докт. техн. наук: 05.02.02. Москва, 2001.
17. **Дубенский А. А.** Бесконтактные двигатели постоянного тока. М.: Энергия, 1967. 144 с.
18. **Овчинников И. Е., Лебедев Н. И.** Бесконтактные двигатели постоянного тока автоматических устройств. Л.: Наука, 1966. 188 с.
19. **Управляемые бесконтактные двигатели постоянного тока / Адволаткин Н. П., Гращенко В. Т., Лебедев Н. И. и др. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1984. 160 с.**
20. **Pat. 2438158 RU.** G05D13/62. Способ управления угловой скоростью трехфазного вентильного двигателя с учетом знака противоЭДС / Гагарин С. А., Кривилёв А. В. и Ситникова А. В. (МАИ).
21. **Кривилёв А. В.** Автоматизированный синтез управляющих булевых функций мехатронного модуля привода с трехфазным вентильным двигателем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2010. № 2. С. 153—163.
22. **Конов Ю. И.** Транзисторные импульсные устройства управления электродвигателями и электромагнитными механизмами. М.—Л.: Энергия, 1964. 120 с.
23. **Datasheet: DSP Solutions for BLDC Motors.** Texas Instruments Europe. March 1997.
24. **Rafael S. Lopez.** Alternate high-side/low-side pwm operation of brushless motors. Patent No: US 6,323,609 B1.
25. **3-Phase BLDC motor control with quadrature encoder using 56F800/E.** AN1961. Rev. 0. 07/2005.
26. **MC34929.** Brushless DC 1.0 AMP 28 VOLT Motor Driver IC. Rev. 7.0, 11/2006.
27. **Wei Kun, Hu Chang-sheng, Zhang Zhong-chao.** A novel PWM scheme to eliminate the diode freewheeling in the inactive phase in BLDC motor / Front. Electr. Electron. Eng. China (2006) 2: 194—198. Translated from Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2005, 25 (7): 104—108 (in Chinese).
28. **Marouchos C. C.** The switching function: analysis of power electronic circuits (Circuits, Devices and Systems. The Institution of Electrical Engineers. London. 2006.
29. **Grasblum P.** Using the HCS08 TPM module. BeyondBits2article18.pdf. 2007. URL: www. f reescale. com
30. **Pavel Grasblum.** Sensorless BLDC Motor Control Using MC9S08AW60. Designer Reference Manual. DRM086, Rev. 0.1, 01/2007.
31. **PWM management for 3-phase BLDC motor drives using the ST7MC.** Application note. AN2009.
32. **Using CCU6E for BLDC control with synchronous rectification (active freewheeling).** AP08078. Application Note, V1.0, Aug. 2008.
33. **Automotive 3-Phase BLDC Controller and MOSFET Driver.** Allegro. A3930 and A3931.
34. **Ohm D. Y., Oleksuk R. J.** Influence of PWM schemes and commutation methods for DC and brushless motors and drives // P. E. Technology 2002 Conference, Stephens Convention Center (Rosemont, IL, U.S.), Oct. 27—31, 2002.

УДК 681.5

А. А. Игнатьев, д-р техн. наук, проф., зав. каф.,
Е. М. Самойлова, канд. техн. наук, доц.,
helen_elenka@mail.ru,
Саратовский государственный технический
университет имени Ю. А. Гагарина

Интеллектуализация мониторинга технологического процесса производства подшипников

Рассматривается вопрос применения интеллектуальных систем распознавания локальных дефектов шлифованных поверхностей деталей подшипников.

Ключевые слова: мониторинг, искусственный интеллект, детали подшипников, шлифование, дефекты

В технологическом процессе изготовления точных изделий, в частности деталей подшипников, в процессе шлифования действует множество переменных факторов, которые дестабилизируют как процесс, так и результаты обработки. Это приводит к необходимости периодически, несколько раз в день, контролировать состояние техпроцесса. Задача решается путем применения средств автоматического

управления режимами шлифования с контролем текущего припуска, а также средств контроля геометрических параметров точности и физико-механических свойств поверхностного слоя обработанных и подлежащих обработке деталей, т. е. с помощью мониторинга. Автоматическое распознавание дефектов поверхностей качения — один из вопросов, решение которого представляет собой важный компонент интеллектуальной составляющей мониторинга [1, 3].

В системе мониторинга на ОАО "Саратовский подшипниковый завод" одним из основных методов контроля поверхностного слоя деталей подшипников является вихретоковый метод контроля. Дефекты поверхностного слоя деталей подшипников, такие как прижоги, трещины и ряд других отражаются в результатах сканирования поверхностей качения, причем каждый вид дефекта дает свой уникальный характер "следа" на полученном с помощью прибора вихретокового контроля ПВК-К2М изображении (рис. 1) [1].

Разработанный ранее метод распознавания дефектов по изображению дорожки качения [4] был достаточно эффективным, однако алгоритм обработки сложен, и на его работу затрачивается порядка 12...16 с.

Реальные нестационарные сигналы от вихретокового преобразователя (ВТП) состоят из кратко-

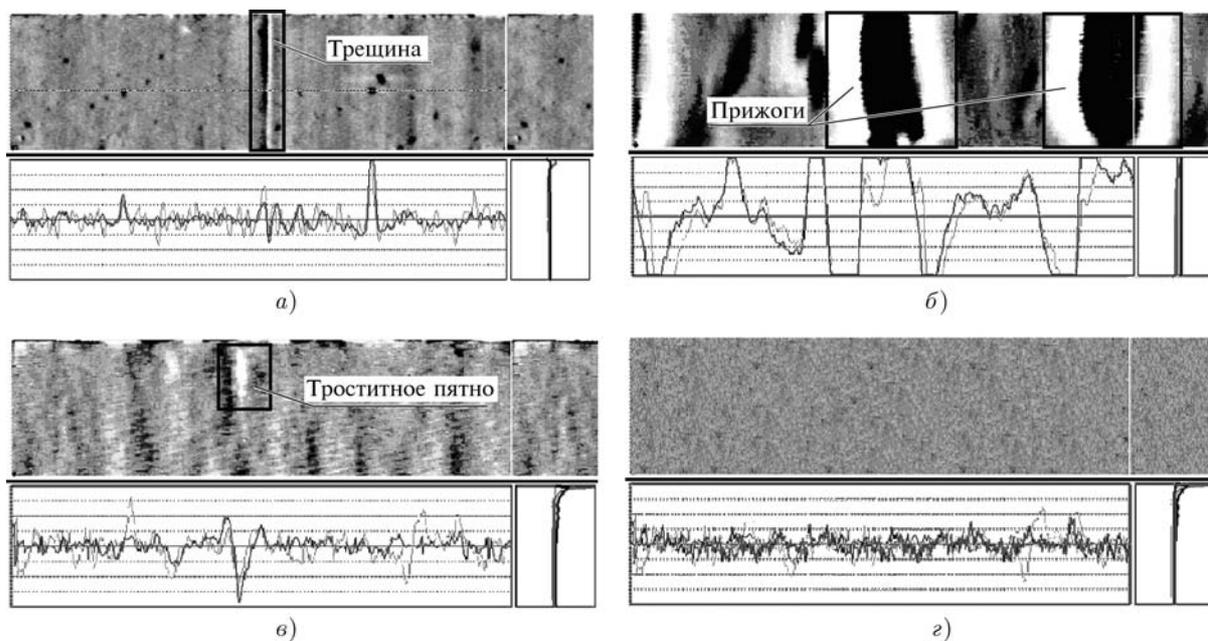


Рис. 1. Результаты вихретокового сканирования ролика подшипника:

a — с трещиной; *б* — с прижогами; *в* — с роститным пятном; *г* — с приемлемым уровнем качества

временных высокочастотных и длительных низкочастотных компонент, поэтому для их анализа применяется преобразование, которое обеспечивает различные окна для различных частот (узкие — для высоких частот и широкие — для низких). Этим условиям отвечает вейвлет-преобразование [5]. Локальным неоднородностям поверхностного слоя (рис. 1) соответствуют резкие колебания амплитуд составляющих сигнала по сравнению со средним значением амплитуд сигнала ВТП, полученного при контроле детали с приемлемым уровнем качества, причем наиболее часто встречающиеся дефекты поверхностного слоя деталей подшипников имеют различную форму сигнала ВТП (сигнал имеет две составляющие — фазовую и амплитудную), т. е. выявляются изменения физико-механического состояния поверхностного слоя шлифовальной детали. На основании этого разработана методика автоматического выявления и распознавания локальных дефектов поверхностного слоя деталей подшипников на основе вейвлет-анализа с использованием интегральных оценок. Часть дефектов распознается по амплитудной составляющей, в противном случае осуществляется автоматический переход к распознаванию по фазовой составляющей информационных сигналов. Обобщенный алгоритм распознавания дефектов представлен на рис. 2 [1, 6].

При использовании в процессе мониторинга метода автоматического выявления и распознавания дефектов поверхностного слоя деталей подшипников предварительно проводится обучающий эксперимент. Первоначально по специальному классификатору КЗ-2005, разработанному на предприятии для визуального выявления дефектов, устанавливаются виды дефектов, которые будут в дальнейшем распознаваться с помощью реализуемой методики. Далее отбираются детали, наличие дефектов в которых подтверждено альтернативными методами контроля дефектов. Затем реализуется предлагаемая ниже методика по выявлению и распознаванию поверхностного слоя деталей подшипников по заданному алгоритму, посредством которой для каждой детали вычисляются количественные оценки качества поверхностного слоя из исходного массива значений по амплитудной и фазовой составляющим сигнала ВТП, т. е. определяются классификационные признаки.

Одной из задач автоматизации распознавания дефектов является локализация "следа" дефекта путем нахождения его границ в сигнале, другая задача — распознавание выделенного дефекта. Выделение "следа" дефекта в информационном сигнале (ИС) осуществляется автоматически на основе оценки среднего квадратического отклонения (СКО) сигнала при разбиении общего массива значений на несколько сегментов (порядка 20). Если СКО ИС в одном или нескольких сегментах существенно, например на 30 % отличается от СКО ИС в сегментах без дефектов, то считается, что ИС содержит "след" дефекта.

Далее массив данных выделенного сегмента используется для распознавания вида локального дефекта поверхности качения детали подшипника.

Распознавание локального дефекта основано на применении вейвлет-преобразований к массиву данных ИС со "следом" дефекта [6], в соответствии с которым проводится разложение сигнала в спектр по базовым вейвлетам Добеши. Полученные спектры коэффициентов имеют различные длину и амплитуду, так как дефекты различаются по геометрическим размерам (глубине, площади).

Для последующих этапов распознавания возникает необходимость масштабирования и приведения спектров коэффициентов к одной длине.

Для этого составлен алгоритм масштабирования. Последним этапом распознавания дефектов является выявление определенного дефекта, основанное на интегральных оценках спектров вейвлет-коэффициентов найденного дефекта по условному алгоритму (рис. 2).

На первом этапе по амплитудной составляющей выделяются дефекты, интегральные оценки спектров (ИОС) вейвлет-коэффициентов которых существ-

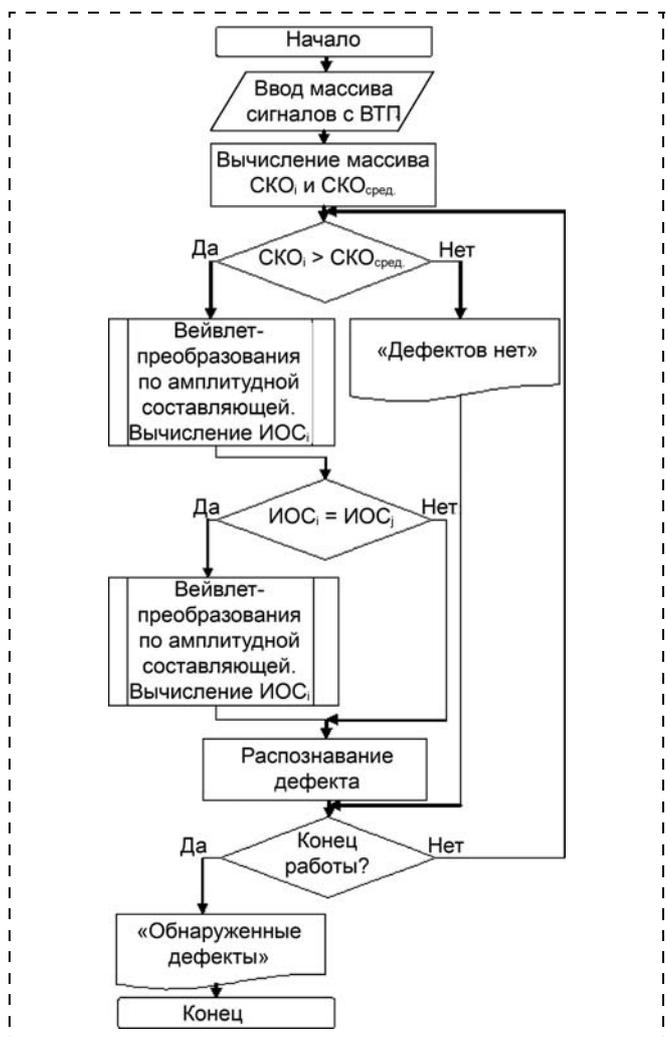


Рис. 2. Алгоритм распознавания дефектов по классифицированным признакам

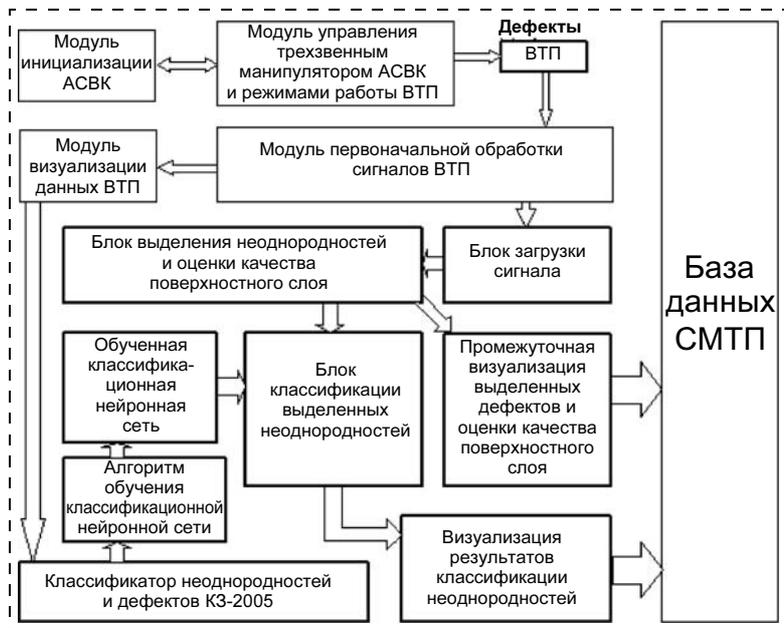


Рис. 3. Структурная схема интеллектуального мониторинга в технологическом процессе производства подшипников

венно различаются. Если ИОС от некоторых дефектов практически совпадают, то осуществляется переход к распознаванию по ИОС фазовой составляющей сигнала.

Таким образом, применение двух классификационных признаков позволяет разделить дефекты в пространстве признаков и обеспечить определение всех основных локальных дефектов поверхностей качения (вероятность распознавания $\approx 95\text{...}98\%$).

Классифицировать дефекты по заданным признакам и улучшать модели классификации за счет дополнительного обучения по мере накопления данных о локальных дефектах позволяет и использование нейронной сети Кохонена [7, 8]. В этом случае выявление дефектов проводится на основе составленной с участием эксперта базы описания дефектов, которая формируется в полуавтоматическом режиме при анализе данных вихретокового контроля известных дефектов. Использование нейронных сетей в полной мере отвечает поставленным задачам классификации, решаемым в процессе интеллектуального мониторинга.

Метод автоматизированного вихретокового контроля дорожек качения колец подшипников после операции шлифования позволяет выявить как периодическую, так и локальные неоднородности структуры поверхностного слоя, и по результатам анализа вихретокового образа колец принять решение об их качестве [1, 8].

В результате программного сканирования поверхностей качения деталей подшипников (колец и роликов), автоматизации настройки вихретокового преобразователя (ВТП) и обработки его сигналов одна автоматизированная интеллектуальная система вихретокового контроля позволяет контролировать работу 30...50 шлифовальных станков (рис. 3).

При этом возможность выявления и количественной оценки периодических локальных остаточных неоднородностей поверхностного слоя шлифованных деталей делает систему пригодной для применения в качестве информационного канала для интеллектуальной системы мониторинга технологических процессов СМТП [10].

Принимая во внимание тот факт, что распознавание образов является одним из направлений искусственного интеллекта, и учитывая, что система распознавания должна состоять из соответствующих аппаратуры и программно-методического обеспечения, в СМТП (см. рис. 3) введены элементы системы искусственного интеллекта с тем, чтобы сделать автоматизированную производственную систему как можно более автономной и адаптируемой.

Это позволяет существенно повысить эффективность производства за счет снижения (ликвидации) брака при изготовлении изделий, увеличения периода нормальной работы технологического оборудования (межлагодочного периода), реализации системы гибкого технического обслуживания объектов, а также снижения издержек производства [1, 11].

Список литературы

1. Игнатьев С. А., Горбунов В. В., Игнатьев А. А. Мониторинг технологического процесса как элемент системы управления качеством продукции. Саратов: Изд-во Саратов. гос. техн. ун-та, 2009. 160 с.
2. Игнатьев А. А., Самойлова Е. М. Совершенствование управления качеством продукции на основе системы мониторинга с элементами искусственного интеллекта // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2009. № 3 (41). С. 207–209.
3. Охтиев М. Ю., Соколов Б. В., Юсупов Р. М. Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов. М.: Наука, 2006. 410 с.
4. Бахтеев А. Р., Игнатьев А. А. Автоматизация распознавания дефектов шлифованных деталей в системе мониторинга технологического процесса производства подшипников // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2006. № 3 (14). С. 136–142.
5. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: Основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145–1170.
6. Пчелинцев А. С., Игнатьев А. А. Автоматическое распознавание дефектов деталей подшипников на основе оценки вейвлет-коэффициентов с использованием интеллектуальных технологий // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2010. № 3 (48). С. 119–125.
7. Hecht-Nielsen R. Counterpropagation Networks // Proc. of the IEEE International Conference on Neural Networks, II, IEEE Press New York, NY. P. 19–32, 1987.
8. Уоссерман Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика. М.: Мир, 1992. 301 с.
9. Горбунов В. В., Игнатьев А. А., Волынская О. В. Статистическое распознавание неоднородностей шлифовальных поверхностей при вихретоковом методе контроля // Автоматизация и управление в машино- и приборостроении: Сб. науч. тр. Саратов: СГТУ, 2002. С. 43–46.
10. Самойлова Е. М., Игнатьев А. А. Интеграция искусственного интеллекта в автоматизированные системы управления и проектирование технологических процессов // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2010. № 2 (44). С. 117–119.
11. Системы искусственного интеллекта / В. А. Чулаков, И. Ф. Астахов, А. С. Потапов и др. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. 292 с.

Б. М. Бржозовский, д-р техн. наук, зав. кафедрой,
bmb sar85@mail.ru,

В. В. Мартынов, д-р техн. наук, проф.,
v_martynov@mail.ru,

М. Б. Бровкова, д-р техн. наук, декан,
bmb sar@mail.ru,

С. В. Свиридов, аспирант,
sviridovserg@gmail.com,
Саратовский государственный
технический университет

Алгоритмизация процедур настройки и диагностирования сложного технологического оборудования по интегральным параметрам вибросигналов

Представлены результаты в области организации эксплуатации сложных технологических систем на основе оценивания их состояния по интегральным параметрам вибросигналов.

Ключевые слова: управляемые технологические системы, эксплуатация, состояние, вибросигналы, интегральные параметры

Введение. Эксплуатацию сложных управляемых технологических систем (УТС) различного назначения можно осуществлять двумя способами. Первый основан на проведении работ по техническому обслуживанию регулярно через выбранные заранее промежутки времени. Второй предполагает предварительное измерение некоторых параметров, которые изменяются под действием различных возмущений, что позволяет организовать техническое обслуживание УТС в зависимости от ее фактического состояния. В связи с этим первый подход принято называть *эксплуатацией по выработанному ресурсу*, второй — *эксплуатацией по текущему состоянию* или просто *эксплуатацией по состоянию*. Второй вариант является более предпочтительным и прогрессивным, поскольку в этом случае используется более глубокая количественная информация о состоянии системы по сравнению с информацией только о моментах ее отказов, которая берется за основу при организации эксплуатации по первому варианту.

Постановка задач. Для организации эксплуатации УТС по состоянию необходимо решение ряда вопросов [1], к числу которых относятся:

- выбор минимально необходимого числа контролируемых параметров, несущих достаточную информацию о состоянии системы в любой момент времени;
- обоснование допустимых областей изменения выбранных для контроля параметров;

- разработка алгоритмов математического обеспечения для обоснования программ эксплуатации по состоянию.

Обоснование подхода к решению. В ряду параметров, характеризующих состояние УТС, важная роль принадлежит параметрам вибрационных сигналов, которые в силу своей специфики напрямую связаны с возникновением и развитием различных дефектов [2]. При этом оценку состояния можно проводить, используя в качестве параметров состояния интегральных показателей, вычисляемых в частотной области по результатам анализа вибросигнала, регистрируемого в упруго-диссипативной подсистеме УТС в виде временного ряда динамики. По результатам вычисления показателей можно решать задачу оптимизации процесса эксплуатации УТС. Для этого необходима разработка специальных методов анализа регистрируемых вибросигналов в целях создания эффективных алгоритмов и критериев обнаружения зарождающихся эксплуатационных повреждений, нечувствительных к малоинформативным изменениям, которые могут иметь место как при нормальном состоянии УТС, так и при развитии в ней дефектов. В связи с этим рассмотрим предложенный в работе [3] показатель, представляющий собой отношение m значимых (S_1) и $n - m$ незначимых (S_2) амплитуд спектра колебаний УТС (A_j и A_i), состоящего из n полос, т. е.

$$S_t = \frac{S_1}{S_2}. \quad (1)$$

Оптимальный режим эксплуатации предполагает реализацию стратегии

$$S_t \rightarrow \min \quad (2)$$

на основе создания условий для равномерного распределения энергии колебаний УТС по частотной полосе. Это обеспечивает поддержание такого амплитудно-частотного состава колебательного процесса, при котором динамическая активность УТС будет минимальной. Поиск условий осуществляется как перед началом, так и в процессе функционирования УТС и заключается в определении наилучшего сочетания значений управляющих параметров. В первом случае это позволяет реализовать динамическую настройку УТС, во втором — диагностирование ее состояния.

Решение. Для практической реализации предложенного подхода к оптимизации процесса эксплуатации УТС необходимо решение трех задач:

- 1) определение зависимостей для вычисления S_1 и S_2 , наиболее чувствительных к изменениям состояния УТС в процессе эксплуатации;
- 2) поиск необходимых для вычисления S_1 и S_2 амплитуд A_j и A_i в спектре колебаний УТС;
- 3) отслеживание изменений значения S_t в процессе функционирования УТС для определения момента возникновения значимых изменений ее состояния.

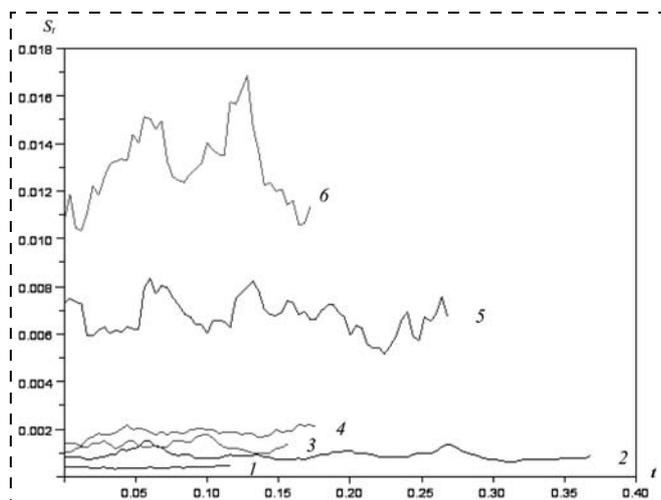


Рис. 1. Изменение критерия S_t при постоянном значении подачи и различных частотах вращения шпинделя металлорежущего станка: 1 — 800 мин⁻¹; 2 — 630 мин⁻¹; 3 — 400 мин⁻¹; 4 — 315 мин⁻¹; 5 — 200 мин⁻¹; 6 — 125 мин⁻¹

Задача 1. При решении первой задачи была проведена оценка чувствительности следующих зависимостей:

$$\bullet S = \sum_{i=1}^m A_i \quad (3)$$

$$\bullet S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m A_i \quad (4)$$

$$\bullet S = \sum_{i=1}^m \left(A_i - \frac{1}{n} \right) \quad (5)$$

Оценку проводили на примере использования данных о колебаниях металлорежущего станка с ЧПУ, зафиксированных в его упруго-диссипативной подсистеме при постоянном значении подачи и различных частотах вращения шпинделя (управляющих параметров). Результаты оценки показали (рис. 1), что использование зависимости (4) в качестве S_1 и зависимости (5) в качестве S_2 позволяет найти наилучшее сочетание управляющих параметров (кривая 1) по условию минимума не только начального значения критерия, но и отклонений от него в процессе работы станка.

Возникновение параметрических и функциональных изменений состояния станка приводит, во-первых, к постепенному росту S_t , во-вторых, к увеличению разброса его значений, особенно на неоптимальном сочетании управляющих параметров (кривая 6 на рис. 1). Было также установлено, что в этом случае более явно разброс характеризует следующая зависимость:

$$S_t = \frac{1}{n \sum_{i=1}^m A_i} \quad (6)$$

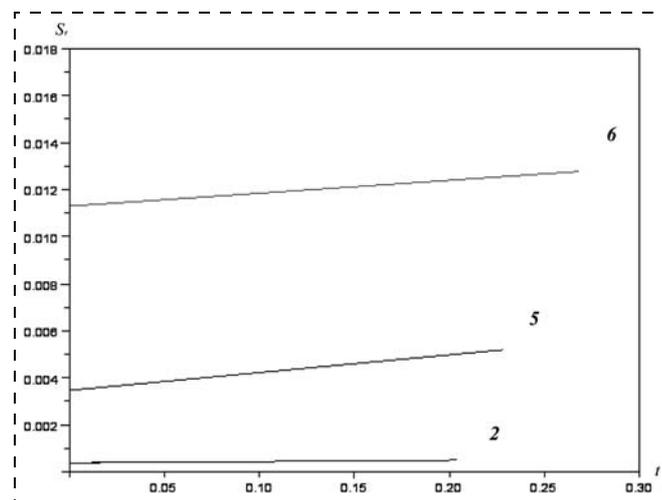


Рис. 2. Тенденции изменения критерия S_t при ухудшении состояния металлорежущего станка: 2 — 630 мин⁻¹; 5 — 200 мин⁻¹, 6 — 125 мин⁻¹

Задача 2. Вторая задача решалась с позиций рассмотрения амплитуд A_j числителя S_1 показателя (1) как аномальных выбросов в стационарном случайном процессе. Анализ существующих методов, которые используются для определения выбросов наиболее часто, показал, что применение большинства из них является оправданным только в том случае, если амплитуды A_j при отсутствии выбросов имеют нормальное распределение, а выбросы A_j подчиняются либо r -распределению [7], либо нормальному распределению, но со сдвинутым на некоторую величину средним значением. В связи с этим для идентификации аномальных выбросов был использован непараметрический метод, который в разведочном анализе данных носит название "ящик с усами" и сводится к следующему [4].

Определяется медиана, нижняя и верхняя квартили, а также межквартильный размах упорядоченного по возрастанию спектра. Нижняя квартиль (C_1) — это медиана от первой амплитуды упорядоченного спектра до медианы всего ряда включительно, верхняя квартиль (C_2) — это медиана от медианы всего ряда до максимальной амплитуды упорядоченного спектра включительно. Расстояние от нижней квартили до верхней равно межквартильному размаху (ΔC).

Для определения выбросов вычисляются следующие величины:

- 1) межквартильный размах $\Delta C = C_2 - C_1$;
- 2) шаг $\Delta C^* = 1,5 \Delta C$;
- 3) барьер $\delta = C_2 + \Delta C^*$.

Амплитуды спектра, выходящие за границы барьера, вносят неслучайное начало в распределение данных спектра колебаний упруго-диссипативной системы УТС. В связи с этим барьер будем трактовать как предельно допустимое значение амплитуды случайного процесса. Амплитуды, имеющие значения, большие барьера, и будут являться выбросами.

ми, включаемыми в числитель показателя (1).

Задача 3. Решение третьей задачи заключается в проверке гипотезы о равенстве нулю углового коэффициента b уравнения линейной регрессии, представляющего собой среднее изменение (тренд) показателя S_t за время t функционирования УТС (рис. 2). Проверка осуществляется путем сравнения b с его средней квадратической ошибкой m_b — стандартного отклонения выборочного показателя от генерального. Применительно к проверке надежности тренда средняя ошибка m_b значимости углового коэффициента b определяется по формуле [5]

$$m_b = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^n t_i^2}}, \quad (7)$$

где s — оценка стандартного отклонения значений S_t от линии тренда; $\sum_{i=1}^n t_i^2$ рассчитывается при отсчете t_i от середины ряда, число уровней которого равно n .

Отношение углового коэффициента к его средней ошибке есть t -критерий Стьюдента

$$t = \left| \frac{b}{m_b} \right|, \quad (8)$$

значение которого сравнивается с табличным $t_{1-\alpha}$ значением для уровня значимости α и $n-2$ степеней свободы. Если вычисленное значение t окажется меньше $t_{1-\alpha}$, то с вероятностью $p = 1 - \alpha$ значимые изменения состояния УТС отсутствуют; в противном случае, т. е. когда $t \geq t_{1-\alpha}$, изменения имеют место.

Выделение тренда позволяет решить и еще одну задачу, связанную с анализом отклонений значений S_t от линии регрессии, являющихся показателем колеблемости и представляющих интерес с точки зрения диагностирования причин изменения состояния УТС: параметрических или функциональных [6]. Для этого необходимо, во-первых, оценивать колеблемость количественно, во-вторых, отслеживать ее изменения во времени. Наиболее предпочтительным является использование для этих целей стандартного отклонения s , служащего количественной мерой отклонений. Суть реализуемого подхода состоит в том, чтобы рассчитывать величину s за последовательные отрезки времени, а затем по полученным значениям $s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_n)$ проводить аналитическое выравнивание, т. е. вычислять линию их регрессии. Однако для надежного вычисления каждой i -й меры колеблемости необходимо как минимум 7...9 отклонений показателя S_t от тенденции, а для вычисления тенденции по этим мерам — опять 7...9 таких же частных мер $s(t)$. Это значит, что исходный ряд отклонений должен содержать примерно 64 значения, что часто оказывается неприемлемым с точки зрения оперативности получения информации для принятия управленческих решений. Выход из этой ситуации состоит

в расчете скользящих показателей колеблемости $s'(t)$ со сдвигом в один период времени по тем же семи уровням исходного ряда отклонений, т. е. с 1-го по 7-й, затем со 2-го по 8-й, с 3-го по 9-й и т. д. [5]. В этом случае для проведения процедуры аналитического выравнивания достаточно иметь ряд всего лишь из 14 значений отклонений. Если угловой коэффициент построенной по этим значениям линии регрессии окажется положительным, то это будет означать факт проявления колеблемости. Значимость же колеблемости, определяющая переход параметрических изменений состояния УТС в функциональные, оценивается существенностью углового коэффициента линии регрессии с использованием формул (7) и (8). При этом диагностирование осуществляется по результатам перевода УТС в режим работы на одном из неоптимальных сочетаний управляющих параметров, поскольку колеблемость в условиях перехода изменений в область функциональных проявляется более явно (см. рис. 1). По результатам диагностирования принимается решение либо о продолжении функционирования УТС на основе поиска нового оптимального сочетания управляющих параметров, если изменения состояния являются параметрическими, либо о

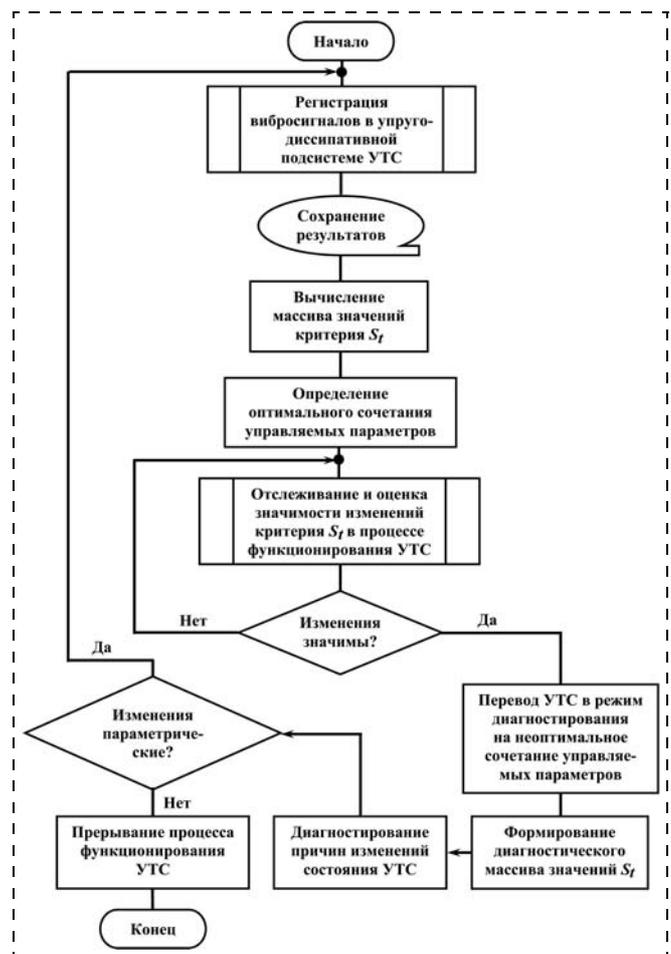


Рис. 3. Алгоритм оптимизации процесса эксплуатации УТС

проведении ремонтно-профилактических работ, направленных на устранение последствий функциональных изменений состояния.

Практическая реализация. Результаты выполненных исследований легли в основу разработки алгоритма оптимизации процесса эксплуатации УТС (рис. 3).

Положительным моментом алгоритма является то, что все его шаги, включая принятие решений, выполняются автоматически и, таким образом, исключают возможность возникновения ошибочных результатов или их неверной интерпретации. В связи с этим алгоритм может быть интегрирован в структуру программно-математического обеспечения системы управления УТС в целях формирования обоснованных решений не только о сроках реализации, но и о содержании воздействий, направленных на стабилизацию состояния УТС. Последнее является особенно важным, поскольку основной задачей оптимизации процесса эксплуатации яв-

ляется обеспечение условий для гарантированного достижения результатов использования УТС по целевому назначению.

Список литературы

1. Барзилович Е. Ю. Модели технического обслуживания сложных систем. М.: Высшая школа, 1982. 231 с.
2. Соколова А. Г. Методы и средства виброакустической диагностики машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1998. № 5. С. 156–163.
3. Бржозовский Б. М., Мартынов В. В., Янкин И. Н., Бровка М. Б. Динамический мониторинг технологического оборудования. Саратов: Изд. СГТУ, 2008. 312 с.
4. Каримов Р. Н. Обработка экспериментальной информации. Ч. 1. Разведочный анализ. Анализ качественных данных. Саратов: Изд. СГТУ, 2002. 112 с.
5. Афанасьев В. Н., Юзбашев М. М. Анализ временных рядов и прогнозирование. М.: Финансы и статистика, 2001. 228 с.
6. Мартынов В. В., Мартынов П. В. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Саратов: Изд-во СГТУ, 2011. 188 с.
7. Хофмани Д. Измерительно-вычислительные системы обеспечения качества: Пер с нем. М.: Энергоатомиздат, 1991. 272 с.

УДК 004.032.26 + 519.876.2

Ю. И. Еременко, д-р техн. наук, проф., зав. каф.,
erem49@mail.ru,

С. Ю. Халапян, канд. техн. наук, доц.,
cx@hotmail.ru,

Д. А. Полещенко, канд. техн. наук, доц.,
po-dima@yandex.ru,

Д. Ю. Ярмуратий, аспирант,
jiorg2007@yandex.ru,

Старооскольский технологический институт
им. А. А. Угарова (филиал)

Национального исследовательского
технологического университета МИСиС

Разработка модели шахтной печи металлизации на основе технологии нейронных сетей¹

Перспективной целью исследования является преодоление недостатков существующей системы управления, связанных с отсутствием комплексной автоматизации процесса металлизации окисленных окатышей. Результаты работы могут быть использованы для создания системы-тренажера, предназначенной для обучения оператора в условиях, максимально приближенных к реальной работе без угрозы срыва производственного процесса, и системы-советчика оператора печи, которая позволит снизить исходный уровень квалификации специалиста, необходимый для управления печью.

Ключевые слова: шахтная печь металлизации, нейросетевая модель, оптимизация структуры нейронной сети, тренажер оператора

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-07-00252.

Введение

Сырьем для дуговых сталеплавильных печей является железо прямого восстановления, полученное в шахтных печах (ШП) цеха металлизации в соответствии с технологической схемой "Мидрекс". При этом в отличие от сталеплавильного и прокатного производств комплексная автоматизация технологического процесса металлизации в полной мере не реализована: управление ШП осуществляется оператором, который на основе анализа технологических параметров печи, а также информации о качественных показателях годного продукта формирует посредством системы визуализации процесса задания для локальных регуляторов.

Такое состояние в настоящий момент не может быть признано удовлетворительным: во-первых, оператор не может в силу сложности процесса обеспечить наилучшие из возможных условия протекания технологического процесса, что приводит к снижению технико-экономических показателей ШП. Во-вторых, осязаемое значение приобретает так называемый "человеческий фактор": огромная ответственность и значительная информационная нагрузка иногда приводят к тому, что оператор в критической ситуации совершает неэффективные или даже ошибочные действия. Такие недостатки работы оператора могут быть чреватые экономическими потерями в результате допущения брака, а в наиболее тяжелых случаях — серьезными авариями ШП. В-третьих, существует проблема сохранения знаний опытных операторов (уходящих, например, на пенсию). Отсутствие подобного опыта у молодых операторов увеличивает вероятность их ошибочных действий.

В течение 20 лет иностранные фирмы и ученые НИИ Москвы, Донецка, Свердловска и Новокузнецка предпринимали попытки решения задачи комплексной автоматизации ШП. Анализ соответствующих разработок показал, что все они были основаны на попытке формализации технологического процесса. Однако ввиду сложности, нелинейности, многосвязности и нестационарности объекта попытки создания адекватной математической модели ШП, на основе которой проводился бы расчет управляющих воздействий в реальном масштабе времени, не принесли ощутимого результата.

Анализ показывает, что вычислительная сложность задачи динамической идентификации ШП как объекта управления с учетом всех протекающих физико-химических процессов не позволяет с удовлетворительным качеством осуществлять автоматическое управление печью даже в условиях применения наиболее мощных современных вычислительных комплексов.

Иными словами, задача создания адаптивной системы управления "упирается" в невозможность построения математической модели технологического объекта, одновременно удовлетворяющей требованиям адекватности и оперативности ее работы.

В результате модель либо дает весьма грубый прогноз функционирования ШП и, соответственно, не позволяет управлять процессом с точностью, сравнимой с работой оператора, либо возвращает решение в момент, когда оказывать необходимые управляющие воздействия, способные повлиять на результат функционирования печи, уже слишком поздно.

Даже если предположить, что в некоторой отдаленной перспективе в результате применения новейшей вычислительной техники удастся построить модель объекта, отвечающую всем перечисленным выше требованиям, и создать на ее основе систему управления, сложность (и стоимость) такой системы будет превышать сложность самого технологического объекта.

Описанная тупиковая ситуация свидетельствует о неприемлемости классического подхода для автоматизации ШП. Для ее преодоления предлагается рассмотреть и проанализировать преимущества оператора перед классической системой управления.

Как же оператору ШП, не обладающему значительными вычислительными ресурсами и не выполняющему сложных расчетов, удастся в большинстве случаев "угадать" требуемые управляющие воздействия?

Дело в том, что человек обладает уникальной способностью к обучению. Оператор обучается в процессе чтения специальной литературы, общения с более опытными коллегами, наблюдения за их работой, разбора типовых производственных ситуаций, самостоятельного управления ШП. Результатом его обучения является понимание (в ряде случаев интуитивное) причинно-следственных связей между входными и выходными параметрами ШП.

До недавнего времени не существовало возможности передачи таких знаний и интуитивных представлений автоматическим управляющим устройствам. Однако в последние годы в печати появляются сообщения о положительном опыте применения для управления сложными технологическими объектами в различных отраслях промышленности (в том числе черной металлургии) разного рода систем искусственного интеллекта [1].

Из них наилучшими способностями к обучению, аппроксимации и экстраполяции зависимостей (выявлению "интуитивных связей"), моделированию обладают нейронные сети (НС).

Выбор исходной структуры нейросетевой модели

Способность искусственной НС выявлять сложные зависимости между входными и выходными данными и выполнять обобщение позволяет ей возвращать верный результат на основании данных, которые отсутствовали в обучающей выборке, а также неполных и/или "зашумленных", частично искаженных данных.

Учитывая указанные особенности НС, а также отсутствие положительного результата при моделировании ШП классическими методами предлагается применить нейросетевой аппарат для синтеза модели ШП, поскольку:

- нейронные сети — эффективный способ аппроксимации и экстраполяции функций, что справедливо при наличии в процессе обучения НС достаточно большого объема обучающей информации, а также при грамотном синтезе структуры многослойной НС;
- наличие множества нелинейных функций активации в многослойной НС обеспечивает эффективную реализацию достаточно гибких нелинейных преобразований.

В настоящее время аппарат НС не имеет строгого описания, поэтому под каждый конкретный объект требуется проводить отдельное исследование.

При использовании технологии НС одной из важнейших является задача формирования обучающей выборки, которая включает в себя совокупность сигналов вход — выход процесса. В качестве выходов разрабатываемой НС в работе использовали степень металлизации и содержание углерода как основные параметры качества металлизированных окатышей. Таким образом, для синтеза нейросетевой модели ШП необходимо выделить группу входных сигналов, влияющих на выходные параметры.

В рамках проводимых работ были опрошены технологи Оскольского электрометаллургического комбината и оперативный персонал шахтных печей предприятия, проведен анализ литературных источников по исследуемой тематике в целях выявления параметров, оказывающих наибольшее влияние на качество готового продукта. В результате было выявлено, что возможные причины ко-

Основные технологические параметры ШП

№ пп	Наименование
1—6	Температура в шахтной печи (6 точек измерения)
7	Содержание CO ₂ в конвертированном газе
8	Содержание CH ₄ в конвертированном газе
9	Содержание CO в технологическом газе перед рекуператором
10	Производительность ШП
11	Природный газ перед вводом в трубопровод охлажденного газа
12	Корректирующий природный газ к восстанавливающему газу

лебания качественных показателей выходного продукта слишком многочисленны, чтобы выбрать одну главную, поэтому их необходимо рассматривать во взаимосвязи друг с другом. Зависимость степени металлизации и содержания углерода от совокупности входных параметров носит нелинейный характер, процессы насыщены неконтролируемыми шумами и помехами, присутствует множество обратных связей и других факторов.

В результате анализа был определен перечень отдельных параметров (см. таблицу), которые согласно литературным источникам и мнению специалистов наибольшим образом влияют на выходные показатели годного продукта.

Приведенные параметры использовали при обучении нейросетевой модели в качестве входных сигналов.

В целях оптимизации характеристик в работе исследованы НС со следующими функциями активации в скрытом слое как наиболее подходящие

для аппроксимации процессов ШП вследствие выраженной их нелинейности:

- 1) гиперболический тангенс;
- 2) сигмоидальная;
- 3) радиально базисная.

При этом в выходном слое для всех сетей использовали линейную функцию активации, так как на выходе необходимо реализовать сигналы в процентах, диапазон изменения которых [0...100] %.

На основании данных реального объекта была сформирована статистика работы ШП, состоящая из временных срезов с дискретностью 2 ч, которая определяется периодичностью проведения лабораторных исследований выходного продукта.

Для построения различных вариантов целевых функций управления необходимо осуществлять обучение НС на некоторой выборке. Апробация и адаптация полученной сети подразумевают наличие отдельной контрольной (тестовой) выборки. Поэтому весь объем ретроспективных данных был разделен на две части, первую из которых использовали в качестве обучающей выборки, вторую — в качестве контрольной.

Синтез модели осуществляли путем обучения НС. Важнейшими параметрами такой НС являются:

- число входов, определяемое числом основных технологических параметров (12) и временем их задержки (инерционностью объекта), а также числом задержанных выходных сигналов;
- число скрытых слоев — 1 или 2;
- число нейронов в скрытом слое, которое в рамках данной работы оптимизировалось путем полного перебора вариантов из диапазона [1...100] с шагом варьирования 1;
- функция активации (ФА) нейронов скрытого слоя, которая призвана отражать нелинейность объекта по каждому из входов.

Для обучения НС использовался алгоритм Левенберга—Марквардта. Обучение заключалось в многократной (до 100 полных циклов, так называемых эпох) подаче на НС данных обучающей выборки.

В качестве критерия эффективности работы НС использовали сумму квадратов невязок MHK_T между выходом НС и целевыми примерами тестовой выборки и коэффициент корреляции тестирования K_T , показывающий степень корреляции между выходом НС и контрольной выборкой.

Оптимизация структуры НС

Лучший результат по оценке степени металлизации позволила получить сеть структуры 26-19-1 с ФА "гиперболический тангенс" (рис. 1), для которой $MHK_T = 134,6798$, $K_T = 0,6264$. Графики ее работы на обучающей и тестовой выборках приведены на рис. 2 (см. вторую сторону обложки).

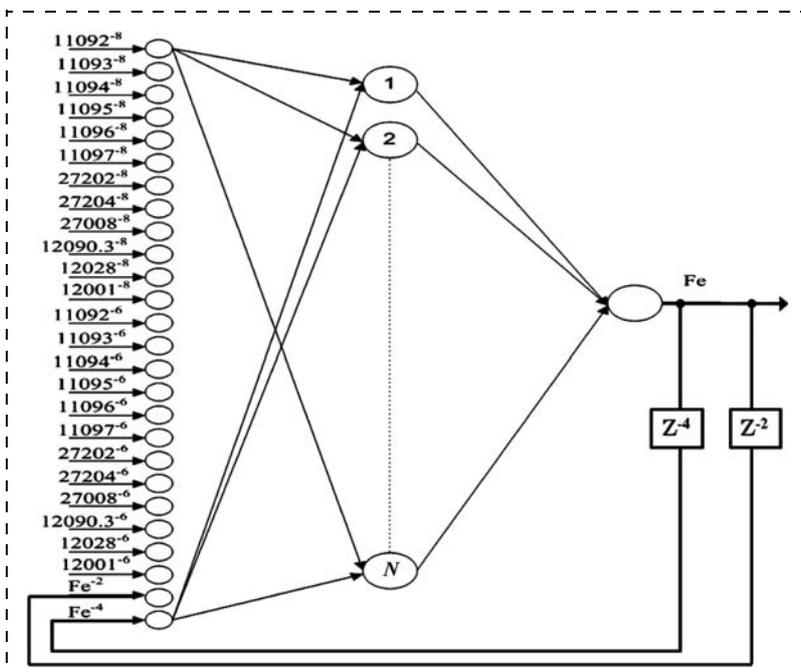


Рис. 1. Структура НС для оценки степени металлизации ($N = 19$, Z^{-4} , Z^{-2} — задержка выходного параметра (Fe-железо) на 2 и 4 ч соответственно)

Из графиков видно, что НС достаточно точно "схватывает" тенденции изменения степени металлизации, а статическая ошибка наблюдается только в точках локальных экстремумов и в большинстве случаев не превышает 0,2 %.

Дальнейшие исследования, заключающиеся в увеличении числа задержанных сигналов по входам и выходу, а также изменении числа слоев не привели к улучшению моделирующих свойств НС. Напротив, дальнейшее повышение структурной сложности НС приводит к существенному снижению скорости обучения сети и к некоторому падению его качества, связанному с конечным объемом обучающей выборки.

Вторым важнейшим параметром качества выходного продукта ШП является содержание в нем углерода. В результате проведения аналогичного исследования были предложена НС подобной структуры (рис. 3), дающая сходные результаты (рис. 4, см. третью сторону обложки): $MNK_T = 5,7472$, $K_T = 0,8117$.

Попытка объединения сетей, определяющих степень металлизации и содержание углерода, в одну НС структуры 28-N-2 привела к некоторому ухудшению результатов, что связано с различной структурой сетей, обеспечивающих наилучшие результаты по разным параметрам.

Попытки дальнейшего увеличения мощности сети не привели к улучшению результатов. Поэтому наилучшей для данного объекта была признана нейросетевая модель, состоящая из двух описанных выше сетей: 26-19-1 с выходом по степени металлизации и 26-4-1 с выходом по содержанию углерода.

По ходу экспериментов возникла идея улучшения динамических свойств НС. Для ее реализации проведен ряд опытов по оптимизации подаваемых входных сигналов. При этом сеть обучали и тестировали на сигналах различной динамики. На наш взгляд, это может позволить отразить транспортные задержки, происходящие в ШП.

В результате исследования наилучшие показатели по оценке степени металлизации были достигнуты на НС структуры 26-7-1: $MNK_T = 79,5836$, $K_T = 0,5637$. Сеть обучали на векторе входа следующей динамики:

- 12 входных параметров с задержкой 8 ч;
- 12 входных параметров с задержкой 6 ч;
- выход с задержкой 4 ч;
- выход с задержкой 6 ч,

а тестировали на векторе входа:

- 12 входных параметров с задержкой 6 ч;
- 12 входных параметров с задержкой 4 ч;
- выход с задержкой 2 ч;
- выход с задержкой 4 ч.

Графики сравнения выхода НС с эталонным значением степени металлизации представлены на рис. 5 (см. третью сторону обложки).

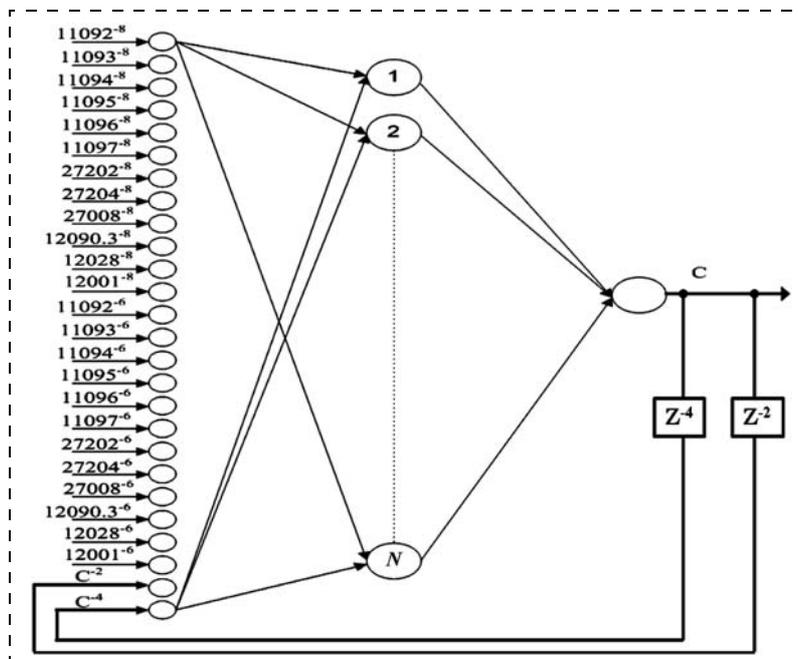


Рис. 3. Структура НС для оценки содержания углерода ($N = 4$, Z^{-4} , Z^{-2} – задержка выходного параметра (С-углерод), на 2 и 4 ч соответственно)

Аналогичные исследования были проведены и для нейросетевой модели, оценивающей содержание углерода в металлизированных окатышах. Наилучшие показатели были достигнуты на НС структуры 26-4-1: $MNK_T = 3,4018$, $K_T = 0,7346$. Сеть обучали на векторе входа следующей динамики:

- 12 входных параметров с задержкой 6 ч;
- 12 входных параметров с задержкой 4 ч;
- выход с задержкой 4 ч;
- выход с задержкой 6 ч,

а тестировали на векторе входа:

- 12 входных параметров с задержкой 6 ч;
- 12 входных параметров с задержкой 4 ч;
- выход с задержкой 2 ч;
- выход с задержкой 4 ч.

Графики сравнения выхода НС с эталонным значением содержания углерода представлены на рис. 6 (см. третью сторону обложки).

В результате проведенных экспериментов установлено, что за счет обучения НС на более поздних динамических составляющих входного вектора и работе данной сети на меньших задержках входного вектора удается заметно повысить точность прогнозирования степени металлизации и содержания углерода.

Заключение

В рамках настоящего исследования на основе ретроспективной информации о функционировании ШП впервые синтезирована нейросетевая модель печи металлизации под управлением оператора.

В результате оптимизации структуры и отбора наилучших реализаций НС были обеспечены хоро-

шее качество обучения и приемлемая точность прогнозирования на тестовой выборке:

1. Определены достаточные для реализации адекватной нейросетевой модели:

- число скрытых слоев — 1,
- число нейронов в скрытом слое $N \leq 50$;
- число эпох обучения (циклов прохождения обучающей выборки) ≤ 25 ;
- наиболее подходящая для аппроксимации нелинейных процессов, протекающих в ШП, функция активации нейронов скрытого слоя — гиперболический тангенс.

2. Сделано заключение о целесообразности использования для модели динамических НС с задержками по входам.

3. Обоснована необходимость введения на вход сетей информации о выходе объекта за два предыдущих шага.

4. Определена оптимальная структура нейросетевой модели, состоящей из двух НС.

5. Обоснована целесообразность смещения динамики обучающей выборки относительно тестовой, проведена оптимизация такого смещения для каждой из предложенных НС.

Все это позволяет использовать построенную нейросетевую модель системы "ШП — оператор" в качестве основы для дальнейших исследований.

На основе полученных результатов могут быть разработаны:

- система-тренажер [2], предназначенная для обучения оператора в условиях, максимально приближенных к реальной работе без опасности срыва производственного процесса;
- система-советчик оператора ШП, которая позволит снизить уровень подготовки специалиста, необходимый для управления печью.

В перспективе такие подсистемы естественным образом встраиваются в автоматизированную систему управления ШП.

Дальнейшие исследования, направленные на автоматизацию технологического процесса металлургии, должны предусматривать выделение моделей ШП и оператора.

Перспективной целью таких исследований является разработка АСУ ШП, в которой управление технологическим объектом в нормальных условиях

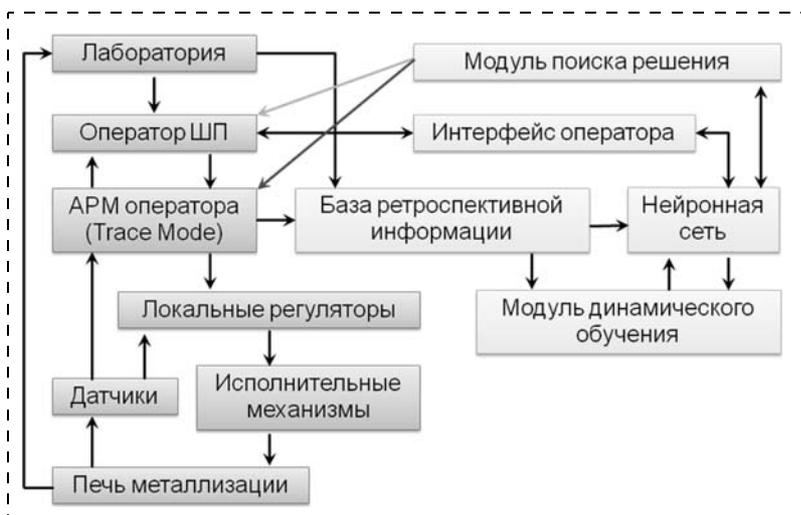


Рис. 7. Концептуальная схема системы управления ШП

осуществляется автоматически, а оператор вмешивается в работу системы лишь в периоды пуска, останова печи и в случае возникновения нештатных ситуаций.

В качестве концептуальной модели такой системы предлагается использовать схему, представленную на рис. 7.

Работа предложенной системы строится следующим образом: модуль обучения использует базу ретроспективной информации для динамического обучения НС. Интерфейс оператора позволяет последнему формировать запросы к НС для определения последствий предполагаемых действий (система-тренажер). Модуль поиска решения выполняет подбор наилучшего поведения оператора в текущей ситуации и либо предлагает его оператору (работа системы-советчика), либо реализует с помощью системы Trace Mode (работа в автоматическом режиме).

Список литературы

1. Еременко Ю. И., Халапян С. Ю. Интеграция интеллектуальных систем в состав АСУ металлургических производств // Известия высших учебных заведений: Черная металлургия. 2002. № 1. С. 53—56.
2. Еременко Ю. И., Халапян С. Ю., Ярмуратий Д. Ю. Исследование возможности разработки нейросетевого тренажера оператора АСУ ТП // Управление большими системами: материалы IX Всероссийской школы-конференции молодых ученых. Тамбов—Липецк: Изд-во Першина Р. В., 2012. Т. 2. С. 45—47.

ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



Управление и информатика в авиакосмических и морских системах

№ 4
апрель
2013

Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.
БАРАНОВ Л. А.
БЕЛОКОНОВ И. В.
БУКОВ В. Н.
ВАСИЛЬЕВ В. И.
ГОДУНОВ В. А.
ГУРЕВИЧ О. С.
ГУРСКИЙ Б. Г.
ЕФИМОВ В. В.
ЗАЙЦЕВ А. В.
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.
НЕСТЕРОВ В. А.
ОХТИЛЕВ М. Ю.
ПАНКРАТОВ В. М.
РАСПОПОВ В. Я.
САБО Ю. И.
СТЕПАНОВ О. А.
СОЛДАТКИН В. М.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ХИМЕНКО В. И.
ЧЕБУРАХИН И. Ф.
ШИРЯЕВ В. И.
ШКОЛИН В. П.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

Афонин А. А., Сулаков А. С.

Полный замкнуто-разомкнутый алгоритм бесплатформенного
гравиинерциального комплекса 62

**Панкратов В. М., Ольшанский В. Ю., Серебряков А. В.,
Паршина И. Ф.**

Зависимость характеристик датчика инерциальной информа-
ции от жесткости чувствительного элемента. 68

А. А. Афонин, канд. техн. наук, доц.,
kaf305-mai@nm.ru,

А. С. Сулаков, канд. техн. наук, ст. преподаватель,
andrikman@gmail.com,

Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)

Полный замкнуто-разомкнутый алгоритм функционирования бесплатформенного гравиинерциального комплекса

Представлены результаты разработки усовершенствованного алгоритма функционирования векторного бесплатформенного гравиинерциального комплекса аэроморского подвижного объекта, использующего замкнуто-разомкнутую (смешанную) схему включения оптимального фильтра Калмана для оценивания и коррекции его параметров. Уделено внимание вопросам рационального использования в алгоритме моделей и параметров гравитационного поля Земли, применения различных систем координат, преобразования их параметров.

Ключевые слова: бесплатформенный гравиинерциальный комплекс, бесплатформенная инерциальная навигационная система, спутниковая навигационная система, оптимальный фильтр Калмана, смешанная схема, алгоритм функционирования, ускорение силы тяжести, аномалия, преобразование координат

Введение

На сегодняшний день сохраняет свою актуальность проблема повышения качества и эффективности мобильных гравиметрических измерений, предназначенных для решения ряда важных задач геофизики, геодезии и навигации, включая корреляционно-экстремальную, а также являющихся одним из этапов в поиске и разведке залежей полезных ископаемых, в том числе углеводородных соединений, тяжелых пород и минералов.

Современная технология аэроморской гравиметрии остается практически неизменной на протяжении уже нескольких десятков лет и заключается в исследовании территорий и акваторий посредством мобильных гравиметрических комплексов, расположенных на борту морских и воздушных объектов и включающих высокоточный гравиметрический датчик, который установлен на виброизолированной прецизионной гиростабилизированной платформе и интегрирован с корректирующими подсистемами [1]. Достоинствами современной мобильной гравиметрической съемки являются достаточно высокий уровень аппаратной, программной и технологической отработанности, а также точность (десятичные доли мГал), удолетворительная для большинства поставленных перед аэроморской гравиметрией задач. Тем не менее, основными недостатками современных гравиметрических комплексов являются чрезвычайно большие массогабаритные показатели (до единиц м³ и сотен кг),

энергопотребление (сотни Вт), стоимость (сотни тыс. дол США), связанные, в первую очередь, именно с необходимостью установки гравиметрического датчика на гиростабилизированную платформу для поддержания его ориентации по местной вертикали. Это предопределяет использование в качестве носителей гравиметрического оборудования самолетов и вертолетов среднего класса, среднетоннажных судов и подводных лодок небольшой маневренности, имеющих ограниченные возможности для оперативных и детальных гравиметрических исследований. При этом в случае морской гравиметрии чрезвычайно велики затраты на эксплуатацию научно-исследовательских судов и организацию длительных экспедиций при недостаточной производительности измерений (сотни...тысячи погонных км в месяц). Для аэрогравиметрии также чрезвычайно высока стоимость эксплуатации воздушного носителя, недостаточна детальность и оперативность измерений, кроме того, сохраняется потенциальная опасность при проведении работ в воздухе.

Для разрешения круга перечисленных проблем современной мобильной гравиметрии необходимо устранить ее главный недостаток — необходимость применения дорогого и массивного гиростабилизатора в конструкции гравиметрического комплекса для стабилизации высокоточного, но громоздкого однокомпонентного гравиметрического датчика. Это, в свою очередь, позволит существенно снизить массу, габаритные размеры, энергопотребление и стоимость комплекса, позволит перейти к его применению на борту аэроморских маневренных малоразмерных носителей, включая автоматически управляемые беспилотные. Таким образом, перспективным представляется создание высокоточного малогабаритного бесплатформенного гравиинерциального комплекса (БГК), обладающего лучшими массогабаритными, стоимостными характеристиками, меньшим энергопотреблением по сравнению с гиростабилизированными комплексами при соизмеримой погрешности измерения вертикальной проекции ускорения силы тяжести (УСТ). Кроме того, появляются отсутствовавшие у традиционных комплексов возможности измерений ее горизонтальных проекций (определения уклонов отвесных линий) [2].

Структурно-функциональные особенности БГК

БГК предназначен для высокоточного определения параметров ориентации и навигации подвижного объекта-носителя комплекса, а также измерения трех проекций вектора УСТ в точках его траектории. В работе [3] была рассмотрена и проанализирована наиболее простая разомкнутая схема применения оптимального фильтра Калмана (ОФК) при построении БГК, в статье [4] был обоснован и проанализирован перспективный вариант его замкнуто-разомкнутой (смешанной) схемы применения с итоговыми ошибками, отвечающими пол-

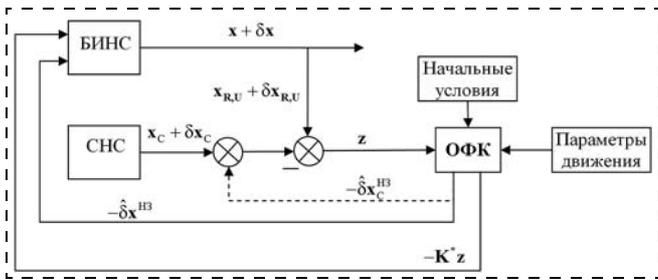


Рис. 1. Смешанная схема комплексной системы:
 \mathbf{x} — истинный вектор параметров системы; индекс c отвечает параметру, вычисляемому СНС; $\mathbf{x}_{R, U}$ — вектор, соответствующий части \mathbf{x} , состоящей из координат и проекций относительной скорости; символ δ обозначает погрешность соответствующей величины, $\hat{\cdot}$ — ее оценки, $H3$ — отвечает параметрам, по которым не проводится замыкание; \mathbf{K}^* — матрица, образованная строками матрицы \mathbf{K} оптимальных коэффициентов усиления ОФК, соответствующими параметрам, по которым осуществляется замыкание

ностью замкнутому случаю. При этом не в полной мере были освещены вопросы использования в алгоритме комплекса моделей и параметров гравитационного поля Земли, применения различных систем координат (СК), преобразования их параметров.

Рассмотрим усовершенствованный вариант смешанной схемы БГК аэроморского подвижного объекта (ПО) в составе высокоточных бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) и спутниковой навигационной системы (СНС) (рис. 1). По разности вычисленных БИНС и СНС координат и проекций относительной скорости формируется вектор измерений \mathbf{z} для ОФК. Параметры ориентации и навигации ПО, определяемые БИНС в соответствии со своим алгоритмом функционирования, корректируются оптимальными поправками, минимизирующими погрешности БИНС согласно традиционной "замкнутой" схеме включения ОФК. Поскольку по некоторым параметрам БИНС и СНС физически или технически сложно осуществлять традиционное "замыкание", эти параметры легко корректировать с использованием оценок их ошибок [4], обеспечивая итоговые минимальные погрешности комплекса, соответствующие теоретически возможному полностью замкнутому варианту.

Алгоритм функционирования БГК

Алгоритм функционирования БГК, представленный в правой Земной экваториальной СК (ЭСК) (начало — в центре Земли (ЦЗ), орты: ξ — на линии пересечения плоскости экватора с Гринвичским меридианом, η — в плоскости экватора, ζ — по направлению вращения Земли), имеет вид

$$\dot{\mathbf{A}} = 0,5 \mathbf{M}_{(\omega_0 - \hat{\delta}\omega_{O\Pi} - \mathbf{P}_\omega \omega_O + \mathbf{A}_{O/E}^T \mathbf{K}^{(0-2)} \mathbf{z})} \mathbf{A};$$

$$\mathbf{A}_{O/E} = \begin{pmatrix} \cos(ut) & \sin(ut) & 0 \\ -\sin(ut) & \cos(ut) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} [(2\lambda_0^2 - 1)\mathbf{E} + 2[\lambda\lambda^T] - 2\lambda_0 \mathbf{L}_\lambda];$$

$$\dot{\mathbf{U}} = -2\mathbf{u} \times \mathbf{U} + \left. \begin{aligned} & + \mathbf{A}_{O/E} \left(\mathbf{n}_O - \hat{\delta} \mathbf{n}_{O\Pi} - \begin{pmatrix} \hat{\delta} k_x^n & \hat{\Theta}_{xy}^n & 0 \\ 0 & \hat{\delta} k_y^n & 0 \\ \hat{\Theta}_{zx}^n & \hat{\Theta}_{zy}^n & \hat{\delta} k_z^n \end{pmatrix} \mathbf{n}_O \right) + \mathbf{g}_{ГН} + \\ & + (\mathbf{A} - \hat{\delta} \mathbf{A}_\Pi - \hat{\delta} \mathbf{A}_{C\Pi} - \mathbf{P}_A (\mathbf{R} - \mathbf{R}_H)) - \mathbf{K}^{(3-5)} \mathbf{z}; \\ & \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{U} - \mathbf{K}^{(6-8)} \mathbf{z}; \\ & \hat{\delta} \mathbf{n}_{O\Pi} = \mathbf{K}^{(9-11)} \mathbf{z}; \quad \hat{\delta} \omega_{O\Pi} = \mathbf{K}^{(12-14)} \mathbf{z}; \\ & \hat{\delta} \mathbf{R}_{C\Pi} = \mathbf{K}^{(15-17)} \mathbf{z}; \quad \hat{\delta} \mathbf{U}_{C\Pi} = \mathbf{K}^{(18-20)} \mathbf{z}; \\ & \hat{\delta} \mathbf{A}_\Pi = \mathbf{K}^{(21-23)} \mathbf{z}; \quad \hat{\delta} \mathbf{A}_{C\Pi} = -\mathbf{D}_\mu \hat{\delta} \mathbf{A}_{C\Pi} + \mathbf{K}^{(24-26)} \mathbf{z}; \\ & \hat{\mathbf{k}}^{\delta A} = \mathbf{K}^{(27-35)} \mathbf{z}; \\ & \hat{\delta} \mathbf{k}^\omega = \mathbf{K}^{(36-38)} \mathbf{z}; \quad \hat{\delta} \mathbf{k}^n = \mathbf{K}^{(39-41)} \mathbf{z}; \\ & \hat{\Theta}^\omega = \mathbf{K}^{(42-47)} \mathbf{z}; \quad \hat{\Theta}^n = \mathbf{K}^{(48-50)} \mathbf{z}; \\ & \mathbf{z} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} - \mathbf{R}_C + \hat{\delta} \mathbf{R}_{C\Pi} \\ \mathbf{U} - \mathbf{U}_C + \hat{\delta} \mathbf{U}_{C\Pi} \end{pmatrix}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где ω_O — вектор абсолютной угловой скорости и \mathbf{n}_O — вектор кажущегося ускорения ПО, измеренные блоками гироскопов и акселерометров БИНС; индексом O обозначены векторы, представленные в проекциях на оси связанной СК (ССК) (без данного индекса — на оси ЭСК); индексы ξ, η, ζ и x, y, z соответствуют проекциям на оси ЭСК и ССК соответственно. Вычисляемые комплексом величины: $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T$; $\mathbf{A} = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T$ — вектор параметров Родрига—Гамильтона $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, характеризующий поворот ССК относительно инерциальной СК;

$$\mathbf{L}_a = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_a = \begin{pmatrix} 0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ a_1 & 0 & a_3 & -a_2 \\ a_2 & -a_3 & 0 & a_1 \\ a_3 & a_2 & -a_1 & 0 \end{pmatrix} —$$

матрицы, составленные из элементов некоторого вектора $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)^T$; $\mathbf{A}_{O/E}$ — матрица ориентации ССК относительно базовой — ЭСК;

$$\mathbf{P}_\omega = \begin{pmatrix} \hat{\delta} k_x^\omega & \hat{\Theta}_{xy}^\omega & \hat{\Theta}_{xz}^\omega \\ \hat{\Theta}_{yx}^\omega & \hat{\delta} k_y^\omega & \hat{\Theta}_{yz}^\omega \\ \hat{\Theta}_{zx}^\omega & \hat{\Theta}_{zy}^\omega & \hat{\delta} k_z^\omega \end{pmatrix}, \text{ где } k_i^{\omega, n} — \text{масштабные ко-}$$

эффициенты гироскопов или акселерометров с измерительной осью i , $\mathbf{k}^{\omega, n}$ — составленные из них вектор-столбцы; $\Theta_{ij}^{\omega, n}$ — малые углы отклонений измерительных осей гироскопов или акселерометров от идеальной оси i вдоль оси j ССК, $\Theta^{\omega, n}$ — состав-

ленные из них вектор-столбцы; индекс $\langle i-j \rangle$ показывает, что в матрице \mathbf{K} сохранены с i -й по j -ю строки; $\mathbf{u} = (0, 0, u)^T$ — вектор угловой скорости вращения Земли, u — его модуль; t — текущее время работы; \mathbf{E} — единичная матрица соответствующей размерности; \mathbf{U} — вектор относительной скорости ПО; $\mathbf{g}_{ГН}$ — нормальный вектор УСТ; \mathbf{A} — вектор аномалии УСТ, известный заранее, с некоторой степенью

точности; $\mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} \hat{k}_{\xi\xi}^{\delta A} & \hat{k}_{\xi\eta}^{\delta A} & \hat{k}_{\xi\zeta}^{\delta A} \\ \hat{k}_{\eta\xi}^{\delta A} & \hat{k}_{\eta\eta}^{\delta A} & \hat{k}_{\eta\zeta}^{\delta A} \\ \hat{k}_{\zeta\xi}^{\delta A} & \hat{k}_{\zeta\eta}^{\delta A} & \hat{k}_{\zeta\zeta}^{\delta A} \end{pmatrix}$, где $k_{ij}^{\delta A}$ — линейные

коэффициенты модели погрешности аномалии в проекции на ось i , зависящие от координаты или параметра j , $\mathbf{k}^{\delta A}$ — составленный из них вектор-столбец; \mathbf{R} — геоцентрический радиус-вектор местоположения ПО, индекс n означает начальное значение; \mathbf{D}_μ — диагональная матрица коэффициентов затухания корреляционных функций; индекс cl обозначает случайные составляющие величин, а индекс n отвечает их систематическим постоянным составляющим.

Возможен альтернативный вариант вычисления $\mathbf{A}_{O/E}$ посредством решения уравнения Пуассона, тогда первые два соотношения (1) должны быть заменены на

$$\dot{\mathbf{A}}_{O/E} = -\mathbf{L}_u \mathbf{A}_{O/E} + \mathbf{A}_{O/E} \mathbf{L}_{(\omega_0 - \delta\omega_{Op} - \mathbf{P}_\omega \omega_O + \mathbf{A}_{O/E}^T \mathbf{K}^{(0-2)} \mathbf{z})}$$

Алгоритм определения \mathbf{K} имеет традиционный для ОФК вид [3, 4] при векторе состояния, соответствующем общему случаю:

$$\delta \mathbf{x} = (\theta_{\xi, \eta, \zeta}, \delta U_{\xi, \eta, \zeta}, \delta R_{\xi, \eta, \zeta}, \delta n_{x, y, z, \Pi}, \delta \omega_{x, y, z, \Pi}, \delta R_{\xi, \eta, \zeta, \Pi}, \delta U_{\xi, \eta, \zeta, \Pi}, \delta A_{\xi, \eta, \zeta, \Pi}, \delta A_{\xi, \eta, \zeta, \Pi}, \delta A_{\xi, \eta, \zeta, \Pi}, k_{\xi\xi}^{\delta A}, k_{\xi\eta}^{\delta A}, k_{\xi\zeta}^{\delta A}, k_{\eta\xi}^{\delta A}, k_{\eta\eta}^{\delta A}, k_{\eta\zeta}^{\delta A}, k_{\zeta\xi}^{\delta A}, k_{\zeta\eta}^{\delta A}, k_{\zeta\zeta}^{\delta A}, \delta k_{x, y, z}^\omega, \delta k_{x, y, z}^n, \Theta_{xy, xz, yx, yz, zx, zy}^\omega, \Theta_{xy, zx, zy}^n),$$

где θ — вектор малого поворота, характеризующий уход вычисленной ЭСК.

Определенная комплексом аномалия УСТ вычисляется по соотношению

$$\mathbf{A}_{опр} = \mathbf{A} - \hat{\delta} \mathbf{A}_\Pi - \hat{\delta} \mathbf{A}_{cл} - \mathbf{P}_A (\mathbf{R} - \mathbf{R}_n).$$

При этом в типичном для мобильной гравиметрии случае отсутствия исходной информации о значениях проекций аномалии УСТ можно положить $\mathbf{A} = 0$.

В ряде случаев, например, при протяженных траекториях ПО, оказывается целесообразным в алгоритме (1) строить модель аномалии УСТ не в ЭСК, а в другой традиционной СК, например, географической. Тогда

$$\mathbf{A}_{опр} = \mathbf{B} (\mathbf{A}_G - \hat{\delta} \mathbf{A}_{G\Pi} - \hat{\delta} \mathbf{A}_{Gcл} - \mathbf{P}_B (\lambda - \lambda_n, \varphi - \varphi_n, h - h_n)^T);$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\sin\lambda & -\sin\varphi \cos\lambda & \cos\varphi \cos\lambda \\ \cos\lambda & -\sin\varphi \sin\lambda & \cos\varphi \sin\lambda \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{P}_B = \begin{pmatrix} \hat{k}_{E\lambda}^{\delta A} & \hat{k}_{E\varphi}^{\delta A} & \hat{k}_{Eh}^{\delta A} \\ \hat{k}_{N\lambda}^{\delta A} & \hat{k}_{N\varphi}^{\delta A} & \hat{k}_{Nh}^{\delta A} \\ \hat{k}_{r\lambda}^{\delta A} & \hat{k}_{r\varphi}^{\delta A} & \hat{k}_{rh}^{\delta A} \end{pmatrix},$$

где λ — географическая (геоцентрическая) долгота, φ — географическая широта, h — высота ПО над референц-эллипсоидом, которые могут быть получены изложенными ниже способами. Индекс G отвечает векторам, представленным в проекциях на оси географической СК (индексы E, N, r). Аналогично можно представить модель аномалии в геоцентрической СК, заменив в последнем выражении φ на $\varphi_{ГН}$ — геоцентрическую широту — и h на R , а также в ортодромической, стартовой и других удобных для использования СК.

Кроме того, в случае преимущественно близкого к равномерному движению ПО с мало меняющейся ориентацией в (1) без заметной потери точности можно исключить составляющие, обусловленные ошибками масштабных коэффициентов и отклонениями ориентаций измерительных осей гироскопов и акселерометров, а также заменить зависимости погрешностей проекций аномалии от координат на временные зависимости для обоих рассмотренных случаев:

$$\mathbf{A}_{опр} = \mathbf{A} - \hat{\delta} \mathbf{A}_\Pi - \hat{\delta} \mathbf{A}_{cл} - (\hat{k}_{\xi t}^{\delta A} \hat{k}_{\eta t}^{\delta A} \hat{k}_{\zeta t}^{\delta A})^T t;$$

$$\mathbf{A}_{опр} = \mathbf{B} (\mathbf{A}_G - \hat{\delta} \mathbf{A}_{G\Pi} - \hat{\delta} \mathbf{A}_{Gcл} - (\hat{k}_{Et}^{\delta A} \hat{k}_{Nt}^{\delta A} \hat{k}_{rt}^{\delta A})^T t).$$

В алгоритме БГК, как и в работах [3, 4], ошибки СНС описываются совокупностью постоянных и случайных составляющих, представленных суммой белого шума и стационарного случайного процесса. При типичном движении ПО систематические погрешности СНС по координатам и погрешности БИНС по координатам наблюдаются в комбинации. Следовательно, особенностью представленного алгоритма является возможность компенсации систематических погрешностей СНС при очень высокоточной начальной выставке БИНС по параметрам навигации, осуществляемой, например, по длительно накопленной и статистически обработанной информации СНС о координатах точки старта ПО из неподвижного положения, что позволяет повысить итоговую точность комплексной системы. В то же время, когда погрешность начальной выставки БИНС превышает текущие погрешности СНС, использование данного вида коррекции нецелесообразно.

Оставляя за рамками данной статьи необходимые для работы БГК алгоритмические модули формирования начальных условий и учета параметров движения, собственно модуль ОФК, а также, напри-

мер, важный модуль процедуры начальной выставки комплекса и многие другие, ниже сосредоточим внимание на алгоритмических модулях, непосредственно необходимых для функционирования (1), дополняющих и расширяющих его возможности.

Алгоритмический модуль вычисления нормального УСТ

В алгоритме функционирования БГК $g_{ГН}$ описан следующими соотношениями [2]:

$$g_{ГН} = F_{N_{ГЦ}} N_{ГЦ} + F_R \mathbf{1}_R - \mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{R});$$

$$\mathbf{1}_R = \mathbf{R}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R})^{-0,5} = [l_\xi, l_\eta, l_\zeta]^T;$$

$$\mathbf{E}_{ГЦ} = (\zeta \times \mathbf{1}_R)(1 - l_\zeta^2)^{-0,5}; \quad \mathbf{N}_{ГЦ} = \mathbf{1}_R \times \mathbf{E}_{ГЦ};$$

$$R = (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R})^{0,5};$$

$$F_{N_{ГЦ}} = g_e(q - e^2)(a/R)^4 l_\zeta^2 (1 - l_\zeta^2)^{0,5} [1 + e^2(0,5e^2 - 30q/14)(q - e^2)^{-1} \{1 + [30q/14 - 1,5e^2 + l_\zeta^2(3,5e^2 - 5q)](q - e^2)^{-1}(ea/R)^2\}];$$

$$F_R = -g_e(a/R)^2 \{1 - 0,5e^2 - 0,125e^4 + q(1,5 - 15e^2/28) + [0,5e^2 - 0,25e^4 + q(-0,5 + 15e^2/14) - l_\zeta^2(1,5e^2 - 0,75e^4 + q(-1,5 + 45e^2/14))](a/R)^2 + [0,375e^2 - 15q/28 + l_\zeta^2(0,625e^2 - 25q/28) - l_\zeta^2(1 - l_\zeta^2)(4,375e^2 - 6,25q)]e^2(a/R)^4\},$$

где $F_{N_{ГЦ}}$, F_R — проекции напряженности нормального поля тяготения Земли на оси сопровождающей геоцентрической СК с ортами $\mathbf{E}_{ГЦ}$ (Восток), $\mathbf{N}_{ГЦ}$ (Север), $\mathbf{1}_R$ (геоцентрическая вертикаль), вычисляемые, например, в соответствии с работой [5]; g_e — модуль нормального УСТ на экваторе; q — отношение центробежной силы, возникающей вследствие вращения Земли, к силе тяжести на экваторе; $e = (a^2 - b^2)^{0,5} a^{-1}$ и a , b — первый эксцентриситет и большая и малая полуоси референц-эллипсоида соответственно.

Аналогичным образом могут быть использованы любые другие модели для $F_{N_{ГЦ}}$ и F_R , зависящих исключительно от использованных экваториальных или геоцентрических координат, связанных следующими простыми соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi_{ГЦ} &= R_\zeta / R = l_\zeta; \\ \cos \varphi_{ГЦ} &= \sqrt{R_\eta^2 + R_\xi^2} / R = (1 - l_\zeta^2)^{0,5}; \\ \sin \lambda &= R_\eta / \sqrt{R_\eta^2 + R_\xi^2} = l_\eta (1 - l_\zeta^2)^{-0,5}; \\ \cos \lambda &= R_\xi / \sqrt{R_\eta^2 + R_\xi^2} = l_\xi (1 - l_\zeta^2)^{-0,5}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

из которых $\varphi_{ГЦ}$ и λ могут быть получены общеизвестными способами.

Также возможно использование различных моделей нормального поля тяготения, предполагающих зависимость от экваториальных или геоцентрических координат и h , например, [5]

$$F_{N_{ГЦ}} = g_e(q - e^2) l_\zeta (1 - l_\zeta^2)^{0,5} [1 - 4ha^{-1} - e^4(q - e^2)^{-1} + 2e^2(3e^2 - 6q)(q - e^2)^{-1} l_\zeta^2 (1 - l_\zeta^2)];$$

$$F_R = -g_e [1 - 0,5e^2 l_\zeta^2 + q(1 + 1,5 l_\zeta^2) + e^4(-0,125 l_\zeta^2 - 1,375 l_\zeta^2 (1 - l_\zeta^2)) + e^2 q(-17 l_\zeta^2 / 28 + 3,25 l_\zeta^2 (1 - l_\zeta^2)) + ha^{-1} e^2 (3 l_\zeta^2 - 1) + ha^{-1} q(-1 - 6 l_\zeta^2) - 2ha^{-1} + 3h^2 a^{-2}]$$

или исключительно от h и φ , например, [5]

$$F_{N_{ГЦ}} = 0,5g_e(q - e^2) \sin 2\varphi [1 - 4ha^{-1} - qe^2(q - e^2)^{-1} - 0,5e^2(e^2 + 2q)(q - e^2)^{-1} \sin^2 \varphi];$$

$$F_R = -g_e [1 - 0,5e^2 \sin^2 \varphi + q(1 + 1,5 \sin^2 \varphi) + e^4(-0,125 \sin^2 \varphi - 0,09375 \sin^2 2\varphi) + e^2 q(-17 \sin^2 \varphi / 28 + 0,0625 \sin^2 2\varphi) + ha^{-1} e^2 (3 \sin^2 \varphi - 1) + ha^{-1} q(-1 - 6 \sin^2 \varphi) - 2ha^{-1} + 3h^2 a^{-2}].$$

Однако в этих случаях дополнительно необходимо пересчет определяемых комплексом экваториальных координат в геоцентрические и далее в географические на каждом такте вычислений. В то время, как первое преобразование очевидно, преобразование же геоцентрических координат в географические представляет сложную математическую задачу, как правило, приближенно решаемую алгоритмами итерационного типа [6].

Алгоритмический модуль преобразования координат

В качестве альтернативы существующим численным итерационным алгоритмам был разработан оригинальный аналитический алгоритм, связывающий геоцентрические и географические координаты [7]. В основе алгоритма лежат соотношения, возникающие из геометрической интерпретации вопроса (рис. 2). Для формирования уравнения от-

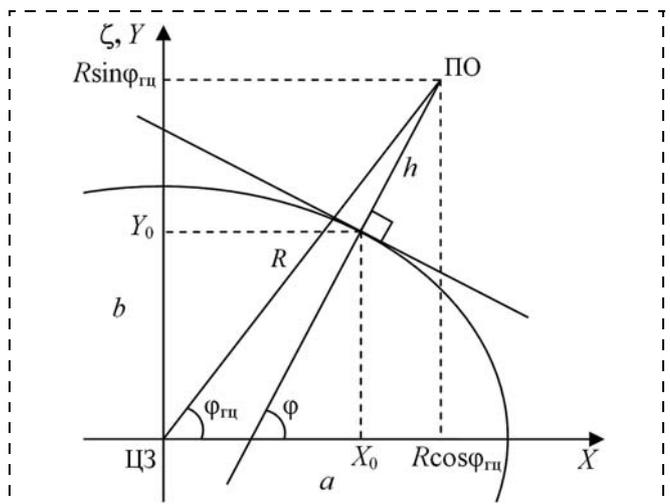


Рис. 2. Геометрическая интерпретация связи геоцентрических и географических координат

носителем абсциссы X_0 общей точки нормали и эллипса приравнены выражения для ее ординаты Y_0 , полученные из уравнений прямой и эллипса:

$$\frac{a\sqrt{a^2 - X_0^2}}{bX_0} X_0 + R\sin|\varphi_{\text{ГЦ}}| - \frac{a\sqrt{a^2 - X_0^2}}{bX_0} R\cos\varphi_{\text{ГЦ}} = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - X_0^2}. \quad (3)$$

Аналогично записывается уравнение относительно Y_0 :

$$\frac{b\sqrt{b^2 - Y_0^2}}{aY_0} Y_0 + R\cos\varphi_{\text{ГЦ}} - \frac{b\sqrt{b^2 - Y_0^2}}{aY_0} R\sin\varphi_{\text{ГЦ}} = \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - Y_0^2}. \quad (4)$$

Оба уравнения могут быть сведены к форме линейных алгебраических. В первом случае:

$$X_0^4 - \frac{2R\cos\varphi_{\text{ГЦ}}}{e^2} X_0^3 + \left(-a^2 + \frac{R^2\cos^2\varphi_{\text{ГЦ}}}{e^4} + \frac{b^2R^2\sin^2\varphi_{\text{ГЦ}}}{a^2e^4}\right) X_0^2 + \frac{2a^2R\cos\varphi_{\text{ГЦ}}}{e^2} X_0 - \frac{a^2R^2\cos^2\varphi_{\text{ГЦ}}}{e^4} = 0.$$

Решить уравнение можно, например, методом Декарта—Эйлера, тогда полезный корень $X_0 = -0,5(\sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} - \sqrt{t_3}) - 0,25A$, где $t_{1,2,3}$ и A — параметры решения линейного алгебраического уравнения четверной степени [8]. Тогда

$$Y_0 = \text{sign}\varphi_{\text{ГЦ}} \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - X_0^2};$$

$$\varphi = \text{sign}\varphi_{\text{ГЦ}} \cdot \arctg\left(\frac{a\sqrt{a^2 - X_0^2}}{bX_0}\right);$$

$$h = \pm\sqrt{(R\cos\varphi_{\text{ГЦ}} - X_0)^2 + (R\sin\varphi_{\text{ГЦ}} - Y_0)^2},$$

при нахождении ПО над ($R > R_0$) и под ($R < R_0$) поверхностью референц-эллипсоида соответственно, где R_0 определяет его поверхность ($h = 0$) [5]:

$$R_0 = \frac{ab}{\cos\varphi_{\text{ГЦ}}\sqrt{b^2 + a^2\text{tg}^2\varphi_{\text{ГЦ}}}}.$$

Во втором случае:

$$Y_0^4 + \frac{2R\sin\varphi_{\text{ГЦ}}}{l^2} Y_0^3 + \left(-b^2 + \frac{R^2\sin^2\varphi_{\text{ГЦ}}}{l^4} + \frac{a^2R^2\cos^2\varphi_{\text{ГЦ}}}{b^2l^4}\right) Y_0^2 - \frac{2b^2R\sin\varphi_{\text{ГЦ}}}{l^2} Y_0 - \frac{b^2R^2\sin^2\varphi_{\text{ГЦ}}}{l^4} = 0,$$

где $l = (a^2 - b^2)^{0,5}b^{-1}$ — второй эксцентриситет референц-эллипсоида. Полезные корни $Y_{01} = 0,5(\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3}) - 0,25A$, $Y_{02} = -0,5(\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3}) - 0,25A$ для ПО в северном ($\varphi_{\text{ГЦ}} > 0$) или южном ($\varphi_{\text{ГЦ}} < 0$) полушарии соответственно. Тогда

$$X_{01,2} = \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - Y_{01,2}^2}; \varphi = \text{sign}\varphi_{\text{ГЦ}} \cdot \pi/2 - \arctg(b\sqrt{b^2 - Y_{01,2}^2}/aY_{01,2}),$$

и h вычисляется так же, как в предыдущем случае.

Важной особенностью алгоритма преобразования координат является непосредственная возможность определения экваториальных координат точки, расположенной на поверхности референц-эллипсоида под ПО:

$$R_{\xi 0} = Y_0; R_{\eta 0} = X_0\cos\lambda = X_0R_{\xi}/\sqrt{R_{\eta}^2 + R_{\xi}^2};$$

$$R_{\eta 0} = X_0\sin\lambda = X_0R_{\eta}/\sqrt{R_{\eta}^2 + R_{\xi}^2},$$

что представляет интерес в рамках некоторых задач геодезии и геофизики.

Оба рассмотренных варианта аналитического преобразования координат теоретически должны давать идентичные результаты, однако практически при вычислениях на ЭВМ с ограниченной разрядной сеткой в обоих случаях возникают вычислительные ошибки, в особенности при нахождении ПО в районах экватора и полюсов, причем для первого случая погрешность особенно заметно нарастает с уменьшением $|\varphi|$ в нижних широтах, для второго случая — с его увеличением в верхних широтах для обоих полушарий. Таким образом, предпочтительно использование первого варианта в верхних и средних широтах, второго — в нижних и средних. Тем не менее, из-за сохранения остаточной погрешности в узкой окрестности экватора и полюсов там предпочтительно использование следующих приближенных соотношений [5]:

$$h = R - R_0, \varphi = \arctg(\text{tg}\varphi_{\text{ГЦ}}/[1 - e^2(1 - h/a)]).$$

В итоге, как показали проведенные исследования, для современных ЭВМ с разрядной сеткой не менее 32 предложенным способом удается обеспечить итоговую точность преобразования координат на всех широтах и высотах до сотен километров на уровне до долей миллиметра.

Кроме того, используя нижеследующие соотношения [5]:

$$\text{tg}\varphi_{\text{ГЦ}} = \left(1 - \frac{ae^2}{a + h\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}}\right) \text{tg}\varphi;$$

$$R = \left(\frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} + h\right) \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_{\text{ГЦ}}},$$

легко получить выражения для высоты

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{a((e^2 - 1)\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{tg}\varphi_{\text{ГЦ}})}{(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi_{\text{ГЦ}})\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}}; \\ h &= R\frac{\sin\varphi_{\text{ГЦ}}}{\sin\varphi} - \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}}. \end{aligned} \right\} (5)$$

Из них или используя (3) или (4), можно получить линейные алгебраические уравнения относительно $\operatorname{tg}\varphi$ и $\operatorname{ctg}\varphi$ [7]:

$$\begin{aligned} &\operatorname{tg}^4\varphi - 2\operatorname{tg}^3\varphi\operatorname{tg}\varphi_{\text{ГЦ}} + \operatorname{tg}^2\varphi\frac{R^2 - e^2R^2\sin^2\varphi_{\text{ГЦ}} - a^2e^4}{(1 - e^2)R^2\cos^2\varphi_{\text{ГЦ}}} - \\ &\quad - \operatorname{tg}\varphi\frac{2\operatorname{tg}\varphi_{\text{ГЦ}}}{1 - e^2} + \frac{\operatorname{tg}^2\varphi_{\text{ГЦ}}}{1 - e^2} = 0; \\ \operatorname{ctg}^4\varphi - 2\operatorname{ctg}^3\varphi\operatorname{ctg}\varphi_{\text{ГЦ}} + \operatorname{ctg}^2\varphi\frac{R^2 + l^2R^2\cos^2\varphi_{\text{ГЦ}} - b^2l^4}{(1 + l^2)R^2\sin^2\varphi_{\text{ГЦ}}} - \\ &\quad - \operatorname{ctg}\varphi\frac{2\operatorname{ctg}\varphi_{\text{ГЦ}}}{1 + l^2} + \frac{\operatorname{ctg}^2\varphi_{\text{ГЦ}}}{1 + l^2} = 0. \end{aligned}$$

Каждое из них также можно использовать для определения φ , при этом точность решения на ЭВМ для верхних и нижних широт для каждого из уравнений будет варьироваться аналогично описанному выше. Далее, используя одно из уравнений (5), можно вычислять h .

Однако описанное преобразование координат того или иного вида на каждом вычислительном такте алгоритма БГК — весьма затруднительная процедура, сильно загружающая бортовую ЭВМ. Таким образом, представляется целесообразным минимизировать ее использование, привлекая только по мере необходимости, например, при выдаче потребителю текущих данных.

В случае же необходимости использования какой-либо модели гравитационного поля Земли, явно зависящей от h и φ , предложенные выше алгоритмы преобразования координат можно заменить комбинацией одного из соотношений (5) с дифференциальным уравнением относительно φ , дополняющей исходный алгоритм БГК. Дифференциальное уравнение может быть получено из (5) путем приравнивания, упрощения и дифференцирования обоих соотношений с учетом (2):

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= ((R_{\xi}\dot{R}_{\xi} + R_{\eta}\dot{R}_{\eta})\operatorname{tg}\varphi - \dot{R}_{\xi}\sqrt{R_{\xi}^2 + R_{\eta}^2}) \times \\ &\times (1 - e^2\sin^2\varphi)\cos^2\varphi/(ae^2\cos^3\varphi\sqrt{(1 - e^2\sin^2\varphi)}) \times \\ &\times \sqrt{R_{\xi}^2 + R_{\eta}^2} - (R_{\xi}^2 + R_{\eta}^2)(1 - e^2\sin^2\varphi) + \\ &+ ((R_{\xi}^2 + R_{\eta}^2)\operatorname{tg}\varphi - R_{\xi}\sqrt{R_{\xi}^2 + R_{\eta}^2})e^2\sin\varphi\cos^3\varphi. \end{aligned}$$

При этом для решения дифференциального уравнения необходимо начальное условие $\varphi_{\text{Н}}$, которое должно соответствовать $\mathbf{R}_{\text{Н}}$ в алгоритме функционирования БГК. Определить $\varphi_{\text{Н}}$ можно по одному из изложенных аналитических алгоритмов преобразования координат или итерационным способом [6].

Уточненный алгоритмический модуль определения параметров ориентации

Параметры ориентации ПО (курс ψ , тангаж ϑ , крен γ) в БГК вычисляются согласно унифицированному алгоритму [2]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Z}_1 &= (\mathbf{x} \times \mathbf{r})|\mathbf{x} \times \mathbf{r}|^{-1}; \\ \psi &= -\arctg(\mathbf{N}_{\text{ГТ}} \cdot \mathbf{Z}_1(\mathbf{E}_{\text{ГТ}} \cdot \mathbf{Z}_1)^{-1}); \\ \vartheta &= \arctg(\mathbf{x} \cdot \mathbf{r}(1 - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{r})^2)^{-0,5}); \\ \gamma &= \arctg(\mathbf{y} \cdot \mathbf{Z}_1(\mathbf{z} \cdot \mathbf{Z}_1)^{-1}), \end{aligned} \right\}$$

где \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} — орты ССК (представляют собой 1-й, 2-й и соответственно 3-й столбцы $\mathbf{A}_{O/E}$); $\mathbf{E}_{\text{ГТ}}$, $\mathbf{N}_{\text{ГТ}}$, \mathbf{r} — орты восточного, северного и вертикального направлений географической СК. Эти орты в работе [2] вычисляются по формулам

$$\mathbf{r} = -\mathbf{g}_{\text{ГТ}}\mathbf{g}_{\text{ГТ}}^{-1}; \mathbf{E}_{\text{ГТ}} = \mathbf{E}_{\text{ГЦ}}; \mathbf{N}_{\text{ГТ}} = \mathbf{r} \times \mathbf{E}_{\text{ГТ}},$$

имеющим методическую ошибку, поскольку на высотах, отличных от нуля, нормаль к референц-эллипсоиду и направление нормального УСТ, строго говоря, не совпадают из-за наличия северной составляющей нормального УСТ при $h \neq 0$. Эта ошибка пренебрежимо мала при небольших текущих высотах (глубинах) ПО, однако на высотах порядка десятков тысяч метров погрешность достигает единиц угловых секунд, в этом случае ее целесообразно учитывать.

Орт нормали к референц-эллипсоиду может быть точно получен поворотом $\mathbf{1}_R$ на угол $(\varphi_{\text{ГЦ}} - \varphi)$ вокруг $\mathbf{E}_{\text{ГТ}}$. Тогда, например, по формуле Родрига:

$$\mathbf{r} = \mathbf{1}_R + (1 + \Theta^2/4)^{-1}(\Theta \times (\mathbf{1}_R + \Theta \times \mathbf{1}_R/2)),$$

где $\Theta = 2\mathbf{E}_{\text{ГТ}}\operatorname{tg}((\varphi_{\text{ГЦ}} - \varphi)/2)$ — соответствующий вектор конечного поворота. В итоге параметры ориентации БГК будут лишены методических погрешностей.

Заключение

Подтверждена актуальность построения БГК аэроморского ПО, представлен его усовершенствованный алгоритм функционирования, использующий смешанную схему включения ОФК в комплексную систему с итоговыми ошибками, отвечающими ее полностью замкнутому варианту. Рассмотрены модификации алгоритма комплекса, позволяющие применять математические модели нормального УСТ, зависящие от экваториальных или геоцентрических, а также географических координат. Представлены варианты алгоритмов преобразования геоцентрических координат в географические. Уточнена процедура вычисления орта географической вертикали и параметров ориентации ПО.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ по проектам 14.V37.21.1904 от 04.10.2012 г. и 14.V37.21.1545 от 20.09.2012 г. ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009—2013 годы".

Список литературы

1. Применение гравинерциальных технологий в геофизике. Сборник статей и докладов / Под общей редакцией академика РАН В. Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2002.
2. Тювин А. В., Афонин А. А., Черноморский А. И. Об одной концепции векторных гравиметрических измерений // Авиакосмическое приборостроение. 2005. № 3.
3. Афонин А. А., Сулаков А. С. Алгоритм оценивания параметров гравитационного поля, ориентации и навигации бес-

платформенного гравинерциального комплекса // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 9. С. 58—65.

4. Афонин А. А., Сулаков А. С. О коррекции параметров ориентации, навигации и гравиметрии в замкнутой схеме включения фильтра Калмана навигационного комплекса // Авиакосмическое приборостроение. 2011. № 8.

5. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1966.

6. ГОСТ Р 51794—2001. Аппаратура радионавигационная глобальной спутниковой системы и глобальной системы позиционирования. Системы координат. Методы преобразования координат определения точек. Госстандарт России. Москва.

7. Афонин А. А., Сулаков А. С., Тювин А. В., Сачков Г. П. Об одной модификации алгоритма бесплатформенного гравинерциального навигационного комплекса // Тр. XXXVIII "Все-российской конференции по управлению движением кораблей и специальных подводных аппаратов". М.: ИПУ РАН, 2012.

8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, 1974.

УДК 531:629

В. М. Панкратов¹,

д-р техн. наук, зам. директора по научной работе,
iptmuran@san.ru,

В. Ю. Ольшанский¹,

д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр.,

А. В. Серебряков², канд. физ.-мат. наук, доц.,

И. Ф. Паршина¹, аспирант,

abitovaif@rambler.ru

¹ Институт проблем точной механики
и управления РАН, г. Саратов,

² Энгельсский технологический институт (филиал) СГТУ

Зависимость характеристик датчика инерциальной информации от жесткости чувствительного элемента

Рассмотрено взаимодействие микроэлектромеханических структур и чувствительного элемента датчика инерциальной информации. Работа датчика основана на явлении пьезоэффекта и позволяет измерять один из компонентов угловой скорости контролируемого объекта. Представлено решение задачи с учетом распространения в чувствительном элементе упругих волн.

Ключевые слова: сила Кориолиса, угловая скорость, упругие колебания, пьезоэффект, электроупругость

Введение

В данной работе исследованы характеристики датчика инерциальной информации. Устройство предназначено для измерения одной из компонент угловой скорости вращения контролируемого объекта. В работах [1—5] приведены принципиальная схема датчика, а также результаты расчетов для переходного этапа и установившихся колебаний. При этом чувствительный элемент датчика рассматривался как абсолютно твердое тело. В данной статье

рассматривается случай, когда колебания микроэлектромеханических структур, взаимодействующих с чувствительным элементом, вызывают в нем упругие деформации.

Объект исследования

Рассматривается датчик инерциальной информации. Устройство предназначено для измерения одной из компонент угловой скорости вращения контролируемого объекта. Конструкция датчика включает в себя микроэлектромеханические структуры в виде двух взаимно перпендикулярных пьезо-керамических пластин Π_1 и Π_2 , а также чувствительный элемент (ЧЭ) в форме упругого куба массой M с ребром l . Пластины имеют равные толщины $h_1 = h_2 = h$. У каждой пластины одно из оснований закреплено, а другое находится в контакте с ЧЭ. Контакт реализован так, что на пластины передаются только нормальные механические усилия. На пластину Π_1 подается переменный ток. Вследствие этого в ней за счет обратного пьезоэффекта возбуждаются упругие волны, которые вызывают колебания ЧЭ. При наличии угловой скорости переносимого вращения ЧЭ как присоединенная масса воздействует на пластину Π_2 . За счет прямого пьезоэффекта в этой пластине генерируется электрический ток. Характеристики тока зависят от значения угловой скорости. Учитывается, что выбор материала для изготовления ЧЭ определяет его податливость, которая, в свою очередь, влияет на распространение в ЧЭ упругих волн и, тем самым, на положение его центра масс. С учетом названных факторов требуется рассчитать амплитудно-частотные характеристики датчика.

Математическая модель

В качестве математической модели рассматривается связанная линейная динамическая задача электроупругости для системы упругих тел. Микро-

электромеханические структуры рассматриваются как пластины, у которых по толщине распространяются упругие волны, связанные с электрическим полем за счет явления пьезоэффекта. Так как период колебаний пластин мал, и за один период угловая скорость Ω изменяется незначительно, то рассматривается режим установившихся колебаний. Учитывается наличие вязкого трения. Выбрав систему координат с осями, нормальными к основаниям пластин, представим упругие перемещения функциями $u_k(x_k, t)$ и электрические потенциалы — функциями $\psi_k(x_k, t)$, где $k = 1, 2$.

После перехода к безразмерной форме уравнения механических колебаний можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} + 2\alpha \frac{\partial u_k}{\partial t} = \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}, \quad k = 1, 2. \quad (1)$$

Для электрических потенциалов используются уравнения вынужденной электростатики [5] в виде

$$\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial x_k^2} = \frac{k_{33}^2}{1 - k_{33}^2} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}, \quad k = 1, 2. \quad (2)$$

Здесь k_{33}^2 — продольный статический коэффициент электромеханической связи. Уравнения (2) рассматриваются при граничных условиях для электрических потенциалов. Эти условия имеют вид

$$\begin{aligned} \psi_1(0, t) = -U(t)/2, \quad \psi_1(h_1, t) = U(t)/2, \\ \psi_2(0, t) = 0, \quad \psi_2(h_2, t) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

В формулы (3) входит напряжение $U(t)$, приложенное к пластине Π_1 .

Уравнения механических колебаний (1) также следует рассматривать при определенных граничных условиях. Условия вида

$$u_k(0, t) = 0, \quad k = 1, 2 \quad (4)$$

учитывают закрепление пьезопластин на корпусе датчика. Следует также сформулировать граничные условия на поверхности контакта с ЧЭ. Эти условия можно получить из выполнения равенств

$$\sigma(h_k, t)A = -M \frac{\partial^2 u_{Ck}(t)}{\partial t^2} + F_k^c, \quad k = 1, 2. \quad (5)$$

Здесь $\sigma(h_k, t)$ — нормальные напряжения на поверхности контакта пьезопластины и ЧЭ; A — площадь этой поверхности. Правая часть формул (5) содержит силы инерции, которые определяют воздействие со стороны ЧЭ на пьезопластину. Силы инерции выражены через ускорение центра масс C ЧЭ. Дополнительные слагаемые (кориолисовы силы F_k^c) представлены выражениями

$$F_1^c = 2M\Omega_3 \frac{\partial u_{C2}(t)}{\partial t}, \quad F_2^c = -2M\Omega_3 \frac{\partial u_{C1}(t)}{\partial t}. \quad (6)$$

Формулы (6) содержат измеряемый компонент Ω_3 угловой скорости, а также проекции скорости центра масс ЧЭ. В рамках линейной теории пьезоэффекта между механическими напряжениями,

деформациями и напряженностью электрического поля E устанавливается зависимость вида

$$\sigma = \frac{1}{s_{33}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - d_{33} E \right). \quad (7)$$

Здесь s_{33} — упругая податливость материала. Используем выражения (5)—(7), и перейдем далее к безразмерной форме. Получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi_1(h_1, t)}{\partial x_1} &= m \left(-\frac{\partial^2 u_{C1}(t)}{\partial t^2} + 2\omega \frac{\partial u_{C2}(t)}{\partial t} \right), \\ \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial x_2} + \frac{\partial \psi_2(h_2, t)}{\partial x_2} &= m \left(-\frac{\partial^2 u_{C2}(t)}{\partial t^2} - \right) \end{aligned} \quad (8)$$

В условия (8) входят безразмерные комплексы $m = Ms_{33}c^2/Ah$, $\omega = \Omega_3 h/c$.

Движения центра масс C чувствительного элемента получаются в результате осреднения по объему ЧЭ перемещений элементов сплошной среды. Используется приближенная оценка механических колебаний в ЧЭ. При этом полагается, что колебания можно разложить на независимые составляющие $v_1(x_1, t)$ и $v_2(x_2, t)$ вдоль осей координат. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{Ck}(t)}{\partial t} &= \frac{1}{l} \int_{h_k}^{h_k+l} \frac{\partial v_k(x_k, t)}{\partial t} dx_k, \\ \frac{\partial^2 u_{Ck}(t)}{\partial t^2} &= \frac{1}{l} \int_{h_k}^{h_k+l} \frac{\partial^2 v_k(x_k, t)}{\partial t^2} dx_k, \quad k = 1, 2. \end{aligned} \quad (9)$$

Для перемещений $v_1(x_1, t)$ и $v_2(x_2, t)$ приходим к волновым уравнениям вида

$$\frac{\partial^2 v_k}{\partial t^2} + 2\alpha_v \frac{\partial v_k}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 v_k}{\partial x_k^2}, \quad k = 1, 2. \quad (10)$$

В формулах (10) величина a^2 определяется отношением скоростей упругих волн в пьезокерамических пластинах и в ЧЭ. К уравнениям (10) добавляются условия неразрывного контакта между пьезопластинами и ЧЭ

$$u_k(h_k, t) = v_k(h_k, t), \quad k = 1, 2, \quad (11)$$

а также условия

$$\frac{\partial v_k(h_k + l, t)}{\partial x_k} = 0, \quad k = 1, 2, \quad (12)$$

на свободных поверхностях ЧЭ.

Краевую задачу (1)—(4), (8)—(12) решали для случая, когда внешнее напряжение изменяется по гармоническому закону $U(t) = U_0(t) \sin \beta t$ [2—4]. При этом перемещения удается выразить в виде

$$\begin{aligned} u_k(x_k, t) &= 2\text{Re}((A_{k1} \text{ch} \lambda x_k + A_{k2} \text{sh} \lambda x_k) \exp(i\beta t)), \\ k &= 1, 2; \\ v_k(x_k, t) &= 2\text{Re}((B_{k1} \text{ch} \mu x_k + B_{k2} \text{sh} \mu x_k) \exp(i\beta t)), \end{aligned} \quad (13)$$

В формулы (13) входят волновые числа λ , μ . Эти величины определяются упругими и вязкими характеристиками пьезокерамики и материала ЧЭ. Комплексные константы A_{11} , ..., B_{22} определяются из граничных условий. Для дальнейших расчетов представляет интерес выражение

$$u_2(x_2, t) = -\frac{U_0}{h} \operatorname{Re} \left(\frac{\Phi(\lambda, \mu) \operatorname{sh}(\lambda x_k)}{\operatorname{mod}(\Phi(\lambda, \mu))} \exp(i\beta t) \right), \quad (14)$$

где $\Phi(\lambda, \mu)$ — определенная комплекснозначная функция. Используя (14), получаем далее выражение для потенциала $\psi_2(x_2, t)$ и рассчитываем характеристики тока, который генерируется в пьезопластине Π_2 . Так, силу тока удается представить [4] в виде

$$I(t) = \left(\frac{Ac}{h} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{d_{33}}{s_{33}} \cdot \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial x_2} - \frac{\varepsilon_{33}}{d_{33}} \cdot \frac{\partial \psi_2(h_2, t)}{\partial x_2} \right). \quad (15)$$

Здесь d_{33} — пьезоэлектрическая постоянная, ε_{33} — диэлектрическая проницаемость при постоянных деформациях.

Обсуждение результатов

В рамках представленной модели получены амплитудно-частотные характеристики датчика при различных отношениях скорости упругих волн c в пьезопластинах и скорости волн c_v в ЧЭ. Упругие ха-

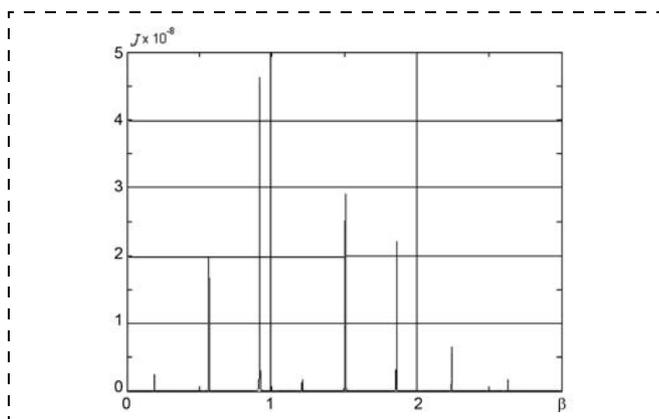


Рис. 1. Зависимость амплитуды выходного тока от частоты вынуждающих колебаний

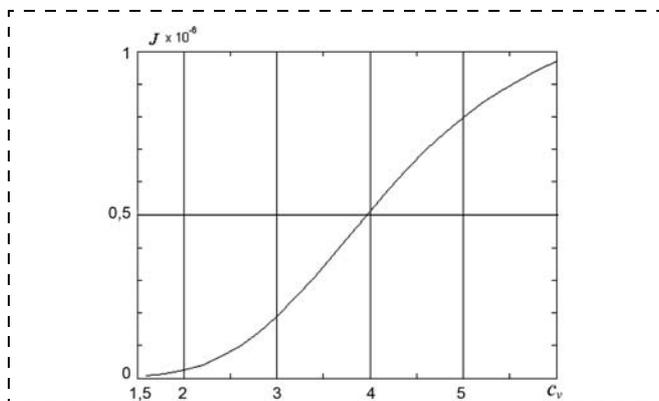


Рис. 2. Зависимость амплитуды выходного тока от скорости волн

рактеристики пьезопластин взяты для пьезокерамики марки ЦТС-19 [6]. Упругие свойства ЧЭ варьировали в диапазоне значений, характерных для соединений на основе кремния. Установлено, что по мере увеличения жесткости ЧЭ расчетные результаты приближаются к полученным ранее [2] для модели с недеформируемым ЧЭ.

На рис. 1 приведена в безразмерной форме зависимость амплитудных значений выходного тока J , сгенерированного в пьезопластине Π_2 , от частоты β вынуждающих электрических колебаний, приложенных к пластине Π_1 . Рассмотрен случай достаточно близких значений упругих свойств пьезопластины и материала ЧЭ, когда $c_v = 1,6c$. Наблюдается несколько пиков амплитуд тока. При этом пиковые значения сопоставимы по величине. Такая картина объясняется тем, что пьезокерамические пластины и ЧЭ работают как одно упругое тело со слабой неоднородностью, в котором распространяются упругие волны.

На рис. 2 представлена зависимость амплитуды тока J от скорости волн c_v в ЧЭ. Скорость c_v представлена в долях от c . Амплитуду определяли для первой резонансной частоты. По мере увеличения жесткости ЧЭ в диапазоне $c_v = (1,6 \dots 6,0)c$ наблюдается рост пиковых значений амплитуды.

Заключение

В статье представлены результаты расчетов характеристик датчика инерциальной информации. Рассмотрен случай, когда колебания микроэлектромеханических структур, взаимодействующих с ЧЭ, вызывают в нем упругие деформации. Путем серии численных экспериментов исследовано влияние жесткости ЧЭ на характеристики выходного сигнала. Подтверждено соответствие с результатами, которые получены авторами ранее для предельного случая — абсолютно твердого ЧЭ. В качестве рекомендаций при проектировании навигационного оборудования определен диапазон изменения упругих свойств материала для изготовления ЧЭ.

Список литературы

1. Нагар Ю. Н., Ольшанский В. Ю., Панкратов В. М., Серебряков А. В. Об одной модели пьезогироскопа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 2. С. 71–74.
2. Панкратов В. М., Ольшанский В. Ю., Нагар Ю. Н., Серебряков А. В. Влияние диссипации на характеристики измерителя угловой скорости на основе взаимного пьезоэффекта // Авиакосмическое приборостроение. 2010. № 8. С. 3–8.
3. Ольшанский В. Ю., Абитова И. Ф., Нагар Ю. Н., Серебряков А. В. Об одной модели датчика инерциальной информации. Ч. 2 // Вестник Нижегородского университета. 2011. № 4. С. 260–261.
4. Ольшанский В. Ю., Серебряков А. В., Абитова И. Ф. О влиянии граничных условий на динамику чувствительного элемента пьезогироскопа // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2011. Т. 11. Вып. 2. С. 51–54.
5. Нагар Ю. Н., Ольшанский В. Ю., Серебряков А. В. Анализ переходного процесса в одной модели пьезогироскопа // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2011. № 3 (57). Вып. 1. С. 143–150.
6. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А. Электроупругость. Киев: Наук. думка, 1989. 280 с.

CONTENTS

- Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Application of Means of Linear-Square Optimization in the Problems of Coordinating Control 2

The problem of coordinating control by dynamic objects is considered. The question of its decidability on the basis of the notion of functional controllability of systems is analyzed. The input problem is decomposed into two subproblems: coordinative correction of object and aggregate control by corrected object. The method of coordinative correction based on formalism of linear-square optimization of control processes is suggested.

Keywords: coordinating control, functional controllability, aggregate control, coordinative correction, standard model, linear-square optimization

- Kim D. P.** Algebraic Method of the Synthesis Discrete Control System 8

The synthesis digital regulator by means of a method based on the application of the desired transfer function is considered. The problem of determination the desired transfer function (desired characteristic equation) of discrete control system is investigated.

Keywords: the synthesis, the discrete control system, polynomial equation, robustness, physical realizability, the desired transfer junction

- Kabanov A. A.** Suboptimal Robust System for Mobile Robot Motion Control 14

This paper is devoted to the problem of synthesis of robust system with sub-optimal control law in the sense of minimizing the quadratic performance for motion control of mobile robot. Design of the sub-optimal control is based on singular perturbation method, the reduction of the system's order technique and description of system uncertainty via perturbation parametr. This fact allows us to simplify the implementation of the regulator on the microcontroller and reduce the computational cost, closed loop system in this case will have a robust properties. The paper presents the results of simulation and experimental test.

Keywords: tracked robot, suboptimal control, singular perturbation, the microprocessor system

- Tyagunov O. A., Teplov M. A.** Adjustment of Typical Regulators for Stabilization of Mobot's Speed Based on Technology of Construction of Pareto-Optimum Decisions 19

Statement of a problem adjustments of parameters typical regulators for stabilization of mobot's linear speed is considered. For the decision of a problem the technology multiobjective choice of the parameters based on stochastic exploration of multivariate space of parameters with the subsequent construction of the approached border of Pareto's points is offered.

Keywords: mobot, speed stabilization, multiobjective choice, typical regulators, Pareto's points, stochastic exploration

- Liakhau S. V., Shyrokau B. N.** Simulation of Tyre Models and their Influence on Vehicle Stability of Motion . . . 26

The paper describes an influence of well-known tyre models, such as Pacejka, Dugoff Fiala and Burckhardt, on vehicle stability of motion. The main requirements and problems related to tyre model for simulation of vehicle dynamics are discussed. The influences of transient tyre behavior as well as a slope of friction curve on lateral dynamics of passenger car based on Sine with Dwell test are shown.

Keywords: tyre model, stability of motion, vehicle dynamics

- Furtat I. B.** Control of the Electricity Network with Taking into Account of it Topology 33

The problem of control of the electricity network which dynamic model contains the unknown parameters was solved. The solution is constructed by measuring only the relative speed of the rotors of the generators in the network. A condition for the calculation of the parameters in the controllers, taking into account the topology of the network and ensuring its synchronization with the required accuracy in normal network operation and in emergency situations, was obtained. The efficiency of the resulting scheme is illustrated by a numerical example of a network consisting of four generators.

Keywords: electric power network, robust control, disturbances compensation

- Vysotsky V. E., Kolomijtsev Yu. N., Gurtov A. S., Filatov A. N.** The Analysing of the Structural Scheme of the Electric Power Supply of the Autonomous Object as a Closed System of the Automatic Regulation 39

The article presents the results of the examining of the internal resistance parameters of the electric power supply system of the autonomous object, in order to identify static and dynamic frequency characteristics of the electric power supply system. The article recommends a method of identifying of the static and dynamic frequency characteristics of the electric power supply system, in order to estimate the stability basing on the analysis of the structural scheme of the electric power supply of the autonomous object, as a closed system of the automatic regulation.

Keywords: electric power supply system, reliability, stability, impedance, frequency characteristics, complex conductivity, structural scheme

- Krivilev A. V.** Pulse Control Methods for Electric Motors for Modern Actuator Systems 44
- Pulse control methods of the power amplifier — servomotor system developed russian and foreign scientists have been analysed. The existing and novel methods have been systematized upon based pulse regimes and according to the speed-torque characteristics and the uniform current loading of switch elements of the power amplifier. The motor regimes have been determined during the pulse width modulation period and in arbitrary place of the speed-torque characteristics. There are recommendations for the use of pulse methods in modern digital electric actuators.*
- Keywords:** pulse control, digital electric actuator, commutation methods, DC motor, BLDC motor, pulse regimes, speed-torque characteristics
- Ignatyev A. A., Samojlova E. M.** Intellectualization of Monitoring of Technological Process of Production Bearings 50
- Discusses the use of intelligent systems of recognition of local defects of polished surfaces of details of bearings.*
- Keywords:** monitoring, artificial intelligence, details of bearings, grinding, defects
- Brzhozovsky B. M., Martynov V. V., Brovkova M. B., Sviridov S. V.** Algorithmization Procedures for Configuring and Diagnosing of Complex Process Equipment on Integral Parameters of Vibration Signals 53
- The results of the work in the field of operation of complex technological systems as based on its evaluation of the integral parameters of vibration signals.*
- Keywords:** managed IT systems, operations, condition, vibration signals, the integral parameters
- Eremenko Yu. I., Khalapyan S. Yu., Poleschenko D. A., Yarmuraty D. Yu.** Developing of Metallizing Shaft Furnace Model Based on Neural Network Technology 56
- The research aims to overcome the existing control system's disadvantages associated with the lack of an integrated automation of the process of oxidized pellets metallization. The results can be used to create a simulator intended to train operators in the conditions maximally close to real work without the threat of disruption of the technological process, and operator's adviser, which will reduce the initial level of specialist qualification required for furnace control.*
- Keywords:** metallizing shaft furnace, neural network model, optimization of the neural network structure, shaft furnace simulator, operator's adviser
- Afonin A. A., Sulakov A. S.** Full Closed-Opened Operation Algorithm of Strapdown Graviinertial Complex 62
- The paper presents improved operation algorithm development results for air-sea moving object vector strapdown graviinertial complex. Algorithm uses optimal Kalman filter close-open (mixed) circuit for complex parameters estimation and correction. Earth gravitational field models and parameters, different coordinate systems and its parameters transformation rational using in algorithm are discussed.*
- Keywords:** strapdown graviinertial complex, strapdown inertial navigation system, satellite navigation system, optimal Kalman filter, mixed circuit, operation algorithm, gravitational acceleration, anomaly, coordinate transformation
- Pankratov V. M., Olshanskii V. Yu., Serebryakov A. V., Parshina I. F.** Dependence of the Characteristics of the Inertial Data Device from Stiffness of Sensor Element. 68
- The present work deals with the interaction of MEMS structures and a sensor element in inertial data device. The device operation is based on the piezoeffect and allows to measure one component of the angular velocity for the controlled object. The solution to the problem is presented taking into account the distribution of the elastic waves in sensor element.*
- Keywords:** Coriolis force, angular velocity, elastic vibrations, piezoeffect, electroelasticity

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова.*

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *Т. В. Пчелкина.*

Сдано в набор 31.01.2013. Подписано в печать 12.03.2013. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН413. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
105120, г. Москва, ул. Нижняя Сыромятническая, д. 5/7, стр. 2, офис 2.