

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 3 (144)

март

2013

Редакционный совет:

БОЛОТНИК Н. Н.
 ВАСИЛЬЕВ С. Н.
 КАЛЯЕВ И. А.
 КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
 КУЗНЕЦОВ Н. А.
 ЛЕОНОВ Г. А.
МАКАРОВ И. М.
 МАТВЕЕНКО А. М.
 МИКРИН Е. А.
 ПЕШЕХОНОВ В. Г.
 РЕЗЧИКОВ А. Ф.
 СЕБРЯКОВ Г. Г.
 СИГОВ А. С.
 СИРОТКИН О. С.
 СОЙФЕР В. А.
 СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
 ФЕДОРОВ И. Б.
 ЧЕНЦОВ А. Г.
 ЩЕРБАТЮК А. Ф.
 ЮСУПОВ Р. М.

Главный редактор:
 ФИЛИМОНОВ Н. Б.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
 ПУТОВ В. В.
 ЮЩЕНКО А. С.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
 АНТОНОВ Б. И.
 АРШАНСКИЙ М. М.
 БУКОВ В. Н.
 ВИТТИХ В. А.
 ВОСТРИКОВ А. С.
 ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
 ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
 ИВЧЕНКО В. Д.
 ИЛЬЯСОВ Б. Г.
 КОЛОСОВ О. С.
 КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
 КУЗЬМИН Н. Н.
 ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
 ЛОХИН В. М.
НОРЕНКОВ И. П.
 ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
 ПРОХОРОВ Н. Л.
 РАПОПОРТ Э. Я.
 СЕРГЕЕВ С. Ф.
 ТИМОФЕЕВ А. В.
 ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
 ФРАДКОВ А. Л.
 ФУРСОВ В. А.
 ШАЛОБАЕВ Е. В.
 ЮРЕВИЧ Е. И.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Пилишкин В. Н.** Метод синтеза робастных регуляторов ограниченной сложности на основе краевых условий Ляпунова 2
- Тарарыкин С. В., Аполонский В. В., Терехов А. И.** Исследование влияния положительных обратных связей на робастные свойства систем автоматического управления с регуляторами состояния 9

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Письменная Е. В.** Алгоритмы управления движением мобильного робота по заданным траекториям 16
- Егоров А. С., Лопатин П. К.** Использование алгоритма полиномиальной аппроксимации в задаче управления манипулятором в среде с неизвестными препятствиями . . 24
- Ермолов И. Л., Сонных М. В.** Применение интеллектуальных систем акустического анализа в составе мобильного робота 29

КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

- Брякин И. В.** Магнитодинамический магнитометр для задач дефектоскопии 35
- Гурченков А. А., Есенков А. С., Носов М. В.** Управление движением ротора с полостью, частично заполненной идеальной жидкостью 41
- Герасимов Д. Н., Никифоров В. О.** Адаптивное управление крутящим моментом в инжекторных двигателях внутреннего сгорания 47
- Васильев Б. Ю.** Мехатронные перекачивающие комплексы на основе регулируемых электроприводов для подводного компримирования и транспортировки природного газа 55

Журнал в журнале

"УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Садеков Р. Н.** Применение фильтра Калмана в задаче навигации подвижного объекта по данным стереовизуальных и однометрических систем. 62
- Бобцов А. А., Пыркин А. А., Суков М. О.** Управление ориентацией летательного аппарата с неизвестным тензором инерции 65
- Contents** 71

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 681.5.03

В. Н. Пилишкин, канд. техн. наук, проф.,
pilishkin@hotmail.com,

"МАТИ" — РГТУ им. К. Э. Циолковского, г. Москва

Метод синтеза робастных регуляторов ограниченной сложности на основе краевых условий Ляпунова

Рассматривается задача синтеза робастного регулятора с учетом ограничений на сложность структурной и технической реализации. Предлагается подход, основанный на краевых условиях Ляпунова, позволяющий для систем общего вида на заданном множестве возмущений определять аналитическое выражение требуемого закона управления. Приводится условие разрешимости задачи синтеза.

Ключевые слова: краевые условия Ляпунова, структурная и техническая сложность реализации, фазовые ограничения, синтез робастного регулятора

Введение

При построении систем управления динамическими объектами важную роль играет задача обеспечения ограничений на траектории движения (фазовых ограничений). При этом система управления в общем случае может быть нелинейной, на нее могут действовать возмущения, информация о которых является неполной. Кроме того, синтезируемый закон управления должен иметь приемлемую (ограниченную) сложность для его реализации.

В настоящее время известны различные подходы к построению законов управления, позволяющие учитывать те или иные ограничения на фазовые переменные. Непосредственно (прямо) учитываются фазовые ограничения при формировании законов управления на основе численных методов [1–3], обратной задачи динамики [4, 5], на основе функций Ляпунова [6–8]. Косвенный учет осуществляется при построении законов управления на основе принципа максимума [9, 10], метода аналитического конструирования [11, 12], а также в подходах, рассмотренных в работах [13–15].

Указанные подходы не позволяют одновременно учитывать все перечисленные требования при обеспечении фазовых ограничений. Поэтому важной задачей является синтез технически реализуемого робастного регулятора, при котором выполняются ограничения на переменные состояния системы.

Постановка задачи

Пусть рассматривается нелинейная (в общем случае, нестационарная) система следующего вида:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t), t \geq t_0; \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ — $(n \times 1)$ -, $(m \times 1)$ -, $(r \times 1)$ -мерные векторы состояния, управления, возмущений соответственно; $\mathbf{f}(\bullet)$ — $(n \times 1)$ -мерная вектор-функция, обеспечивающая существование и единственность решения задачи Коши.

Например, в качестве $\mathbf{f}(\bullet)$ может выбираться одна из следующих функций:

1) линейная аддитивная зависимость от управления

$$\mathbf{f}(\bullet) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (2)$$

где \mathbf{B} — $(n \times m)$ -мерная матрица, $\mathbf{f}_1(\bullet)$ — $(n \times 1)$ -мерная заданная вектор-функция;

2) нелинейная аддитивная зависимость от управления

$$\mathbf{f}(\bullet) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{u}), \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{u})$ — $(n \times 1)$ -мерная заданная вектор-функция;

3) неаддитивная (мультипликативная) зависимость от управления

$$\mathbf{f}(\bullet) = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)\boldsymbol{\varphi}_1(\mathbf{u}), \quad (4)$$

где $\mathbf{F}(\bullet)$ — $(n \times l)$ -мерная матричная функция с известными функционально заданными элементами; $\boldsymbol{\varphi}_1(\bullet)$ — $(l \times 1)$ -мерная вектор-функция.

Заданы также ограничения на управление

$$\mathbf{u} \in U(t), t \geq t_0, \quad (5)$$

и на возмущение

$$\mathbf{v} \in V(t), t \geq t_0, \quad (6)$$

где $U(t), V(t)$ — некоторые заданные множества, соответственно, в R^m и R^l .

Кроме того, на управление задаются дополнительные ограничения, которые учитывают сложность его технической реализации. Будем искать управление в виде

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\gamma}, t), \quad (7)$$

где $\tilde{\mathbf{u}}(\bullet)$ — заданная $(m \times 1)$ -мерная вектор-функция; $\boldsymbol{\gamma}$ — некоторый заранее неизвестный векторный параметр.

Функция $\tilde{\mathbf{u}}(\bullet)$ выбирается с учетом сложности технической реализации закона (7), причем под

сложностью реализации может, в частности, пониматься размерность регулятора (7).

На вектор состояния накладываются ограничения

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{x}(t) \in Q(t), t > t_0; \\ \forall \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0) \in Q(t_0), \end{cases} \quad (8)$$

где в общем случае

$$Q(t) = \{\mathbf{x} \in R^n : \psi_i(\mathbf{x}, t) \leq 0, i \in \overline{1, \chi}\}, \quad (9)$$

где $\psi_i(\mathbf{x}, t)$ — непрерывно-дифференцируемые скалярные функции (множество $Q(t)$ предполагается выпуклым).

Считаем, что целью управления системой (1) является обеспечение фазовых ограничений (8). Тогда задачу синтеза можно поставить следующим образом:

для системы (1) требуется синтезировать такой технически реализуемый закон управления (7), который обеспечивает цель управления (8) с учетом заданных ограничений на управление (5) на множестве возмущений (6).

Формирование краевых условий Ляпунова

Для решения поставленной задачи предлагается использовать подход, названный методом вариации фазовых ограничений и рассмотренный в работах [16, 17]. В этих работах решается задача учета фазовых ограничений, но не показано, как обеспечить техническую реализуемость [18, 19] при синтезе робастного регулятора.

Введем обозначения:

$$\Gamma Q(t) — граница множества Q, \Gamma Q(t) = \bigcup_{i=1}^{\chi} \Gamma Q_i(t),$$

$$\Gamma Q_i(t) = \overline{\Gamma Q_i}(t) \cap Q(t),$$

$$\overline{\Gamma Q_i}(t) = \{\mathbf{x} \in R^n : \psi_i(\mathbf{x}, t) = 0\}, i \in \overline{1, \chi};$$

$$\begin{aligned} \sigma_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) &= (\nabla_x \psi_i, \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)) + \frac{\partial \psi_i}{\partial t} = \\ &= \sum_{v=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial x_v} \cdot \mathbf{f}_v(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) + \frac{\partial \psi_i}{\partial t}, \end{aligned}$$

где (\mathbf{y}, \mathbf{z}) — скалярное произведение векторов $\mathbf{y}, \mathbf{z} \in R^n$ в евклидовом арифметическом пространстве R^n ,

$$\nabla_x \psi_i = \left[\frac{\partial \psi_i}{\partial x_1} \dots \frac{\partial \psi_i}{\partial x_n} \right]^T — градиент функции \psi_i(\mathbf{x}, t)$$

в R^n , $\mathbf{f}_v(\bullet)$ — v -я координата вектор-функции $\mathbf{f}(\bullet)$.

Известно [8] следующее свойство динамических систем в пространстве R^n . Если траектория $\mathbf{x}(t)$ попадает в момент времени t^* в точку \mathbf{x}^* , находящуюся на границе множества $Q(t)$, то, чтобы $\mathbf{x}(t)$ не вышла

за пределы $Q(t)$, должно выполняться неравенство (условие невыхода)

$$\begin{aligned} \sigma_i(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t^*) &= \\ &= (\nabla_x \psi_i(\mathbf{x}^*, t^*), \mathbf{f}(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t^*)) + \frac{\partial \psi_i(\mathbf{x}^*, t^*)}{\partial t} = \\ &= \sum_{v=1}^n \frac{\partial \psi_i(\mathbf{x}^*, t^*)}{\partial x_v} \cdot \mathbf{f}_v(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t^*) + \frac{\partial \psi_i}{\partial t}(\mathbf{x}^*, t^*) \leq 0. \end{aligned}$$

На рис. 1 дается геометрическое представление условия невыхода $\mathbf{x}(t)$ из Q в точке $\mathbf{x}^* \in \Gamma Q(t^*)$.

Кроме того, согласно неравенству А. М. Ляпунова [22]

$$\begin{aligned} \sigma_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) &= \\ &= (\nabla_x \psi_i(\mathbf{x}(t), t^*), \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)) + \frac{\partial \psi(\mathbf{x}(t), t)}{\partial t} \leq 0, t \geq t_0, \end{aligned}$$

рассматриваемому на произвольной траектории $\mathbf{x}(t)$, проходящей через некоторое множество D , если существует удовлетворяющая ему положительно определенная на D функция $\psi(\bullet)$ (функция Ляпунова), то движение системы на D будет ограниченным.

Из сравнения неравенства Ляпунова с условием невыхода видно, что условие невыхода можно интерпретировать как выполнение неравенства Ляпунова на некоторой поверхности уровня функции $\psi(\mathbf{x}, t)$, совпадающей с границей $\Gamma Q(t)$ множества $Q(t)$ (т. е. как некоторые желаемые значения функции $\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)$ на заданной поверхности $\Gamma Q(t)$).

Поэтому под краевыми условиями Ляпунова будем понимать значения функции $\sigma_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)$, $i \in \overline{1, \chi}$, на соответствующих участках границы $\Gamma Q_i(t) \subseteq \Gamma Q(t) \forall t \geq t_0, i \in \overline{1, \chi}$. В зависимости от задания тех или иных краевых условий обеспечивается выполнение фазовых ограничений.

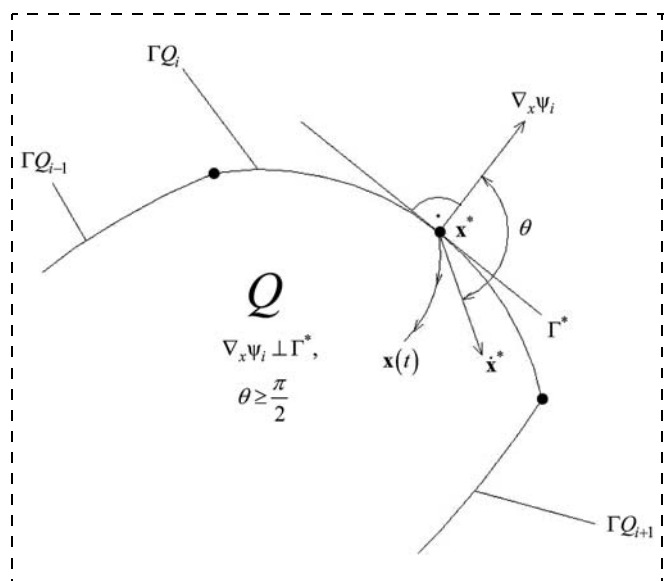


Рис. 1. Условие невыхода $\mathbf{x}(t)$ из Q в точке $\mathbf{x}^* \in \Gamma Q(t^*)$

Синтез робастного управления по краевым условиям Ляпунова

В работах [16, 17] было показано, что для обеспечения фазовых ограничений (8) достаточно, чтобы требуемый закон управления удовлетворял следующим краевым условиям Ляпунова:

$$\sigma_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i, i \in \overline{1, \chi};$$

$$\forall \mathbf{v} \in V(t), t \geq t_0. \quad (10)$$

Рассмотрим случай, когда система зависит от управления линейно и аддитивно (см. (2)), и на нее не действуют возмущения. Тогда краевые условия (10) примут вид

$$(\nabla_x \psi_i, \mathbf{f}_1(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}\mathbf{u}) + \frac{\partial \psi_i}{\partial t} \leq 0;$$

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), i \in \overline{1, \chi}, t \geq t_0$$

или

$$(\mathbf{B}^T \nabla_x \psi_i, \mathbf{u}) \leq -(\mathbf{f}_1(\mathbf{x}, t), \nabla_x \psi_i) - \frac{\partial \psi_i}{\partial t};$$

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), i \in \overline{1, \chi}, t \geq t_0. \quad (11)$$

Нетрудно получить условия разрешимости для неравенства (11) относительно \mathbf{u} .

Теорема 1. Для существования управления \mathbf{u} , удовлетворяющего соотношению (11), необходимо и достаточно, чтобы выполнялось следующее условие:

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), \text{ для которого } \nabla_x \psi_i(\mathbf{x}, t) \in \text{Ker} \mathbf{B}^T,$$

$$(\mathbf{f}_1(\mathbf{x}, t), \nabla_x \psi_i(\mathbf{x}, t)) + \frac{\partial \psi_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \leq 0,$$

$$t \geq t_0, i \in \overline{1, \chi}, \quad (12)$$

где $\text{Ker} \mathbf{B}^T$ — ядро матрицы \mathbf{B}^T [23], т. е. такое подпространство векторов \mathbf{z} , что если $\mathbf{z} \in \text{Ker} \mathbf{B}^T$, то $\mathbf{B}^T \mathbf{z} = \mathbf{0} \in R^m$.

Действительно, если на $\Gamma Q_i(t)$ для некоторого $\mathbf{x} \nabla_x \psi_i(\mathbf{x}, t) \notin \text{Ker} \mathbf{B}^T$, то в линейном по \mathbf{u} неравенстве (11) всегда можно подобрать такое \mathbf{u} , что (11) будет обеспечено. Если же для некоторого $\mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t) \nabla_x \psi_i(\mathbf{x}, t) \in \text{Ker} \mathbf{B}^T$, то в силу (12) неравенство (11) будет выполняться. В случае, когда (12) не справедливо, при $\nabla_x \psi_i \in \text{Ker} \mathbf{B}^T$ неравенство (11) также не справедливо для рассматриваемого $\mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t)$. Тем самым теорема доказана.

Рассмотрим систему управления при выполнении (3), но уже при действии возмущений. Тогда краевые условия (10) примут вид

$$(\mathbf{B}^T \nabla_x \psi_i, \mathbf{u}) \leq -\left[(\mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t), \nabla_x \psi_i) + \frac{\partial \psi_i}{\partial t} \right]; \quad (13)$$

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), \forall \mathbf{v} \in V(t), i \in \overline{1, \chi}, t \geq t_0.$$

В дальнейшем под робастным регулятором понимается регулятор, при котором обеспечивается выполнение неравенства (13) на всем множестве возмущений V .

Условия разрешимости соотношений (13) относительно управления формулируются следующим образом.

Теорема 2. Для существования управления \mathbf{u} , удовлетворяющего соотношениям (13), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), \text{ для которых } \nabla_x \psi_i(\mathbf{x}, t) \in \text{Ker} \mathbf{B}^T,$$

$$\max_{\mathbf{v} \in V(t)} (\mathbf{f}_1(\mathbf{x}, t), \nabla_x \psi_i(\mathbf{x}, t)) + \frac{\partial \psi_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \leq 0,$$

$$t \geq t_0, i \in \overline{1, \chi}. \quad (14)$$

Доказательство теоремы 2 аналогично доказательству теоремы 1.

Введем обозначения: $\beta_i(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}^T \cdot \nabla_x \psi_i$ — $(m \times 1)$ -мерная вектор-функция; $\alpha_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = -(\mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t), \nabla_x \psi_i) - \frac{\partial \psi_i}{\partial t}$ — скалярная функция.

Тогда с учетом определения скалярного произведения в евклидовом пространстве R^m из (13) получим

$$\sum_{j=1}^m \beta_{ij}(\bullet) \mathbf{u}_j \leq \alpha_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t),$$

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), \forall \mathbf{v} \in V(t), i \in \overline{1, \chi}, t \geq t_0, \quad (15)$$

где $\beta_{ij}(\bullet), j \in \overline{1, m}$, — компоненты функции $\beta_i(\bullet)$.

Пусть $\bar{U}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ — все множество значений вектора \mathbf{u} , удовлетворяющих неравенству (15) в каждой граничной точке $\mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t)$. Тогда произвольный закон управления, обеспечивающий выполнение заданной цели, можно представить следующим образом:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} \in U(t), & \text{при } \mathbf{x} \in Q(t) \setminus \Gamma Q(t); \\ \in \bar{U}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) & \text{при } \mathbf{x} \in \Gamma Q(t). \end{cases}$$

Используя неравенство (13), требуемый закон управления сформируем в аналитическом виде. Действительно, согласно (13) получим

$$(\mathbf{u}, \beta_i) \leq \alpha_i \forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i, \forall \mathbf{v} \in V, i \in \overline{1, \chi}. \quad (16)$$

Это неравенство имеет геометрическую интерпретацию, представленную на рис. 2 для случая $m = 2$.

Здесь $\beta_{i0} = \gamma_i \beta_i, \gamma \in R^1$ — вектор, удовлетворяющий условию $(\beta_{i0}, \beta_i) = \gamma_i \|\beta_i\|^2 = \alpha_i; \Gamma_i$ — гиперплоскость, ортогональная вектору β_i и разбивающая все пространство R^m на два полупространства U^+ и U^- , где U^- — множество решений.

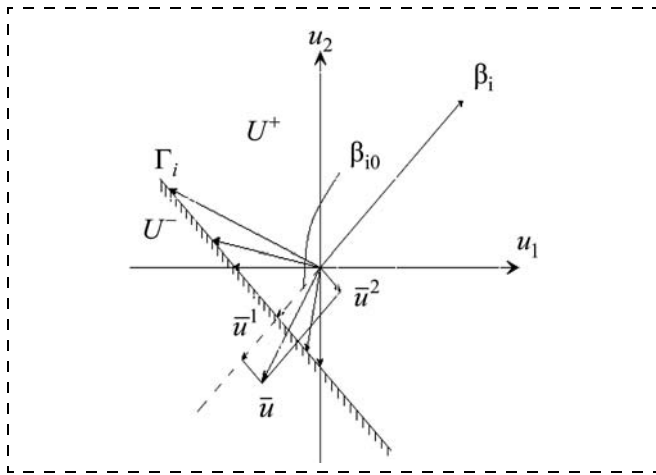


Рис. 2. Геометрическая интерпретация неравенства (16)

Тогда требуемый закон управления имеет вид

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \bar{\mathbf{u}}^1(\mathbf{x}, t) + \bar{\mathbf{u}}^2(\mathbf{x}, t). \quad (17)$$

где $\bar{\mathbf{u}}^1(\mathbf{x}, t) \perp \bar{\mathbf{u}}^2(\mathbf{x}, t)$, причем

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{u}}^1(\mathbf{x}, t) = \gamma_{i1}(\bullet) \cdot \beta_i(\mathbf{x}, t), \\ \gamma_{i1}(\bullet) \leq \gamma_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \frac{\alpha_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\|\beta_i(\bullet)\|^2}, \end{cases} \quad (18)$$

где $\bar{\mathbf{u}}^2(\mathbf{x}, t)$ — произвольная вектор-функция, которая выбирается из условия

$$(\bar{\mathbf{u}}^2(\bullet), \beta_i(\bullet)) = 0. \quad (19)$$

В результате получим

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \gamma_{i1}(\mathbf{x}, t) \beta_i(\mathbf{x}, t) + \bar{\mathbf{u}}^2(\mathbf{x}, t). \quad (20)$$

Пусть исходная система имеет нелинейную аддитивную зависимость по управлению. Тогда неравенство (10) примет вид

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{u}), \nabla_x \psi_i) &\leq -(\mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t), \nabla_x \psi_i) - \frac{\partial \psi_i}{\partial t}, \\ \forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), i \in \overline{1, \chi}, \forall \mathbf{v} \in V(t), t \geq t_0. \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогично предыдущему случаю можно показать, что множество решений неравенства (21) описывается соотношением

$$\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{x}, t) = \gamma_{i1}(\mathbf{x}, t) \cdot \beta_i(\mathbf{x}, t) + \bar{\mathbf{h}}^2(\mathbf{x}, t), \quad (22)$$

где $\beta_i = \nabla_x \psi_i$, γ_{i1} и $\bar{\mathbf{h}}^2$ выбираются на основе соотношений, аналогичных (18) и (19), а $\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\varphi}(\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t))$, т. е.

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\varphi}^{-1}[\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{x}, t)]. \quad (23)$$

Если исходная система зависит от управления неаддитивно, то неравенство (11) преобразуется к выражению

$$(\boldsymbol{\varphi}_1(\mathbf{u}), \mathbf{F}^T(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \cdot \nabla_x \psi_i) \leq -\frac{\partial \psi_i}{\partial t};$$

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), \forall \mathbf{v} \in V(t), i \in \overline{1, \chi}, t \geq t_0.$$

В этом случае для описания множества решений данного неравенства получим соотношение

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, t) = \gamma_{i1}(\mathbf{x}, t) \beta_i + \mathbf{g}^2(\mathbf{x}, t), \quad \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\varphi}_1(\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)),$$

$$\text{где } \beta_i = \mathbf{F}^T(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \cdot \nabla_x \psi_i, \alpha_i = -\frac{\partial \psi_i}{\partial t}.$$

Функции γ_i и $\bar{\mathbf{g}}^2(\bullet)$ выбираются аналогично (18), (19).

Для синтеза робастного закона регулирования воспользуемся соотношениями (18). Поскольку $\forall \mathbf{x} \in \Gamma Q_i(t), \gamma_{i1}(\bullet) \leq \gamma_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$, где \mathbf{v} — произвольный элемент из $V(t)$, то должно выполняться неравенство

$$\begin{aligned} \gamma_{i1}(\bullet) &\leq \min_{\mathbf{v} \in V(t)} \gamma_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \frac{\min_{\mathbf{v} \in V(t)} \alpha_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\|\beta_i(\mathbf{x}, t)\|^2}, \\ i &\in \overline{1, \chi}. \end{aligned} \quad (24)$$

Если $\gamma_{i1}(\bullet)$ выбирается с учетом (24), то синтезируемый закон управления (20) обеспечивает фазовые ограничения (8) на всем множестве возмущений $V(t)$.

Учет ограничений на структуру робастного регулятора

Для синтеза технически реализуемых законов управления воспользуемся соотношениями (18), (24). Для определенности будем рассматривать только линейную зависимость системы (1) от управления (2). Пусть технически реализуемый закон ищется в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}, \quad (25)$$

где \mathbf{y} — $(l \times 1)$ -мерный вектор, \mathbf{C} — $(l \times n)$ -мерная матрица.

Матрица \mathbf{C} предполагается заданной и выбирается с учетом сложности измерения тех или иных координат вектора \mathbf{x} .

Требуется синтезировать $(m \times l)$ -мерную матрицу \mathbf{K} , обеспечивающую решение поставленной задачи.

Пусть множество $Q(t)$ задается с помощью одной функции ограничения

$$\psi(\mathbf{x}, t) = (\mathbf{x}, \mathbf{M}\mathbf{x}) - q(t) \leq 0, \quad (26)$$

где $\mathbf{M} > 0$ — $(n \times n)$ -мерная положительно определенная матрица, $q(t) > 0$ — скалярная непрерывно дифференцируемая функция.

Обозначим $\alpha(\mathbf{x}, t) = \min_{\mathbf{v} \in V(t)} \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$.

Тогда, если требуемая матрица \mathbf{K} существует, она должна удовлетворять с учетом (18), (24) соотношению

$$\mathbf{K}\mathbf{C}\mathbf{x} = \gamma_1 \mathbf{B}^T \nabla_{\mathbf{x}} \psi,$$

где $\gamma_1 \leq \frac{\alpha(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{B}^T \nabla_{\mathbf{x}} \psi\|^2}, \forall \mathbf{x} \in \Gamma Q(t), t \geq t_0,$

или

$$\mathbf{K}\mathbf{C}\mathbf{x} = 2\gamma_1 \mathbf{B}^T \mathbf{M}\mathbf{x},$$

где $\gamma_1 \leq \frac{\bar{\alpha}(\mathbf{x}, t)}{4\|\mathbf{B}^T \mathbf{M}\mathbf{x}\|^2}, \forall \mathbf{x} \in \Gamma Q(t), t \geq t_0. \quad (27)$

Отсюда получим следующую задачу:

требуется определить, существует ли такая допустимая скалярная функция $\gamma_1(\bullet)$, удовлетворяющая неравенству (27), для которой

$$\mathbf{K}\mathbf{C} = 2\gamma_1 \mathbf{B}^T \mathbf{M}, \forall \mathbf{x} \in \Gamma Q(t), t \geq t_0, \quad (28)$$

где $\gamma_1 = \gamma_1(\mathbf{x}, t)$ в соответствии с неравенством (27) может принимать произвольное допустимое значение в каждой точке границы $\Gamma Q(t)$.

Поскольку матрица \mathbf{K} должна быть одной и той же для всех точек $\mathbf{x} \in \Gamma Q(t)$, то должно существовать такое фиксированное значение $\tilde{\gamma}_1$, которое удовлетворяет неравенству

$$\tilde{\gamma}_1 \leq \frac{\bar{\alpha}(\mathbf{x}, t)}{4\|\mathbf{B}^T \mathbf{M}\mathbf{x}\|^2}, \forall \mathbf{x} \in \Gamma Q(t)$$

или, что то же самое,

$$\tilde{\gamma}_1 \leq \min_{\mathbf{v} \in \Gamma Q(t)} \frac{\bar{\alpha}(\mathbf{x}, t)}{4\|\mathbf{B}^T \mathbf{M}\mathbf{x}\|^2} = \gamma_1^*. \quad (29)$$

Нетрудно увидеть, что величина $\gamma_1^* > -\infty$, т. е. является конечной, и неравенство (29) разрешимо. Действительно, неравенство (29) будет неразрешимым только при

$$\min_{\mathbf{v} \in \Gamma Q(t)} \frac{\bar{\alpha}(\mathbf{x}, t)}{4\|\mathbf{B}^T \mathbf{M}\mathbf{x}\|^2} = -\infty. \quad (30)$$

Но в силу теоремы 2 (или 1) $\bar{\alpha} > 0$ при $\mathbf{B}^T \mathbf{M}\mathbf{x} = 0$, и в силу свойств системы (1) функция $\bar{\alpha}(\bullet)$ является ограниченной на компактном множестве. Отсюда следует невозможность равенства (30) и, следовательно, разрешимость (29).

Таким образом, с учетом (17), (18) получим

$$\bar{\mathbf{u}}(\bullet) = \mathbf{K}_1 \mathbf{C}\mathbf{x} = 2\tilde{\gamma}_1 \mathbf{B}^T \mathbf{M}\mathbf{x}, \tilde{\gamma}_1 \leq \gamma_1^*. \quad (31)$$

Полученное соотношение обеспечивает желаемую структуру синтезируемого регулятора.

Учет ограничений на сложность технической реализации робастного регулятора

Под сложностью технической реализации регулятора понимается свойство, характеризующее процедуру формирования закона регулирования. Будем считать, что сложность тем больше, чем больше различных элементов содержит закон регулирования.

В частности, в качестве признаков сложности можно воспользоваться порядком (размерностью) регулятора μ , а также числом компонент вектора состояния ρ , используемых в законе регулирования. Очевидно,

$$\mu \in \overline{1, m}, \rho \in \overline{1, n},$$

где m — число столбцов матрицы \mathbf{B} , n — размерность вектора \mathbf{x} .

Тогда в соответствии с первым признаком управление ограниченной сложности имеет вид

$$\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_\mu \underbrace{0 \dots 0}_{m-\mu}]^T = \begin{matrix} m-\mu \\ \left\{ \begin{matrix} k_{11} & \dots & k_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ k_{\mu 1} & \dots & k_{\mu n} \\ 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 \end{matrix} \right. \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \mathbf{K}_\mu \mathbf{x},$$

а в соответствии со вторым

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1\rho} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{m1} & \dots & k_{m\rho} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \mathbf{K}^\rho \mathbf{x}.$$

$n-\rho$

Заметим, что ограничения на сложность технической реализации можно обеспечить за счет выбора матрицы \mathbf{M} . Если \mathbf{M} изменять нельзя, то допустимая сложность обеспечивается за счет выбора соответствующего закона управления $\bar{\mathbf{u}}^2(\bullet)$.

Так же, как и $\bar{\mathbf{u}}^1(\bullet)$, будем синтезировать $\bar{\mathbf{u}}^2(\bullet)$ в виде

$$\bar{\mathbf{u}}^2(\bullet) = \mathbf{K}_2 \mathbf{x}. \quad (32)$$

Поскольку $\bar{\mathbf{u}}^2 \perp \bar{\mathbf{u}}^1$, получим $(\mathbf{K}_2 \mathbf{x}, \mathbf{K}_1 \mathbf{C}\mathbf{x}) = 0, \forall \mathbf{x} \in \Gamma Q$, что эквивалентно равенству

$$(\mathbf{K}_2 \mathbf{x}, \mathbf{K}_1 \mathbf{C}\mathbf{x}) = 0, \forall \mathbf{x} \in R^n. \quad (33)$$

Согласно (17) $\bar{\mathbf{u}}(\bullet) = \mathbf{K}_1 \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{K}_2 \mathbf{x} = (\mathbf{K}_1 \mathbf{C} + \mathbf{K}_2) \mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{x}$.

Пусть $\mathbf{K} = \mathbf{K}_0$ — матрица регулятора, соответствующая допустимой сложности технической реализации. Считаем, что \mathbf{K}_0 имеет некоторую заданную форму, связанную со сложностью реализации. Например, если \mathbf{v} -координата $\mathbf{x}_\mathbf{v}$ трудноизмерима, то \mathbf{v} -й вектор-столбец матрицы \mathbf{K}_0 будет нулевым.

Обозначим Ω множество матриц \mathbf{K}_0 заданной формы. Тогда, если $\mathbf{K}_1\mathbf{C} + \mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_0 \in \Omega$, то (33) примет вид

$$(\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_1\mathbf{C})\mathbf{x}, \mathbf{K}_1\mathbf{C}\mathbf{x} = ((\mathbf{K}_1\mathbf{C})^T(\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_1\mathbf{C})\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 0, \quad \forall \mathbf{x} \in R^n. \quad (34)$$

Для решения данного соотношения воспользуемся следующей теоремой.

Теорема 3. Равенство (34) выполняется тогда и только тогда, когда матрица $\Phi = (\mathbf{K}_1\mathbf{C})^T(\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_1\mathbf{C})$ имеет вид

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1n} \\ -\varphi_{12} & 0 & \dots & \varphi_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\varphi_{1n} & -\varphi_{1n} & \dots & 0 \end{bmatrix}, \text{ т. е. } \Phi^T = -\Phi, \quad (35)$$

причем коэффициенты φ_{ij} , $j, i \in \overline{1, n}$ ($i \neq j$) могут принимать произвольные значения.

Доказательство. Введем обозначение

$$\Phi = (\mathbf{K}_1\mathbf{C})^T(\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_1\mathbf{C}).$$

Тогда равенство (34) примет вид

$$(\Phi\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 0, \quad \forall \mathbf{x} \in R^n.$$

Очевидно,

$$(\Phi\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \frac{1}{2}((\Phi + \Phi^T)\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 0, \quad \forall \mathbf{x} \in R^n.$$

Поскольку $(\Phi + \Phi^T)$ — симметричная матрица, то все ее собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ являются вещественными [23]. Тогда для произвольно-го собственного вектора \mathbf{e}_i , $i \in \overline{1, n}$, для которого

$$(\Phi + \Phi^T)\mathbf{e}_i = \lambda_i\mathbf{e}_i,$$

получим

$$((\Phi + \Phi^T)\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_i) = \lambda_i\|\mathbf{e}_i\|^2 = 0,$$

так как $\|\mathbf{e}_i\| \neq 0$, то $\lambda_i = 0$, $\forall i \in \overline{1, n}$.

Согласно работам [23, 24] произвольную симметричную матрицу можно представить в виде

$$\Phi + \Phi^T = \mathbf{S}^T\mathbf{\Lambda}\mathbf{S}$$

где \mathbf{S} — ортогональная матрица (т. е. $\mathbf{S}\mathbf{S}^T = \mathbf{0}_{n, n}$ — нулевая матрица); $\mathbf{\Lambda}$ — диагональная матрица, состоящая из собственных значений λ_j матрицы $(\Phi + \Phi^T)$.

Поскольку $\lambda_j = 0$, $\forall j \in \overline{1, n}$, то $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{0}_{n, n}$. Тогда

$$\Phi + \Phi^T = \mathbf{S}^T \cdot \mathbf{0}_{n, n} \cdot \mathbf{S} = \mathbf{0}_{n, n}.$$

Откуда следует, что $\Phi = -\Phi^T$, а Φ имеет вид (35). Что и требовалось доказать.

Доказательство обратного утверждения очевидно. Отсюда получим

$$(\mathbf{K}_1\mathbf{C})^T\mathbf{K}_0 = \Phi + (\mathbf{K}_1\mathbf{C})^T(\mathbf{K}_1\mathbf{C})$$

или

$$2\tilde{\gamma}_1\mathbf{M}\mathbf{B}\mathbf{K}_0 = \Phi + 4\tilde{\gamma}_1^2\mathbf{M}\mathbf{B}\mathbf{V}^T\mathbf{M}, \quad \tilde{\gamma}_1 \leq \gamma_1^*. \quad (36)$$

Тогда для синтеза робастного регулятора с заданной сложностью технической реализации требуется, чтобы существовала матрица Φ вида (35), для которой уравнение (36) было бы разрешимо относительно желаемой матрицы $\mathbf{K}_0 \in \Omega$.

Действительно, пусть необходимо синтезировать регулятор по двум заданным признакам сложности μ и ρ . Тогда \mathbf{u} можно представить в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_0\mathbf{x} = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1\rho} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{\mu 1} & \dots & k_{\mu\rho} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mu\rho} & \mathbf{0}_{\mu, n-\rho} \\ \mathbf{0}_{m-\mu, \rho} & \mathbf{0}_{m-\mu, n-\rho} \end{bmatrix} \mathbf{x}, \quad (37)$$

где $\mathbf{0}_{m-\mu, \rho}$, $\mathbf{0}_{\mu, n-\rho}$, $\mathbf{0}_{m-\mu, n-\rho}$ — нулевые матрицы соответствующих размерностей.

Обозначим $\hat{\mathbf{K}}_1 = \mathbf{K}_1\mathbf{C}$ — $(m \times n)$ -мерная матрица.

Представим $\hat{\mathbf{K}}_1$ в блочном виде:

$$\hat{\mathbf{K}}_1^T = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11} & \hat{\mathbf{K}}_{12} \\ \hat{\mathbf{K}}_{21} & \hat{\mathbf{K}}_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} \}^{\rho} \\ \}^{n-\rho} \end{matrix}, \quad \hat{\mathbf{K}}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11}^T & \hat{\mathbf{K}}_{12}^T \\ \hat{\mathbf{K}}_{21}^T & \hat{\mathbf{K}}_{22}^T \end{bmatrix}.$$

Тогда уравнение (35) преобразуется к следующему соотношению:

$$\begin{aligned} & \hat{\mathbf{K}}_1^T(\mathbf{K}_0 - \hat{\mathbf{K}}_1) = \\ & = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11} & \hat{\mathbf{K}}_{12} \\ \hat{\mathbf{K}}_{21} & \hat{\mathbf{K}}_{22} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mu\rho} & \mathbf{0}_{\mu, n-\rho} \\ \mathbf{0}_{m-\mu, \rho} & \mathbf{0}_{m-\mu, n-\rho} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11}^T & \hat{\mathbf{K}}_{12}^T \\ \hat{\mathbf{K}}_{21}^T & \hat{\mathbf{K}}_{22}^T \end{bmatrix} \right) = \\ & = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11} \mathbf{K}_{\mu\rho} & \mathbf{0}_{\rho, n-\rho} \\ \hat{\mathbf{K}}_{21} \mathbf{K}_{\mu\rho} & \mathbf{0}_{n-\rho, n-\rho} \end{bmatrix} - \bar{\mathbf{K}} = \Phi, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\text{где } \mathbf{K}_1 = \bar{\mathbf{K}}_1^T, \quad \bar{\mathbf{K}}_2 = \bar{\mathbf{K}}_2^T; \quad \bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_1 & \bar{\mathbf{K}}_3 \\ \bar{\mathbf{K}}_3^T & \bar{\mathbf{K}}_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11} \hat{\mathbf{K}}_{11}^T + \hat{\mathbf{K}}_{12} \hat{\mathbf{K}}_{12}^T & \hat{\mathbf{K}}_{21} \hat{\mathbf{K}}_{11}^T + \hat{\mathbf{K}}_{22} \hat{\mathbf{K}}_{12}^T \\ \hat{\mathbf{K}}_{11} \hat{\mathbf{K}}_{21}^T + \hat{\mathbf{K}}_{12} \hat{\mathbf{K}}_{22}^T & \hat{\mathbf{K}}_{21} \hat{\mathbf{K}}_{21}^T + \hat{\mathbf{K}}_{22} \hat{\mathbf{K}}_{22}^T \end{bmatrix}.$$

Линейное матричное уравнение (38) будет разрешимым относительно $\mathbf{K}_{\mu\rho}$, если существует соответствующая ей произвольно выбираемая косо-симметричная матрица Φ .

Для проверки разрешимости (38) относительно $\mathbf{K}_{\mu\rho}$, а также непосредственно для определения $\mathbf{K}_{\mu\rho}$ можно воспользоваться следующим фактом. Поскольку согласно (35): $\Phi + \Phi^T = \mathbf{0}_{n,n}$, то с учетом (38) получим

$$\begin{aligned} \Phi + \Phi^T &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11} \mathbf{K}_{\mu\rho} & \mathbf{0}_{\rho, n-\rho} \\ \hat{\mathbf{K}}_{21} \mathbf{K}_{\mu\rho} & \mathbf{0}_{n-\rho, n-\rho} \end{bmatrix} - \bar{\mathbf{K}} + \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mu\rho}^T \hat{\mathbf{K}}_{11}^T & \mathbf{K}_{\mu\rho}^T \hat{\mathbf{K}}_{21}^T \\ \mathbf{0}_{n-\rho, \rho} & \mathbf{0}_{n-\rho, n-\rho} \end{bmatrix} - \bar{\mathbf{K}} = \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11} \mathbf{K}_{\mu\rho} + \mathbf{K}_{\mu\rho}^T \hat{\mathbf{K}}_{11}^T - 2\bar{\mathbf{K}}_1 & \mathbf{K}_{\mu\rho}^T \hat{\mathbf{K}}_{21}^T - 2\bar{\mathbf{K}}_3 \\ \hat{\mathbf{K}}_{21} \mathbf{K}_{\mu\rho} - 2\bar{\mathbf{K}}_3^T & -2\bar{\mathbf{K}}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n,n}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что необходимым условием разрешимости уравнения (38) относительно матрицы $\mathbf{K}_{\mu\rho}$ (т. е. условием существования технически реализуемого регулятора по двум признакам сложности) является соотношение

$$\bar{\mathbf{K}}_2 = \hat{\mathbf{K}}_{21} \hat{\mathbf{K}}_{21}^T + \hat{\mathbf{K}}_{22} \hat{\mathbf{K}}_{22}^T = \mathbf{0}_{n-\rho, n-\rho}. \quad (39)$$

При выполнении условия (39) матрица $\mathbf{K}_{\mu\rho}$ определяется из линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{K}}_{11} \mathbf{K}_{\mu\rho} + \mathbf{K}_{\mu\rho}^T \hat{\mathbf{K}}_{11}^T - 2\bar{\mathbf{K}}_1 &= \mathbf{0}_{\rho, \rho}; \\ \hat{\mathbf{K}}_{21} \mathbf{K}_{\mu\rho} - 2\bar{\mathbf{K}}_3^T &= \mathbf{0}_{\rho, n-\rho}, \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

разрешимость которых является достаточным условием существования технически реализуемого регулятора требуемой сложности.

На разрешимость соотношений (39), (40) в достаточно общем случае можно влиять подбором соответствующих фазовых ограничений (8), (26) (в частности, за счет вариации положительно определенной матрицы \mathbf{M}).

Заключение

Рассмотренный в работе метод синтеза на основе краевых условий Ляпунова позволяет определять аналитическое выражение закона управления, обеспечивающего заданные фазовые ограничения. При действии на систему неконтролируемых возмущений осуществляется аналитический синтез робастного управления. Метод позволяет также учитывать

ограничения на структуру управления и сложность его технической реализации. При этом полученные аналитические выражения справедливы при условии разрешимости краевых условий Ляпунова. Метод эффективен как для линейных, так и для нелинейных систем управления.

Список литературы

1. Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
2. Izmailov A. F., Solodov M. V. Numerical Methods of Optimization. Moscow: Fizmatlit, 2003. 304 p.
3. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002. 823 с.
4. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. М.: Наука, 1988.
5. Галиуллин А. С. Методы решения обратных задач динамики. М.: Наука, 1986. 224 с.
6. Rouché N., Habets P., Laloy M. Stability Theory by Lyapunov's Direct Method. New-York: Springer-Verlag, 1977, 300 p.
7. Matrosov V. M. Vector Lyapunov Function Method: Non-linear Analysis of Dynamical Properties. Moscow, Fizmatlit, 2001. 384 p.
8. Кунцевич В. М., Лычак М. М. Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. М.: Наука, 1977. 400 с.
9. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969. 408 с.
10. Милотин А. А. Принцип максимума в общей задаче оптимального управления. М.: Физматлит, 2001. 304 с.
11. Egorov A. I. Riccati Equations. Moscow: Nauka, 2001. 320 p.
12. Goodwin G. L., Graebe S. F., Salgado M. E. Control System Design. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 2004. 912 p.
13. Оптимальное управление. Под редакцией Осмоловского Н. П. и Тихомирова В. М. М.: Изд. МЦНМО, 2008. 320 с.
14. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. М.: Наука, 1988. 320 с.
15. Черноусько Ф. Л., Аняньевский И. М., Решмин С. А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
16. Пилишкин В. Н. Построение динамических систем методом вариации фазовых ограничений при допустимой степени робастности // Автоматика и телемеханика. 2002. № 3. С. 114–128.
17. Пилишкин В. Н. Синтез систем управления по заданной степени грубости методом вариации фазовых ограничений // Вестник МАИ. Т. 7. № 2. 2000. С. 68–74.
18. Солодовников В. В., Бирюков В. Ф., Тумаркин В. И. Принцип сложности в теории управления. М.: Наука, 1977. С. 342.
19. Гуревич И. М. Законы информатики — основы строения и познания сложных систем. М.: Антиква, 2003. С. 173.
20. Солодовников В. В., Бирюков В. Ф., Пилишкин В. Н. Синтез регулятора для многомерного объекта по ограничениям на вектор состояния // Труды МВТУ, САУ. 1979. № 314. Вып. 7.
21. Солодовников В. В., Бирюков В. Ф., Пилишкин В. Н. Достаточные условия в задаче синтеза регулятора при фазовых ограничениях // Автоматика. Киев, 1985. № 4. С. 54–60.
22. Четаев Н. Г. Устойчивость движения. М.: Наука, 1990. 176 с.
23. Хори Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М.: Мир, 1989. 656 с.
24. Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрики. Начальный курс. М.: Изд. Дело, 2004. 576 с.

С. В. Тарарыкин, д-р техн. наук, проф.,
tsv@ispu.ru,

В. В. Аполонский, аспирант,

А. И. Терехов, канд. техн. наук, доц.,
terehov@eims.ispu.ru,

Ивановский государственный энергетический
университет им. В. И. Ленина

Исследование влияния положительных обратных связей на робастные свойства систем автоматического управления с регуляторами состояния¹

Рассматриваются особенности работы систем автоматического управления при наличии положительных обратных связей по координатам состояния минимально-фазового объекта с нестабильными параметрами. Оцениваются возможности работы в этих условиях и выявляются резервы САУ для достижения комплекса заданных показателей качества при вариациях параметров. Предлагается методика определения областей робастной устойчивости, основанная на применении векторно-матричного и структурного представления САУ.

Ключевые слова: система автоматического управления, регулятор состояния, зона робастности, нули и полюсы, области устойчивости, вариации параметров

Введение

Вопрос определения зоны робастности системы автоматического управления, т. е. пределов, в которых система сохраняет свои качества при вариации собственных параметров, является одним из основополагающих в теории и практике автоматического управления.

Проведенные ранее исследования [1–3] позволили установить, что появление положительных обратных связей (ОС) по координатам состояния объекта управления (ОУ) (рис. 1, а) может приводить к существенному ухудшению робастных свойств синтезируемых САУ. Предложена методика определения соответствующих областей положительных и отрицательных коэффициентов регулятора состояния (РС), которые образуются при вариациях темпа нарастания переходной характеристики САУ ($h_{\Omega 1}(t)$, ..., $h_{\Omega 4}(t)$, рис. 1, б) путем изменения значения среднегеометрического корня (СГК) характеристического полинома (ХП) заданного вида (Бесселя, Ньютона, Баттерворта и др.). Геометрия таких областей существенно зависит от исходного распределения нулей и полюсов, а также от структуры управляемого объекта. При синтезе САУ с РС для гарантии обеспечения параметрической грубости

рекомендовано располагать их динамические характеристики за пределами областей положительных коэффициентов ОС, что наиболее просто реализуется соответствующим выбором значения СГК ХП.

Однако детальные исследования особенностей работы САУ с РС в так называемых "зонах риска" с положительными ОС по координатам состояния объекта не проводили. Тотальную оценку влияния вариаций всех параметров ОУ на динамические характеристики САУ с положительными ОС не выполняли. Анализ возможностей работы синтезируемых систем в таких зонах для реальных условий их эксплуатации не осуществляли.

При этом важно отметить, что области положительных ОС ("зоны риска") САУ обычно оказываются существенно шире областей отрицательных ОС ("зон робастности") (рис. 1, б).

Как следствие, имеющиеся резервы обеспечения комплекса заданных показателей качества САУ (быстродействия, точности, помехозащищенности, энергозатрат, параметрической грубости и др.) при выполнении жесткого требования отсутствия положительных ОС регулятора могут оказаться в конкретных случаях недоиспользованными. А рекомендуемое для выхода из "зоны риска" увеличение СГК ХП может привести к необоснованному

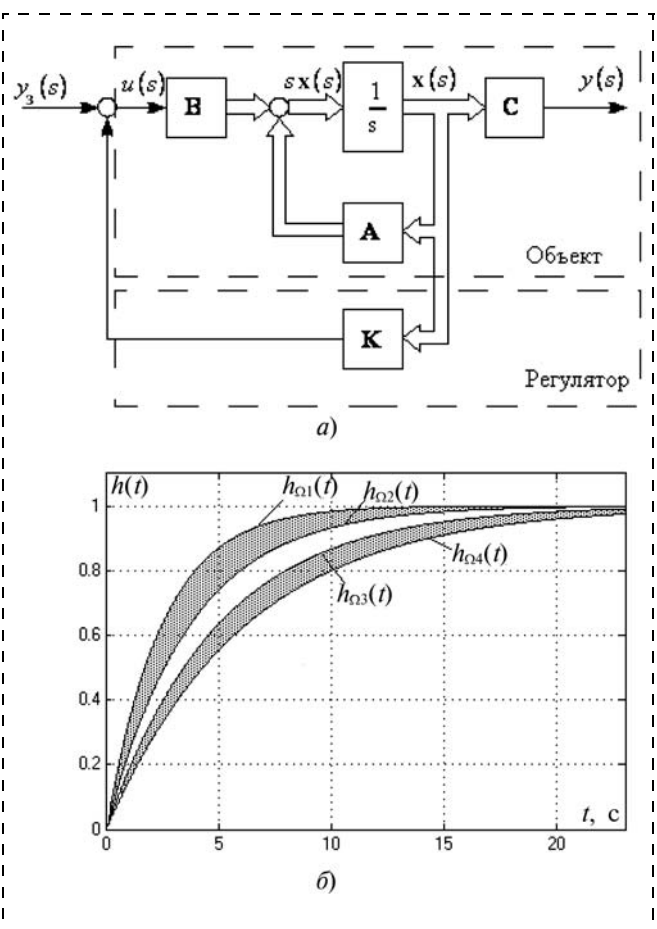


Рис. 1. Общий вид САУ на базе РС (а) и представление областей отрицательных (заштрихованы) и положительных ОС (б)

¹ Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ в области технических наук № НШ1559.2012.8.

завышению быстродействия и энергетических затрат на управление синтезируемой САУ.

Кроме того, как показано в работах [2, 3], для объектов определенной структуры с неблагоприятным расположением нулей и полюсов невозможно обеспечить управление координатами состояния при отсутствии положительных ОС.

Все это делает актуальным более детальное исследование влияния положительных ОС на робастные свойства САУ и изучение особенностей их функционирования в соответствующих "зонах риска".

Исследование строится по индуктивному принципу, когда частные аналитические результаты управления объектами низкого порядка распространяются на более сложные системы и подкрепляются соответствующими результатами детализированных вычислительных экспериментов. В основе синтеза РС лежат методы теории модального управления.

Постановка задачи

Поставим задачу установления взаимосвязи размеров областей устойчивости различных типов САУ на базе модальных РС (по мере повышения их сложности) при наличии одной или нескольких положительных ОС по координатам состояния минимально-фазового объекта с диапазонами вариаций его внутренних параметров.

Выполним анализ областей робастной устойчивости САУ в "зонах риска". На основе обобщения полученных результатов попытаемся ответить на вопросы о возможности и целесообразности работы систем в этих условиях, а также выработать соответствующие рекомендации по обеспечению условий успешного функционирования САУ.

Особенности модального управления объектами первого порядка с нестабильными параметрами

Исследуем возможности модального управления неминимально-фазовым ОУ с передаточной функцией (ПФ) общего вида:

$$H_o(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{s + b_0}{s + a_0} \gamma, \quad (1)$$

где $A(s)$ и $B(s)$ — соответственно ХП и полином воздействия; s — комплексная переменная Лапласа; a_0 и b_0 — положительные коэффициенты; γ — варьируемый положительный параметр (коэффициент передачи).

ОУ (1) имеет один ноль и один полюс. Задачей контура ОС с коэффициентом передачи k является формирование желаемого ХП вида $D(s) = s + d_0$. При этом коэффициент ОС определяется по формуле

$$k = \frac{d_0 - a_0}{\gamma(d_0 - b_0)}. \quad (2)$$

Рассмотрим два варианта объекта (ОУ1, ОУ2), у первого из которых ноль больше полюса ($b_0 = 1, a_0 = 2$), а у второго полюс оказывается больше нуля ($a_0 = 1, b_0 = 2$). В обоих вариантах исходное значение параметра $\gamma = 1$.

Если руководствоваться рекомендациями работ [1–3] и располагать полюс замкнутой САУ между нулем и полюсом объекта, приняв, например, $d_0 = 1,5$, то в обоих вариантах систем (САУ1, САУ2) получаем согласно (2) отрицательные ОС с одинаковым коэффициентом $k = -1$, свидетельствующим о нахождении систем в "зоне робастности". При этом формируются следующие выражения их характеристических уравнений, записанных относительно варьируемого параметра γ :

- для САУ1 $s(1 + \gamma) + (2 + \gamma) = 0$;
- для САУ2 $s(1 + \gamma) + (1 + 2\gamma) = 0$.

Из анализа приведенных уравнений следует, что оба варианта САУ с отрицательными ОС сохраняют устойчивость при любых значениях варьируемого параметра $\gamma > 0$.

Переместим исследуемые системы в "зону риска", задав, например, значение $d_0 = 10$. Согласно (2) это может быть обеспечено лишь положительными значениями коэффициентов ОС: $k = 8/9$ для САУ1 и $k = 9/8$ для САУ2. При этом получаем следующие выражения соответствующих характеристических уравнений:

- для САУ1 $s(9 - 8\gamma) + (18 - 8\gamma) = 0$;
- для САУ2 $s(8 - 9\gamma) + (8 - 18\gamma) = 0$.

Их анализ показывает, что области робастной устойчивости и поведение синтезированных систем с положительными ОС при вариациях γ существенно изменились: в диапазоне $1,125 < \gamma < 2,25$ оказывается неустойчивой САУ1, а в диапазоне $0,44 < \gamma < 0,89$ теряет устойчивость САУ2. Иными словами, даже относительно небольшое повышение коэффициента передачи ОУ1 и его незначительное уменьшение в ОУ2 приводят к потере работоспособности синтезированных САУ, изначально размещенных в "зоне риска". Тем не менее, оба варианта САУ надежно сохраняют свои робастные свойства при односторонних изменениях γ относительно расчетного значения: в направлении уменьшения — для САУ1 и в направлении повышения — для САУ2.

Полученные результаты, относящиеся к управлению достаточно простым интегрирующим ОУ первого порядка, позволяют, тем не менее, сделать важные наблюдения и выводы, которые вполне могут быть распространены на более сложные варианты САУ:

- появление положительной ОС приводит к скачкообразным изменениям робастных свойств синтезируемой системы, что можно объяснить соответствующим скачкообразным увеличением фазового сдвига сигналов до -180° в контуре управления, аналогичного таковому для двух последовательно включенных интеграторов;

- поведение САУ с положительной ОС при вариациях внутренних параметров становится более сложным, даже при управлении объектом низкого порядка, и прогнозируется лишь путем детализированного исследования модели синтезируемой системы;
- можно допустить функционирование САУ в "зонах риска" (с положительными ОС), если гарантируется, что вариации нестабильных параметров в самых неблагоприятных сочетаниях не выйдут за границы соответствующих областей робастной устойчивости.

Рассмотрим, как проявляются эти закономерности при управлении состоянием более сложных ОУ.

Особенности управления состоянием объектов второго порядка с нестабильными параметрами

Будем исследовать возможности управления объектом с передаточной функцией общего вида

$$H_o(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0}, \quad (3)$$

где b_0, b_1, a_0, a_1 — положительные коэффициенты, которые могут изменяться в процессе работы.

Структура ОУ соответствует канонической форме наблюдаемости (КФН) (рис. 2), которая дает согласно работам [2, 3] наиболее сложный (сегментированный) вид "зоны робастности", показанный на рис. 1, б.

Для конкретности примем следующие исходные (номинальные) значения параметров объекта (обозначим его ОУ3): $b_0 = 5, b_1 = 1, a_0 = 6, a_1 = 5$.

При управлении координатами состояния x_1 и x_2 формируется следующий вид ХП в форме Ньютона: $D(s) = (s + \Omega_0)^2$, где Ω_0 — среднегеометрический корень. "Зона робастности" замкнутой САУ, обусловленная наличием отрицательных ОС с соответствующими коэффициентами k_1 и k_2 , расположена в пределах значений $\Omega_0 \in (2,55; 2,6) \cup (5,0; 7,45) \text{ с}^{-1}$. Вход-выходная передаточная функция синтезируемой системы приобретает следующий вид:

$$H(s) = \frac{y(s)}{y_3(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + s(a_1 - b_0k_1 - b_1k_2) + (a_0 - b_0k_2 + b_1a_0k_1 - a_1b_0k_1)}$$

Из ее анализа следует, что положительные значения коэффициентов ХП и, как следствие, устойчивость САУ в случае отрицательных значений k_1 и k_2 обеспечиваются при выполнении условия

$$a_0 - b_0k_2 - k_1(a_1b_0 - a_0b_1) > 0. \quad (4)$$

Оно с хорошим "запасом" выполняется при расчетных параметрах ОУ и допускает достаточно большие отклонения от их номинальных значений.

В тех случаях, когда коэффициенты ОС принимают положительные значения, указанное условие устойчивости дополняется гораздо более "жестким" соотношением

$$a_1 - b_0k_1 - b_1k_2 > 0, \quad (5)$$

которое существенно ограничивает возможные вариации параметров ОУ.

Если задавать различные темпы переходных процессов, изменяя значение СГК Ω_0 и располагая синтезируемую САУ в "зонах риска" и "зонах робастности", то получаем соответствующие значения коэффициентов ОС (табл. 1) и конкретные числовые выражения необходимых и достаточных условий устойчивости (4), (5) системы исходя из требования положительности коэффициентов ХП.

Анализ полученных соотношений позволяет установить, что при модальном управлении ОУ второго порядка в условиях параметрических возмущений наблюдаются те же закономерности, которые были выявлены при исследовании САУ первого порядка. Появление положительных ОС здесь также приводит к скачкообразному ухудшению робастных свойств синтезируемой САУ и усложнению условий робастной устойчивости. При этом детализированный анализ этих условий становится более затруднительным. Допустимые по условиям устойчивости вариации параметров ОУ в "зонах риска" снижаются и становятся существенно зависимыми от темпа переходных процессов САУ задаваемого СГК Ω_0 . Особенно высокая чувствительность системы к вариациям параметров ОУ наблюдается при малых значениях Ω_0 .

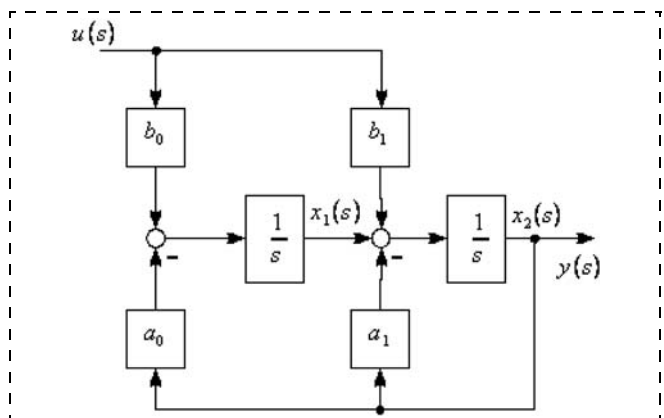


Рис. 2. Структурная схема объекта управления в КФН

Таблица 1
Результаты синтеза САУ при вариациях СГК Ω_0 ХП Ньютона

Коэффициенты ОС	Значение СГК $\Omega_0, \text{ с}^{-1}$					
	для САУ с ОУ3					для САУ с ОУ4
	0,20	2,57	3,80	6,22	10,00	3,80
k_1	2,84	-0,016	-0,76	-0,75	3,167	-3,88
k_2	-9,6	-0,061	1,20	-3,68	-30,83	8,40

Полученные соотношения позволяют установить, что при определенных условиях вполне может обеспечиваться стабильная работа САУ в "зонах риска". Например, при $\Omega_0 = 0,2 \text{ с}^{-1}$ и $\Omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$ увеличение коэффициентов b_1 и a_0 не вызывает нарушений работоспособности, так же как увеличение a_1 и уменьшение b_1 при $\Omega_0 = 3,8 \text{ с}^{-1}$. В то же время проявляются и те параметры, вариации которых крайне неблагоприятно сказываются на работе САУ, например b_0 .

Как было показано в работах [2, 3], в тех случаях, когда ноль объекта располагается между двумя полюсами, управление его координатами состояния может обеспечиваться только при наличии положительных ОС. Такие САУ вынуждены работать, постоянно находясь в соответствующих "зонах риска".

Так, если изменить один из параметров (3), приняв $b_1 = 2$, и обозначить такой объект как ОУ4, то получаем значения коэффициентов ОС САУ, приведенные в табл. 1. Возникающие при этом условия устойчивости принципиально не отличаются от таковых для САУ с ОУЗ в "зонах риска", что определяет возможность успешного управления при их гарантированном соблюдении.

В более наглядной графической форме области соблюдения или нарушения условий робастной устойчивости САУ при определенных вариациях параметров ОУ могут быть представлены в виде полного набора сечений соответствующих многомерных областей их состояний различными плоскостями, формируемыми попарными изменениями этих па-

раметров относительно исходных значений. Примеры таких сечений (a_0, b_1 и a_1, b_1), построенных для САУ с ОУЗ при $\Omega_0 = 2,57 \text{ с}^{-1}$ и $\Omega_0 = 3,8 \text{ с}^{-1}$, приведены на рис. 3, а, б, где точками обозначены области устойчивости САУ, треугольниками — области неустойчивости, а звездочками отмечены исходные (номинальные) значения варьируемых параметров.

Сравнительный анализ семейств таких сечений, построенных для САУ с отрицательными и положительными ОС, показывает, что даже небольшие вариации СГК Ω_0 могут приводить к существенным изменениям ее свойств, связанным с переходом системы из "зоны робастности" в "зону риска".

В то же время более детальное исследование сечений областей состояний САУ с положительными ОС позволяет выявить возможности устойчивой работы в достаточно широких пределах изменения параметров ОУ. Например, могут быть допущены любые сочетания двукратных вариаций параметров a_1, a_0 и b_0 , если гарантируется исключение более чем двукратного увеличения параметра b_1 (в отклонениях от исходных значений, принятых при синтезе РС).

При необходимости полученные теоретические результаты могут быть проверены и подтверждены численным моделированием соответствующих вариантов САУ.

Попытаемся развить предложенные подходы при исследовании особенностей робастного управления распространенными типовыми ОУ более сложной структуры и высокого порядка.

Модальное управление состоянием двухмассовой электромеханической системы

Исследуем особенности управления состоянием типичной двухмассовой электромеханической системы (ЭМС) с вязкоупругой кинематической передачей [5]. Ее функциональная и структурная схемы приведены соответственно на рис. 4, а, б, где СП — силовой преобразователь; ЭД — электродвигатель; РО — рабочий орган; КП — кинематическая передача; u, U — управляющее и выходное напряжение СП; I — ток якорной цепи ЭД; M, M_y — электромагнитный момент ЭД и момент упругости КП; Ω_1, Ω_2 — угловые скорости первой и второй масс; C — конструктивный параметр ЭД; T_a, R_a — постоянная времени и сопротивление якорной цепи ЭД; J_1, J_2 — моменты инерции первой и второй масс; C_{12} — коэффициент жесткости КП; K_d, K_T — коэффициенты трения; $K_{сп}$ — коэффициент передачи СП, принятого безынерционным.

Исходные параметры ЭМС представлены в табл. 2. В данном случае наименее стабильными считаются параметры механической части: C_{12} и J_2 .

Соответствующие матрицы **A**, **B** и **C** (см. рис. 1, а) описания данного объекта в координатах состояния

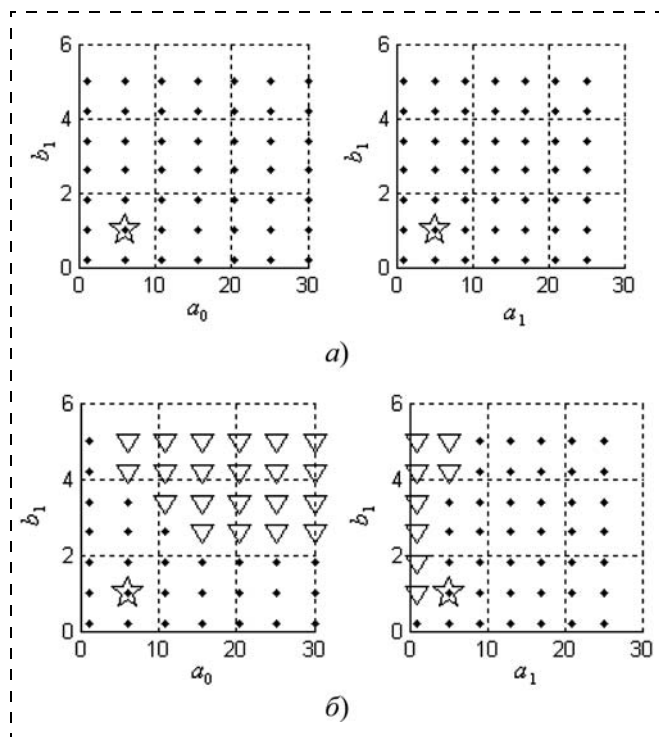


Рис. 3. Сечения многомерных областей состояний САУ с ОУЗ при $\Omega_0 = 2,57 \text{ с}^{-1}$ (а) и $\Omega_0 = 3,8 \text{ с}^{-1}$ (б)

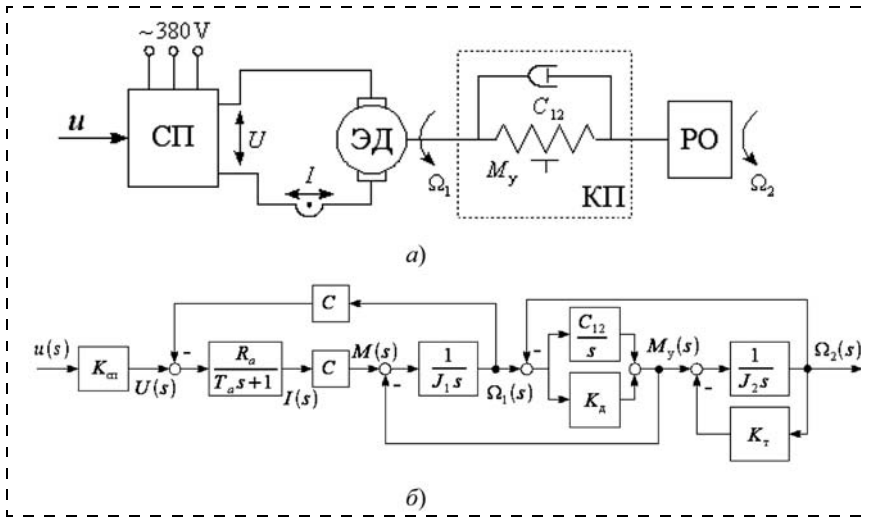


Рис. 4. Функциональная (а) и структурная (б) схемы двухмассовой электромеханической системы

$x_1 = I, x_2 = \Omega_1, x_3 = M_y, x_4 = \Omega_2 = u$ при номинальных значениях параметров принимают вид

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -0,016 & 0 & 0 \\ 2 & -0,5 & -2 & 0,5 \\ 0 & 1,5 & 0 & -1,5 \\ 0 & 0,294 & 1,177 & -5,588 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2,244 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C = [0001].$$

Передаточная функция ОУ от входа к выходу определяется выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{1,32s - 7,92}{s^4 + 8,088s^3 + 19,62s^2 + 30,89s + 31,82}$$

ОУ имеет один ноль и четыре полюса. Условия робастности (формирование отрицательных обратных связей) системы управления данным объектом

Таблица 2

Начальные параметры двухмассовой электромеханической системы

$K_{СП}$	$R_a, \text{ Ом}$	$T_a, \text{ с}$	$C, \text{ Вб}$	$J, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$		$C_{12}, \text{ Н} \cdot \text{ м}$	$K_d, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2/\text{с}$	K_T
				J_1	J_2			
22	3,15	0,5	0,16	0,5	0,85	1,5	0,25	4,5

Таблица 3

Варианты ЭМС, синтезированные для различных значений СГК Ω_0 ХП Ньютона

Коэффициенты ОС	Значение СГК $\Omega_0, \text{ с}^{-1}$				
	3,0	4,0	5,79	10,0	14,0
k_1	-1,74	-3,53	-6,72	-14,22	-21,35
k_2	-2,35	-6,29	-20,00	-86,03	-192,67
k_3	7,09	-0,89	-20,82	-141,76	317,27
k_4	-27,88	-2,14	6,05	-470,45	-5982,65

с безынерционным РС выполняются в области значений СГК характеристического полинома Ньютона $\Omega_0 \in (3,86; 4,28) \cup (7,29; 12,58) \text{ с}^{-1}$.

Достаточно высокий порядок САУ не позволяет получить аналитические соотношения для исследования областей ее робастной устойчивости, что определяет необходимость проведения численных расчетов.

Для получения наиболее наглядного представления о состояниях синтезированной системы при различных вариациях нестабильных параметров была разработана специальная методика вычислительных экспериментов, состоящая в следующем.

В среде моделирования *Simulink* программного комплекса (ПК)

MATLAB формируется структурная модель исследуемой системы. В среде графического пользовательского интерфейса (GUI) ПК MATLAB задается имя исследуемой модели, назначаются варьируемые параметры, устанавливаются исходное значение, шаг и диапазон изменения каждого из них. Для передачи значений параметров звеньев в среду *Simulink* используется рабочая область (*Workspace*) ПК MATLAB, а для наполнения рабочей области используется соответствующая функция *assignin(ws, var, val)*. Исследуемая модель САУ в *Simulink* "извлекает" значения переменных параметров из рабочей области и "подставляет" их в соответствующие блоки (звенья) структурной схемы.

Изменение варьируемых параметров осуществляется встроенной функцией *funk()* управляющей программы, реализующей алгоритм полного перебора в соответствии с установленной сеткой значений.

Использование встроенной в MATLAB функции $[num, den] = \text{linmod}('sys')$ позволяет определить полиномы числителя (*num*) и знаменателя (*den*) передаточной функции исследуемой модели ('*sys*') от заданного входа к заданному выходу.

После этого вызывается функция оценки устойчивости алгебраическим методом Гурвица *ustoicivost_gurvitz()*, формируются области состояний САУ, которые наглядно отражаются в виде, представленном на рис. 3, в среде графического пользовательского интерфейса.

Указанная методика численных расчетов реализована соответствующей авторской программой "Skyeyes", полностью интегрированной в среду ПК MATLAB и внесенной в государственный Реестр программ для ЭВМ [6].

Используя возможности новой методики и ориентируясь на выявленные выше области отрицательных и положительных ОС, исследуем особенности управления различными вариантами ЭМС (табл. 3), полученными путем вариаций исходных значений СГК Ω_0 ХП Ньютона.

Новые возможности исследований с использованием полного перебора значений параметров САУ при высокой наглядности отображения областей робастной устойчивости позволяют относительно легко выявить их наиболее опасные вариации и неблагоприятные сочетания.

Так, для рассматриваемой ЭМС наименьшие запасы устойчивости обеспечиваются при одновременном увеличении параметров механической части C_{12} и J_2 . Наблюдается характерное скачкообразное ухудшение робастных свойств при появлении положительных ОС, которые могут быть вызваны даже небольшими изменениями СГК Ω_0 и, соответственно, незначительными вариациями динамических характеристик, задаваемых в качестве желаемых при синтезе САУ. Это наглядно иллюстрируют соответствующие области робастной устойчивости САУ, приведенные на рис. 5, а, в и рис. 6, а. Их дополнение результатами выборочного моделирования, полученными в виде переходных характеристик (рис. 5, б, г и рис. 6, б) при различных значениях наименее стабильного параметра C_{12} (графики 1, 2,

3, 4 соответственно для значений $C_{12} = 1,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ (исходное значение); $1,05 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $1,95 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $15 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $J_2 = 2,55 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (график 4)), свидетельствует о том, что более узкие зоны робастной устойчивости соответствуют более высокой чувствительности САУ к вариациям параметров в пределах этой зоны.

В то же время полученные результаты показывают, что, несмотря на существенное снижение робастных свойств, при наличии положительных ОС работоспособность САУ в этих условиях может быть сохранена при достаточно больших изменениях внутренних параметров, определяемых их самыми неблагоприятными сочетаниями. Возможности сохранения заданного качества переходных процессов в реальных условиях эксплуатации должны оцениваться дополнительно. Как видно из графиков, приведенных на рис. 5, г, самое неблагоприятное изменение характеристик ЭМС, полученное при одновременном десятикратном повышении параметра C_{12} и трехкратном увеличении J_2 , может оказаться вполне приемлемым при конкретном использовании САУ.

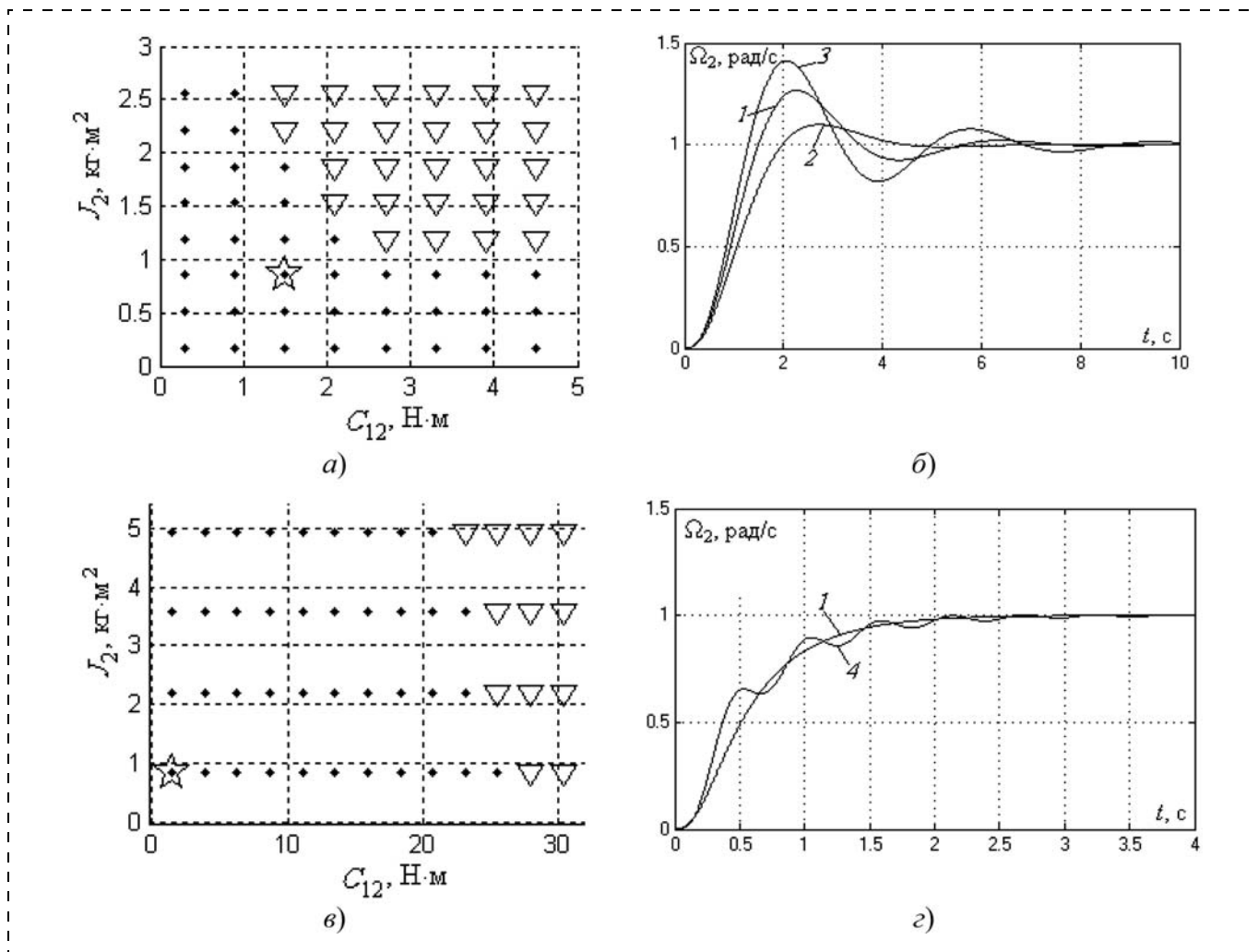


Рис. 5. Области робастной устойчивости и графики переходных процессов двухмассовой ЭМС (в зоне риска) при $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$ (а, б), $\Omega_0 = 5,79 \text{ с}^{-1}$ (в, г)

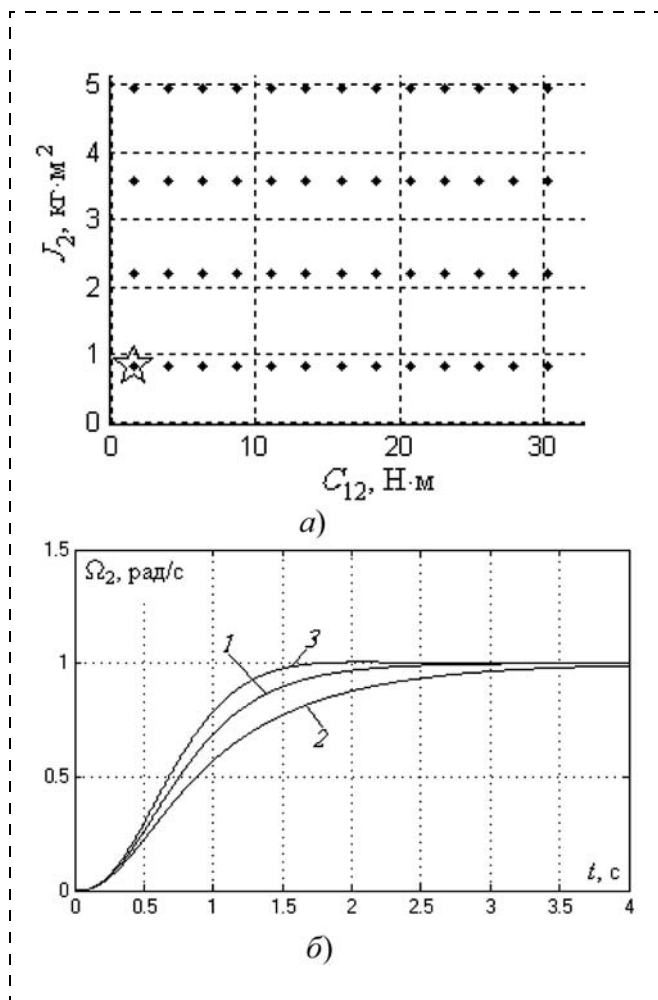


Рис. 6. Области робастной устойчивости (а) и графики переходных процессов (б) двухмассовой ЭМС (в зоне робастности) при $\Omega_0 = 4 \text{ c}^{-1}$

Сопоставление значений коэффициентов ОС из табл. 1 и 3 с достигаемыми динамическими характеристиками соответствующих вариантов САУ порождает идею прогнозирования их робастных свойств на основе сопоставления модулей положительных и отрицательных коэффициентов. Однако достаточно явное повышение параметрической чувствительности САУ при относительном увеличении модуля положительной ОС, свойственное конкретной системе, не может рассматриваться как общая закономерность, что подтверждается результатами исследований робастных свойств других видов САУ.

Заключение

Появление положительных коэффициентов обратных связей регулятора при синтезе систем управления состоянием параметрически нестабильных линеаризованных объектов по комплексу заданных показателей качества должно рассматриваться как фактор риска, свидетельствующий о существенном

снижении робастных свойств независимо от значений модулей положительных коэффициентов и требующий более детального аналитического или численного исследования возможностей работы САУ в этих условиях.

Наиболее полное исследование робастных свойств САУ, в том числе высокого порядка при большом числе варьируемых параметров, позволяет обеспечить предложенная комплексная методика численных расчетов, воплощенная в авторской программе "Skueyes", интегрированной в ПК MATLAB. Она основывается на сочетании векторно-матричного и структурного (вход-выходного) представления системы, полном переборе всех значений переменных параметров в пределах установленной сетки значений, многократном применении алгебраического критерия Гурвица для определения областей устойчивости (неустойчивости), их наглядном отображении сечениями плоскостей вариаций параметров и дополняется выборочным моделированием САУ при наиболее неблагоприятных значениях параметров.

Такое комплексное исследование САУ позволяет в более полной мере выявить имеющиеся резервы ее функционирования в так называемых "зонах риска", характеризующихся положительными значениями коэффициентов ОС, оценить возможность и целесообразность работы системы с такими настройками регулятора, выработать соответствующие рекомендации по обеспечению успешного функционирования и гарантировать сохранение работоспособности с заданными показателями качества в реальных условиях эксплуатации.

Значительные размеры областей положительности ОС в сравнении с соответствующими областями робастности САУ определяют также актуальность разработки эффективных методов дополнительно повышения их параметрической грубости.

Список литературы

1. Тарарыкин С. В., Тютиков В. В. Системы координирующего управления взаимосвязанными электроприводами. Иваново: Изд. Иван. гос. энерг. ун-та, 2000. 212 с.
2. Котов Д. Г., Тарарыкин С. В., Тютиков В. В. Синтез линейных регуляторов для управления состоянием технологических объектов. Иваново: Изд. Иван. гос. энерг. ун-та, 2005. 172 с.
3. Тютиков В. В., Тарарыкин С. В. Робастное модальное управление технологическими объектами. Иваново: Изд. Иван. гос. энерг. ун-та, 2006. 256 с.
4. Анисимов А. А., Котов Д. Г., Тарарыкин С. В., Тютиков В. В. Анализ параметрической чувствительности и структурная оптимизация систем модального управления с регуляторами состояния // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 5. С. 18–32.
5. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербург. отд-ние, 1992. 288 с.
6. Аполонский В. В., Анисимов А. А., Тарарыкин С. В., Тютиков В. В. Программа для определения области устойчивости систем автоматического управления "Skueyes". Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012611287 от 31.01.2012.

УДК 521.1, 681.51.011

Е. В. Письменная, канд. техн. наук, доц.,
EPismen@yandex.ru,
НИИ механики МГУ

Алгоритмы управления движением мобильного робота по заданным траекториям¹

Рассматривается задача аналитического построения алгоритмов управления автономным трехколесным мобильным роботом, которые обеспечивают движение выбранной точки (полюса) аппарата по заданной траектории. Приведено описание сенсорной системы и цифровой системы управления роботом. Представлены результаты численного моделирования нелинейных уравнений движения робота, исследовано влияние начальных условий и возмущений. Обсуждаются результаты экспериментальных исследований, выполненных в НИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова с лабораторным макетом робота "Зоркий", участника Всероссийских фестивалей мобильных роботов имени профессора Е. А. Девянина.

Ключевые слова: мобильные роботы, нелинейное управление, движение по траектории

Введение

Колесные роботы — типичные неголономные механические системы — применяются достаточно широко для различных целей и интенсивно исследуются. Один из распространенных типов таких роботов имеет два ведущих колеса, вращаемые каждое своим двигателем, и пассивное роульное колесо. В частности, в популярных в настоящее время соревнованиях автономных мобильных роботов, проводимых как за рубежом, так и в России (например, в НИИ механики МГУ), выступают такие машины [1, 2].

В данной статье рассматривается задача выхода на заданную траекторию и движения по ней мобильного объекта на примере мобильного робота с двумя ведущими и одним пассивным самоориентирующимся (роульным) колесом. Задача практического построения управления движением автономного объекта по заданной траектории требует обеспечения:

- либо движения мобильного робота по линии, нанесенной на опорной поверхности (рис. 1);
- либо движения по траектории, заданной аналитически в виде явной или неявной функции координат или времени;

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (государственный контракт № 07.524.11.4012).

- либо движения по траектории, заданной таблично числовыми массивами.

В первом случае робот не располагает информацией об аналитическом описании траектории, и для реализации движения на мобильном роботе должны быть установлены сенсоры системы технического зрения (видеокамеры, оптронные линейки) для определения положения полосы в связанной с роботом системе координат [3]. На роботе выполняется соответствующая обработка информации для формирования управляющих воздействий.

Такие решения были продемонстрированы на Всероссийском фестивале "Мобильные роботы" имени профессора Е. А. Девянина в упражнении "полоса", которое выполняется в соответствии с регламентом соревнований (см. www.mobilerobots.msu.ru).

В других случаях возможно использование параметрических уравнений движения отмеченной точки (полюса) A робота $x = x_d(s)$, $y = y_d(s)$, либо уравнения кривой $F(x, y) = 0$ в некоторой декартовой системе координат без указания программного режима изменения скорости. Впрочем, при этом может дополнительно задаваться закон изменения скорости вдоль предписанной траектории.

Во втором и третьем случаях для осуществления движения роботу не требуется наличие видеосенсоров, а закон управления строится исходя из аналитического выражения траектории, согласованного с начальным положением робота и информацией, получаемой от сенсорной системы, которая обеспечивает навигацию подвижного объекта.

В современных мобильных объектах навигационный блок может использовать информацию от спутниковой навигационной системы [4], а также от одометрических систем, обрабатывающих информацию с датчиков углов поворота колес [3, 5].

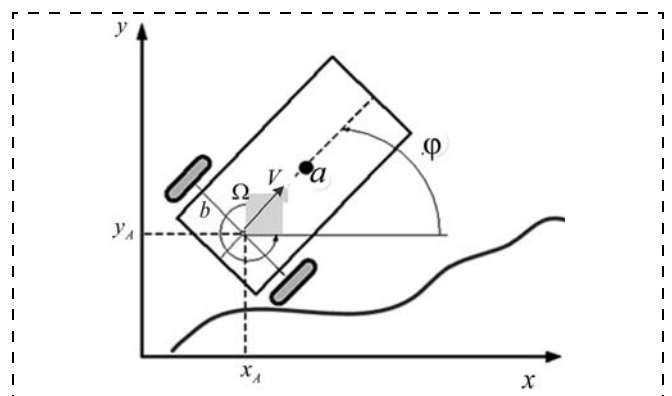


Рис. 1. Движение мобильного робота по линии на опорной поверхности

Отдельный интерес представляет задача комплектования автономного мобильного объекта необходимой сенсорной системой.

В данной статье рассмотрен аналитический синтез управления движением трехколесного мобильного робота [6], кинематика и динамика которого описывается нелинейными дифференциальными уравнениями неголономной механики. Синтез выполнен с учетом требований к качеству процесса движения робота по траектории. Исследовано влияние возможных внешних воздействий, приводящих к линейным и угловым отклонениям аппарата от заданной траектории. Показано, что предлагаемые алгоритмы обеспечивают устойчивый характер возвращения робота на траекторию и желаемое качество движения.

Синтез законов управления, обеспечивающих движение трехгранника по траектории, заданной в декартовой системе координат

Пусть на некотором отрезке оси абсцисс $x_1 \leq x \leq x_2$ заданная траектория может быть представлена в виде

$$F(x, y) = 0. \quad (1)$$

Поставим задачу построения такого закона управления напряжениями, подаваемыми на двигатели робота, который бы обеспечивал устойчивое движение по предписанной траектории (1) заданной точки A робота, при этом скорость оставалась бы постоянной. Ограничения на управление при синтезе законов управления не учитываются.

Назовем сопровождающим трехгранник, образованный касательной, нормалью и бинормалью к траектории в точке (x, y) .

Пусть сопровождающий трехгранник расположен в точке A на подвижном объекте. Кинематические уравнения движения этого трехгранника имеют вид [3]

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \varphi; \quad (2)$$

$$\frac{dy}{dt} = V \sin \varphi; \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega, \quad (4)$$

где x, y — координаты точки A ; φ — курсовой угол подвижного объекта; V — продольная скорость корпуса мобильного объекта и соответствующего трехгранника; Ω — угловая скорость сопровождающего трехгранника.

Если на отрезке $x_1 \leq x \leq x_2$ перейти к независимой переменной x , то, используя известное выражение для кривизны плоской кривой $k = \frac{\Omega}{V}$, получаем

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \pm \frac{\Omega}{V} \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{3/2}. \quad (5)$$

Обеспечим устойчивое движение мобильного объекта по желаемой траектории $F^*(x, y) = 0$ на множестве $x_1 \leq x \leq x_2$.

Если мобильный объект не движется по желаемой траектории, то $F^*(x, y) \neq 0$, и эта величина будет являться отклонением от заданной траектории. Потребуем, чтобы это отклонение робота от желаемой траектории асимптотически стремилось бы к нулю при монотонном изменении координаты x и было представлено в виде суммы двух экспоненциальных функций:

$$F^*(x, y(x)) = A_1 e^{\lambda_1 x} + A_2 e^{\lambda_2 x}, \quad (6)$$

где постоянные $\lambda_1, \lambda_2 < 0$ выбираются исходя из обеспечения устойчивости и качества движения по траектории.

Выражение (6) соответствует дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F^*(x, y(x))}{dx^2} = \\ = (\lambda_1 + \lambda_2) \frac{dF^*(x, y(x))}{dx} - \lambda_1 \lambda_2 F^*(x, y(x)). \end{aligned} \quad (7)$$

Соотношение (7) позволяет сопровождающему трехграннику, начиная с некоторого момента, экспоненциально приближаться к желаемой траектории, а соответствующий выбор значений показателей экспонент обеспечит необходимое время регулирования и вид переходного процесса.

Далее необходимо получить выражение желаемой угловой скорости сопровождающего трехгранника, двигающегося по желаемой траектории (1). Для этого запишем вторую производную по x от неявной функции $F^*(x, y) = 0$ в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F^*(x, y)}{dx^2} = \frac{\partial F^*(x, y)}{\partial y} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{\partial^2 F^*(x, y)}{\partial y^2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \\ + \frac{\partial^2 F^*(x, y)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 F^*(x, y)}{\partial x \partial y} \frac{dy}{dx} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Затем, используя выражения (5), (7) и (8), получаем выражение угловой скорости Ω^* , которое соответствует движению сопровождающего трехгранника по заданной траектории $F^*(x, y) = 0$:

$$\Omega^* = \frac{\pm V \left((\lambda_1 + \lambda_2) \frac{dF^*(x, y)}{dx} - \lambda_1 \lambda_2 F^*(x, y) - \frac{\partial^2 F^*(x, y)}{\partial y^2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 F^*(x, y)}{\partial x \partial y} \frac{dy}{dx} - \frac{\partial^2 F^*(x, y)}{\partial x^2} \right)}{\frac{\partial F^*(x, y)}{\partial y} \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{3/2}}. \quad (9)$$

Заметим, что с учетом (2), (3) можно записать $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\varphi$. Проанализируем полученное выражение (9). Для вычисления желаемой угловой скорости по выражению (9) необходимо измерять линейную скорость V , значение координат x, y , курсовой угол φ , а также вычислить значения $F(x, y)$ и ее первую и вторую производные. Величины λ_1, λ_2 выбираются отрицательными и определяют время переходного процесса возврата сопровождающего трехгранника на траекторию.

Из представленного соотношения (9), в частности, может быть получена угловая скорость Ω^* для случая, когда траектория описана как явная функция координат, т. е. как $F^* = y - f(x)$. В этом случае можно получить следующее выражение для угловой скорости:

$$\Omega^* = \frac{\pm V}{(1 + (\operatorname{tg}\varphi)^2)^{3/2}} \left(\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + (\lambda_1 + \lambda_2) \times \left(\operatorname{tg}\varphi - \frac{df(x)}{dx} \right) - \lambda_1 \lambda_2 (y(x) - f(x)) \right). \quad (10)$$

Отметим, что при движении по траектории, заданной как функция координат, необходимо соблюдение условия монотонности изменения аргумента функции. Однако существуют траектории, содержащие петли, тогда это условие не будет выполняться. В этом случае необходимо траекторию задавать в параметрическом виде.

Синтез законов управления, обеспечивающих движение трехгранника по параметрической траектории

Пусть траектория задается в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x &= \xi(t); \\ y &= \eta(t). \end{aligned} \quad (11)$$

Тогда первая и вторая производные запишутся следующим образом:

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}; \quad (12)$$

$$y''_x = \frac{(y'_t)'_t}{x'_t} = \frac{y''_t x'_t - y'_t x''_t}{(x'_t)^3}, \quad (13)$$

где

$$(y(t) - y^*(t))''_t - (\lambda_{1y} + \lambda_{2y})(y(t) - y^*(t))'_t + \lambda_{1y} \lambda_{2y} (y(t) - y^*(t)) = 0; \quad (14)$$

$$(x(t) - x^*(t))''_t - (\lambda_{1x} + \lambda_{2x})(x(t) - x^*(t))'_t + \lambda_{1x} \lambda_{2x} (x(t) - x^*(t)) = 0. \quad (15)$$

Из уравнений (14) и (15) найдем значения вторых производных y''_t, x''_t и y''_x :

$$(x(t))''_t = (\lambda_{1x} + \lambda_{2x})(x(t) - x^*(t))'_t - \lambda_{1x} \lambda_{2x} (x(t) - x^*(t)) + (x^*(t))''_t; \quad (16)$$

$$(y(t))''_t = (\lambda_{1y} + \lambda_{2y})(y(t) - y^*(t))'_t - \lambda_{1y} \lambda_{2y} (y(t) - y^*(t)) + (y^*(t))''_t; \quad (17)$$

$$y''_x = \frac{y''_t x'_t - y'_t x''_t}{(x'_t)^3}. \quad (18)$$

Далее задача сводится к описанному выше случаю, когда требуется найти выражение для желаемой угловой скорости Ω^* , которое будет обеспечивать устойчивое движение трехгранника по траектории (11). С учетом соотношения (18) получим

$$\Omega^* = \frac{\pm V \left(\frac{y''_t x'_t - y'_t x''_t}{(x'_t)^3} \right)}{\left(1 + \left(\frac{y'_t}{x'_t} \right)^2 \right)^{3/2}}. \quad (19)$$

Переменные, входящие в формулу (19), вычисляются по формулам (12), (16) и (17).

Синтез управления трехколесным мобильным роботом "Зоркий"

Перейдем к синтезу законов управления движением робота, изображенного на рис. 1. Робот представляет собой платформу с двумя ведущими колесами и одним пассивным колесом [6]. Ведущие колеса снабжены электродвигателями с редукторами, системой управления двигателями и сенсорной системой в виде энкодеров, установленных на выходных валах двигателей.

Пусть точка A с координатами (x, y) находится на середине отрезка, соединяющего центры ведущих колес робота. Кинематические уравнения движения этой точки [3] имеют вид (2)—(4).

Поставим задачу построения такого закона управления напряжениями, подаваемыми на двигатели робота, который бы обеспечивал устойчивое движение по предписанной траектории (1) заданной точки A робота, при этом скорость этого полюса оставалась бы постоянной. Ограничения на управление не учитываются.

Будем считать, что на колесах робота установлены сенсоры, определяющие угловое положение и угловую скорость вращения колес.

Динамические уравнения робота запишем в форме, предложенной в работах [3, 5], они разрешены

относительно моментов, приложенных к колесам робота:

$$M_L = -\frac{R}{2}(m\dot{V} + am_0\Omega^2) + \frac{R}{2b}(J\dot{\Omega} - am_0\Omega V); \quad (20)$$

$$M_R = -\frac{R}{2}(m\dot{V} + am_0\Omega^2) - \frac{R}{2b}(J\dot{\Omega} - am_0\Omega V). \quad (21)$$

Здесь используются обозначения, введенные в работе [3]: m_0 , m_W — массы корпуса и колеса; a — расстояние от точки A до центра масс; b — длина полуоси между колесами. Колеса через редуктор с передаточным отношением n связаны с ротором электродвигателя, имеющего осевой момент инерции J_D . Поэтому приведенный момент инерции колеса находится из соотношения

$$J_W = J_{W0} + n^2 J_D,$$

а приведенные масса и момент инерции робота определяются выражениями

$$m = m_0 + 2m_W + \frac{2}{R^2} J_W,$$

$$J = J_0 + 2\frac{b^2}{R^2} J_W + 2m_W b^2 + m_0 a^2 + 2J',$$

где J_0 — момент инерции корпуса относительно вертикальной оси; J_{W0} , J' — осевой и экваториальный моменты инерции колеса.

Пусть роботу необходимо выполнить устойчивое движение по заданной траектории с постоянной скоростью V^* полюса. Для этого потребуем, чтобы текущие значения линейных и угловых скоростей V , Ω удовлетворяли дифференциальным уравнениям

$$\frac{dV}{dt} = \alpha_V (V - V^*); \quad (22)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \beta_\Omega (\Omega - \Omega^*); \quad (23)$$

где Ω^* — желаемое значение угловой скорости, определенное в (9); V^* — желаемая продольная скорость. Из приведенных выше выражений (22) и (23) следует, что рассогласование по линейной и угловой скоростям убывает в соответствии с выбранными коэффициентами затухания $\alpha_V < 0$ и $\beta_\Omega < 0$. Следует заметить, что значение Ω^* вычисляется в контроллере с некоторой дискретностью, в результате чего эта переменная имеет кусочно-постоянный характер.

При выполнении уравнений (22), (23) на участках постоянства V^* , Ω^* отклонения текущих значений линейных и угловых скоростей V , Ω от желаемых значений V^* , Ω^* будут экспоненциально убывающими функциями времени:

$$V(t) - V^* = A_V e^{\alpha_V t}, \quad \Omega(t) - \Omega^* = A_\Omega e^{\beta_\Omega t}. \quad (24)$$

Предположим, что радиусы левого и правого колес робота R_L и R_R одинаковы и равны R , а колеса снабжены энкодерами, позволяющими вычислять углы и угловые скорости колес ω_L , ω_R . Тогда в бортовом вычислителе робота можно сформировать текущие значения линейной и угловой скоростей:

$$V = \frac{R}{2}(\omega_L + \omega_R), \quad \Omega = \frac{R}{2b}(\omega_R - \omega_L), \quad (25)$$

где b — половина расстояния между центрами ведущих колес робота; ω_L , ω_R — осевые угловые скорости левого (L) и правого (R) колес.

Подставляя ускорения (22), (23) в правые части уравнений (20) и (21) и заменяя в получившихся уравнениях V , Ω согласно (25), получим выражения для моментов, которые необходимо приложить к правому и левому колесам:

$$M_R = -\frac{R}{2}\left(m\alpha_V\left(\frac{R}{2}(\omega_R + \omega_L) - V^*\right) + am_0\left(\frac{R}{2b}(\omega_R - \omega_L)\right)^2 - \frac{R}{2b}\left(J\beta_\Omega\left(\frac{R}{2b}(\omega_R - \omega_L) - \Omega^*\right) - am_0\frac{R^2}{4b}(\omega_R^2 - \omega_L^2)\right)\right); \quad (26)$$

$$M_L = -\frac{R}{2}\left(m\alpha_V\left(\frac{R}{2}(\omega_R + \omega_L) - V^*\right) + am_0\left(\frac{R}{2b}(\omega_R - \omega_L)\right)^2 - \frac{R}{2b}\left(J\beta_\Omega\left(\frac{R}{2b}(\omega_R - \omega_L) - \Omega^*\right) - am_0\frac{R^2}{4b}(\omega_R^2 - \omega_L^2)\right)\right). \quad (27)$$

Заметим, что требуемые моменты, которые необходимо развивать двигателям приводной системы робота (26), (27), выписаны с учетом принятого допущения об отсутствии ограничений на управления.

Управление приводами двигателей, установленных на платформе робота, формируется в виде [3]

$$u_L = \frac{M_L R - c_1 n^2 (V(t) - \Omega(t)b)}{c_2 n R}; \quad (28)$$

$$u_R = \frac{M_R R - c_1 n^2 (V(t) + \Omega(t)b)}{c_2 n R}.$$

Здесь c_1 и c_2 — параметры двигателей, которые в дальнейшем приняты одинаковыми для двигателей правого и левого колес; $V(t)$, $\Omega(t)$ — текущие значения линейной и угловой скоростей, вычисляемые по формулам (25). Значения моментов M_L и M_R , которые, обеспечивая движение по требуемой траектории $F^*(x, y) = 0$, должны развивать приводы роботов, определяются формулами (26), (27).

Ниже приведены результаты математического моделирования движения мобильного робота с предложенными алгоритмами управления движением робота по траекториям, заданным в виде окружности (рис. 2—5) или кубической параболы (рис. 6—9).

Моделирование проводили при различных начальных положениях робота, а также при внешних возмущениях, появляющихся в процессе движения.

На рис. 2 робот в начальный момент времени находится вне траектории в точке с координатами $x_0 = 3, y_0 = 2, \varphi_0 = 3/4\pi$. Робот движется влево, начиная свое движение из внутренней части окружности, выходит на заданную окружность и продолжает движение по ней с заданным качеством. На следующих рисунках (рис. 3—5) приведены графики продольной и угловой скоростей и напряжений на приводы колес.

Исследуем влияние настроечных параметров в синтезированных законах управления на отклонения от траектории и точность слежения за заданными продольной и угловой скоростями. Для этого установим различные значения параметров $\alpha_V, \beta_\Omega, \lambda_1, \lambda_2$ в законе управления движением робота по кубической параболе $y = x^3 - 3x^2 - x$. Первые эксперименты проведем сначала без учета ограничений на управление.

Вначале зададим различные отрицательные значения всех этих коэффициентов, но одного порядка.

На рис. 6 приведены заданная и реальная траектории движения робота, а на рис. 7, 8 — графики заданных и реальных угловой и продольной скоростей, на рис. 9 — напряжения на двигателях. Из рисунков видно, что при выбранных значениях этих параметров наибольшие значения ошибок отклонения от траектории, а также наибольшие ошибки по угловой и продольной скоростям возникают на начальном этапе, когда робот выходит на траекторию, и в местах, где имеются резкие изгибы траектории. Уменьшить эти отклонения можно, увеличивая по модулю значения коэффициентов. Например (рис. 10—13), увеличение коэффициентов α_V, β_Ω на порядок позволяет существенно (в восемь раз) уменьшить ошибку слежения по продольной скорости (рис. 11, 12). Заметим, что каждый из коэффициентов имеет свою функцию. Коэффициенты λ_1, λ_2 обеспечивают устойчивость и качество движения по заданной траектории, а α_V, β_Ω — ка-

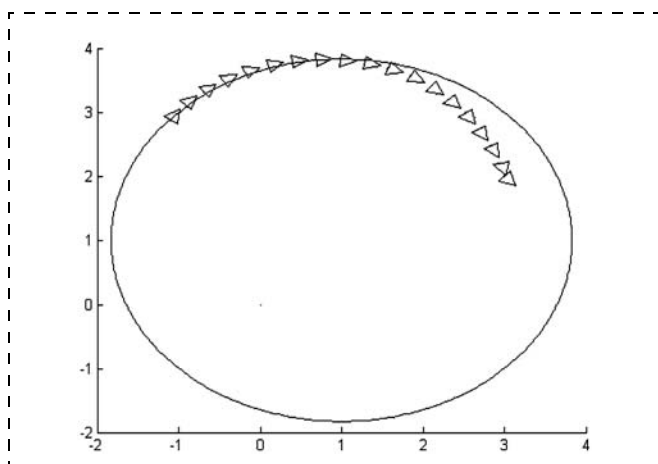


Рис. 2. Движение по окружности из начальной точки $x_0 = 3, y_0 = 2, \varphi_0 = 3/4\pi; \lambda_1 = -10, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -10, \beta_\Omega = -10,1$

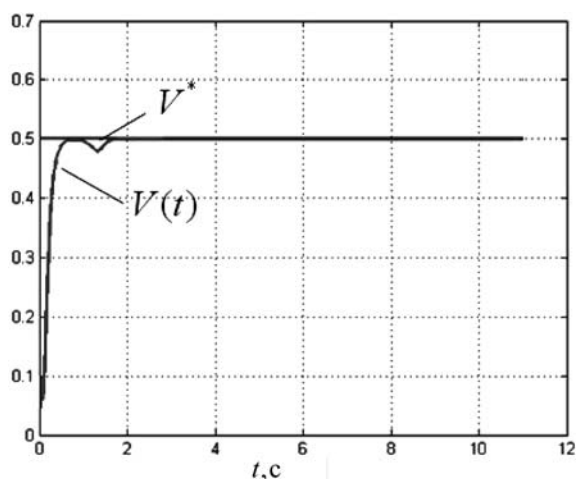


Рис. 3. График продольной скорости робота $V(t)$; $\lambda_1 = -10, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -10, \beta_\Omega = -10,1$. Желаемая продольная скорость $V^* = 0,5$ м/с

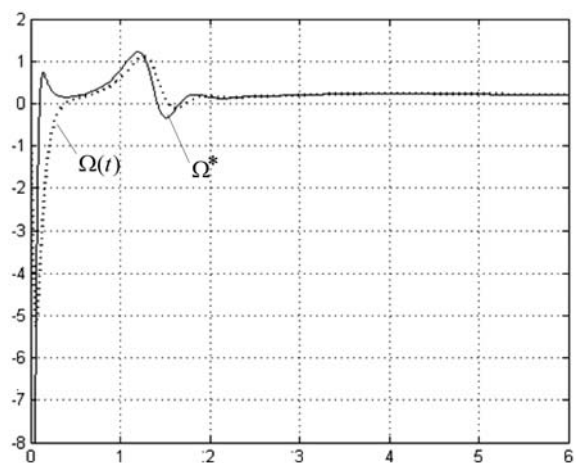


Рис. 4. Графики угловой скорости робота [1/с]: желаемая Ω^* — сплошная линия; текущая $\Omega(t)$ — пунктирная линия; $\lambda_1 = -10, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -10, \beta_\Omega = -10,1$

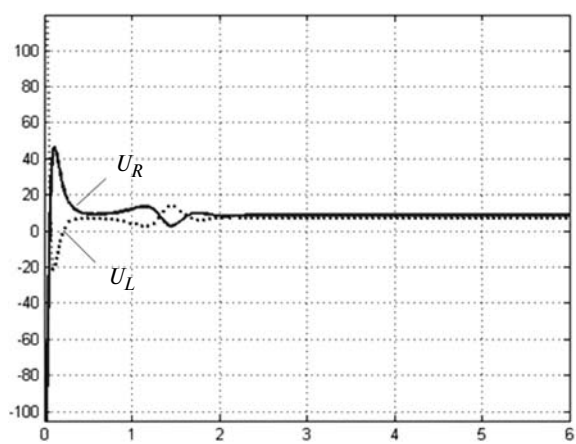


Рис. 5. Графики напряжений на двигатели робота [В]: U_R — сплошная линия; U_L — пунктирная линия; $\lambda_1 = -10, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -10, \beta_\Omega = -10,1$

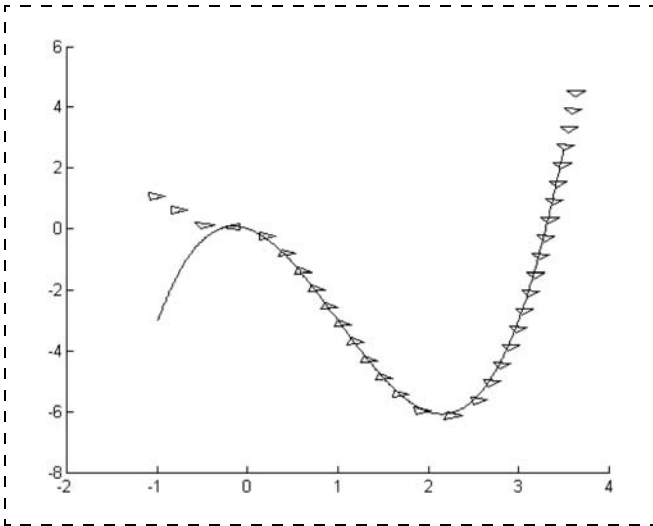


Рис. 6. Движение по кубической траектории $y = x^3 - 3x^2 - x$ из начального положения $x_0 = -1, y_0 = 1, \varphi_0 = -\pi/3; \lambda_1 = -5, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -10, \beta_\Omega = -11$

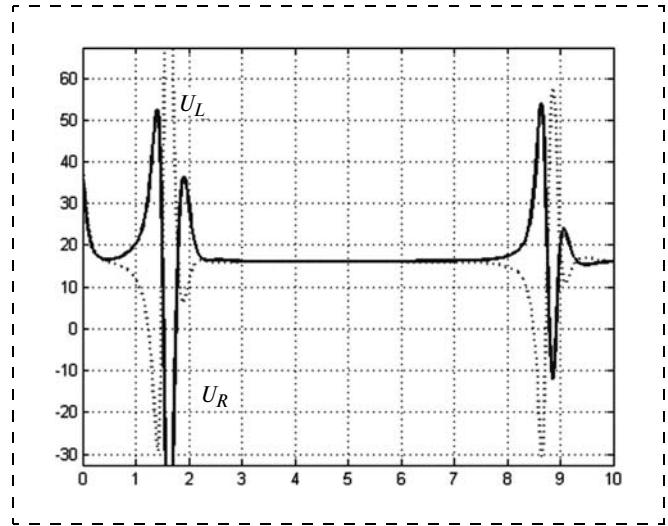


Рис. 9. Графики напряжений на двигатели робота [В]: U_R — сплошная линия; U_L — пунктирная линия

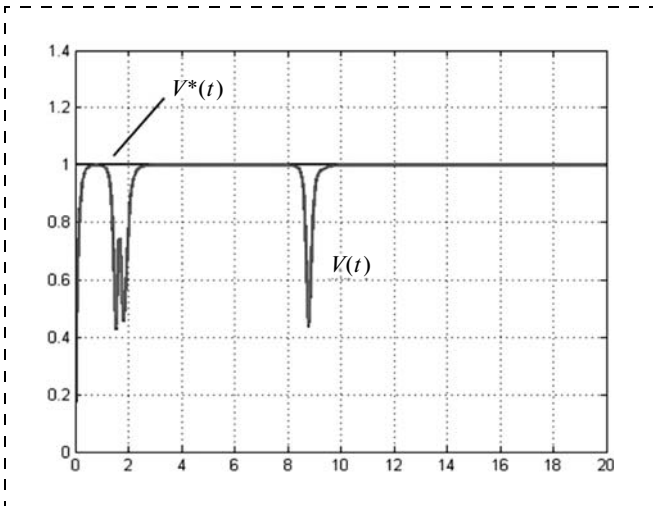


Рис. 7. График продольной скорости робота $V(t); \lambda_1 = -10, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -10, \beta_\Omega = -10,1$. Желаемая продольная скорость $V^* = 1$ м/с

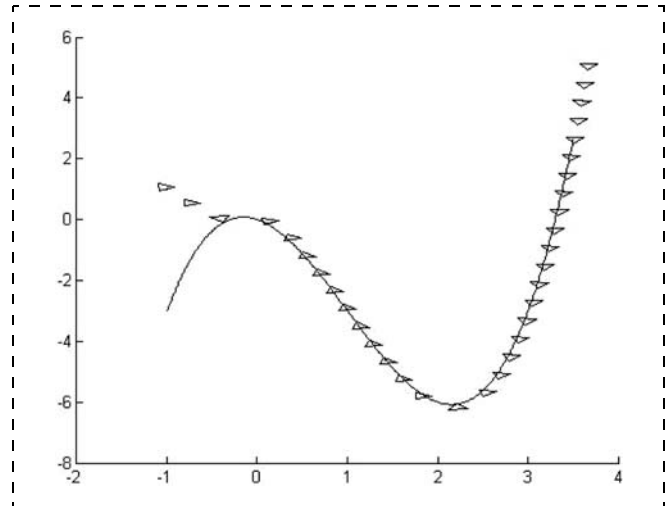


Рис. 10. Движение по кубической траектории $y = x^3 - 3x^2 - x$ из начального положения $x_0 = -1, y_0 = 1, \varphi_0 = -\pi/3; \lambda_1 = -5, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -100, \beta_\Omega = -101$

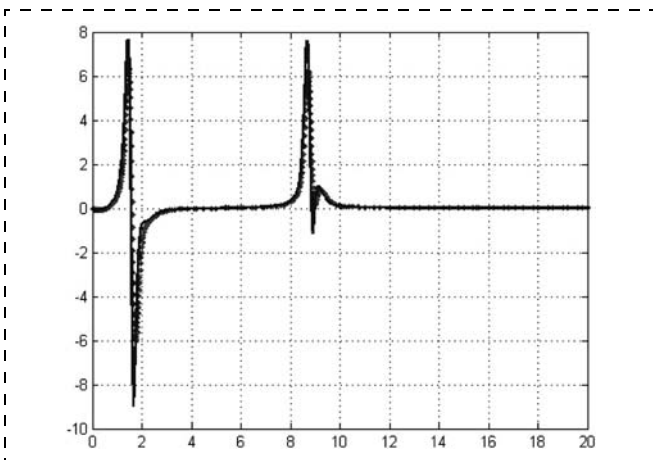


Рис. 8. Графики угловой скорости робота [1/с]: желаемая Ω^* — сплошная линия; текущая $\Omega(t)$ — пунктирная линия; $\lambda_1 = -10, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -10, \beta_\Omega = -10,1$

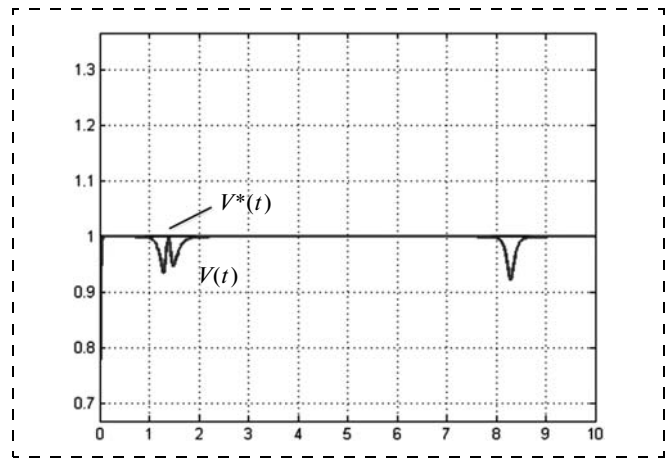


Рис. 11. График продольной скорости робота $V(t); \lambda_1 = -5, \lambda_2 = -11, \alpha_V = -100, \beta_\Omega = -101$. Желаемая продольная скорость $V^* = 1$ м/с

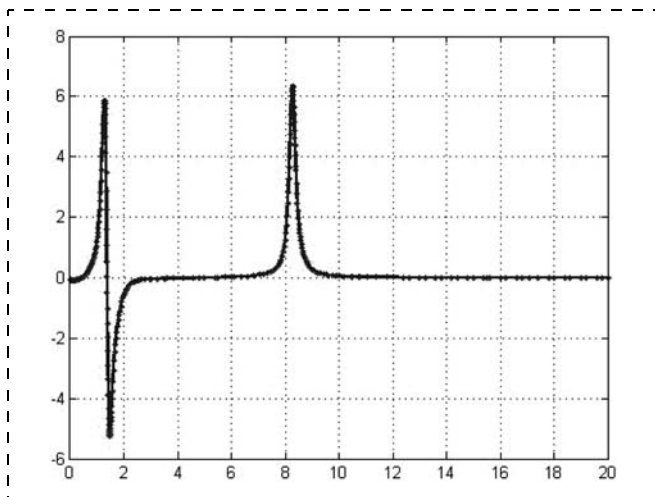


Рис. 12. Графики угловой скорости робота [1/с]: желаемая Ω^* — сплошная линия; текущая $\Omega(t)$ — пунктирная линия

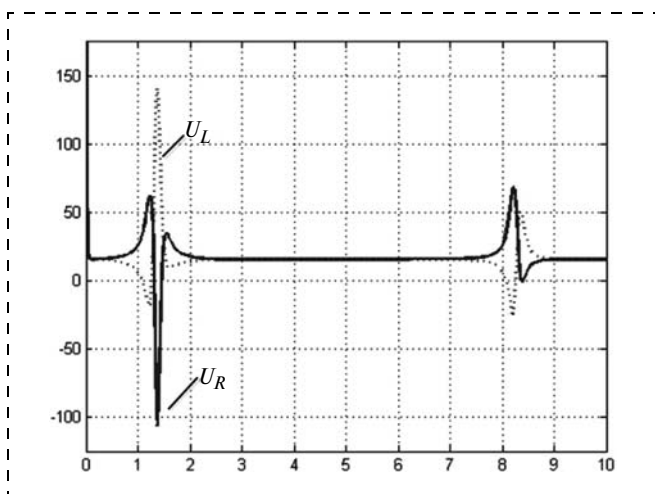


Рис. 13. Графики напряжений на двигатели робота [В]: U_R — сплошная линия; U_L — пунктирная линия

чество слежения за желаемыми продольной и угловой скоростями. Повышение качества движения по траектории и слежения за V^* и Ω^* требует повышения энергетических затрат, что видно из сравнения потребляемых напряжений на двигателях (см. рис. 9, 13). Как видно из этих графиков, максимальное значение напряжений для этого случая повышается вдвое.

Представляет интерес исследование влияния работы синтезированных алгоритмов на поведение робота при наличии ограничений на управление, когда $|U| \leq U_{\max}$. Это в определенной мере характеризует синтезированный алгоритм с позиций робастности. Проведем эксперименты, аналогичные выполненным выше экспериментам. На рис. 14—17 приведены результаты моделирования процессов движения робота при наличии ограничений на значение напряжения, подаваемого на двигатели. Это значение составляет $U_{\max} = 24$ В. Как видно из рис. 14, точность движения по кубической траектории, как и следовало ожидать, снижается. Ошибки

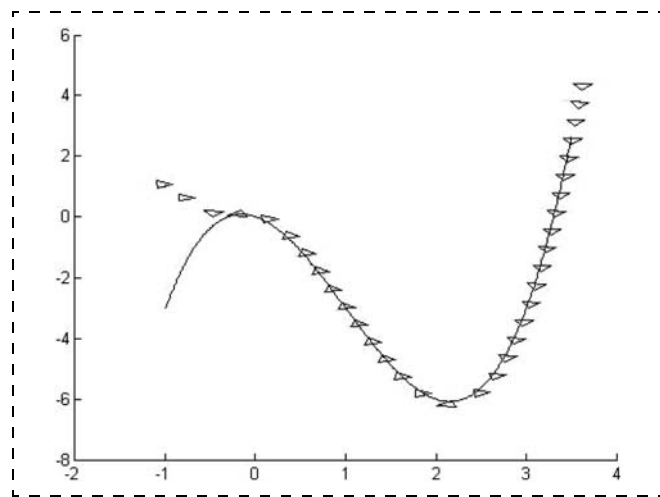


Рис. 14. Движение по кубической траектории при $|U| \leq U_{\max}$, $U_{\max} = 24$ В из начального положения $x_0 = -1$, $y_0 = 1$, $\varphi_0 = -\pi/3$; $\lambda_1 = -5$, $\lambda_2 = -11$, $\alpha_V = -100$, $\beta_\Omega = -101$

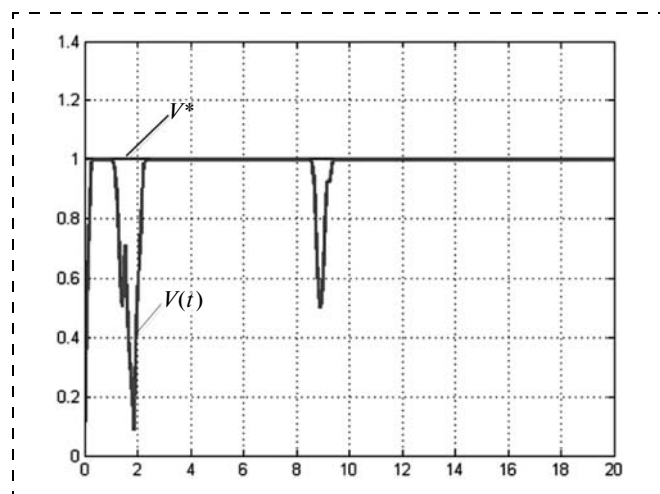


Рис. 15. График продольной скорости робота $V(t)$; $|U| \leq U_{\max}$, $U_{\max} = 24$ В. Желаемая продольная скорость $V^* = 1$ м/с

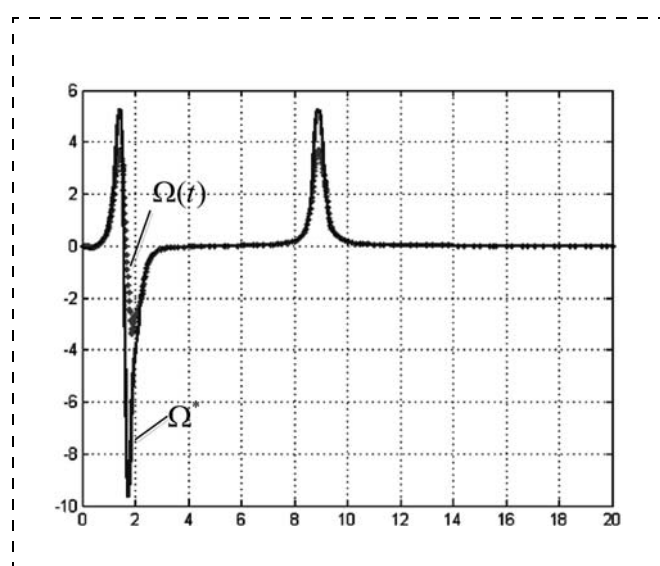


Рис. 16. Графики угловой скорости робота [1/с]: желаемая Ω^* — сплошная линия; текущая $\Omega(t)$ — пунктирная линия; $|U| \leq U_{\max}$, $U_{\max} = 24$ В

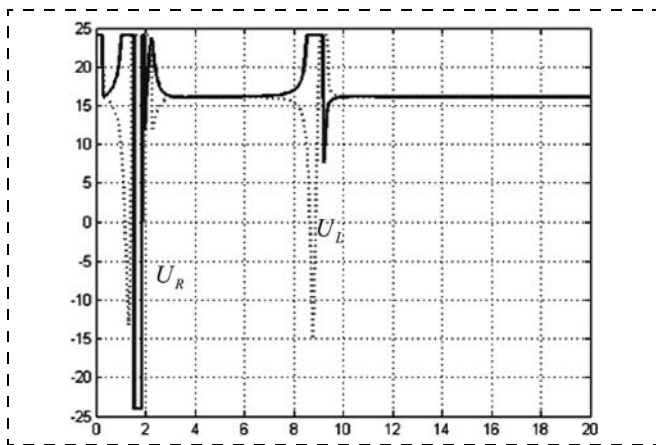


Рис. 17. Графики напряжений на двигателях робота $|U| \leq U_{\max}$, $U_{\max} = 24$ В; U_R — сплошная линия; U_L — пунктирная линия

слежения продольной и угловой скоростей также увеличиваются (рис. 15, 16). Это объясняется недостатком энергетического ресурса на борту робота.

Примеры вычисления управляющих воздействий на приводную систему робота при движении по траекториям "окружность" и "восьмерка", заданных параметрически

Пусть требуется, чтобы робот двигался по окружности. Выше было показано, что при задании траектории в виде неявной функции $F(x, y) = 0$ управления претерпевают разрывы в точках, где производная обращается в ноль. Более того, когда переменная x вынуждена изменяться в обратную сторону (для образования петли траектории), требуется изменение параметров в законе управления, что неудобно. Но во всех остальных точках траектории все требования по качеству движения и поддержанию постоянства продольной скорости $V(t) = V^*(t)$ выполняются.

Ввиду того, что роботу необходимо двигаться по траекториям, содержащим петли, рассмотрим движение по кривым, которые удобно задать параметрически. Пусть робот двигается по траектории вида

$$\begin{aligned} x^*(t) &= x_0 \sin w_x t; \\ y^*(t) &= y_0 \cos w_y t. \end{aligned} \quad (29)$$

Если $w_x = w_y$, то траектория является или окружностью при $x_0 = y_0$, или эллипсом — в противном случае. Если $w_x \neq w_y$, то траектория содержит петли. Например, если $w_x = 2$, $w_y = 1$, то траектория представляет собой "восьмерку".

Построим законы управления для движения по траектории (29). Для этого запишем первую и вторую производные от выражения (29):

$$\begin{aligned} x^{*'}(t) &= x_0 w_x \cos w_x t; \\ y^{*'}(t) &= -y_0 w_y \sin w_y t; \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} x^{*''}(t) &= -x_0 w_x^2 \sin w_x t; \\ y^{*''}(t) &= -y_0 w_y^2 \sin w_y t. \end{aligned} \quad (31)$$

Далее, в соответствии с формулами (16), (17) найдем выражения для вторых производных:

$$\begin{aligned} (x(t))'' &= (\lambda_{1x} + \lambda_{2x})(x'(t) - x_0 w_x \cos w_x t) - \\ &- \lambda_{1x} \lambda_{2x} (x(t) - x_0 \sin w_x t) - x_0 w_x^2 \sin w_x t; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} (y(t))'' &= (\lambda_{1y} + \lambda_{2y})(y'(t) - y_0 w_y \sin w_y t) - \\ &- \lambda_{1y} \lambda_{2y} (y(t) - y_0 \sin w_y t) - y_0 w_y^2 \cos w_y t. \end{aligned} \quad (33)$$

Теперь получены все необходимые соотношения для описания движения трехгранника.

Далее перейдем к синтезу законов управления для робота, кинематические уравнения движения которого представлены формулами (2)–(4), (25). Найдем управляющие воздействия, которые нужно подать на приводы, чтобы движение робота удовлетворяло уравнениям (32), (33). Для этого необходимо выразить формулы (26) и (27) через (32) и (33).

Дифференцируя уравнения (2)–(3) по переменной t , получим

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \dot{V} \cos \varphi - V \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}; \quad (34)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \dot{V} \sin \varphi + V \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}.$$

Для использования соотношений (34) в уравнениях динамики (26) и (27) разрешим их относительно \dot{V} и $\dot{\varphi}$, в результате чего получим

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{d^2 x}{dt^2} \cos \varphi + \frac{d^2 y}{dt^2} \sin \varphi; \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{1}{V} \left(-\frac{d^2 x}{dt^2} \sin \varphi + \frac{d^2 y}{dt^2} \cos \varphi \right). \end{aligned} \quad (35)$$

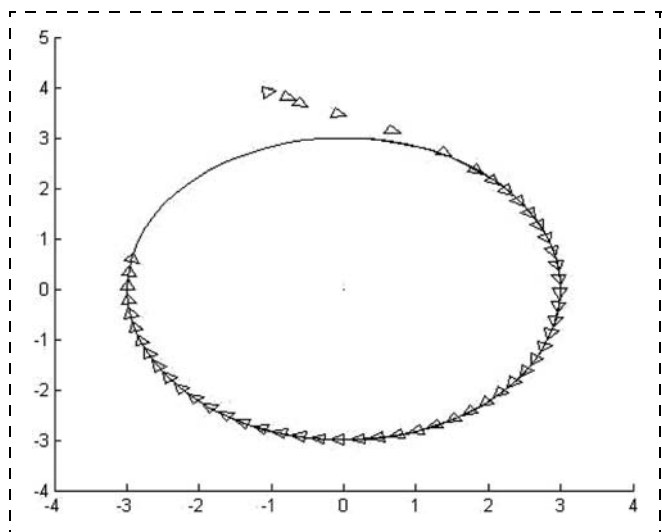


Рис. 18. Движение по заданной траектории "окружность": $V_0 = 0,5$ м/с — начальная скорость; $x = 3 \sin t$ — координата x желаемой траектории; $y = 3 \cos t$ — координата y желаемой траектории; $\varphi_0 = \pi/3$ — начальный угол робота

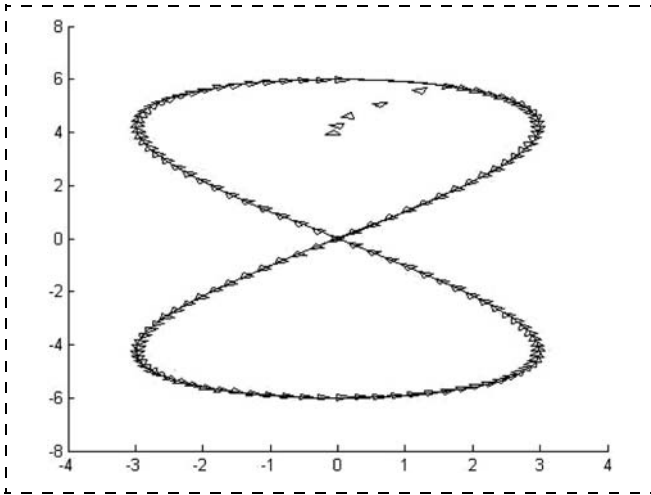


Рис. 19. Движение по заданной траектории "восьмерка": $V_0 = 0,5$ м/с — начальная скорость; $x = 3\sin(2t)$ — координата x желаемой траектории; $y = b\cos t$ — координата y желаемой траектории; $\varphi_0 = \pi/4$ — начальный угол робота

Если в формулы (35) подставить желаемые выражения для ускорений выбранной траектории (32) и (33), то мы получим желаемые выражения $\frac{dV^*}{dt}$ и $\frac{d\varphi}{dt} = \Omega^*$, которые необходимо подставить в уравнения динамики (26) и (27) с учетом (23), чтобы получить управляющие моменты на приводную систему робота.

Рассмотрим результаты моделирования уравнений движения робота по заданным траекториям,

представляющим собой окружность (рис. 18) и "восьмерку" (рис. 19). В начальный момент времени робот находится вне заданной траектории, затем под воздействием управления, синтезированного описанным выше образом, возвращается на заданную траекторию и продолжает устойчивое движение по ней.

Таким образом, результаты экспериментов показали, что синтезированные алгоритмы обеспечивают устойчивое движение робота по траектории, а качество переходных процессов задается настроечными коэффициентами $\alpha_V, \beta_\Omega, \lambda_1, \lambda_2$.

Список литературы

1. Кобрин А. И., Мартыненко Ю. Г., Письменная Е. В. Всероссийский научно-технический фестиваль молодежи "Мобильные роботы" имени проф. Е. А. Девянина: мехатроника и робототехника в образовании // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 5. С. 76–78.
2. URL: <http://www.msurobot.com>
3. Девянин Е. А. О движении колесных роботов // Доклады научной школы — конференции "Мобильные роботы и мехатронные системы". М.: Изд-во МГУ, 1998. С. 169–200.
4. Рапопорт Л. Б., Ткаченко М. Я., Могильницкий В. Г., Хвальков А. А., Пестерев А. В. Интегрированная система спутниковой и инерциальной навигации: экспериментальные результаты и применение к управлению мобильными роботами // Гироскопия и навигация. 2007. № 1. С. 16–28.
5. Колосов А. С., Письменная Е. В., Письменный Н. Г. Алгоритмы управления мобильным роботом с учетом свойств привода // Мобильные роботы и мехатронные системы. М.: Изд-во МГУ, 2009. С. 102–116.
6. Мобильный робот: Патент 2446937 С2 РФ / Ю. Г. Мартыненко, Е. В. Письменная, Н. Г. Письменный, В. Н. Белотелов. № 2010116007/02; Заявл. 23.04.2010; Опубл. 10.04.2012. Бюл. № 10.

УДК 519.688

А. С. Егоров, программист, ООО "Фирма СТ",
П. К. Лопатин, канд. техн. наук, доц.,
efal4@yandex.ru,

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева

Использование алгоритма полиномиальной аппроксимации в задаче управления манипулятором в среде с неизвестными препятствиями

Описывается алгоритм полиномиальной аппроксимации, предназначенный для поиска пути в n -мерном пространстве состояний в присутствии известных запрещенных точек. Приводятся результаты экспериментов при использовании этого алгоритма в качестве подпрограммы алгоритма управления движением семизвеного манипулятора в среде с неизвестными препятствиями.

Ключевые слова: манипулятор, обход препятствий, планирование пути, генетический алгоритм

Управление манипуляционными роботами в среде с неизвестными препятствиями

При управлении манипуляционным роботом (МР) типичной является следующая задача: МР должен выдвинуться из стартовой конфигурации $\mathbf{q}^0 \in \mathbb{R}^n$ и захватить своим схватом некоторый объект Obj . В определенных случаях положение, форма и габаритные размеры Obj известны заранее, и, таким образом, путем решения обратной задачи кинематики может быть сформировано множество B_T , состоящее из конфигураций $\mathbf{q}_i^T, i = 1, 2, \dots$, в которых Obj в принципе может быть захвачен. Проблема заключается в том, что перед началом движения МР неизвестно, какая из конфигураций \mathbf{q}_i^T является достижимой и есть ли во множестве B_T хотя бы одна достижимая конфигурация \mathbf{q}_i^T . Конфигурация \mathbf{q}_i^T считается достижимой, если в нее можно попасть за конечное число шагов, перемещаясь только по разрешенным точкам, и при этом она сама является разрешенной. Разрешенной называется та конфи-

гурация, которая не налагает на препятствия и удовлетворяет конструктивным ограничениям.

В работе [2] предложен *Алгоритм*, который за конечное число шагов решает следующую задачу: даны стартовая конфигурация МР \mathbf{q}^0 и целевое множество B_T . Требуется предложить алгоритм, который за конечное число шагов либо передвинет МР из \mathbf{q}^0 в хотя бы одно достижимое состояние из множества B_T , либо выдаст обоснованный ответ о том, что ни одно состояние из целевого множества B_T не является достижимым.

В *Алгоритме* пространство конфигураций X дискретизируется, т. е. на него налагается сетка, из множества B_T выделяется конечное число конфигураций \mathbf{q}_i^T . Алгоритм извлекает очередную конфигурацию \mathbf{q}_i^T и исследует ее достижимость путем вызова и исполнения *Алгоритма 1*.

Суть *Алгоритма 1* заключается в следующем. На шаге 1 МР находится в конфигурации \mathbf{q}^n , $n = 0, 1, \dots$ (в начале движения $\mathbf{q}^n = \mathbf{q}^0$, в дальнейшем \mathbf{q}^n будем называть точкой смены пути). Запускается сенсорная система (СС), которая доставляет информацию о соседних к \mathbf{q}^n точках, т. е. о точках, отстоящих от \mathbf{q}^n не более, чем на один дискрет. Разрешенные точки заносятся в множество $Z(\mathbf{q}^n)$, запрещенные — в $Q(\mathbf{q}^n)$. Если $\mathbf{q}_i^T \in Z(\mathbf{q}^n)$, то таким образом обнаруживается, что она достижима, МР переходит в нее и выдается сообщение о том, что *Obj* захвачен в \mathbf{q}_i^T . Если $\mathbf{q}_i^T \in Q(\mathbf{q}^n)$, то таким образом обнаруживается, что она не достижима, \mathbf{q}_i^T выбрасывается из B_T и в качестве \mathbf{q}_i^T назначается другая точка из B_T . Остается также вариант, что по результатам работы СС еще не получена информация о том, является ли \mathbf{q}_i^T достижимой или нет. В таком случае вызывается процедура ПИ ($\mathbf{q}^m, \mathbf{q}_i^T, ZAPR, X$), решающая задачу ПИ() (сокращение от "Планирование пути в среде с Известными запрещенными состояниями"): за конечное число шагов либо спланировать путь из точки $\mathbf{q}^m \in X$ в точку $\mathbf{q}_i^T \in X$ среди указанного множества $ZAPR$ известных запрещенных точек, либо выдать сообщение, что путь, в силу расположения $\mathbf{q}^m, \mathbf{q}_i^T, ZAPR$, спланирован быть не может. В случае, если ПИ() не смогла спланировать путь, \mathbf{q}_i^T квалифицируется как недостижимая, и для исследования достижимости назначается другая точка из B_T . Если же ПИ() удалось спланировать путь, то МР начинает исполнять этот путь. Могут быть следующие исходы исполнения спланированного пути: 1) МР придет в \mathbf{q}_i^T , обнаружив, что она разрешенная (в этом случае *Obj* захвачен); 2) МР придет в такую точку \mathbf{q}^* , следующая за которой точка пути является запрещенной (этой следующей может оказаться и точка \mathbf{q}_i^T). В этом случае после переприсвоений $n := n + 1, \mathbf{q}^n := \mathbf{q}^*$ *Алгоритм 1* возвращается на шаг 1. В работе [2] показано, что число точек смены пути \mathbf{q}^n будет конечным, и все они будут различными. Таким образом, исполнение *Алгоритма 1* произойдет за конечное число шагов. *Алгоритм 1*

будет вызван из *Алгоритма* конечное число раз в силу конечности числа точек в B_T и в силу того, что оно не увеличивается. Таким образом, в работе [2] показано, что решение задачи осуществится за конечное число шагов. Поскольку в каждой новой точке смены пути \mathbf{q}^n происходит вызов процедуры ПИ(), и затем следует попытка исполнить этот путь, то исполнение *Алгоритма 1* сводится к решению конечного числа задач ПИ(). Отсюда видно, что и решение задачи сводится к решению конечного числа задач ПИ().

В данной статье рассматривается решение задачи ПИ() методом полиномиальной аппроксимации с использованием генетического алгоритма. При проведении экспериментов предполагалось, что множество B_T состоит из одной точки и имеется априорная информация о том, что она достижима. В этом случае *Алгоритм* сводится к алгоритму, сформулированному в работе [3] при условии применения его к дискретизированному пространству.

Постановка задачи поиска пути в среде с известными запрещенными состояниями

Пусть в n -мерном пространстве конфигураций $\mathbf{q}(t) = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ имеются запрещенные точки $\mathbf{q}_1^p, \mathbf{q}_2^p, \dots, \mathbf{q}_M^p$, которые соответствуют препятствиям в рабочей зоне манипулятора. Необходимо найти путь в пространстве обобщенных координат, описываемый вектор-функцией $\mathbf{q}(t)$, который соединял бы заданные начальную \mathbf{q}^0 и целевую \mathbf{q}^T точки, ни одной своей точкой не налегал бы ни на одну из запрещенных точек и удовлетворял бы ограничению $\mathbf{q}^L \leq \mathbf{q}(t) \leq \mathbf{q}^H$. Пусть $t \in [t_0; T]$, $t_0 = 0$, $T = 1$, $\mathbf{q}(0) = \mathbf{q}^0$ и $\mathbf{q}(1) = \mathbf{q}^T$. Такую задачу будем называть задачей ПИ().

Пространство обобщенных координат дискретизировано с шагом Δq по каждой координате, т. е. \mathbf{q} может принимать только значения, попадающие в узлы n -мерной сетки. Δq одинаков для каждой q_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Найденный путь должен представлять последовательность $\mathbf{q}^0, \mathbf{q}^1, \dots, \mathbf{q}^T$, соседние элементы которой должны отличаться не более чем на один шаг по каждой координате. Для решения задачи ПИ() рассмотрим алгоритм полиномиальной аппроксимации.

Алгоритм полиномиальной аппроксимации

Пусть ограничения имеют следующий вид:

$$q_j(0) = q_j^0, q_j(1) = q_j^T, j = 1, 2, \dots, n; \quad (1)$$

$$q_j^L \leq q_j(t) \leq q_j^H, j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Препятствия зададим в виде M гиперсфер с центром в точках $(\mathbf{q}_1^p, \mathbf{q}_2^p, \dots, \mathbf{q}_M^p)$ и радиусом $r = (\Delta q/2) \cdot 1,1$. Значение радиуса r выбрано так,

что если две запрещенные точки располагаются на соседних узлах сетки по горизонтали или вертикали, то построенные вокруг них гиперсферы пересекаются. Если же две запрещенные точки являются "соседями" по диагонали, соответствующие им гиперсферы не пересекаются. Тогда условие неналегания пути на препятствия можно записать в виде

$$\sum_{i=1}^n (q_j(t) - q_{mi}^p)^2 \geq r^2 \quad \forall t \in [0; 1], \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

Левая часть этого неравенства есть квадрат расстояния между точкой пути в момент времени t и центром гиперсферы вокруг m -й запрещенной точки.

Будем искать путь в виде полиномов некоторой степени s :

$$q_j(t) = \sum_{i=0}^s c_{ji} t^i, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Здесь c_{ji} — неизвестные коэффициенты, требующие определения.

Подставим в (4) значения $t = 0$ и $t = 1$:

$$q_j(0) = c_{j0} + c_{j1} \cdot 0 + c_{j2} \cdot 0^2 + \dots + c_{js} \cdot 0^s = c_{j0};$$

$$q_j(1) = c_{j0} + c_{j1} \cdot 1 + c_{j2} \cdot 1^2 + \dots + c_{js} \cdot 1^s = c_{j0} + \sum_{i=1}^s c_{ji},$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

С учетом ограничений (1) можно записать:

$$c_{j0} = q_j^0; \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^s c_{ji} = q_j^T - q_j^0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

Разобьем отрезок времени $[0; 1]$ на $K + 1$ отрезков, получив между $t = 0$ и $t = 1$ K промежуточных точек t_1, t_2, \dots, t_K . Тогда ограничения (2) и (3) примут следующий вид:

$$\sum_{i=0}^s c_{ji} t_k^i \geq q_j^L, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\sum_{i=0}^s c_{ji} t_k^i \leq q_j^H, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=0}^s c_{ji} t_k^i - q_{mj}^p \right)^2 \geq r^2,$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (7)$$

Таким образом, необходимо найти такие коэффициенты c_{ji} ($j = 1, 2, \dots, n, i = 1, 2, \dots, s$), которые являются решением системы уравнений (5), (6) и

неравенств (7). Очевидно, коэффициенты c_{j0} легко находятся из уравнений (5). Выразим из уравнений (6) коэффициенты c_{js} :

$$c_{js} = q_j^T - q_j^0 - \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji}, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Подставим c_{j0} и c_{js} в (7):

$$q_j^0 + \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji} t_k^i + \left(q_j^T - q_j^0 - \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji} \right) t_k^s \geq q_j^L;$$

$$q_j^0 + \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji} t_k^i + \left(q_j^T - q_j^0 - \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji} \right) t_k^s \leq q_j^H,$$

$$j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\sum_{j=1}^n \left[q_j^0 + \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji} t_k^i + \left(q_j^T - q_j^0 - \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji} \right) t_k^s - q_{mj}^p \right]^2 \geq r^2, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (8)$$

Итак, необходимо решить систему из $(M + 2n) \cdot K$ нелинейных неравенств. Эту задачу можно свести к задаче оптимизации некоторой функции $E(\mathbf{c})$, где \mathbf{c} — вектор коэффициентов $(c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,s-1}, c_{2,1}, c_{2,2}, \dots, c_{2,s-1}, \dots, c_{n,1}, c_{n,2}, \dots, c_{n,s-1})$, задающий путь; $E(\mathbf{c})$ — мера нарушения ограничений путем.

Зададим функцию $E(\mathbf{c})$. Сначала введем функцию, определяющую j -ю координату точки пути, заданной вектором \mathbf{c} , в момент времени t :

$$L_j(\mathbf{c}, t) = q_j^0 + \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji} t^i + \left(q_j^T - q_j^0 - \sum_{i=1}^{s-1} c_{ji} \right) t^s.$$

Зададим функции, соответствующие неравенствам системы ограничений и показывающие нарушение нижней и верхней границ и налегание на препятствия пути в момент времени t :

$$E_L(\mathbf{c}, t) = \sum_{j=1}^n I(L_j(\mathbf{c}, t) - q_j^L);$$

$$E_H(\mathbf{c}, t) = \sum_{j=1}^n I(q_j^H - L_j(\mathbf{c}, t));$$

$$E_P(\mathbf{c}, t) = \sum_{m=1}^M I \left[\sum_{j=1}^n (L_j(\mathbf{c}, t) - q_{mj}^p)^2 - r^2 \right];$$

$$I(z) = \begin{cases} z, & \text{если } z < 0; \\ 0, & \text{если } z \geq 0. \end{cases}$$

Теперь объединим все ограничения в одну функцию (с учетом всех дискретных моментов времени, за исключением $t = 0$ и $t = 1$):

$$E(\mathbf{c}) = \sum_{k=1}^K [E_L(\mathbf{c}, t_k) + E_H(\mathbf{c}, t_k) + E_P(\mathbf{c}, t_k)].$$

Таким образом, функция $E(\mathbf{c})$ принимает отрицательные значения, если хотя бы одно ограничение нарушено, и устанавливается равной нулю в противном случае, т. е. если вектор коэффициентов \mathbf{c} удовлетворяет всем неравенствам системы (8).

Для оптимизации функции $E(\mathbf{c})$ будем использовать генетический алгоритм.

Применение генетического алгоритма для оптимизации функции $E(\mathbf{c})$

В основе генетического алгоритма [1] лежит коллективный процесс обучения внутри популяции индивидов, каждый из которых представляет собой поисковую точку пространства. В нашем случае таким пространством является пространство векторов \mathbf{c} . Кодирование вектора в индивиде осуществляется следующим образом. Для каждой компоненты вектора задается интервал, значения из которого она принимает. Этот интервал разбивается на некоторое число дискретных узлов. Таким образом, каждой компоненте вектора сопоставляется номер узла, соответствующий ее значению. Индивид образуется последовательностью этих номеров в бинарном представлении.

Общая схема алгоритма:

1. Генерация случайным образом начальной популяции.
2. Вычисление пригодности индивидов.
3. Селекция индивидов в промежуточную популяцию.
4. С вероятностью P_c выбрать случайным образом из промежуточной популяции двух индивидов, выполнить скрещивание и потомка поместить в популяцию потомков; с вероятностью $1 - P_c$ выбрать случайным образом из промежуточной популяции индивида и поместить его в популяцию потомков.
5. Если размер популяции потомков меньше N , перейти на шаг 4.
6. Инвертировать каждый бит каждого индивида из популяции потомков с заданной вероятностью мутации P_m .
7. Популяция потомков переходит в следующее поколение.
8. Если еще не прошло нужное число поколений, перейти на шаг 2.

На третьем шаге применяли турнирную селекцию. В качестве пригодности индивидов использовали функцию $F(\mathbf{c})$. В процессе селекции проводится N турниров (N — размер популяции) среди случайно выбранных m индивидов (m — размер

турнира), наилучший из которых переходит в следующее поколение.

На четвертом шаге использовали арифметическое скрещивание. Из двух родителей получается один потомок, компоненты которого находятся как среднее арифметическое соответствующих компонент родителей.

Дискретизация найденного пути

После того, как найдены коэффициенты полиномов, определяющих путь, необходимо получить последовательность дискретных точек этого пути $\mathbf{q}^0, \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}^T$. Первая точка (\mathbf{q}^0) известна из исходных данных. Остальные точки найдем по следующему алгоритму:

1. $t = 0; i = 0$.
2. $t_H = 1$.
3. $t^* = (t + t_H)/2$.
4. Определить точку \mathbf{q}^* с координатами $(\mathbf{q}_1^*, \mathbf{q}_2^*, \dots, \mathbf{q}_n^*)$, в окрестности которой лежит путь в момент времени t^* : $q_j^* - \Delta q/2 \leq q_j(t^*) < q_j^* + \Delta q/2 \forall j = 1, 2, \dots, n$.
5. Если \mathbf{q}^* совпадает с \mathbf{q}_i , то $t = t^*$, перейти на шаг 3.
6. Если \mathbf{q}^* не является соседней по отношению к \mathbf{q}_i , то $t_H = t^*$, перейти на шаг 3.
7. Если \mathbf{q}^* не является запрещенной, перейти на шаг 9.
8. Если $q_j^i - \Delta q \leq q_j(t^*) \leq q_j^i + \Delta q \forall j = 1, 2, \dots, n$, где q_j^i — координаты точки \mathbf{q}^i , то $t = t^*$, иначе $t_H = t^*$. Перейти на шаг 3.
9. $i = i + 1; \mathbf{q}^i = \mathbf{q}^*$.
10. Если $\mathbf{q}^i = \mathbf{q}^T$, алгоритм завершен, иначе перейти на шаг 2.

Результаты экспериментов

Разработано программное обеспечение, моделирующее движение манипулятора в неизвестной среде на основе точного алгоритма.

В процессе проведения экспериментов моделировалось перемещение семизвенного манипулятора (рис. 1) из стартовой конфигурации \mathbf{q}^0 в целевую конфигурацию \mathbf{q}^T . При задании длин звеньев и габаритных размеров препятствий мы пользовались единицей измерения "точка". Длину точки предлагается считать равной 1 мм. Длина каждого звена манипулятора равна 10 точкам. Нижние ограничения на обобщенные координаты в радианах равны (0; 0; 0; 0; 0; 0; 0), верхние ограничения — (6,28; 6,28; 6,28; 6,28; 6,28; 6,28).

В рабочей зоне имеются препятствия в виде прямоугольных параллелепипедов (рис. 2). Каждое препятствие характеризуется координатами начала O системы координат препятствия в базовой системе координат, а также длиной (ось x), шириной (ось y) и высотой (ось z) (см. табл. 1).

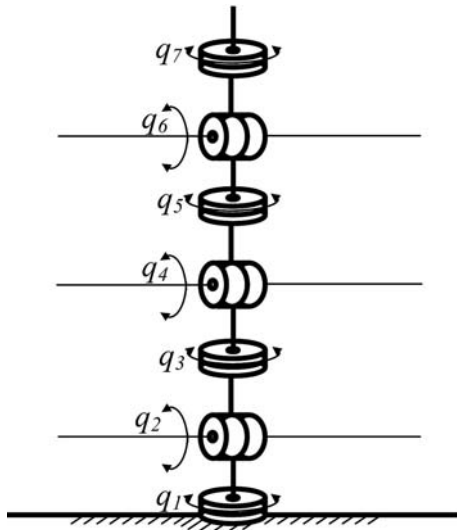


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора

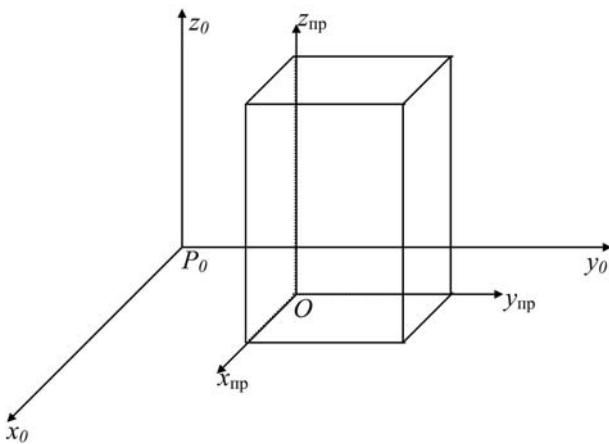


Рис. 2. Расположение препятствия относительно базовой системы координат

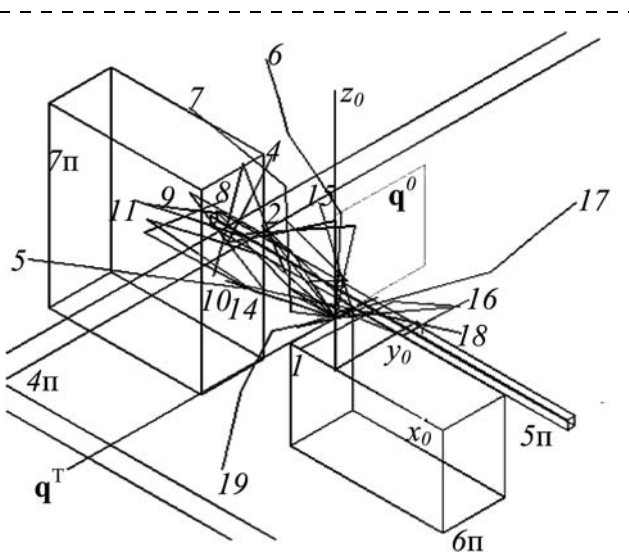


Рис. 3. Путь движения манипулятора (пример)

Были проведены несколько серий экспериментов с различными наборами препятствий для различных стартовых и целевых конфигураций, уровней дискретизации. В каждой серии проводили 10 запусков программы, после чего результаты усреднялись. Использовали следующие параметры: степень полинома $s = 10$; число отрезков времени $K = 100$; точность коэффициентов полинома 10^{-5} ; размер популяции $N = 20$; число поколений 20; вероятность скрещивания $P_c = 0,5$; вероятность мутации $P_m = 0,1$; размер турнира 5. Тестирование проводили на компьютере с процессором AMD Athlon XP 1800+ (1533 МГц).

В табл. 2 приведены результаты работы Алгоритма при использовании алгоритма полиномиальной аппроксимации. Время работы программы складывается из трех составляющих: времени работы алгоритма планирования пути в среде с известными препятствиями (поиск пути), длительности проверки найденного пути на предмет налегания на препятствия (проверка пути), оценки времени перемещения манипулятора по найденному пути из расчета 12° в секунду (движение).

Таблица 1

Характеристики препятствий

№	x	y	z	Длина	Ширина	Высота
1	-30	20	0	20	20	20
2	10	20	0	20	20	20
3	-30	20	20	60	20	20
4	-40	-40	-10	200	200	10
5	-30	2	12	80	1,6	2
6	10	-20	0	34	14	20
7	-44	-20	0	34	14	40

Таблица 2

Результаты экспериментов

q^0	q^T	Номера препятствий	Число дискретов	Время работы, с			
				Поиск пути	Проверка пути	Движение	Сумма
1,57, 1,57, 0, 0, 0, 0	4,71, 1,57, 0, 0, 0, 0	1, 2	40 120 360	0,92 0,84 1,08	1,6 5,2 12,7	30 24 29	33 30 43
		1, 2, 3, 4	40 120 360	87 68 64	47 72 168	165 148 156	299 289 387
			5, 6	40 120 360	0,4 8,7 4,5	3 20 37	54 124 83
1,57, 1,57, 0, 4,71, 0, 4,71, 0	4,71, 1,57, 0, 0, 0, 4,71, 0	5, 6, 7	40 120 360	1 8 11	6 28 94	76 118 146	83 154 251
			4, 5, 6, 7	40 120 360	11 145 218	26 168 452	195 448 499

На рис. 3 показаны ключевые шаги пути, полученного в случайном запуске программы для последней сцены (четыре препятствия) при числе дискретов 120. Между ключевыми шагами имелись промежуточные конфигурации. Препятствия имеют обозначение 4п, 5п, 6п, 7п. Время движения робота оказалось сопоставимым со временем движения по упрощенному алгоритму [3].

Заключение

По результатам экспериментов можно сделать следующие выводы:

1. Алгоритм полиномиальной аппроксимации быстро находит путь и соответствует критерию быстродействия алгоритмов планирования пути в среде с известными запрещенными состояниями, сформулированному ученым-робототехником К. Гупта [4]: путь должен быть спланирован в течение десятков секунд...десятков минут.

2. Алгоритм полиномиальной аппроксимации сводится к решению задачи оптимизации, но поскольку методы, гарантирующие решение задачи оптимизации, в общем случае не предложены, данный алгоритм не в полной мере отвечает требованиям к алгоритму для решения задачи ПИ().

3. Увеличение степени дискретизации пространства обобщенных координат не привело к сильному ухудшению работы алгоритма полиномиальной аппроксимации. Более сильная дискретизация может даже сказаться положительно из-за того, что очертания препятствий становятся более гладкими, вследствие чего становится проще найти подходящий путь. Вместе с тем, при низкой дискретизации спланированный путь может проходить "сквозь" маленькие препятствия, что обнаружится при исполнении пути, и потребуется его перепланирование.

Список литературы

1. Батищев Д. И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач / Под ред. Я. Е. Львовича: учеб. пособие. Воронеж: Изд. ВГТУ, 1995.
2. Лопатин П. К. Алгоритм исследования достижимости объекта манипулятором в неизвестной среде // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 9. С. 49–52.
3. Лопатин П. К. Компьютерная имитация управления манипуляционными роботами в неизвестной среде на основе точного и упрощенного алгоритмов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 8. С. 7–15.
4. Isto P. A parallel motion planner for systems with many degrees of freedom // Proc. of the 10th Internat. Conf. on Advanced Robotics (ICAR 2001), August 22–25, 2001, Hotel Mercure Buda, Budapest, Hungary. P. 339–344.

УДК 004.896

И. Л. Ермолов, канд. техн. наук, доц.,
ermolov@stankin.ru,
М. В. Сонных, аспирант,
МГТУ "Станкин"

Применение интеллектуальных систем акустического анализа в составе мобильного робота

Обсуждается структура бортовой интеллектуальной системы акустического анализа, рассматриваются традиционные и интеллектуальные математические методы обработки акустических данных с учетом специфики применений в составе мобильных роботов. Приводятся результаты математического моделирования работы системы, полученные в ходе экспериментальных исследований.

Ключевые слова: мобильный робот, автономность, интеллектуальные методы обработки данных, нейронные сети, акустика

Применение акустического анализа в мобильной робототехнике

В современной мобильной робототехнике актуальны задачи распознавания типа объектов, окружающих робота, а также определения траекторий перемещения динамических объектов с помощью роботов [9].

Одной из таких задач является задача синхронной локализации объектов среды функционирования

робота и проведения картографирования среды — задача SLAM (Simultaneous Localization and Mapping) [10, 11] являющаяся, по сути, частным случаем проблемы обеспечения автономного функционирования робота.

Для решения задачи SLAM требуется как обеспечение определенного аппаратного состава подсистем мобильного робота, подразумевающее наличие сенсорных и вычислительных подсистем, так и реализация быстрых алгоритмов сбора, обработки данных в целях последующего принятия решения [11].

Для наиболее эффективного решения этой задачи целесообразно совместное применение как визуального, так и акустического контроля за окружающей местностью [4].

Необходимость комплексного использования двух независимых подсистем объясняется возрастающими требованиями к надежности, достоверности и точности работы подсистем мобильных роботов. Акустические средства коммуникации имеют ряд преимуществ перед всеми остальными средствами: скорость, гибкость (проникают через не очень плотные вещества, огибают препятствия), независимость от светового фактора, свойство все-направленного действия. При этом, если системы технического зрения, в частности, в составе мобильных роботов, а также алгоритмы обработки изображения были достаточно широко изучены и апробированы российскими и зарубежными уче-

ными в последние годы, то подсистемы акустического контроля до настоящего момента не являлись объектом ведения широких исследований в приложении к мобильной робототехнике.

Следует отметить, что отдельно подзадача локализации на основе акустических эффектов в приложении к мобильным роботам была решена представителями школы ИПМ им. М. В. Келдыша РАН (В. Е. Павловский, В. Е. Пряничников, В. П. Андреев и др.) [12, 13]. Однако предложенная методика не подразумевала распознавание объектов, а значит, может являться лишь частичным решением описанной задачи SLAM.

С учетом вышеизложенного в данной статье рассмотрена задача синтеза акустической подсистемы и сопутствующих алгоритмов распознавания объектов среды функционирования мобильного робота (МР) в целях решения частной подзадачи SLAM для повышения автономности МР. Под автономностью МР понимается его способность существовать и выполнять свои функции в протяженных времени, пространстве, а также при изменяющихся задачах и условиях окружающей среды, без необходимости взаимодействия с другими дружественными субъектами или субъектами высшего уровня иерархии. Автономность МР обеспечивается рядом мер, которые можно классифицировать по трем направлениям: информационному, интеллектуальному и материально-техническому [2].

Интеллектуальные методы обработки данных для обработки акустических сигналов

Работа с акустическими данными сопряжена с неполнотой поступающей информации (по причине несовершенства бортовой аппаратной системы получения акустического сигнала, применения алгоритмов дискретизации сигнала), а также с неопределенностью внешних возмущений и среды функционирования (посторонние сигналы, помехи). В таком случае целесообразным становится использование подходов к управлению с использованием методов и технологий искусственного интеллекта [7]. Применение таких технологий представляется оправданным ввиду ограниченных возможностей совершенствования аппаратной подсистемы получения акустического сигнала в составе МР из-за объективных массогабаритных и энергетических ограничений.

Очевидно, что при наличии различного рода неопределенностей высокий уровень автономности, адаптивности и надежности систем управления должен обеспечиваться путем повышения их интеллектуальных возможностей, основанных на обработке специальных знаний.

Использование знаний для параметрической и структурной настройки управляющих алгоритмов, модификации программы достижения целей управления, а, при необходимости, и их коррекции с учетом текущих показаний измерительно-информационных средств предполагает разработку прин-

ципов построения и архитектуры интеллектуальной системы управления. При этом главным критерием выбора должно служить требуемое качество функционирования системы управления в условиях неопределенности при случайном характере внешних возмущений, к которым можно отнести непредусмотренное изменение целей, собственных эксплуатационных характеристик, параметров среды и т. д. [5].

Среди конкретных, возможных к применению технологий, относимых к числу интеллектуальных, следует выделить: технологии экспертных систем, технологии нечеткой логики, технологии нейросетевых структур, технологии ассоциативной памяти.

При этом важно отметить, что главная архитектурная особенность, которая отличает интеллектуальную систему управления от построенной по "традиционной" схеме, связана с подключением механизмов хранения и обработки знаний для реализации способностей по выполнению требуемых функций в неполно заданных (или неопределенных) условиях при случайном характере внешних возмущений [5].

Среди рассмотренных интеллектуальных технологий нейронные сети являются наиболее исследованными: разнообразные нейросетевые структуры и модели внедрены и апробированы для решения самых разнообразных задач, кроме того, нейросетевые технологии обладают рядом свойств, делающих целесообразным их применение при решении поставленной задачи распознавания, к которым можно отнести:

- возможность проведения автоматизированного обучения по объективным критериям;
- накопленный опыт применения при решении задач распознавания, классификации и принятия решений;
- возможность реализации функций ассоциативной памяти;
- высокое быстродействие;
- масштабируемость.

Одна из передовых тенденций в создании интеллектуальных систем связана с попытками интеграции различных интеллектуальных технологий для сочетания их преимуществ. Так, например, одновременное обеспечение высокой функциональной гибкости и быстродействия может достигаться за счет комплексного применения технологий экспертных систем и нейросетевых структур. В то же время для увеличения быстродействия ассоциативной памяти предлагаются нейросетевые способы ее реализации. Эффективная реализация такой структуры возможна с помощью нейросетевой реализации функций ассоциативной памяти.

Применение подхода интеграции различных интеллектуальных технологий возможно и для решения задачи распознавания объектов по их акустической эмиссии. Рассмотрим вариант применения комбинированной нейронной сети (рис. 1), первая часть которой выполняет роль ассоциативной памяти,

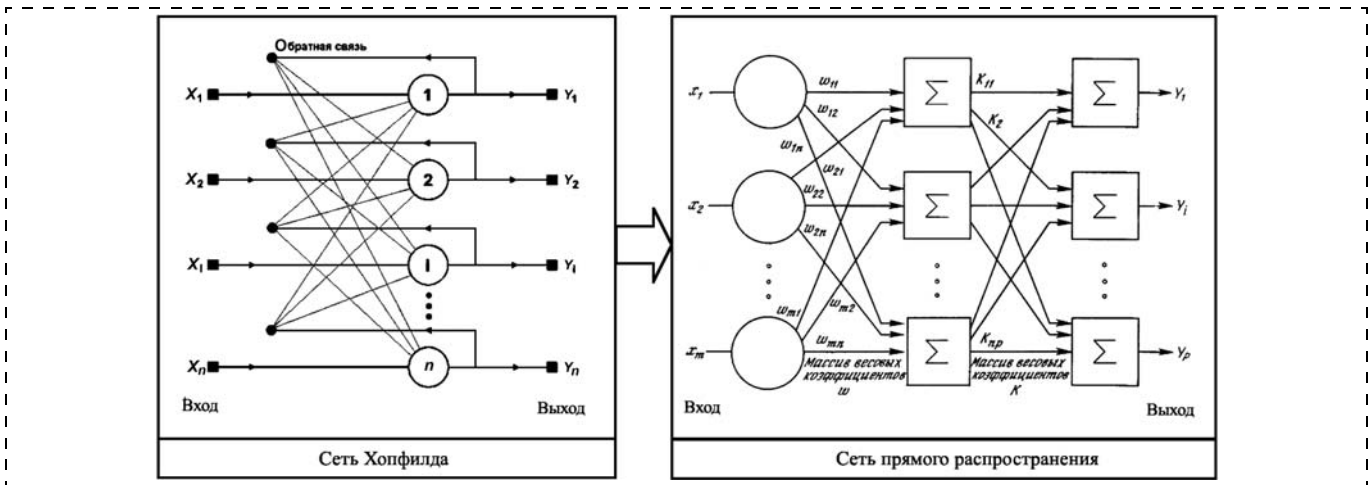


Рис. 1. Структура комбинированной нейронной сети

а вторая часть — линейную функцию сети прямого распространения.

В данном случае в качестве ассоциативной памяти используется сеть Хопфилда [7]. Задача, решаемая данной сетью в качестве ассоциативной памяти, формулируется следующим образом. Известен некоторый набор двоичных сигналов (звуковых оцифровок), которые считаются образцовыми. Сеть должна уметь из произвольного неидеального сигнала, поданного на ее вход, выделить ("вспомнить" по частичной информации) соответствующий образец (если такой есть) или "дать заключение" о том, что входные данные не соответствуют ни одному из образцов.

Нейронная сеть Хопфилда состоит из N искусственных нейронов. Каждый нейрон системы может принимать одно из двух состояний (что аналогично выходу нейрона с пороговой функцией активации):

$$y_i = \begin{cases} 1; \\ -1. \end{cases}$$

Взаимодействие нейронов сети может описываться выражением

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N w_{ij} x_i x_j,$$

где w_{ij} — элемент матрицы взаимодействий W , которая состоит из весовых коэффициентов связей между нейронами. В эту матрицу в процессе обучения записывается M "образов" — N -мерных бинарных векторов

$$S_m = (s_{m1}, s_{m2}, \dots, s_{mN}).$$

В сети Хопфилда матрица связей является симметричной ($w_{ij} = w_{ji}$), а диагональные элементы матрицы полагаются равными нулю ($w_{ii} = 0$), что исключает эффект воздействия нейрона на самого себя и является необходимым для сети Хопфилда, а вкупе с асинхронным режимом работы обеспечивает устойчивость работы сети [14].

Алгоритм обучения сети Хопфилда существенно отличается от таких классических алгоритмов обу-

чения персептронов, как метод коррекции ошибки или метод обратного распространения ошибки. Отличие заключается в том, что вместо последовательного приближения к нужному состоянию с вычислением ошибок все коэффициенты матрицы рассчитываются по одной формуле, за один цикл, после чего сеть сразу готова к работе. Вычисление коэффициентов основано на следующем правиле: для всех запомненных образов X_i матрица связи должна удовлетворять уравнению

$$X_i = WX_i,$$

поскольку именно при этом условии состояния сети X_i будут устойчивы — попав в такое состояние, сеть в нем и останется.

Запоминаемые векторы должны иметь бинарный вид. После этого выполняется расчет весовых коэффициентов по следующей формуле:

$$w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{d=1 \dots m} X_{id} X_{jd},$$

где N — размерность векторов; m — число запоминаемых выходных векторов; d — номер запоминаемого выходного вектора; X_{ij} — i -я компонента запоминаемого выходного j -го вектора.

Как только веса заданы, сеть может быть использована для получения запомненного выходного вектора по данному входному вектору, который может быть частично неправильным или неполным. Для этого выходам сети сначала придают значения этого начального вектора. Затем сеть последовательно меняет свои состояния согласно формуле

$$X(t+1) = F(WX(t)),$$

где F — активационная функция; $X(t)$ и $X(t+1)$ — текущее и следующее состояния сети, до тех пор, пока состояния $X(t)$ и $X(t+1)$ не совпадут. Именно этот процесс называется конвергенцией сети. Во время работы сети Хопфилда признаком нахождения решения является момент, когда достигается аттрактор, статический (когда на каждом следующем шаге повторяется устойчивое состояние $X(t)$)

или, возможно, динамический (когда бесконечно чередуются два состояния $\{X(t), X(t + 1)\}$). Это конечное состояние сети и является ее реакцией на данный образ.

Таким образом, сеть с обратной связью формирует ассоциативную память. Сеть Хопфилда можно отнести к автоассоциативной памяти, т. е. такой, которая может завершить или исправить образ, но не может ассоциировать полученный образ с другим

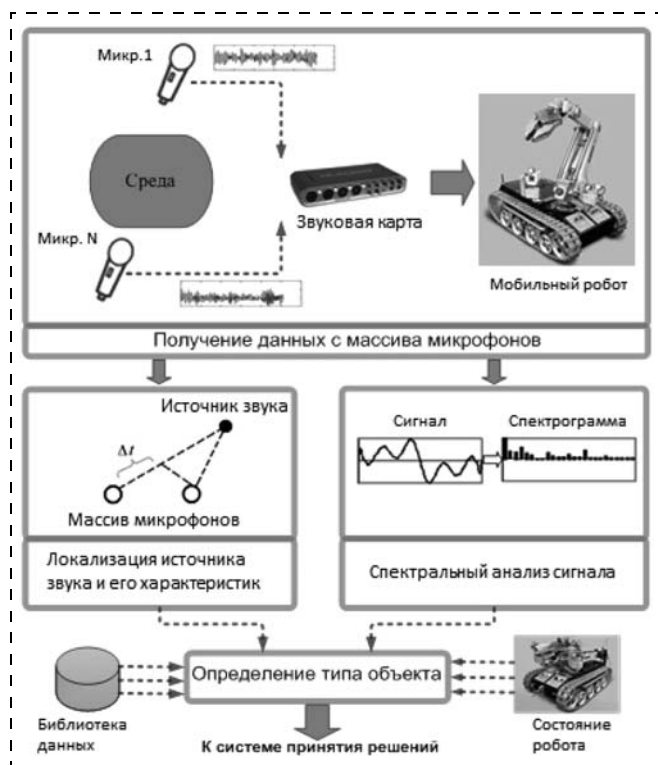


Рис. 2. Структурная схема системы

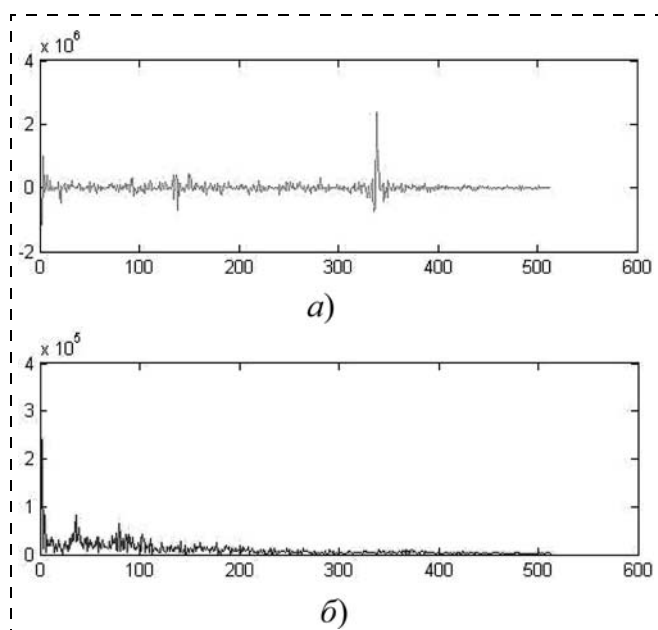


Рис. 3. Результат распознавания. Графики истинного (а) и восстановленного (б) сигнала объекта

образом. В результате описанная часть нейронной сети, реализующая функцию ассоциативной памяти, соотносит поступающий на вход образ с эталонами, поданными на этапе обучения. После обработки образ предъявляется для классификации с помощью сети прямого распространения.

Число слоев сети прямого распространения, а также ее тип может варьироваться в зависимости от требований, предъявляемых к качеству и скорости распознавания. Обучение сети также может проводиться с использованием различных методов.

Архитектура бортовой системы мобильных роботов

В аппаратный состав разрабатываемой системы входит массив из четырех микрофонов и внешняя звуковая карта, позволяющая осуществлять многоканальную запись сигнала. Обработка сигнала проводится с помощью бортовой ЭВМ, входящей в состав МР. Обобщенная структура данной системы представлена на рис. 2.

Сравнивая полученные акустические данные с данными программных библиотек с применением описанных нейросетевых технологий, можно определить, каков предположительный тип объекта, какое оборудование входит в его состав. Одновременно благодаря применению нескольких микрофонов становится возможным осуществление локализации объектов [12, 13].

Экспериментальные исследования работы системы

Для оценки эффективности разрабатываемой системы было проведено моделирование работы нейросетевых структур для распознавания объектов в среде MATLAB. В ходе экспериментального исследования описанных алгоритмов была опробована нейросетевая структура, состоящая из последовательно соединенной сети Хопфилда и сети прямого распространения типа двухслойный перцептрон, первый слой которого представлял собой набор нейронов с гиперболическим тангенсом в роли функции активации, а второй был линейным.

Результат распознавания объекта, полученный с помощью моделирования работы такой сети, представляется нестабильным (рис. 3).

Ошибка работы такой нейросетевой структуры может быть рассчитана для конкретного примера как

$$\frac{1}{512} \sum_{i=1}^{512} (T_i^1 - T_i^{sim})^2 = 3,6970 \cdot 10^{-22},$$

где T_i^1 — входной вектор, загруженный из файла, содержащего спектрограмму истинного объекта, а T_i^{sim} — соответствующий ему выход гибридной сети, 512 — число точек спектра.

Гораздо бóльшая достоверность распознавания достигается при введении в программный блок распознавания нейросетевой структуры, состоящей из последовательно соединенных сети Хопфилда и

радиально-базисной сети. В этом случае первая подсеть реализует функции ассоциативной памяти, а вторая — выборку распознанного объекта. В случае использования такой структуры достоверный результат распознавания достигается даже при одновременном наложении сильных аддитивных, импульсных и гауссовых шумов.

В ходе эксперимента было проведено обучение комбинированной сети пятью эталонными векторами, каждый из которых содержал данные о 512 точках спектра одного из заранее известных эталонных объектов. Обучение подсети Хопфилда происходит так, чтобы сеть имела стабильные выходы, соответствующие подаваемым векторам объектов. Обучение подсети радиально-базисного типа проводится циклически до тех пор, пока отслеживаемое значение среднеквадратичной ошибки не достигнет заданного уровня.

Затем на обученную связку подавался сигнал для распознавания. Исходный незашумленный входной спектральный сигнал одного из известных сети объектов приведен на рис. 4. Этот же сигнал, но с одновременно наложенными аддитивным шумом в диапазоне от 0 до 512 (т. е. по всем точкам спектра), импульсным шумом, наложенным в том же диапазоне с вероятностной плотностью 0,1, и гауссовым шумом со средним 3000 и дисперсией 2000 в единицах плотности спектра показан на рис. 5.

При моделировании сети был восстановлен сигнал, наиболее близкий к входному, который был впоследствии корректно распознан (выведен индекс известного сигнала объекта, являющегося частью обучающего множества нейронной сети).

Как видно, несмотря на наложенный шум, вектор сети был распознан правильно. Проведенные в среде MATLAB эксперименты подтверждают эффективность применения интеллектуальных методов.

Заключение

Использование акустического анализа среды в работе МР — динамично развивающееся направление современной робототехники. Применение алгоритмов обработки звуков позволяет значительно увеличить эффективность работы роботов, упростить, сделать более естественным общение между человеком и роботом. Благодаря методам акустического анализа можно определить положение источников звука, их тип. Эти данные могут быть использованы как при составлении карт среды роботом, так и для распознавания и нахождения источника звука.

Преимущество данной системы слежения заключается в том, что робот может наблюдать за объек-

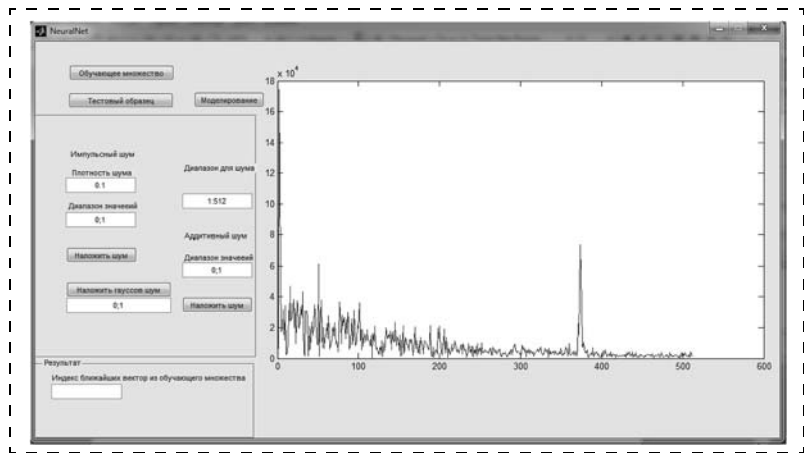


Рис. 4. Загруженный входной сигнал

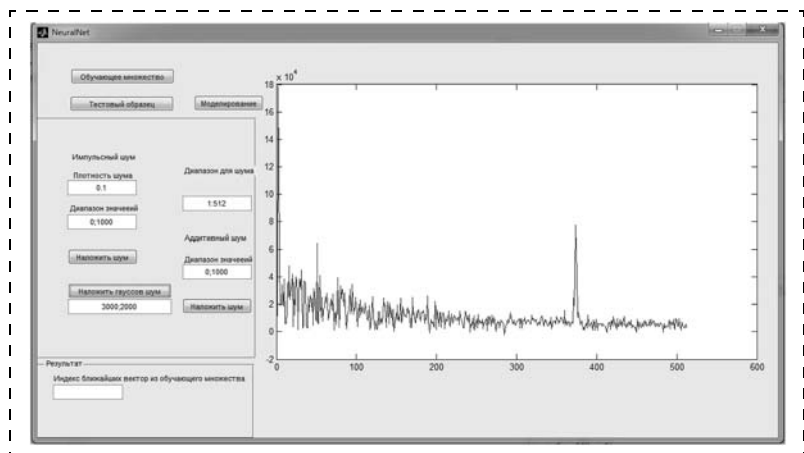


Рис. 5. Сигнал с наложенными шумами

тами, расположенными в любой из точек прямой досягаемости робота. Если при работе одной лишь системы технического зрения достаточно велика вероятность неверного распознавания объекта, то при комплексной обработке данных акустической и визуальной систем распознавания объектов повышается надежность работы в целом, так как фактически одновременно работают две независимые системы распознавания. Помимо этого несомненным преимуществом данной системы является возможность ее работы в пределах прямой досягаемости робота, а не только в поле его видения, как это происходит с системой технического зрения. На взгляд авторов, такое совместное использование визуально-акустической системы распознавания объектов позволяет уменьшить ошибки одной из них и наиболее точно определить положение объекта.

Использование интеллектуальных методов в обработке акустических данных позволяет минимизировать возможные ошибки, возникающие при распознавании объектов, расширить зону эффективной работы МР, а также достичь автономного функционирования в условиях неполноты и неопределенности поступающей информации при наличии случайных возмущений внешней среды.

Список литературы

1. **Ефимов А. П., Никонов А. В., Сапожков М. А., Шоров В. И.** Акустика: Справочник / Под ред. М. А. Сапожкова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1989. 336 с.
2. **Ермолов И. Л.** Автономность мобильных роботов, ее меры и пути ее повышения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 6.
3. **Блейхут Р.** Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. М.: Мир, 1989.
4. **Thatsaphan Suwannathat, Jun-ichi Imai and Masahide Kaneko.** Omnidirectional Audio-Visual Speaker Detection for Mobile Robot // Proc. of the 16th IEEE International Conference on Robot & Human Interactive Communication. P. 141–144.
5. **Интеллектуальные системы автоматического управления /** Под ред. И. М. Макарова и В. М. Лохина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
6. **Медведев В. С., Потемкин В. Г.** Нейронные сети. MATLAB 6. М.: Диалог-МИФИ, 2002.
7. **Терехов В. А., Ефимов Д. В., Тюкин И. Ю.** Нейросетевые системы управления. М.: Высшая школа, 2002.
8. **Polikar Robi.** Fundamental Concepts & an Overview of the Wavelet Theory. Iowa State University.
9. **Баранов Д. Н., Ермолов И. Л., Плешаков Р. В., Подуряев Ю. В.** Повышение автономности мобильного робота "Вездеход-ТМЗ" на основе бортовой системы навигации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5.
10. **Lazaro M. T., Castellanos J. A.** Localization of Probabilistic Robot Formations in SLAM // Proc. of the 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Instituto de Investigaci'on en Ingenier'ia de Arag'on, Universidad de Zaragoza (Spain).
11. **Seren Riisgaard and Morten Rufus Bias.** A Tutorial Approach to Simultaneous Localization and Mapping, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Mobile Robotics course materials.
12. **Павловский В. Е., Мягков А. С., Хашан Т. С., Павловский В. В.** Концепция, моделирование и разработка слуховых сенсоров для роботов // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2005–2006. Т. 4. № 1–3. С. 186–194.
13. **Павловский В. Е., Бахвалов П. А., Козубская Т. К., Павловский В. В.** Слуховой сенсор робота: численная оптимизация и экспериментальное исследование // Труды Междунар. науч.-техн. конф. "Мехатроника, автоматизация, управление — 2009". Таганрог: Изд-во ЮФУ. С. 261–264.
14. **Cohen M. A., Grossberg S. G.** Absolute stability of global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 13: 815–26. 1983.



Ушел из жизни выдающийся российский ученый и крупный организатор науки

МАКАРОВ Игорь Михайлович

(22.10.1927—14.01.2013)

На 86-м году жизни скончался известный ученый, специалист в области автоматического управления, информатики, робототехники, промышленной автоматизации, лауреат Государственных премий СССР и РФ, премии Правительства РФ, советник РАН, академик **Игорь Михайлович МАКАРОВ.**

И. М. Макаров родился 22 октября 1927 г. в Саратове. В 1950 г. окончил Московский авиационный институт им. Серго Орджоникидзе. В 1959 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1970 г. — докторскую диссертацию.

Научная деятельность И. М. Макарова связана с развитием теории нелинейных систем управления, а также с применением вычислительной техники и информатики в таких областях, как робототехника и гибкая автоматизация производства.

В 1950—1962 гг. И. М. Макаров работал в Институте автоматизации и телемеханики АН СССР.

В 1962—1975 гг. — в Отделе науки и учебных заведений аппарата ЦК КПСС. В 1975—1988 гг. был заместителем Министра высшего и среднего специального образования СССР, а с 1988 г. по 1991 г. — Главным ученым секретарем Президиума АН СССР.

И. М. Макаров являлся председателем Научного совета по робототехнике и мехатронике РАН, руководителем Научно-учебного центра "Робототехника" при МГТУ им. Н. Э. Баумана, заведующим кафедрой "Проблемы управления" МИРЭА. Им подготовлено большое число докторов и кандидатов наук. Он автор и соавтор около 300 научных работ, в том числе нескольких монографий.

И. М. Макарова отличали ясный ум и колоссальная работоспособность, он с уважением и вниманием относился к коллегам и сотрудникам и, в свою очередь, вызывал ответные чувства — любовь и уважение друзей и подчиненных.

Редакционный совет, редколлегия и редакция журнала "Мехатроника, автоматизация, управление" скорбят о кончине Игоря Михайловича Макарова и выражают глубокое соболезнование его родным и близким. Вечная память о нем навсегда сохранится в наших сердцах.

УДК 621.317.261

И. В. Брякин, канд. техн. наук, зав. лаб.,
bivas2006@yandex.ru,

Институт автоматизации и информационных технологий
НАН Кыргызской Республики, г. Бишкек

Магнитодинамический магнитометр для задач дефектоскопии

Для решения задач дефектоскопии предлагается новый принцип построения феррозонда, основанный на использовании в качестве напряжения накачки парафазных сигналов. Представлена структурная схема магнитометра и вариант конструкции феррозонда, рассмотрены особенности режимов их функционирования.

Ключевые слова: дефектоскопия, неразрушающий контроль, феррозондовый метод, магнитодинамический магнитометр, полемер, градиентометр

Введение

Расширение границ международных рынков и увеличение их доли в мировом товарообороте привело к тому, что проблема повышения качества продукции стала приоритетной для большинства товаропроизводителей и заняла ведущее место в обеспечении конкурентоспособности продукции и услуг, построении новых отношений между потребителем и производителем, удовлетворении материальных потребностей, социальных интересов и духовных запросов общества. Особую значимость эта проблема приобретает в условиях экономического кризиса, сопровождающегося распадом экономических связей, снижением производства, утратой позиций на внешнем и внутреннем рынках.

Исторический опыт США, Японии, Германии и ряда других стран показывает, что обеспечение прогресса в области качества путем применения соответствующих эффективных методов и средств технологического контроля является одним из основных рычагов, с помощью которого им удалось преодолеть кризис в экономике и занять прочные позиции на мировом рынке.

Своевременное обнаружение дефектов в ответственных деталях технических изделий различного назначения положительно влияет на их надежность, что снижает расходы, связанные с отказами и авариями, не говоря уже о сохранении человеческих жизней.

В сфере массового производства наибольшее применение нашел метод неразрушающего контроля (НК) [1], при использовании которого детали и объект контроля в целом остаются пригодными для дальнейшего применения по прямому назначению. Совокупность методов НК и соответствующих средств, предназначенных для обнаружения дефектов деталей без их разрушения, составляет основу дефектоскопии. В зависимости от физических явлений, положенных в основу, методы НК подразделяются на виды: магнитный, электрический, вихретоковый, радиоволновой, тепловой, оптический, радиационный, акустический и проникающими веществами.

В последнее время широкое распространение получил один из видов магнитного НК ферромагнитных изделий — феррозондовый метод (ФМ), который основан на обнаружении и измерении магнитных полей, в том числе и полей рассеяния, возникающих в зоне дефектов, с помощью *феррозондов* — магнитодинамических магнитометров (МДМ) [2].

Феррозонд представляет собой магнитный усилитель, обычно с разомкнутым магнитопроводом, в котором воздействие внешнего постоянного магнитного поля приводит к возникновению четных гармоник ЭДС. Обладая высокой чувствительностью, феррозонды позволяют обнаруживать поверхностные дефекты глубиной около 0,1 мм и закрытые дефекты с размерами по высоте 0,1...0,5 мм, залегающие на глубине до 10 мм. Они также характеризуются возможностью непосредственного измерения составляющих вектора магнитного поля (обеспечивая тем самым получение полной информации о структуре поля и его источниках), возможностью работы в очень слабых магнитных полях, в широком температурном диапазоне и при наличии электромагнитных помех; отличаются высокой надежностью, долговечностью и низкой стоимостью; по своим параметрам и стабильности нуля приближаются к абсолютным квантовым приборам и применяются, главным образом, для компонентных измерений слабых полей (порядка 0,8 А/м) небольшого объема [3].

В связи с тем, что ФМ позволяет создавать полностью автоматизированные установки, обладающие достаточно высокой производительностью, задачи дальнейшего совершенствования МДМ и улучшения их метрологических характеристик всегда остаются в поле зрения разработчиков и являются актуальными.

Физические основы феррозондового метода

ФМ основан на преобразовании градиента или напряженности магнитного поля в электрический сигнал с помощью магниточувствительных элементов — феррозондов, состоящих чаще всего из двух частей — полузондов. Каждый полузонд имеет магнитомягкий (обычно пермалловый) сердечник и две обмотки: одну, возбуждающую переменное поле, которым намагничивается сердечник, и другую — индикаторную. Как возбуждающие (первичные), так и индикаторные (вторичные) обмотки полузондов, соединены попарно между собой определенным образом, в результате чего ЭДС на выходе индикаторных обмоток пропорциональна либо градиенту, либо напряженности измеряемого постоянного магнитного поля, в котором находится феррозонд.

Применяются два типа феррозондов: полемеры и градиентомеры. Первый дает возможность определять наличие и напряженность магнитного поля, а второй — градиент напряженности магнитного поля в его различных точках. Схемы феррозонда-градиентомера и феррозонда-полемера отличаются друг от друга только изменением направления включения обеих обмоток одной из катушек.

Рассматриваемые схемы построения МДМ можно отнести к классу ферроиндукционных преобразователей с продольным возбуждением [3]. Принцип действия такого типа преобразователей основан на использовании изменения магнитного состояния ферромагнитного тела, намагничиваемого переменным полем (поле возбуждения) с неизменным значением его напряженности, при наложении внешнего постоянного поля, индукция которого измеряется. В этом случае изменение полного потока, сцепляющегося с контуром измерительной катушки, непосредственно связано с модуляцией магнитной проницаемости ферромагнитного сердечника. При этом постоянная составляющая магнитного поля в стержне зависит от напряженности переменного намагничивающего (возбуждающего) поля.

Нелинейность зависимости $B(H)$ (B — индукция, H — напряженность магнитного поля) в рассматриваемом случае является принципиальным фактором, ответственным за появление ЭДС, несущей информацию об измеряемом постоянном поле, а эффект подмагничивания стержня посредством вспомогательного постоянного поля $B(H_0)$ обеспечит необходимый рост силы переменного тока в измерительной обмотке феррозонда, тем больший, чем больше $B(H_0)$. Это является следствием того, что с повышением $B(H_0)$ для получения заданного диапазона изменения индукции, однозначно определяемого приложенным к обмотке возбуждения переменным напряжением, требуется изменение напряженности поля во все более широких пределах.

Данное свойство стержней с вспомогательным подмагничивающим полем может быть реализовано при разработке принципов построения дефектоскопа на базе нового типа МДМ, причем в качестве

источника такого вспомогательного поля может быть применен постоянный магнит.

Подобные магниты можно рассматривать как "магнитные батареи" с высокой и постоянной магнитно-движущей силой (МДС). Пока совместно действующие наложенное и саморазмагничивающееся поля не превышают поля, соответствующего перегибу кривой $B(H)$, эта МДС почти не зависит от поля [4]. Они могут также действовать непосредственно или вблизи воздушного зазора, в котором необходим магнитный поток, в результате чего сводится к минимуму паразитный поток. Магниты могут быть короткими и иногда могут иметь необычную форму, сохраняя в то же время однородную намагниченность. Для изменения или модуляции поля в зазоре можно налагать очень сильные внешние магнитные поля, которые могут возбуждаться обмотками, помещенными непосредственно на постоянном магните и не вызывающими изменения его магнитного момента.

Для пояснения существа рассматриваемого вопроса проанализируем сначала принцип работы феррозонда-полемера (рис. 1).

Как видно из рис. 1, возбуждающие катушки соединены последовательно. Однако их переменные магнитные поля всегда имеют противоположное направление, но равную величину. Мгновенное значение напряженности этих полей обозначим H_{\sim} . Амплитуда переменного тока, которым питаются первичные обмотки, как правило, выбирается такой, чтобы материал сердечника доводился до магнитного насыщения.

Допустим, что мы имеем катушку, питаемую переменным током, с сердечником, у которого отсутствуют потери от гистерезиса, т. е. его магнитная индукция равна нулю в тот момент, когда напряженность H внешнего поля равна нулю. В этом случае кривая намагничивания будет изображаться не в виде петли гистерезиса, а сплошной линией (рис. 2). При протекании переменного тока через обмотку катушки напряженность ее магнитного поля H_{\sim} будет колебаться симметрично относительно оси времени (рис. 2). Если сердечник поместить в постоянное магнитное поле ($H_{=} < H_{\sim}$) при сохранении воздействия переменного магнитного поля,

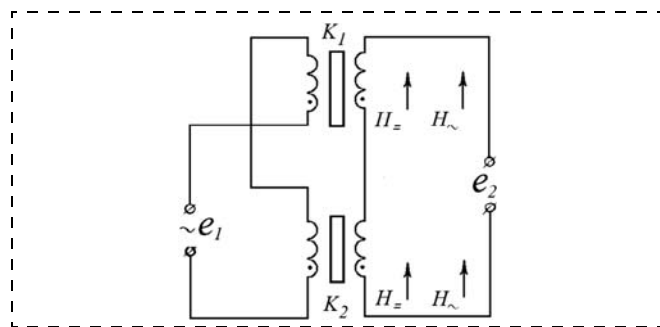


Рис. 1. Схема феррозонда-полемера:
 e_1, e_2 — ЭДС; K_1, K_2 — сердечники; $H_{=}, H_{\sim}$ — напряженности постоянного и переменного магнитных полей соответственно

то кривая намагничивания сместится эквидистантно в горизонтальном направлении вдоль оси H и займет положение, показанное штриховой линией.

В случае действия на сердечник одновременно двух полей (H_{\pm} и H_{\sim}), когда напряженность переменного поля равна нулю, индукция B не достигает нуля, потому что на сердечник действует постоянное магнитное поле, а индукция будет иметь значение B_1 . Индукция равна нулю в тот момент, когда равна нулю суммарная напряженность магнитного поля, т. е. мгновенное значение переменного поля противоположно по направлению и равно по величине постоянному магнитному полю ($H_{\sim} = -H_{\pm}$) (точка b на рис. 2). Поэтому кривая намагничивания смещается в сторону, обратную направлению постоянного магнитного поля на величину H_{\pm} .

Проведем анализ характеристик режимов работы феррозонда-полемера, представленных на рис. 3.

Напряженности переменных полей H_{\sim} полузондов равны по величине, но имеют противоположное направление. При допущении, что сердечники K_1 и K_2 не обладают гистерезисом, кривые их намагничивания будут изображаться сплошными линиями (I, II). В этом случае суммарная индукция обоих сердечников ($B_1 + B_2$) все время равна нулю, так как кривые намагничивания I и II полностью симметричны. При этом ЭДС во вторичной (индикаторной) обмотке не возникает, так как

$$e \approx d(B_1 + B_2)/dt.$$

Если оба полузонда помещены в постоянное магнитное поле напряженностью H_{\pm} при одновременном действии переменных полей, то кривые намагничивания сердечников сдвинутся параллельно самим себе в противоположном направлении на отрезки "Oa" и "Ob", равные по абсолютной величине H_{\pm} (штриховые кривые на рис. 3, а). Суммарная индукция ($B_1 + B_2$) в каждой точке, равная сумме ординат штриховых кривых, уже не будет равна нулю и может быть изображена кривой, приведенной на рис. 3, б. При таком характере кривой ($B_1 + B_2$) ЭДС e_2 во вторичной обмотке не равна нулю. Основной характеристикой феррозонда-полемера и является зависимость между измеряемой напряженностью постоянного магнитного поля и вторичным напряжением.

Рассмотрим феррозонд-градиентомер (рис. 4).

Направление полей возбуждения H у обеих катушек одинаковое, а вторичные обмотки соединены встречно. Когда в месте расположения двух испытательных катушек равномерное постоянное поле будет наложено на переменные поля и параллельно им, то обе кривые намагничивания переместятся эквидистантно вдоль оси H в одном и том же направлении и на одно и то же расстояние — H_{\pm} (штриховые кривые на рис. 5). При встречном включении вторичных обмоток (см. рис. 4) возникающая в них ЭДС будет определяться уже разностью магнитных индукций ($B_1 - B_2$). Так как разность ин-

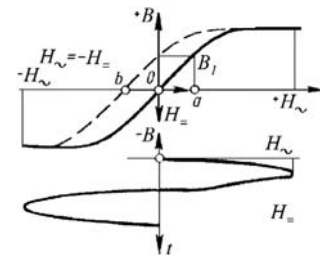


Рис. 2. Кривая намагничивания ферромагнитного материала без потерь на гистерезис

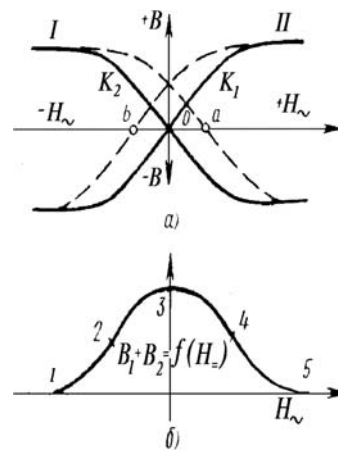


Рис. 3. Кривые намагничивания и суммарной индукции феррозонда-полемера

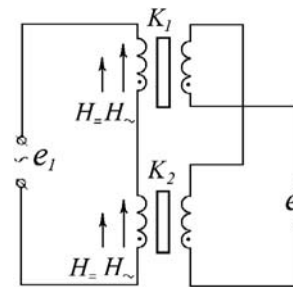


Рис. 4. Схема феррозонда-градиентомера

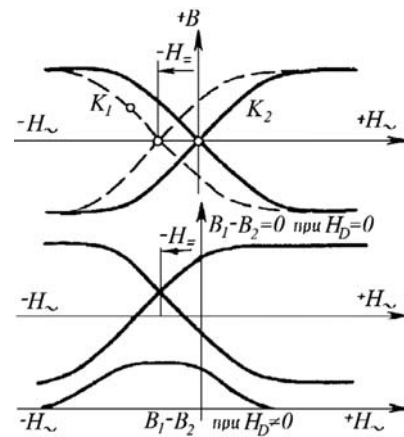


Рис. 5. Кривые намагничивания и суммарной индукции феррозонда-градиентомера

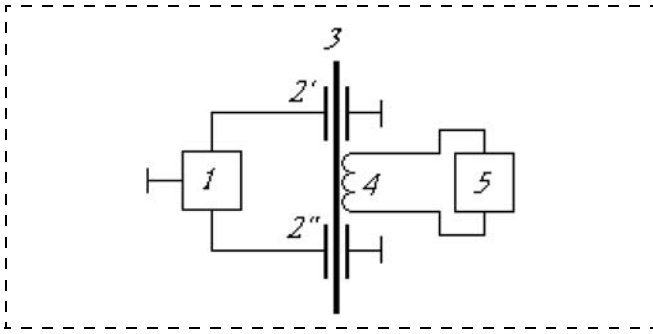


Рис. 6. Схема магнитометра с генераторным конденсатором

дукций равна нулю, то и на выходе вторичных обмоток ЭДС равна нулю.

Если катушки помещены в месте с различной напряженностью постоянных магнитных полей, то кривые намагничивания сместятся на различную величину (рис. 5), т. е. под действием неравномерного постоянного магнитного поля сердечники намагничиваются по-разному и разность индукций ($B_1 - B_2$) уже не будет равна нулю. Поэтому на вторичной обмотке появляется напряжение, которое имеет удвоенную частоту по отношению к частоте намагничивающего тока.

Для рассматриваемых типов МДМ традиционно используются два способа возбуждения электромагнитного поля: индуктивный, при котором источником электромагнитного поля служит многовитковая катушка, обтекаемая переменным током, и гальванический, при котором источником электромагнитного поля являются электрические токи проводимости в ферромагнитном элементе между электродами генератора накачки. В последнем случае сердечник зонда выполнен в виде отрезка ферромагнитной проволоки круглого сечения, по которой протекает переменный ток возбуждения.

В приведенных схемах феррозонда-полемера (см. рис. 1) и феррозонда-градиентомера (рис. 5) используется индуктивный способ с продольным возбуждением электромагнитного поля.

С учетом вышеизложенного вместо традиционной схемы возбуждения феррозонда (см. рис. 1 и рис. 4),

основанной на использовании магнитного диполя (генераторная катушка), можно предложить альтернативный вариант, использующий в качестве элемента "накачки" излучающую резонансную антенну конденсаторного типа (*C*-антенну), представляющую собой конденсатор с сосредоточенной емкостью *C*, возбуждаемый с помощью длинной линии (рис. 6) [5].

На рис. 6 представлена обобщенная схема такого МДМ, состоящая из генератора возбуждения парафазного "напряжения накачки" 1; элементов накачки 2' и 2'' (*C*-антенны); ферритового стержня 3; приемного элемента 4 и измерительного преобразователя 5.

Следует отметить, что феррозонды с генераторной катушкой ориентированы на реализацию режима заданного тока, т. е. режима заданной напряженности поля возбуждения, при котором неизбежны значительные потери энергии и существенная нестабильность как параметров составляющих элементов, так и нулевых показаний прибора. Предлагаемый вариант МДМ с элементом "накачки" в виде конденсатора с сосредоточенной емкостью *C* реализует режим заданного напряжения возбуждения, т. е. режим заданной индукции поля возбуждения, при котором все вышеуказанные факторы, как правило, малозначимы или выражены слабо.

Принципы построения и функционирования МДМ

Структурная схема (рис. 7) предлагаемого МДМ состоит из следующих функциональных блоков: магнитометрического датчика 1, генератора возбуждения (ГВ), первичного и вторичного измерительных преобразователей (ПИП и ВИП).

Магнитометрический датчик 1 представляет собой феррозонд, состоящий из двух ферромагнитных стержней 2 и 3 с общим подмагничивающим элементом 4 (постоянный магнит), двух идентичных модуляторов 5 и 6 (*C*-антенны), индукционного преобразователя 7.

ПИП состоит из входного модуля 8 и селективного усилителя 9. ВИП, в свою очередь, образован совокупностью следующих электронных блоков: синхронного детектора 10, буферного усилителя 11 и формирователя опорного напряжения 14.

Процесс продольного возбуждения ("накачка") ферромагнитных стержней 2 и 3 осуществляется посредством модуляторов 5 и 6, представляющих собой конденсаторы с сосредоточенными емкостями *C* с обкладками в виде полуцилиндров, расположенных по длине ферромагнитных стержней в непосредственной близости от их поверхности. Модуляторы 5 и 6 подключены к соответствующим парафазным выходам генератора синусоидальных напряжений 13. При питании модуляторов 5 и 6 парафазными синусоидальными

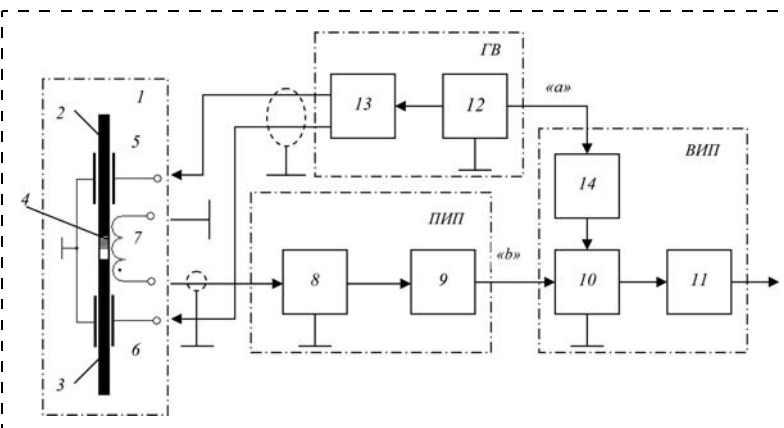


Рис. 7. Структурная схема МДМ

напряжениями функционирование магнитометрического датчика 1 организуется в режиме заданного напряжения возбуждения.

Ферромагнитные стержни 2 и 3 фактически являются элементами составной магнитной антенны с продольно подмагничивающим постоянным магнитом 4, содержащей индукционный преобразователь 7 в виде приемной катушки (соленоида). Приемная катушка 7 подключена через буферный модуль 8 к входным цепям селективного усилителя 9, где происходит первичная обработка информационного сигнала. Подмагничивающий элемент 4 обеспечивает необходимый режим работы всего магнитометрического датчика 1.

Выход усилителя 9 подключен к информационному входу синхронного детектора 10, опорным напряжением которого является выходной сигнал синфазного формирователя 14. Опорные напряжения для синхронного детектора формируются из соответствующего синусоидального напряжения, подаваемого с выхода генератора возбуждения 12 на вход блока 14. Выход синхронного детектора 10, реализующего вторичную обработку информационного сигнала, соединен с буферным усилителем 11. Параметры выходного сигнала блока 11 отражают величину и характер локального магнитного поля рассеяния, вызванного наличием дефекта.

Ферромагнитные стержни 2, 3 и постоянный магнит 4 расположены соосно друг с другом в одну линию, образуя при этом разомкнутую пространственно протяженную ферромагнитную систему.

Рассматриваемая схема построения МДМ относится к классу ферроиндукционных преобразователей с продольным возбуждением [3]. Принцип действия такого типа преобразователей основан на использовании изменения магнитного состояния ферромагнитного тела, намагничиваемого переменным полем (полем возбуждения) с неизменным значением его напряженности, при наложении внешнего постоянного поля, индукция которого измеряется. В этом случае изменение полного потока, сцепляющегося с контуром измерительной катушки, непосредственно связано с модуляцией магнитной проницаемости ферромагнитного сердечника [3].

Исследуем взаимное влияние такого рода совмещенных магнитных полей в магнитной системе данного типа преобразователей.

Для этого магнитную систему измерительных преобразователей рассмотрим в условиях совместного намагничивания постоянным и переменным магнитными полями:

$$F = F_c + F_v,$$

где F — суммарная намагничивающая сила; F_c , F_v — намагничивающие силы, создаваемые постоянным и переменным намагничивающими токами.

При совместном намагничивании возбуждающее поле имеет вид

$$H = H_0 + H_m \sin \omega t. \quad (1)$$

Из вышесказанного очевидно, что нелинейность зависимости $B(H)$ действительно является принципиальным фактором, ответственным за появление ЭДС, несущей информацию об измеряемом постоянном поле, а эффект подмагничивания стержня посредством вспомогательного постоянного поля $B(H_0)$ обеспечит необходимый рост силы переменного тока в измерительной обмотке феррозонда, тем больший, чем больше $B(H_0)$. Это является следствием того, что с повышением $B(H_0)$ для получения заданного диапазона изменения индукции, однозначно определяемого приложенным к обмотке возбуждения переменным напряжением, требуется изменение напряженности поля во все более широких пределах. Данное свойство стержней с вспомогательным подмагничивающим полем можно использовать при разработке принципов построения нового типа магнитометра, причем в качестве источника такого вспомогательного поля может быть применен постоянный магнит.

Теперь рассмотрим особенности функционирования данного МДМ [6].

При питании пространственных конденсаторов синусоидальным парафазным напряжением вида $u_1(t) = \pm U_m \cos \omega t$ внутри намагничиваемых сердечников возникает магнитная индукция

$$B(t) = B_m \sin \omega t, \quad (2)$$

где $B_m = U_m / [\omega f(C_k) s]; f(C_k)$ — конструктивная функция, определяемая параметрами пространственного конденсатора.

Поток вектора этой индукции через сечение s ферромагнитных стержней фактически определяет изменяющиеся во времени магнитные потоки через данное сечение, которые, в свою очередь, наводят в измерительной обмотке приемной катушки 7 соответствующие трансформаторные ЭДС:

$$e'(t) = ws(d\Phi'/dt); e''(t) = -ws(d\Phi''/dt).$$

В общем случае сигнал на выходе приемной катушки 7 (напряжение небаланса) может быть представлен в виде суммы двух трансформаторных ЭДС:

$$e(t) = e'(t) + e''(t) = ws[(d\Phi'/dt) - (d\Phi''/dt)],$$

наводимых магнитными потоками, вызванными парафазными полями возбуждения. С учетом того, что напряжения "накачки" модуляторов $U_1' = -U_1''$ ($H_1' = -H_1''$), а составная магнитная антенна, образованная конструктивно идентичными ферромагнитными стержнями 2 и 3, обладает осевой симметрией, можем записать:

$$e(t) = e'(t) + e''(t) = 0.$$

Иными словами, в случае питания модуляторов 5 и 6 парафазными напряжениями в структуре составной магнитной антенны происходит взаимная компенсация трансформаторных ЭДС, что, в конечном счете, обеспечивает отсутствие сигнала на вы-

ходе приемной катушки, а также нормальное функционирование феррозонда в режиме полемера.

В результате "накачки" ферромагнитной структуры осуществляется воздействие магнитного поля на магнитную проницаемость вещества μ . При этом функцию $\mu_d^* [B_1(t)]$ можно рассматривать как функцию времени $\mu_d^*(\omega t)$.

Тогда в соответствии со сделанными замечаниями выходной сигнал приемной катушки 7 можно представить в виде магнитомодуляционной ЭДС (полезная ЭДС):

$$e(t) = ws \cdot d[B'(H'_\Sigma) + B''(H''_\Sigma)]/dt = \\ = ws \cdot d[f(H_0 + H'_1) + f(H_0 - H''_1)]/dt, \quad (3)$$

где H'_1 и H''_1 — напряженности вспомогательных переменных электромагнитных полей (полей накачки); H_0 — напряженность постоянного измеряемого магнитного поля в рабочей зоне магнитометрического датчика; H'_Σ — напряженность суммарного магнитного поля, создаваемого полем накачки (H'_1) от элемента возбуждения 5 модулятора и фоновым постоянным магнитным полем H_0 , H''_Σ — напряженность суммарного магнитного поля, создаваемого полем накачки (H''_1) от элемента возбуждения 6 модулятора и фоновым постоянным магнитным полем H_0 .

Воспользуемся аппроксимацией зависимости $B(H_\Sigma)$ укороченным полиномом третьей степени [7]:

$$B(H_\Sigma) = aH_\Sigma + bH_\Sigma^3,$$

где a и b — положительные коэффициенты аппроксимации.

Тогда с учетом выражений (1) и (2) получим

$$B'(H_\Sigma) = aH'_0 + aH_1 - b(H'_0)^3 - \\ - 3b(H'_0)_2 H_1 - 3bH'_0(H_1)^2 - b(H_1)^3; \\ B''(H_\Sigma) = aH''_0 - aH_1 - b(H''_0)^3 + \\ + 3b(H''_0)_2 H_1 - 3bH''_0(H_1)^2 + b(H_1)^3.$$

В случае воздействия измеряемого постоянного магнитного поля одновременно на ферромагнитные стержни 2 и 3, т. е. $H'_0 = H''_0 = H_0$, можем записать:

$$B'(H'_\Sigma) + B''(H''_\Sigma) = 2aH_0 - 2b(H_0)^3 - 6bH_0(H_1)^2. \quad (4)$$

Тогда $d[2aH_0 - 2b(H_0)^3 - 6bH_0(H_1)^2]/dt = 6bH_0[dH_1^2(t)/dt]$.

Последнее слагаемое в (4) характерно тем, что содержит произведение напряженностей измеряемого постоянного H_0 и вспомогательного переменного H_1 магнитных полей, которое как раз и является причиной появления ЭДС в измерительной обмотке феррозонда:

$$e(t)|_{H_0 = \text{const} \neq 0} = 6bswH_0[dH_1^2(t)/dt] \neq 0. \quad (5)$$

В общем случае вспомогательное переменное поле может быть представлено в виде суммы двух полей от независимых источников:

$$H_1(t) = H_m \sin \omega t + H_2, \quad (6)$$

где H_2 — напряженность постоянного (неизменяемого) поля.

Подставляя выражение (6) в (5), получаем для феррозонда с взаимно параллельными полями (при $H_0 = \text{const} \neq 0$)

$$e(t) = 6\omega bswH_0(2H_2H_m \cos \omega t + H_m^2 \sin 2\omega t). \quad (7)$$

Из уравнения (7) следует, что выходная ЭДС приемной катушки 7 пропорциональна частоте ω вспомогательного переменного поля. Это означает, что при прочих равных условиях, например, при одинаковых конструктивных параметрах феррозонда всегда имеется резерв повышения его чувствительности (коэффициента преобразования) за счет частоты переменного поля.

Также очевидно, что выходная ЭДС приемной катушки имеет частоту, кратную частоте переменного поля. Это означает, что в процессе преобразования осуществлена модуляция, т. е. сигнал нулевой частоты, несущий информацию об измеряемом постоянном поле, транспонирован "вверх", в область более высоких частот. В рассматриваемом случае — в область спектральной линии второй гармоники от частоты вспомогательного переменного поля.

Кроме того, из выражения (7) при выполнении условия (6) следует, что информацию об измеряемом поле H_0 может нести как первая, так и вторая гармоники выходной ЭДС. Отсюда очевидна возможность реализации для данного типа МДМ двух основных режимов работы [8].

При первом режиме амплитуда напряженности H_m выбирается относительно малой, а напряженность H_2 — большой, т. е. выполняется соотношение $H_m \ll H_2$. В этом случае справедлива запись

$$e_1(t) = 12\omega bswH_2H_0H_m \cos \omega t.$$

При втором режиме амплитуду напряженности H_m выбирают большей по сравнению с напряженностью измеряемого поля H_0 , а напряженность H_2 приравнивают к нулю, т. е. выполняют соотношение $H_m \gg H_2$ и $H_2 = 0$. Для данного режима можно получить зависимость вида

$$e_2(t) = 6\omega bswH_0H_m^2 \sin 2\omega t.$$

Таким образом, задавая те или иные соотношения между параметрами H_m , H_0 и H_2 , можно реализовать различные режимы функционирования МДМ. Используя это свойство, можно эффективно решать задачи обнаружения и идентификации дефектов по измеряемым параметрам создаваемых ими локальных магнитных полей рассеивания.

Заключение

Проведенные экспериментальные исследования макетного образца магнитометра с парафазной системой возбуждения посредством излучающих С-антенн подтвердили состоятельность предлагаемого нового технического решения. Разработанный тип МДМ отличается конструктивной простотой и технологичностью изготовления, что, в конечном счете, обеспечивает его надежность и эффективность в процессе эксплуатации.

Применение нового типа МДМ существенно расширяет круг решаемых задач в дефектоскопии: контроль степени намагниченности изделий и статического экранирования; выявление ферромагнитных примесей; определение градиента поля, толщины ферромагнитных сплавов и стенок изделий из ферромагнитных материалов, коэрцитивной силы и магнитной анизотропии листов; локальное измерение твердости и выявление нарушения сплошности материала.

Список литературы

1. Клюев В. В. Неразрушающий контроль и диагностика. М.: Машиностроение, 1995. 488 с.
2. Розенблат М. А. Бесконтактные магнитные устройства автоматики. М.: Академия наук СССР, 1961. 180 с.
3. Афанасьев Ю. В. Феррозондовые приборы. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 320 с.
4. Мишин Д. Д. Магнитные материалы. М.: Высшая школа, 1981. 335 с.
5. Брякин И. В., Духанин М. А., Першакова Е. Ю. Феррозондовый магнитометр с конденсаторным элементом возбуждения // Проблемы автоматики и управления. Бишкек: Илим, 2002. С. 135–145.
6. Брякин И. В., Шаршеналиев Ж. Ш. Универсальный сейсморегистратор // Проблемы автоматики и управления. Бишкек: Илим. № 1. 2009. С. 111–120.
7. Брякин И. В. Ферромодуляционный сейсмоприемник // Матер. Международной научной конференции "Современные проблемы математики, информатики и управления". Алматы: Институт проблем информатики и управления. 2008. С. 329–335.
8. Брякин И. В. Ферромодуляционный сейсмоприемник // Сб. статей "Вестник" Казахского национального технического университета им. К. И. Сатпаева. Алматы. 2008. № 4 (67). С. 131–137.

УДК 517.97, 519.718

А. А. Гурченков, д-р физ.-мат. наук, зав. сектором,

А. С. Есенков, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр.,

М. В. Носов, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр.,

michaelsoft@inbox.ru,

Вычислительный центр

им. А. А. Дородницына РАН, Москва

Управление движением ротора с полостью, частично заполненной идеальной жидкостью¹

Рассматривается в линейной постановке задача Коши для возмущенного относительно равномерного вращения динамически симметричного твердого тела с полостью, содержащей идеальную жидкость со свободной поверхностью. При этом никакие ограничения на форму полости и характер возмущенного движения не накладываются. На основе полученных уравнений исследуется устойчивость стационарного вращения тела с жидкостью и намечается постановка широкого класса задач оптимального управления, для которых используются классические подходы принципа максимума Понтрягина и принципа оптимальности Беллмана. Приводится иллюстрирующий пример применимости формализма Гамильтона—Понтрягина.

Ключевые слова: уравнения Навье—Стокса, принцип максимума Понтрягина, вихревые движения жидкости

Введение

Задача стабилизации и управления движением ротора с полостями, содержащими жидкость, привлекает внимание исследователей в силу многочисленных технических приложений, которые воз-

никают в теории движения самолета, корабля, спутника, где запас жидкого топлива, имеющийся на борту, оказывает существенное влияние на движение этих аппаратов. Рассматриваемые вопросы находят свое применение в изучении динамики космических аппаратов с запасами топлива, которые для стабилизации, равномерного нагрева солнечными лучами, создания искусственной силы тяжести и других целей равномерно закручиваются на орбите вокруг некоторой оси. Эти задачи актуальны также при проектировании быстро вращающихся роторов, гироскопов, имеющих внутри себя полости, заполненные жидкостью. Одновременно с изучением задачи о движении тела с полостью, содержащей жидкость, встала проблема устойчивости и управления таким движением. Теоретическое исследование этой задачи проводилось в работах [1–4]. С. Л. Соболев рассмотрел движение тяжелого симметричного волчка с полостью, содержащей идеальную жидкость [5]. Были установлены некоторые общие свойства движения, в частности условия устойчивости.

Различные математические вопросы, связанные с уравнениями вращающейся жидкости, исследовались в работах [6–8]. Большое число работ посвящено задачам управления и математическим теориям оптимальных процессов. Так, в работах [9, 10] были рассмотрены задачи управления движением ротора с полостью, целиком заполненной идеальной жидкостью. С использованием преобразования Лапласа удалось найти зависимость угловых скоростей, перпендикулярных основному вращению, от возмущающих моментов. Затем эта зависимость была сведена к стандартной формулировке задач

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 12-01-00710-а.

оптимального управления. В работе [11] этот подход был распространен на случай тел с полостями, заполненными вязкой жидкостью. Были рассмотрены два иллюстративных варианта. В первом решена задача оптимального управления с терминальным функционалом, и для случая отсутствия ограничений на управление представлены аналитические решения. Второй посвящен решению задачи оптимального управления с интегральными ограничениями типа неравенств. Приведены примеры решенных задач для различных начальных параметров системы как в зоне устойчивости, так и вне ее.

В данной работе проводится анализ возмущенного относительно равномерного вращения движения всей системы как твердого тела с полостью, частично заполненной идеальной жидкостью. На основе полученных уравнений исследуется устойчивость свободного вращения тела с жидкостью. Найденная более сложная, чем в работах [9, 10], зависимость угловых скоростей от моментов позволяет ставить различные задачи оптимального управления. После преобразований устанавливается применимость формализма Гамильтона—Понтрягина, как и в работах [9—11]. В качестве иллюстрации рассматривается простейшая задача оптимального управления с терминальным функционалом.

Постановка задачи

В этом разделе используются результаты работ [9, 10] и [12, 13]. Рассмотрим твердое тело с полостью D , частично заполненной идеальной несжимаемой жидкостью плотности ρ , частично газом, давление которого $p_0 = \text{const}$, движущееся в поле массовых сил с потенциалом U . Область Q , занятая жидкостью, ограничена смоченной поверхностью S полости и свободной поверхностью Σ . Уравнения движения жидкости, граничные и начальные условия запишем в произвольной системе координат $Ox_1x_2x_3$, жестко связанной с твердым телом:

$$\begin{aligned} & \mathbf{w}_0 + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \\ & + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\rho^{-1} \nabla P - \nabla U, \\ & \text{div} \mathbf{V} = 0 \text{ в области } Q, \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ на } S, P = p_0, (1) \\ & \frac{dF}{dt} = 0 \text{ на } \Sigma, \mathbf{V} = \mathbf{V}_0(\mathbf{r}) \text{ при } t = 0. \end{aligned}$$

Точкой обозначена производная по времени в системе координат $Ox_1x_2x_3$; \mathbf{w}_0 — абсолютное ускорение точки O , $\boldsymbol{\omega}$ — абсолютная угловая скорость тела, $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ — его угловое ускорение, \mathbf{r} — радиус-вектор, отсчитанный от точки O , \mathbf{V} — скорость жидкости в системе координат $Ox_1x_2x_3$, t — время, P — давление, \mathbf{n} — орт внешней нормали к $S + \Sigma$, $F(x_1, x_2, x_3, t) = 0$ — уравнение свободной поверхности жидкости. Кинетический момент \mathbf{K} тела с жидкостью относительно центра инерции O_1 всей системы запишем в виде

$$\mathbf{K} = J\boldsymbol{\omega} + \rho \int_{Q_0} \mathbf{r} \times \mathbf{V} dQ. \quad (2)$$

Здесь J — тензор инерции всей системы относительно точки O_1 , складывающийся из тензоров инерции тела J^1 и затвердевшей жидкости J^2 относительно той же точки. Область Q_0 ограничена смоченной поверхностью S и свободной поверхностью Σ в невозмущенном движении, которая в первом приближении имеет цилиндрическую форму [13]. В рассматриваемом приближении тело с полостью, содержащей жидкость, является гироскатом — центр инерции системы O_1 неподвижен относительно системы координат $Ox_1x_2x_3$ [6], а тензоры J^1, J^2, J постоянны в этой системе координат. Второе слагаемое в равенстве (2), называемое гиростатическим моментом, не зависит от выбора полюса [6] и может быть подсчитано относительно точки O , что и сделано в равенстве (2). Уравнение моментов относительно точки O_1 запишем в системе координат $Ox_1x_2x_3$, связанной с телом:

$$\dot{\mathbf{K}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{K} = \mathbf{M}_1. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{M}_1 — главный момент относительно точки O_1 всех внешних сил, действующих на тело с жидкостью. Уравнения (1)—(3) вместе с обычными уравнениями движения центра инерции, кинематическими соотношениями и начальными условиями полностью описывают динамику тела с жидкостью. Пусть невозмущенное движение тела с жидкостью относительно центра инерции O_1 представляет собой вращение всей системы вокруг оси O_1y_3 , проходящей через точку O_1 параллельно оси Ox_3 , с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_0$, при котором свободная поверхность имеет цилиндрическую форму. В невозмущенном движении имеем: $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_0 = \omega_0 \mathbf{e}_3$, $\mathbf{V} \equiv 0$, $\mathbf{M}_1 = \boldsymbol{\omega}_0 \times J\boldsymbol{\omega}_0$, $F(r, \theta, z) = r_0 - r = 0$, где \mathbf{e}_3 — орт оси Ox_3 ; r_0 — радиус свободной поверхности в невозмущенном движении; $x_1 = r \cos \theta$, $x_2 = r \sin \theta$, $x_3 = z$. Рассмотрим возмущенное движение системы. Положим

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} &= \boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\Omega}(t), P = \rho(-U - \boldsymbol{\omega}_0 \cdot \mathbf{r} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})^2/2 + p), \\ \mathbf{M}_1 &= \boldsymbol{\omega}_0 \times J\boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{M}, \\ F(r, \theta, z, t) &= r_0 - r + h(\theta, z, t) = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

и будем считать в возмущенном движении величины $\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{V}, \mathbf{M}, p, h$ малыми первого порядка. Подставляя соотношения (4) в уравнения (1) и отбрасывая малые высших порядков, приведем задачу о движении жидкости к виду

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + 2\boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{V} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} = -\nabla p, \\ & \text{div} \mathbf{V} = 0 \text{ в } Q, \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ на } S; \\ & \frac{\partial p}{\partial t} = -(\boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{V} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}) \cdot (\boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}), \quad (5) \\ & \frac{\partial h}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \text{ на } \Sigma, \mathbf{V} = \mathbf{V}_0(\mathbf{r}) \text{ при } t = 0. \end{aligned}$$

Аналогично уравнения движения тела с жидкостью примут вид $J\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times J\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times J\boldsymbol{\Omega} + \rho \int_Q \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{V}} dQ + \rho \int_Q \boldsymbol{\omega}_0 \times (\mathbf{r} \times \mathbf{V}) dQ = \mathbf{M}$. Рассмотрим

рим гидродинамическую задачу (5). Положим в задаче (5) $\Omega = 0$ и рассмотрим вспомогательную задачу о колебаниях жидкости в равномерно вращающемся сосуде, решение которой будем искать в форме гармонических колебаний $\mathbf{V} = \mathbf{u}(x_1, x_2, x_3)e^{\lambda t}$, $p = \varphi(x_1, x_2, x_3)e^{\lambda t}$, $h = f(\theta, z)e^{\lambda t}$. Таким образом, имеем следующую задачу: $\lambda \mathbf{u} + 2\omega_0 \times \mathbf{u} + \nabla \varphi = 0$, $\text{div} \mathbf{u} = 0$ в Q , $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$ на S , $\lambda \varphi = -(\omega_0 \times \mathbf{u}) \times (\omega_0 \times \mathbf{r})$, $\lambda f = -\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}$ на Σ . Воспользуемся линейным преобразованием $L(\sigma)$ [7]: $L\mathbf{b} = \mathbf{b} + \sigma^2 \mathbf{e}_3(\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{b}) + \sigma(\mathbf{b} \times \mathbf{e}_3)$. Тогда для функции φ получаем краевую задачу на собственные значения:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi + \sigma^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} &= 0 \text{ в } Q; \\ (L\nabla \varphi)\mathbf{n} &= 0 \text{ на } S; \\ \lambda^2 \varphi + \frac{r_0}{1 + \sigma^2} (L\nabla \varphi)\mathbf{n} &= 0; \\ (L\nabla \varphi)\mathbf{n} &= \lambda^2(1 + \sigma^2)f \text{ на } \Sigma. \end{aligned} \quad (6)$$

Собственные функции φ_n ($n = 1, 2, \dots$) краевой задачи (6) соответствуют собственным числам $\sigma_n = 2\omega_0/\lambda_n$, заполняющим всюду плотно область $|\sigma_n| \geq 1$ мнимой оси [5]. Для практически интересных форм полости D система функций φ_n оказывается полной ортогональной системой. Далее рассматривается динамически симметричное тело с цилиндрической полостью D и занятой жидкостью областью $Q = \{(r, \theta, z): r_0 \leq r \leq 1; 0 \leq \theta \leq 2\pi; -h \leq z \leq h\}$. В этом случае решение задачи (6), записанное в цилиндрической системе координат ($x_1 = r \cos \theta$, $x_2 = r \sin \theta$, $x_3 = z$), имеет вид:

$$\begin{aligned} \varphi_n &= \varphi_{lp}(r, \theta, z) = [J_l(\xi_{lp}r) + C_{lp}Y_l(\xi_{lp}r)]\sin(k_l z)e^{i\theta}; \\ k_l &= \pi(2l + 1)/2h; \xi_{lp} = ik_l \sqrt{\sigma_{lp}^2 + 1}; \\ C_{lp} &= -(J'_l(\xi_{lp}) + i\sigma_{lp}J_1(\xi_{lp})) (Y'_l(\xi_{lp}) + i\sigma_{lp}Y_1(\xi_{lp}))^{-1}, \\ l &= 0, 1, \dots, p = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Остальные гармоники по θ и по z в данной механической системе не возбуждаются. Индекс n представляет собой всевозможные сочетания порядковых номеров продольных и поперечных гармоник l и p . Величина ξ_{lp} является p -м корнем уравнения

$$\begin{aligned} [J'_l(\xi_{lp}) + i\sigma_{lp}J_1(\xi_{lp})] \cdot [Y'_l(\xi_{lp}r_0) + K_{lp}Y_1(\xi_{lp}r_0)] - \\ - [J'_l(\xi_{lp}r_0) + K_{lp}J_1(\xi_{lp}r_0)] \cdot [Y'_l(\xi_{lp}) + i\sigma_{lp}Y_1(\xi_{lp})] = 0, \\ K_{lp} = (i\sigma_{lp}^3 - 4(1 + \sigma_{lp}^2))/\sigma_{lp}^2 r_0. \end{aligned}$$

На рис. 1 представлены характерные графики собственных частот $\chi_{l1} = i\sigma_{l1}$ для цилиндрической полости высотой $2h$ и основанием радиуса $r_1 = 1$ для случая $r_0 = 0,7$. Аналогично на рис. 2 построены графики χ_{0p} .

Далее, векторные функции

$$\mathbf{u}_n = -\lambda_n^{-1} (1 + \sigma_n^2)^{-1} L\nabla \varphi_n \quad (7)$$

обладают свойством ортогональности в области Q :

$$\int_Q \mathbf{u}_n \cdot \bar{\mathbf{u}}_m dQ = -\frac{1}{r_0} \int_{\Sigma} \varphi_n \cdot \bar{\varphi}_m d\Sigma = 0 \text{ при } n \neq m. \quad (8)$$

Чертой обозначается операция комплексного сопряжения.

Решение уравнений (5) ищем методом Бубнова—Галеркина. Представим вектор скорости, давление и уравнение свободной поверхности в возмущенном движении в виде разложения по собственным векторным функциям (7) краевой задачи (6):

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \sum_{n=1}^{\infty} S_n(t) \mathbf{u}_n(x_1, x_2, x_3), p = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) \varphi_n(x_1, x_2, x_3), \\ h &= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(t) f_n(x_1, x_2, x_3). \end{aligned}$$

Член $\dot{\Omega} \times \mathbf{r}$ в задаче (5), связанный с движением тела, представим в виде

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} \times \mathbf{r} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{\mathbf{a}}_n \cdot \dot{\Omega}}{\mu_n} \mathbf{u}_n; \mu_n^2 = \rho \int_Q |\mathbf{u}_n|^2 dQ; \\ \mathbf{a}_n &= \rho \int_Q \mathbf{r} \times \mathbf{u}_n dQ. \end{aligned}$$

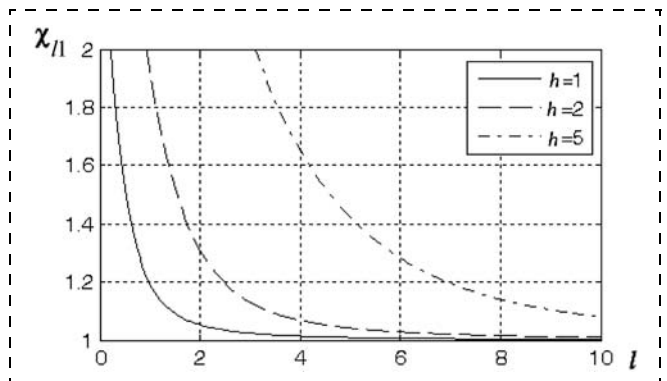


Рис. 1. χ_{l1} при $r_0 = 0,7$

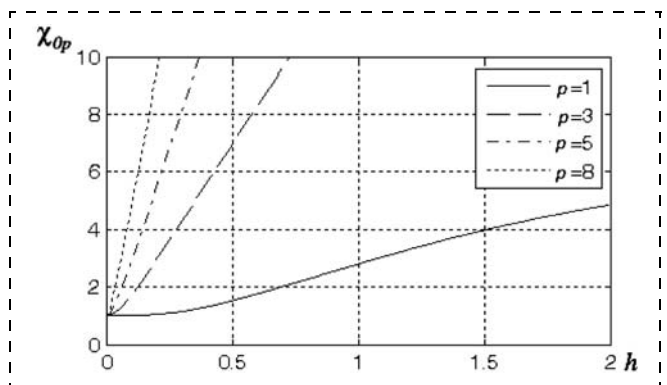


Рис. 2. χ_{0p} при $r_0 = 0,7$

Аналогично слагаемое $(\dot{\Omega} \times \mathbf{r}) \cdot (\omega_0 \times \mathbf{r})$ из динамического условия на свободной поверхности Σ (четвертое уравнение системы (5)) запишем в виде

$$(\dot{\Omega} \times \mathbf{r}) \cdot (\omega_0 \times \mathbf{r}) = \dot{\Omega} \cdot (\mathbf{r} \times (\omega_0 \times \mathbf{r})) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{\mathbf{b}}_n \cdot \dot{\Omega}}{\eta_n^2} \varphi_n,$$

$$\eta_n^2 = \int_{\Sigma} |\varphi_n|^2 d\Sigma, \quad \mathbf{b}_n = \int_{\Sigma} (\mathbf{r} \times (\omega_0 \times \mathbf{r})) \varphi_n d\Sigma.$$

Подставим эти разложения в систему (5) и положим

$$2\omega_0 \times \mathbf{u}_n = -\lambda_n \mathbf{u}_n - \nabla \varphi_n, \quad \mathbf{u}_n \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} = -\lambda_n f_n.$$

Далее умножим скалярно первое уравнение системы на $\bar{\mathbf{u}}_m$, третье и четвертое (условия на свободной поверхности) — на $\bar{\varphi}_m$ и f_m соответственно, а затем проинтегрируем первое по объему Q , третье и четвертое — по поверхности Σ . В силу свойства ортогональности (8) система (5) сводится к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов S_n , U_n и α_n :

$$\begin{aligned} \dot{S}_n - \lambda_n(S_n - \delta_n(S_n - U_n)) + \mu_n^{-2} (\bar{\mathbf{a}}_n \cdot \dot{\Omega}) &= 0; \\ \dot{U}_n - \lambda_n S_n + \eta_n^{-2} (\bar{\mathbf{b}}_n \cdot \dot{\Omega}) &= 0; \\ \dot{\alpha}_n - \lambda_n S_n &= 0; \\ \delta_n = \eta_n^2 / \mu_n^2 r_0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) & \end{aligned} \quad (9)$$

Линеаризованное уравнение движения твердого тела при учете описанных выше разложений будет иметь вид

$$(J^0 + J^1) \dot{\Omega} + \Omega \times (J^0 + J^1) \omega_0 + \omega_0 \times (J^0 + J^1) \Omega + \sum_{n=1}^{\infty} [\mathbf{a}_n \dot{S}_n + (\omega_0 \times \mathbf{a}_n) S_n] = \mathbf{M}. \quad (10)$$

Здесь J^0 — тензор инерции тела без жидкости, J^1 — тензор инерции затвердевшей жидкости, \mathbf{M} — момент внешних сил. Система уравнений возмущенного движения тела в представленной форме (9), (10) позволяет рассматривать режимы, когда на тело действуют произвольные управляющие моменты. Если ось вращения системы в невозмущенном движении является одновременно осью геометрической симметрии и симметрии массы, уравнения могут быть значительно упрощены. Для динамически симметричного тела скалярное уравнение движения вокруг оси Ox_3 отделяется от остальных. Уравнения относительно поперечных осей Ox_1 и Ox_2 идентичны. Компоненты векторных величин $\mathbf{a}_n = (a_{1n}, a_{2n}, a_{3n})$, $\mathbf{b}_n = (b_{1n}, b_{2n}, b_{3n})$ связаны соотношениями $a_{1n} = \bar{a}_{1n} = -ia_{2n} = i\bar{a}_{2n} = a_n$, $b_{1n} = \bar{b}_{1n} = -ib_{2n} = i\bar{b}_{2n} = b_n$. В этом случае уравнения (9), (10) можно записать в виде

$$\begin{aligned} A\dot{\Omega} + i(C - A)\omega_0\Omega + \sum_{n=1}^{\infty} 2a_n(\dot{S}_n - i\omega_0 S_n) &= M; \\ \dot{S}_n - i\gamma_n(S_n - \delta_n(S_n - U_n)) + \mu_n^{-2} a_n \dot{\Omega} &= 0; \\ \dot{U}_n - i\gamma_n S_n + \eta_n^{-2} b_n \dot{\Omega} &= 0; \\ \dot{\alpha}_n - i\gamma_n S_n &= 0; \\ \lambda_n = i\gamma_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) & \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{Здесь } A = J_{11}^0 + J_{11}^1 = J_{22}^0 + J_{22}^1, \quad C = J_{33}^0 + J_{33}^1, \\ \Omega = \Omega_1 - i\Omega_2, \quad M = M_1 - iM_2.$$

Устойчивость динамической системы "тело—жидкость"

Рассмотрим вопрос об устойчивости свободного вращения описанной системы. В пространстве Лапласа характеристическое уравнение системы (11) при $M = 0$ имеет вид (при $p = iq$)

$$\begin{aligned} Aq + (C - A)\omega_0 - q(q - \omega_0) \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{H_n}{q - \gamma_n} + \frac{F_n}{q + \delta_n \gamma_n} \right] &= 0; \\ H_n = \frac{2a_n(r_0 a_n + b_n)}{\eta_n^2 + r_0 \mu_n^2}; \quad F_n = \frac{2a_n(r_0 a_n \delta_n - b_n)}{\eta_n^2 + r_0 \mu_n^2} & \end{aligned} \quad (12)$$

На рис. 3, 4 показана зависимость коэффициентов инерционных связей H_{lp} соответственно от чисел l и p для цилиндрической полости с теми же параметрами, что и выше. Аналогично на рис. 5, 6

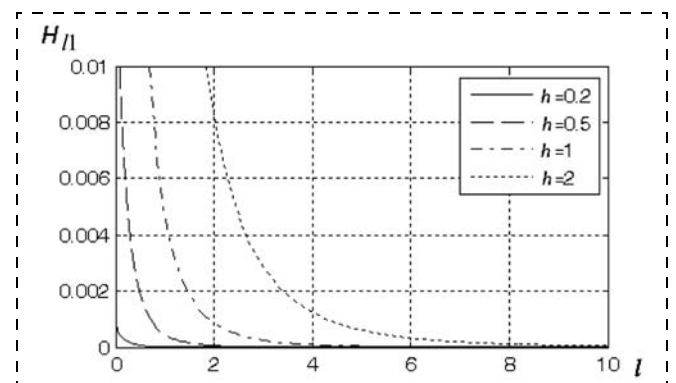


Рис. 3. H_l при $r_0 = 0,7$

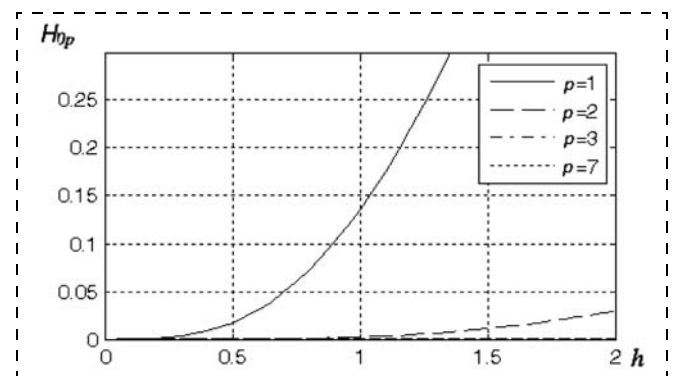


Рис. 4. H_{op} при $r_0 = 0,7$

изображены графики коэффициента F_{lp} . Численный анализ показывает, что в большинстве случаев можно учитывать только первое слагаемое в бесконечной сумме в уравнении (12). Для устойчивости стационарного вращения необходимо, чтобы все корни уравнения (12) были действительными. Ограничимся первым приближением, оставив вместо бесконечной суммы в (12) один главный член ($n = 1$). В этом случае характеристическое уравнение является многочленом третьей степени относительно q :

$$q^3 + z_2q^2 + z_1q + z_0 = 0. \quad (13)$$

Здесь

$$z_2 = z_3^{-1} (A\gamma_1(\delta_1 - 1) - \gamma_1(H_1\delta_1 - F_1) + (H_1 + F_1 + C - A)\omega_0),$$

$$z_1 = z_3^{-1} \gamma_1(\omega_0((C - A)(\delta_1 - 1) + H_1\delta_1 - F_1) - A\gamma_1\delta_1);$$

$$z_0 = z_3^{-1} (A - C)\gamma_1^2\delta_1\omega_0; \quad z_3 = A - F_1 - H_1.$$

Заменяя в уравнении (13) неизвестное q новым неизвестным \tilde{q} , связанным с q равенством $q = \tilde{q} - z_2/3$, получим неполное кубическое уравнение относительно \tilde{q} :

$$\tilde{q}^3 + x\tilde{q} + y = 0,$$

где $x = z_1 - z_2^2/3$, $y = z_0 - (z_2^2/9 + z_1)z_2^2/3$. Для устойчивости свободного вращения параметры системы должны удовлетворять условию [10]

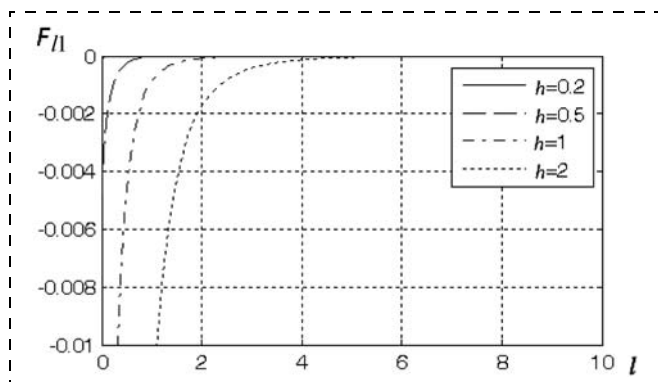


Рис. 5. F_{l1} при $r_0 = 0,7$

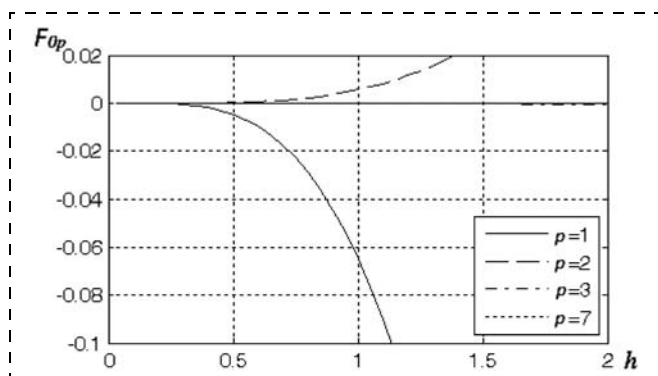


Рис. 6. F_{0p} при $r_0 = 0,7$

$D = -4x^3 - 27 \geq 0$. При этом на границе области устойчивости выполняется условие $D = 0$.

Возмущение как функция управляющего момента

Для решения задачи оптимального управления вращением системы тело — жидкость необходимо иметь выражение возмущения угловой скорости Ω как функции управляющего момента M .

Для дальнейшего анализа оставим одно слагаемое в бесконечной сумме в первом уравнении системы (11).

Преобразование оригинала $S(t)$ по Лапласу будем обозначать $\hat{S}(p)$, т. е.

$$\hat{S}(p) = L[S(t)] = \int_0^{\infty} S(t)e^{-pt} dt.$$

Выполнив преобразование Лапласа над уравнениями системы (11), выразим $\hat{S}_1 = L[S_1]$ из второго и третьего уравнений и, подставив в первое уравнение, получим выражение $\hat{\Omega}(p)$ в пространстве Лапласа:

$$\hat{\Omega}(p) = \hat{M}(p)\hat{F}(p),$$

$$\hat{F}(p) = \frac{(p - i\gamma_1)(p + i\gamma_1\delta_1)}{z_3(p^3 + iz_2p^2 - z_1p - iz_0)}. \quad (14)$$

Для обратного преобразования Лапласа воспользуемся теоремой о свертке и теоремами разложения операционного исчисления [15]. Тогда

$$\Omega(t) = \int_0^t M(\tau)F(t - \tau)d\tau. \quad (15)$$

Здесь

$$F(t) = \sum_{n=1}^3 \frac{(p_n - i\gamma_1)(p_n + i\gamma_1\delta_1)}{z_3(3p_n^2 + 2iz_2p_n - z_1)} e^{p_n t}; \quad (16)$$

$p_k = iq_k$ ($k = 1, 2, 3$) — корни знаменателя в выражении (14). Выражение (16) для функции F можно переписать в виде

$$F(t) = \sum_{n=1}^3 Z_k e^{iq_k t}, \quad Z_k = \frac{(\gamma_1 - q_k)(q_k + \gamma_1\delta_1)}{z_3(3q_k^2 + 2z_2q_k + z_1)}, \quad (17)$$

где Z_k, q_k ($k = 1, 2, 3$) — действительные параметры.

Задача управления возмущенным движением

Сведение к стандартной форме

Вспомним, что $\Omega = \Omega_1 - i\Omega_2$, $M = M_1 - iM_2$. Введем следующие обозначения:

$$P_k(t) = -Z_k \int_0^t [M_1(\tau)\sin q_k(t - \tau) - M_2(\tau)\cos q_k(t - \tau)]d\tau; \quad (18)$$

$$Q_k(t) = -Z_k \int_0^t [M_1(\tau)\cos q_k(t - \tau) + M_2(\tau)\sin q_k(t - \tau)]d\tau.$$

Тогда, учитывая формулы (14)–(18), имеем

$$\Omega_1 = \sum_{k=1}^3 P_k, \Omega_2 = \sum_{k=1}^3 Q_k. \quad (19)$$

Для выражения (15) получаем эквивалентную ему систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которую вместе с начальными условиями, введя обозначения

$$\mathbf{x} = (\Omega_1, \Omega_2, P_1, P_2, P_3, Q_1, Q_2, Q_3);$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_1 & q_2 & q_3 \\ 0 & 0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & -q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -q_3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -\sum_{k=1}^3 Z_k & 0 & 0 & 0 & -Z_1 & -Z_2 & -Z_3 \\ \sum_{k=1}^3 Z_k & 0 & Z_1 & Z_2 & Z_3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

запишем в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{M}, \mathbf{x}(0) = 0. \quad (20)$$

Пример задачи управления

Рассмотрим задачу оптимального управления системой (20)

$$I(\mathbf{M}) = \sum_{k=1}^2 (\Omega_k(T) - \Omega_k^0)^2 + \gamma \int_0^T (M_1^2(t) + M_2^2(t)) dt \rightarrow \min$$

или в векторной форме

$$I(\mathbf{M}) = \|\mathbf{U}\mathbf{x}(T, \mathbf{M}) - \mathbf{b}\|_{E^6}^2 + \gamma \int_0^T \|\mathbf{M}\|_{E^2}^2 dt \rightarrow \min, \quad (21)$$

где $\mathbf{M} = (M_1, M_2)^T$ — искомое управление; γ — действительное положительное число; \mathbf{U} — (8×8) -матрица с отличными от нуля элементами $u_{1,1} = u_{2,2} = 1$; $\mathbf{b} = (\Omega_1^0, \Omega_2^0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$, Ω_1^0, Ω_2^0 — заданные действительные числа, $\|\mathbf{x}\|_{E^n} = \sqrt{\sum_{k=1}^n x_k^2}$ — евклидова норма n -компонентного вектора \mathbf{x} .

В рассматриваемом случае функционал (21) — выпуклый как сумма выпуклого и сильно выпуклого функционалов при линейной системе (20). Функция Гамильтона—Понтрягина для задачи (20),

(21) имеет вид $H = -\gamma \mathbf{M}^2 + \boldsymbol{\psi} \cdot (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{M})$. Тогда сопряженная задача получается в виде

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\psi}}(t) &= -\mathbf{A}^T \boldsymbol{\psi}(t); \\ \boldsymbol{\psi}_k(T) &= \begin{cases} -2(\Omega_k(T) - \Omega_k^0), & k = 1, 2; \\ 0, & k = 3 \dots 8. \end{cases} \end{aligned} \quad (22)$$

Ее решение записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_k &= -2(\Omega_k(T) - \Omega_k^0), \quad k = 1, 2; \\ \boldsymbol{\psi}_k &= \boldsymbol{\psi}_1 \cos q_{k-2}(t-T) + \boldsymbol{\psi}_2 \sin q_{k-2}(t-T) - \boldsymbol{\psi}_1, \quad (23) \\ \boldsymbol{\psi}_{k+3} &= \boldsymbol{\psi}_2 \cos q_{k-2}(t-T) - \boldsymbol{\psi}_1 \sin q_{k-2}(t-T) - \boldsymbol{\psi}_2, \\ & \quad k = 3, 4, 5. \end{aligned}$$

Выражения для оптимального управления в случае отсутствия ограничений получим, используя решение (23) сопряженной системы (22) и условие $\partial H / \partial \mathbf{M} = 0$:

$$\begin{aligned} M_1^*(t) &= -\frac{1}{2\gamma} \left[\boldsymbol{\psi}_2 \sum_{k=1}^3 Z_k \cos q_k(t-T) - \boldsymbol{\psi}_1 \sum_{k=1}^3 Z_k \sin q_k(t-T) \right]; \\ M_2^*(t) &= -\frac{1}{2\gamma} \left[\boldsymbol{\psi}_1 \sum_{k=1}^3 Z_k \cos q_k(t-T) + \boldsymbol{\psi}_2 \sum_{k=1}^3 Z_k \sin q_k(t-T) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Для определения $\Omega_1(T), \Omega_2(T)$ воспользуемся формулами (18)–(19):

$$\begin{aligned} \Omega_1(T) &= -\sum_{k=1}^3 Z_k \int_0^T [M_1(\tau) \sin(q_k(T-\tau)) - M_2(\tau) \cos(q_k(T-\tau))] d\tau; \\ \Omega_2(T) &= -\sum_{k=1}^3 Z_k \int_0^T [M_1(\tau) \cos(q_k(T-\tau)) + M_2(\tau) \sin(q_k(T-\tau))] d\tau. \end{aligned} \quad (25)$$

Таким образом, выражения (24) и (25) решают поставленную задачу в аналитической форме.

Заключение

В работе рассмотрено возмущенное относительно равномерного вращения движение тела с полостью, содержащей идеальную жидкость со свободной поверхностью. Задача исследована в линейной постановке. Это означает, что угловые скорости, перпендикулярные основному вращению, много меньше угловой скорости основного вращения. Это достигается выбором времени в функционалах оптимизации, либо искусственным поддержанием достаточно большой угловой скорости продольного вращения. Проблема совместного решения уравнений гидродинамики и механики сведена к решению не-

которой задачи на собственные значения. Происходящее при этом отделение временной координаты от пространственных координат позволило авторам анализировать произвольное возмущенное движение тела, а решение краевых задач находить для полостей произвольной формы. Методом возмущений решена задача об устойчивости свободного вращения тела с жидкостью. Поставлена задача оптимального управления с терминальным функционалом. С использованием формализма Гамильтона—Понтрягина получены аналитические решения для случая отсутствия ограничений на управление.

Список литературы

1. Kelvin Lord. Mathematical and Physical Papers. V. IV. Cambridge, 1882.
2. Greenhill A. G. On the general motion of a liquid ellipsoid // Proc. Camb. Phil. Soc. 1880. V. 4.
3. Hough S. S. The Oscillations of a Rotating Ellipsoidal Shell Containing Fluid // Phil. Translation (A). 1895. V. 186.1.
4. Poincare H. Sur la precession des corps deformables // Bulletin astronomique. 1910. T. XXVII.

5. Соболев С. Л. О движении симметричного волчка с полостью, наполненной жидкостью // ПМТФ. 1960. № 3. С. 22—55.
6. Черноусько Ф. Л. Вращательные движения твердого тела с полостью, заполненной жидкостью // ПММ. 1967. Т. 31. Вып. 3. С. 416—432.
7. Докучаев Л. В., Рвалов Р. В. Об устойчивости стационарного вращения твердого тела с полостью, содержащей жидкость // Изв. АН СССР МТТ. 1973. № 2. С. 6—15.
8. Гурченков А. А. Устойчивость жидконаполненного гироскопа // ИФЖ. 2002. Т. 75. № 3. С. 28—32.
9. Гурченков А. А., Есенков А. С., Цурков В. И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. Ч. 1 // Изв. РАН. ТСУ. 2006. № 1. С. 135—142.
10. Гурченков А. А., Есенков А. С., Цурков В. И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. Ч. 2 // Изв. РАН. ТСУ. 2006. № 3. С. 82—89.
11. Гурченков А. А., Есенков А. С., Цурков В. И. Управление движением ротора с полостью, содержащей вязкую жидкость // АиТ. 2007. № 2. С. 81—94.
12. Гурченков А. А., Корнеев В. В., Носов М. В. Динамика слабо возмущенного движения заполненного жидкостью гироскопа и задача управления // ПММ. 2008. Т. 72. Вып. 6. С. 904—911.
13. Гурченков А. А. Динамика завихренной жидкости в полости вращающегося тела. М.: Физматлит, 2010.
14. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1968.
15. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М.: Наука, 1974.

УДК 519.711.3—62.40

Д. Н. Герасимов, канд. техн. наук, доц.,
gerasimovdn@mail.ru,

В. О. Никифоров, д-р техн. наук, проф.,
nikiforov@mail.ifmo.ru,

Санкт-Петербургский научно-исследовательский
университет информационных технологий,
механики и оптики

Адаптивное управление крутящим моментом в инжекторных двигателях внутреннего сгорания*

Решается задача адаптивного управления крутящим моментом в инжекторном двигателе внутреннего сгорания. В основе синтеза регулятора лежит параметрически и функционально неопределенная модель момента. Для достижения цели управления и компенсации неопределенностей модели используется метод непрямого адаптивного управления, в рамках которого предлагаются и анализируются два алгоритма идентификации. Представлены результаты моделирования в среде MATLAB/Simulink и результаты тестирования автомобиля Chevrolet Tahoe.

Ключевые слова: инжекторный двигатель внутреннего сгорания (ДВС), моделирование ДВС, адаптивное управление ДВС

Введение. Разработка высокоточных и самокалибрующихся систем управления двигателями внутреннего сгорания (ДВС) является одним из приори-

тетных направлений в развитии современного автомобилестроения. Главными целями создания таких систем является оптимизация мощностных характеристик, экономия топлива, снижение выброса вредных веществ в атмосферу. В то же время не менее важным является сокращение времени производства двигателя, повышение срока его эксплуатации, а также обеспечение безопасности и комфорта водителя. Для улучшения топливо-экономических и мощностных показателей ДВС, а также снижения токсичности отработавших газов современные автомобили оснащены электронными системами управления дроссельной заслонкой (ЭСУДЗ), которые плавно регулируют крутящий момент двигателя в зависимости от положения педали акселератора и текущего режима работы автомобиля. Кроме того, ЭСУДЗ позволяют:

- поддерживать постоянный крутящий момент в режиме холостого хода двигателя или в режиме "круиз-контроль";
- сглаживать нажатие педали акселератора, обеспечивая тем самым плавное и свободное от вибраций поведение автомобиля;
- взаимодействовать с системами безопасности автомобиля и в случае экстренной ситуации ограничивать момент двигателя;
- компенсировать момент нагрузки, который вызван, в частности, переключением передач или неровностью дорожного покрытия.

Приведенный спектр задач, решаемых с помощью ЭСУДЗ, сводится к задаче слежения за желаемым значением крутящего момента. При этом многофункциональность ЭСУДЗ открывает широкие воз-

* Статья написана в рамках хозяйственной научной темы НИУ ИТМО № 77500 "Адаптивное и гибридное управление силовыми системами автомобилей".

возможности по усовершенствованию ДВС для разработчиков систем автоматического управления.

подавляющее большинство реализуемых решений по созданию ЭСУДЗ основано на статических таблицах (в англоязычной литературе Look-up Tables), сформированных на этапе предварительной калибровки двигателя и представляющих собой зависимости управляющих воздействий от переменных состояния двигателя. В то же время двигатель работает, как правило, в динамических режимах в условиях действия возмущений. Кроме того, характеристики двигателя со временем могут изменяться. Очевидно, что в таких условиях статические таблицы имеют существенные ограничения по качеству. Важно также отметить, что калибровка двигателя — это долгий процесс, занимающий месяцы, что также является еще одним недостатком этого метода. Таким образом, для увеличения точности работы ЭСУДЗ необходимо учесть в законе управления нелинейную динамику, возмущения и неопределенности ДВС. В то же время не менее важно обеспечить возможность самокалибровки двигателя в ходе его работы в целях постоянного уточнения его параметров.

За последние 20 лет было разработано большое число методов и алгоритмов, позволяющих парировать те или иные проблемы управления моментом. В работах [1–7] предлагаются методы теории линейных систем, включая методы локальной линеаризации нелинейных моделей. В публикациях [8, 9] предлагаются алгоритмы нелинейного управления на основе нелинейных моделей с известными параметрами и методов градиентного спуска. В работах [10, 11] рассматриваются методы управления на основе прогнозирующих моделей. В работах [12–14] проблема управления моментом решается с помощью искусственных нейронных сетей. В статье [15] представлена итеративная процедура обучения регулятора, а в [16] предложено решение задачи управления на основе принципа инверсной динамики и инверсной модели.

Отличие предлагаемых в данной статье алгоритмов управления моментом заключается в том, что лежащая в основе их синтеза нелинейная динамическая модель содержит параметрические и функциональные неопределенности, которые компенсируются в ходе работы двигателя с помощью методов адаптивного управления. Таким образом, повышается точность работы системы и появляется возможность самокалибровки двигателя в ходе его эксплуатации. Для апробации предложенных алгоритмов управления был задействован автомобиль Chevrolet Tahoe с восьмицилиндровым V-образным двигателем объемом 5,3 л и мощностью 320 л. с.

Статья организована следующим образом. В первом разделе формулируется задача управления. Во втором разделе строится математическая модель крутящего момента и анализируются ее свойства. Неизвестные функции модели раскладываются в ряды Тейлора с неизвестными параметрами. В третьем разделе в предположении, что параметры модели

известны, формируется номинальный регулятор, обеспечивающий цель управления. В четвертом разделе известные параметры заменяются оценками, для генерирования которых разрабатываются алгоритмы адаптации.

1. Постановка задачи. Цель задачи управления заключается в компенсации нелинейной динамики и неопределенностей двигателя, внешних и внутренних возмущений и в обеспечении целевого равенства:

$$|M(t) - M^*(t)| < \Delta_M \text{ для всех } t > T_M, \quad (1)$$

где $M(t)$ — усредненный за один цикл работы двигателя момент; $M^*(t)$ — желаемый момент; T_M — время переходного процесса; Δ_M — точность слежения.

Допустимой точностью для системы управления считается $\Delta_M = 10...15\%$.

Сигналом управления в проектируемой системе является положение дроссельной заслонки α во впускном коллекторе.

Задача решается в предположении, что другие системы ДВС (регулятор топлива и регулятор угла опережения зажигания) функционируют в рабочих режимах.

2. Модель двигателя. На основе фундаментальных законов физики, описывающих аэродинамику течения воздуха во впускном коллекторе и процесс преобразования энергии горения в крутящий момент, формируется математическая модель момента [17–20]. Модель оперирует переменными, усредненными за один цикл работы двигателя (так называемая модель), и представляет собой последовательность преобразований сигнала управления α в регулируемую переменную M .

Модель построена с учетом следующих допущений:

- *допущение 1:* воздух является идеальным газом;
- *допущение 2:* скорость изменения температуры воздуха в коллекторе пренебрежимо мала.

Модель состоит из уравнения динамики давления воздуха во впускном коллекторе и уравнения эффективного момента двигателя.

Уравнение динамики давления воздуха во впускном коллекторе:

$$\dot{P} + \eta_c(P, \omega) \frac{V_d \omega}{4\pi V_m} P = \frac{RT_m}{V_m} \eta_t(P) \varphi_1(P) \varphi_2(\alpha), \quad (2)$$

где P — давление воздуха во впускном коллекторе; ω — угловая скорость вращения коленчатого вала; η_c — эффективность наполнения цилиндров; η_t — эффективность дроссельной заслонки; V_m — объем впускного коллектора; T_m — температура воздуха во впускном коллекторе; V_d — объем двигателя;

$$\varphi_2(\alpha) = \frac{\pi D^2}{4} \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_0}\right) \quad (3)$$

— площадь поперечного сечения открытой части патрубка с дроссельной заслонкой; D — диаметр патрубка с дроссельной заслонкой; α_0 — угол дрос-

сельной заслонки при полном закрытии патрубка заслонкой; $\varphi_1(P)$ — некоторая эмпирически установленная зависимость.

Уравнение эффективного момента (определяет эффективный крутящий момент как функцию угловой скорости вращения коленчатого вала ω , коэффициента избытка воздуха λ и угла опережения зажигания θ_{ign}):

$$M = \frac{V_d Q_{HV}}{4\pi R T_m F_S} \eta_f(\omega) \varphi_3(\lambda) \varphi_4(\theta_{ign}) P - M_L(\omega), \quad (4)$$

где R — универсальная газовая постоянная; Q_{HV} — теплотворная способность топлива; $\eta_f(\omega)$ — эффективность сгорания топлива; φ_3 и φ_4 — эффективности момента по коэффициенту избытка воздуха и углу опережения зажигания соответственно; F_S — стехиометрическое соотношение "воздух—топливо"; M_L — момент внутреннего трения, определяемый эмпирической зависимостью вида

$$M_L(\omega) = c_0 + c_1 \omega + c_2 \omega^2, \quad (5)$$

где c_0, c_1, c_2 — постоянные параметры.

Представленная модель момента имеет следующие свойства.

1. Модель является линейной по отношению к $\varphi_2(\alpha)$, а функция $\varphi_2(\alpha)$ — диффеоморфна.

2. Переменные $\alpha, M, P, \omega, \lambda, \theta_{ign}$ доступны прямому измерению.

3. Предполагается, что ни тип инжекторного двигателя, ни марка бензина (или биотоплива) неизвестны, в связи с чем параметры c_0, c_1, c_2, Q_{HV} и функции $\varphi_1(P), \eta_f(P), \eta_c(P, \omega), \eta_f(\omega), \varphi_3(\lambda), \varphi_4(\theta_{ign}), M_L(\omega)$ являются неизвестными. Таким образом, модель момента является параметрически и функционально неопределенной, что создает необходимость использования методов адаптивного управления и идентификации.

4. Модель представлена в непрерывной форме; в то же время измерение всех переменных модели проводится дискретно, в каждую четверть оборота коленчатого вала или в так называемое "событие". Каждое событие двигателя синхронизируется с временем впрыска топлива форсунками. В целях синтеза регулятора и его реализации необходимо дискретизировать модель. Время дискретизации выбирается из расчета

$$\tau(k) = 450/(\pi\omega(k)),$$

где k — шаг дискретного времени, соответствующий одной четверти оборота коленчатого вала.

Учитывая последнее замечание и применяя метод интегрирования Эйлера, перепишем выражение (2) в следующем виде:

$$P(k+1) = \left(1 - \eta_c(P(k), \omega(k)) \frac{15V_d}{4\pi V_m}\right) P(k) + \frac{15RT_m}{\omega(k)V_m} \eta_f(P(k)) \varphi_1(P(k)) \varphi_2(\alpha(k)). \quad (6)$$

Выражение (4) не претерпевает структурных изменений после дискретизации. Введя обозначения

$$f_1(\omega, \lambda, \theta_{ign}) = \frac{V_d Q_{HV}}{4\pi R T_m F_S} \eta_f(\omega) \varphi_3(\lambda) \varphi_4(\theta_{ign});$$

$$f_2(P, \omega) = 1 - \eta_c(P, \omega) \frac{15V_d}{4\pi V_m};$$

$$f_3(P) = \frac{15RT_m}{V_m \omega(k)} \eta_f(P) \varphi_1(P);$$

$$f_4(\omega) = c_0 + c_1 \omega + c_2 \omega^2,$$

модель представим в следующем компактном виде:

$$P(k+1) = f_2(k)P(k) + f_3(k)\varphi_2(\alpha(k))/\omega(k); \quad (7)$$

$$M(k) = f_1(k)P(k) - f_4(k). \quad (8)$$

Для идентификации функций f_1, f_2, f_3, f_4 выполняется разложение этих функций в ряды Тейлора по своим аргументам, после чего выражения (7) и (8) представляются в формах линейной регрессии:

$$P(k+1) = \theta_{1\dots 6}^T \xi_{1\dots 6}(k)P(k) + \theta_{7\dots 11}^T \xi_{7\dots 11}(k)\varphi_2(\alpha(k))/\omega(k); \quad (9)$$

$$M(k) = \psi_{1\dots 10}^T \vartheta_{1\dots 10}(k)P(k) - \psi_{11\dots 13}^T \vartheta_{11\dots 13}(k), \quad (10)$$

где $\theta_{1\dots 6} \in R^6, \theta_{7\dots 11} \in R^4, \psi_{1\dots 10} \in R^{10}, \psi_{11\dots 13} \in R^3$ — компоненты вектора неизвестных параметров $\theta \in R^{11}$ и $\psi \in R^{13}$ соответственно¹;

$$\xi_{1\dots 6}^T = [1 \ P \ P^2 \ \omega \ \omega^2 \ \omega P]^T, \quad \xi_{7\dots 11}^T = [1 \ P \ P^2 \ P^3 \ P^4]^T$$

— компоненты вектора измеряемых функций

$$\xi^T = [\xi_{1\dots 6} \ \xi_{7\dots 11}]^T,$$

$$\vartheta_{1\dots 10}^T = [1 \ \alpha_{ign} \ \alpha_{ign}^2 \ \alpha_{ign}\omega \ \alpha_{ign}\lambda \ \omega \ \omega^2 \ \omega\lambda \ \lambda \ \lambda^2]^T,$$

$$\vartheta_{11\dots 13}^T = [1 \ \omega \ \omega^2]^T$$

— компоненты вектора измеряемых функций

$$\vartheta^T = [\vartheta_{1\dots 10} \ \vartheta_{11\dots 13}]^T.$$

Размерность векторов ξ, ϑ соответствует числу членов в рядах разложения функций f_1, f_2, f_3, f_4 .

Для идентификации неизвестных параметров, содержащихся в векторах θ, ψ , на основе представления модели момента (9), (10) формируется настраиваемая модель:

$$\hat{P}(k+1) = \hat{\theta}_{1\dots 6}^T(k) \xi_{1\dots 6}(k) \hat{P}(k) + \hat{\theta}_{7\dots 11}^T(k) \xi_{7\dots 11}(k) \varphi_2(\alpha(k))/\omega(k); \quad (11)$$

¹ Обозначение $\theta_{1\dots 6}$ вводится для вектора, состоящего из компонент с первой по шестую в векторе θ . Аналогичные обозначения приняты для $\theta_{7\dots 11}, \psi_{1\dots 10}, \psi_{11\dots 13}$.

$$\hat{M}(k) = \hat{\psi}_{1\dots 10}^T(k) \vartheta_{1\dots 10}(k) P(k) - \hat{\psi}_{11\dots 13}^T(k) \vartheta_{11\dots 13}(k), \quad (12)$$

где $\hat{\theta}_{1\dots 6}$, $\hat{\theta}_{7\dots 11}$, $\hat{\psi}_{1\dots 10}$, $\hat{\psi}_{11\dots 13}$ — оценки неизвестных параметров $\theta_{1\dots 6}$, $\theta_{7\dots 11}$, $\psi_{1\dots 10}$, $\psi_{11\dots 13}$ соответственно. Оценки неизвестных параметров генерируются алгоритмами наименьших квадратов [22]:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_P(k) &= \frac{\gamma_P P_P(k) \omega_P(k)}{1 + \gamma_P \omega_P^T(k) P_P(k) \omega_P(k)}; \hat{\theta}(0) = 0; \\ \varepsilon_P(k) &= P(k+1) - \hat{P}(k+1); \\ \hat{\theta}(k+1) &= \hat{\theta}(k) + \sigma_P(k) \varepsilon_P(k); \\ P_P(k+1) &= \gamma_P P_P(k) - \gamma_P \sigma_P(k) \omega_P^T(k) P_P(k), \\ P_P(0) &= \delta I; \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_M(k) &= \frac{\gamma_M P_M(k) \omega_M(k)}{1 + \gamma_M \omega_M^T(k) P_M(k) \omega_M(k)}; \hat{\psi}(0) = 0; \\ \varepsilon_M(k) &= M(k) - \hat{M}(k); \\ \hat{\psi}(k+1) &= \hat{\psi}(k) + \sigma_M(k) \varepsilon_M(k); \\ P_M(k+1) &= \gamma_M P_M(k) - \gamma_M \sigma_M(k) \omega_M^T(k) P_M(k); \\ P_M(0) &= \delta I, \end{aligned} \right. \quad (14)$$

где γ_P, γ_M — положительные константы; δ — большая положительная константа; $\omega_P^T = [\xi_{1\dots 6}^T P, \xi_{7\dots 11}^T \varphi_2(\alpha)/\omega]^T$, $\omega_M^T = [\vartheta_{1\dots 10}^T P, -\vartheta_{11\dots 13}^T]^T$.

Функции ω_P, ω_M алгоритма формируются на основе переменных, измеренных в ходе FTP18 теста² автомобиля Chevrolet Tahoe. Для реализации алгоритмов управления и записи измеренных переменных на жесткий носитель в целях последующего анализа автомобиль был оснащен всеми необходимыми для проведения измерений датчиками и контроллером (Autobox компании D-Space).

После идентификации параметров в среде MATLAB/Simulink проверена модель момента (10), в которой переменная $P(k)$ генерируется уравнением (9).

Результаты идентификации параметров и проверки модели момента приведены на рис. 1. Известные параметры двигателя в выражении (3) имеют следующие значения: $\alpha_0 = 0,035$ рад (2°), $D = 6,6 \cdot 10^{-2}$ м.

На рис. 1 введены следующие обозначения: $P_{\text{мод}}$, $M_{\text{мод}}$ — давление воздуха в коллекторе и момент, получаемые по формулам (9) и (10) соответственно; $P_{\text{эксп}}$, $M_{\text{эксп}}$ — экспериментальные данные.

Результаты эксперимента показывают, что точность моделирования подсистемы давления (9) составляет около 8 % и точность моделирования уравнения момента (10) — около 12 %. Важно отметить, что в режимах быстрых изменений давления и момента возникает наивысшая погрешность, которая соотносится с заявленной точностью управления 10...15 %. В связи с этим возникает необходимость в коррекции коэффициентов модели и повышении ее точности с использованием методов адаптивной идентификации.

Замечание 1. Идентифицированные параметры модели используются в дальнейшем для синтеза

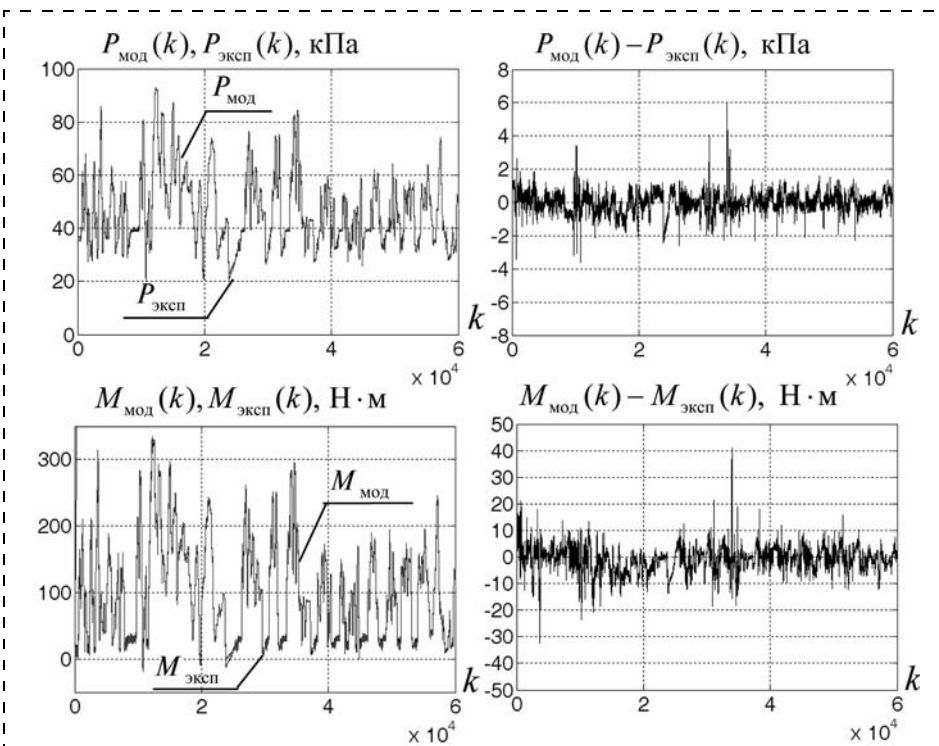


Рис. 1. Результаты проверки модели крутящего момента двигателя автомобиля Chevrolet Tahoe

² FTP18 (Federal Test Procedure) — принятый в США федеральный испытательный цикл для определения уровней выбросов токсичных компонентов с отработавшими газами легкового автомобиля. Тест проводится в стандартных условиях в специальном боксе, внутри которого осуществляется точное воспроизведение заданных условий движения, имитирующее движение автомобиля по улицам города.

В ходе теста автомобиль размещается ведущими колесами на специальных беговых барабанах, сопротивление вращению которых может регулироваться, моделируя затраты его мощности на трение качения и аэродинамическое сопротивление. Необходимое количество инерционных масс подключается для имитации массы автомобиля. Замеры уровней выбросов проводятся в восемнадцати заданных режимах движения, которые реализуются в точно определенном ездовом цикле, включающем движение с различными скоростями, разгон, торможение двигателем, холостой ход и т. д. При этом забираются пробы отработавших газов для последующего анализа.

регулятора и моделирования адаптивных систем управления и именуется номинальными. Модель и закон управления, построенные с использованием этих параметров, также именуется номинальными.

На основе построенной модели момента и поставленной цели управления проводится синтез адаптивных регуляторов момента. Синтез выполняется в три этапа. На первом этапе в предположении, что параметры модели известны и равны номинальным, строится номинальный закон управления, который обеспечивает устойчивость замкнутой системы и стремление ошибки управления к нулю с заданными показателями качества. Закон управления использует значения номинальных параметров и формируется на основе метода модального управления [23] и точной линеаризации модели [24]. На втором этапе параметры модели предполагаются неизвестными и в законе управления заменяются оценками. На третьем этапе с помощью метода градиентного спуска синтезируются алгоритмы адаптации, генерирующие оценки параметров.

Замечание 2. Важно отметить, что задача управления моментом ставится и решается как задача управления давлением воздуха в коллекторе. В ходе решения задачи желаемое значение давления рассчитывается исходя из желаемого крутящего момента с помощью выражения (10).

3. Синтез номинального регулятора. Пусть параметры модели (9), (10) известны и равны номинальным. Сформируем эталонную модель, первый порядок которой соответствует единичной относительной степени модели:

$$P^*(k+1) = \sigma P^*(k) + (1 - \sigma)P_{\text{ж}}(k), \quad (15)$$

где $P_{\text{ж}}$, P^* — вход и выход эталонной модели соответственно; $\sigma \in [0, 1)$ — параметр эталонной модели, на основе которого задается время переходного процесса в замкнутой системе. Величина $P_{\text{ж}}$ связана с желаемым значением крутящего момента следующим образом:

$$P_{\text{ж}}(k) = \frac{M^*(k) + \psi_{11\dots 13}^T \vartheta_{11\dots 13}(k)}{\psi_{1\dots 10}^T \vartheta_{1\dots 10}(k)}. \quad (16)$$

Сформируем ошибку управления

$$\varepsilon(k) = P^*(k) - P(k) \quad (17)$$

и введем закон изменения этой ошибки, соответствующий ее экспоненциальному затуханию:

$$\varepsilon(k+1) = \sigma \varepsilon(k). \quad (18)$$

Тогда, учитывая (9), (17) и (18), получаем

$$\begin{aligned} \varepsilon(k+1) &= \sigma P^*(k) + (1 - \sigma)P_{\text{ж}}(k) - \\ &- \theta_{1\dots 6}^T \xi_{1\dots 6}(k)P(k) + \\ &+ \theta_{7\dots 11}^T \xi_{7\dots 11}(k)\varphi_2(\alpha(k))/\omega(k) = \sigma \varepsilon(k) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \sigma P^*(k) + (1 - \sigma)P_{\text{ж}}(k) - \theta_{1\dots 6}^T \xi_{1\dots 6}(k)P(k) + \\ + \theta_{7\dots 11}^T \xi_{7\dots 11}(k)\varphi_2(\alpha(k))/\omega(k) = \sigma P^*(k) - \sigma P(k), \end{aligned}$$

откуда следует, что

$$\begin{aligned} \varphi_2(\alpha(k)) = \\ = \frac{\omega(k)}{\theta_{7\dots 11}^T \xi_{7\dots 11}} [(\sigma - \theta_{1\dots 6}^T \xi_{1\dots 6})P(k) + (1 - \sigma)P_{\text{ж}}(k)]. \end{aligned}$$

Принимая во внимание (3), окончательно получаем номинальный закон управления в виде

$$\begin{aligned} \alpha(k) = \frac{4}{\pi D^2} \arccos \left\{ 1 - \frac{\omega(k)}{\theta_{7\dots 11}^T \xi_{7\dots 11}} \times \right. \\ \left. \times [(\sigma - \theta_{1\dots 6}^T \xi_{1\dots 6})P(k) + (1 - \sigma)P_{\text{ж}}(k)] \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

Таким образом, номинальный закон управления представлен уравнениями (15), (16), (19). Закон обеспечивает устойчивость замкнутой системы и экспоненциальное затухание ошибки $\varepsilon(k)$, что эквивалентно обеспечению цели управления (1).

Для проверки алгоритма в среде MATLAB/Simulink было проведено моделирование системы управления, в ходе которого использовались данные FTP18 теста автомобиля Chevrolet Tahoe и номинальная модель момента.

Параметр регулятора σ равен 0,8. Результаты моделирования приведены на рис. 2.

Результаты моделирования иллюстрируют работу системы в соответствии с приведенными расчетами. Ненулевая установившаяся ошибка управления обусловлена тем, что желаемое значение момента M^* , вообще говоря, связано с функцией $P_{\text{ж}}$, которая не равна P^* из-за наличия фазового сдвига эталонной модели. В связи с этим стремление $\varepsilon = P^* - P$ к нулю означает стремление M к M^* с ограниченной ошибкой. Максимальное значение этой ошибки может быть отрегулировано коэффициентом σ , который отвечает также за быстродействие системы. Снижение максимального значения ошибки может быть достигнуто путем снижения σ , при этом повышается быстродействие системы. В то же время быстродействие системы физически ограничено инерционностью двигателя, а также невысокой максимальной частотой изменения сигнала управления α . Таким образом, коэффициент σ должен быть выбран с учетом точностных требований к системе управления и физической реализуемости сигнала управления.

4. Синтез адаптивного управления. Положим теперь, что параметры объекта управления, заложенные в векторах θ и ψ , неизвестны. Для физической реализации выражений (16), (19) закона управления θ и ψ заменяются на оценки $\hat{\theta}$ и $\hat{\psi}$ соответственно.

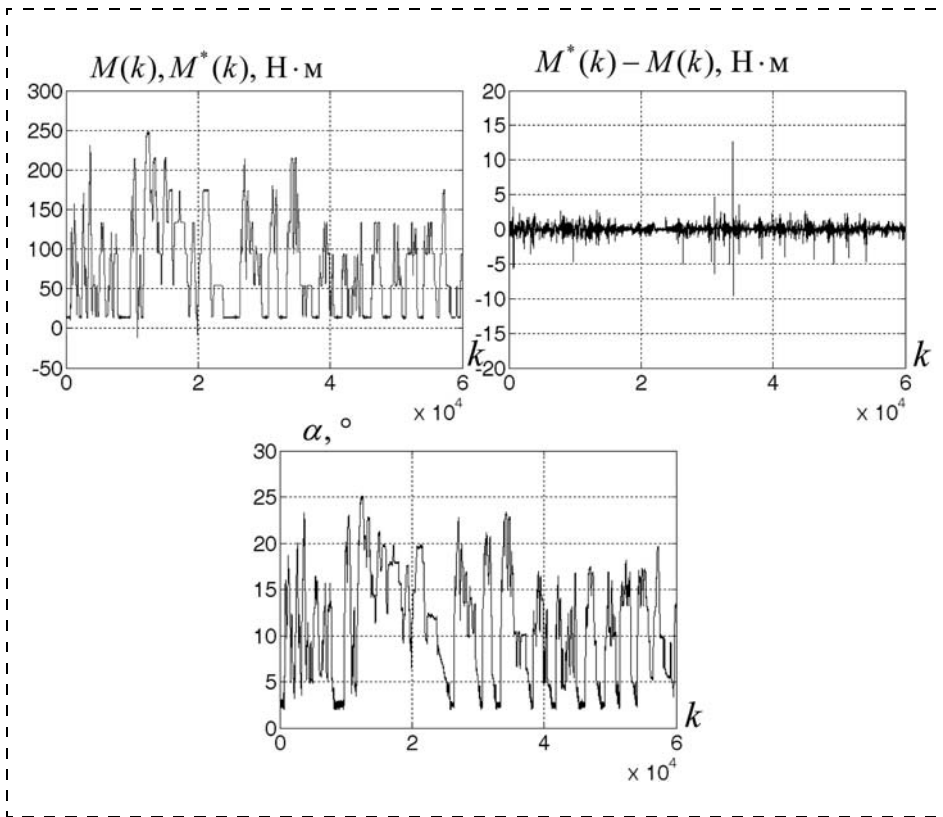


Рис. 2. Результаты моделирования системы управления, замкнутой номинальным регулятором

Таким образом формируется настраиваемый закон управления в виде

$$\alpha(k) = \arccos \left\{ 1 - \frac{\omega(k)}{\theta_{7\dots 11}^T \xi_{7\dots 11}} \times \right. \\ \left. \times [(\sigma - \hat{\theta}_{1\dots 6}^T \xi_{1\dots 6})P(k) + (1 - \sigma)P_{\text{ж}}(k)] \right\}; \quad (20)$$

$$P_{\text{ж}}(k) = \frac{M^*(k) + \psi_{11\dots 13}^T \vartheta_{11\dots 13}(k)}{\psi_{1\dots 10}^T \vartheta_{1\dots 10}(k)}. \quad (21)$$

Оценки параметров $\hat{\theta}$ и $\hat{\psi}$ генерируются алгоритмами адаптации:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \gamma_P(k) \text{Proj}_{\Omega} \left\{ \text{grad}(J(\varepsilon_P, \tilde{\theta}, k)) \right\}; \quad (22)$$

$$\hat{\psi}(k+1) = \hat{\psi}(k) + \gamma_M(k) \text{Proj}_{\Omega} \left\{ \text{grad}(J(\varepsilon_M, \tilde{\psi}, k)) \right\}; \quad (23)$$

где γ_P, γ_M — коэффициенты адаптации; $\text{Proj}\{\cdot\}$ — оператор проекции [25], необходимый для предотвращения возможного деления на ноль в выражениях (20), (21); J — минимизируемая алгоритмом целевая функция; $\varepsilon_P, \varepsilon_M$ — сигнальные ошибки; $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ и $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$ — векторы параметриче-

ских ошибок. Множества Ω_1, Ω_2 определяются как

$$\Omega_1 = \{\hat{\theta}_{7\dots 11}^T \xi_{7\dots 11} \geq \theta_0\},$$

$$\Omega_2 = \{\hat{\psi}_{1\dots 10}^T \vartheta_{1\dots 10}(k) \geq \psi_0\},$$

где θ_0, ψ_0 — малые положительные константы.

Для реализации алгоритмов (22), (23) предлагается метод непрямого адаптивного управления. Метод предполагает создание в системе управления независимого блока идентификации параметров модели, который обеспечивает информационную поддержку закона управления (20), (21). Этот блок генерирует оценки параметров, минимизируя разность текущего значения выхода объекта и выхода настраиваемой модели вида (11), (12).

Необходимо отметить, что на качество работы системы управления моментом, главным образом, влияет качество сформированных алгоритмов

адаптации (22), (23), которое, в свою очередь, зависит от выбора целевой функции J . В статье предлагается и проводится качественное сравнение статической и интегральной целевых функций, на основе которых строятся соответствующие алгоритмы адаптации: градиентный и интегральный.

В целях синтеза алгоритмов адаптации введем в рассмотрение ошибки идентификации:

$$\varepsilon_P(k) = P(k) - \hat{P}(k); \quad (24)$$

$$\varepsilon_M(k) = M(k) - \hat{M}(k), \quad (25)$$

где $\hat{P}(k), \hat{M}(k)$ — оценки $P(k), M(k)$, генерируемые настраиваемой моделью (11), (12). С учетом (9), (10) и (11), (12) соотношения (24), (25) представим в следующей форме:

$$\varepsilon_P(k) = \tilde{\theta}^T(k) W(k), \quad \varepsilon_M(k) = \tilde{\psi}^T(k) \Phi(k), \quad (26)$$

где $W^T = [\xi_{1\dots 6}^T P \xi_{7\dots 11}^T \varphi_2(\alpha)/\omega]^T$; $\Phi^T(k) = [\vartheta_{1\dots 10}^T P - \vartheta_{11\dots 13}^T]^T$ — векторы измеряемых функций (регессоры).

Рассмотрим модифицированные ошибки идентификации

$$\varepsilon_P(i, k) = W^T(i) \tilde{\theta}(k), \quad \varepsilon_M(i, k) = \Phi^T(i) \tilde{\psi}(k)$$

(очевидно, что $\varepsilon_P(i, k) = \varepsilon_P(k)$, $\varepsilon_M(i, k) = \varepsilon_M(k)$) и целевые функции вида

$$J(\varepsilon_P) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \mu^{k-i} \varepsilon_P^2(i, k),$$

$$J(\varepsilon_M) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \mu^{k-i} \varepsilon_M^2(i, k), \quad (27)$$

где $\mu \in [0, 1]$ — фактор списывания.

С учетом (22)—(27) после ряда алгебраических преобразований алгоритмы адаптации представляются в виде

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k+1) = \\ = \hat{\theta}(k) + \text{Proj}_{\Omega} \{ \gamma_P(k)(R_P(k) - P_P(k)\hat{\theta}(k)) \}, \hat{\theta}(0); \\ R_P(k+1) = \mu R_P(k) + W(k)P(k), R_P(0) = 0; \\ P_P(k+1) = \mu P_P(k) + W(k)W^T(k), P_P(0) = 0; \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \hat{\psi}(k+1) = \\ = \hat{\psi}(k) + \text{Proj}_{\Omega} \{ \gamma_M(k)(R_M(k) - P_M(k)\hat{\psi}(k)) \}, \hat{\psi}(0); \\ R_M(k+1) = \mu R_M(k) + \Phi(k)M(k), R_M(0) = 0; \\ P_M(k+1) = \mu P_M(k) + \Phi(k)\Phi^T(k), P_M(0) = 0. \end{cases} \quad (29)$$

Для обеспечения устойчивости дискретных алгоритмов адаптации коэффициенты $\gamma_M(k)$, $\gamma_P(k)$ представляются в виде

$$\gamma_M(k) = \rho_M(\sigma_M I + P_M(k))^{-1};$$

$$\gamma_P(k) = \rho_P(\sigma_P I + P_P(k))^{-1},$$

где $\rho_P, \rho_M \in (0, 1]$, σ_P, σ_M — параметры алгоритмов.

Алгоритмы имеют следующие свойства [26—28]:

1) все сигналы настраиваемой модели (11), (12) с алгоритмами (28), (29) ограничены;

2) ошибки $\varepsilon_P, \varepsilon_M$ стремятся к нулю асимптотически;

3) параметрические ошибки $\tilde{\theta}(k), \tilde{\psi}(k)$ стремятся к нулю асимптотически, если матрицы $P_P(k), P_M(k)$ невырождены;

4) скорость сходимости, значения перерегулирования алгоритмов регулируется коэффициентами $\rho_P, \rho_M, \sigma_P, \sigma_M$ и μ . При увеличении ρ_P, ρ_M и снижении σ_P, σ_M скорость сходимости увеличивается.

Таким образом, адаптивный регулятор момента представлен настраиваемым законом (20), (21) и алгоритмом адаптации (28), (29).

Свойства сходимости алгоритмов управления, основанных на приведенном алгоритме адаптации, были исследованы и проиллюстрированы с помощью результатов моделирования. В ходе моделирования были задействованы данные, полученные в ходе FTP теста автомобиля Chevrolet Tahoe с номинальной моделью момента, построенной в п. 2. В качестве начальных условий $\hat{\theta}(0)$ взяты номинальные значения θ с отклонением в 20 %. В ходе моделирования были использованы следующие значения параметров: $\rho_P = 0,1, \rho_M = 0,1, \sigma_P = 10^{-3}, \sigma_M = 10^{-3}, \mu = 0,99995, \sigma = 0,8$.

На графиках рис. 3 видно, что сходимость алгоритма адаптации (28), (29) влияет на сходимость ошибки управления к нулю. В самом начале эксперимента, когда параметрические ошибки $\tilde{\theta}, \tilde{\psi}$ значительно отличались от нуля, ошибка управления выходила за уровень 100 %. После сходимости

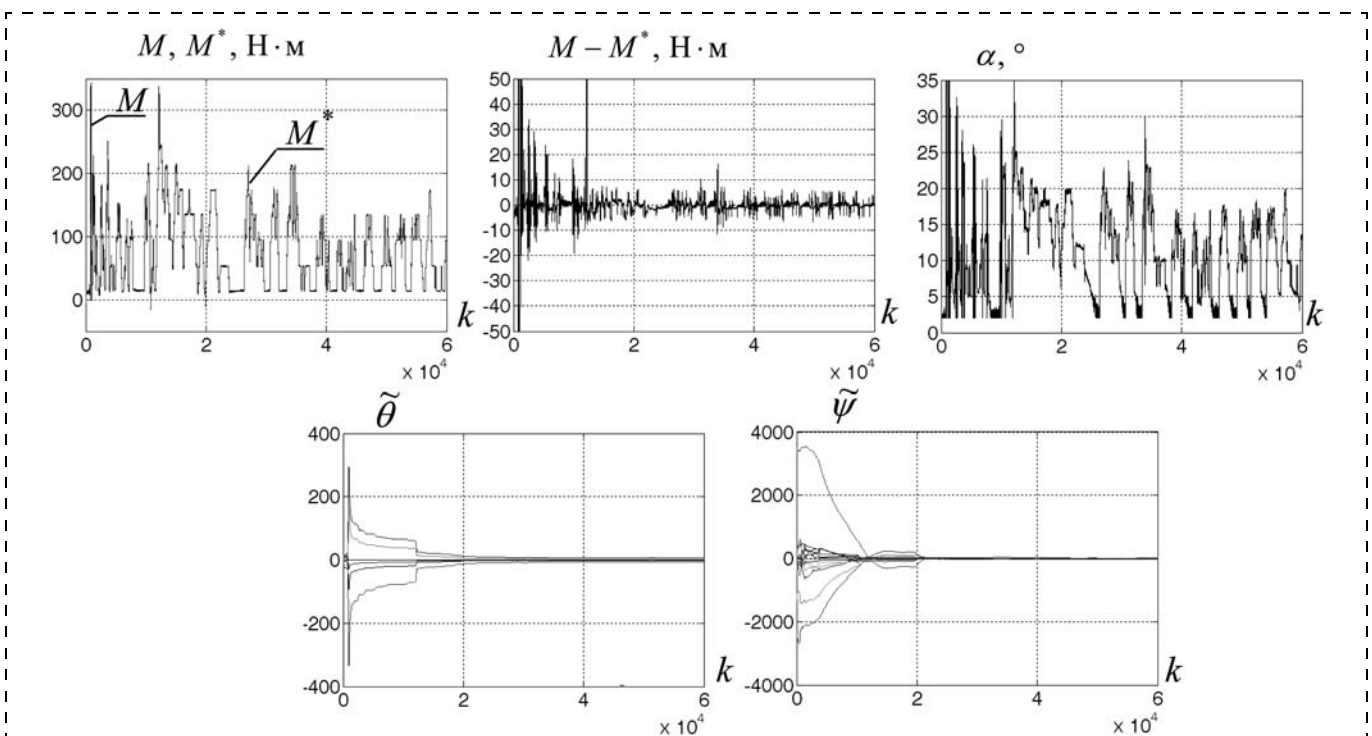


Рис. 3. Результаты моделирования системы управления, замкнутой адаптивным регулятором с интегральными алгоритмами адаптации (28), (29)

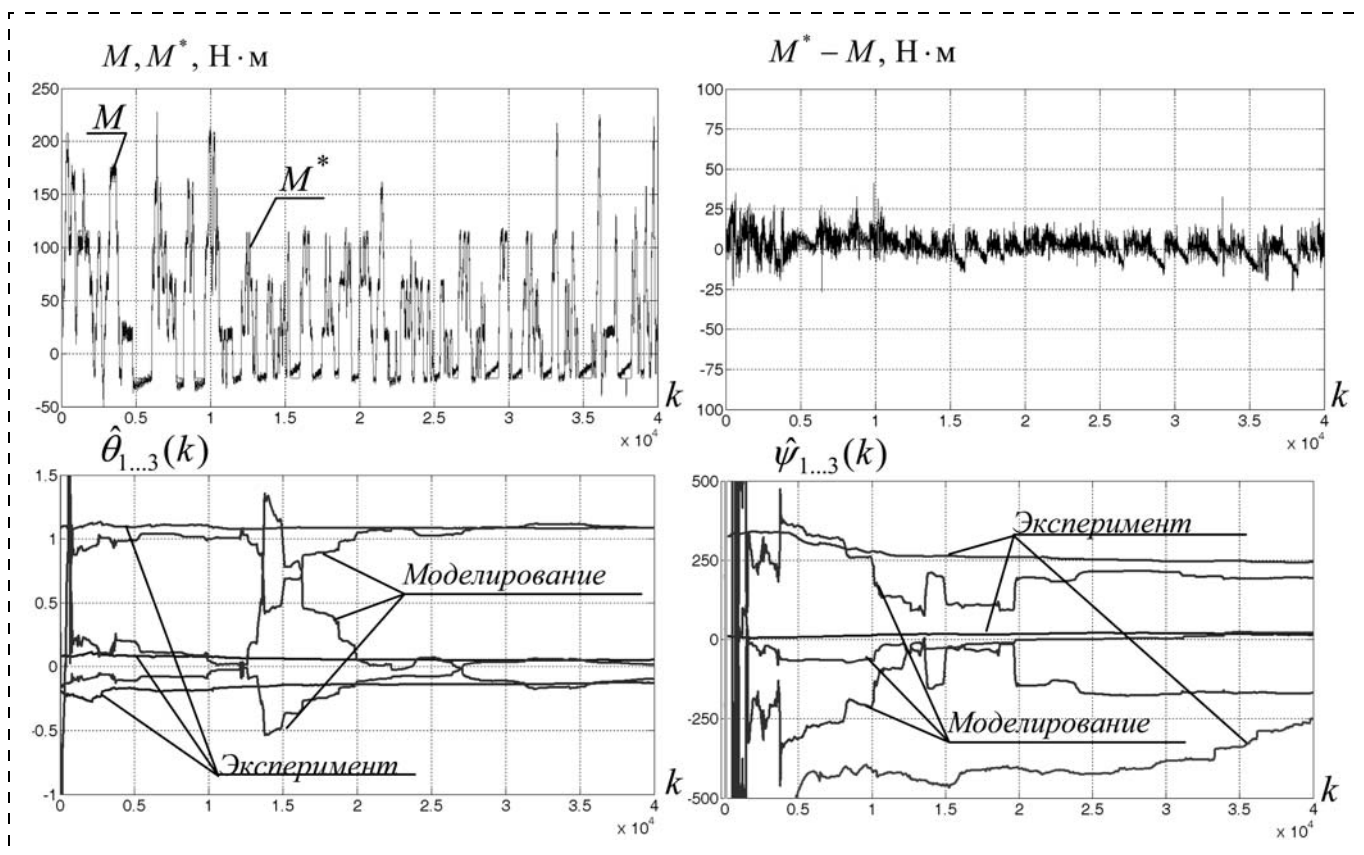


Рис. 4. Результаты тестирования автомобиля Chevrolet Tahoe с адаптивным регулятором момента с интегральными алгоритмами адаптации (28), (29)

величин $\tilde{\theta}$, $\tilde{\psi}$ максимальная ошибка управления была обеспечена на более низком уровне 4 %.

На основе анализа результатов моделирования был подготовлен практический эксперимент, в котором была протестирована система адаптивного управления моментом. В качестве объекта управления был задействован автомобиль Chevrolet Tahoe с двигателем V8 объемом 5,3 л. Тест длился 7,5 мин, что соответствует примерно 40 000 событий.

Результаты теста приведены на рис. 4. Для удобства восприятия на рисунке показаны только первые три оценки параметров векторов θ , ψ . При этом оценки, полученные в ходе эксперимента, сравниваются с оценками, полученными в ходе моделирования.

В ходе тестирования удалось обеспечить качество слежения момента с максимальной ошибкой 14 % от максимального значения M^* (максимальная ошибка в статических режимах составила не более 5 %), а также соответствие результатам моделирования.

Заключение. В статье решается задача адаптивного управления крутящим моментом инжекторного двигателя внутреннего сгорания. В основе синтеза регулятора лежит параметрически и функционально неопределенная модель момента, связывающая управляющую и регулируемые переменные. Для достижения цели управления и компенсации

неопределенностей модели используется метод непрямого адаптивного управления, в рамках которого предлагаются алгоритм адаптивной идентификации. Представлены результаты моделирования в среде MATLAB/Simulink и результаты тестирования автомобиля Chevrolet Tahoe.

Список литературы

1. Stefanopoulou A. G., Grizzle J. W. and Freudenberg J. S. Engine Air-Fuel Ratio and Torque Control using Secondary Throttles // Proc. of the 33rd Conf. on Decision and Control. 1994. P. 2748–2753.
2. Jankovic M., Frischmuth F., Stefanopoulou A. et al. Torque management of engines with variable cam timing // IEEE Control Systems Magazine. 1998. V. 18. P. 34–42.
3. Jankovic M., Magner M. et al. Transient effects and torque control of engines with variable cam timing // Proc. of the American Control Conf. 2000. P. 50–54.
4. Karnik A. Y., Buckland J. H., Freudenberg J. S. Electronic Throttle and Wastegate Control for Turbocharged Gasoline Engines // American Control Conf. 2005. P. 4434–4439.
5. Ali A., Blath J. P. Nonlinear Torque Control of a Spark-Ignited Engine // Proc. of the American Control Conf. 2006. P. 3266–3271.
6. Ali A., Blath J. P. Application of Modern Techniques to SI Engine Torque Control // Proc. of the IEEE International Conf. on Control Applications. 2006. P. 2405–2410.
7. Hong M., Ouyang M. et al. Model-based PI Feedback Control of Engine Torque // IEEE International Conf. on Control and Automation. 2010. P. 12–15.
8. Kolmanovsky I. V., Druzhinina M. and Sun J. Speed-Gradient Approach to Torque and Air-to-Fuel Ratio Control in DISC Engines // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2002. V. 10. P. 671–678.
9. Hong M., Shen T., Ouyang M. Nonlinear Observer-based Torque Control for SI Engine // ICROS-SICE International Joint Conf. 2009. P. 4114–4119.

10. Vermillion C., Butts K., Reidy K. Model Predictive Engine Torque Control with Real-Time Driver-in-the-Loop Simulation Results // American Control Conf. 2010. P. 1459–1464.

11. Sakai Y., Kanai M., Yamakita M. Torque demand control by nonlinear MPC with constraints for vehicles with variable valve lift engine // IEEE International Conference on Control Applications. Part of IEEE Multi-Conference on Systems and Control. 2010.

12. Javaherian H., Liu D., Kovalenko O. Automotive Engine Torque and Air-Fuel Ratio Control Using Dual Heuristic Dynamic Programming // International Joint Conf. on Neural Networks. 2006. P. 518–525.

13. Zweiri Y. H., Seneviratne L. D., Jordan K. Diesel Engine Indicated Torque Estimation Based on Artificial Neural Networks // IEEE Computer Society. 2007. P. 791–798.

14. Feedforward Method of Engine Torque Estimation // IEEE International Conf. on Vehicular Electronics and Safety. 2006. P. 246–249.

15. Nagata T., Tomizuka M. Robust Engine Torque Control by Iterative Learning Control // American Control Conf. 2009. P. 2064–2069.

16. Gerasimov D. N., Javaherian H., Nikiforov V. O. Data Driven Inverse-Model Control of SI Engines // Proc. American Control Conf. 2011. P. 426–431.

17. Ginoux S., Champoussin J. Engine torque determination by crankangle measurements: State of the art, future prospects // SAE Tech. Report № 970532, 1997.

18. Park S., Sunwoo M. Torque estimation of spark ignition engines via cylinder pressure measurement // J. Automobile Engineering. 2003. V. 217. № 9. P. 809–817.

19. Герасимов Д. Н., Джавахериян Х., Ефимов Д. В. и др. Инжекторный двигатель как объект управления: I. Схема дви-

гателя и синтез математической модели // Известия РАН. Теория и системы управления. № 5. Сентябрь–Октябрь 2010. С. 135–147.

20. Двигатели внутреннего сгорания. В 3 кн. Кн. 1. Теория рабочих процессов: учебник для вузов / В. Н. Луканин, К. А. Морозов, А. С. Хачиян и др.; Под ред. В. Н. Луканина. М.: Высшая школа, 2005. С. 479.

21. Kim Y. W., Rizzoni G. and Utkin V. I. Automotive Engine Diagnosis and Control via Nonlinear Estimation // IEEE Control Systems. 1998. October. P. 84–99.

22. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: пер. с англ. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. С. 432.

23. Григорьев В. В., Журавлева Н. В., Лукьянова Г. В. и др. Анализ систем автоматического управления методом модального управления. СПб.: СПб ГУИТМО, 2009. С. 109.

24. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. Сер. "Анализ и синтез нелинейных систем" / Под общей редакцией Леонова Г. А. и Фрадкова А. Л. СПб.: Наука, 2000. С. 549.

25. URL: http://tsakalis.faculty.asu.edu/notes/ad_alg.pdf.

26. Kreisselmeier G. Adaptive observers with exponential rate of convergence // IEEE Trans. on Automatic control. 1977. V. 22. P. 2–8.

27. De Mathelin M., Lozano R. Robust adaptive identification of slowly time-varying parameters with bounded disturbances // Automatica 35 (7). 1999. P. 1291–1305.

28. Green M., Moore G. B. Persistence of excitation in linear systems // Systems and Control Letters. 1986. V. 7. P. 351–360.

УДК 622.279.5.04

Б. Ю. Васильев, аспирант,

vasilev.bu@yandex.ru,

Национальный минерально-сырьевой университет "Горный", Санкт-Петербург

Мехатронные перекачивающие комплексы на основе регулируемых электроприводов для подводного компримирования и транспортировки природного газа

Рассмотрены современные и перспективные технические средства освоения шельфовых месторождений природного газа арктических морей. Приведены структура и основные требования к мехатронным перекачивающим комплексам подводного компримирования и транспортировки. Рассмотрены структура и алгоритмы управления мехатронными комплексами. Исследована их эффективность. Приведены примеры мировой практики использования комплексов подводного компримирования.

Ключевые слова: шельф, мехатронный перекачивающий комплекс, подводное компримирование, регулируемый электропривод, табличный алгоритм управления

Введение

Для проектирования, обустройства месторождений и эксплуатации технологических систем добычи, сбора и транспортировки природного газа с

шельфовых месторождений требуются огромные капитальные и эксплуатационные вложения.

В настоящее время для сбора природного газа на морском дне используют подводные добывающие комплексы, телом которых являются манифольды. Манифольд представляет собой закрепленную на морском дне "статическую" конструкцию (не содержащую вращающихся частей), которая объединяет несколько добывающих скважин с помощью подводных промысловых газопроводов. При прохождении через манифольд природный газ очищается от песка и воды и поступает на морскую платформу или транспортное судно, где выполняются дополнительные технологические процессы и осуществляется дальнейшая транспортировка на берег к перерабатывающему заводу. В Российской Федерации манифольды используют на месторождении "Сахалин-2" в Охотском море на шельфе острова Сахалин в субарктических условиях.

Наиболее перспективные месторождения находятся в арктических морях Северного Ледовитого океана с экстремально сложными природно-климатическими условиями и постоянной угрозой для технических средств со стороны айсбергов. В таких условиях использование обычных транспортных судов крайне опасно или просто невозможно, а строительство и эксплуатация специальных транспортных судов ледового класса требует больших финансовых и временных затрат.

Для снижения затрат на освоение морских месторождений целесообразно использовать мехатрон-

ные перекачивающие комплексы на основе регулируемого электропривода для подводного компримирования и транспортировки природного газа.

Использование подводных комплексов дает возможность транспортировать природный газ без использования транспортных судов и минимизирует влияние на хрупкую экосистему Северного Ледовитого океана. Кроме того, это позволит обеспечить высокий уровень ресурсосбережения и энергоэффективности процесса освоения месторождений природного газа за счет экономии топливно-энергетических ресурсов транспортных судов, добывающих платформ и других традиционных технологических комплексов морских месторождений [1].

Структура мехатронного перекачивающего комплекса.

Технические требования к природному агрегату

Мехатронный комплекс построен по принципу интеграции различных компонентов в едином корпусе [2]. Так, в подводном мехатронном перекачивающем комплексе объединены технические средства (автономный инвертор, электродвигатель, центробежный нагнетатель, микропроцессорные системы связи и диагностики) в едином герметичном корпусе. Главной функцией комплекса является транспортировка природного газа.

Структура мехатронного комплекса представлена на рис. 1 (см. третью сторону обложки). Его основными элементами являются приводной регулируемый электродвигатель 3 и один или несколько центробежных нагнетателей 10, интегрированных в единый герметичный корпус 2 и изолированных друг от друга с помощью газодинамических уплотнений 4, 5. Электродвигатель и центробежные нагнетатели имеют единый вал 8 с опорами на магнитные подшипники 6, 7 и 11. Также в корпус комплекса интегрированы технические средства регулирования, управления и связи 1. Транспортируемый природный газ подводится и отводится от комплекса по патрубкам 9.

Для создания максимально надежных и эффективных подводных перекачивающих комплексов необходимо принимать во внимание весь опыт эксплуатации высоковольтных электроприводных газоперекачивающих агрегатов на континентальных компрессорных станциях, учитывать условия

возникновения причин и характер повреждений основного оборудования, приводящих к нарушению нормальной работы и выходу агрегатов из строя. В табл. 1 приведена статистика отказов электроприводных газоперекачивающих агрегатов [3].

Анализ условий отказов показывает, что наибольшая доля повреждений электродвигателя происходит при эксплуатации в статическом режиме при рабочем напряжении питания. Это вызвано электрическим старением изоляции обмотки статора, которое наиболее интенсивно происходит под действием высших гармонических составляющих питающего тока. Другой значимой причиной повреждения является перенапряжение обмотки статора.

Повреждение изоляции статора высоковольтного электропривода большими токами в динамических режимах является острой проблемой. При пуске агрегата значение тока статора превышает номинальный в 5...7 раз. Длительность процесса пуска приводит к перегреву изоляции и ускоряет ее электрическое старение, а также может вызвать термическое повреждение, что также является основной причиной отказа электродвигателя. Эти причины можно отнести к проблемам электромагнитной совместимости электропривода с полупроводниковым преобразователем и сетью электроснабжения и низкого качества питающего тока и напряжения.

Причины, связанные с механическими повреждениями, возникают в связи с ударными нагрузками, следствием которых может быть повреждение подшипниковых узлов агрегата и повышение вибрации, что, в свою очередь, вызывает колебание электромагнитного момента и появление высших гармонических составляющих питающего тока. Эти факторы отнесены к проблеме электромеханической совместимости электропривода.

Структура и алгоритмическое обеспечение системы управления приводным электродвигателем комплекса

Задачу повышения надежности и эксплуатационных характеристик подводного мехатронного комплекса за счет повышения уровня электромагнитной и электромеханической совместимости наиболее эффективно решать путем разработки рациональных структурных решений построения высоковольтных полупроводниковых преобразователей, их конструктивного исполнения и применения современных управляющих технических средств и алгоритмов с улучшенными техническими характеристиками и показателями надежности.

Силовая часть мехатронного комплекса состоит из приводного асинхронного двигателя (АД), центробежного нагнетателя (ЦБН), высоковольтных коммутаторов типа активный выпрямитель (АВ) и автономный инвертор (АИ), трансформатора (ТР) и подводной линии электроснабжения. Активный выпрямитель расположен на береговой энергопод-

Таблица 1

Статистика отказов электроприводных газоперекачивающих агрегатов

Условия возникновения повреждений электродвигателя	Распределение повреждений, %
В статическом режиме при рабочем напряжении питания	52
При перенапряжении	15
При пуске	15
Механические и термические повреждения	10
При проведении высоковольтных испытаний	8

станции, а автономный инвертор интегрирован в корпус мехатронного комплекса (рис. 2). Электроснабжение осуществляется по высоковольтной линии постоянного тока. Такая структура обосновывается тем, что включение активного выпрямителя в подводную часть увеличит ее массогабаритные показатели и уменьшит надежность. Расположение высоковольтного автономного инвертора на береговой энергетической подстанции приведет к возникновению проблемы "длинного кабеля", соединяющего инвертор и электродвигатель.

Регулирование скорости вала мехатронного комплекса проводится с помощью автономного инвертора, путем преобразования постоянного напряжения заданной частоты и амплитуды. Автономный инвертор выполнен по многоуровневой схеме, которая позволяет улучшить качество выходного напряжения и тока, уменьшить динамические потери энергии в полупроводниковых ключах, повысить коэффициент использования напряжения и единичную мощность и производительность комплекса. Высоковольтный активный выпрямитель обеспечивает стабилизацию выпрямленного напряжения на заданном уровне, формирует синусоидальные фазные токи сети, поддерживает заданный коэффициент мощности и обеспечивает передачу энергии из сети в нагрузку и в противоположном направлении. Высоковольтный активный выпрямитель также имеет многоуровневую структуру.

На рис. 2 приняты следующие обозначения: РН — регулятор напряжения, РР — регулятор активной мощности, РQ — регулятор реактивной мощности, ТАУАВ — табличный алгоритм управления активным выпрямителем, РС — регулятор скорости, РМ — регулятор электромагнитного момента, Рψ — регулятор потокосцепления статора, ТАУАИ — табличный алгоритм управления автономным инвертором, УИ — управляющие импульсы, АРМ — автоматизированное рабочее место.

Для управления электродвигателем и коммутаторами подводного газоперекачивающего комплекса используются алгоритмы с разрывным управлением и скользящими режимами — табличные алгоритмы управления [4–5]. Главные особенности алгоритма разрывного управления электроприводом заключаются в наличии релейных гистерезисных регуляторов электромагнитного потока статора и

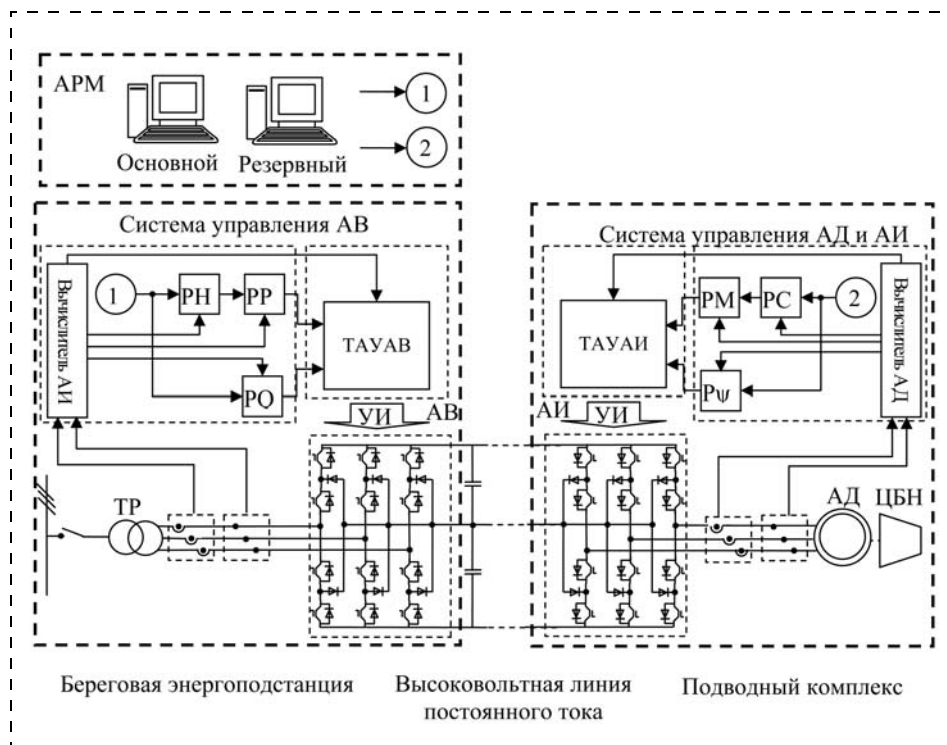


Рис. 2. Структурная схема системы управления мехатронным перекачивающим комплексом

электромагнитного момента двигателя и таблично-го алгоритма управления. Основные преимущества заключаются в простоте, надежности и инвариантности управления к внешним и параметрическим возмущениям за счет отсутствия в системе преобразователей координат, регуляторов составляющих тока статора двигателя и специальных аппаратных и программных средств для обеспечения широтно-импульсной модуляции выходного напряжения преобразователя частоты.

В состав системы управления АД и АИ входят наблюдатель состояний АД, регуляторы и таблица переключений АИ. Наблюдатель состояний АД обеспечивает преобразование системы координат и расчет ненаблюдаемых координат АД для реализации обратных связей контуров регулирования скоростью, электромагнитным моментом и потоко-сцеплением статора в режиме реального времени.

Для преобразования измеренных фазных напряжений и токов из трехфазной системы координат в двухфазную ($\alpha - \beta$) используются выражения:

$$\begin{cases} u_{s\alpha} = u_A; \\ u_{s\beta} = (u_B - u_C) / \sqrt{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} i_{s\alpha} = i_A; \\ i_{s\beta} = (i_B - i_C) / \sqrt{3}, \end{cases}$$

где $u_A, u_B, u_C, i_A, i_B, i_C$ — фазные напряжения и токи, $u_{s\alpha}, u_{s\beta}, i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ — составляющие напряжения и тока статора в координатах ($\alpha - \beta$).

Затем вычисляются составляющие потокосцепления статора:

$$\psi_{s\alpha} = \int (u_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) dt;$$

$$\psi_{s\beta} = \int (u_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) dt,$$

где R_s — активное сопротивление статора.

Для вычисления составляющих потокосцепления ротора используются уравнения связи токов и потокосцеплений асинхронного двигателя:

$$\psi_{r\alpha} = \frac{L_r}{L_m} (\psi_{s\alpha} - \sigma L_s i_{s\alpha});$$

$$\psi_{r\beta} = \frac{L_r}{L_m} (\psi_{s\beta} - \sigma L_s i_{s\beta}),$$

где L_m , L_s , L_r — взаимная индуктивность, индуктивность статора и ротора соответственно, $\sigma = 1 - \left(\frac{L_m^2}{L_s L_r} \right)$ — коэффициент рассеяния.

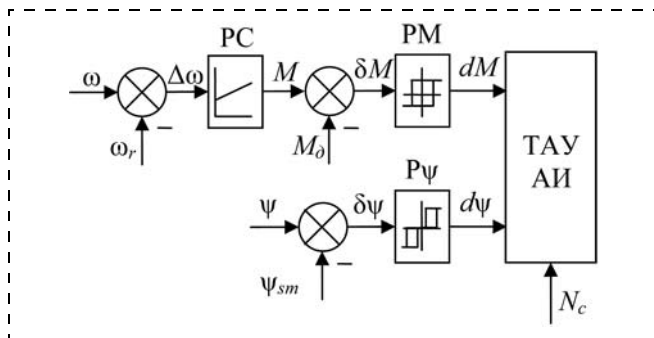


Рис. 3. Блок регуляторов

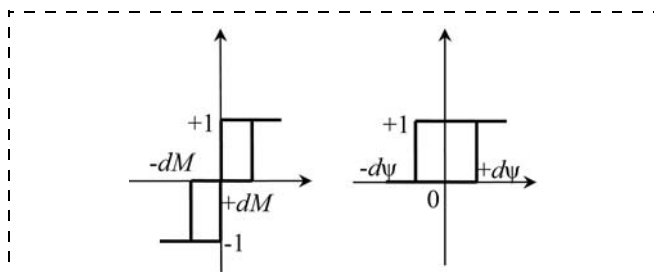


Рис. 4. Статические характеристики релейных регуляторов

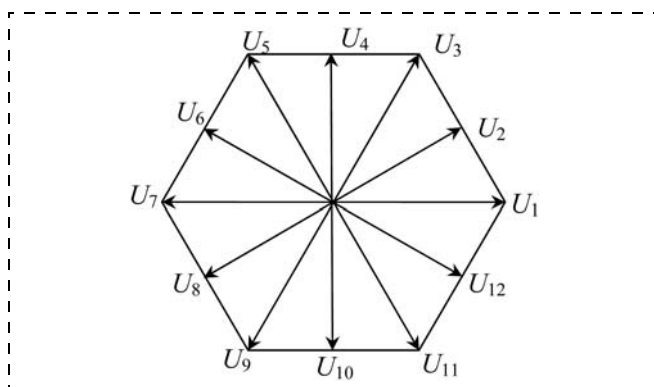


Рис. 5. Расположение векторов напряжения в осях $(\alpha - \beta)$

Этой информации достаточно для нахождения сигналов обратных связей контуров регулирования скорости, электромагнитного момента и потокосцепления статора, которые вычисляются по следующим формулам:

$$\psi_{sm} = \sqrt{\psi_{s\alpha}^2 + \psi_{s\beta}^2};$$

$$M_d = 1,5 p_n (\psi_{s\alpha} i_{s\beta} + \psi_{s\beta} i_{s\alpha});$$

$$\omega_r = \frac{\frac{d\psi_{r\beta}}{dt} \psi_{r\alpha} - \frac{d\psi_{r\alpha}}{dt} \psi_{r\beta}}{p_n \psi_{rm}^2} - \frac{2 R_r}{3 p_n^2} \frac{M}{\psi_{rm}^2},$$

где ψ_{sm} — действующее значение потокосцепления статора; M_d — действующее значение электромагнитного момента; p_n — число пар полюсов асинхронного электродвигателя; ω_r — действующее значение скорости ротора; R_r — активное сопротивление ротора; ψ_{rm} — действующее значение потокосцепления ротора.

Внешний контур регулирования скорости содержит непрерывный ПИ регулятор скорости внешнего контура, который сравнивает заданную и расчетную скорости и формирует задающее значение для регулятора электромагнитного момента (рис. 3). Внутренние контуры содержат релейные регуляторы электромагнитного момента и потокосцепления статора, выходные значения которых определяются следующими уравнениями (статические характеристики релейных регуляторов представлены на рис. 4):

$$dM = \begin{cases} 1 & \text{при } \delta M/dt > 0; \\ 0 & \text{при } \delta M/dt = 0; \\ -1 & \text{при } \delta M/dt < 0; \end{cases}$$

$$d\psi = \begin{cases} 1 & \text{при } \delta \psi/dt > 0; \\ 0 & \text{при } \delta \psi/dt = 0; \\ -1 & \text{при } \delta \psi/dt < 0. \end{cases}$$

Результирующий вектор напряжения АИ имеет двенадцать устойчивых положений $U_1 - U_{12}$ (рис. 5). Выбор того или иного положения результирующего вектора напряжения АИ, а следовательно, и комбинации включения силовых полупроводниковых ключей, осуществляется по таблице переключений.

Для формирования таблицы переключений фазовую плоскость в координатах $(\alpha - \beta)$ условно разбивают на двенадцать секторов. Номер сектора (N_c , $c = 1, \dots, 12$), в котором в текущий момент времени находится вектор потокосцепления статора, определяет номер столбца таблицы переключений:

- если $23\pi/12 \leq \psi_s < \pi/12$, то $N_c = 1$;
- если $\pi/12 \leq \psi_s < \pi/4$, то $N_c = 2$;
- если $\pi/4 \leq \psi_s < 5\pi/12$, то $N_c = 3$;
- если $5\pi/12 \leq \psi_s < 7\pi/12$, то $N_c = 4$;
- если $7\pi/12 \leq \psi_s < 9\pi/12$, то $N_c = 5$;
- если $9\pi/12 \leq \psi_s < 11\pi/12$, то $N_c = 6$;

если $11\pi/12 \leq \psi_s < 13\pi/12$, то $N_c = 7$;
 если $13\pi/12 \leq \psi_s < 15\pi/12$, то $N_c = 8$;
 если $15\pi/12 \leq \psi_s < 17\pi/12$, то $N_c = 9$;
 если $17\pi/12 \leq \psi_s < 19\pi/12$, то $N_c = 10$;
 если $19\pi/12 \leq \psi_s < 21\pi/12$, то $N_c = 11$;
 если $21\pi/12 \leq \psi_s < 23\pi/12$, то $N_c = 12$.

Таким образом, в зависимости от комбинации выходных значений релейных регуляторов и положения вектора потокосцепления ротора по таблице переключений выбирается результирующий вектор напряжения таким образом, чтобы обеспечить необходимый знак приращения электромагнитного момента и потокосцепления статора. В табл. 2 указаны условия выбора результирующего вектора напряжения АИ.

Система управления активным выпрямителем имеет унифицированную с системой управления АД и АИ структуру. Внешний контур содержит непрерывный регулятор напряжения. Внутренние контуры содержат релейные регуляторы активной и реактивной мощностей, с характеристиками, аналогичными регуляторам системы управления АД и АИ. Обратная связь реализована с помощью вычислителя АВ. Входными сигналами таблицы переключений являются выходные сигналы релейных регуляторов активной и реактивной мощностей и определителя фазового сектора вектора напряжения сети. Основная задача управления активным выпрямителем заключается в формировании синфазных токов и напряжений сети синусоидальной формы за счет формирования оптимального результирующего вектора сети. Условия выбора результирующего вектора напряжения представлены в табл. 3.

На рис. 6 (см. третью сторону обложки) представлены графики заданной и действительной ско-

ростей, электромагнитного момента и тока статора приводного электродвигателя мехатронного комплекса. Анализ осциллограмм показывает, что разгон электродвигателя осуществляется монотонно, без перерегулирования. Амплитуда пульсаций электромагнитного момента в установившемся режиме работы электродвигателя с номинальной скоростью и номинальной нагрузкой составляет 4...6 % от номинального значения электромагнитного момента.

При исследовании работы мехатронного комплекса проводили измерение коэффициента несинусоидальных искажений и коэффициента мощности электропривода при изменении скорости электродвигателя от 0 до 100 % от номинальной. Из графика на рис. 7 (см. третью сторону обложки) можно заключить, что коэффициент несинусоидальных искажений сети ($K_{I\text{сети}}$) и АД ($K_{I\text{АД}}$) не превышает нормально допустимого уровня во всем диапазоне регулирования скорости. Коэффициент мощности электропривода на стороне сети электроснабжения ($\lambda_{\text{сети}}$) не снижается ниже уровня 0,83 во всем диапазоне регулирования скорости, а на любой скорости выше 40 % от номинальной он находится выше уровня 0,95. Коэффициент мощности электропривода на стороне электродвигателя ($\lambda_{\text{АД}}$) выше скорости, составляющей 50 % от номинальной (выше уровня 0,7).

Таким образом, за счет применения многоуровневых схем высоковольтных АИ и АВ, релейных регуляторов и табличных модуляционных алгоритмов управления полупроводниковыми ключами обеспечивается эффективное управление скоростью и электромагнитным моментом электропривода подводного мехатронного комплекса с высоким уровнем электромагнитной и электромеханической совместимости.

Таблица 2

Таблица переключений автономного инвертора

$d\psi$	dM	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1 0 -1	U_3 U_2 U_{11}	U_5 U_4 U_{11}	U_5 U_4 U_1	U_7 U_6 U_1	U_7 U_6 U_3	U_9 U_8 U_3	U_9 U_8 U_5	U_{11} U_{10} U_5	U_{11} U_{10} U_7	U_1 U_{12} U_7	U_1 U_{12} U_9	U_3 U_2 U_9
0	1 0 -1	U_5 U_{12} U_9	U_7 U_{12} U_9	U_7 U_2 U_{11}	U_9 U_2 U_{11}	U_9 U_4 U_1	U_{11} U_4 U_1	U_{11} U_6 U_3	U_1 U_6 U_3	U_1 U_8 U_5	U_3 U_8 U_{15}	U_3 U_{10} U_7	U_5 U_{10} U_7

Таблица 3

Таблица переключений активного выпрямителя

ΔQ	ΔP	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1 0 -1	U_3 U_2 U_{11}	U_5 U_4 U_{11}	U_5 U_4 U_1	U_7 U_6 U_1	U_7 U_6 U_3	U_9 U_8 U_3	U_9 U_8 U_5	U_{11} U_{10} U_5	U_{11} U_{10} U_7	U_1 U_{12} U_7	U_1 U_{12} U_9	U_3 U_2 U_9
0	1 0 -1	U_5 U_{12} U_9	U_7 U_{12} U_9	U_7 U_2 U_{11}	U_9 U_2 U_{11}	U_9 U_4 U_1	U_{11} U_4 U_1	U_{11} U_6 U_3	U_1 U_6 U_3	U_1 U_8 U_5	U_3 U_8 U_{15}	U_3 U_{10} U_7	U_5 U_{10} U_7

Мировые и отечественные разработки в области создания мехатронных перекачивающих комплексов подводного компримирования и транспортировки природного газа

Мировые нефтегазовые компании, такие как *Shell, Exxon, Total, BP, Woodside, Statoil* и *Petrobras*, на сегодняшний день являются лидерами по инвестициям в разработку технических средств подводного компримирования. Испытания подводных комплексов проводятся на месторождениях природного газа Северного моря (Норвегия) и моря Бофорта (США).

Первый подводный комплекс мощностью 850 кВт был создан компанией *General Electric* и был испытан в 1992 г. в заводских условиях [6]. В 2001 г. *General Electric* и *Aker Kvaerner* в рамках норвежской правительственной программы *Demo 2000* запустили подводные комплексы на 2,5 и 12,5 МВт. Четыре модуля мощностью 12,5 МВт планируется использовать при освоении месторождения *Ormen Lange* в 2016 г.

Разработки в области подводных технических средств ведутся компаниями *MAN* и *Siemens* в рамках проекта компании *Statoil* для месторождения *Asgard*. В Норвегии была испытана установка *MAN Hofim-type* (рис. 8, см. третью сторону обложки), а в 2009 г. проведены испытания компрессора *Siemens ECO-II* (рис. 9, см. третью сторону обложки) [7].

В рамках проекта *Asgard* в лаборатории, принадлежащей *Statoil* и *Aker Solutions*, осуществляется программа по испытанию подводных компрессорных установок. Это связано с тем, что в планы компании *Statoil* входит установка двух компрессорных модулей (8...10 МВт) на газоконденсатной залежи *Mikkell*, с которой продукция транспортируется на платформу *Asgard B*. Ожидается, что благодаря установке компрессорных модулей удастся повысить извлекаемость продукции до 70...80 %.

Несмотря на то, что Российской Федерации принадлежит значительная доля шельфовых запасов природного газа, отечественные нефтегазовые компании не финансируют дорогостоящие научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по созданию перспективных технических средств освоения арктических морей. Кроме того, в Российской Федерации этим исследованиям не уделяется должного внимания со стороны государственных структур, отсутствуют федеральные программы по поддержке исследований и созданию комплексов подводного компримирования и транспортировки природного газа.

Данные исследования проводятся в рамках федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009—2013 г.

Список литературы

1. **Васильев Б. Ю.** Современные и перспективные технологии электроприводных газоперекачивающих агрегатов морских и сухопутных трубопроводов // Россохинские чтения: материалы межрегионального семинара. Ухта: УГТУ, 2012. С. 367—374.
2. **Егоров О. Д., Подураев Ю. В.** Мехатронные модули. Расчет и конструирование. М.: Изд-во МГТУ "СТАНКИН", 2004. 360 с.
3. **Пужайло А. Ф., Савченков С. В., Спиридович Е. А.** Энергоснабжение и автоматизация энергооборудования компрессорных станций. Т. 2 / Под редакцией О. В. Крюкова. Н-Новгород: Вектор ТиС, 2011.
4. **Козярук А. Е., Рудаков В. В.** Прямое управление моментом в электроприводе переменного тока машин и механизмов горного производства: учеб. пособие. СПб.: Изд. СПГИ(ТУ), 2008. 99 с.
5. **Козярук А. Е., Васильев Б. Ю.** Алгоритмы управления энергоэффективным высокооборотным электроприводом газоперекачивающего агрегата // Известия вузов. "Электромеханика". 2012. № 3. С. 40—44.
6. **Толстов С. С., Мирзоев Д. А., Ибрагимов И. Э.** Подводная технология добычи углеводородов — ключевой фактор освоения ресурсов шельфа Арктики // Газовая промышленность. 2011. № 661.
7. **Дурьманов В. В., Леонтьев С. А., Седов В. В.** На суше и под водой: капсулированный компрессорный агрегат STC-ECO-II компании Siemens II // Турбины и дизели. 2010. № 2. С. 10—15.

ИНФОРМАЦИЯ



с 17 по 20 сентября 2013 в Санкт-Петербурге
на базе ГИЦ РФ ОАО "Концерн "Электроприбор"
состоится симпозиум международной ассоциации по геодезии (IAG)

"Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижном и подвижном основаниях"

Тематика конференции

- ◆ Средства и методы наземных абсолютных и относительных измерений гравитационного поля на неподвижных и подвижных основаниях.
- ◆ Абсолютные баллистические гравиметры и относительные гравиметры.
- ◆ Гравитационные градиентометры.
- ◆ Новые результаты измерений гравиметрических сетей, новые гравиметрические сети и измерения в новых районах.
- ◆ Вопросы метрологии в гравиметрии, результаты сличений абсолютных гравиметров и применения гравиметрии в метрологии.
- ◆ Стандартизация и базы данных абсолютных измерений гравитационного поля.
- ◆ Гравитационные эксперименты.

Подробную информацию о конференции см. сайте:
<http://www.elektropribor.spb.ru/cnf/rconf>

ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



Управление и информатика в авиакосмических и морских системах

№ 3
март
2013

Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.
БАРАНОВ Л. А.
БЕЛОКОНОВ И. В.
БУКОВ В. Н.
ВАСИЛЬЕВ В. И.
ГОДУНОВ В. А.
ГУРЕВИЧ О. С.
ГУРСКИЙ Б. Г.
ЕФИМОВ В. В.
ЗАЙЦЕВ А. В.
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.
НЕСТЕРОВ В. А.
ОХТИЛЕВ М. Ю.
ПАНКРАТОВ В. М.
РАСПОПОВ В. Я.
САБО Ю. И.
СТЕПАНОВ О. А.
СОЛДАТКИН В. М.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ХИМЕНКО В. И.
ЧЕБУРАХИН И. Ф.
ШИРЯЕВ В. И.
ШКОЛИН В. П.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

Садеков Р. Н.

Применение фильтра Калмана в задаче навигации подвижного объекта по данным стереовизуальных и односторонних систем 62

Бобцов А. А., Пыркин А. А., Суров М. О.

Управление ориентацией летательного аппарата с неизвестным тензором инерции 65

Р. Н. Садеков, канд. техн. наук, доц.,
докторант филиала "Военной академии РВСН
имени Петра Великого",
sadekovlar@mail.ru

Применение фильтра Калмана в задаче навигации подвижного объекта по данным стереовизуальных и одометрических систем

Рассматривается алгоритм комплексирования данных одометрических и стереовизуальных систем. Одометрическая система представлена одометром и гироскопом низкой точности. Стереовизуальная система состоит из двух камер, визирные оси которых параллельны продольной оси объекта. Особенностью решения задачи является нелинейность уравнений связи параметров систем. По результатам моделирования представлены оценки точности измерения координат подвижного объекта.

Ключевые слова: метод навигации счисления пути, стереосистемы технического зрения, фильтр Калмана, обработка информации, ключевые точки

Введение

В настоящее время определение местоположения и ориентации объекта может осуществляться с использованием следующих типов навигационных систем: одометрических, инерциальных, спутниковых и стереовизуальных. Применение одометрических и инерциальных навигационных систем влечет ухудшение точности определения навигационных параметров и увеличение времени работы. Применение спутниковых навигационных систем ограничено низким качеством решения навигационной задачи в закрытых и полузакрытых пространствах. Стереовизуальные навигационные системы, напротив, выдают стабильное навигационное решение в условиях естественных и искусственных заграждений, однако их точность с течением времени ухудшается [1–5].

Повышение точности определения навигационных параметров, в принципе, возможно путем комплексирования данных, полученных от различных типов навигационных систем, при этом недостатки, присущие каждой из систем в отдельности, могут быть частично снижены. Рассмотрим комплексированную систему на основе одометрической и стереовизуальной навигационных систем. Такая система обладает автономностью в силу автономности одометрической системы и более высокой точностью вследствие использования дополнительной стереовизуальной информации. Рассмотрим математические модели одометрической и стереовизуальной навигационных систем и оценим точность работы комплексированной системы в целом.

Постановка задачи

Уравнение навигации системы счисления пути запишем в виде

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= x_k + \tilde{V}_k (\cos \tilde{\alpha}_k) \Delta t; \\y_{k+1} &= y_k + \tilde{V}_k (\sin \tilde{\alpha}_k) \Delta t,\end{aligned}\quad (1)$$

где x_k, y_k — координаты объекта в момент времени k ; Δt — шаг дискретизации; $\tilde{V}_k, \tilde{\alpha}_k$ — измеренные значения скорости и дирекционного угла.

Измеренные значения скорости и дирекционного угла, в свою очередь, равны

$$\begin{aligned}\tilde{V}_k &= V_k + \Delta V_k; \\ \tilde{\alpha}_k &= \alpha_k + \Delta \alpha_k,\end{aligned}\quad (2)$$

где V_k, α_k — идеальные значения скорости и дирекционного угла; $\Delta V_k, \Delta \alpha_k$ — погрешности измерения скорости и дирекционного угла.

Подставив (2) в (1) и проводя линеаризацию $\cos(\alpha_k + \Delta \alpha_k) = \cos \alpha_k - \Delta \alpha_k \sin \alpha_k$ и $\sin(\alpha_k + \Delta \alpha_k) = \sin \alpha_k + \Delta \alpha_k \cos \alpha_k$, получим

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= x_k + (V_k \cos \alpha_k - \Delta \alpha_k V_k \sin \alpha_k + \\ &+ \Delta V_k \cos \alpha_k - \Delta \alpha_k \Delta V_k \sin \alpha_k) \Delta t; \\ y_{k+1} &= y_k + (V_k \sin \alpha_k + \Delta \alpha_k V_k \cos \alpha_k + \\ &+ \Delta V_k \sin \alpha_k + \Delta \alpha_k \Delta V_k \cos \alpha_k) \Delta t.\end{aligned}\quad (3)$$

Последними слагаемыми в выражении (3) можно пренебречь в силу их малости. Добавим к выражениям (3) модель погрешностей дирекционного угла, скорости и дрейфа, тогда получим

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= x_k + V_k \cos \alpha_k \Delta t - \\ &- \Delta \alpha_k V_k \sin \alpha_k \Delta t + \Delta V_k \cos \alpha_k \Delta t; \\ y_{k+1} &= y_k + V_k \sin \alpha_k \Delta t + \\ &+ \Delta \alpha_k V_k \cos \alpha_k \Delta t + \Delta V_k \sin \alpha_k \Delta t; \\ \Delta V_{k+1} &= \Delta V_k + \Delta V_k^{\text{сл}}; \\ \Delta \alpha_{k+1} &= \Delta \alpha_k + \omega_k \Delta t + \Delta \alpha_k^{\text{сл}}; \\ \omega_{k+1} &= (1 - \Delta t / \tau_\omega) \omega_k + \sigma_\omega \Delta t \sqrt{2 / \tau_\omega} \omega_k^{\text{сл}},\end{aligned}\quad (4)$$

где $\Delta V_k^{\text{сл}}, \Delta \alpha_k^{\text{сл}}, \omega_k^{\text{сл}}$ — белозумные составляющие скорости, дирекционного угла и дрейфа; ω_k — угловая скорость дрейфа гироскопа; τ_ω — постоянная дрейфа гироскопа; σ_ω — средняя квадратическая погрешность дрейфа гироскопа.

В матричной форме уравнение (4) примет вид

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{U}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k, \quad (5)$$

где $\mathbf{X}_k = [x_k \ y_k \ \Delta V_k \ \Delta \alpha_k \ \omega_k]^T$ — вектор состояния; $\mathbf{U}_k = [V_k \cos \alpha_k \Delta t \ V_k \sin \alpha_k \Delta t \ 0 \ 0 \ 0]^T$ — вектор управления; $\mathbf{w}_k = [\Delta V_k^{\text{сл}} \ \Delta \alpha_k^{\text{сл}} \ \omega_k^{\text{сл}}]^T$ — вектор шумов;

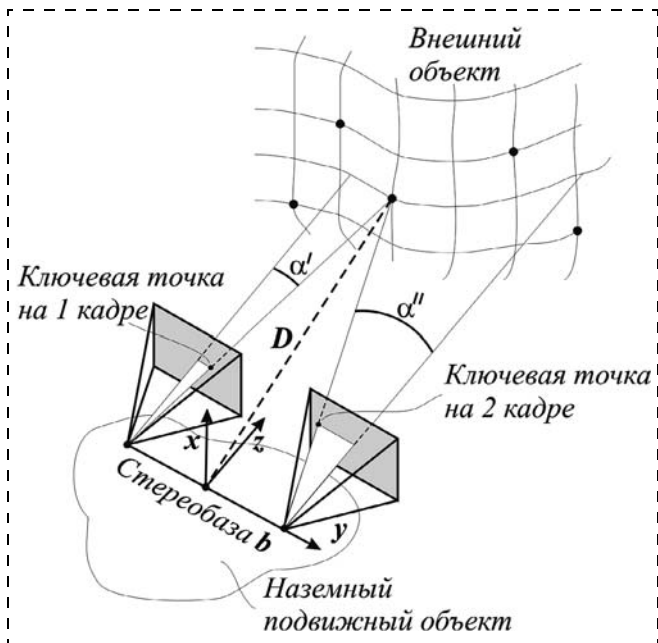


Рис. 1. Параметры, определяемые стереосистемой

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \Delta t/\tau_\omega \end{bmatrix}, \quad G_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega dt \sqrt{2/\tau_\omega} \end{bmatrix} -$$

матрица состояния и матрица шумов, соответственно.

Стереосистема технического зрения в момент времени k определяет углы α' , α'' на каждую из найденных на изображении ключевых точек (рис. 1). Ключевые точки на изображении находят с помощью специальных алгоритмов детектирования [2, 6, 7, 8].

По измеренным значениям углов, до ключевой точки сцены i определяется дальность

$$D_k^i = b \sqrt{0,25 + \left(\frac{\cos(\alpha_k^i)}{\sin(\alpha_k^i + \alpha_k^{i'})} \right)^2 - \frac{\cos(\alpha_k^i) \sin(\alpha_k^{i'})}{\sin(\alpha_k^i + \alpha_k^{i'})}}.$$

Тогда измерения стереовизуальной системы в момент времени k для каждой из ключевых точек i запишем в виде вектора $\mathbf{z}_k^i = [\alpha_k^i \ \alpha_k^{i'} \ D_k^i]^T$.

Требуется оценить параметры навигационной системы \mathbf{X}_k по измерениям вида $\mathbf{z}_k = h(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k$. Конкретизируем вид функции $h(\mathbf{X}_k)$, а оценки вектора состояния $\hat{\mathbf{X}}_k$ найдем, применив аппарат калмановской фильтрации [4, 5, 9].

Решение задачи оценивания вектора состояния

С борта объекта посредством камер ведется наблюдение. Измерения, получаемые с помощью стереовизуальной навигационной системы связаны с параметрами объекта геометрическими соотношениями (рис. 2).

Для каждой из ключевых точек, наблюдаемых с помощью камер, можно записать следующие уравнения, связывающие угловые параметры объекта с его местоположением на местности

$$\begin{aligned} \alpha_k + \alpha_k^i &= \operatorname{atg} \left(\frac{y_k^i - y_{1\text{камера}}}{x_k^i - x_{1\text{камера}}} \right); \\ \alpha_k + \alpha_k^{i'} &= \operatorname{atg} \left(\frac{y_k^i - y_{2\text{камера}}}{x_k^i - x_{2\text{камера}}} \right); \\ D_k^i &= \sqrt{(x_k^i - x_k)^2 + (y_k^i - y_k)^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где α_k^i , $\alpha_k^{i'}$ — углы на i -ю ключевую точку, определенные стереовизуальной системой (углы, измеряемые вправо от визирной оси, примем "положительными", а влево — "отрицательными"); α_k — дирекционный угол продольной оси объекта; $x_{1\text{камера}}$, $y_{1\text{камера}}$, $x_{2\text{камера}}$, $y_{2\text{камера}}$ — координаты камер.

Перепишем выражение (6), выразив координаты камер через координаты объекта и длину стереобазы b :

$$\begin{aligned} \alpha_k^i &= \operatorname{atg} \left(\frac{y_k^i - y_k + 0,5b \cos \alpha_k}{x_k^i - x_k - 0,5b \sin \alpha_k} \right) - \alpha_k; \\ \alpha_k^{i'} &= \operatorname{atg} \left(\frac{y_k^i - y_k + 0,5b \cos \alpha_k}{x_k^i - x_k + 0,5b \sin \alpha_k} \right) - \alpha_k; \\ D_k^i &= \sqrt{(x_k^i - x_k)^2 + (y_k^i - y_k)^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Расширим размерность исходного вектора состояния \mathbf{X}_k , добавив в него координаты ключевых точек x_k^i , y_k^i :

$$\mathbf{X}_k^p = [x_k \ y_k \ \Delta V_k \ \Delta \alpha_k \ \omega_k \ x_k^1 \ y_k^1 \ \dots \ x_k^n \ y_k^n]^T. \quad (8)$$

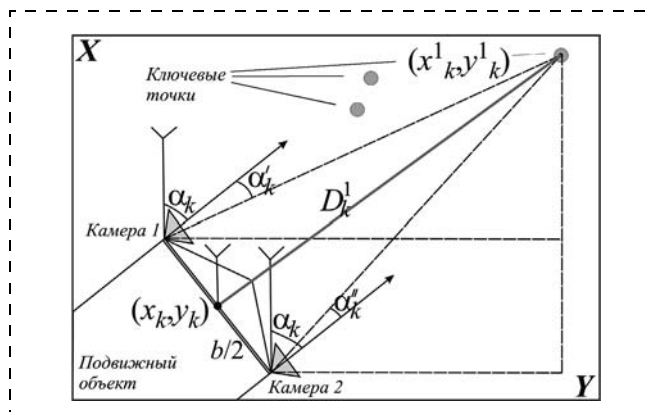


Рис. 2. Геометрическая схема измерений

Тогда функция $h(\mathbf{X}_k^p)$ и вектор измерений \mathbf{z}_k^p запишется в виде

$$h(\mathbf{X}_k^p) = \begin{bmatrix} \operatorname{atg}\left(\frac{y_k^i - y_k + 0,5b\cos\alpha_k}{x_k^i - x_k - 0,5b\sin\alpha_k}\right) - \alpha_k \\ \operatorname{atg}\left(\frac{y_k^i - y_k - 0,5b\cos\alpha_k}{x_k^i - x_k + 0,5b\sin\alpha_k}\right) - \alpha_k \\ \sqrt{(x_k^i - x_k)^2 + (y_k^i - y_k)^2} \\ \dots \end{bmatrix}_{3n \times 1} \quad (9)$$

$$\mathbf{z}_k^p = [\alpha_k^i \quad \alpha_k^{ii} \quad D_k^i \quad \dots \quad \alpha_k^n \quad \alpha_k^{nn} \quad D_k^n]^T.$$

В результате увеличения размерности вектора \mathbf{X}_k для выполнения условия (5) необходимо расширить размерность соответствующих векторов и матриц:

$$\mathbf{U}_k^p = [V_k \Delta t \cos \alpha_k \quad V_k \Delta t \sin \alpha_k \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$\mathbf{F}_k^p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \Delta t / \tau_\omega & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G}_k^p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega \Delta t \sqrt{2/\tau_\omega} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Оценку параметров навигационной системы будем проводить с использованием Extended Kalman Filter [4, 5]. Прогнозное значение вектора состояния и его ковариационная матрица находится в форме

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}^p = \mathbf{F}_k^p \cdot \hat{\mathbf{X}}_k^p + \mathbf{U}_k^p;$$

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \mathbf{F}_k^p \mathbf{P}_k (\mathbf{F}_k^p)^T + \mathbf{G}_k^p \mathbf{Q}_k (\mathbf{G}_k^p)^T, \quad (10)$$

где \mathbf{P}_k — ковариационная матрица ошибок вектора состояния, \mathbf{Q}_k — ковариационная матрица вектора шумов.

Отклонение полученного на шаге k наблюдения от наблюдения, ожидаемого при прогнозе, и его ковариационная матрица

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k^p - h(\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}^p);$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k, \quad (11)$$

где \mathbf{S}_k — ковариационная матрица вектора отклонения, \mathbf{R}_k — ковариационная матрица измерительных шумов, \mathbf{H}_k — матрица вектора отклонений.

Матрица $\mathbf{H}_k = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}^p}$ является матрицей частных производных измерений по всему вектору состояния, в силу ее громоздкости приводить ее не будем.

Матрица коэффициентов усиления, обновленная ковариационная матрица вектора состояния и оценка вектора состояния находятся по формулам

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k+1/k};$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1};$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^p = \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}^p + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k. \quad (12)$$

Результаты моделирования

Оценку среднего квадратического отклонения (СКО) проводили путем многократного моделирования маршрута движения объекта, траекторий навигационной системы счисления пути, а также расчетной (корректируемой) траектории с учетом информации системы технического зрения. Погрешности системы счисления пути в основном

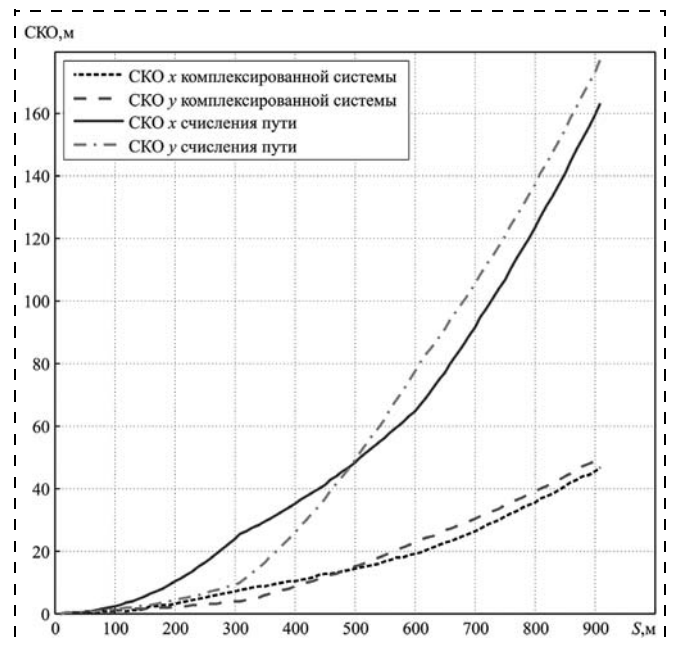


Рис. 3. Зависимость средней квадратической погрешности определения координат от пройденного пути

определялись дрейфом микромеханического гироскопа, равным $1000^\circ/\text{ч}$.

Маршрут состоял из трех прямолинейных участков общей протяженностью 900 м. На маршруте случайным образом генерировали 45 ключевых точек, при этом система технического зрения могла использовать только те ключевые точки, которые находились в зоне видимости (дальность не более 50 м, угол поля зрения не более 45°).

На рис. 3 представлены зависимости СКО определения координат от пройденного объектом пути для двух систем: систем счисления пути и корректируемой по информации систем технического зрения системы счисления пути. Из рис. 3 видно, что использование дополнительной информации систем технического зрения позволяет снизить динамику роста погрешностей.

Выводы

Совместное использование информации систем счисления пути и стереовизуальных систем позволяет повысить точность определения навигационных параметров. Решение задачи оценивания может быть построено на основе аппарата калмановской фильтрации, в частности Extended Kalman Filter. В ходе решения задачи оценивания вектора состояния решается задача картографирования —

уточнения координат ключевых точек, такая задача в английской литературе получила название Simultaneous Localization and Mapping (SLAM). Эффект коррекции навигационных параметров определяется длительностью наблюдения одной и той же ключевой точки.

Список литературы

1. Jonson A. E., Goldberg S. B., Cheng Y., Matthies L. H. Robust and Efficient Stereo Feature Tracking for Visual Odometry // Robotics and Automation. 2008. ICRA. IEEE International Conference on 19–23 May. P. 39–46.
2. Nister D., Naroditsky O., Bergen J. Visual odometry // Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2004. Proc. of the IEEE Computer Society Conference. 2004. V. 1, 27. P. 1-652–1-659.
3. Welch G., Bishop G. An Introduction to the Kalman Filter // UNC-Chapel Hill, TR 95-041, July 24, 2006. P. 16.
4. Ribeiro M. I. Kalman and Extended Kalman Filters: Concept, Derivation and Properties. 2004. P. 44.
5. Georgiev Y. E90 Project: Stereo visual odometry. May. 2006. P. 28.
6. Шапиро Л. Г., Стокман Дж. Компьютерное зрение: Пер. с англ. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 752 с.
7. Cheng Y., Maimone M. W., Matthies L. Visual odometry on the Mars exploration rovers — a tool to ensure accurate driving and science imaging // Robotics & Automation Magazine. IEEE. V. 13, Iss. 2. June 2006. P. 54–62.
8. Ye-hu Shen, Ji-lin and Xin Du. Environment map building and localization for robot navigation based on image sequences // Journal of Zhejiang University. Vol. 9. Apr. 2008. P. 489–499.
9. Степанов О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГИЦ РФ ЦНИИ "Электронприбор", 2009. 496 с.

УДК 62-503.51

А. А. Бобцов,

д-р техн. наук, проф., декан, зав. кафедрой,
bobtsov@mail.ifmo.ru,

А. А. Пыркин, канд. техн. наук, доц.,
a.pyrkin@gmail.com,

М. О. Суров, инженер,
suroucs.a@gmail.com,

Санкт-Петербургский национальный
исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Управление ориентацией летательного аппарата с неизвестным тензором инерции¹

Предложен новый робастный подход в задаче управления ориентацией летательного аппарата. Полученный закон управления не зависит от компонентов тензора инерции или их оценок. Представлено доказательство асимптотической устойчивости ориентации космического аппарата. Для иллюстрации эффективности предлагаемого алгоритма управления представлен числовой пример.

Ключевые слова: робастное управление, ориентация летательного аппарата, тензор инерции

Введение

Задача управления ориентацией летательных аппаратов является объектом активных исследований [12, 17, 24, 29]. Алгоритмы управления на основе теории устойчивости Ляпунова представлены в работах [1, 10, 22, 25, 27–30]. В статье [11] задача оптимального управления рассмотрена для многоканального объекта. В последнее время большой интерес приобретает теория адаптивного и робастного управления ориентацией летательных аппаратов [15, 16, 20, 21, 23].

В данной статье предлагается алгоритм робастного управления, обеспечивающий требуемые показатели качества в замкнутой системе, несмотря на внешние возмущения и неопределенности. Такие возмущения могут быть связаны с неопределенностью динамической модели, внешними возмущающими воздействиями, помехами в канале измерения, ошибками в оценивании переменных состояния и сбоями исполнительных органов управления.

¹ Работа поддержана Федеральной целевой программой "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы" (государственный контракт № 11.519.11.4007).

При синтезе системы управления летательного аппарата учитываются два вида неопределенностей, такие как инерционные параметры и внешние возмущения. Неопределенность параметров тензора инерции может быть обусловлена ошибками измерения на этапе предварительных испытаний, изменениями в конфигурации летательного аппарата или изменениями количества топлива в процессе работы.

В работах [13, 17] представлены алгоритмы прямого адаптивного управления ориентацией при условии параметрической неопределенности тензора инерции. Основным недостатком такого подхода является тот факт, что алгоритм не гарантирует сходимость оценок инерционных параметров к их реальным значениям, несмотря на сходимость ошибок слежения к нулю.

В работе [3] предложен широкий обзор различных подходов в области управления ориентацией. По мнению авторов, наиболее значимые результаты получены в работах [3, 14]. В статье [3] алгоритм управления получен с помощью процедуры линеаризации по обратной связи. Для применения такого алгоритма необходимо знать точные значения компонентов тензора инерции, что осложняет его инженерную реализацию. В работе [14] решена задача адаптивного управления с использованием алгоритма оценивания компонентов тензора инерции. Однако алгоритм не гарантирует сходимость ошибок оценивания к нулю.

Хорошо известен робастный метод управления по выходу "последовательный компенсатор" для класса нелинейных систем с запаздыванием по состоянию, структурными и внешними возмущениями, параметрическими и функциональными неопределенностями. Основные положения метода "последовательный компенсатор" впервые были представлены в публикациях [4–9]. Подход основан на принципе сильной обратной связи (high-gain principle) [19]. Данный метод не содержит в своей структуре параметров модели объекта управления, переменных состояния или их оценок.

В данной статье предлагается новый алгоритм робастного управления для решения задачи управления ориентацией. Полученный закон управления не зависит от компонентов тензора инерции или их оценок. Доказана теорема об асимптотической сходимости ориентации летательного аппарата к заданному значению. Для иллюстрации эффективности предлагаемого регулятора представлен числовой пример.

Постановка задачи

Запишем систему уравнений, описывающую кинематику вращательного движения летательного аппарата. Пусть с корпусом летательного аппарата связана система координат (СК) AE с началом в точке A и ортами $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$. Предположим, что положение центра масс летательного аппарата относительно СК AE в процессе движения не меняется

и совпадает с точкой A . Неподвижную СК с началом в точке A и ортами $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ обозначим AI . Желаемую ориентацию зададим СК AK с началом в точке A и ортами $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3$.

Для определения относительной ориентации СК будем использовать аппарат гиперкомплексных чисел [2]. Напомним, что нормированный кватернион $\Lambda \in \mathbf{H}$ с компонентами

$$\Lambda = (\lambda_0, \boldsymbol{\lambda}), \lambda_0 = \text{scal}(\Lambda) = \cos \frac{\alpha}{2},$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \text{vect}(\Lambda) = \mathbf{l} \sin \frac{\alpha}{2}$$

определяет поворот СК на угол α вокруг единичного вектора $\mathbf{l} \in \mathbf{P}^3 \times 1$ (рис. 1), где λ_0 и $\boldsymbol{\lambda}$ — соответственно скалярная и векторная компоненты кватерниона Λ , оператор $\text{scal}(\cdot): \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{P}$ возвращает скалярную компоненту кватерниона, оператор $\text{vect}(\cdot): \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{P}^3 \times 1$ — векторную. Кватернион Λ является нормированным, если выполняется следующее равенство:

$$\Lambda \circ \tilde{\Lambda} = \tilde{\Lambda} \circ \Lambda = 1,$$

где $\tilde{\Lambda} = (\lambda_0, -\boldsymbol{\lambda})$ — сопряженный к Λ кватернион, значком \circ обозначена операция умножения кватернионов.

Ориентацию AE относительно AI зададим нормированным кватернионом Φ , ориентацию AK относительно AI — нормированным кватернионом Ψ (рис. 2). Целью управления является обеспечение заданной ориентации летательного аппарата. С точки зрения аппарата кватернионов, цель управления выглядит как

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0, \quad (1)$$

где регулируемая переменная

$$y = 1 - |\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi)| \quad (2)$$

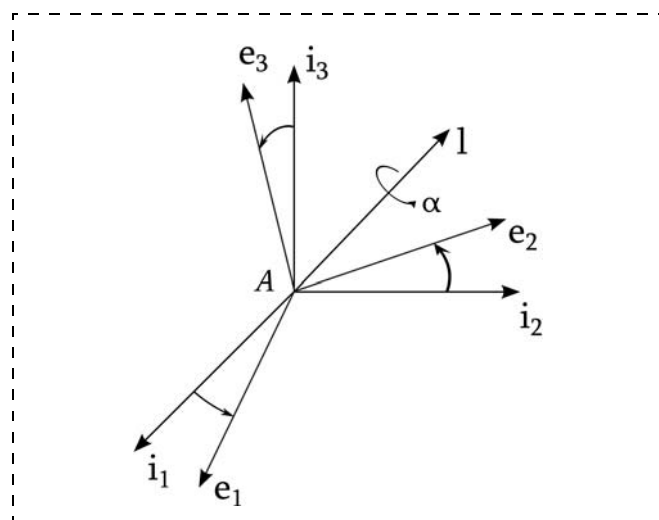


Рис. 1. Поворот системы координат

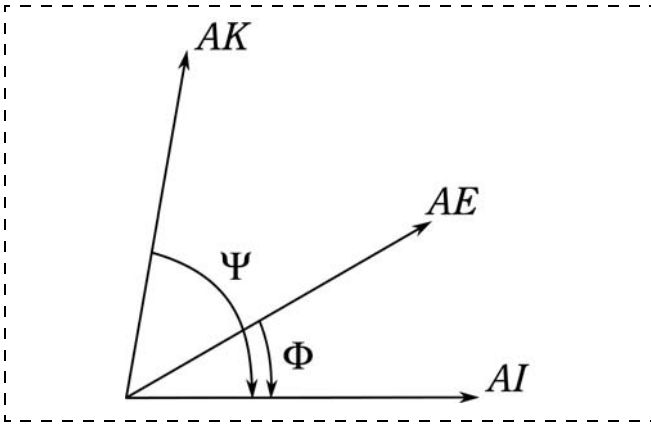


Рис. 2. Ориентация системы координат

характеризует отклонение реальной ориентации от желаемой. При $\tilde{\Psi} \circ \Phi = (\pm 1, 0)$ и, следовательно, $y = 0$ — ориентация летательного аппарата совпадает с желаемой. Заметим, что в силу нормированности кватернионов, условие $\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) = \pm 1$ является необходимым и достаточным для совпадения систем координат AE и AK .

Для записи уравнений динамики объекта управления воспользуемся уравнениями Эйлера динамики вращательного движения [2] (для связи управляющего момента с угловой скоростью)

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

и уравнением Пуассона кинематики вращательного движения [2] (для связи угловой скорости с компонентами кватерниона Φ)

$$\dot{\Phi} = \frac{1}{2} \Phi \circ \boldsymbol{\omega}, \quad (4)$$

где $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{P}^3 \times 1$ — угловая скорость корпуса летательного аппарата, заданная в AE , $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{P}^3 \times 1$ — управляющий момент относительно AE ; $\mathbf{J} \in \mathbb{P}^3 \times 3$ — тензор инерции летательного аппарата в AE , значком \times обозначено векторное произведение.

Задачу регулирования сформулируем следующим образом: необходимо найти закон управления $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(\Psi, \Phi, \boldsymbol{\omega})$ объектом управления (2)–(4), при котором выполняется целевое условие (1).

Анализ существующих решений

Рассмотрим некоторые известные авторам решения задачи управления ориентацией летательного аппарата и выделим их ключевые недостатки. В работе [3] проводится линеаризация обратной связью по состоянию исходной системы уравнений (3), (4). Для линеаризованной системы формируется виртуальный закон управления, гарантирующий асимптотическую устойчивость, из которого обратным преобразованием выражается закон управления исходной системой. В наших обозна-

чениях такой алгоритм может быть записан следующим образом:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\beta}^{-1}(\Phi)\mathbf{v}(\boldsymbol{\omega}, \Phi, \Psi),$$

$$\boldsymbol{\beta}^{-1}(\Phi) =$$

$$= \frac{1}{\varphi_4} \begin{pmatrix} \varphi_4^2 + \varphi_1^2 & \varphi_3\varphi_4 + \varphi_2\varphi_1 & \varphi_3\varphi_1 - \varphi_2\varphi_4 \\ -\varphi_3\varphi_4 + \varphi_2\varphi_1 & \varphi_4^2 + \varphi_2^2 & \varphi_4\varphi_1 + \varphi_3\varphi_2 \\ \varphi_3\varphi_1 + \varphi_2\varphi_4 & -\varphi_4\varphi_1 + \varphi_3\varphi_2 & \varphi_4^2 + \varphi_3^2 \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{v}(\boldsymbol{\omega}, \Phi, \Psi)$ — некоторая векторная функция; φ_4 и $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ — скалярная и векторные компоненты кватерниона Φ соответственно. Как видно, при $\varphi_4 = 0$ обратное преобразование оказывается вырожденным, и судить об устойчивости системы в окрестности данной точки нельзя. Кроме того, управление $\boldsymbol{\tau}$ неограниченно возрастает при приближении траекторий системы к данной точке, что делает алгоритм управления физически нереализуемым. Авторы решают данную проблему введением ограничения на минимальное по модулю значение знаменателя, подставляя $\varphi_4' = \varphi_4 + \delta$ вместо φ_4 . Тем не менее, устойчивость системы управления вблизи точки $\varphi_4 = 0$ при такой замене не доказывается.

В работе [14] для синтеза закона управления применяется второй метод Ляпунова. Производная рассматриваемой функции Ляпунова в силу уравнений системы является лишь отрицательно полуопределенной, она обращается в ноль на множестве $\boldsymbol{\omega} = 0$. Для доказательства асимптотической устойчивости авторы рассматривают динамику производных высших порядков функции Ляпунова. Производная третьего порядка в наших обозначениях может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{V}} &= -2\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi)\text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi)^T \times \\ &\times [\mathbf{K}_2^T \mathbf{J}^{-1} \mathbf{K}_1 \mathbf{J}^{-1} \mathbf{K}_2] \text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi), \end{aligned}$$

где $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2 \in \mathbb{P}^3 \times 3$ — некоторые матрицы. Как видно, $\ddot{\mathbf{V}} < 0$ при $\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) \neq 0 \cup \text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) \neq 0$. Точка $\text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi^*) = 0$ соответствует положению равновесия системы, но в точке $\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi^*) = 0$ асимптотическая устойчивость системы теряется.

В работе [3] значение компонент тензора инерции предполагается априорно известным. В работе [14] синтезируется алгоритм адаптации, который, вообще говоря, не гарантирует сходимость ошибки оценки компонент тензора инерции к нулю.

Синтез закона управления

Рассмотрим теорему, определяющую закон управления для системы (2)–(4), гарантирующий асимптотическую устойчивость заданной ориентации.

Теорема. Рассмотрим объект управления (2)—(4) и закон управления вида

$$\tau = -\gamma \text{sign}(\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi)) \text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) - \beta \omega, \quad (5)$$

где $\gamma > 0$, $\beta > 0$ и функция $\text{sign}: \mathbb{R} \rightarrow \{1, -1\}$ определена следующим образом:

$$\text{sign} x = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Тогда положение равновесия является асимптотически устойчивым.

Доказательство. Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V(\Phi, \omega) = \frac{1}{2} \omega^T \mathbf{J} \omega + 2\gamma(1 - |\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi)|), \quad (7)$$

где $\gamma > 0$. Определим множество всех возможных траекторий движения системы $\Omega = \{(\Phi, \omega) \in \mathbb{H} \times \mathbb{P}^{3 \times 1}\}$ и окрестность положения равновесия $D = \{(\Phi, \omega) \in \Omega: |\omega| < \omega_{\max}\}$. Легко показать, что функция (7) при $(\Phi, \omega) \in D$ является локально липшицевой, так как является суммой локально липшицевых функций.

Функция $V(\Phi, \omega)$ является положительно определенной, так как является суммой двух положительно определенных. Первое слагаемое $\omega^T \mathbf{J} \omega > 0$, $\forall \omega \neq 0$ в силу положительной определенности тензора \mathbf{J} и $\omega^T \mathbf{J} \omega = 0$ при $\omega = 0$. Выражение $\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) \in [-1, 1]$ в силу нормированности кватернионов Φ и Ψ , причем значения ± 1 достигаются только при желаемой ориентации летательного аппарата.

Покажем, что производная функции (7) в силу уравнений системы (3), (4) является отрицательно полуопределенной:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(\omega, \Phi) &= \omega^T (-\omega \times \mathbf{J} \omega + \tau) - \\ &- \gamma \begin{cases} \text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi \circ \omega), \text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) > 0, \\ -\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi \circ \omega), \text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя в последнее выражение закон управления и учитывая, что скалярное произведение ортогональных векторов ω и $\omega \times \mathbf{J} \omega$ равно нулю, получаем

$$\dot{V} = -\beta \omega^T \omega, \text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) \neq 0. \quad (9)$$

Как видно, во всех точках, кроме $\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi^*) = 0$, функция (8) является отрицательно полуопределенной. На множестве $\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi^*) = 0$ правая верхняя производная Дини [26] имеет неположительное значение:

$$\begin{aligned} D^+ V(\omega, \Phi^*) &= -\gamma(\omega^T \text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi^*) + \\ &+ |\omega^T \text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi^*)|) - \beta \omega^T \omega \leq 0. \end{aligned}$$

Устойчивость по Ляпунову на множестве траекторий доказана.

Для доказательства асимптотической сходимости траекторий в области D воспользуемся принципом инвариантности Ла-Салля [18]. Определим подмножество $R \subset D$, на котором производная (8) обращается в ноль: $R = \{(\Phi, \omega)^T \in D : \omega = 0\}$ и максимальное инвариантное подмножество $M = \{(\Phi, \omega)^T \in R : \dot{\omega} = 0\}$. Рассмотрим движение системы (3), (4) на множестве M : $\tau = 0$, $\dot{\Phi} = 0$. Для выбранного закона управления (1) равенство $\tau = 0$ возможно лишь при

$$\text{sign}(\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi)) \gamma \text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) в силу определения (2) имеет единственное решение $\text{vect}(\tilde{\Psi} \circ \Phi) = 0$, что соответствует $y = 0$, т. е. инвариантное множество M для выбранного закона управления состоит из единственной точки $y = 0$. Это означает, что любая траектория при $t \rightarrow \infty$ будет сходиться к нулю. Следовательно, исследуемая система является асимптотически устойчивой. Теорема доказана.

Результаты компьютерного моделирования

Для демонстрации работы полученного регулятора рассмотрим задачу управления летательным аппаратом с параметрами объекта управления [14]

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 600,28 & -3,57 & 0,17 \\ -3,57 & 611,44 & 0,25 \\ 0,17 & 0,25 & 507,90 \end{bmatrix},$$

начальными условиями:

$$\begin{aligned} \Psi &= (1, [0 \ 0 \ 0]^T), \Phi_0 = \left(-\frac{\sqrt{1}}{2}, \left[-\frac{\sqrt{1}}{6} \sqrt{\frac{1}{6}} - \sqrt{\frac{1}{6}} \right]^T \right), \\ \omega_0 &= [0 \ 0 \ 0]^T \end{aligned}$$

и параметрами алгоритма управления

$$\gamma = 20 \text{ и } \beta = 150,$$

где ω_0 — начальная угловая скорость, Φ_0 — начальная ориентация, Ψ — желаемая ориентация летательного аппарата. На рис. 3—5 представлен результат компьютерного моделирования.

На рис. 6—8 представлен результат компьютерного моделирования задачи управления летательным аппаратом при начальных условиях, соответствующих $\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi_0^*) = 0$:

$$\begin{aligned} \Psi &= \left(0, \left[-\frac{\sqrt{1}}{5} \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{7}{15}} \right]^T \right), \Phi_0 = (1, [0, 0, 0]^T), \\ \omega_0 &= [0 \ 0 \ 0]^T. \end{aligned}$$

Хорошо видно, что вблизи точки $\text{scal}(\tilde{\Psi} \circ \Phi^*) = 0$ движение объекта управления является асимптотически устойчивым.

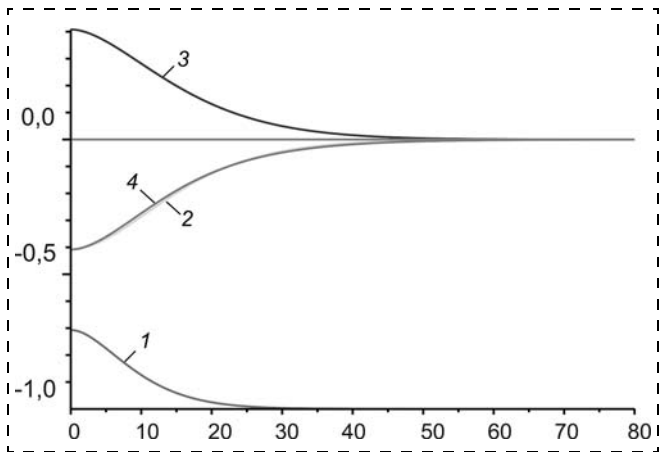


Рис. 3. Кватернион Φ (1–4 — соответствующие компоненты кватерниона, стремящиеся к заданным значениям)

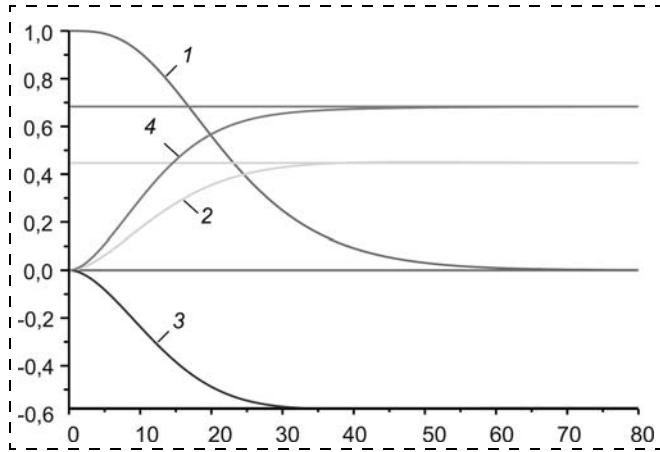


Рис. 6. Кватернион Φ (1–4 — соответствующие компоненты кватерниона, стремящиеся к заданным значениям)

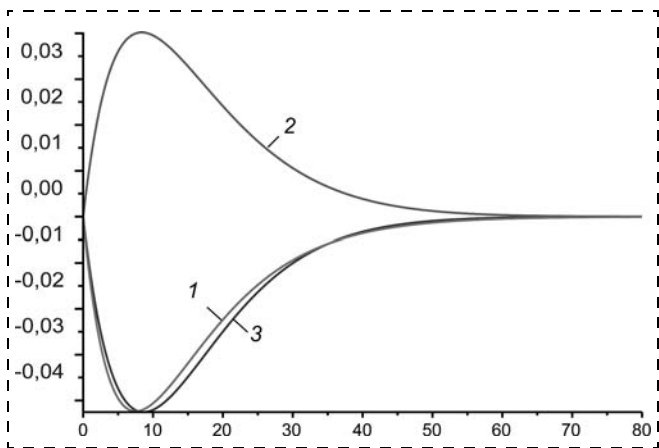


Рис. 4. Вектор угловых скоростей ω (1–3 — угловые скорости летательного аппарата по трем осям вращения)

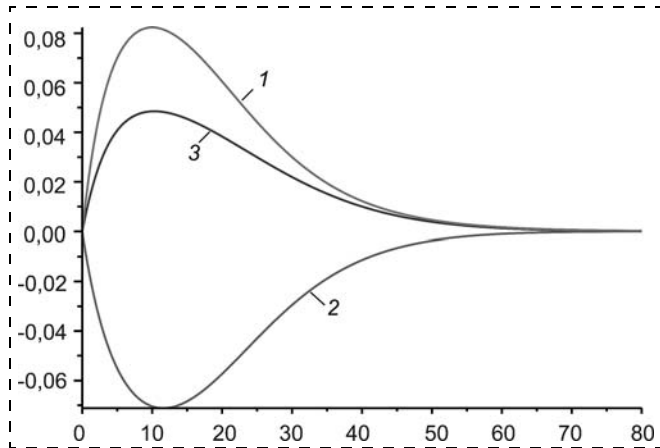


Рис. 7. Вектор угловых скоростей ω (1–3 — угловые скорости летательного аппарата по трем осям вращения)

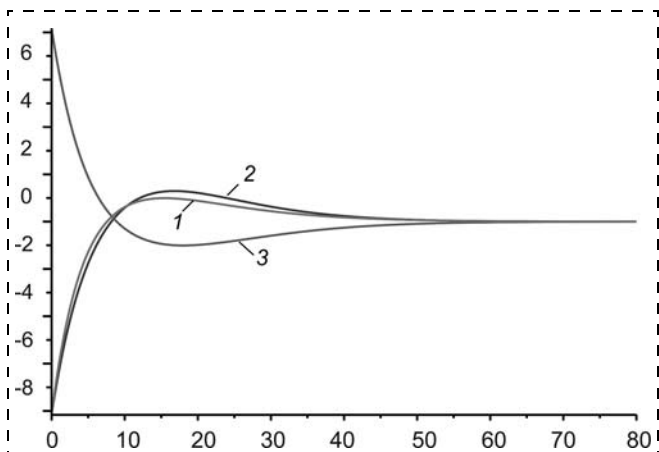


Рис. 5. Вектор управляющих моментов τ (1–3 — управляющие моменты по трем осям вращения)

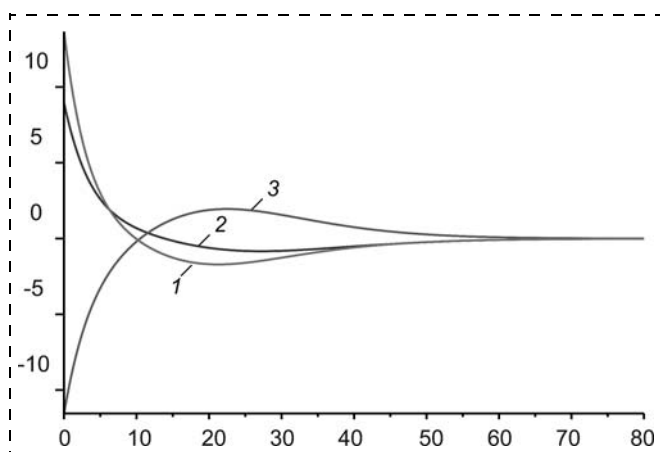


Рис. 8. Управляющий момент τ (1–3 — управляющие моменты по трем осям вращения)

Заклучение

В данной работе был разработан алгоритм управления ориентацией летательного аппарата, не требующий информации о компонентах тензора инерции. Была доказана асимптотическая устойчивость заданной ориентации объекта управления при данном алгоритме управления.

В дальнейшем будет рассмотрена задача адаптивного управления при изменяющемся со временем тензоре инерции. Данная задача является актуальной при разработке систем управления летающими робототехническими системами.

Список литературы

1. Akella M. R., Valdivia A., Kotamraju G. R. Velocity-free attitude controllers subject to actuator magnitude and rate saturations // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2005. V. 28. N 4. P. 659–666.
2. Amelkin N. I. Rigid body dynamics. MIPT, 2008.
3. Bang H., Lee J., Eun Y. Nonlinear Attitude Control for a Rigid Spacecraft by Feedback Linearization // KSME International journal. 2004. V. 18. N 2. P. 203–210.
4. Bobtsov A. A note to output feedback adaptive control for uncertain system with static nonlinearity // Automatica. 2005. V. 41. N 12. P. 1277–1280.
5. Бобцов А. А. Алгоритм робастного управления в задаче слежения за командным сигналом с компенсацией паразитного эффекта внешнего неограниченного возмущения // Автоматика и Телемеханика. 2005. № 8. С. 108–117.
6. Бобцов А. А. Алгоритмы адаптивного управления нелинейными динамическими объектами с неопределенностями по входу // Известия РАН. Теория и системы управления. 2003. № 1. С. 35–39.
7. Бобцов А. А. Алгоритм робастного управления линейным объектом по выходу с компенсацией неизвестного детерминированного возмущения // Известия РАН. Теория и системы управления. 2003. № 2. С. 93–97.
8. Бобцов А. А., Николаев Н. А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // Автоматика и Телемеханика. 2005. № 1. С. 118–129.
9. Bobtsov A., Nikolaev N., Slita O. Adaptive control of libration angle of a satellite // Mechatronics. 2007. V. 17. N 4–5. P. 271–276.
10. Boskovic J. D., Li S.-M., Mehra R. K. Robust tracking control design for spacecraft under control input saturation // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2004. V. 27. N 4. P. 627–633.
11. Chernousko F. L. Optimal control of multilink systems in a fluid // Cybernetics and physics. 2012. V. 1. N 1. P. 17–21.
12. Crassidis J. L., Vadali S. R., Markley F. L. Optimal variable-structure control tracking of spacecraft maneuvers // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2000. V. 23. N 3. P. 564–566.
13. Cristi R., Burl J., Ruso N. Adaptive quaternion feedback regulation for eigenaxis rotations // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1994. V. 17. N 6. P. 1287–1291.
14. Dando A. Robust Adaptive Control of Spacecraft Attitude Maneuvers. Faculty of Built Environment and Engineering Queensland University of Technology, July 2008.
15. Dolinsky K., Celikovskiy S. Adaptive nonlinear tracking for robotic walking // Cybernetics and physics. 2012. V. 1. N 1. P. 28–35.
16. Iannou P. A., Sun J. Stable and robust adaptive control. USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.
17. Junkins J. L., Akella M. R., Robinett R. D. Nonlinear adaptive control of spacecraft maneuvers // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1997. V. 20. N 6. P. 1104–1110.
18. Халил Х. К. Нелинейные системы: Пер. под редакцией А. Л. Фрадкова. М.: РХД, 2009. 832 с.
19. Khalil H. K. Comparison of different techniques for nonlinear output feedback adaptive control // Proc. of the 38th IEEE Conference on Decision and Control. 1999. V. 5. P. 4778–4783.
20. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V. Nonlinear and adaptive control design. USA: Wiley-Interscience, 1995.
21. Landau Y. D. Adaptive control: the model reference approach. USA: Marcel Dekker, 1979.
22. Mortensen R. E. A globally stable linear attitude regulator // International Journal of Control. 1968. V. 8. N 3. P. 297–302.
23. Narendra K. S., Anaswamy A. M. Stable adaptive systems. USA: Prentice Hall, Inc., 1989.
24. Redding D. C., Adams N. J. Optimized rotation-axis attitude maneuver controller for the space shuttle orbiter // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1987. V. 10. N 1. P. 4–13.
25. Robinett R. D. et al. Lyapunov optimal saturated control for nonlinear systems // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1997. V. 20. N 6. P. 1083–1088.
26. Rouché N., Habets P., Laloy M. Stability Theory by Lyapunov Direct Method. New York: Springer, 1977.
27. Tsiotras P. Stabilization and optimality results for the attitude control problem // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1996. V. 19. N 4. P. 772–779.
28. Wallsgrave R. J., Akella M. R. Globally stabilizing saturated attitude control in the presence of bounded unknown disturbances // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2005. V. 28. N 5. P. 957–963.
29. Wie B., Barba P. M. Quaternion feedback for spacecraft large-angle maneuvers // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1985. V. 8. N 3. P. 360–365.
30. Wie B., Lu J. Feedback control logic for spacecraft eigenaxis rotations under slew rate and control constraints // The Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1995. V. 18. N 6. P. 1372–1379.

ИНФОРМАЦИЯ



26 ноября 2013 г.
в ГК "ИЗМАЙЛОВО" (г. Москва) состоится
Четвертая Межотраслевая конференция
"АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА – 2013"



Конференция посвящена демонстрации новейших разработок для автоматизации предприятий энергетики, металлургии, машиностроения, химической, нефтегазовой и цементной промышленности, современных IT-технологий, ERP, MES-систем, контрольно-измерительной техники, систем мониторинга.

Тематика конференции

- Актуальные задачи автоматизации в промышленности. IT инфраструктура современного промышленного предприятия.
- Современные информационные технологии для повышения уровня эффективности, экономичности и промышленной безопасности промышленных предприятий.
- Информационно-управляющие системы промышленной автоматизации (АСУТП, АСОДУ, ERP, MES-системы и др.).
- IT для повышения безопасности и эффективности технологических процессов.
- Построение автоматизированных систем управления технологическими процессами.
- Практический опыт внедрения информационных систем на предприятиях различных отраслей.
- Технология и технические средства систем производственного контроля и мониторинга.
- Последние достижения в области контрольно-измерительной техники.
- Новейшие типы газоанализаторов, расходомеров, спектрометров, средств мониторинга, контроля и учета, различные типы датчиков. Автоматизация измерений и испытаний.



По всем вопросам обращаться в ООО "ИНТЕХЭКО":
Директор по маркетингу ООО "ИНТЕХЭКО" — Ермаков Алексей Владимирович,
тел.: +7 (905) 567-8767 факс: +7 (495) 737-7079
admin@intecheco.ru, www.intecheco.ru

CONTENTS

Pilishkin V. N. A Method of Synthesis of Robust Regulators of Constraint Complexity Based on Lyapunov Boundary Conditions	2
--	---

A problem is considered to synthesize a robust regulator with account of constraints for complexity of structural and technical implementation. An approach is suggested based on Lyapunov edge conditions permitting to determine analytical expression of a required control law for systems of general form in a given set of disturbances. A condition of solvability of the synthesis problem is given.

Keywords: Lyapunov edge conditions, complexity of structural and technical implementation, phase constraints, synthesis of a robust regulator

Tararykin S. V., Apolonskiy V. V., Terekhov A. I. Investigation of the Influence of Positive Feedback on the Robust Properties of Control Systems with State Regulators	9
--	---

The features of automatic control systems in the presence of positive feedback over the coordinates of the minimum-phase state of the object with unstable parameters. Evaluated the possibility of working in these conditions and identify ACS reserves in achieving the specified quality of the complex variations in internal parameters. A method of identifying areas of robust stability based on the use of vector-matrix and the structural representation of ACS.

Keywords: automatic control system, control states, the area of robustness, the zeros and poles, stability region, the variation of parameters

Pismennaya E. V. Control Algorithms for Mobile Robot Motion along Specified Paths	16
--	----

In the paper analytical construction of control algorithms for an autonomous three-wheeled mobile robot is performed. The algorithms provide motion of a chosen point (a pole) of the robot along a given trajectory. Descriptions of the sensor system and the numerical control system are given. Results of numerical modeling of the nonlinear motion equations of a robot are represented; the influence of initial conditions and perturbations is studied. Experimental research is performed in the Institute of mechanics of Lomonosov MSU with the laboratory model of the robot "Zorkiy" — participant of the All-Russian mobile robot festival named after professor E. A. Devyanin. Results of the experimental research are discussed.

Keywords: mobile robots, nonlinear control, motion along a trajectory

Egorov A. S., Lopatin P. K. Using the Algorithm of Polynomial Approximation in the Problem of Controlling a Manipulator in an Unknown Environment	24
--	----

This paper describes the algorithm of polynomial approximation used for finding a path of a n-link manipulator movement in an environment with known obstacles. Experimental results of using this algorithm as a subroutine in the algorithm for a seven-link manipulator control in unknown environment are given.

Keywords: manipulator, obstacles avoiding, path planning, genetic algorithm

Ermolov I. L., Sonnykh M. V. Intelligent Acoustic Analysis Application for Mobile Robots	29
---	----

This paper studies topic of designing acoustic system to recognize environment of autonomous robots. Acoustic recognition is performed through analysis environment's acoustic emission. Successful application of such system considerably increases autonomy level of a robot and improves interaction among multirobot system. This paper studies various approaches to this task, most of them are based on Fourier transform and the neural networks logic. Concluding part of paper presents results of experiments performed at Robotics and Mechatronics Department of MSTU "STANKIN".

Keywords: mobile robotics, UGV, robot's autonomy, acoustic analysis

Brjakin I. V. The Magnetodynamic Magnetometer for Problems of Fault Detection.	35
---	----

For the decision of problems the fault detection the new principle of construction the flux-gate is offered, based on use of a paraphrased signals of the excitation. The structural flowchart of magnetometer and the variant of flux-gate design is presented, features of modes of their functioning are considered.

Keywords: the fault detection, not destroying control, flux-gate a method, magnetodynamic magnetometer, dimension field, gradiometer

Gurchenkov A. A., Esenkov A. S., Nosov M. V. A Control for a Rotor with a Cavity Containing an Ideal Liquid with a Free Surface.	41
---	----

The Cauchy problem in the linear statement is considered for the perturbed motion of a dynamical symmetric body with a cavity containing an ideal liquid with a free surface. The motion is perturbed relative to uniform rotation. Note that there are no constraints imposed on the cavity shape and the nature of the perturbed motion. Based on the equations obtained, the stability of steady-state rotation of a body with liquid is investigated. For the system considered, the problem of optimal control with a terminal functional is posed. Analytical solutions are presented for the case when there are no constraints on the control.

Keywords: Navier-Stokes equations, Pontrjagin 's principle of the maximum, rotational fluid motion

Gerasimov D. N., Nikiforov V. O. Adaptive Torque Control in Injector Internal Combustion Engines 47

The problem of adaptive torque tracking in injector internal combustion engine is solved. The solution is based on the torque plant with parameter and function uncertainties. To achieve the control objective and compensate the uncertainties of the plant the approach of indirect adaptive control is used together with proposed and analyzed two identification algorithms. The result of simulation in MatLab/Simulink environment and the experimental results of Chevrolet Tahoe vehicle are presented.

Keywords: injector internal combustion engine (ISE), modeling of ICE, adaptive control of ICE

Vasiljev B. Yu. Mechatronic Pumping Complexes Based on Controlled Electric Drive for Subsea Compressing and Transportation Natural Gas 55

The modern and advanced technological means of offshore natural gas fields of the arctic seas are watched. The structures and the basic requirements for the mechatronic pumping complexes subsea compressing and transportation are shown. The structure and control algorithms of the mechatronic complexes are watched. Their effectiveness are researched. Are examples of the use systems of subsea compressing in the world are shown.

Keywords: shelf, complex mechatronic pumping, subsea compressing, controlled electric drive, tabular control algorithm

Sadekov R. N. Application of the Kalman Filter for Navigation Mobile Groundborne Object According to Stereo-Visual Systems and the Odometer 62

Proposed algorithm integration system, dead reckoning, and stereo-vision, mounted on a mobile groundborne object. Dead reckoning system consists of odometer and gyroscope low accuracy. Stereo-vision system is represented by two cameras. Vision axis camera parallel to the longitudinal axis of the object. The peculiarity of the solution of nonlinear equations is the relation between the parameters of systems. Presented results of estimating accuracy of the navigation parameters.

Keywords: Kalman filter, computer vision, navigation method, stereosystems, Simultaneous Location and Mapping

Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Surov M. O. Robust Control Approach of Attitude for Spacecraft with Unknown Inertia Tensor 65

The new robust approach to solve the spacecraft attitude control problem is proposed. Obtained control law does not depend of inertia tensor components or its estimate. The proof of the asymptotic stability of the spacecraft orientation has been provided. To illustrate the effectiveness of the controller a numerical example is presented.

Keywords: robust control, attitude of spacecraft, inertia tensor

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова.*

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *Е. В. Комиссарова.*

Сдано в набор 27.12.2012. Подписано в печать 12.02.2012. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН313. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
105120, г. Москва, ул. Нижняя Сыромятническая, д. 5/7, стр. 2, офис 2.