

# МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 9 (126)

сентябрь

2011

**Редакционный совет:**

КУЗНЕЦОВ Н. А.  
МАКАРОВ И. М.  
МАТВЕЕНКО А. М.  
ПЕШЕХОНОВ В. Г.  
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.  
ФЕДОРОВ И. Б.

**Главный редактор:**

ТЕРЯЕВ Е. Д.

**Заместители гл. редактора:**

ПОДУРАЕВ Ю. В.  
ПУТОВ В. В.  
ЮЩЕНКО А. С.

**Выпускающий редактор:**

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

**Ответственный секретарь:**

ПЕТРИН К. В.

**Редакционная коллегия:**

АЛЕКСАНДРОВ В. В.  
АНТОНОВ Б. И.  
АРШАНСКИЙ М. М.  
БОГАЧЕВ Ю. П.  
БУКОВ В. Н.  
ВИТТИХ В. А.  
ВОСТРИКОВ А. С.  
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.  
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.  
ИВЧЕНКО В. Д.  
ИЛЬЯСОВ Б. Г.  
КАЛЯЕВ И. А.  
КОЛОСОВ О. С.  
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.  
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.  
КУЗЬМИН Н. Н.  
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.  
ЛЕОНОВ Г. А.  
ЛЁВИН Б. А.  
ЛОХИН В. М.  
НОРЕНКОВ И. П.  
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.  
ПРОХОРОВ Н. Л.  
РАПОПОРТ Э. Я.  
РАЧКОВ М. Ю.  
РЕЗЧИКОВ А. Ф.  
СЕБРЯКОВ Г. Г.  
СИГОВ А. С.  
СИРОТКИН О. С.  
СОЙФЕР В. А.  
ТИМОФЕЕВ А. В.  
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.  
ФУРСОВ В. А.  
ХИМЕНКО В. И.  
ЮРЕВИЧ Е. И.  
ЮСУПОВ Р. М.

**Редакция:**

БЕЗМЕНОВА М. Ю.  
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.  
ЧУГУНОВА А. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Кириллов А. Н.** Задача оптимального управления в системе со структурными изменениями . . . . . 2
- Арановский С. В., Фуртат И. Б.** Робастное управление безредукторным прецизионным электроприводом оси оптического телескопа с компенсацией возмущений . . . . 8

### ИССЛЕДОВАНИЯ И РАЗРАБОТКИ В ОБЛАСТИ АВТОМАТИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ФАКУЛЬТЕТА ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ И ПРИБОРОСТРОЕНИЯ САРАТОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

- Александров А. Г., Михайлова Л. С., Степанов М. Ф., Брагин Т. М., Степанов А. М.** О развитии концепции автоматического решения задач теории управления в системе ГАММА-3 . . . . . 14
- Коваль В. А., Осенин В. Н., Торгашова О. Ю.** Применение спектрального метода для анализа распределенных объектов управления, описываемых интегродифференциальными уравнениями . . . . . 20
- Большаков А. А., Лисицкий Д. Л., Петров Д. Ю.** Управление роботом при объезде препятствий . . . . . 26
- Садомцев Ю. В., Гривенев Д. А.** Синтез цифрового регулятора для системы стабилизации скорости вращения вала генератора . . . . . 31
- Васильев Д. А.** Гибридная модель прогнозирования электрических нагрузок промышленных предприятий . . . . . 37
- Никишин В. Б.** Пространственное позиционирование и аттестация магистральных трубопроводов на основе интеграции средств внутритрубной диагностики, подземной навигации и наземных геодезических измерений . . . . . 41
- Мусатов В. Ю., Сысоев В. В.** Газоаналитические приборы вида "электронный нос": примеры применения для различных задач . . . . . 47

### Журнал в журнале "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Кулифеев Ю. Б., Афанасьев Ю. Н.** Алгоритм автоматического приведения самолета к заданной высоте и скорости горизонтального полета . . . . . 54
- Афонин А. А., Сулаков А. С.** Алгоритм оценивания параметров гравитационного поля, ориентации и навигации беспилотного гравиинерциального комплекса . . . . . 58
- Сафронов В. В., Поршнева В. А., Жебраков А. С.** Выбор стенда для проведения огневых испытаний демонстратора пульсирующего детонационного прямоходного двигателя . . . . . 65
- Contents** . . . . . 71

*Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования*

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:  
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: [mec@novtex.ru](mailto:mec@novtex.ru)

УДК 517.977

**А. Н. Кириллов,**

д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.,

krllvaleksandr@rambler.ru,

Институт прикладных математических исследований

Карельского научного центра РАН,

г. Петрозаводск

## Задача оптимального управления в системе со структурными изменениями

*Вводится понятие кусочно-линейной системы с последовательным изменением структуры. Найдены инвариантные множества. Рассмотрена задача оптимального управления с заданными начальной и конечной структурами. Построен пример системы, для которой изменение структуры позволяет уменьшить значение целевого квадратичного функционала.*

**Ключевые слова:** структура, структурные изменения, гибридная система, оптимальное управление, инвариантное множество

### Введение

Исследование динамических систем с изменяющейся в процессе функционирования структурой является важной проблемой, с которой приходится сталкиваться при моделировании многостадийных технологических процессов, управлении большими группами роботов, построении математических моделей энергетических, производственных, информационных и других видов систем. При этом возникают новые задачи описания динамики структурных изменений, стабилизации и оптимизации структур. Если использовать понятие иерархической системы, то управление структурой системы является задачей верхнего уровня, а управление динамикой подсистем — задачей нижнего уровня.

В данной работе для математического моделирования процессов со структурными изменениями предлагается использовать так называемые гибридные системы [1—5]. Для них характерно сочетание непрерывной и дискретной динамики. В состав системы входит конечное число динамических подсистем  $S_i$  и переходные функции, которые при определенных условиях обеспечивают скачкообразный переход между подсистемами. Следует отметить, что теория гибридных систем в настоящее время активно развивается именно благодаря ее многочисленным приложениям.

Понятие внешней структуры системы введено и развито в работах [6—8]. При этом рассматривается динамическая система, состоящая из набора под-

систем, которые по определенным правилам могут отключаться или подключаться к системе, взаимодействуя между собой. Внешняя структура — это вектор, компоненты которого равны +1 или -1 в зависимости от того, входит или не входит соответствующая подсистема  $S_i$  в состав системы. Процесс функционирования системы порождает дискретный динамический процесс изменения структуры. В данной статье найдено инвариантное множество последовательной линейной системы со структурными изменениями, определенной в [6]. Поставлена задача оптимального в смысле квадратичного функционала управления с заданными начальной и конечной структурами. Рассматривается задача о влиянии изменения структуры на значение оптимизируемого функционала. Построен пример, показывающий, что при некоторых условиях реструктуризация системы позволяет повысить эффективность системы в смысле квадратичного функционала.

### Линейная последовательная система и ее инвариантные множества

Сложные динамические системы, состоящие из подсистем, часто характеризуются тем, что их состав и взаимосвязи между подсистемами изменяются в процессе функционирования. В связи с этим в [6—8] был предложен подход для описания динамики структурных изменений в системе. Предположим, что в состав системы  $S$  могут входить подсистемы  $S_i \in \{S_1, \dots, S_n\}$ , подключаясь к  $S$  или отключаясь от нее. При этом подсистемы, входящие в  $S$ , взаимодействуют между собой. Введем вектор  $\gamma(t) = (\gamma_1, \dots, \gamma_n) \in R^n$  такой, что  $\gamma_i(t) = 1$ , если подсистема  $S_i$  в момент времени  $t$  входит в  $S$ ,  $\gamma_i(t) = 0$  — в противном случае. Вектор  $\gamma(t)$  называется внешней структурой системы  $S$  в момент времени  $t$  [6]. Для задания динамики структуры  $\gamma(t)$  в [7] предложено понятие системы со структурными изменениями (ССИ), которую можно отнести к классу гибридных систем. При этом для реализации ССИ используется метод динамической декомпозиции. Суть его состоит в том, что для описания динамики системы, помимо фазовых переменных, вводятся дополнительные переменные, задаваемые дифференциальными уравнениями. При достижении этими переменными некоторых пороговых значений происходит отключение или подключение подсистемы к системе. Тем самым система скачкообразно переходит в другое фазовое пространство, возможно, не мгновенно, а через некоторое время. Если допустимы только структуры вида  $\gamma = (1, \dots, 1, 0, \dots, 0) \in R^n$ , где первые  $k$  элементов вектора структуры равны 1, а остальные — 0, и переход между структурами

происходит добавлением  $(k + 1)$ -й единицы или исключением  $k$ -й единицы, то система  $S$  называется **последовательной** ССИ. Если возможны произвольные структуры и переходы между ними, то  $S$  называется **параллельной** ССИ. Будем говорить, что последовательная система  $S$  находится в состоянии  $S(k)$ , если она имеет структуру  $\gamma = (1, \dots, 1, 0, \dots, 0)$  с единицами на  $k$  первых местах. Рассмотрим линейную последовательную ССИ [6], которая при условии

$$y(t) \in \Delta_k = (y_k, y_{k+1}), k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (1)$$

где  $y_k$  — заданные постоянные,  $k \neq 1, 2, y_1 = -\infty, y_{n+1} = +\infty$ , задается уравнениями

$$\dot{X}_k = A_k X_k, \dot{y} = B_k^T X_k, \quad (2)$$

где  $X_k^T = (x_1, \dots, x_k) \in R^k$  — вектор состояния,  $B_k^T = (b_1, \dots, b_k) \in R^k, b_i$  — постоянные,  $A_k$  — квадратная матрица порядка  $k$  с постоянными элементами  $a_{ij}, y \in R$ . При этом система находится в состоянии  $S(k)$ . Далее, пусть при попадании траектории системы (1), (2) из области  $R^k \times \Delta_k$  на плоскость  $y = y_k$  в некоторый момент времени  $t_k$  происходит переход от состояния  $S(k)$  к состоянию  $S(k - 1), 2 \leq k \leq n$ , а при попадании на плоскость  $y = y_{k+1}$  в момент времени  $t_{k+1}$  происходит переход к состоянию  $S(k + 1), 1 \leq k \leq n - 1$ . При этом отображения  $\varphi_{k, k \pm 1}$ , осуществляющие скачкообразный переход от стадии  $k$  к  $k \pm 1$ , имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_{k, k-1} : Z_k &\rightarrow C(k-1, k)Z_k + E_{k-1}(-\varepsilon) \equiv \\ &\equiv \tilde{Z}_{k-1} + E_{k-1}(-\varepsilon), \end{aligned}$$

где  $Z_k = (x_1, \dots, x_{k-1}, x_k, y_k)^T, E_{k-1}(-\varepsilon) = (0, \dots, 0, -\varepsilon)^T, (-\varepsilon)$  — постоянная на  $k$ -м месте, причем

$$0 \leq \varepsilon < \min_k (y_{k+1} - y_k), k = 1, 2, \dots, n - 1,$$

$$C(k-1, k) = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1k} & 0 \\ c_{21} & \dots & c_{2k} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k-1,1} & \dots & c_{k-1,k} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где  $c_{ij}$  — некоторые постоянные;

$$\varphi_{k-1, k} : Z_{k-1} \rightarrow D(k, k-1)Z_{k-1} + E_k(\varepsilon) \equiv \tilde{Z}_k + E_k(\varepsilon),$$

$$D(k, k-1) = \begin{pmatrix} d_{11} & \dots & d_{1, k-1} & 0 \\ d_{21} & \dots & d_{2, k-1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{k,1} & \dots & d_{k, k-1} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$d_{ij}$  — постоянные. При этом компоненты векторов  $Z_k = (x_1, \dots, x_{k-1}, x_k, y_k)^T$  и  $Z_{k-1}$  вычислены в моменты времени  $t_k, t_{k+1}$ , соответственно, а  $\tilde{Z}_{k-1} + E_{k-1}(-\varepsilon), \tilde{Z}_k + E_k(\varepsilon)$  являются векторами начальных данных при  $t = t_k + 0$  и  $t = t_{k+1} + 0$  для состояний  $S(k - 1), S(k + 1)$  соответственно.

Заметим, что предложенная модель наиболее близка модели из более поздней работы [9].

**Лемма.** Система (2) имеет интеграл  $P_k(X_k, y) = \alpha^T X_k + \alpha_{k+1} y$ , где  $\alpha^T = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$  — некоторые постоянные,  $i = 1, \dots, k + 1$ .

*Доказательство.* Запишем (2) в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1k}x_k; \\ &\dots \\ \dot{x}_k &= a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kk}x_k; \\ \dot{y} &= b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_kx_k. \end{aligned} \quad (3)$$

Поскольку  $k + 1$  векторов  $a^1 = (a_{11}, \dots, a_{1k})^T, \dots, a^k = (a_{k1}, \dots, a_{kk})^T, B_k = (b_1, \dots, b_k)^T$  размерности  $k$  линейно зависимы, то найдутся постоянные  $\alpha_1, \dots, \alpha_k, \alpha_{k+1}, \alpha_i \in R$ , не все равные 0, такие что

$$\alpha_1 a^1 + \dots + \alpha_k a^k + \alpha_{k+1} B_k = 0. \quad (4)$$

Умножая  $i$ -е уравнение системы (3) на  $\alpha_i, i = 1, \dots, k + 1$ , и складывая полученные уравнения, учитывая (4), получим

$$\begin{aligned} \alpha_1 \dot{x}_1 + \alpha_2 \dot{x}_2 + \dots + \alpha_{k+1} \dot{y} &= \\ = (\alpha_1 a_{11} + \alpha_2 a_{21} + \dots + \alpha_{k+1} b_1)x_1 + \dots \\ \dots + (\alpha_1 a_{1k} + \alpha_2 a_{2k} + \dots + \alpha_{k+1} b_k)y &= 0, \end{aligned}$$

поскольку в каждой скобке имеем выражение, являющееся соответствующей компонентой вектора левой части равенства (4). Таким образом, из последнего равенства получаем интегральные гиперплоскости  $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_{k+1} y = c$ , где  $c$  — произвольная постоянная, определяемая начальной точкой.

*Следствие.*  $B_k = \{(X_k, y) : B_k^T X_k = 0, y \in R\}$  является инвариантным множеством системы (2).

### Задача структурно-терминального оптимального управления

Рассмотрим управляемую последовательную линейную ССИ, находящуюся в состоянии  $S(k)$ , введя управление и в правую часть второго уравнения (2):

$$\dot{X}_k = A_k X_k, \dot{y} = B_k^T X_k + u, \quad (5)$$

и функционал

$$J_\tau(X, u) = \int_0^\tau (X^T(\gamma) Q(\gamma) X(\gamma) + u^T R(\gamma) u) dt. \quad (6)$$

Требуется построить управление  $u = p_1 x_1 \gamma_1 + p_2 x_2 \gamma_2 + \dots + p_l x_l \gamma_l$ , где  $p_i$  — постоянные ( $i = 1, l$ ), доставляющее наименьшее значение функционалу

на промежутке  $[0, \tau]$  и такое, что  $\gamma(0) = \gamma(\tau) = (1, \dots, 1, 0, \dots, 0)$  —  $n$ -мерный вектор с единицами на первых местах,  $\gamma(t)$  — структура в момент времени  $t$ . Последнее условие означает, что заданы одинаковые начальная и конечная структуры системы. Это задача структурно-терминального управления. Возникает вопрос: уменьшится ли значение функционала, если на промежутке  $(0, \tau)$  структура будет изменена? Иначе говоря, приведет ли изменение структуры к повышению эффективности системы в смысле квадратичного функционала?

Введем дополнительное предположение: пусть коэффициенты  $p_i$  управления постоянны на тех промежутках времени, на которых постоянна структура системы, и могут изменяться лишь при изменении структуры.

Рассмотрим сначала управление без изменения структуры. Решение  $X_k(t, t_0, X_k^0)$  первого уравнения системы (5) имеет вид

$$X_k(t, t_0, X_k^0) = e^{A_k(t-t_0)} X_k^0,$$

где  $X_k(t_0, t_0, X_k^0) = X_k^0$ . Переключение структуры произойдет в тот момент времени, когда  $y(t) = y_k$  или  $y(t) = y_{k+1}$ . Поскольку из (5) следует, что

$$\dot{y} = (b_1 + p_1)x_1(t, t_0, X_k^0) + \dots$$

$$\dots + (b_k + p_k)x_k(t, t_0, X_k^0) = (B_k + P_k)^T e^{A_k t} X_k^0,$$

где  $b_i, p_i$  — компоненты векторов  $B_k, P_k$ ;  $X_k(t, t_0, X_k^0)$  — компоненты решения  $X_k(t, t_0, X_k^0)$ , то

$$\begin{aligned} y(t) &= y_0 + (B_k + P_k)^T \int_0^t e^{A_k t} dt X_k^0 = \\ &= y_0 + (B_k + P_k)^T A_k^{-1} (e^{A_k t} - E) X_k^0. \end{aligned}$$

При этом полагаем, что  $\det A_k \neq 0$  при всех  $k = 1, \dots, n$ . Тогда условие  $y_k < y(t) < y_{k+1}$  равносильно условию

$$y_k < (B_k + P_k)^T A_k^{-1} (e^{A_k t} - E) X_k^0 < y_{k+1}, t \in [0, \tau]. \quad (7)$$

Итак, для того чтобы при  $t \in [0, \tau]$  структура не изменялась, необходимо и достаточно, чтобы вектор  $P_k$  коэффициентов управления удовлетворял условию (7). Тогда функционал примет значение

$$\begin{aligned} J_\tau(X, u) &= \int_0^\tau (X^T(\gamma) Q(\gamma) X(\gamma) + u^T R(\gamma) u) dt = \\ &= \int_0^\tau (X_k^T Q_k X_k + (P_k^T X_k)^T R^k (P_k^T X_k)) dt = \\ &= \int_0^\tau X_k^T (Q_k + P_k R_k P_k^T) X_k dt \equiv J_\tau(X, P_k). \end{aligned}$$

Заметим, что множество (7) допустимых значений  $P_k$  является открытым, поэтому можно говорить о том, что получили задачу нахождения  $\inf_{P_k} J_\tau(X, P_k)$  при ограничении (7). Заметим, что  $J_\tau(X, P_k)$  — квадратичная форма относительно  $P_k$ .

Теперь рассмотрим способ управления, при котором на интервале  $(0, \tau)$  происходит единственный переход из состояния  $S(k)$  в состояние  $S(k-1)$  или  $S(k+1)$  и, в соответствии с условием задачи, возврат в исходное состояние  $S(k)$ .

Пусть в момент времени  $t^-$  происходит переход от состояния  $S(k)$  к  $S(k-1)$ , а в момент  $t = t^+ > t^-$  — обратный переход к состоянию  $S(k)$ . Тогда функционал можно представить в виде

$$\begin{aligned} J_\tau(X, u) &= \int_0^{t^-} X_k^T (Q_k + P_k R_k P_k^T) X_k dt + \\ &+ \int_{t^-}^{t^+} \tilde{X}_{k-1}^T (Q_{k-1} + \tilde{P}_{k-1} R_{k-1} \tilde{P}_{k-1}^T) \tilde{X}_{k-1} dt + \\ &+ \int_{t^+}^\tau \bar{X}_k^T (Q_k + \bar{P}_k R_k \bar{P}_k^T) \bar{X}_k dt \equiv J_\tau(X, P_k, \tilde{P}_{k-1}, \bar{P}_k). \end{aligned}$$

При этом должны быть выполнены ограничения  $y_k < y(t) < y_{k+1}, t \in [0, t^-), y(0) = y_0, y(t^-) = y_{k-1},$

$$\begin{aligned} y_{k-1} &< y(t) < y_k, t \in [t^-, t^+), \\ y(t^- + 0) &= y_{k-1} - \varepsilon_{k-1}, y(t^+) = y_k, \end{aligned}$$

$$y_k < y(t) < y_{k+1}, t \in (t^+, \tau], y(t^+ + 0) = y_k + \varepsilon_k. \quad (8)$$

Таким образом, получаем задачу нахождения  $\inf_{P_k, \tilde{P}_k, \bar{P}_k} J_\tau(X, P_k, \tilde{P}_{k-1}, \bar{P}_k)$  при ограничениях (8). Для ответа на поставленный выше вопрос достаточно

сравнить  $\inf_{P_k} J_\tau(X, P_k)$  и  $\inf_{P_k, \tilde{P}_k, \bar{P}_k} J_\tau(X, P_k, \tilde{P}_{k-1}, \bar{P}_k)$ .

Аналогично рассматривается случай единственного перехода в состояние  $S(k+1)$  и последующего возврата в исходное состояние  $S(k)$ .

**Пример.** Рассмотрим ССИ при  $n = 2$ . Динамика задается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_1, \dot{y} = x_1 + u, \text{ если } \gamma = (1, 0);$$

$$\dot{x}_1 = x_1, \dot{x}_2 = x_2, \dot{y} = x_1 + x_2 + u, \text{ если } \gamma = (1, 1).$$

При этом  $\gamma = (1, 0)$ , если  $y < d$ ;  $\gamma = (1, 1)$ , если  $y > d$ . Будем полагать, что при попадании траектории на плоскость  $y = d$  из области  $y < d$  происходит мгновенный переход состояния  $(x_1, d)$  в состояние  $(x_1, \tilde{x}_2, d + \varepsilon_1)$ , т. е. размерность системы увеличивается; если же происходит попадание на плоскость  $y = d$  из области  $y > d$ , то состояние  $(x_1, x_2, d)$

мгновенно переходит в состояние  $(x_1, d - \varepsilon_2)$ , т. е. размерность уменьшается. Здесь  $d, \tilde{x}_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$  — заданные постоянные,  $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ . Введем функционал

$$J(X, u) = \int_0^{\tau} (X^T(\gamma)X(\gamma) + u^2)dt,$$

где  $X(\gamma) = (x_1\gamma_1, x_2\gamma_2)$ ,  $X^T(\gamma)X(\gamma) = x_1^2\gamma_1 + x_2^2\gamma_2$ ,  $u \in R$ .

**Задача.** Найти управление, переводящее структуру  $\gamma(0) = (1, 0)$  в структуру  $\gamma(\tau) = (1, 0)$  и доставляющее минимальное значение функционалу  $J(X, u)$ . При этом допустимым считаем управление  $u = p_1x_1\gamma_1 + p_2x_2\gamma_2$ , т. е.  $u = p_1x_1$ , если  $y < d$ ,  $u = p_1x_1 + p_2x_2$ , если  $y > d$ , где  $p_1, p_2$  — кусочно-постоянные функции фазовых переменных, а именно,  $p_1, p_2$  постоянны на промежутках постоянства структуры, а при изменении структуры могут изменять свои значения.

Перевод структуры из состояния  $(1, 0)$  в  $(1, 0)$  можно осуществить, сохраняя структуру  $(1, 0)$  на отрезке  $[0, \tau]$  или переходя на некоторых временных интервалах к структуре  $(1, 1)$ . Рассмотрим оба случая.

**Решение.** Итак, пусть  $\gamma(0) = (1, 0)$ ,  $x_1(0) = x_{10}$ ,  $y(0) = y_0 < d$ .

1. **Сохранение структуры.** Будем сначала строить управление  $u$  с сохранением структуры, т. е.  $\gamma(t) = (1, 0)$  при всех  $t \in [0, \tau]$ . Поскольку  $u = p_1x_1$ , то после интегрирования соответствующих уравнений получаем

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_{10}e^t, \quad y(t) = y_0 + x_{10}(1 + p_1)(e^t - 1); \\ J(X, u) &= \int_0^{\tau} (x_1^2 + u^2)dt = \int_0^{\tau} (x_{10}^2 e^{2t} + p_1^2 x_{10}^2 e^{2t})dt = \\ &= \frac{1}{2} x_{10}^2 (1 + p_1^2)(e^{2\tau} - 1) \equiv J_1. \end{aligned}$$

Очевидно,  $J_0 \equiv \min_u J(X, u) = 1/2 x_{10}^2 (e^{2T} - 1)$  при  $p_1 = 0$ . Обратимся теперь к вопросу о сохранении структуры. Поскольку  $p_1 = 0$ , то  $y(t) = y_0 + x_{10}(e^t - 1)$ . При  $x_{10} \leq 0$  получаем, что  $y(t) = y_0 + x_{10}(e^t - 1) \leq y_0 < d$  при всех  $t \in [0, \tau]$ , т. е. структура сохраняется. Если  $x_{10} > 0$ , то найдется момент времени  $t_1$  такой, что  $y(t_1) = d$ , откуда получаем  $t_1 = \ln\left(1 + \frac{d - y_0}{x_{10}}\right)$ .

Если  $t_1 < \tau$ , т. е.

$$t_1 = \ln\left(1 + \frac{d - y_0}{x_{10}}\right) < \tau, \quad (9)$$

то в момент времени  $t_1$  произойдет переход к структуре  $(1, 1)$ , что недопустимо при выбранном способе управления, сохраняющем структуру  $(1, 1)$ . Итак, при условии (9) нельзя брать  $p_1 = 0$  при всех  $t \in [0, \tau]$ . Если  $x_{10} > 0$  и выполнено (9), то надо брать  $p_1$  таким, что-

бы обеспечить ограничение  $y(t) < d$  при  $t \in [0, \tau]$ . Это значит, что  $y(t) = y_0 + x_{10}(1 + p_1)(e^t - 1) < d$ ,  $t \in [0, \tau]$ . Отсюда получаем

$$p_1 < \frac{1}{e^t - 1} \frac{d - y_0}{x_{10}} - 1, \quad t \in [0, \tau].$$

Поскольку функция  $\frac{1}{e^t - 1}$  убывает при  $t > 0$  и  $d - y_0 > 0$ , то для выполнения последнего неравенства необходимо и достаточно, чтобы

$$p_1 < p_1^* \equiv \frac{1}{e^{\tau} - 1} \frac{d - y_0}{x_{10}} - 1 < 0, \quad (10)$$

причем последнее неравенство справедливо в силу (9). Тогда  $\inf_{p_1} J_1 = J_1(p_1^*) = \frac{1}{2} x_{10}^2 (1 + p_1^{*2})(e^{2\tau} - 1)$ .

Итак, при  $x_{10} > 0$  и условии (9) задача минимизации функционала  $J(X, u)$  с сохранением структуры неразрешима, так как возникающее в этом случае ограничение (10) на  $p_1$  — открытое множество.

2. **Изменение структуры.** Рассмотрим теперь способ управления, при котором происходит одно переключение структуры с  $(1, 0)$  на  $(1, 1)$ , а затем возврат к исходной структуре  $(1, 0)$ . Поскольку изменение  $y(t)$  происходит мгновенно, то введем следующие обозначения: если  $t^*$  — момент времени, в который происходит переключение структуры, т. е.  $y(t^*) = d$ , то будем считать, что  $(t^* + 0)$  — момент начала функционирования новой структуры. По сути  $t^* = t^* + 0$ . При этом  $y(t^* + 0) = \lim_{t \rightarrow t^* + 0} y(t)$ .

Итак, полагаем, что  $\gamma(t) = (1, 0)$  при  $t \in [0, t_1] \cup [t_2 + 0, \tau]$ ,  $\gamma(t) = (1, 1)$  при  $t \in [t_1 + 0, t_2]$ . Положим  $p_1 = p_{1i}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , на промежутках  $[0, t_1]$ ,  $[t_1 + 0, t_2]$ ,  $[t_2 + 0, \tau]$  соответственно. Пусть  $p_{1i}$  — некоторые постоянные (так же, как и  $p_2$ ). Построим решения ССИ при заданных управлениях.

При  $t \in [0, t_1]$ :  $x_1(t) = x_{10}e^t$ ,  $y(t) = y_0 + x_{10}(1 + p_{11}) \times (e^t - 1)$ . При этом должны выполняться условия:  $y(t) < d$  при  $t \in [0, t_1]$ ,  $y(t_1) = d$ ,  $t_1 < \tau$ , откуда следует, что

$$\begin{aligned} y_0 + x_{10}(1 + p_{11})(e^t - 1) &< d \quad \text{при } t \in [0, t_1], \\ t_1 &= \ln\left(1 + \frac{d - y_0}{x_{10}(1 + p_{11})}\right) < \tau. \end{aligned} \quad (11)$$

При  $t \in [t_1 + 0, t_2]$ :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_{10}e^t, \quad \dot{y} = (1 + p_{12})x_1 + (1 + p_2)x_2 = \\ &= (1 + p_{12})x_{10}e^t + (1 + p_2)\tilde{x}_2 e^{t - t_1}, \end{aligned}$$

откуда, учитывая, что  $y(t_1 + 0) = d + \varepsilon_1$ , получаем

$$\begin{aligned} y(t) &= d + \varepsilon_1 + (1 + p_{12})x_{10}(e^t - e^{t_1}) + \\ &+ (1 + p_2)\tilde{x}_2(e^{t - t_1} - 1). \end{aligned}$$

При этом должны выполняться условия:  $y(t) > d$  при  $t \in [t_1 + 0, t_2)$ ,  $y(t_2) = d$ ,  $t_2 < \tau$ , откуда, учитывая (11), получаем

$$\varepsilon_1 + (1 + p_{12})x_{10}(e^t - e^{t_1}) + (1 + p_2)\tilde{x}_2(e^{t-t_1} - 1) > 0$$

при  $t \in [t_1 + 0, t_2)$ ,

$$t_1 < t_2 = t_1 + \ln\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{A}\right) < \tau, \quad (12)$$

где  $t_1$  определяется в (11),  $A = (1 + p_{12})(x_{10} + d - y_0) + (1 + p_2)\tilde{x}_2$ .

При  $t \in [t_2 + 0, \tau]$ :  $x_1(t) = x_{10}e^t$ ,  $\dot{y} = (1 + p_{13})x_1 = (1 + p_{13})x_{10}e^t$ , откуда, учитывая, что  $y(t_2 + 0) = d - \varepsilon_2$ , получаем:  $y(t) = d - \varepsilon_2 + x_{10}(e^t - e^{t_2})$ . При этом должно выполняться условие

$$y(t) < d \text{ при } t \in [t_2 + 0, \tau]. \quad (13)$$

Отсюда получаем значение функционала при втором способе управления

$$\begin{aligned} J(X, u) &= \int_0^{t_1} (x_1^2 + u^2) dt + \int_{t_1}^{t_2} (x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt + \\ &+ \int_{t_2}^{\tau} (x_1^2 + u^2) dt = \int_0^{t_1} (x_1^2 + p_{11}^2 x_1^2) dt + \int_{t_1}^{t_2} (x_1^2 + x_2^2 + \\ &+ (p_{12}x_1 + p_2x_2)^2) dt + \int_{t_2}^{\tau} (x_1^2 + p_{13}^2 x_1^2) dt = \\ &= \frac{1}{2} ((1 + p_{11}^2)x_{10}^2 (e^{2t_1} - 1) + (x_{11}^2 + \tilde{x}_2^2 + \\ &+ (p_{12}x_{11} + p_2\tilde{x}_2)^2)(e^{2(t_2-t_1)} - 1) + \\ &+ (1 + p_{13}^2)x_{12}^2 (e^{2(\tau-t_1)} - 1)) \equiv J_2, \end{aligned}$$

где  $x_{11} = x_1(t_1) = x_{10}e^{t_1}$ ,  $x_{12} = x_1(t_2) = x_{10}e^{t_2}$ .

Возникает вопрос: можно ли обеспечить  $\inf J_2 < \inf J_1$  при некоторых значениях параметров и управлений?

**А.** Пусть  $x_{10} \leq 0$  или  $x_{10} > 0$  и  $\ln\left(1 + \frac{d-y_0}{x_{10}}\right) \geq \tau$ .

Тогда для того чтобы  $J_1$  принял наименьшее значение, надо положить  $p_1 = 0$ , и функционал  $J_1$  примет значение  $\frac{1}{2} x_{10}^2 (e^{2\tau} - 1) \equiv J_0$ . Неравенство  $J_2 < J_0$  при этом равносильно неравенству

$$\begin{aligned} &x_{10}^2 (1 + p_{11}^2)(e^{2t_1} - 1) + (x_{11}^2 + \tilde{x}_2^2 + \\ &+ (p_{12}x_{11} + p_2\tilde{x}_2)^2)(e^{2(t_2-t_1)} - 1) + \\ &+ x_{12}^2 (1 + p_{13}^2)(e^{2(\tau-t_2)} - 1) < x_{10}^2 (e^{2\tau} - 1). \end{aligned}$$

Найдем постоянные  $p_{1i}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $p_2$ , при которых левая часть минимальна без учета ограничений на соответствующих временных промежутках. Очевидно, если положить  $p_{1i} = 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $p_2 = 0$ , то левая часть последнего неравенства будет минимальна и равна

$$\begin{aligned} &x_{10}^2 (e^{2t_1} - 1) + (x_{11}^2 + \tilde{x}_2^2)(e^{2(t_2-t_1)} - 1) + \\ &+ x_{12}^2 (e^{2(\tau-t_2)} - 1) > x_{10}^2 (e^{2t_1} - 1) + \\ &+ x_{10}^2 e^{2t_1} (e^{2(t_2-t_1)} - 1) + x_{10}^2 e^{2t_2} (e^{2(\tau-t_2)} - 1) = \\ &= x_{10}^2 (e^{2t_1} - 1 + e^{2t_2} - e^{2t_1} + e^{2\tau} - e^{2t_2}) = \\ &= x_{10}^2 (e^{2\tau} - 1). \end{aligned}$$

Таким образом, если  $\tilde{x}_2 \neq 0$ , то  $\min J_2 > \min J_1$ .

Если  $\tilde{x}_2 = 0$ , то для достижения минимума для обоих случаев надо взять  $p_1 = 0$ , откуда получаем  $\min J_2 = \min J_1$ .

**В.** Пусть  $x_{10} > 0$  и  $\ln\left(1 + \frac{d-y_0}{x_{10}}\right) < \tau$ , т. е. при первом способе управления, т. е. без изменения структуры, нельзя полагать  $p_1 = 0$  при всех  $t \in [0, \tau]$ . Выше показано, что тогда  $\inf_{p_1} J_1 = J_1(p_1^*) = \frac{1}{2} x_{10}^2 (1 + p_1^{*2}) \times (e^{2\tau} - 1)$ , где  $p_1^*$  определяется условием (10). Выясним, можно ли в случае изменения структуры найти управление, при котором значение функционала меньше, чем  $\inf_{p_1} J_1$ . Для ответа на этот вопрос положим  $p_1 = 0$  при всех  $t \in [0, \tau]$  и найдем  $p_2$ . При предложенных значениях  $p_i$ ,  $i = 1, 2$ , ограничение (11) выполняется, а (12), (13), соответственно, примут вид

$$x_{10}e^t A > (A - \varepsilon_1)B, \quad A < 0, \quad t \in [t_1, t_2), \quad (14)$$

$$B\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{A}\right) < x_{10}e^\tau, \quad (15)$$

$$x_{10}e^\tau < \varepsilon_2 + B e^{1-\varepsilon_1/A}, \quad (16)$$

где  $A = B + (1 + p_2)\tilde{x}_2$ ,  $B = x_{10} + d - y_0$ . Нетрудно показать совместность этих ограничений. При этом (16) всегда выполнено, если  $A < 0$ . Тогда при  $A < 0$  из (15), (16) получаем

$$C < 1 - \frac{\varepsilon_1}{A} < \frac{x_{10}e^\tau}{B},$$

где  $C = \max\left(1, \ln \frac{x_{10} e^\tau - \varepsilon_2}{B}\right)$ . После несложных преобразований получаем условия, которым должен удовлетворять коэффициент  $p_2$ :

$$\frac{\varepsilon_1}{1-C} - B - \tilde{x}_2 < p_2 \tilde{x}_2 < \frac{B\varepsilon_1}{B-x_{10}e^\tau} - B - \tilde{x}_2 < 0,$$

$$\text{если } \ln \frac{x_{10}e^\tau - \varepsilon_2}{B} \geq 1;$$

$$p_2 \tilde{x}_2 < \frac{B\varepsilon_1}{B-x_{10}e^\tau} - B - \tilde{x}_2 < 0, \text{ если } \ln \frac{x_{10}e^\tau - \varepsilon_2}{B} < 1.$$

Отсюда следует, что

$$\inf |p_2 \tilde{x}_2| = \left| \frac{B\varepsilon_1}{B-x_{10}e^\tau} - B - \tilde{x}_2 \right|. \quad (17)$$

При построенном управлении значение функционала можно представить в виде

$$J(X, u) = \int_0^\tau x_1^2 dt + \int_{t_1}^{t_2} (1 + p_2^2) x_2^2 dt,$$

а поскольку при управлении без изменения структуры

$$\inf_{p_1} J(X, u) = \int_0^\tau (1 + p_1^{*2}) x_1^2 dt,$$

то достаточно сравнить  $\int_{t_1}^{t_2} (1 + p_2^2) x_2^2 dt \equiv F(p_2)$

и  $\int_0^\tau p_1^{*2} x_1^2 dt \equiv G(p_1^*)$ . Покажем, что неравенство

$\inf_{p_2} F(p_2) < G(p_1^*) = \inf_{p_1} \int_0^\tau p_1^2 x_1^2 dt$  можно обеспечить

при некоторых условиях. Поскольку  $F(p_2) = (1 + p_2^2) \tilde{x}_2^2 (e^{2(t_2-t_1)} - 1)$ , то из (17) следует, что

$$\begin{aligned} \inf_{p_2} F(p_2) &= \\ &= \left( \tilde{x}_2^2 + \left( \frac{B\varepsilon_1}{B-x_{10}e^\tau} - B - \tilde{x}_2 \right)^2 \right) (e^{2(t_2-t_1)} - 1). \end{aligned}$$

Тогда неравенство  $\inf_{p_2} F(p_2) < G(p_1^*)$  равносильно следующему:

$$\begin{aligned} \left( \tilde{x}_2^2 + \left( \frac{B\varepsilon_1}{B-x_{10}e^\tau} - B - \tilde{x}_2 \right)^2 \right) (e^{2(t_2-t_1)} - 1) < \\ < \left( \frac{1}{e^\tau - 1} \frac{d-y_0}{x_{10}} - 1 \right)^2 (e^{2\tau} - 1). \end{aligned}$$

Поскольку  $e^{2(t_2-t_1)} - 1 < e^{2\tau} - 1$ , то последнее неравенство выполняется, если

$$\tilde{x}_2^2 + \left( \frac{B\varepsilon_1}{B-x_{10}e^\tau} - B - \tilde{x}_2 \right)^2 < \left( \frac{1}{e^\tau - 1} \frac{d-y_0}{x_{10}} - 1 \right)^2. \quad (18)$$

Неравенство (18) выполняется, например, при достаточно малых  $x_{10}$ . При этом должны выполняться условия

$$x_{10} > 0, \quad 1 + \frac{d-y_0}{x_{10}} < e^\tau, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} A &= x_{10} + d - y_0 + (1 + p_2) \tilde{x}_2 = \\ &= B + B \left( \frac{\varepsilon_1}{B-x_{10}e^\tau} - 1 \right) = \frac{B\varepsilon_1}{B-x_{10}e^\tau} < 0. \quad (20) \end{aligned}$$

Последнее неравенство получено с учетом (17). Оно выполнено, если  $B - x_{10}e^\tau < 0$ , что верно в силу (19). Таким образом, если выполнены условия (18)–(20), то  $\inf_{p_2} F(p_2) < G(p_1^*)$ . Это значит, что

способ управления с изменением структуры позволяет получить меньшее значение функционала, чем оптимальное его значение при управлении без изменения структуры.

### Краткие выводы

Проблема исследования динамических систем управления со структурными изменениями приводит к необходимости поиска новых методов математического моделирования. Предложен подход, основанный на моделировании и анализе динамики структуры системы. Показано, что изменение структуры может повысить эффективность системы в смысле квадратичного функционала качества.

### Список литературы

1. **Traverini L.** Differential Automata and Their Discrete Simulators // *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*. 1987. V. 11. N 6. P. 665–683.
2. **Branicky M. S., Borkar V. S., Mitter S. K.** A Unified Framework for Hybrid Control: Model and Optimal Control Theory // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1998. V. 43. N 4. P. 475–482.
3. **Nerode A., Kohn W.** Models for Hybrid Systems: Automata, Topologies, Controllability, Observability // *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer. 1993. N 736. P. 317–356.
4. **Brockett R. W.** Hybrid models for motion control systems // *Essays in control*. H. L. Trentelman and J. C. Willems, eds. Boston: Birkhauser, 1993. P. 29–53.
5. **Охтилев М. Ю., Соколов Б. В., Юсупов Р. М.** Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных динамических объектов. М.: Наука, 2006. 410 с.
6. **Кириллов А. Н.** Управление многостадийными технологическими процессами // *Вестник СПбГУ. Сер. 10*. 2006. Вып. 4. С. 127–131.
7. **Кириллов А. Н.** Динамические системы с переменной структурой и размерностью // *Известия вузов. Сер. Приборостроение*. 2009. Т. 52. № 3. С. 23–28.
8. **Кириллов А. Н.** Метод динамической декомпозиции в моделировании систем со структурными изменениями // *Информационно-управляющие системы*. 2009. № 1. С. 20–24.
9. **Куржанский А. Б., Точилин П. А.** Слабо инвариантные множества гибридных систем // *Дифференциальные уравнения*. 2008. Т. 44. № 11. С. 1523–1533.

**С. В. Арановский**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,  
Санкт-Петербургский государственный  
технический университет информационных  
технологий, механики и оптики,

**И. Б. Фуртат**, канд. техн. наук, доц.,  
cainenash@mail.ru,

Астраханский государственный  
технический университет

## **Робастное управление безредукторным прецизионным электроприводом оси оптического телескопа с компенсацией возмущений\***

*Рассмотрено робастное управление безредукторным прецизионным электроприводом оси оптического телескопа, математическая модель которого представлена параметрически и сигнально неопределенным линейным дифференциальным уравнением. Задача решена при измерении только выхода объекта — углового перемещения оси. Цель управления состоит в разработке алгоритма, компенсирующего с необходимой точностью неопределенности, действующие на данный объект. Приведены результаты моделирования и эксперимента.*

**Ключевые слова:** безредукторный прецизионный электропривод оси оптического телескопа, робастное управление, компенсация возмущений

### **Введение**

Управление неопределенными объектами, подверженными действию неконтролируемых возмущений, является важной частью в теории управления. Примером такого объекта является безредукторный прецизионный электропривод оси оптического телескопа, который находит применение при решении широкого круга задач, включая, например, системы лазерной дальнометрии. Следует отметить, что к таким электроприводам предъявляются высокие требования точности: среднеквадратические ошибки слежения за эталонной траекторией — единицы угловых секунд при скорости движения до нескольких градусов в секунду. Данные объекты широко распространены по всему миру. В России они используются в локационных станциях Российской лазерной сети, включающей в себя станции Московской области, Щелково, Комсомольскена-Амуре, Карачаево-Черкессии [1]. В перспективе планируется использование подобных прецизионных электроприводов на Алтае в Российском оптико-лазерном центре. На рис. 1, а, б представлены изображения оптического телескопа, который ис-

\* Работа выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009—2013 гг. (гос. контракт № 16.740.11.0666 и исследования, выполняемые в РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина).

пользуется в качестве лазерного дальнометра, а на рис. 1, в — различные варианты исполнения квантово-оптических систем на базе малогабаритного опорно-поворотного устройства. Эти изделия разрабатываются и изготавливаются ОАО "Научно-производственная корпорация "Системы прецизионного приборостроения" (Москва) [2] и не уступают зарубежным аналогам. Для получения высокого качества в таких системах требуется уделять большое внимание обеспечению точностных характеристик следящих электроприводов осей.

Рассматриваемый в данной статье электропривод применяется не только в системах лазерной дальнометрии, но и в квантово-оптических системах другого назначения (например, видеотеодолит). Эти системы различаются размещенными на опорно-поворотном устройстве функциональными модулями (камера, излучатель и т. п.), их массами и габаритными размерами. Соответственно, различаются и параметры математических моделей таких систем.

В настоящее время для управления такими объектами наиболее распространено либо модальное управление, либо построение многоконтурной системы подчиненного управления. Для расчета регуляторов на базе этих подходов используются предварительные (проектные) параметры модели. Однако нередко встречается ситуация, когда на изготовленном оборудовании отмечается существенное отличие реальных параметров от проектных величин, при этом точные фактические значения могут быть неизвестны. В этом случае система управления, построенная на предварительных расчетах, оказывается непригодна к эксплуатации и требуется в сжатые сроки в условиях подготовки телескопа к штатной эксплуатации провести переработку системы управления, включая идентификацию реальных значений параметров.

Альтернативными подходами для управления неопределенными объектами является использование адаптивных и робастных алгоритмов, где на сегодняшний день предложено уже достаточно большое число решений [3]. Однако основная часть из них сложна как при технической реализации, так и при расчете настраиваемых параметров. Поэтому возникает желание разработать простой регулятор, который смог бы компенсировать неопределенности, действующие на объект управления, и обеспечить желаемую точность.

В статье рассматривается задача управления безредукторным прецизионным электроприводом, математическая модель которого подвержена действию параметрических и сигнальных неопределенностей. Задача решена с использованием метода вспомогательного контура, предложенного в [4] и обобщенного на класс структурно неопределенных объектов в [5].

Разработанный алгоритм прост как в реализации, так и в расчете настраиваемых параметров и позволяет компенсировать неопределенности, дей-

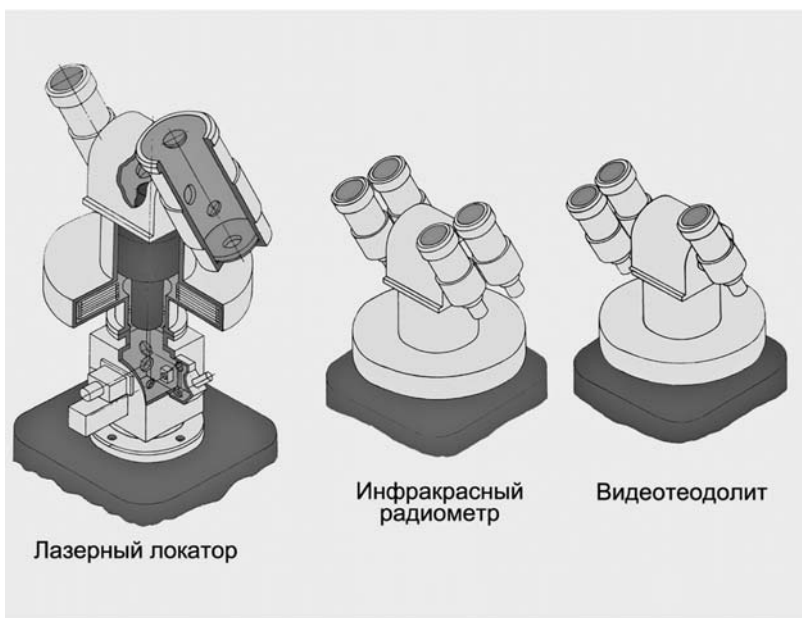




а)



б)



в)

Рис. 1. Лазерный дальномер на базе оптического телескопа (а, б) и различные варианты исполнения квантово-оптических систем на базе малогабаритного опорно-поворотного устройства (в)

ствующие на объект, с заданной точностью. Для иллюстрации работоспособности алгоритма приводятся результаты компьютерного моделирования и эксперимента.

### Модель объекта управления

При описании модели безредукторного электропривода оси оптического телескопа воспользуемся упрощающим предположением об абсолютной жесткости механической нагрузки. Разумеется, реальная нагрузка электрической машины является нежесткой структурой с набором гибких связей и обладает набором собственных резонансных частот (для ряда образцов в диапазоне до 500 Гц можно выделить 18 частот собственных резонансов). Однако наименьшая из этих частот лежит в диапазоне 70...80 Гц, что существенно превосходит полосу пропускания замкнутой системы и позволяет использовать абсолютно жесткую одномассовую модель.

Энергетическая подсистема привода содержит трехфазную синхронную электрическую машину с активным ротором, числом пар полюсов  $p_p$  и транзисторный инвертер, формирующий симметричную трехфазную систему напряжений на обмотках двигателя с использованием датчика положения ротора. Протекающие процессы можно описать следующей системой уравнений [6, 7]:

$$\begin{cases} Ri_a(t) + Lp(2i_a(t) - i_b(t) - i_c(t)) - \\ - C_e \omega(t) \cos(p_p \alpha(t) - \pi/3) = u_a(t); \\ Ri_b(t) + Lp(2i_b(t) - i_a(t) - i_c(t)) - \\ - C_e \omega(t) \cos(p_p \alpha(t) + \pi/3) = u_b(t); \\ Ri_c(t) + Lp(2i_c(t) - i_a(t) - i_b(t)) - \\ - C_e \omega(t) \cos(p_p \alpha(t) + \pi) = u_c(t); \\ \omega(t) = p\alpha(t); \\ Jp\omega(t) = M(t) - M_c(t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $R, L$  — активное сопротивление и индуктивность фазной обмотки двигателя;  $C_e$  — конструктивная постоянная по ЭДС вращения;  $\omega(t), \alpha(t)$  — угловая скорость и угол поворота ротора (и закрепленной на нем механической нагрузки);  $J$  — момент инерции нагрузки;  $M_c(t)$  — момент сопротивления вращению,  $p = d/dt$  — оператор дифференцирования;  $u_a(t), u_b(t), u_c(t)$  — синусоидальные напряжения, формируемые

инвертором и образующие симметричную трехфазную систему с амплитудой  $U_m$ :

$$u_a(t) = U_m \cos\left(p_p \alpha(t) - \frac{\pi}{3}\right),$$

$$u_b(t) = U_m \cos\left(p_p \alpha(t) + \frac{\pi}{3}\right),$$

$$u_c(t) = U_m \cos(p_p \alpha(t) + \pi);$$

$i_a(t), i_b(t), i_c(t)$  — синусоидальные токи в фазных обмотках, формирующие электромагнитный момент двигателя в соответствии с уравнением

$$M(t) = C_M [i_a(t) \cos(p_p \alpha(t) - \pi/3) + i_b(t) \cos(p_p \alpha(t) + \pi/3) + i_c(t) \cos(p_p \alpha(t) + \pi)],$$

где  $C_M$  — моментная постоянная двигателя.

Известно [7], что представленной системе уравнений можно поставить в соответствие следующую обобщенную математическую модель:

$$\begin{cases} C_e \omega_0(t) = K_{\text{ШИП}} u_y(t); \\ (T_e p + 1)M(t) = \beta(\omega_0(t) - \omega(t)); \\ Jp\omega(t) = M(t) - M_c(t); \\ p\alpha(t) = \omega(t), \end{cases} \quad (2)$$

где  $\beta$  — жесткость линеаризованной механической характеристики;  $T_e$  — электрическая постоянная времени фазной обмотки двигателя;  $K_{\text{ШИП}}$  — статический коэффициент передачи усилительно-преобразовательного устройства с широтно-импульсным (ШИП) регулированием выходного напряжения в линейной зоне его регулировочной характеристики;  $u_y(t)$  — управляющий сигнал;  $\omega_0(t)$  — обобщенный управляющий сигнал, имеющий размерность скорости холостого хода. Управляющий сигнал  $u_y(t)$  является безразмерной величиной, соответствующей отношению напряжения, приложенного к объекту, к напряжению источника. Соответственно, естественным ограничением на значение этого сигнала является область  $[0, 1]$ .

Для обозначения различных знаков приложенного напряжения будем рассматривать задающий сигнал в диапазоне  $[-1, 1]$ .

На основе представленной системы уравнений (2) можно записать модель безредукторного прецизионного электропривода оси оптического телескопа, связывающую выходной сигнал системы (угол поворота) с управляющим сигналом (без учета момента сопротивления) в виде

$$p(p^2 + a_1 p + a_0)\alpha(t) = b_0 u_y(t). \quad (3)$$

Анализируя систему (2), можно отметить, что момент сопротивления вращению можно перенести к точке приложения обобщенного управляющего сигнала путем домножения на  $\beta^{-1}(T_e p + 1)$ . Так как протекающие в системе электрические процессы существенно быстрее механических ( $T_e$  относительно мало (единицы миллисекунд)), а при отсутствии реверса скорости момент сопротивления

движению изменяется гладко и не имеет разрывов, то для основного режима функционирования системы (слежение за задающей траекторией со знакопостоянной скоростью) можно ввести приложенное ко входу системы возмущение  $f(t)$ , отражающее влияние момента сопротивления вращению. Тогда уравнение (3) можно записать в виде

$$p(p^2 + a_1 p + a_0)\alpha(t) = b_0(u_y(t) + f(t)). \quad (4)$$

### Постановка задачи управления

Перепишем модель безредукторного прецизионного электропривода оси оптического телескопа (4) в виде

$$Q(p)\alpha(t) = b_0(u_y(t) + f(t)), \quad (5)$$

где  $Q(p) = p(p^2 + a_1 p + a_0)$ . При решении задачи на объект управления накладываются следующие ограничения.

*Предположения:*

1. Коэффициенты оператора  $Q(p)$  и число  $b_0$  зависят от некоторого вектора неизвестных параметров  $\vartheta \in \Xi$ , где  $\Xi$  — известное множество.

2. Внешнее возмущение  $f(t)$  — ограниченная функция.

Требуется спроектировать систему слежения угла поворота ротора  $\alpha(t)$  за эталонным сигналом  $\alpha_m(t)$  в условиях неопределенности параметров и внешних возмущений модели (1), чтобы было выполнено целевое условие

$$|\alpha(t) - \alpha_m(t)| < \delta \text{ при } t > T. \quad (6)$$

Здесь  $\delta > 0$ ;  $T$  — время, по истечении которого с начала работы системы должно выполняться неравенство (6) для  $\forall \vartheta \in \Xi$ ;  $\alpha_m(t)$  — гладкая ограниченная функция.

### Метод решения

Разложим оператор  $Q(p)$  на составляющие [5]:

$$Q(p) = Q_0(p) + \Delta Q(p). \quad (7)$$

Здесь  $Q_0(p)$  — произвольный линейный дифференциальный оператор третьего порядка, причем полином  $Q_0(\lambda)$  — гурвицев;  $\lambda$  — комплексная переменная в преобразовании Лапласа;  $\Delta Q(p)$  — остаток разложения;  $\deg \Delta Q(p) = 2$ .

Принимая во внимание модель (5) и разложение (7), сформируем ошибку слежения  $e(t) = \alpha(t) - \alpha_m(t)$  в виде

$$Q_0(p)e(t) = b_0 u_y(t) + \varphi(t), \quad (8)$$

где  $\varphi(t) = b_0 f(t) - \Delta Q(p)\alpha(t) - Q_0(p)\alpha_m(t)$  — функция возмущения, содержащая в себе параметрические и сигнальные неопределенности модели (5).

Следуя [4], введем вспомогательный контур

$$Q_0(p)\tilde{e}(t) = \chi u_y(t), \quad (9)$$

где  $\chi > 0$ . Составим уравнение рассогласования  $\zeta(t) = e(t) - \tilde{e}(t)$ :

$$Q_0(p)\zeta(t) = \phi(t).$$

Здесь  $\phi(t) = (b_0 - \chi)u_y(t) + \varphi(t)$  — новая функция возмущения. Сформируем сигнал управления в виде

$$u_y(t) = -\chi^{-1}Q_0(p)\tilde{\zeta}(t), \quad (10)$$

где  $\tilde{\zeta}(t)$  — оценка сигнала  $\zeta(t)$ , полученная с помощью наблюдателя [8]:

$$\dot{\xi}(t) = G_0\xi(t) + D_0(\tilde{\zeta}(t) - \zeta(t)), \quad \tilde{\zeta}(t) = L\xi(t). \quad (11)$$

В уравнениях (11):  $\xi(t) \in R^3$ ,  $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,

$D_0 = -[d_1\mu^{-1}, d_2\mu^{-2}, d_3\mu^{-3}]^T$ , причем  $d_1, d_2, d_3$  выбираются из условия гурвицевости матрицы  $G = G_0 - DL$ ;  $D = [d_1, d_2, d_3]^T$ ;  $\mu > 0$  — достаточно малая величина;  $L = [1 \ 0 \ 0]$ .

Для оценки точности наблюдения введем в рассмотрение вектор отклонений  $\bar{\eta}(t) = \Gamma^{-1}(\xi(t) - \theta(t))$ , где  $\Gamma = \text{diag}\{\mu^2, \mu, 1\}$ ,  $\theta(t) = [\zeta(t), \dot{\zeta}(t), \dots, \ddot{\zeta}(t)]^T$ . Продифференцировав  $\bar{\eta}(t)$  по времени с учетом уравнения (11), получим:  $\dot{\bar{\eta}}(t) = \mu^{-1}G\bar{\eta}(t) + \bar{b}\zeta^{(4)}(t)$ ,  $\bar{\Delta}(t) = \mu^2L\bar{\eta}(t)$ ,  $\bar{b} = [0 \ 0 \ 1]^T$ . Преобразуем предпоследние уравнения в эквивалентные относительно выхода  $\bar{\Delta}(t)$ :

$$\dot{\eta}(t) = \mu^{-1}G\eta(t) + b\dot{\zeta}(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^2L\eta(t). \quad (12)$$

Здесь  $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$ ,  $b = [1 \ 0 \ 0]^T$ . Последние два уравнения эквивалентны относительно переменных  $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$  ввиду того, что являются различными формами записи одного уравнения  $(p^3 + d_1\mu^{-1}p^2 + d_2\mu^{-2}p + d_3\mu^{-3})\bar{\eta}_1(t) = p^3\zeta(t)$ . Принимая во внимание (10) и (12), преобразуем уравнение ошибки слежения (8) к виду

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m\varepsilon(t) + \mu^2\bar{b}g^T\Delta(t), \quad e(t) = L\varepsilon(t),$$

где  $\varepsilon(t) \in R^3$ ,  $A_m \in R^{3 \times 3}$  — матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом  $Q_0(\lambda)$ ,  $\Delta(t) = [\eta_1(t), \dot{\eta}_1(t), \ddot{\eta}_1(t), \ddot{\eta}_1(t)]^T$ ,  $g$  — вектор, составленный из коэффициентов полинома  $Q_0(\lambda)$ .

**Утверждение.** Пусть выполнены условия предположений 1 и 2. Тогда существуют числа  $T > 0$  и  $\mu_0 > 0$  такие, что при  $\mu \leq \mu_0$  система управления (9)–(11) обеспечивает выполнение целевого условия (6) для объектов класса (5) при  $t \geq T$  для  $\forall \vartheta \in \Xi$ .

Доказательство утверждения аналогично доказательствам в [4, 5], поэтому здесь не приводится.

Отметим, что значение  $\delta$  в целевом условии (6) зависит от параметров объекта (5) и параметров системы управления (9)–(11) [4, 5].

### Примеры моделирования

Рассмотрим безредукторный прецизионный электропривод оси оптического телескопа, динамические процессы в котором описываются уравнением (5), записанном в виде

$$p(p + q_1)(p + q_2)\alpha(t) = b_0(u_y(t) + f(t)). \quad (13)$$

На основании экспертных знаний и опыта разработки систем управления малогабаритными опорно-поворотными устройствами телескопов зададим класс неопределенности  $\Xi$  в виде неравенств:  $q_1 \in [-0,8; -5]$ ,  $q_2 \in [-150; -1000]$ . Коэффициент усиления объекта задается в диапазоне [50; 200], что приводит к диапазону значений  $b_0 \in [5250; 10^6]$ .

Эталонный сигнал определим уравнением

$$\alpha_m(t) = \begin{cases} at^2, & t < 1, \\ at, & t \geq 1. \end{cases} \quad (14)$$

Такой сигнал соответствует разгону с постоянным ускорением в течение секунды и последующему движению с постоянной набранной скоростью. Примем  $a = 1$ .

Сформируем систему управления, состоящую из

- вспомогательного контура (9):

$$Q_0(p)\tilde{e}(t) = \chi u_y(t), \quad (15)$$

где  $Q_0(p) = (p + 1000)(p + 10)^2$  и  $\chi = 551250$ ;

- наблюдателя (11):

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= -\xi_2(t) - d_1\mu^{-1}(\xi_1(t) - \zeta(t)); \\ \dot{\xi}_2(t) &= -\xi_3(t) - d_2\mu^{-1}(\xi_2(t) - \zeta(t)); \\ \dot{\xi}_3(t) &= -d_3\mu^{-2}(\xi_3(t) - \zeta(t)), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $D = [d_1, d_2, d_3]^T = [15, 75, 125]^T$ ,  $\mu = 1/110$ ;

- закона управления (10):

$$u_y(t) = 551250^{-1}[\dot{\xi}_3(t) + 1020\xi_3(t) + 20100\xi_2(t) + 100000\xi_1(t)]. \quad (17)$$

Ограничения на сигнал управления  $|u_y(t)| \leq 1$ . На рис. 2 представлены результаты моделирования

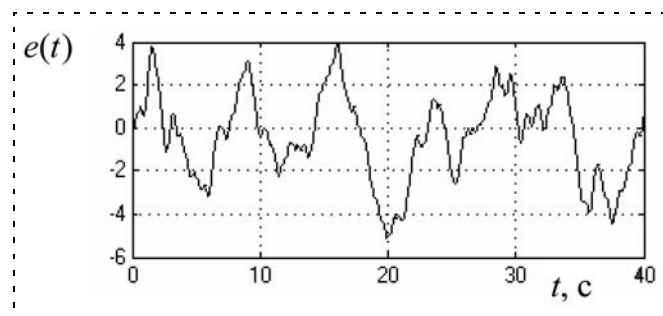


Рис. 2. Результат моделирования по  $e(t)$

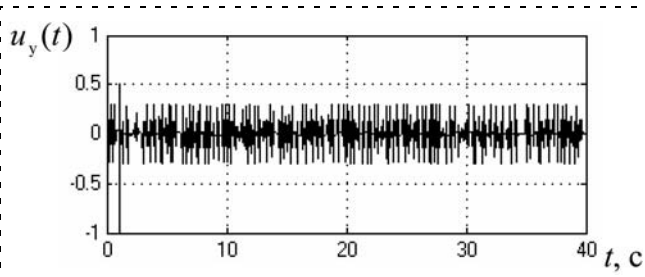


Рис. 3. Переходные процессы по управляющему воздействию  $u_y(t)$

по ошибке слежения  $e(t)$  (угловые секунды), на рис. 3 — по управляющему воздействию  $u_y(t)$  при следующих параметрах в (13):

$$q_1 = 490, q_2 = 0,8, b_0 = 47040,$$

$$f(t) = \begin{cases} f_{wn}(t) + 0,1 \sin t + P(t), & \text{если } |f(t)| < 0,15; \\ 0,15, & \text{если } |f(t)| \geq 0,15, \end{cases}$$

где  $f_{wn}(t)$  — белый шум,  $P(t)$  — генератор импульсов с амплитудой 0,1, периодом 1 с и длительностью импульса 0,5 с.

### Результаты эксперимента

Для проведения экспериментальных исследований используется привод, обеспечивающий прецизионное движение и наведение оси квантово-оптической системы лазерной дальнометрии. В системе используются измерения только выходного сигнала — угла положения ротора, причем в качестве датчика угла используется оптический энкодер, дающий 23600 отсчетов на оборот. Также в системе установлено устройство интерполяции с коэффициентом 1000, что позволяет получить 23600000 отсчетов на оборот (одному отсчету соответствует примерно 0,055"). Управление двигателем осуществляется с использованием широтно-импульсной модуляции с частотой 10 кГц. Система управления верхнего уровня оперирует в реальном времени и обменивается информацией с микроконтроллером привода с частотой 1 кГц, при этом считывая показания датчика угла и передавая управляющий сигнал.

Определим эталонный сигнал выражением (14). Система управления состоит из вспомогательного контура (15), наблюдателя (16) и закона управления (17). Для проверки робастности системы к вариациям параметров будем рассматривать объект при различных углах наклона оси угла места. Изменение угла наклона приводит к заметному изменению момента инерции системы и, соответственно, ее динамики, однако при проведении эксперимента параметры регулятора пересчитываться не будут.

Результаты эксперимента по ошибке  $e(t)$  (угловые секунды) представлены на рис. 4—7 при следующих углах наклона  $\eta$  оси угла места

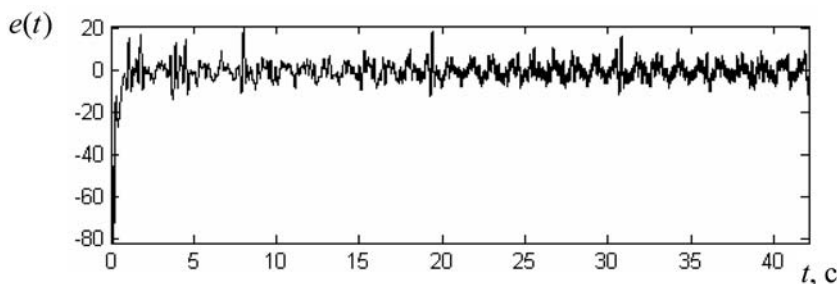


Рис. 4. Результат эксперимента по  $e(t)$  при  $\eta = 90^\circ$  и  $a = 3$

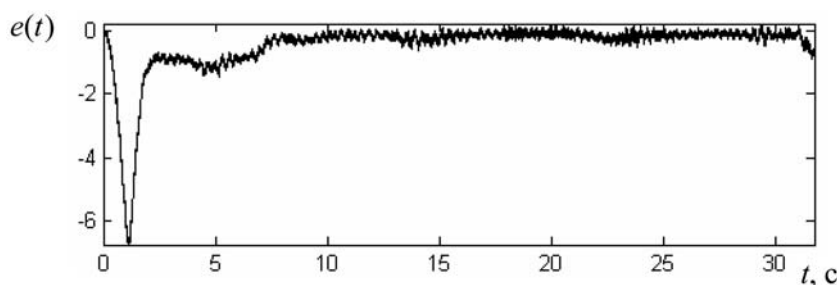


Рис. 5. Результат эксперимента по  $e(t)$  при  $\eta = 90^\circ$  и  $a = 1/240$

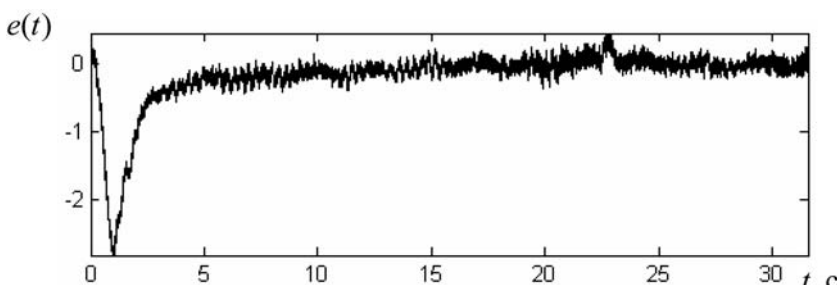


Рис. 6. Результат эксперимента по  $e(t)$  при  $\eta = 0^\circ$  и  $a = 1/240$

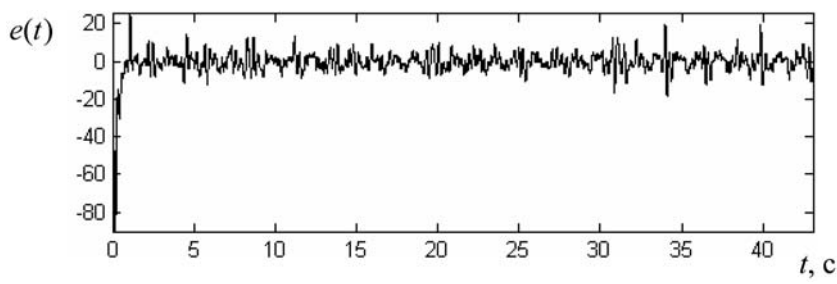


Рис. 7. Результат эксперимента по  $e(t)$  при  $\eta = 0^\circ$  и  $a = 3$

квантово-оптической системы и коэффициенте  $a$  в (14): на рис. 4 — при  $\eta = 90^\circ$  и  $a = 3$ ; на рис. 5 — при  $\eta = 90^\circ$  и  $a = 1/240$  (данная величина соответствует "звездной" скорости (один оборот в сутки) и является типовой для проверки плавности хода приводов телескопа, а также отсутствия шагающих режимов); на рис. 6 — при  $\eta = 0^\circ$  и  $a = 1/240$ ; на рис. 7 — при  $\eta = 0^\circ$  и  $a = 3$ .

Численное моделирование и эксперимент показали, что предложенная система управления компенсирует параметрические и сигнальные неопределенности модели (1), а также обеспечивает выполнение целевого условия (6) с необходимой точностью. При этом обеспечивается плавность хода на инфранизких скоростях. Следует отметить, что основным ограничением на ошибку слежения является частота выработки управляющего сигнала — 1 кГц, которая затрудняет компенсацию высокочастотных составляющих ошибки. Так же негативно на точности обработки заданной траектории сказывается принятое на этапе построения модели объекта предположение об абсолютно жесткой нагрузке. Очевидно, что реальное оборудование является нежестким и обладает собственным резонансом. Так как при построении регулятора этот факт не учитывался, то попытка усилить требования к точности слежения приводит к уменьшению коэффициента  $\chi$ , что может привести к возбуждению механической подсистемы на частоте собственного резонанса. Возможности системы регулирования по подавлению возникших колебаний ограничиваются возможностями энергетической подсистемы привода. Одним из способов повысить точность слежения, не вызывая возбуждения системы, является введение в прямую связь режекторного фильтра, настроенного на частоту резонанса. Однако вопрос о выборе такого фильтра лежит за пределами настоящей работы и может служить предметом дальнейших исследований.

## Заключение

Предложен алгоритм робастного управления безредукторным прецизионным электроприводом оси оптического телескопа, математическая модель которого определена параметрически и сигнально неопределенным линейным дифференциальным уравнением. На базе подхода [4], обобщенного на класс структурно неопределенных объектов в [5], получен алгоритм, компенсирующий неопределенности в объекте управления. Моделирование показало хорошие показатели качества для всего класса неопределенностей объекта при использовании одного регулятора. Результаты эксперимента подтвердили результаты аналитических выводов и моделирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев В. Н., Томасов В. С., Шаргородский В. Д., Садовников М. А. Состояние и перспективы развития прецизионных электроприводов комплексов высокоточных наблюдений // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. № 6. С. 5—12.
2. Открытое акционерное общество "Научно-производственная корпорация "Системы прецизионного приборостроения" (ОАО "НПК "СПП"): URL: <http://www.npk-spp.ru/>
3. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
4. Цыкунов А. М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // АИТ. 2007. № 7. С. 103—115.
5. Фуртат И. Б., Цыкунов А. М. Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 2—7.
6. Толмачев В. А. Синтез следящего электропривода оси опорно-поворотного устройства // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. № 6. С. 68—72.
7. Аракелян А. К., Афанасьев А. А. Вентильные электрические машины. М.: Энергоатомиздат, 1997. 497 с.
8. Atassi A. N., Khalil H. K. A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1999. V. 44. N 9. P. 1672—1687.

## ИНФОРМАЦИЯ



С 30 января по 2 февраля 2012 г.  
в Институте проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН состоится  
**IX Международная конференция**  
**«Идентификация систем и задачи управления»**  
**(SICPRO'12)**

**Организаторы:** Институт проблем управления имени В. А. Трапезникова РАН,  
Российский Национальный Комитет по автоматическому управлению,  
Отделение энергетики, машиностроения, механики и процессов управления Российской академией наук.

**Председатель конференции** — академик РАН С. Н. Васильев

### ТЕМАТИКА КОНФЕРЕНЦИИ

- ◆ Структурная идентификация
- ◆ Параметрическая идентификация
- ◆ Непараметрическая идентификация
- ◆ Интеллектуальные методы идентификации
- ◆ Обработка сигналов
- ◆ Стохастические системы
- ◆ Адаптивные и робастные системы
- ◆ Методы оптимизации
- ◆ Приложения методов идентификации

**Контакты** Электронный адрес Оргкомитета — [pos@sicpro.org](mailto:pos@sicpro.org)  
Контактное лицо — Кирилл Романович Чернышев

# ИССЛЕДОВАНИЯ И РАЗРАБОТКИ В ОБЛАСТИ АВТОМАТИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ФАКУЛЬТЕТА ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ И ПРИБОРОСТРОЕНИЯ САРАТОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

УДК 004.3

**А. Г. Александров,**

д-р. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.,  
mfs@sstu.ru,

Институт проблем управления  
им. В. А. Трапезникова РАН,

**Л. С. Михайлова,** канд. техн. наук, зав. кафедрой,  
michailovaluba@mail.ru,

Электростальский политехнический институт  
МИСиС (ТУ),

**М. Ф. Степанов,** д-р, техн. наук, проф.,

**Т. М. Брагин,** аспирант,

**А. М. Степанов,** аспирант,  
ripkilobyte@mail.ru,

Саратовский государственный  
технический университет

## О развитии концепции автоматического решения задач теории управления в системе ГАММА-3

*На основе анализа задач, решаемых проектировщиками систем управления, предлагается подход к построению средств автоматического решения задач теории управления, базирующийся на формализации знаний о методах решения задач теории управления, многоуровневом представлении знаний и использовании средств автоматического планирования действий.*

**Ключевые слова:** автоматическое решение задач теории управления, формализация знаний, распределенная информационная система, автоматическая визуализация данных

Данная статья развивает предложенный в [1] подход к созданию распределенных систем автоматического решения задач теории автоматического управления. На основе анализа состояния проблемы автоматизации построения закона управления разрабатываемой системы автоматического управления (САУ) выделены две категории специалистов [1]: высококвалифицированные ученые-исследова-

тели, занимающиеся разработкой новых методов анализа и синтеза САУ, и инженеры-проектировщики, занимающиеся разработкой конкретных САУ. Введенная классификация основана на различии в предметах изучения — *алгоритме* (последовательности действий) решения задачи и *результате решения задачи теории автоматического управления (ТАУ)* — *законе управления САУ*, удовлетворяющем заданным требованиям. Соответственно, различаются и средства автоматизации решения задач. Если для исследователей требуются MATLAB-подобные средства [2], позволяющие решать задачи по известному алгоритму, задаваемому программой на проблемно-ориентированном входном языке, то для проектировщиков нужны средства, позволяющие решать задачи в непроцедурной постановке, что уже требует привлечения методов искусственного интеллекта и формализации знаний о методах решения задач проблемной области теории управления. Предложенная концепция средств автоматизации получила воплощение в ряде программных средств [1], в которых выделяются "Среда исследователя" и "Среда инженера".

Однако указанный подход не вполне соответствует сложившейся реальности. В частности, не учитывается тот факт, что среди общего числа задач, решаемых инженерами-проектировщиками в "Среде инженера", доля типовых задач значительно превосходит долю новых задач, которые они ставят непроцедурно. Вместе с тем, типовые задачи не представляют профессионального интереса для исследователей, на которых возлагаются функции расширения классов решаемых задач средств автоматизации посредством использования "Среды исследователя". Наконец, принципиальное различие в системной организации MATLAB-подобных средств решения типовых задач и интеллектуальных средств автоматического решения непроцедурно поставленных задач создает труднопреодолимые проблемы их комплексирования в одной системе. Так, в MATLAB-подобных системах данные слабо структурированы, более того, допускается использование не только отдельных матриц, но и скалярных данных. В системах же автоматического решения

непроцедурно поставленных задач используется открытое формализованное структурированное представление знаний проблемной области, например, в виде модели множества формализованных задач теории автоматического управления [3] как, например, в системе ИНСТРУМЕНТ-3м-И [5], используемое на этапе планирования действий по решению задачи пользователя. На этапе выполнения построенного плана решения задачи использованные на этапе планирования структуры знаний наполняются конкретными значениями, образуя данные текущей решаемой задачи. В результате, возможно осуществить только чисто "механическое" соединение таких средств в едином комплексе, существенно снижая потенциальный рост функциональных возможностей объединенной системы.

В целом все это обусловило необходимость дальнейшего развития концепции автоматического решения задач ТАУ [1] и ее реализации в новом поколении средств автоматического решения задач, создаваемом на основе преемственности систем ГАММА-1М [3], ГАММА-2РС [4], ИНСТРУМЕНТ-3м-И [5], МИССАУ [6] и получившем обобщенное наименование "Система ГАММА-3".

Принципиальные отличия системы ГАММА-3 от ее предшественников следующие:

- использование трехуровневого представления знаний и данных, базирующегося на введении структурных знаний (знаний о знаниях), разделении декларативных и процедурных знаний, а также явного использования процедур конструирования, наследования и означивания знаний и данных;
- системная организация в виде распределенной информационной системы, в состав которой входят клиентские приложения, осуществляющие интерактивное взаимодействие с пользователями, серверные приложения, обеспечивающие единое представление знаний и данных, а также их обработку в ходе решения задач пользователей [1];
- автоматическая генерация экранных форм для представления знаний и данных на основе имеющихся в системе структурных знаниях (знаний о знаниях).

В системе ГАММА-3 выделяются следующие категории пользователей:

- *разработчики пакетов расширения* (научные работники, студенты вузов), которые используют систему для исследования и программной ре-

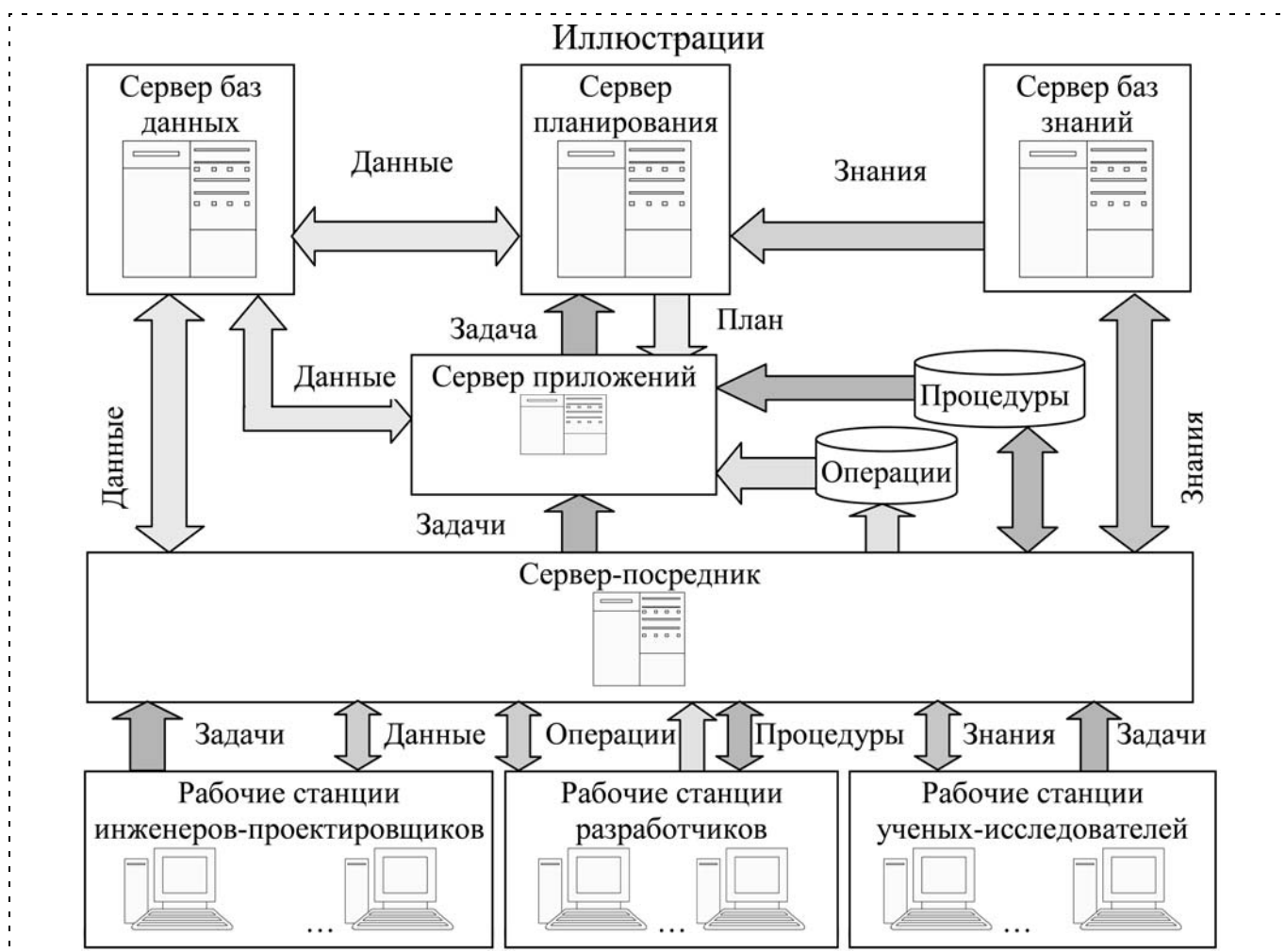


Рис. 1. Укрупненная структурная схема распределенной системы автоматического решения задач ГАММА-3

лизации различных методов решения инженерных задач. Они обладают хорошими знаниями теории и достаточными навыками в области программирования. Для них разработана *среда разработчика*, которая является средой разработки программ на проблемно-ориентированном языке ГАММА;

- *пользователи-проектировщики*. Пользователи этой категории (инженеры), являясь специалистами в области проектирования конкретных систем, не обладают достаточно хорошими знаниями методов решения задач, кроме того, программная реализация этих методов не является их непосредственной задачей. Для таких пользователей создана *среда инженера*, предоставляющая доступ к пакетам расширения системы, а также позволяющая воспользоваться возможностью решения задач в непроцедурной постановке, используя интеллектуальные средства системы;

- *исследователи-эксперты* (научные работники). Они обладают глубокими знаниями теории и способны формализовать знания проблемной области. Для таких пользователей создана *среда исследователя*, предоставляющая возможность пополнения базы знаний системы и проведения их исследований с использованием способности планирующей подсистемы по решению новых задач.

Среда разработчика, среда инженера и среда исследователя представляют собой клиентские приложения распределенной информационной системы автоматического решения задач ГАММА-3. На рис. 1 отражена обобщенная структурная схема распределенной информационной системы автоматического решения задач ГАММА-3.

Приведенная на рис. 2 схема иллюстрирует порядок взаимодействия компонентов системы ГАММА-3. На рис. 3 приведена блок-схема, определяющая процесс расширения классов решаемых задач системы ГАММА-3.

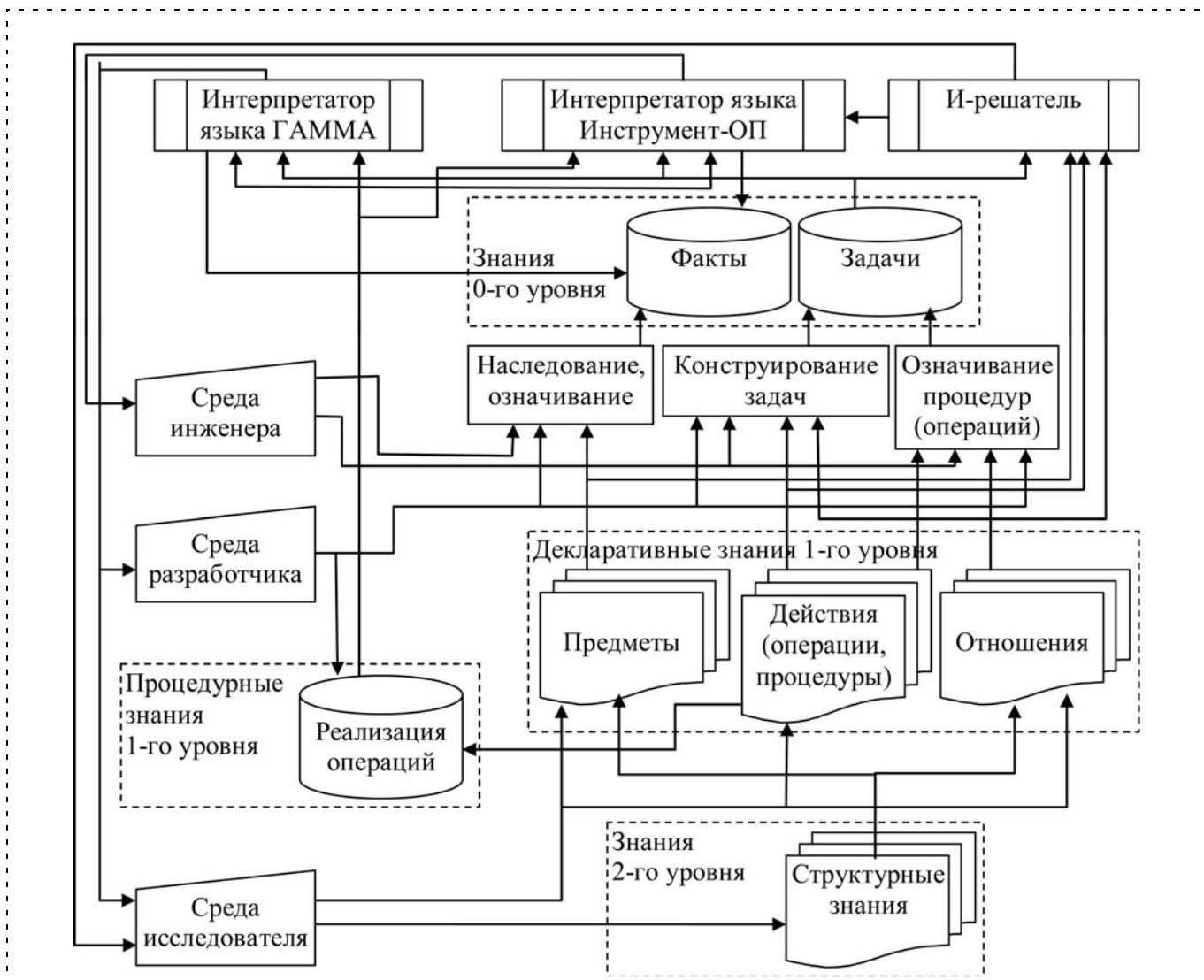


Рис. 2. Схема взаимодействия компонентов распределенной информационной системы автоматического решения задач ГАММА-3



Исследователь в среде исследователя, используя процедуру конструирования знаний, создает структурные знания (знания о структуре представления знаний), представляющие собой описание на языке ИНСТРУМЕНТ-П структур предметов, действий и отношений модели множества формализованных задач проблемной области [3]. Затем структурные знания посредством применения процедур наследования и означивания используются для построения на их основе элементов модели множества формализованных задач проблемной области [3].

Разработчик пакетов расширений в среде разработчика, используя элементы модели множества формализованных задач проблемной области, посредством применения процедур наследования и означивания формирует на проблемно-ориентированном языке ГАММА, являющемся развитием языка ИНСТРУМЕНТ+ [3], порядок действий по решению задач по известным процедурам. Каждая такая процедура позволяет решать некоторую задачу

проблемной области. Однако ее описание является параметризованным, т. е. вместо имен данных в нем указаны типы данных, в качестве которых выступают имена предметов и их компонентов. Такой подход позволяет осуществлять и непроцедурную постановку задач.

Соответственно, для задания постановки задачи, решаемой посредством такой процедуры, следует выполнить означивание параметров процедуры именами данных решаемой задачи. Это может сделать пользователь-разработчик в целях верификации построенной им процедуры, а также инженер-проектировщик, решая конкретную задачу. Используемые при этом данные должны быть предварительно занесены в базу данных. Для этого используется процедура наследования и означивания структур, описывающих предметы и их компоненты соответствующей модели знаний. Означенные структуры данных получают статус "факты" и хранятся в базе фактов. Означенные процедуры полу-

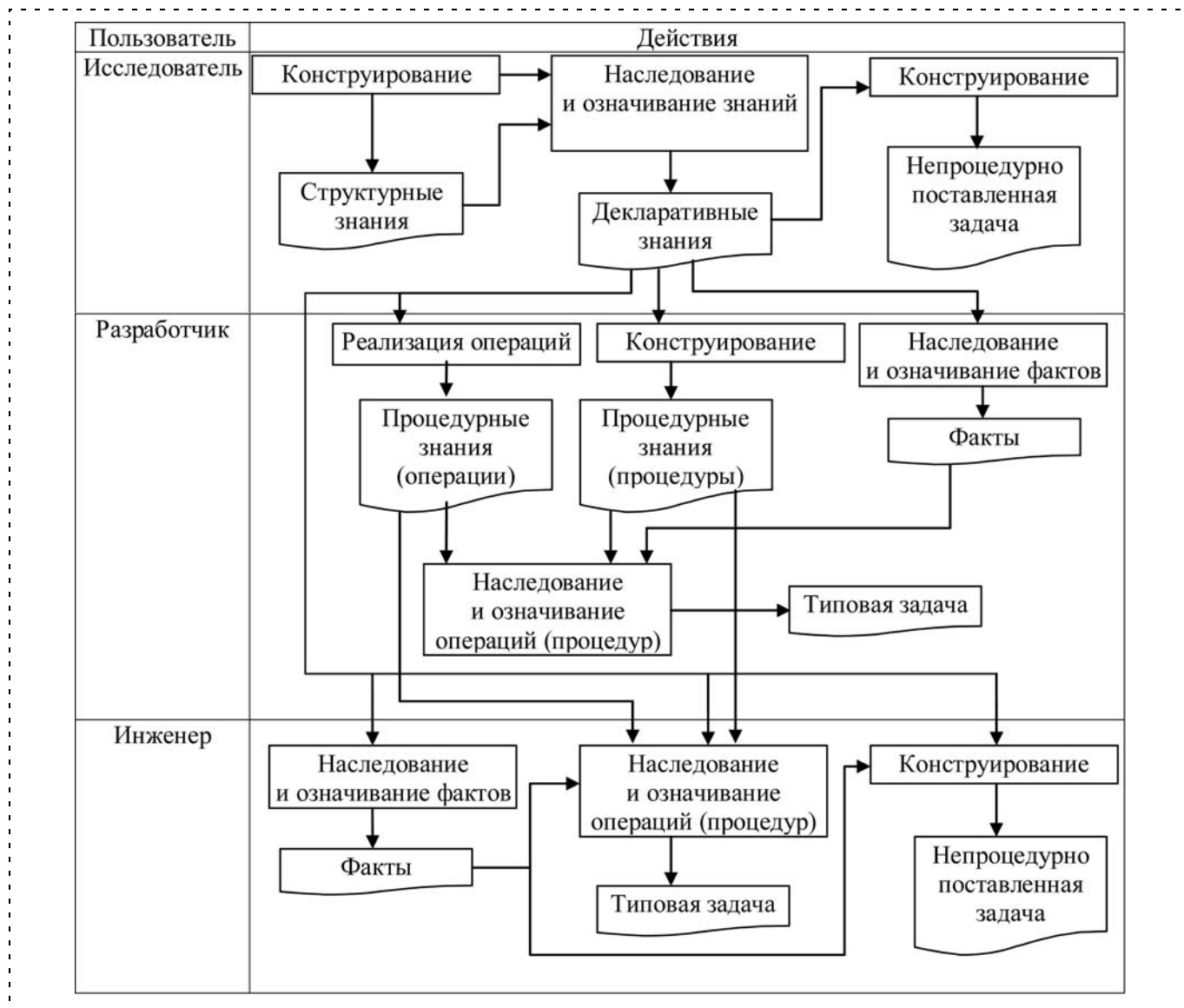


Рис. 3. Блок-схема процесса расширения классов решаемых задач системы ГАММА-3

чают статус "задачи" и записываются в базу задач. Получение результата решения задачи осуществляется посредством выполнения действий, предусмотренных процедурой решения задачи над фактами, выступающими в качестве исходных данных задачи.

Инженер-проектировщик в среде инженера имеет возможность, используя процедуры наследования и означивания, построить на основе декларативных знаний системы ГАММА-3:

- данные для своих задач и занести их в базу фактов;
- формулировки задач, решаемых с помощью известных процедур посредством означивания аргументов процедур решения типовых задач именами своих данных из базы фактов;
- формулировки непроцедурно поставленных задач, заполняя атрибуты задачи (исходные данные, искомые результаты и требования к результатам) именами своих данных из базы фактов.

Для задачи, решаемой с помощью известной процедуры из базы действий (процедур), план ее решения выбирается из базы знаний и отправляется на исполнение на сервер-интерпретатор планов на языке ГАММА. Результаты выполнения операций процедуры заносятся в базу фактов, откуда они доступны пользователю для визуализации.

Для случая непроцедурно поставленных задач подсистема планирования действий осуществляет абстрагирование от конкретной задачи, заменяя имена конкретных данных указанием их типов в соответствии с используемой моделью знаний (фрагмент непроцедурно поставленной задачи приведен на рис. 4). Для обобщенной формулировки задачи строится

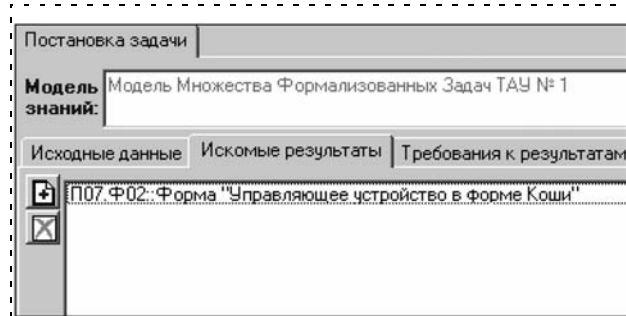


Рис. 4. Фрагмент постановки задачи

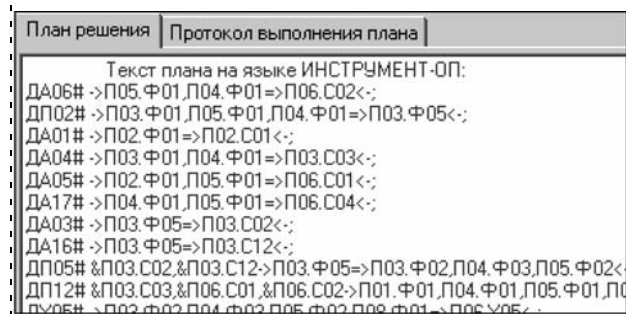


Рис. 5. Фрагмент плана решения задачи



Рис. 6. Трехуровневое представление знаний в системе ГАММА

план ее решения на языке ИНСТРУМЕНТ-ОП (рис. 5), который затем детализируется посредством подстановки имен данных (фактов) из исходной постановки задачи пользователя вместо соответствующих типов данных, фигурирующих в построенном плане ее решения.

В системе ГАММА-3 вводится трехуровневое представление знаний и данных (рис. 6). Знания 2-го уровня предназначены для задания структуры знаний 1-го уровня.

Структурные знания задаются в виде текстовых описаний, которые определяют виды компонентов, используемых при описании типовых структур декларативных знаний. Так, например, декларативные знания представляются в виде модели множества формализованных задач [3], включающей, в частности, формализацию понятий предметной области, действия (операции), выполняемые над предметами и их компонентами, отношения, используемые для определения условий и требований в постановках задач. В качестве атрибутов предметов в модели знаний системы Инструмент-3м-И [6] используются свойства, характеристики и формы математических моделей. Введение новых, изменение видов существующих атрибутов не предусматривалось, что существенно ограничивало использование системы Инструмент-3м-И для автоматизации решения задач в других предметных областях, где атрибуты понятий отличаются от применяемых в теории автоматического управления.

Предусматривается использование многофункциональной системы ГАММА для автоматизации решения задач в различных проблемных областях, что и обусловило необходимость введения структурных знаний. По существу структурные знания задают терминологию языка, на котором затем описываются формализованные понятия предметной области. Структурные знания определяют также состав атрибутов, используемых при описании действий. При этом описания действий и задач структурно имеют много общего, но и существенно различаются. Так, например, действия (операции) модели знаний и решаемые задачи имеют почти одинаковый набор атрибутов, в который, в частности, в моделях знаний системы Инструмент-3м-И входят: условия применимости, исходные данные, искомый результат, требования к результату. При

этом обязательное заполнение всех атрибутов не требуется. Так, например, описание постановки задачи, как правило, не включает условия применимости. Однако формируемые при этом текстовые описания фактически являются шаблоном или, иначе говоря, структурой данных. Указанная структура данных представляется в виде класса языка C++. При постановке и решении конкретных задач атрибуты этих структур данных должны быть заполнены значениями данных решаемой задачи. Заполненный шаблон представляет собой одну из возможных фактических реализаций соответствующего понятия предметной области, что уже соответствует нижнему (нулевому) уровню представления данных. Здесь фактически порождается экземпляр класса соответствующего предмета.

В целях обеспечения гибкости представления данных в системе ГАММА [3] вводятся языки описания структур данных и знаний ИНСТРУМЕНТ-П (описание предметов) и ИНСТРУМЕНТ-Ф (описание фактов). Описание данных (фактов в терминологии системы ГАММА) дает необходимое описание, позволяющее автоматически построить экранную форму, обеспечивающую адекватную визуализацию. Для обеспечения большей гибкости используется LaTeX-подобный язык описания математических моделей (формул) компонентов предметов, отображаемых на экранной форме. Например, для отображения уравнений, описывающих модель объекта управления в форме "вход-выход" достаточно внести в описание математической модели тег нижеуказанного вида, что приведет к появлению на экранной форме изображения, представленного на рис. 7:

рисунок "[350:110]T\_u(s)\*u=T\_y(s)\*y,y\in R^r,u\in R^m,\newrow

T\_u(s)=\sum^{\gamma\_u}\_{i=0}T\_{ui}s^i,T\_y(s)=\sum^{\gamma\_y}\_{i=0}T\_{yi}s^i''.

Предлагаемый подход к визуализации данных позволяет снять проблему ограниченной открытости системы ИНСТРУМЕНТ-3м-И, в которой используются predetermined экранные формы, несмотря на наличие возможности произвольно определять состав и структуру предметов модели множества формализованных задач [4], создаваемую пользователем-исследователем.

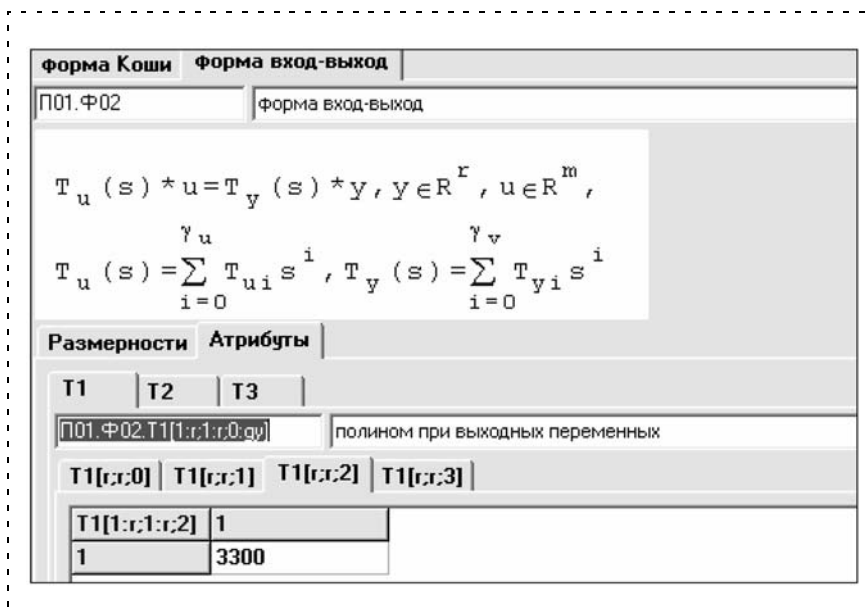


Рис. 7. Пример отображения вида математического описания

В целом система ГАММА-3 призвана заполнить собой нишу в палитре средств автоматизации решения задач, позволяя автоматически решать не только известные, т. е. процедурно поставленные задачи, что свойственно MATLAB-подобным системами, но и непроцедурно поставленные задачи, используя интеллектуальные возможности И-решателя, как в системах ИНСТРУМЕНТ-3м-И и МИССАУ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-07-00200-а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанов М. Ф. Автоматическое решение задач теории автоматического управления: проблемы и перспективы // Аналитическая теория автоматического управления и ее приложения: Сб. трудов 2-й Междунар. науч. конф. Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т, 2005. С. 31–39.
2. Потемкин В. Г. Вычисления в среде МАТЛАБ. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2004.
3. Степанов М. Ф. Автоматическое решение формализованных задач теории автоматического управления. Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т, 2000.
4. Александров А. Г., Исаков Р. В., Михайлова Л. С. Структура программного обеспечения для автоматизации разработки алгоритмов автоматического управления // А и Т. 2005. № 4. С. 176–184.
5. Степанов М. Ф. Система автоматического синтеза систем автоматического управления ИНСТРУМЕНТ-3м-И (САУ ИНСТРУМЕНТ-3м-И). Свидетельство Роспатента об офиц. регистр. программы для ЭВМ. № 2003612369. 2003.
6. Степанов М. Ф. Интеллектуальные самоорганизующиеся системы автоматического управления. Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т, 2002. 112 с.

**В. А. Коваль**<sup>1</sup>, д-р техн. наук, проф.,

**В. Н. Осенин**<sup>2</sup>, канд. техн. наук,  
oseninvn@sng.ru,

**О. Ю. Торгашова**<sup>1</sup>, канд. техн. наук, доц.,  
Olgatorg@gmail.ru,

<sup>1</sup> Саратовский государственный  
технический университет,

<sup>2</sup> ЗАО "Управление промышленной автоматике"

## Применение спектрального метода для анализа распределенных объектов управления, описываемых интегродифференциальными уравнениями

*Доказаны новые теоремы о коммутативности представления произведения двух функций, зависящих от пространственных переменных, в спектральной форме и о представлении в спектральной форме определенного интеграла по пространству. С использованием этих свойств на основе спектрального метода получено решение интегродифференциального уравнения с частными производными и с коэффициентами, зависящими от пространственных переменных.*

**Ключевые слова:** распределенная система управления, ряд Фурье, спектральный метод, пространство состояний, анализ

**Введение.** В настоящее время достаточно широкое распространение получили распределенные объекты управления, описываемые интегродифференциальными уравнениями с частными производными. Интегродифференциальными уравнениями описываются нестационарные радиационные процессы в ядерном реакторе, процессы электрической или магнитной поляризации материалов. Кроме того, многие задачи оптимального управления, решаемые методом линейно-квадратической оптимизации, сводятся к решению интегродифференциальных уравнений. Для их решений в основном используются численные методы. В данной статье предлагается использовать спектральный метод для решения интегродифференциального уравнения с частными производными с коэффициентами, зависящими от пространственной переменной.

Спектральная теория, разработанная В. В. Семеновым, В. В. Солодовниковым, Н. Д. Егуповым, А. Н. Дмитриевым [1, 2], позволяет достичь положительных практических результатов в решении проблем анализа и синтеза нестационарных сосредоточенных систем. На основе данной теории найдено также решение уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова [3], которое записано относительно функции, представляющей плотность распределения вероятности. Аргументами функции являются фазовые переменные сосредоточенной системы и

время, причем фазовые переменные также зависят от времени. В указанных работах рассматриваются задачи с одной независимой переменной, в качестве которой выступает время. Применить результаты, полученные для анализа нестационарных сосредоточенных систем, к анализу распределенных систем достаточно сложно, поскольку регулируемые параметры в распределенных системах представляются функциями, зависящими от пространственных координат и времени.

В работе [4] спектральная теория развита с точки зрения использования спектрального метода для анализа и синтеза распределенных систем. Введено понятие вектора спектральной характеристики по пространственной переменной. Доказаны свойства спектральных характеристик, на основе которых выполнен переход от дифференциальных уравнений с частными производными к бесконечномерной системе обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши. Проведен анализ распределенных систем с различными граничными условиями и внешними возмущениями. Доказана сходимость и выполнена оценка точности полученных решений.

При использовании спектрального метода объект управления представляется бесконечномерной системой обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши с постоянными коэффициентами, что открывает возможность синтеза регулятора на основе методов пространства состояний. Задача наблюдения может быть решена построением наблюдателя.

**Постановка задачи.** Пусть регулируемая переменная объекта управления описывается функцией  $\varphi(x, t)$ , интегрируемой с квадратом, которая является вещественной, однозначной, непрерывной, всюду дифференцируемой на интервале  $x \in [a, b]$ .

Функцию  $\varphi(x, t)$  можно разложить в ряд Фурье по системе ортонормированных функций  $\{P(h, x)\}$ :

$$\int_a^b P(h, x)P(\bar{h}, x)dx = \begin{cases} 0, & h \neq \bar{h}; \\ 1, & h = \bar{h}. \end{cases}$$

Здесь и далее будем полагать, что  $h = \overline{1, \infty}$ ,  $\bar{h} = \overline{1, \infty}$ .

Представление функции  $\varphi(x, t)$  с помощью ряда Фурье по системе ортонормированных функций имеет вид

$$\varphi(x, t) = \sum_{h=1}^{\infty} \Phi(h, t)P(h, x); \quad (1)$$

$$\Phi(h, t) = \int_a^b \varphi(x, t)P(h, x)dx. \quad (2)$$

Функцию  $\Phi(h, t)$  назовем спектральной характеристикой функции  $\varphi(x, t)$  по пространственной переменной  $x$ . Эта функция зависит от дискретной переменной  $h$  и времени  $t$  и может быть представ-

лена в виде вектора или матрицы-столбца бесконечного порядка.

Требуется:

- доказать теоремы о коммутативности представления произведения двух функций, зависящих от пространственной переменной, в спектральной форме и о представлении определенного интеграла по пространству в спектральной форме;
- используя доказанные и полученные ранее свойства спектральных характеристик [4], перейти от интегродифференциального уравнения с частными производными к бесконечномерной системе дифференциальных уравнений в форме Коши;
- на основе ее решения получить вектор спектральной характеристики регулируемой переменной, составляющими которого являются коэффициенты разложения в ряд Фурье регулируемой переменной по пространственной координате;
- решение исходного интегродифференциального уравнения представить рядом Фурье по выбранной ортонормированной системе функций.

**Теорема о коммутативности представления произведения двух функций в спектральной форме.** Если для функций  $\varphi_1(x, t)$  и  $\varphi_2(x, t)$  существуют пространственные спектральные характеристики, то спектральная характеристика от произведения двух функций  $\varphi_1(x, t)\varphi_2(x, t)$  равна спектральной характеристике от произведения  $\varphi_2(x, t)\varphi_1(x, t)$ , т. е.

$$S[\varphi_1(x, t)\varphi_2(x, t)] = S[\varphi_2(x, t)\varphi_1(x, t)]. \quad (3)$$

Согласно теореме о представлении произведения двух функций в спектральной форме [4], формулу (3) можно представить в виде

$$\Phi_{11}\Phi_2 = \Phi_{12}\Phi_1, \quad (4)$$

где  $\Phi_{11}$  — матрица первого сомножителя, если первым сомножителем является функция  $\varphi_1(x, t)$  размерности  $(\bar{h} \times h)$ ;  $\Phi_{12}$  — матрица первого сомножителя, если первым сомножителем является функция  $\varphi_2(x, t)$  размерности  $(\bar{h} \times h)$ ;  $\Phi_1, \Phi_2$  — спектральные характеристики функций  $\varphi_1(x, t)$  и  $\varphi_2(x, t)$  соответственно размерности  $(h \times 1)$ . Здесь и далее полагаем  $\bar{h} = h$ .

Если функции  $\varphi_1(x, t)$  и  $\varphi_2(x, t)$  представить в виде ряда Фурье по ортонормированной системе функций  $\{P(k, x)\}$ ,  $k = \overline{1, \infty}$ , в соответствии с (1), то матрицы  $\Phi_{11}, \Phi_{12}$  согласно [4] могут быть представлены в виде

$$\Phi_{1q} = \int_a^b P(\bar{h}, x)P(h, x) \sum_{k=1}^{\infty} [P(k, x)\Phi_q(k, t)]dx, \quad q = 1, 2. \quad (5)$$

Если поменять местами интеграл и сумму в (5), можно получить следующие выражения для  $\Phi_{11}$  и  $\Phi_{12}$ :

$$\Phi_{1q} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \int_a^b P(\bar{h}, x)P(h, x)P(k, x)dx \Phi_q(k, t) \right], \quad q = 1, 2. \quad (6)$$

Введем обозначение

$$J(\bar{h}, h, k) = \int_a^b P(\bar{h}, x)P(h, x)P(k, x)dx, \quad \bar{h} = \overline{1, \infty}, h = \overline{1, \infty}, k = \overline{1, \infty}. \quad (7)$$

С учетом (7) выражение (6) будет иметь вид

$$\Phi_{1q} = \sum_{k=1}^{\infty} [J(\bar{h}, h, k)\Phi_q(k, t)], \quad q = 1, 2. \quad (8)$$

Представим произведения матриц в выражении (4), используя (8):

$$\Phi_{11}\Phi_2 = \begin{bmatrix} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} J(1, h, k)\Phi_1(k, t)\Phi_2(h, t) \\ \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} J(2, h, k)\Phi_1(k, t)\Phi_2(h, t) \\ \dots \\ \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} J(n, h, k)\Phi_1(k, t)\Phi_2(h, t) \\ \dots \end{bmatrix}, \quad \Phi_{12}\Phi_1 = \begin{bmatrix} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} J(1, h, k)\Phi_2(k, t)\Phi_1(h, t) \\ \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} J(2, h, k)\Phi_2(k, t)\Phi_1(h, t) \\ \dots \\ \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} J(n, h, k)\Phi_2(k, t)\Phi_1(h, t) \\ \dots \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Подынтегральное выражение в (7) представляет собой произведение трех элементов ортонормированной системы, по которой осуществляется разложение в ряд Фурье. Интеграл (7) обладает следующим свойством симметрии:

$$J(\bar{h}, h, k) \Big|_{\substack{h=h^* \\ k=k^*}} = J(\bar{h}, h, k) \Big|_{\substack{h=k^* \\ k=h^*}}, \quad k^* = \overline{1, \infty}, h^* = \overline{1, \infty}, \quad (10)$$

так как под интегралом с индексами  $h, \bar{h}$  и  $k$  находятся одни и те же функции системы  $\{P(\bar{h}, x)\}$ ,  $\{P(h, x)\}$  и  $\{P(k, x)\}$ . Иными словами, при одинаковом наборе индексов  $\bar{h}, h, k$  интегралы (7) равны. При условии (10) соответствующие элементы матриц (9) равны, а значит, выполняется условие коммутативности представления произведения двух функций в спектральной форме (4) и, соответственно, (3).

**Свойство о представлении определенного интеграла в спектральной форме.** Пусть имеется интеграл вида

$$J(x, t) = \int_a^b K(x, \xi) Q(\xi, t) d\xi, \quad (11)$$

где  $K(x, \xi)$  — весовая функция, вещественная, однозначная и непрерывная на интервале  $\xi \in [a, b]$ ,  $x \in [a, b]$ ;  $Q(\xi, t)$  — вещественная, однозначная, непрерывная функция на интервале  $\xi \in [a, b]$ , которая может быть разложена в ряд Фурье по ортонормированной системе функций  $\{P(h, \xi)\}$ , т. е.

$$Q(\xi, t) = \sum_{h=1}^{\infty} \Phi_Q(h, t) P(h, \xi), \quad (12)$$

где  $\Phi_Q(h, t)$  — коэффициент ряда Фурье. Необходимо найти спектральную характеристику интеграла (12) по переменной  $x \in [a, b]$  на основе ортонормированной системы функций  $\{P(\bar{h}, x)\}$ .

Спектральная характеристика определенного интеграла может быть представлена согласно (2) с использованием (11) в виде

$$S[J(x, t)] = \int_a^b P(\bar{h}, x) \left[ \int_a^b K(x, \xi) Q(\xi, t) d\xi \right] dx. \quad (13)$$

Подставим (12) в выражение (13) и поменяем местами знак суммы и интеграла. Преобразованное равенство будет иметь вид

$$\begin{aligned} S[J(x, t)] &= \\ &= \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \int_a^b P(\bar{h}, x) \left[ \int_a^b K(x, \xi) P(h, \xi) d\xi \right] dx \right\} \Phi_Q(h, t), \\ &h = \overline{1, \infty}, \bar{h} = \overline{1, \infty}. \end{aligned} \quad (14)$$

Введем обозначение

$$\bar{P}_{-1}(\bar{h}, h) = \int_a^b P(\bar{h}, x) \left[ \int_a^b K(x, \xi) P(h, \xi) d\xi \right] dx. \quad (15)$$

Внутренний интеграл в (15) представляет собой спектральную характеристику от весовой функции  $K(x, \xi)$  по ортонормированной системе  $\{P(h, \xi)\}$  и может быть обозначен как

$$\Phi_K(h, x) = \int_a^b K(x, \xi) P(h, \xi) d\xi. \quad (16)$$

Равенство (15) с учетом (16) может быть представлено в виде

$$\bar{P}_{-1}(\bar{h}, h) = \int_a^b P(\bar{h}, x) \Phi_K(h, x) dx. \quad (17)$$

С учетом введенных обозначений (15)—(17) выражение (14) можно представить в виде

$$S[J(x, t)] = \sum_{h=1}^{\infty} \bar{P}_{-1}(\bar{h}, h) \Phi_Q(h, t). \quad (18)$$

Выражение (18) можно представить в матричной форме. Если  $S[J(x, t)]$  обозначить как матрицу-столбец  $\Phi_{\text{ОИ}}$ , соответствующую определенному интегралу (ОИ), размерности  $(\bar{h} \times 1)$ ,  $\bar{P}_{-1}(\bar{h}, h)$  обозначить как квадратную матрицу размерности  $(\bar{h} \times h)$ ,  $\Phi_Q(h, t)$  обозначить как матрицу-столбец  $\Phi_Q$  размерности  $(h \times 1)$ , то (18) может быть записано в виде

$$\Phi_{\text{ОИ}} = \bar{P}_{-1} \Phi_Q. \quad (19)$$

**Применение спектрального метода для анализа распределенных систем, описываемых интегродифференциальными уравнениями.** Благодаря известным свойствам спектральных характеристик [4] и новым свойствам спектральных характеристик, представленным в данной статье, стало возможным применение спектрального метода для анализа распределенных систем описываемых интегродифференциальными уравнениями. В качестве примера использования спектрального метода для анализа объектов с распределенными параметрами, описываемых интегродифференциальными уравнениями, рассмотрим интегродифференциальное уравнение вида

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} &= \alpha_0(x) \varphi(x, t) + \alpha_1(x) \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} + \\ &\alpha_2(x) \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2} - \int_a^b C(x, \xi, t) \varphi(\xi, t) d\xi + \beta(x) f(x, t), \\ &x \in (a, b), t > 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\varphi(x, t)$  — регулируемая переменная, зависящая от пространственной переменной  $x \in [a, b]$  и времени  $t$ ;  $\alpha_0(x)$ ,  $\alpha_1(x)$ ,  $\alpha_2(x)$ ,  $\beta(x)$  — коэффициенты уравнения;  $C(x, \xi, t)$  — ядро интегрального преобразования;  $f(x, t)$  — внешнее возмущение. Функции  $\varphi(x, t)$ ,  $C(x, \xi, t)$  и  $f(x, t)$  — непрерывные, ограниченные, однозначные.

Уравнение (20) рассматривается при граничных условиях  $\varphi(a, t) = \varphi_a(t)$ ,  $\varphi(b, t) = \varphi_b(t)$ ,  $t \geq 0$  и начальных условиях  $\varphi(x, 0) = \varphi_0(x)$ ,  $x \in [a, b]$ . Функция  $\varphi(x, t)$  полагается ограниченной, с интегрируемым квадратом и может быть представлена рядом Фурье на основе заданной ортонормированной системы функций  $\{P(h, x)\}$ .

На основе [4] и доказанных выше новых свойств спектральных характеристик уравнение (20) может быть представлено в спектральной форме:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_\varphi}{dt} &= \Phi_{10} \Phi_\varphi + \Phi_{11} (P_1 \Phi_\varphi + \Gamma_1^{0a} + \Gamma_1^{0b}) + \\ &\Phi_{12} (P_2 \Phi_\varphi + \Gamma_2^{0a} + \Gamma_2^{0b}) - \bar{P}_{-1} \Phi_\varphi + \Phi_{1\beta} \Phi_f, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\Phi_\varphi$  — вектор спектральной характеристики функции  $\varphi(x, t)$  по пространственной переменной размерности ( $\bar{h} \times 1$ );  $\Phi_{10}, \Phi_{11}, \Phi_{12}, \Phi_{1\beta}$  — матрицы первого множителя размерности ( $\bar{h} \times h$ ), определяются аналогично (5);  $P_1$  — операционная матрица дифференцирования функции  $\varphi(x, t)$  первого порядка по пространственной переменной размерности ( $\bar{h} \times h$ ), согласно [4] определяется выражением

$$P_1(\bar{h}, h) = \int_a^b P(\bar{h}, x) \left[ \frac{\partial}{\partial x} P(h, x) \right] dx; \quad (22)$$

$P_2$  — операционная матрица дифференцирования функции  $\varphi(x, t)$  второго порядка по пространственной переменной размерности ( $\bar{h} \times h$ ), которая в соответствии с [4] определяется выражением

$$P_2 = P_1^2; \quad (23)$$

$\bar{P}_{-1}$  — операционная матрица интегрирования размерности ( $\bar{h} \times h$ ), определяется согласно (22);  $\Gamma_1^{0a}, \Gamma_1^{0b}, \Gamma_2^{0a}, \Gamma_2^{0b}$  — матрицы граничных условий размерности ( $\bar{h} \times 1$ ), согласно [4] определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_p^{(d-1)a} &= - \int_a^b \varphi_a^{d-1}(\tau) \frac{\partial^{p-d}}{\partial \xi^{p-d}} [\delta(a - \xi)] P(k, \xi) d\xi; \\ \Gamma_p^{(d-1)b} &= \int_a^b \varphi_b^{d-1}(\tau) \frac{\partial^{p-d}}{\partial \xi^{p-d}} [\delta(\xi - b)] P(k, \xi) d\xi, \\ k &= \overline{1, \infty}, \quad d = \overline{1, p}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $p$  — порядок производной по пространству, для которой вычисляется спектральная характеристика граничного условия;  $d$  — порядок скачка производной на границах;  $\varphi_a^{d-1}(\tau), \varphi_b^{d-1}(\tau)$  — амплитуды скачков производных на границах;  $\Phi_f$  — вектор спектральной характеристики функции внешнего возмущения  $f(x, t)$  по пространственной переменной размерности ( $\bar{h} \times 1$ ), определяется в соответствии с выражением (2).

Матрицы граничных условий (24) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{0a} &= \bar{\Gamma}_1^{0a} \varphi_a^0(t), \quad \Gamma_1^{0b} = \bar{\Gamma}_1^{0b} \varphi_b^0(t), \\ \Gamma_2^{0a} &= \bar{\Gamma}_2^{0a} \varphi_a^0(t), \quad \Gamma_2^{0b} = \bar{\Gamma}_2^{0b} \varphi_b^0(t). \end{aligned} \quad (25)$$

С учетом (25) уравнение (21) может быть преобразовано и записано в векторно-матричной форме Коши:

$$\dot{\Phi}_\varphi = A\Phi_\varphi + BU + MV, \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \Phi_{10} + \Phi_{11}P_1 + \Phi_{12}P_2 - \bar{P}_{-1}; \\ B &= [\Phi_{11}\bar{\Gamma}_1^{0a} + \Phi_{12}\bar{\Gamma}_2^{0a} \ ; \ \Phi_{11}\bar{\Gamma}_1^{0b} + \Phi_{12}\bar{\Gamma}_2^{0b}]; \\ M &= \Phi_{1\beta}, \quad U = (\varphi_a^0(t), \varphi_b^0(t))^T, \quad V = \Phi_f. \end{aligned} \quad (27)$$

Уравнение (26) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, в которой переменными состояниями являются элементы вектора спектральной характеристики переменной состояния распределенной системы. Важной особенностью выполненных преобразований является аддитивное вхождение граничных условий и внешних воздействий в правую часть системы (26).

Система (26) решается при начальных условиях, которыми является спектральная характеристика от начальных условий, определенная по выражению (2). Решение уравнения (26) представляется в виде

$$\Phi_\varphi = e^{At}\Phi_{\varphi 0} + \int_0^t e^{A(t-\tau)}[BU + MV]d\tau, \quad (28)$$

где  $e^{At}$  — матричная экспонента размерности ( $\bar{h} \times h$ );  $\Phi_{\varphi 0}$  — спектральная характеристика начальных условий, матрица размерности ( $h \times 1$ ).

Для выполнения вычислительных процедур необходимо провести усечение бесконечномерной системы, т. е. ограничиться рассмотрением первых  $n$  уравнений. В работах [5, 6] сформулированы условия, налагаемые на бесконечномерную систему дифференциальных уравнений, при выполнении которых данная система может быть усечена, и доказана теорема, обосновывающая достаточность приведенных условий для того, чтобы решение бесконечномерной системы на конечном временном интервале было близко к решению усеченной системы при достаточно большом порядке усечения. Ниже приведены условия применительно к бесконечномерной системе обыкновенных дифференциальных уравнений, составленных относительно спектральных характеристик, которая в соответствии с [5, 6] может быть представлена в виде

$$\frac{d\Phi_{0k}}{dt} = f_k(t, \Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}, \dots; u_1, u_2), \quad k = \overline{1, \infty}. \quad (29)$$

Полагаем, что правые части системы (29) заданы в замкнутой области  $D$ . Условия возможности усечения [5] бесконечномерной системы (29):

1. Функции  $f_k$  непрерывны по переменным  $t, \Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}, \dots; u_1, u_2$ .

2. Функции  $f_k$  удовлетворяют относительно переменных  $\Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}, \dots$  усиленному условию Коши—Липшица

$$|f_k(t, \Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}, \dots, \Phi_{0m-1}, \Phi'_{0m}, \Phi'_{0m+1}, \dots; u_1, u_2) - f_k(t, \Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}, \dots, \Phi_{0m-1}, \Phi''_{0m}, \Phi''_{0m+1}, \dots; u_1, u_2)| \leq \varepsilon_m \|\Delta_m \Phi_0\|,$$

$$k = 1, 2, 3, \dots; m = 1, 2, 3, \dots; \varepsilon_m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0; \varepsilon_1 = M^*,$$

где  $M^*$  — ограниченное число.

Аргументы функции находятся в замкнутой области  $D$  и

$$\|\Delta_m \Phi_0\| = \sup_k |\Phi'_{0k} - \Phi''_{0k}|, k = m, m + 1, \dots,$$

где  $\Phi'_{0k}$  и  $\Phi''_{0k}$  — значения спектральных характеристик, разделенных интервалом  $\Delta t \rightarrow 0$ .

3. При любом  $t \in [0, T]$  и при  $\Phi_{01} = \Phi_{02} = \Phi_{03} = \dots = 0$  выполняется неравенство

$$|f_k(t, 0, 0, \dots; u_1, u_2)| \leq B(t), k = \overline{1, \infty},$$

где  $B(t)$  — ограниченная непрерывная функция на отрезке  $t \in [0, T]$ .

В случае выполнения перечисленных условий при рассмотрении достаточно большого числа уравнений из бесконечномерной системы решение исходной бесконечномерной системы близко на заданном временном интервале к решению усеченной системы дифференциальных уравнений. Усеченная система получается из первых  $n$  уравнений бесконечномерной системы, а все искомые функций, начиная с  $(n + 1)$ -й, полагаются равными нулю.

Приближенное решение исходной задачи (20) в пространственных координатах находится как сумма ряда (1) по ортонормированной системе функций  $\{P(\bar{h}, x)\}$ .

**Пример решения интегродифференциального уравнения спектральным методом.** Зададимся следующими значениями параметров и функций, входящих в уравнение (20):  $\alpha_0 = 0,7$ ;  $\alpha_1 = 0,516$ ;  $\alpha_2 = 0,1$ ;  $\beta = 2$ ;  $f(x, t) = e^{-0,287t}$ ;  $C(x, \xi, t) = 6,3 \cos(\pi x) e^{-2\xi} + 4 \sin(\pi \xi)$ .

Вид граничных условий:  $\varphi(0, t) = 0$ ,  $\varphi(1, t) = 0$ ,  $t \geq 0$ .

Начальные условия:  $\varphi(x, 0) = \sin(\pi x)$ ,  $x \in [0, 1]$ .

Перепишем уравнение (20) с учетом введенных значений переменных и функций:

$$\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} = 0,7 \varphi(x, t) + 0,516 \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} + 0,1 \frac{\partial \varphi^2(x, t)}{\partial x^2} - \int_0^1 [6,3 \cos(\pi x) e^{-2\xi} + 4 \sin(\pi \xi)] \varphi(\xi, t) d\xi + 2 e^{-0,287t},$$

$$x \in (0, 1), t > 0. \quad (30)$$

В качестве системы разложения в ряд Фурье выберем ортонормированную на интервале  $x \in [0, 1]$  систему функций

$$P(\bar{h}, x) = [\sqrt{2} \sin(\pi x), \sqrt{2} \sin(2\pi x), \sqrt{2} \sin(3\pi x), \dots, \sqrt{2} \sin(h\pi x)]. \quad (31)$$

Для определения матрицы  $A$  в уравнении (20) необходимо рассчитать операционные матрицы дифференцирования первого и второго порядков  $P_1, P_2$  и операционную матрицу интегрирования  $\bar{P}_{-1}$ . Элементы матрицы  $P_1$  определяются соотношением (22):

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & -2,6667 & 0 & -1,0667 & 0 & \dots \\ 2,6667 & 0 & -4,8 & 0 & -1,9048 & \dots \\ 0 & 4,8 & 0 & -6,8571 & 0 & \dots \\ 1,0667 & 0 & 6,8571 & 0 & -8,8889 & \dots \\ 0 & 1,9048 & 0 & 8,8889 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}.$$

Операционная матрица дифференцирования второго порядка в соответствии с (23) имеет следующий вид:

$$P_2 = \begin{bmatrix} -2,7648 & -1,3760 & 0,1151 & -0,5504 & 0,1942 & \dots \\ 0,0008 & -3,7551 & -3,0932 & -0,0337 & -1,3632 & \dots \\ -0,7338 & 2,4768 & -7,8353 & -3,5383 & 0,5862 & \dots \\ 0,0003 & 0,0579 & 3,2917 & -14,5778 & -4,7388 & \dots \\ -0,3151 & 0,9829 & 0,5862 & 4,5867 & -22,9846 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}.$$

Матрица  $\bar{P}_{-1}$  определяется по (17):

$$\bar{P}_{-1} = \begin{bmatrix} 2,5160 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1,3752 & 0,6682 & 0,6164 & 0,3589 & 0,3803 & \dots \\ 0,8488 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0,5501 & 0,2673 & 0,2466 & 0,1435 & 0,1521 & \dots \\ 0,5093 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}.$$

Матрица  $A$  рассчитывается согласно (27):

$$A = \begin{bmatrix} -2,6408 & -1,3760 & 0,5486 & -0,5504 & 1,4561 & \dots \\ 0,0008 & -3,3461 & -3,0932 & 0,9550 & -1,3632 & \dots \\ -0,3003 & 2,4768 & -6,3060 & -3,5383 & 5,1810 & \dots \\ 0,0003 & 1,0466 & 3,2917 & -12,1606 & -4,7388 & \dots \\ 0,9468 & 0,9829 & 5,1810 & 4,5867 & -7,5640 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}. \quad (32)$$

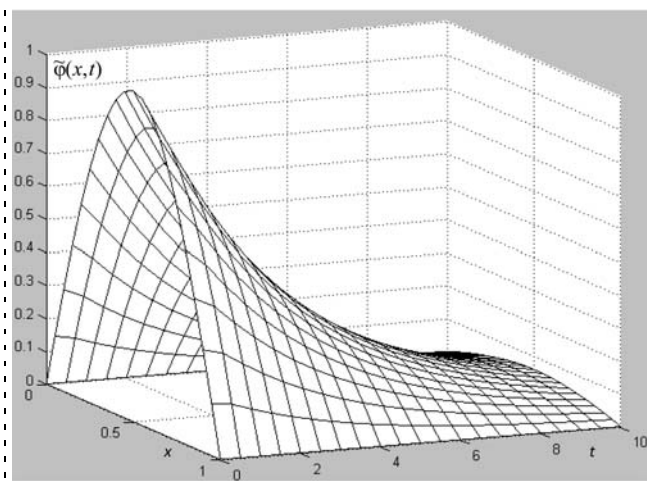
Вектор спектральной характеристики функции  $f(x, t) = e^{-0,287t}$  по пространственной переменной, вычисленный в соответствии с (2), имеет вид:

$$V = \Phi_f = [0,9003 \mid 0 \mid 0,3001 \mid 0 \mid 0,1801 \mid \dots]^T e^{-0,287t}. \quad (33)$$

Матрица  $M$  определяется как

$$M = \text{diag}\{2, 2, \dots, 2, \dots\}. \quad (34)$$





Приближенное решение интегродифференциального уравнения (30) на основе спектрального метода

Матрица спектральных характеристик начальных условий  $\varphi(x, 0) = \sin(\pi x)$ :

$$\Phi_{\varphi 0} = [0,707 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid \dots]^T. \quad (35)$$

Поскольку граничные условия нулевые, произведение  $B\bar{U}$  в (26) также будет нулевым.

Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши (26) с матрицами (32)—(35) является бесконечномерной.

Для выполнения вычислительных процедур ограничимся рассмотрением первых пяти уравнений из системы (21). Далее решается система дифференциальных уравнений в форме Коши (21) при начальных условиях (35).

Используя решение системы (22) и ортонормированную систему функций (31), на основании ряда Фурье (1) находится приближенное решение уравнения (20) в пространственно-временной области для различных моментов времени  $t$ :

$$\tilde{\varphi}(x, t) = \sum_{k=1}^5 \Phi_{\varphi}(k, t)P(k, x).$$

Точное решение задачи имеет вид:  $\varphi(x, t) = \sin(\pi x)e^{-0,287t}$ .

На рисунке представлено приближенное решение уравнения (30).

Проведенные исследования показали, что относительная погрешность определения значения функции  $\tilde{\varphi}(x, t)$  в любой точке пространства  $x \in [0, 1]$  не превышает значения 3,91 %.

Полученные значения относительной погрешности соответствуют решению интегродифференциального уравнения (20) с заданными значениями спектральным методом при использовании только первых пяти уравнений бесконечномерной системы (21). Увеличивая число  $n$  при усечении бесконечномерной системы, можно добиться снижения погрешности.

**Заключение.** Предложена методика решения интегродифференциальных уравнений на основе спектрального метода представления. Полученная форма описания распределенного объекта дает возможность использования методов пространства состояний для решения задач анализа и синтеза. Оценена относительная погрешность решений, полученных на основе спектрального метода, при использовании ограниченного числа членов разложения. Приведенный пример свидетельствует о достоверности полученных результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Солодовников В. В., Дмитриев А. Н., Егупов Н. Д. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления. М.: Машиностроение, 1986. 440 с.
2. Солодовников В. В., Семенов В. В. Спектральная теория нестационарных систем управления. М.: Наука, 1974. 329 с.
3. Semenov V. V., Sotskova I. L. The spectral method for solving the Fokker—Planck—Kolmogorov equation for stochastic control system analysis // IFAC stochastic control. 1986. P. 503—508.
4. Коваль В. А. Спектральный метод анализа и синтеза распределенных управляемых систем. Саратов: Изд-во СГТУ, 1997. 192 с.
5. Валеев Г. К., Жаутыков О. А. Бесконечные системы дифференциальных уравнений / Алма-Ата: Наука Казахской ССР, 1974. 415 с.
6. Персидский К. П. Об устойчивости решений счетной системы дифференциальных уравнений // Изв. АН Каз. ССР. Сер. матем. и механ. 1948. Вып. 2. С. 2—35.

#### ИНФОРМАЦИЯ

**IMTF**  
**2011**

С 25 по 27 октября 2011 г. в Москве  
в МВЦ «Крокус Экспо» состоится

### Международный Форум Измерений и Технологий (IMTF 2011)

Форум состоит из трех основных разделов:  
Датчики и Измерения, Контрольно-измерительное оборудование и Микротехнологии.  
В рамках Форума пройдет семинар  
**«Инновации, Промышленность, Финансы».**

Подробная информация содержится на сайте форума: [www.imtf-expo.ru](http://www.imtf-expo.ru)

Контактная информация: Тел.: (495) 980-95-42

E-mail: [kma@forexpo.ru](mailto:kma@forexpo.ru) — Максим, [irina@forexpo.ru](mailto:irina@forexpo.ru) — Ирина

**А. А. Большаков**, д-р техн. наук, проф.,  
bolshakov@overta.ru,  
**Д. Л. Лисицкий**, аспирант,  
**Д. Ю. Петров**, канд. техн. наук, доц.,  
Саратовский государственный  
технический университет

## Управление роботом при объезде препятствий

*Рассматривается управление мобильным роботом при движении, требующем объезда препятствий местности. Задача решается в рамках структуры, позволяющей разбить систему управления на две последовательно включенные подсистемы, одна из которых формирует программную траекторию, а вторая ее отслеживает. Синтезирован алгоритм выбора программного управления.*

**Ключевые слова:** робот, препятствия, программная траектория, модель, алгоритм

### Введение и постановка задачи

В настоящее время бурно развивается раздел робототехники, занимающийся созданием транспортных роботов. Однако создать роботы, уверенно перемещающиеся даже по ровной поверхности, на которой имеются непреодолимые для них препятствия, пока не удалось по ряду причин, в том числе и из-за несовершенства алгоритмов управления. Поэтому разработка алгоритмов управления транспортными роботами является актуальной задачей.

Пусть необходимо, чтобы робот переместился из точки  $A$  в точку  $B$  горизонтальной плоскости (рис. 1) по траектории, минимально отклоняющейся от прямой, соединяющей эти точки, причем перемещение по прямой линии невозможно из-за препятствий произвольной формы. В дальнейшем будем считать, что препятствие сплошное и несимметричное относительно прямой  $AB$  (рис. 1). Робот может обогнуть препятствие, обходя его с разных сторон, однако одно из направлений обхода будет

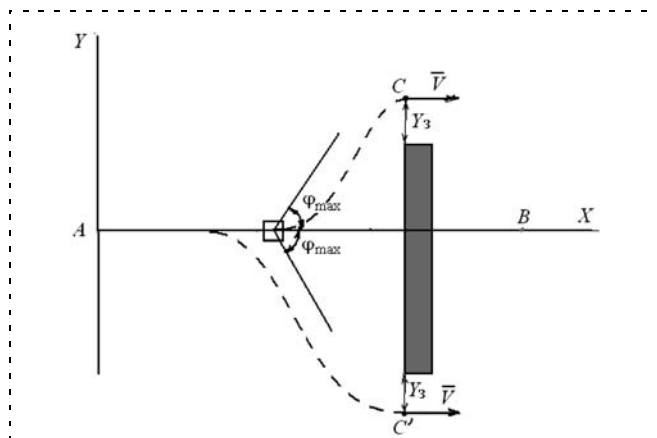


Рис. 1. Схема возможного перемещения робота

требовать большего отклонения от прямой  $AB$  и должно быть исключено. Необходимо также, чтобы расстояние между роботом и препятствием, измеренное вдоль оси  $OY$ , никогда не было меньше некоторого значения  $Y_3$  (рис. 1).

Для обнаружения препятствий на местности на корпусе робота должен устанавливаться специальный датчик. Им может являться лазерный дальномер с лучом, сканирующим в горизонтальной плоскости (ЛДС), угол сканирования которого равен  $2\varphi_{\max}$ , причем  $\varphi_{\max}$  не меньше максимального угла, который может составлять траектория движения робота с прямой  $AB$ . Предположим, что ось симметрии сектора сканирования луча ЛДС параллельна прямой  $AB$ , а угол  $\varphi$  отклонения луча ЛДС от оси симметрии сектора изменяется дискретно с интервалом  $\Delta\varphi$ . Дальномер при каждом  $i$ -м измерении определяет угол наклона луча  $\varphi_i$  и расстояние до препятствия  $l_i$ , что позволяет вычислить координаты видимых дальномером точек препятствия в связанной с объектом системе координат. Всего за полупериод сканирования будет получена информация о расстоянии до  $k = (2\varphi_{\max}/\Delta\varphi) + 1$  точек препятствия. Предполагается также, что на корпусе робота установлены два лазерных дальномера с неподвижными лучами, измеряющие расстояние от робота до препятствий в направлении, перпендикулярном прямой  $AB$ .

Положение центра масс робота в неподвижной системе координат (СК)  $AXY$  (рис. 1), первые производные этих координат и ориентация робота в этой СК могут определяться с помощью комплексной инерциальной системы навигации и ориентации, корректируемой по показаниям дифференциальных  $GPS$ -датчиков.

### Выбор структуры системы, декомпозиция и формализация задачи

В описанной постановке задача является предметом теории оптимального управления. Однако так как математическая модель траекторного движения реального робота имеет достаточно большую размерность, не может быть точно идентифицирована и нестационарна, то для синтеза алгоритма управления невозможно применить ни один из известных методов теории оптимального управления.

Выход можно найти в разделении этой сложной задачи на две более простые последовательно решаемые задачи — формирования программной траектории и отслеживания роботом программной траектории. Реализовать такой подход можно, используя для создания системы структуру, изображенную на рис. 2, на которой введены следующие обозначения:  $X$  — вектор текущего состояния объекта в стартовой системе координат (СК);  $X_0$  — вектор желаемого конечного состояния объекта в стартовой СК;  $X_M$  — вектор текущего состояния модели в стартовой системе координат (СК);  $U$  — вектор управлений объекта;  $U_M$  — вектор управле-

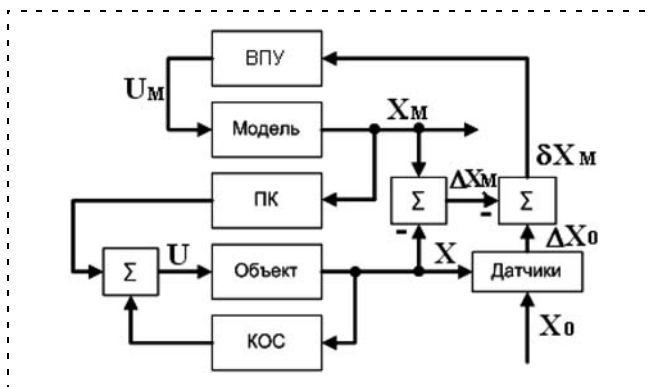


Рис. 2. Исходная структура САУ

ния модели; ВПУ — вычислитель программного управления; Объект — объект управления; Модель — упрощенная математическая модель объекта управления, причем именно та, исходя из которой синтезирован алгоритм выбора программного управления; Датчики — устройства, определяющие положение объекта управления относительно препятствия местности; ПК и КОС — соответственно прямой канал и канал обратной связи регулятора, синтезированные исходя из условия наилучшего возможного отслеживания объектом координат модели;  $\Delta X_0$  — вектор координат конечной точки в СК, связанной с объектом;  $\Delta X_M$  — вектор точки начала СК, "связанной" с моделью, в СК, связанной с объектом управления;  $\delta X_M$  — вектор координат конечной точки в СК модели [1].

Используя правила структурных преобразований, схему, показанную на рис. 2, легко привести к виду (рис. 3), из которого видно, что исходная система эквивалентна двум последовательно включенным подсистемам "модель—ВПУ" и "объект—регулятор". Подсистема "модель—ВПУ" исходя из информации о "положении" модели относительно желаемого конечного положения, формирует программную траекторию, а подсистема "объект—регулятор" ее отслеживает.

Предположим, что продольная составляющая скорости центра масс робота стабилизируется спе-

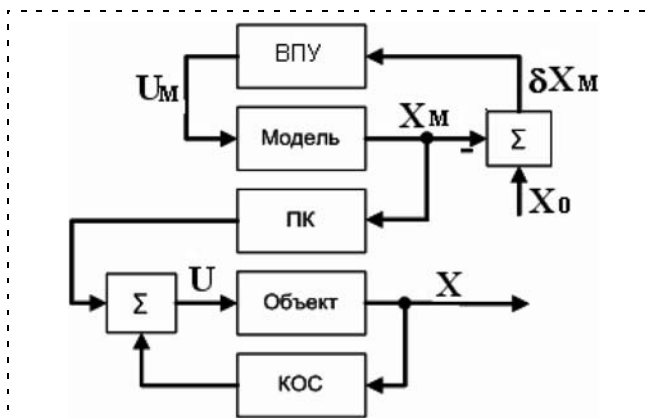


Рис. 3. Эквивалентная структура

циальным регулятором и поэтому постоянна. Тогда упрощенную математическую модель движения центра масс робота можно записать как кинематические дифференциальные уравнения плоского движения материальной точки:

$$\frac{dY_M}{dt} = V_{yM}; \quad \frac{dV_{yM}}{dt} = gn_y; \quad \frac{dX_M}{dt} = V_{xM} = \text{const}, \quad (1)$$

где  $Y_M, X_M$  — координаты упрощенной модели объекта в системе координат  $AXY$ ;  $V_{xM}, V_{yM}$  — соответственно продольная и поперечная составляющие скорости упрощенной модели;  $n_y$  — поперечная перегрузка модели;  $g$  — ускорение силы тяжести. В выражениях (1)  $X_M, Y_M, V_{yM}$  — координаты,  $n_y$  — управление, которое далее будем называть программным управлением.

На координаты и управления упрощенной модели робота наложены ограничения:

$$-V_{y\text{max}} \leq V_{yM} \leq V_{y\text{max}}; \quad -n_{y\text{max}} \leq n_y \leq n_{y\text{max}}. \quad (2)$$

Первое из неравенств (2) ограничивает угол наклона программной траектории, второе — радиус кривизны траектории. Ограничения следует выбирать так, чтобы динамические свойства робота позволяли ему отслеживать "движение" модели.

Формализованный критерий оптимальности программной траектории:

$$I = \int_0^{\infty} Y_M dt \rightarrow \min. \quad (3)$$

Поскольку препятствие может иметь произвольную форму, то совсем не обязательно, что наиболее опасной для робота является та видимая точка препятствия, которая наиболее удалена от оси  $AX$ . Поэтому алгоритм работы вычислителя программного управления должен анализировать все видимые точки препятствия (препятствий) для определения возможности объезда, выбирать направление объезда препятствия, выбирать наиболее опасную точку препятствия, выбирать управление, переводящее объект (1, 2) из произвольного начального состояния в точку, удаленную вдоль оси  $AY$  на расстоянии  $Y_3$  от наиболее опасной точки препятствия, с поперечной составляющей вектора скорости, равной нулю ( $V_{yM} = 0$ ), таким образом, чтобы минимизировался функционал (3).

### Синтез алгоритма выбора программного управления

Можно показать, что минимизация функционала (3) в рамках модели (1), (2) требует создания системы с максимальным быстродействием. Тогда согласно принципу максимума Понтрягина и теореме о  $n$  интервалах [2, 3] оптимальное управление будет релейным и будет принимать только значения  $(n_{y\text{max}}, 0, -n_{y\text{max}})$ . Для решения задачи будем использовать известную методику [2, 3], согласно которой алгоритм выбора оптимального управления

синтезируется исходя из анализа положения изображающей точки относительно фазового портрета оптимального переходного процесса.

Введем новые переменные:

$$\begin{aligned} x_i &= X_{\Pi i} - X_M; y_i = Y_{\Pi i} + Y_3 \text{sign} Y_{\Pi i} - Y_M; \\ v_y &= -V_{yM}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $X_{\Pi i}, Y_{\Pi i}$  — координаты  $i$ -й точки препятствия местности в неподвижной системе координат  $AXY$ .

Тогда система уравнений (1) примет следующий вид:

$$\frac{dy_i}{dt} = v_y; \frac{dv_y}{dt} = -gn_y; \frac{dx_i}{dt} = -V_{xM} = \text{const}. \quad (5)$$

После введения новых переменных задача формально сводится к синтезу оптимального в смысле функционала (3) алгоритма выбора управления  $n_y = (n_{y\max}, 0, -n_{y\max})$ , перемещения изображающей точки из произвольного положения в фазовом пространстве  $Oxuv_y$  в начало координат — точку  $O$ .

Фазовый портрет завершающего этапа такого переходного процесса приведен на рис. 4 (последние три интервала постоянных значений управления). Несложно видеть, что в начало координат можно попасть по двум траекториям —  $AO$  с управлением  $n_y = -n_{y\max}$  и  $BO$  с управлением  $n_y = n_{y\max}$ . На координату  $v_y$  согласно обозначениям (4) также наложены ограничения:

$$-v_{y\max} \leq v_y \leq v_{y\max}, \quad (6)$$

где  $|v_{y\max}| = |V_{yM}|$ , поэтому в точке  $A$  с координатами  $(x_A, y_A, v_y = -v_{y\max})$  траектория  $AO$  переходит в траекторию  $AC$ , у которой  $n_y = 0$ , а  $v_y = -v_{y\max} = \text{const}$ . Аналогично траектория  $BO$  в точке  $B$  с координатами  $(x_B, y_B, v_y = v_{y\max})$  переходит в траекторию  $BD$ , у которой  $n_y = 0$ , а  $v_y = v_{y\max} = \text{const}$ .

Приблизиться к траектории  $AO$  изображающая точка может только по поверхности П1 с управле-

нием  $n_y = n_{y\max}$ , а к ее продолжению — траектории  $AC$  — по поверхности П2 тоже с управлением  $n_y = n_{y\max}$ . Границей между поверхностями П1 и П2 является траектория  $AM$ .

Приблизиться к траектории  $BO$  изображающая точка может только по поверхности П3 с управлением  $n_y = -n_{y\max}$ , а к ее продолжению — траектории  $BD$  — по поверхности П4 также с управлением  $n_y = -n_{y\max}$ . Границей между поверхностями П3 и П4 является траектория  $BN$ .

Для определения уравнений вышеперечисленных траекторий и поверхностей исключим из уравнений (5) время и проинтегрируем их в обратном направлении — от конца фазовых траекторий к началу при соответствующих постоянных значениях управления  $(n_{y\max}, 0, -n_{y\max})$ .

Получим следующие уравнения:

- траектории  $OA$ :

$$y_{iOA} = y_i = v_y^2 / (2gn_{y\max}); \quad (7)$$

- поверхности П1:

$$y_{iП1} = y_i = -\frac{v_y^2}{2gn_{y\max}} + \frac{(-x_i gn_{y\max} + V_{xM} v_y)^2}{4V_{xM}^2 gn_{y\max}}; \quad (8)$$

- граничной траектории  $AM$ :

$$y_{iAM} = y_i = (-v_y^2/2 + V_{yM}^2) / (gn_{y\max}); \quad (9)$$

- поверхности П2:

$$\begin{aligned} y_{iП2} &= y_i = \\ &= -\frac{v_y^2}{2gn_{y\max}} + \frac{V_{yM}}{V_{xM}} \left( x_i - \frac{V_{xM} v_y}{gn_{y\max}} - \frac{V_{xM} V_{yM}}{gn_{y\max}} \right); \end{aligned} \quad (10)$$

- траектории  $OB$ :

$$y_{iOB} = y_i = -v_y^2 / (2gn_{y\max}); \quad (11)$$

- поверхности П3:

$$y_{iП3} = y_i = \frac{v_y^2}{2gn_{y\max}} - \frac{(x_i gn_{y\max} + V_{xM} v_y)^2}{4V_{xM}^2 gn_{y\max}}; \quad (12)$$

- граничной траектории  $BN$ :

$$y_{iBN} = y_i = (v_y^2/2 - V_{yM}^2) / (gn_{y\max}); \quad (13)$$

- поверхности П4:

$$\begin{aligned} y_{iП4} &= y_i = \\ &= \frac{v_y^2}{2gn_{y\max}} - \frac{V_{yM}}{V_{xM}} \left( x_i + \frac{V_{xM} v_y}{gn_{y\max}} - \frac{V_{xM} V_{yM}}{gn_{y\max}} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Программная траектория будет оптимальна в смысле функционала (3), если она совпадает с прямой  $AB$ , за исключением необходимых отклонений по объезду препятствий. Алгоритм должен анали-

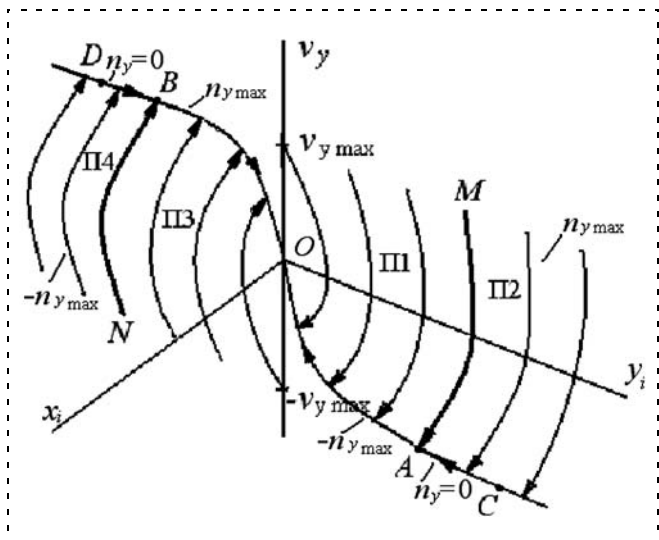


Рис. 4. Фазовый портрет системы

зировать все точки препятствия для определения момента начала маневра огибания препятствия, однако сам маневр должен начинаться в момент, когда потенциально опасные точки появляются как в положительной, так и отрицательной частях плоскости  $AXY$ . При этом программная траектория должна огибать сторону препятствия, которая меньше отклоняется от оси  $AX$ .

При движении изображающей точки в фазовом пространстве любой  $i$ -й точки препятствия  $Ox_i y_i y_y$  координата  $x_i$  всегда положительна и равномерно убывает. Любая  $i$ -я точка препятствия является потенциально опасной для объекта, если в этом движении при  $Y_{\Pi i} > 0$  изображающая точка попала на поверхности П1, П2, траекторию  $OA$  или пересекла их, а при  $Y_{\Pi i} < 0$  попала на поверхности П3, П4, траекторию  $OB$  или пересекла их.

При попадании изображающей точки на одну из поверхностей или линий переключения, приводящих ее в начало координат (в соответствии со знаком  $Y_{\Pi i}$ ), программное управление должно выбираться равным управлению, для которого получены эта поверхность или линия. Если изображающая точка не попала ни на одну из линий или поверхностей переключения, программное управление должно выбираться таким, чтобы оно переводило модель к траектории  $AB$  за минимальное время.

В соответствии с изложенным подходом сформирован алгоритм выбора управления на каждом шаге интегрирования уравнений (1), однако для стабилизации объекта на прямой  $AB$  использован регулятор с зоной линейности при малых отклонениях.

1. Выбор программного управления, стабилизирующего объект на траектории  $AB$ , осуществляется регулятором с законом управления, учитывающим ограничения (2):

$$H_1 = c_1(Y_M - (Y_{\Pi} + Y_3 \text{sign} Y_{\Pi})) + c_2 V_{yM}; \quad (15)$$

$$H_2 = \begin{cases} H_1, & \text{если } |H_1| < n_{y\max}; \\ n_{y\max} \text{sign} H_1, & \text{если } |H_1| \geq n_{y\max}; \end{cases} \quad (16)$$

$$n_{yp} = \begin{cases} H_2, & \text{если } (|V_{yM}| < V_{y\max}) \vee (H_2 > 0 \wedge \\ \wedge V_{yM} < V_{y\max}) \vee (H_2 < 0 \wedge V_{yM} > -V_{y\max}); & (17) \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где  $c_1, c_2$  — постоянные коэффициенты;  $H_1, H_2$  — промежуточные переменные;  $n_{yp}$  — выходной сигнал регулятора;  $Y_{\Pi}$  — координата препятствия в системе координат  $AXY$  в месте нахождения объекта.

2. Для каждого положения луча дальномера выбирается программное управление.

Если  $Y_{\Pi i} \geq 0$ , то:

$$H_{3i} = \begin{cases} y_{\Pi 1}, & \text{если } y_i - y_{iAM} < 0; \\ y_{\Pi 2}, & \text{если } y_i - y_{iAM} \geq 0; \end{cases} \quad (18)$$

$$n_{y1i} = \begin{cases} n_{y\max}, & \text{если } [(y_i - H_{3i} \geq 0) \wedge (V_{yM} < 0)] \vee \\ \vee [(y_i - H_{3i} \geq 0) \wedge (V_{yM} \geq 0) \wedge \\ \wedge (y_i - y_{iOA} > 0) \wedge (V_{yM} < V_{y\max})]; & (19) \\ 0, & \text{если } [(y_i - H_{3i} < 0) \wedge (V_{yM} \leq -V_{y\max})] \vee \\ \vee [(y_i - H_{3i} \geq 0) \wedge (V_{yM} \geq 0) \wedge \\ \wedge (y_i - y_{iOA} > 0) \wedge (V_{yM} \geq V_{y\max})]; & \\ -n_{y\max}, & \text{если } [(y_i - H_{3i} < 0) \wedge \\ \wedge (V_{yM} > -V_{y\max})] \vee [(y_i - H_{3i} \geq 0) \wedge \\ \wedge (V_{yM} \geq 0) \wedge (y_i - y_{iOA} \leq 0)]. & \end{cases}$$

Если  $Y_{\Pi i} < 0$ , то:

$$H_{4i} = \begin{cases} y_{\Pi 3}, & \text{если } y_i - y_{iBN} \geq 0; \\ y_{\Pi 4}, & \text{если } y_i - y_{iBN} < 0; \end{cases} \quad (20)$$

$$n_{y2i} = \begin{cases} -n_{y\max}, & \text{если } [(y_i - H_{4i} \leq 0) \wedge \\ \wedge (V_{yM} > 0)] \vee [(y_i - H_{4i} \leq 0) \wedge (V_{yM} \leq 0) \wedge \\ \wedge (y_i - y_{iOB} < 0) \wedge (V_{yM} > -V_{y\max})]; & (21) \\ 0, & \text{если } [(y_i - H_{4i} > 0) \wedge (V_{yM} \geq V_{y\max})] \vee \\ \vee [(y_i - H_{4i} \leq 0) \wedge (V_{yM} \leq 0) \wedge \\ \wedge (y_i - y_{iOB} < 0) \wedge (V_{yM} \leq -V_{y\max})]; & \\ n_{y\max}, & \text{если } [(y_i - H_{4i} > 0) \wedge \\ \wedge (V_{yM} < V_{y\max})] \vee [(y_i - H_{4i} \leq 0) \wedge \\ \wedge (V_{yM} \leq 0) \wedge (y_i - y_{iOB} \geq 0)], & \end{cases}$$

где  $i = \overline{0, k}$ ;  $H_{3i}, H_{4i}$  — промежуточные переменные.

Каждому значению  $i$  соответствует упорядоченная тройка  $\{n_{y1i}, Y_{\Pi i}, h_{1i}\}$ , где  $h_{1i} = (y_i - H_{3i})$ , если  $Y_{\Pi i} \geq 0$ , и  $\{n_{y2i}, Y_{\Pi i}, h_{2i}\}$ , где  $h_{2i} = (y_i - H_{4i})$ , если  $Y_{\Pi i} < 0$ .

3. Если отсутствуют тройки, в которых  $Y_{\Pi i} \geq 0$ , то формируется тройка  $\{n_{y1} = n_{y\max}, Y_{\Pi 1} = 100, h_1 = 1\}$  и пропускаются п. 5, 7 алгоритма.

4. Если отсутствуют тройки, в которых  $Y_{\Pi i} < 0$ , то формируется тройка  $\{n_{y2} = -n_{y\max}, Y_{\Pi 1} = -100, h_1 = -1\}$  и пропускаются п. 6, 8 алгоритма.

5. Из всех троек, соответствующих  $Y_{\Pi i} \geq 0$ , отбираем те, у которых  $n_{y1i} > -n_{y\max}$ . Если таких пар нет, то формируем тройку  $\{n_{y1} = -n_{y\max}, Y_{\Pi 1} = 0, h_1 = -1\}$  и пропускаем п. 7 алгоритма.

6. Из всех троек, соответствующих  $Y_{\Pi i} < 0$ , отбираем те, у которых  $n_{y2i} < n_{y\max}$ . Если таких пар нет, то формируем тройку  $\{n_{y2} = n_{y\max}, Y_{\Pi 2} = 0, h_2 = 1\}$  и пропускаем п. 8 алгоритма.

7. Из оставшихся троек, соответствующих  $Y_{\Pi i} \geq 0$ , отбираем ту, у которой  $Y_{\Pi i}$  максимально. Обозначим параметры этой тройки  $\{n_{y1}, Y_{\Pi 1}, h_1\}$ .

8. Из оставшихся троек, соответствующих  $Y_{\Pi i} < 0$ , отбираем ту, у которой  $Y_{\Pi i}$  минимально. Обозначим параметры этой группы  $\{n_{y2}, Y_{\Pi 2}, h_2\}$ .

9. Выбираем программное управление:

$$n_y = \begin{cases} n_{yp}, & \text{если } h_1 < 0 \vee h_2 > 0; \\ n_{y1}, & \text{если } h_1 \geq 0 \wedge |Y_{\Pi 1}| < |Y_{\Pi 2}|; \\ n_{y2}, & \text{если } h_2 \leq 0 \wedge |Y_{\Pi 1}| \geq |Y_{\Pi 2}|. \end{cases} \quad (22)$$

В результате интегрирования уравнений (1) с выбранным значением управления получаем числен-

ное значение координат модели  $Y_M, V_{yM}$ , которые и определяют значение программной траектории в каждый момент времени. Координату  $X_M$  модели принимаем равной координате  $X_p$  центра масс робота.

### Результаты численного моделирования

Работоспособность и эффективность предложенного подхода к управлению движением робота и синтезированного алгоритма проверяли методом численного моделирования. Для этого была разработана программа на языке Си++, в которой использовалась методика моделирования ЛДС и препятствий местности, описанная в [4]. При моделировании задавали следующие параметры модели, ограничений и дальномера:  $V_{xM} = 2$  м/с,  $n_{y\max} = 0,1$ ,  $V_{y\max} = 1$  м/с,  $\varphi_{\max} = 60^\circ$ ,  $k = 1000$ ,  $Y_3$ . Коэффициенты  $c_1, c_2$ , выбраны с использованием метода модального управления исходя из обеспечения равных и действительных корней замкнутой системы "модель (1) — регулятор (15)" и времени переходного процесса 1 с.

При моделировании использовали сложную нелинейную математическую модель плоского движения трехколесного робота, предложенную в работе [5]. Вектор состояния модели  $\mathbf{X} = [X \ Y \ V_x \ V_y \ \psi \ \omega_z]^T$ ; вектор управления  $\mathbf{U} = [\delta_1 \ \delta_2]$ , где  $X, Y$  — координаты центра масс робота в системе координат  $AХУ$ , а  $V_x, V_y$  — их первые производные;  $\psi, \omega_z$  — угол курса и его первая производная;  $\delta_1, \delta_2$  — соответственно сумма и разность токов якорей двигателей ведущих колес робота. Закон управления регулятора был выбран в виде

$$\begin{aligned} \delta_1 &= a_{11}(V_{xM} - V_x); \\ \delta_2 &= a_{21}(Y_M - Y) + a_{22}(V_{yM} - V_y) + \\ &+ a_{23}\left(\arctg \frac{V_{yM}}{V_{xM}} - \psi\right) + a_{24}\omega_z, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $a_{ij}$  — коэффициенты передачи регулятора, определенные методом аналитического конструирования оптимальных регуляторов с использованием предварительно линеаризованной модели [5].

Результаты моделирования представлены на графиках рис. 5, рис. 6. Программная траектория

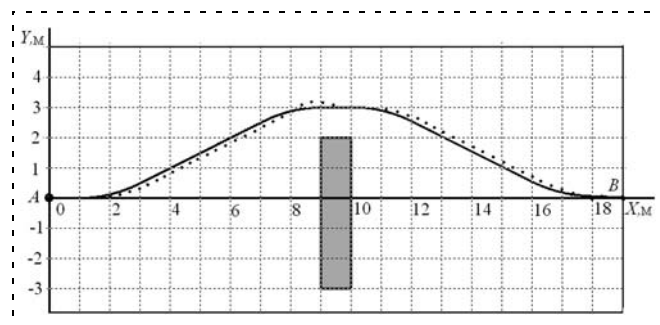


Рис. 5. Результаты численного моделирования объезда одиночного препятствия

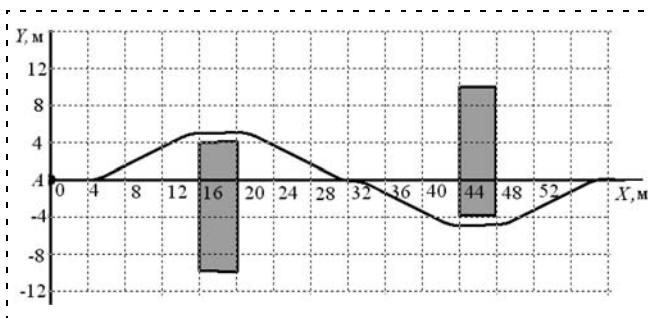


Рис. 6. Результаты численного моделирования объезда группы препятствий

на графике рис. 5 показана сплошной линией, траектория движения центра масс робота — пунктирной. На графике рис. 6 эти траектории сливаются в одну линию, так как график дан в более мелком масштабе. Из результатов моделирования следует, что программная траектория соответствует всем предъявляемым требованиям. Отклонение траектории движения центра масс робота от программной траектории незначительно и не превышает 0,2 м. Робот правильно выбирал направление объезда препятствий, огибая сторону препятствия, требующую меньшего отклонения от прямой  $AB$ .

### Заключение

Предложенный подход и алгоритм формирования программной траектории позволяют эффективно управлять движением робота в соответствии с выбранным критерием качества. Несмотря на кажущуюся сложность, алгоритм управления может быть легко реализован в бортовом компьютере мобильного робота и может использоваться в качестве основной части общего алгоритма при создании системы управления. При этом предложенный алгоритм формирования программной траектории может послужить в качестве базового при создании алгоритмов, позволяющих мобильному роботу проезжать между препятствиями местности, объезжать группу препятствий, а также может быть положен в основу гибкой системы управления движением робота.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лисицкий Д. Л. Выбор структуры системы автоматического управления траекторным движением мобильного робота // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2009. № 4 (43). С. 108—110.
2. Лернер А. Я., Розенман Е. А. Оптимальное управление. М.: Энергия, 1970. 360 с.
3. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. М.: Наука. Гл. ред. физ.мат.лит. 1979. 432 с.
4. Лисицкий Д. Л. Имитация сканирующего лазерного дальномера при моделировании движения мобильного робота // Тр. XXIII междунар. науч. конф. "Математические методы в технике и технологиях". Саратов, 2010. Т. 9. С. 123—125.
5. Баргеньев В. В., Яцун С. Ф., Ztidis I., Zimmermann K. Математическая модель управляемого движения мобильного колесного робота по горизонтальной плоскости в вязкой среде // Вибрационные машины и технологии: Сб. науч. ст. междунар. конф. Курск: Курск-ГТУ, 2010. Ч. 2. С. 234—247.

**Ю. В. Садомцев**, д-р техн. наук, проф.,  
**Д. А. Гривенев**, аспирант,  
 dug@kber.ru,  
 Саратовский государственный  
 технический университет

## Синтез цифрового регулятора для системы стабилизации скорости вращения вала генератора

*Рассматривается задача построения цифрового регулятора для системы стабилизации скорости вращения вала генератора переменного тока. Особенностью задачи является выделение внутреннего контура по положению золотникового механизма в гидроусилителе. Это позволяет разделить задачи управления объектом и гидроусилителем, приводит к более точной отработке управляющих воздействий, позволяет получить высокую повторяемость и стабильность динамических свойств преобразователя в течение всего срока его эксплуатации. Решение задачи проводится на основе процедуры линейно-квадратической оптимизации и теории наблюдающих устройств минимальной размерности.*

**Ключевые слова:** электрогидравлическая система стабилизации, линейно-квадратическая оптимизация, динамический компенсатор, LQD-регулятор, наблюдатель Льюенбергера, запаздывание по управлению

**Постановка задачи.** Система стабилизации скорости вращения вала генератора включает следующие элементы: двигатель линейного перемещения (ДЛП, исполнительный механизм), гидроусилитель (ГУ), гидропреобразователь (ГПр), вспомогательный центробежный насос (ВЦН), генератор переменного тока. Структурная схема системы стабилизации представлена на рис. 1, где пунктиром выделен объект управления (ОУ) и исполнительный механизм (ИМ).

ГПр состоит из двух турбин. Внутренняя турбина раскручивается от приводного вала через редуктор, причем скорость вращения не постоянна и может изменяться с течением времени. Между внутренней и внешней турбиной расположены поворотные лопатки, в зависимости от положения которых внешняя турбина раскручивается с большей или меньшей угловой скоростью. Внешняя турбина приводит в движение вал генератора, предназначенного для

питания трехфазным переменным током бортовой сети летательного аппарата. Поворотные лопатки поворачиваются с помощью плунжерного редуктора, который соединен с рейкой поворотных лопаток. Рейка поворотных лопаток жестко связана с сервопоршнем ГУ, который гидравлически связан с золотником. Перемещение золотника образует перепад давления в полостях сервопоршня, что приводит к его перемещению и, следовательно, к изменению положения поворотных лопаток. Перемещение золотника обеспечивается электрической частью системы регулирования, которой является ДЛП. Для повышения рабочего давления в системе регулирования на одном валу с турбиной ГПр и генератором встроены ВЦН.

В данной системе можно выделить два контура регулирования: внутренний (ВК) — по перемещению золотникового механизма и основной (ОК) — по скорости вращения вала генератора.

Используя построенную ранее линеаризованную математическую модель в безразмерном виде [1, 2], объект управления можно представить системой дифференциальных уравнений с постоянными параметрами, которая в форме Коши имеет вид

$$\dot{x}(t) = A_H x(t) + B_H u(t); \tag{1}$$

$$y(t) = C_H x(t),$$

где  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^r$  — векторы состояний, управлений и измеряемых выходов соответственно;  $A_H, B_H, C_H$  — числовые матрицы непрерывной модели соответствующих размеров. Отметим, что в данном виде можно представить и внутренний контур, и основной.

Требуется определить закон управления в виде алгоритма работы БЦВМ (дискретного регулятора) для внутреннего и основного контуров регулирования так, чтобы замкнутые системы были асимптотически устойчивы и удовлетворялись следующие требования к качеству регулирования: точность регулирования в установившемся режиме —  $\pm 1\%$ , время регулирования — не более 100 мс.

Отметим, что регуляторы включены в контуры управления с помощью АЦП и ЦАП (экстраполятор нулевого порядка), работающих синхронно с периодом дискретности  $h = 0,5$  мс. Выдача рассчитанного после съема информации управления происходит с запаздыванием на один такт.

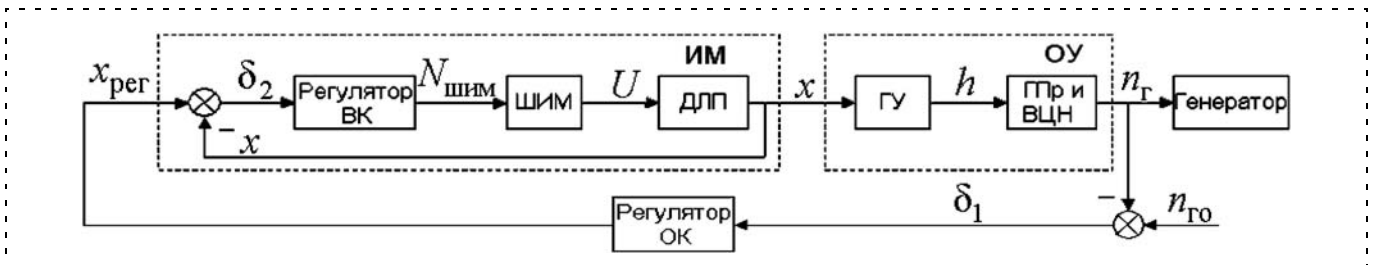


Рис. 1. Структурная схема системы стабилизации

**Процедура синтеза дискретных астатических регуляторов.** Для синтеза дискретного регулятора непрерывный объект (1) должен быть преобразован в дискретную форму, так что его дискретная модель будет иметь вид

$$\begin{aligned} x(i+1) &= Ax(i) + Bu(i); \\ y(i) &= Cx(i), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A$  и  $B$  ( $C = C_n$ ) определяются по известным формулам перехода с использованием матриц  $A_n$ ,  $B_n$  непрерывной модели (1).

В качестве обратной связи будем использовать класс дискретных динамических регуляторов пониженной размерности с астатизмом первого порядка, строящихся на основе наблюдателя Люенбергера [3]. Далее такой регулятор будем называть динамическим компенсатором (ДК). Уравнения ДК имеют вид

$$\begin{aligned} \xi(i+1) &= W\xi(i) + Ky(i) + TBu(i); \\ u(i) &= F\hat{x}(i) = F(V\xi(i) + Uy(i)), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $i$  — дискретное время (номер такта);  $\xi \in \mathbb{R}^\alpha$  ( $\alpha \leq n$ ) — вектор состояний компенсатора,  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  — вектор оценок переменных состояния объекта, используемых в регуляторе полного состояния с матрицей передаточных коэффициентов  $F$ . Остальные матрицы ( $W$ ,  $K$ ,  $V$ ,  $U$ ,  $T$ ) должны удовлетворять соотношениям:

$$TA - WT = KC, UC + VT = I_n, \quad (4)$$

в которых  $I_n$  обозначает (здесь и далее) единичную матрицу соответствующей размерности. В этом случае можно показать, что полюсы замкнутой системы будут состоять из полюсов регулятора по состоянию и полюсов ДК (собственных чисел матрицы  $W$ ). Заметим, что одним из условий разрешимости уравнений (4) является  $\alpha \geq n - r$ , которое позволяет определить минимальную размерность динамического компенсатора  $\alpha_{\min} = n - r$ .

Особенностями рассматриваемой процедуры синтеза являются: введение астатизма первого порядка в главный контур, что позволяет свести статическую ошибку регулирования к нулевому значению, и учет запаздывания по управлению, вносимого цифровым вычислителем.

Предположим, что матрица  $C$  в уравнениях объекта (2) имеет следующую структуру:  $C = [I_r \mid 0_{r \times (n-r)}]$  ( $0_{k \times l}$  — здесь и далее нулевая матрица соответствующей размерности), которая не является ограничением и всегда может быть достигнута преобразованием исходного объекта, если ранг этой матрицы полный. Тогда можно показать [3], что уравнения

(4) будут удовлетворяться тождественно, если матрицы ДК определить следующими выражениями:

$$T = [L \mid I_{n-r}]; V = \begin{bmatrix} 0_{r \times (n-r)} \\ I_{n-r} \end{bmatrix}; U = \begin{bmatrix} I_r \\ -L \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} W &= TAV = A_{22} + LA_{12}; \\ K &= TAU = -A_{22}L + A_{12} - LA_{21}L + LA_{11}, \end{aligned}$$

где  $L$  —  $(n-r) \times r$ -мерная вспомогательная матрица компенсатора;  $A_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) — блоки матрицы  $A$  с размерностями, соответствующими разбиению вектора  $x$  на две составляющие:  $x = (x_{(1)}, x_{(2)})^T$ ,  $x_{(1)} = y \in \mathbb{R}^r$ ,  $x_{(2)} \in \mathbb{R}^{n-r}$ .

Выбранный подход к синтезу ДК предполагает нахождение двух матриц:  $L$  и  $F$ . Для определения матрицы  $F$  передаточных коэффициентов регулятора по полному состоянию воспользуемся методом LQD-оптимизации [3]:

$$F = -(\Psi + B^T P B)^{-1} B^T P A, \Psi > 0, P > 0;$$

$$P = A^T P A + Q - A^T P B (\Psi + B^T P B)^{-1} B^T P A, Q \geq 0, \quad (6)$$

где  $\Psi$  и  $Q$  — некоторые весовые матрицы, выбором которых достигается то или иное свойство LQD-регулятора (символьная запись  $A > 0$  или  $A \geq 0$  обозначает положительно-определенную или неотрицательно-определенную матрицу).

Для определения матрицы  $L$  будем использовать процедуру оптимальной дискретной фильтрации Калмана [3]:

$$L = -A_{22} P_L A_{12}^T (\Psi_L + A_{12} P_L A_{12}^T)^{-1}, \Psi_L > 0, P_L > 0;$$

$$\begin{aligned} P_L &= A_{22} P_L A_{22}^T + Q_L - A_{22} P_L A_{12}^T \times \\ &\times (\Psi_L + A_{12} P_L A_{12}^T)^{-1} A_{12} P_L A_{22}^T, Q_L \geq 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\Psi_L$  и  $Q_L$  — некоторые весовые матрицы.

Введение дискретного интегратора ( $w(z) = \lambda h / (z - 1)$ ,  $\lambda > 0$  — некоторый коэффициент,  $h$  — период дискретности) в главный контур рассматриваемой системы осуществим за счет расширения модели объекта (2) уравнением

$$\mu(i+1) = \mu(i) + \lambda h u_1(i), \quad (8)$$

где  $u_1$  — первая компонента вектора измеряемых переменных.

Новую переменную  $\mu$  отнесем к измеряемым переменным. В итоге, астатическая модель дискретного объекта (2) может быть представлена системой разностных уравнений вида

$$\begin{aligned} x_a(i+1) &= A_a x_a(i) + B_a u(i); \\ y_a(i) &= C_a x_a(i), \end{aligned} \quad (9)$$



где  $x_a = (\mu, x_{(1)}, x_{(2)})^T$ ,  $x_a \in \mathbb{R}^{n+1}$ ;  $y_a = (\mu, x_{(1)})^T \in \mathbb{R}^{r+1}$ ;

$$A_a = \begin{bmatrix} 1 & \lambda h & 0_{1 \times (n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0_{n \times 1} & A & \end{bmatrix};$$

$$B_a = \begin{bmatrix} 0_{1 \times m} \\ B \end{bmatrix}; C_a = \begin{bmatrix} 1 & 0_{1 \times n} \\ \vdots & \vdots \\ 0_{r \times 1} & C \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$A, B, C$  — матрицы дискретного объекта (2).

Для найденной модели (9), (10) можно построить ДК (3), матрицы которого определяются в соответствии с выражениями (5)–(7).

**Учет запаздывания по управлению.** Следующим этапом синтеза является учет запаздывания по управлению на один шаг, вносимого вычислителем. В этом случае дискретная модель объекта (9) должна быть представлена в виде

$$x_a(i+1) = A_a x_a + B_a u(i-1); y_a(i) = C_a x_a(i). \quad (11)$$

Для учета запаздывания будем использовать известный прием [3] расширения уравнений состояний дискретного объекта (9) за счет управления из предыдущего такта. Формально это осуществляется введением дополнительной переменной состояния  $x_\tau(i) = u(i-1)$  и добавлением к модели (9) уравнения

$$x_\tau(i+1) = u(i). \quad (12)$$

Новую переменную  $x_\tau$  отнесем к измеряемым, так как управление, вычисленное на предыдущем такте, может храниться в оперативной памяти БЦВМ и, следовательно, является доступным для использования в законе управления. С учетом (12) и последнего замечания модель расширенного эквивалентного объекта принимает вид

$$\tilde{x}(i+1) = \tilde{A} \tilde{x}(i) + \tilde{B} u(i); \tilde{y}(i) = \tilde{C} \tilde{x}(i), \quad (13)$$

где  $\tilde{x} = (\mu, x_{(1)}, x_{(2)}, x_\tau)^T$ ,  $\tilde{x} \in \mathbb{R}^{n+m+1}$ ,  $\tilde{y} = (\mu, x_{(1)}, x_\tau)^T$ ,  $\tilde{y} \in \mathbb{R}^{r+m+1}$ .

Модель (13) формально представляет некоторый эквивалентный дискретный объект без запаздывания, но большей размерности. Следовательно, для него можно построить ДК (3), основанный на уравнениях (4), в которых все матрицы будут содержать символ "tilde", обозначающий, что синтез ведется для расширенного объекта (13). При этом для вспомогательной матрицы  $\tilde{T}$  можно принять [3]:

$$\tilde{T} = [T \mid 0_{(n-r) \times 1}], \quad (14)$$

где  $T$  — матрица из (5), а уравнения (4), ориентированные на расширенный объект (13), будут удовле-

творяться тождественно, если входящие в них матрицы определить следующими соотношениями [3]:

$$\tilde{U} = \begin{bmatrix} U & 0_{n \times 1} \\ \vdots & \vdots \\ 0_{1 \times r} & C \end{bmatrix}, \tilde{V} = \begin{bmatrix} U \\ \vdots \\ 0_{1 \times (n-r)} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W} = W, \tilde{K} = [K \mid TB], \quad (15)$$

где  $U, V, W, K$  — матрицы, определяемые соотношениями (5) процедуры синтеза без запаздывания.

Для нахождения матрицы передаточных коэффициентов  $F$  расширенного регулятора по полному состоянию, как и прежде, воспользуемся процедурой LQD-оптимизации (6). Затем, после определения матриц (14), (15) необходимо исключить из вектора  $\tilde{y}$  управление из предыдущего такта. Для этого преобразуем уравнения ДК для расширенного объекта (13) следующим образом:

$$\xi(i+1) = A_p \xi(i) + B_p \tilde{y}(i) =$$

$$= A_p \xi(i) + B_{p1} \mu(i) + B_{p2} y(i) + B_{p3} x_\tau(i);$$

$$u(i) = F_1 \xi(i) + F_2 \tilde{y}(i) =$$

$$= F_1 \xi(i) + F_{21} \mu(i) + F_{22} y(i) + F_{23} x_\tau(i),$$

где  $A_p = \tilde{W} + \tilde{T} \tilde{B} \tilde{F} \tilde{V}$ ,  $B_p = \tilde{K} + \tilde{T} \tilde{B} \tilde{F} \tilde{U}$ ,  $F_1 = \tilde{F} \tilde{V}$ ,

$F_2 = \tilde{F} \tilde{U}$ , а разбиение матриц  $B_p$  и  $F_2$  на блоки соответствует компонентам вектора измеряемых переменных.

С учетом (8) и (12) полученную систему уравнений можно записать в виде

$$\mu(i+1) = \mu(i) + \lambda h y_1(i);$$

$$\xi(i+1) = A_p \xi(i) + B_{p1} \mu(i) + B_{p2} y(i) + B_{p3} x_\tau(i);$$

$$x_\tau(i+1) = F_1 \xi(i) + F_{21} \mu(i) + F_{22} y(i) + F_{23} x_\tau(i);$$

$$u(i) = F_1 \xi(i) + F_{21} \mu(i) + F_{22} y(i) + F_{23} x_\tau(i). \quad (16)$$

Полученные уравнения представляют модель астатического регулятора, учитывающего запаздывание по управлению, в форме Коши. По этим уравнениям можно определить модель регулятора в форме вход-выход, откуда легко составить алгоритм вычисления управления на текущем шаге.

**Результаты синтеза и анализ алгоритма управления для внутреннего контура.** Матрицы параметров непрерывного объекта для внутреннего контура, при некоторых упрощающих предположениях, имеют вид:

$$A_H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -21360 & -22,18 \end{bmatrix}; B_H = \begin{bmatrix} 0 \\ 136054 \end{bmatrix}; C_H = [1 \ 0].$$

Используя пакет прикладных программ MATLAB и описанный выше алгоритм синтеза, можно определить модель регулятора в виде уравнений (16), после чего уточненный по результатам моделирования алгоритм работы цифрового регулятора внутреннего контура (алгоритм расчета на каждом

такте скважности управляющего ШИМ-сигнала  $q$  по информации об отклонении  $\delta_2$  перемещения золотника) принимает следующий вид:

$$q(i) = 1,33q(i-1) - 0,34q(i-2) + 0,01q(i-3) - 5\delta_2(i) + 9,25\delta_2(i-1) - 4,26\delta_2(i-2).$$

Для проведения анализа переходных процессов воспользуемся пакетом прикладных программ MATLAB, для этого в среде Simulink смоделируем внутренний контур рассматриваемой системы. Графики зависимости положения золотника от времени, полученные в результате моделирования, представлены на рис. 2, 3.

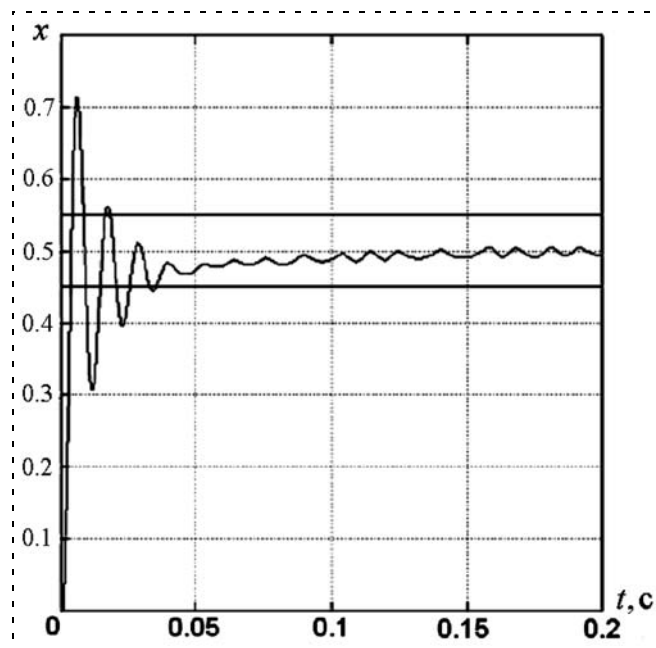


Рис. 2. Реакция внутреннего контура системы стабилизации на ступеньку

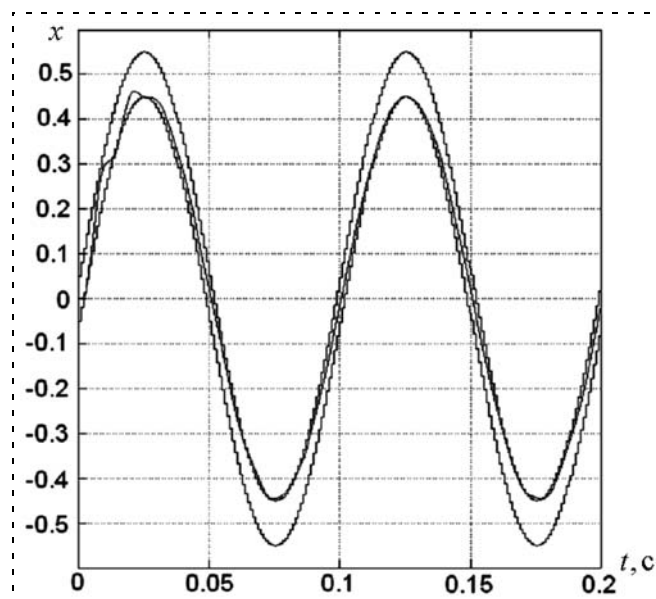


Рис. 3. Реакция внутреннего контура системы стабилизации на синусоиду

На рис. 2 приведена реакция системы стабилизации золотникового механизма при ступенчатом воздействии. Как видно из этого рисунка, точность регулирования в установившемся режиме не превышает  $\pm 1\%$ , а время регулирования при точности регулирования  $\pm 5\%$  составляет 35 мс. Колебания золотника в начальный момент времени и в установившемся режиме дают положительный эффект, так как эти колебания обеспечивают осцилляцию подвижных трущихся деталей гидравлических механизмов. Особенно этот эффект важен при запуске системы стабилизации, когда золотник долгое время находился в неподвижном состоянии. Помимо ступенчатого воздействия для ДПП характерно синусоидальное воздействие, поэтому на рис. 3 приведена реакция системы стабилизации золотникового механизма на синусоиду с амплитудой, равной 0,5, и угловой скоростью 62,8 рад/с. Как видно из рис. 3, перемещение золотника входит в  $\pm 5\%$ -ную трубку, т. е. система стабилизации золотникового механизма обрабатывает входное воздействие с точностью регулирования  $\pm 5\%$ .

**Результаты синтеза и анализ алгоритма управления для основного контура.** Непрерывная модель объекта управления основного контура, представленная уравнениями в форме Коши (1), имеет следующие матрицы:

$$A_n = \begin{bmatrix} -2,57 & 9,53 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 40,1 \end{bmatrix}; C_n = [1 \ 0].$$

Применяя приведенную выше методику синтеза, опишем алгоритм работы цифрового регулятора основного контура (алгоритм расчета на каждом такте дискретности требуемого перемещения золотника  $x$  по информации об отклонении  $\delta_1$  скорости вращения вала генератора), который после его уточнения по результатам моделирования принимает следующий вид:

$$x(i) = 1,96x(i-1) - 0,97x(i-2) + 0,01x(i-3) - 11\delta_1(i) + 21,95\delta_1(i-1) - 10,95\delta_1(i-2).$$

Для проведения анализа переходных процессов воспользуемся пакетом прикладных программ MATLAB, для этого в среде Simulink смоделируем основной контур рассматриваемой системы. Графики зависимостей основных переменных системы от времени, полученные в результате моделирования, представлены на рис. 4.

Как видно из рис. 4, точность регулирования и перерегулирование не превышают  $\pm 1\%$ , а время регулирования при точности регулирования  $\pm 5\%$  составляет 45 мс. Анализируя полученные зависимости, можно заключить, что в целом синтезированный дискретный регулятор для стабилизации скорости вращения вала генератора отвечает требованиям технического задания. Дальнейшее улучшение качества регулирования не оправдано, так как необходимо экспериментально осуществить про-

верку ее адекватности физическому объекту и лишь затем, основываясь на предложенный метод синтеза, провести окончательную настройку параметров регулятора.

**Анализ переходных процессов в электрогидравлической системе стабилизации скорости вращения вала генератора.** На основе полученной в [1] математической модели проведем анализ переходных процессов в системе регулирования с разработанными цифровыми регуляторами внутреннего и основного контуров. Для проведения анализа реализуем полученную математическую модель в пакете прикладных программ MATLAB в среде Simulink.

Как видно из рис. 5, данная реализация позволяет моделировать различные режимы работы системы стабилизации:

- изменять значения угловой скорости приводного вала ( $n_{\text{п}}$ ) от минимального до максимально допустимого значения;
- имитировать работу системы без нагрузки (XX), при номинальной нагрузке ( $N_3$ ) и режим короткого замыкания (КЗ).

После появления рассогласования между измеренной угловой скоростью вращения вала генератора  $n_{\text{Г}}$  и заданной  $n_{\text{Г0}}$  регулятор ОК выдает управляющий сигнал на изменение положения золотни-

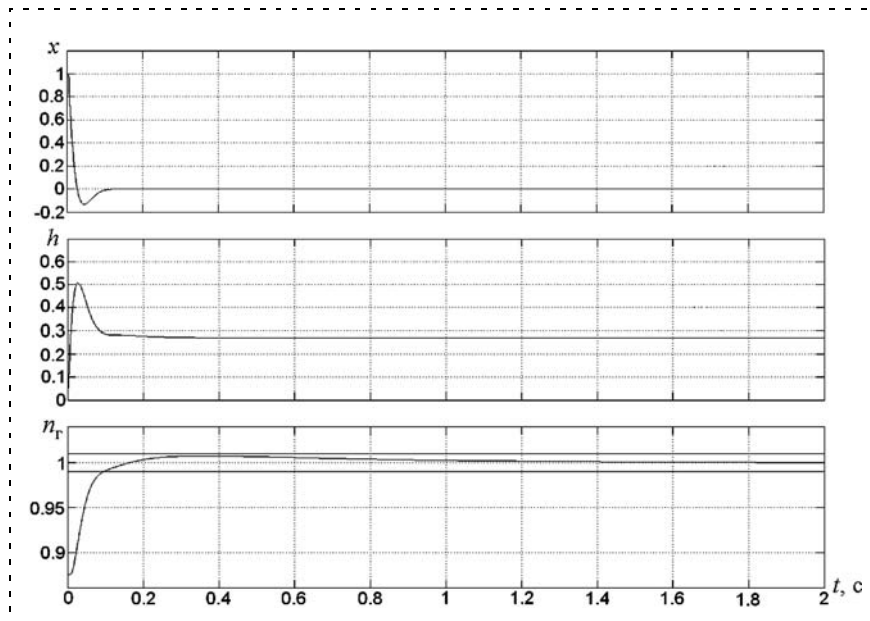


Рис. 4. Графики переходных процессов по основным переменным

кового механизма ( $x_{\text{рег}}$ ), который, в свою очередь, является заданным значением для регулятора ВК. Регулятор ВК управляет скважностью ШИМ-сигнала ( $q$ ), подаваемого на ДЛП. Преобразование скважности в последовательность импульсов ШИМ-сигнала ( $U$ ) происходит в блоке ШИМ [4]. ДЛП и ГУ реализованы в блоке ЭГУ (электрогидроусилитель). Остальные элементы системы стабилизации реализованы в блоке ГПр, ВЦН, Генератор.

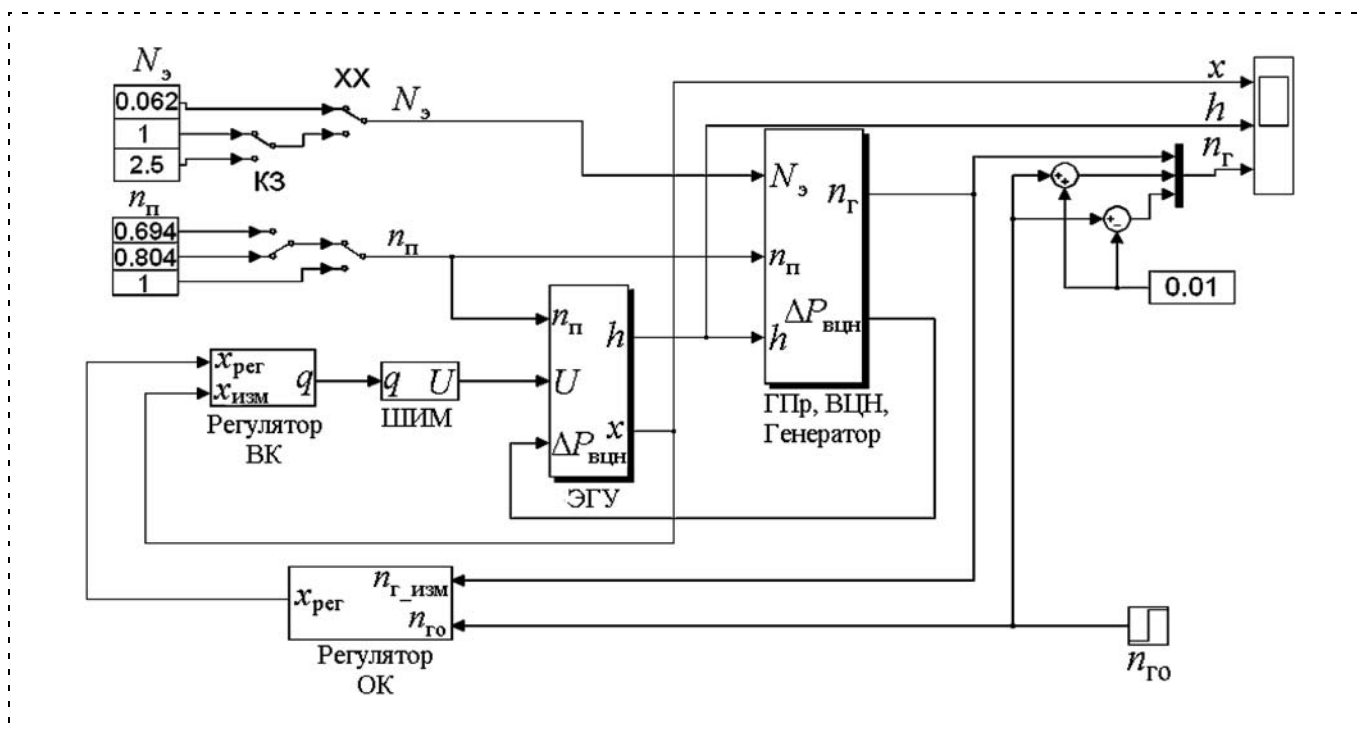


Рис. 5. Реализация безразмерной математической модели системы стабилизации

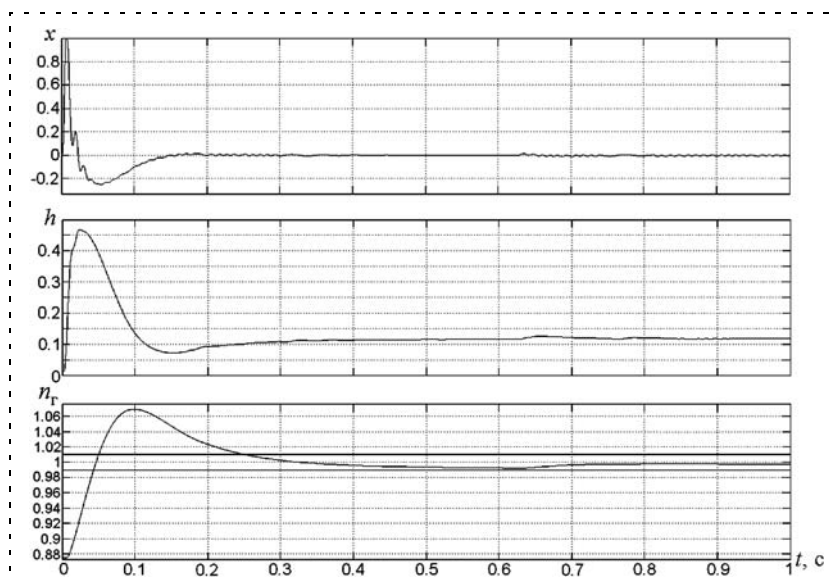


Рис. 6. Первоначальный заброс

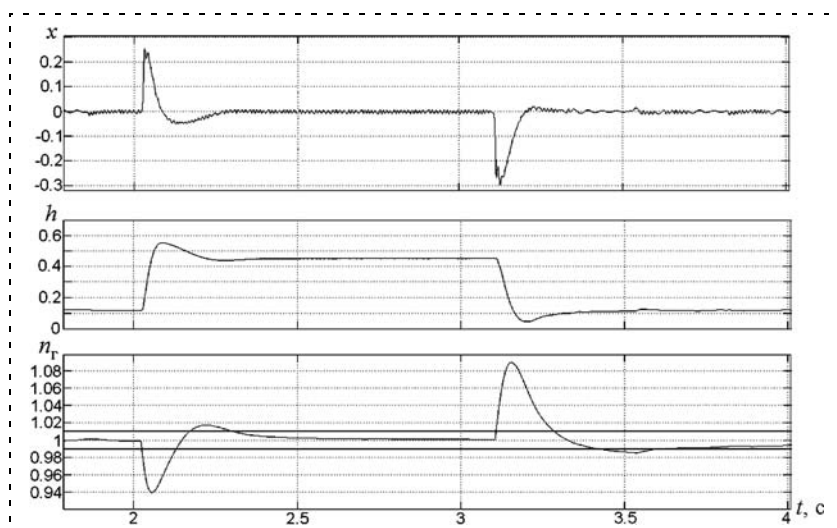


Рис. 7. Подача и снятие нагрузки

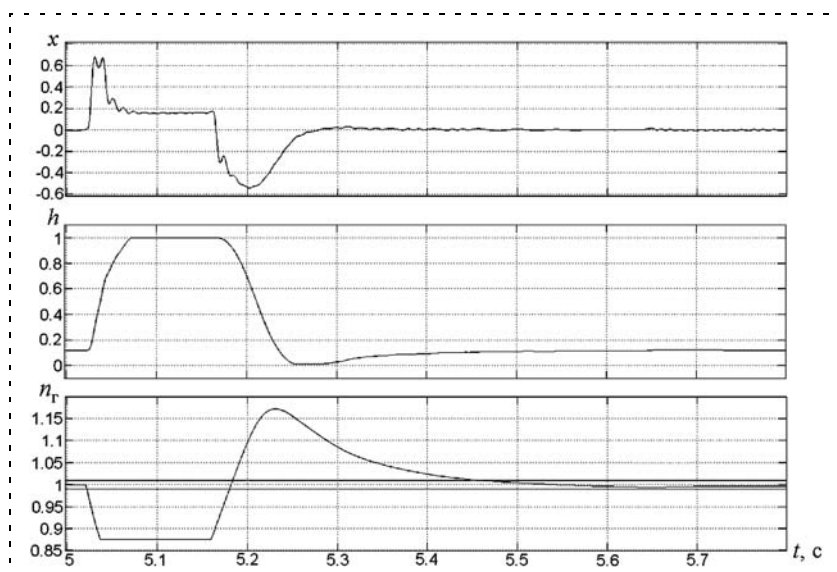


Рис. 8. Графики переходных процессов при имитации короткого замыкания

Результаты моделирования, замкнутой системы стабилизации приведены на рис. 6, 7 и 8.

Как видно из рис. 6, первоначальный заброс угловой скорости вращения вала генератора составляет 7 % от номинального режима. Провал при подключении номинальной нагрузки (рис. 7) составил 6 %, а перерегулирование 2 %. Заброс при снятии номинальной нагрузки (рис. 7) составил 9 %, а перерегулирование 2 %. Также был смитирован наихудший случай короткого замыкания на потребителе (рис. 8), при этом, после того как сработала защита, отключившая нагрузку, заброс частоты тока генератора составил 17 %.

Анализируя полученные зависимости, можно заключить, что в целом синтезированные дискретные регуляторы для системы стабилизации скорости вращения вала генератора отвечают требованиям технического задания. Дальнейшее улучшение качества регулирования не оправдано, так как необходимо экспериментально осуществить проверку ее адекватности физическому объекту и лишь затем, основываясь на предложенном методе синтеза, провести окончательную настройку параметров регулятора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гривенев Д. А. Построение и анализ математической модели электрогидравлической системы регулирования // Проблемы управления, передачи и обработки информации: Сб. тр. междунар. науч. конф. Саратов: СГТУ, 2009. С. 75–80.
2. Гривенев Д. А. Линеаризованная модель электрогидравлической системы регулирования // Проблемы управления, передачи и обработки информации: Сб. тр. междунар. науч. конф. Саратов: СГТУ, 2009. С. 80–83.
3. Садомцев Ю. В. Конструирование систем управления с обратной связью по критериям точности и грубости. Саратов: СГТУ, 2003.
4. Голодный А. И., Садомцев Ю. В., Челмадеев В. Ю. Цифровое управление газотурбинным двигателем с широтно-импульсной модуляцией управляющего тока // Теория и системы управления. 2005. № 4. С. 158–164.

**Д. А. Васильев**, канд. техн. наук, доц.,  
vda230373@yandex. ru,  
Саратовский государственный  
технический университет

## Гибридная модель прогнозирования электрических нагрузок промышленных предприятий

*Предложен подход к построению гибридной модели прогнозирования электрических нагрузок промышленных предприятий, обеспечивающей требуемую точность прогноза в условиях изменения характера электропотребления промышленных предприятий. В основу построения гибридной модели положена комбинация модели экспоненциального сглаживания и трехслойного персептрона.*

*Точность прогноза достигается за счет адаптации в режиме реального времени параметров модели к изменению характера прогнозируемого процесса.*

**Ключевые слова:** прогнозирование, гибридная модель, персептрон, экспоненциальное сглаживание

### Введение

Существенное место в управлении электроэнергетикой промышленных предприятий занимает прогнозирование электрических нагрузок, важное как для производителя, так и для потребителя электрической энергии [1]. Для производителя электроэнергии прогноз нагрузок важен с точки зрения оптимизации ее поставки и резервирования, удобства проведения профилактических работ и обеспечения безопасности функционирования электроэнергетической системы (ЭЭС). Потребителю этот прогноз необходим для минимизации издержек, связанных с простоем производства в случае дефицита мощности в ЭЭС, уплатой штрафов при превышении лимитов и переплатой за заявленные, но не использованные мощности.

В настоящее время прогноз электрических нагрузок реализуется в основном с помощью регрессионных моделей и систем искусственного интеллекта, базирующихся на применении искусственных нейронных сетей (ИНС) [1].

Особенности применения регрессионных моделей связаны с запаздыванием прогнозных значений, а особенности использования ИНС — с не всегда адекватным реагированием на особенности прогнозируемых процессов на интервалах между обучениями, являющимися существенными при использовании моделей в режиме реального времени.

Исходя из этого предлагается гибридная модель прогноза, свободная от приведенных выше недостатков.

### Построение гибридной модели

В основу построения модели положена комбинация модели экспоненциального сглаживания (ЭС) и ИНС — трехслойного персептрона с полным набором синаптических связей [2] (рис. 1).

Прогнозное значение, полученное с помощью гибридной модели, определяется выражением

$$P_{\text{пр}}(t^*) = \sum_{i=1}^2 \alpha_i P_{\text{пр}}^i(t^*) / \sum_{i=1}^2 \alpha_i,$$

а ошибка прогноза —

$$\varepsilon_{\text{пр}}(t^*) = \sum_{i=1}^2 \alpha_i \varepsilon_{\text{пр}}^i(t^*) / \sum_{i=1}^2 \alpha_i,$$

где  $P_{\text{пр}}^i(t^*)$ ,  $\varepsilon_{\text{пр}}^i(t^*)$  — результат и ошибка прогноза по  $i$ -й модели;  $t^*$  — время упреждения, на которое выполняется прогноз;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ , — коэффициенты, определяющие долевое участие составляющих гибридной модели в общем результате прогноза  $P_{\text{пр}}(t^*)$ .

Гибридная модель позволяет получить прогнозное значение нагрузки путем выбора коэффициентов  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1, 2}$ .

Для определения значений коэффициентов  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  предложена система нечеткого логического вывода, позволяющая осуществлять корректировку значения  $\alpha_1$ . Введены две входные лингвистические переменные: "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ ", "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " и одна выходная — "Коэффициент  $\alpha_1$ ".

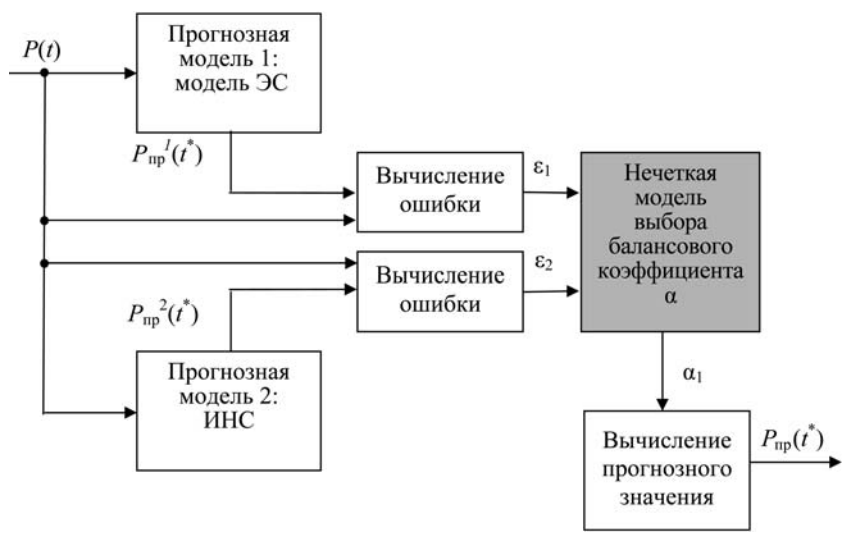


Рис. 1. Структурная схема гибридной модели

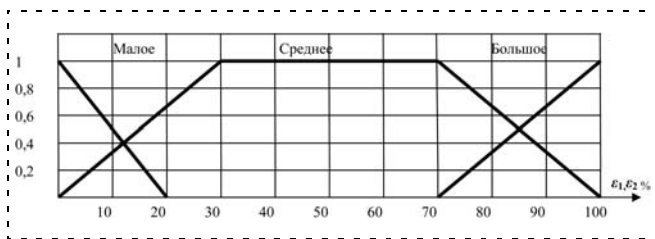


Рис. 2. Функции принадлежности входных лингвистических переменных

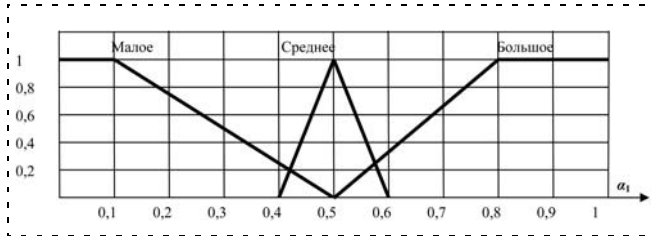


Рис. 3. Функции принадлежности выходной лингвистической переменной

с терминами (нечеткими переменными) ("малое", "среднее", "большое") (рис. 2, 3).

### Построение системы продукционных правил

Выбор значений коэффициентов модели осуществляется по принципу нечеткого регулятора, в основу работы которого положена следующая система правил:

1. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "малое" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "большое" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "большое".
2. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "большое" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "малое" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "малое".
3. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "большое" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "большое" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "среднее".
4. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "малое" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "малое" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "среднее".
5. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "среднее" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "среднее" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "среднее".
6. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "среднее" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "большое" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "большое".
7. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "большое" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "среднее" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "малое".
8. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "среднее" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "малое" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "малое".
9. Если "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " — "малое" И "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " — "среднее" ТО "Коэффициент  $\alpha_1$ " — "большое".

Установленные уровни значений ("малое", "среднее", "большое") ошибок  $\varepsilon_i, i = \overline{1, 2}$ , задаются в виде триад (0, 1, 2). Это позволяет формировать наборы сочетаний уровней ошибок в условиях правил, используя операции троичной арифметики:

$$\begin{aligned}
 0 + 0 &= 0, \quad 1 + 0 = 1; \\
 0 + 1 &= 1, \quad 1 + 1 = 2; \\
 2 + 0 &= 2, \quad 0 + 2 = 2; \\
 2 + 1 &= 0, \quad +1 \text{ переноса в старшую цифру набора}; \\
 1 + 2 &= 0, \quad +1 \text{ переноса в старшую цифру набора}.
 \end{aligned}$$

Реализация заключений правил связана с организацией функции выхода, представленной в виде  $\alpha_1 = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ .

Для построения  $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  выполнен переход

$$\forall i = 1, 2 \varepsilon_i = (\varepsilon_i^j), j = \overline{0, 2}, \varepsilon_i^j = \{0, 1\}.$$

Тогда условия правил примут вид

$$\varepsilon_1 = (\varepsilon_1^2, \varepsilon_1^1, \varepsilon_1^0) = \{(0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)\},$$

$$\varepsilon_2 = (\varepsilon_2^2, \varepsilon_2^1, \varepsilon_2^0) = \{(0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)\}.$$

Каждый набор  $\varepsilon_i = (\varepsilon_i^j)$  характеризует уровень значения ошибки  $i$ -й модели. Так, для  $k$ -го уровня ошибки  $\varepsilon_i, \varepsilon_i^k = 1$  и  $\forall j = \overline{0, 2}, j \neq k \varepsilon_i^j = 0$ .

Аналогично  $\varepsilon_i$  коэффициент  $\alpha_1$  задается вектором  $(\alpha_1^2, \alpha_1^1, \alpha_1^0)$ , принимающим значения:

$\alpha_1^2 = 0, \alpha_1^1 = 0, \alpha_1^0 = 1$  — соответствует уровню "малое" ( $\alpha_1 = 0$ );

$\alpha_1^2 = 0, \alpha_1^1 = 1, \alpha_1^0 = 0$  — соответствует уровню "среднее" ( $\alpha_1 = 1$ );

$\alpha_1^2 = 1, \alpha_1^1 = 0, \alpha_1^0 = 0$  — соответствует уровню "большое" ( $\alpha_1 = 2$ ).

$\varepsilon_1$			$\varepsilon_2$			$\alpha_1$		
$\varepsilon_1^2$	$\varepsilon_1^1$	$\varepsilon_1^0$	$\varepsilon_2^2$	$\varepsilon_2^1$	$\varepsilon_2^0$	$\alpha_1^2$	$\alpha_1^1$	$\alpha_1^0$
0	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	0	0

В итоге система правил представляется в виде множества бинарных наборов  $\{(\varepsilon_1^2, \varepsilon_1^1, \varepsilon_1^0), (\varepsilon_2^2, \varepsilon_2^1, \varepsilon_2^0), (\alpha_1^2, \alpha_1^1, \alpha_1^0)\}$ .

Данное представление правил позволяет получить функцию выхода  $\alpha_1 = f(\varepsilon(\varepsilon_1, \varepsilon_2))$  в дизъюнктивно-конъюнктивной форме:

$$\forall z = \overline{0, 2} \alpha_1^z = \bigvee_{s=1}^n \varepsilon_1^i \varepsilon_2^j, \quad i, j = \overline{0, 2},$$

где  $n$  — число строк системы правил, в которых  $\alpha_1 = 1$ ;  $i, j$  — индексы, определяющие уровни значений ошибок  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ .

Так, представленная выше система правил примет вид, показанный в таблице.

Исходя из данного представления системы продукционных правил функции выхода  $\alpha_1^z = f(\varepsilon(\varepsilon_1, \varepsilon_2))$  примут следующий вид:

$$\alpha_1^0 = \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^0 \vee \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^1 \vee \varepsilon_1^1 \varepsilon_2^0;$$

$$\alpha_1^1 = \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \vee \varepsilon_1^0 \varepsilon_2^0 \vee \varepsilon_1^1 \varepsilon_2^1;$$

$$\alpha_1^2 = \varepsilon_1^0 \varepsilon_2^2 \vee \varepsilon_1^1 \varepsilon_2^2 \vee \varepsilon_1^0 \varepsilon_2^1.$$

Для определения коэффициента  $\alpha_i$  используется алгоритм нечеткого вывода, включающий следующие пункты [3]:

1. Находятся  $\mu(\varepsilon_1), \mu(\varepsilon_2)$  для условий каждого правила.

2. Определяются уровни отсеечения для левой части каждого из активированных правил  $\beta_i = \min_{1 \leq j \leq k} \mu(\varepsilon_j), 1 \leq i \leq r$ , где  $k = 2$  — число входных переменных;  $r$  — число активированных правил.

3. Находятся "усеченные" функции принадлежности выходной переменной для каждого из активированных правил  $\mu_i(\beta) = \min(\beta_i, \mu(\alpha))$ .

4. Выполняется объединение всех полученных усеченных функций в одну путем композиции нечетких множеств  $\mu_\Sigma(\beta) = \max_{1 \leq i \leq r} (\mu_i(\beta))$ , где  $\mu_\Sigma(\beta)$  — функция принадлежности итогового нечеткого множества.

5. Определяется четкое значение выходной переменной

$$\alpha_1 = \int_{\alpha} \alpha \mu_\Sigma(\beta) d\alpha / \int_{\alpha} \mu_\Sigma(\beta) d\alpha.$$

## Реализация гибридной модели

Пусть входные переменные принимают значения: "Ошибка прогноза  $\varepsilon_1$ " = 80 %, а "Ошибка прогноза  $\varepsilon_2$ " = 10 %.

Тогда согласно данным, представленным на рис. 2, активизируются функции принадлежности для термов входных переменных:

$$\mu_{\text{Большое}}^{\varepsilon_1}(80) = 0,35,$$

$$\mu_{\text{Среднее}}^{\varepsilon_1}(80) = 0,68,$$

$$\mu_{\text{Малое}}^{\varepsilon_1}(80) = 0,00;$$

$$\mu_{\text{Большое}}^{\varepsilon_2}(10) = 0,00,$$

$$\mu_{\text{Среднее}}^{\varepsilon_2}(10) = 0,35,$$

$$\mu_{\text{Малое}}^{\varepsilon_2}(10) = 0,48.$$

В соответствии с системой продукционных правил определяются усеченные функции принадлежности выходной переменной (рис. 4–7).

Правила 1, 3, 4, 6, 9 системы продукционных правил определяют уровни отсеечения, равные нулю. Поэтому они не оказывают влияния на результат решения.

После объединения усеченных функций принадлежности выходной переменной формируется выходное фаззизмножество (рис. 8).

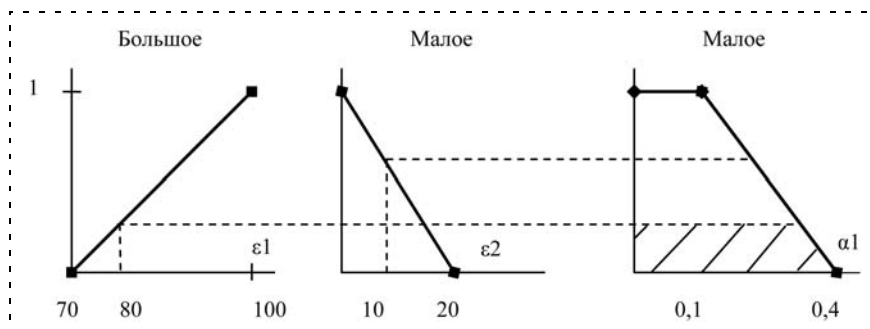


Рис. 4. Получение усеченной функции принадлежности выходной переменной по правилу 2

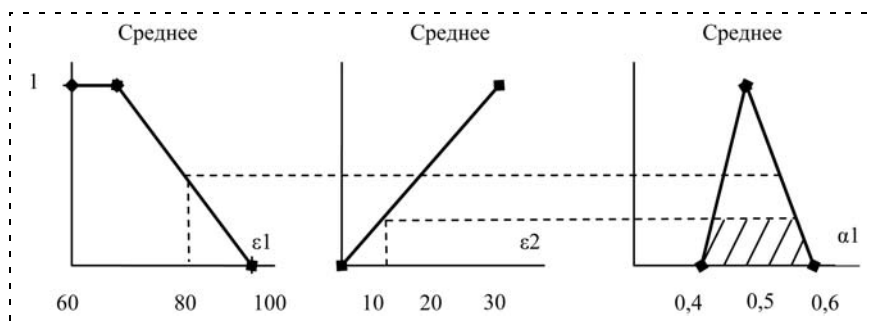


Рис. 5. Получение усеченной функции принадлежности выходной переменной по правилу 5

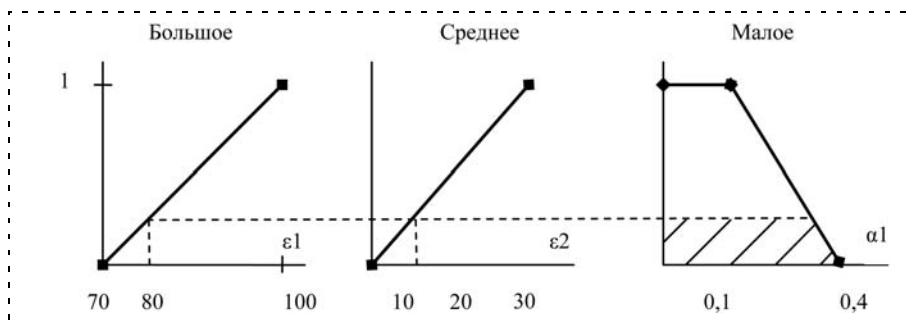


Рис. 6. Получение усеченной функции принадлежности выходной переменной по правилу 7

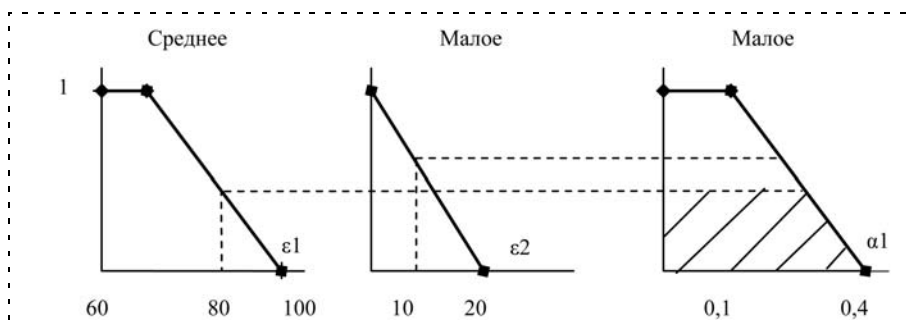


Рис. 7. Получение усеченной функции принадлежности выходной переменной по правилу 8

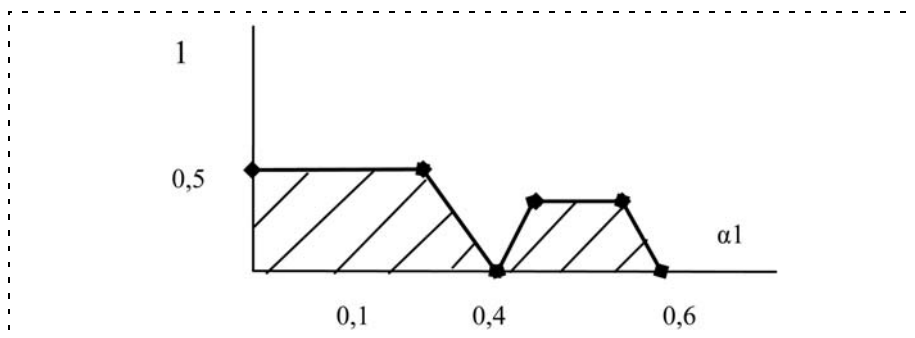


Рис. 8. Выходное фаззимножество

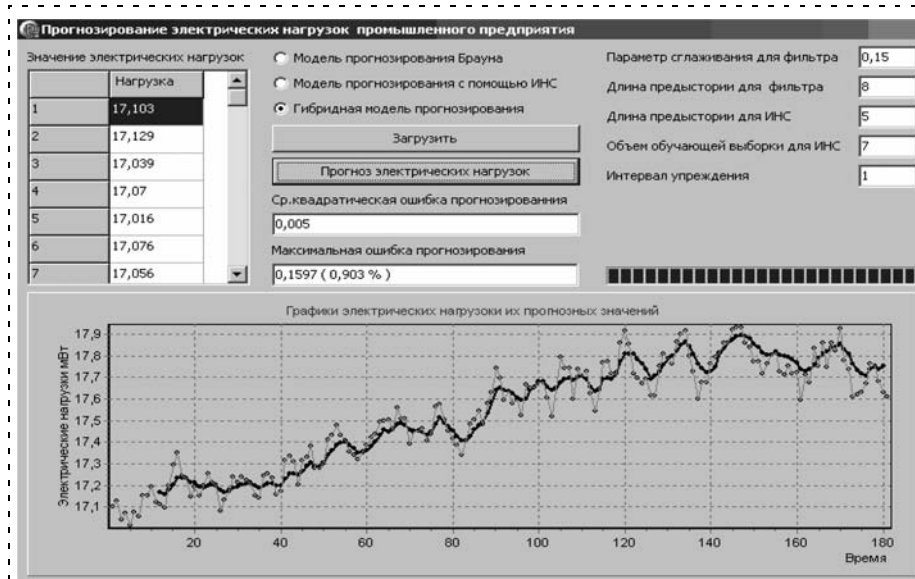


Рис. 9. Экранная форма программной реализации гибридной модели прогнозирования электрической нагрузки

При реализации п. 5 алгоритма нечеткого вывода получается значение коэффициента  $\alpha_1 = 0,355$  ( $\alpha_2 = 1 - \alpha_1 = 0,645$ ).

На рис. 9 представлена экранная форма программной реализации гибридной модели прогнозирования электрической нагрузки.

## Заключение

Предложена гибридная модель прогнозирования электрических нагрузок промышленных предприятий, представляющая собой комбинацию модели экспоненциального сглаживания и трехслойного персептрона, позволяющая осуществлять с требуемой точностью в режиме реального времени прогноз нагрузки в условиях изменения характера электропотребления промышленных предприятий.

При прогнозировании на один интервал упреждения, равный 5 мин, максимальная относительная ошибка гибридной модели не превышала 0,92 %, что на 0,29 % меньше, чем для модели экспоненциального сглаживания, и на 0,09 % меньше, чем для персептрона, а при прогнозировании на два интервала — не превышала 0,96 %, что на 0,59 % меньше, чем для модели экспоненциального сглаживания, и на 0,15 % меньше, чем для персептрона.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Большов Л. А., Каневский М. Ф., Савельева Е. А.** и др. Прогнозирование энергопотребления: современные подходы и пример исследования // Изв. Академии наук. Энергетика. 2004. № 6. С. 74—93.
2. **Ивашенко В. А., Васильев Д. А., Резчиков А. Ф.** Методы прогнозирования электрических нагрузок в условиях АСУ электропотреблением промышленных предприятий // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 7. С. 52—55.
3. **Тэрано Т., Асаи К., Сугено М.** Прикладные нечеткие системы. М.: Мир, 1993. 368 с.



**В. Б. Никишин,**

канд. техн. наук, доц., руководитель группы,  
vbniki@rambler.ru,

ЗАО "Газприборавтоматикасервис", г. Саратов

## **Пространственное позиционирование и аттестация магистральных трубопроводов на основе интеграции средств внутритрубной диагностики, подземной навигации и наземных геодезических измерений**

*Анализируются наиболее распространенные технологии пространственного позиционирования трасс и дефектов магистральных трубопроводов (МТ). Показано, что применение инерциальных технологий в комплексе с методами и средствами внутритрубной дефектоскопии и наземного геодезического позиционирования позволяет повысить точность позиционирования труднодоступных участков МТ, а также существенно увеличить информативность и достоверность результатов обследования.*

**Ключевые слова:** магистральный трубопровод, пространственное позиционирование, инерциальный измерительный модуль, изгиб трубы, локальное смещение

### **Введение**

Контроль технического состояния магистральных трубопроводов (МТ) — одно из главных условий, обеспечивающих их безаварийную эксплуатацию. Одними из важнейших контролируемых факторов является наличие трещин и коррозионных поражений в металле стенки труб, качество сварных швов, механические повреждения стенки труб. Общеизвестным является тот факт, что внутритрубные инспектирующие снаряды позволяют с наибольшей эффективностью обнаруживать указанные дефекты.

Не менее важным является контроль геометрии трубы — эллипсности, наличия вмятин, гофрированных и крутоизогнутых участков, — осуществляемый с помощью внутритрубных профиломеров. Эти дефекты, помимо снижения прочности, также затрудняют мониторинг состояния трубопровода другими внутритрубными средствами дефектоскопии (ВСД): коррозионными, стресс-коррозионными и навигационно-топографическими снарядами. Поэтому такие параметры, как минимальные радиусы изгиба осевой линии, углы стыка двух соседних труб, нетехнологические изгибы отдельных труб жестко регламентируются соответствующими отраслевыми стандартами [1].

В большинстве случаев трещины в металле порождаются периодичностью изменений его напряженно-деформированного состояния, что наблю-

дается при колебании давления внутри трубы. Наибольшее значение напряженные деформации имеют в тех местах, где МТ имеет изгибы продольной оси. Если МТ проложен в болотистой местности, в зоне вечной мерзлоты, в пучинистых грунтах, по дну водоемов, то изгибные деформации его носят сезонный характер, когда колеблется уровень воды в водоеме или меняется скорость ее течения. Труба при этом может всплывать или изгибаться под напором водяного потока или в результате перепада температур. В местах изгибов труб при колебании давления транспортируемого продукта возникает напряженно-деформированное состояние металла, в результате чего происходит растрескивание стенки трубы. Поэтому для мониторинга технического состояния МТ необходимо периодически контролировать геометрию осевой линии — углы и радиусы изгибов, а для идентификации сезонных деформаций — пространственное положение оси трубопровода.

Для снижения затрат на ремонт МТ требуется знание положения его дефектов на местности с погрешностью, соизмеримой с шириной ковша землеройных машин (1 м). Точные пространственные координаты трубопроводов необходимы и для решения вопросов землепользования: составления кадастров, подготовки проектной документации на строительство вблизи охранной зоны и др. Привязка дефектов трасс МТ к карте местности позволяет выявлять пространственно обусловленные факторы их развития, более эффективно прогнозировать техническое состояние МТ и планировать ремонтно-восстановительные работы.

К настоящему времени сформировался ряд центров применения методов подземной навигации, т. е. практического позиционирования координат трасс, определения, привязки к местности и нанесения на электронные карты обнаруженных дефектов подземных газо- и нефтепроводов. К таким центрам относятся компании Rosen, Tuboscope, VJ Services Company (Германия, США и др.), ЗАО "Газприборавтоматикасервис" (г. Саратов, Россия), ООО "Нефтегазгеодезия" (Санкт-Петербург, Россия) и др. Анализ публикаций по определению координат трасс и дефектов магистральных трубопроводов (МТ) показывает, что в этих центрах сложилось два метода позиционирования [2].

**1-й метод** основан на интеграции ВСД и средств наземного геодезического позиционирования (НГП) трасс МТ, в том числе спутниковой навигации GPS/ГЛОНАСС. Суть метода состоит в следующем. С поверхности Земли с помощью трассоискателей и средств НГП определяют координаты съемочных точек вдоль трассы МТ и аппроксимации участков трасс между съемочными точками. Затем по сигналам ВСД определяют одометрические дистанции положения дефектов МТ, которые пересчитывают в пространственные координаты из условия принадлежности этих точек к траектории, построенной на основе использования наземных геодези-

ческих измерений и методов инженерной геодезии. На этой трассе наносят координаты дефектных мест, а в итоге строят компьютерную (электронную) карту трассы МТ с дефектами.

**2-й метод** основан на интеграции средств НГП, ВСД и навигационной системы (НС), размещаемой на борту ВСД. В отличие от первого метода, во втором методе применяется инерциальная технология, что позволяет непрерывно, без пропусков рассчитывать траекторию движения ВСД с учетом всех его пространственных эволюций. Частота регистрации данных составляет, как правило, 100...200 Гц, что позволяет с высокой точностью определять пространственные координаты осевой линии для каждого отсчета одометра (5 мм), т. е. в тысячи раз чаще, чем при использовании 1-го метода. При этом особо следует отметить, что появляется возможность контролировать параметры "углов стыков" — изгибов осевой линии трубопровода и углового смещения труб на поперечных швах.

Первый метод, судя по публикациям, используется компанией "Нефтегазгеодезия" [3, 4], второй — компаниями "Rosen" [5], "Tuboscope" [6], "BJ Services Company" [7], "Газприборавтоматикасервис" [8—13] и др.

В данной статье показана эффективность применения инерциальных измерительных модулей (ИИМ) для внутритрубных обследований.

### Подземная навигация

ЗАО "Газприборавтоматикасервис" с 2000 г. первыми в России стали оснащать ВСД собственного производства ИИМ, регистрирующими параметры углового и поступательного движения ВСД во время коррозионного, стресс-коррозионного или профильного обследования МТ. В настоящее время введены в эксплуатацию навигационно-топографические комплексы (НТК) в составе ВСД для диаметров трубопроводов от 325 до 1420 мм (рис. 1, см. третью сторону обложки).

Основные технические параметры системы позиционирования и регистрации искривления и локальных смещений МТ приведены ниже.

Диаметр обследуемых трубопроводов, мм . . . . .	325...1420
Погрешность позиционирования технологических элементов и дефектов:	
по дистанции, в % от известной точки отсчета маркера . . . . .	0,1
по геодезическим координатам, СКО, м . . . . .	0,5
локальных смещений, СКО, м . . . . .	0,05
Погрешность определения геометрических параметров элементов МТ:	
радиус кривизны до 1000 диаметров трубопровода, % . . . . .	5
угол искривления каждой трубы, СКО, ° . . . . .	0,1
угловое смещение на каждом поперечном стыке, СКО, ° . . . . .	0,1

Технология позиционирования трасс и дефектных мест МТ с помощью навигационно-топографического комплекса состоит в следующем [10, 12].

ВСД с ИИМ пропускается по МТ в потоке транспортируемого продукта. Сигналы ИИМ, одометра и системы, опознающей моменты прохождения маркеров и линейных объектов, регистрируются бортовым компьютером. Координаты маркеров и линейных объектов, идентифицируемых с поверхностью Земли, определяются во время полевых работ с помощью приемников геодезического класса спутниковых навигационных систем (GPS, ГЛОНАСС). Обработка всех данных реализуется апостериорно, комплексно, на основе применения современных математических методов: фильтрации Калмана, вейвлет-анализа и др., что позволяет оценивать и компенсировать как погрешности инерциальных датчиков, так и одометрической системы, а также исключить грубые ошибки НГП, связанные с неверной идентификацией положения маркеров и линейных объектов при полевых геодезических работах. Таким образом, в ходе камеральной комплексной обработки всей собранной информации для каждого момента времени обследования с дискретностью 5 мс определяются ориентация и пространственные координаты ВСД, а следовательно, соответствующих участков осевой линии МТ. Пространственные координаты дефектов и прочих особенностей МТ рассчитываются по зарегистрированной при обследовании их одометрической дистанции.

На рис. 2 приведен фрагмент ситуационной карты одного из обследованных участков МТ. Здесь наглядно показано, что грубые ошибки НГП (обусловленные человеческим фактором, плохой проходимость участка, слабым уровнем сигнала трассоискателей и т. п.) могут приводить к погрешностям позиционирования отдельных участков в десятки и даже сотни метров.

При интеграции НГП с НС ВСД грубые ошибки НГП (более 2 м на 1 км дистанции) надежно идентифицируются и ложные съемочные точки исключаются из таблицы точек привязки траектории движения ВСД. Обоснованием надежности идентификации ошибок НГП служит тот факт, что навигационная система ВСД в автономном режиме (без использования координат положения точек привязки) сохраняет точность позиционирования на уровне 1 СКО = 0,5 м на участке МТ протяженностью до 2 км. При этом в спектре погрешностей НС ВСД преобладают низкочастотные составляющие.

Это означает, что ошибки растут по мере удаления от точек привязки и максимальные погрешности позиционирования на указанном выше уровне будут наблюдаться в середине межмаркерного участка.

Уровень погрешностей позиционирования МТ с помощью методов и средств внутритрубной навигации таков, что по данным повторных обследований уверенно обнаруживаются локальные смещения отдельных участков. Так, в [13] приведены данные за период 1995...2002 гг. об искривлении и смещении участка трубопровода длиной 420 м в плане до 1,5 м (рис. 3).

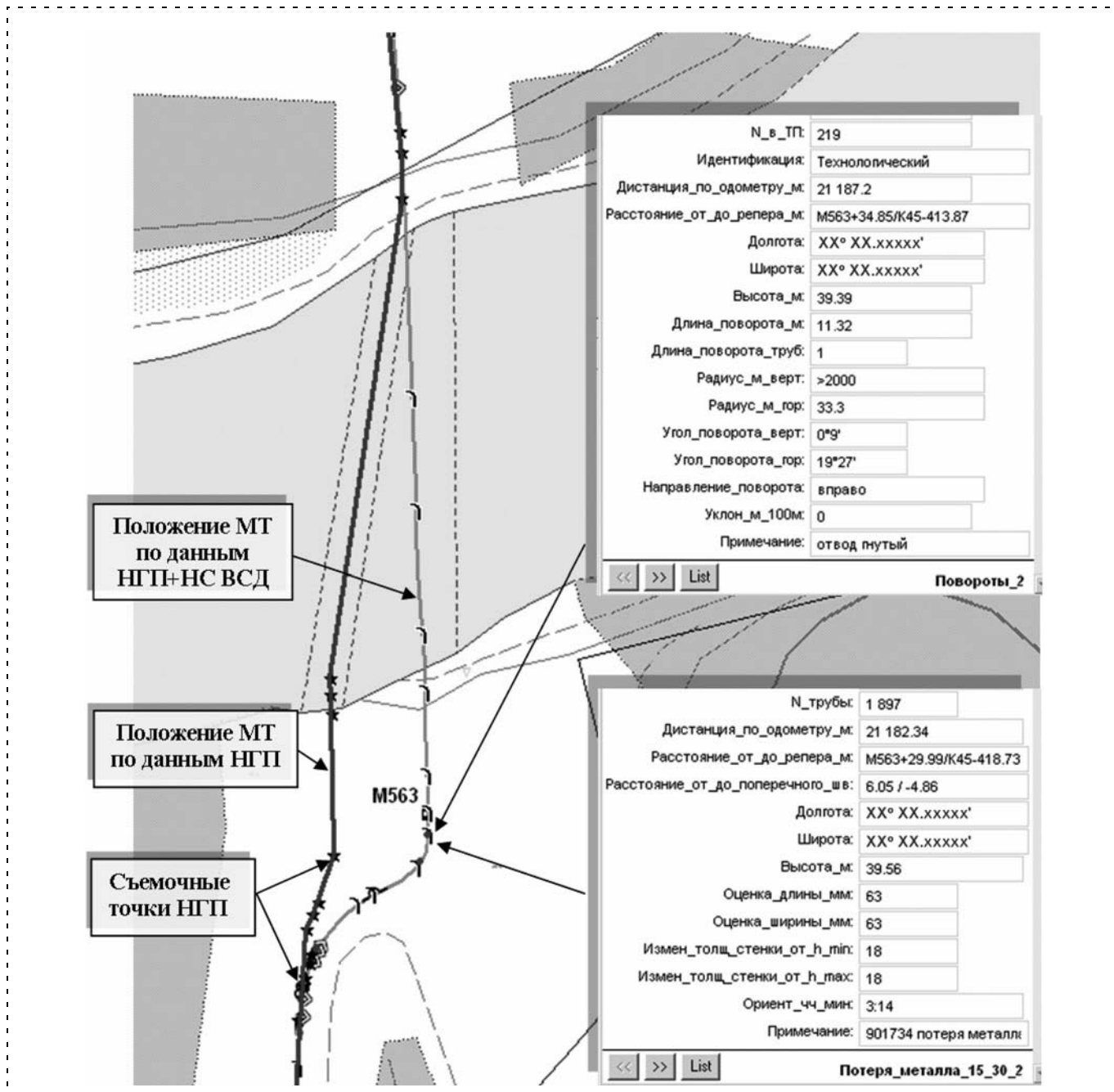


Рис. 2. Фрагмент ситуационной карты одного из обследованных участков МТ

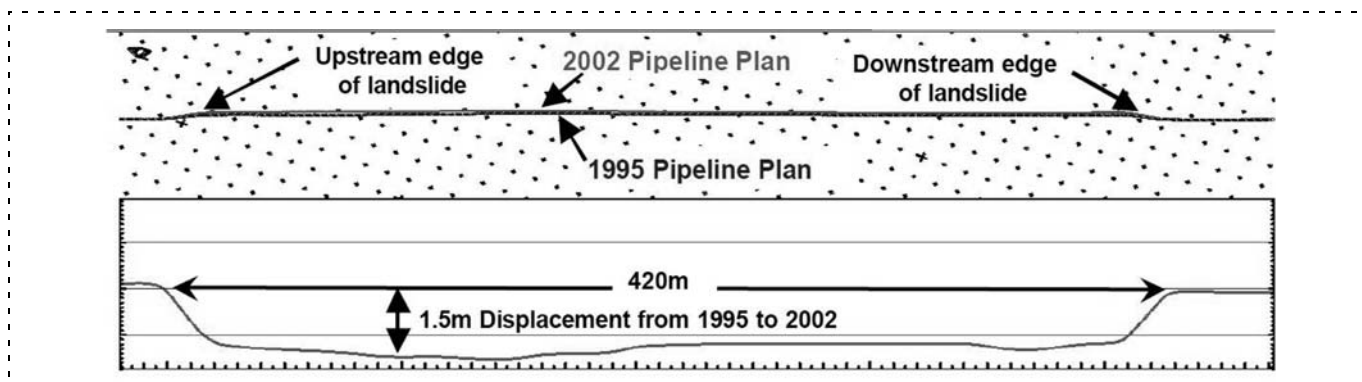


Рис. 3. Локальные смещения МТ [13]

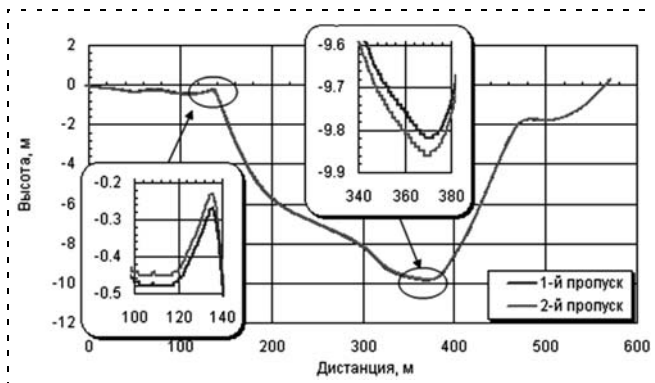


Рис. 4. Профиль подводного перехода по данным двух пропусков ВСД с НС

Возможность идентификации локальных смещений с заявленной выше точностью НТК ЗАО "Газприборавтоматикасервис" подтверждают результаты двукратных пропусков ВСД с НС по подводным переходам. Как видно из приведенных графиков (рис. 4), разность определяемых высотных координат, как правило, не превышает 5 см.

#### Контроль геометрии осевой линии МТ

С точки зрения возможности развития стресс-коррозии наиболее опасными являются участки МТ с максимальными изгибными деформациями. На основании опыта обследования трасс МТ к таким можно отнести участки с нетехнологическими (образованными под действием техногенных природных факторов) изгибами с радиусами кривизны менее 200 м.

На рис. 5 приведены параметры (обнаруженного НТК ЗАО "Газприборавтоматикасервис") локального двойного изгиба в плане на одной трубе МТ, проходящего в заболоченной местности Сибири. Предположительно, судя по параметрам, данные изгибы также являются следствием сезонных температурных деформаций МТ.

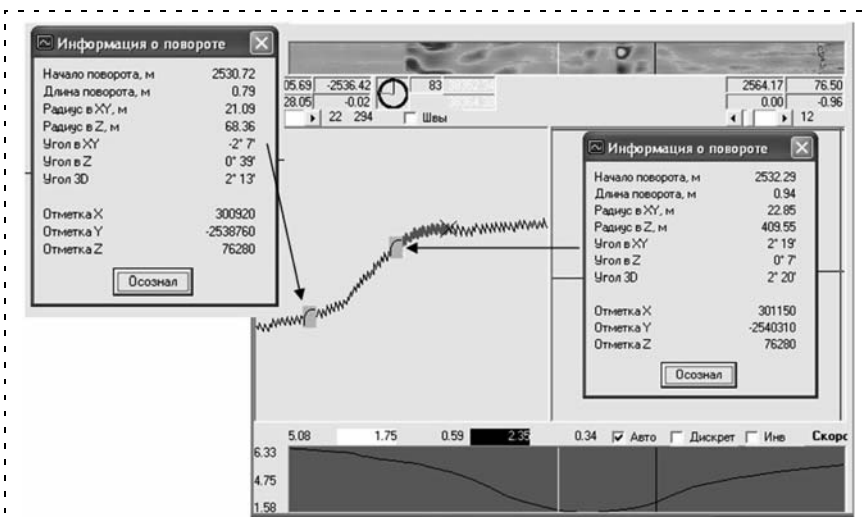


Рис. 5. Два локальных изгиба на одной трубе, обнаруженные НТК ЗАО "Газприборавтоматикасервис"

Параметры изгиба	Радиус кривизны, м	Длина дуги, м	Угол изгиба, °	Смещение оси трубы, м
По рис. 3	84...140	5...7	3,5	1,5
По рис. 5	21...23	0,8...0,9	2,1...2,3	0,1

Параметры рассмотренных выше локальных изгибов приведены в таблице. Отметим, что во втором случае радиус кривизны значительно меньше, а следовательно, возможно более напряженное состояние трубы. Смещения оси трубы при этом соизмеримы с порогом чувствительности НТК, а углы изгиба надежно оцениваются. Таким образом, в случае малых смещений оси трубы целесообразно идентификацию локальных изгибов проводить на основе сравнения параметров ориентации для соответствующих точек МТ по данным повторных пропусков ВСД.

Однако контроль геометрии осевой линии МТ необходимо проводить снарядами-профиломерами, имеющими повышенную проходимость по сравнению с коррозионными и навигационно-топографическими снарядами. Повышенная проходимость снарядов-профиломеров обеспечивается уменьшением размеров термоконтейнера, что существенно снижает объем приборного отсека. При этом для трубопроводов малых диаметров (< 500 мм) возникают серьезные проблемы с размещением инерциального модуля на основе прецизионных приборов типа БЧЭ-500.

#### Предпосылки использования инерциальных датчиков низкого класса точности для контроля геометрии осевой линии МТ

Проекция на плоскость горизонта осевой линии МТ имеет, как правило, вид кусочно-линейных отрезков, сопряженных дугами с радиусами не менее 5 диаметров трубы. Профиль МТ в основном повторяет профиль поверхности Земли с некоторым сглаживанием его резких изгибов. При общем радиусе кривизны менее 3 диаметров трубы, участок считается труднопроходимым для ВСД и подлежит ремонту.

Скорость движения внутритрубных профиломеров при движении в потоке газа может составлять от 1 до 10 м/с, а при протаскивании тросом — в среднем 0,5 м/с (с возможными кратковременными остановками и последующими рывками). В местах значительных геометрических дефектов возможны длительные остановки с медленным неравномерным продвижением по мере увеличения движущей силы.

Методика измерения параметров искривления осевой линии

МТ с помощью инерциальных датчиков строится на основе определения текущей пространственной ориентации профилемера и анализа ее вариаций в функции приращения одометрической дистанции. Горизонтальная и вертикальная компоненты радиуса кривизны определяются соотношениями

$$R_{g,h} = S/\alpha_{g,h} \quad (1)$$

или

$$R_{g,h} = V_{x1}/\omega_{g,h}; \quad \omega_g = d\theta/dt; \quad \omega_h = d\psi/dt, \quad (2)$$

где  $\alpha_{g,h}$  — вариации углов рыскания  $\psi$  и тангажа  $\theta$  соответственно при перемещении профилемера по дуге длиной  $S$ ;  $V_{x1}$  — относительная скорость поступательного движения снаряда вдоль трубы.

Параметры ориентации определяются по сигналам БИСО, например, на основе интегрирования дифференциальных кинематических уравнений Эйлера с членами горизонтальной коррекции, формируемыми по сигналам акселерометров [8].

При использовании выражения (1) определяется средний радиус кривизны на дуге  $S$ , которая характеризует длину локального изгиба трубопровода.

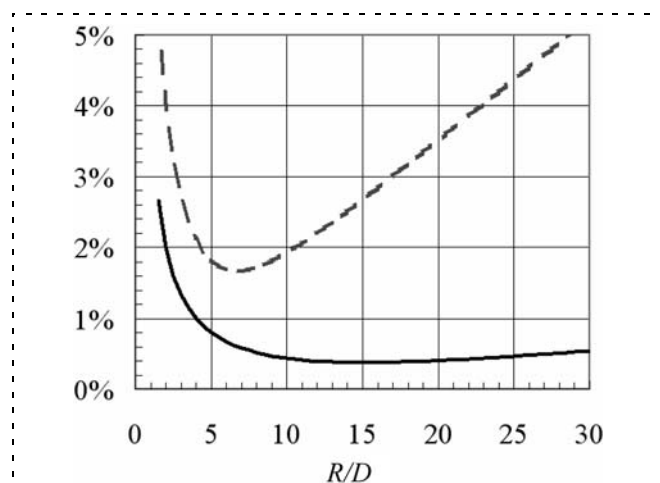


Рис. 6. Погрешности определения радиуса кривизны трубопровода

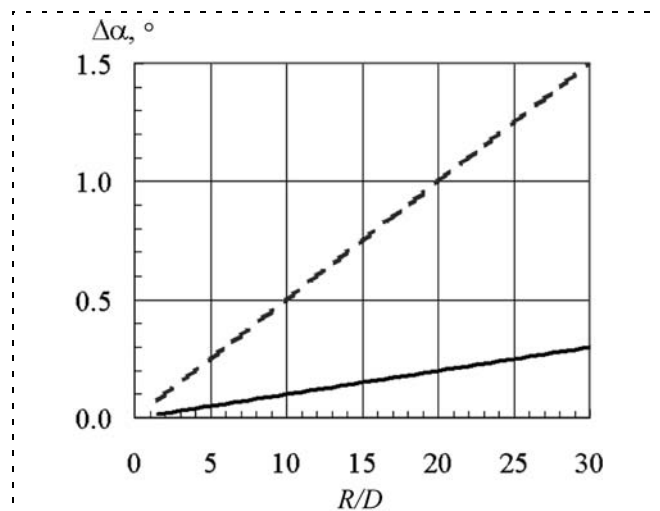


Рис. 7. Погрешности определения углов изгиба трубопровода

Уравнение ошибок для выражения (1), опуская индексы, представим в следующем виде:

$$\Delta R = \frac{1}{\alpha} (\Delta S - R\Delta\alpha) \quad (3)$$

или в относительных величинах в виде

$$\delta R = \delta S - \delta\alpha. \quad (4)$$

Погрешность измерения длины дуги поворота обусловлена в основном погрешностями одометрической системы и может быть описана следующим образом:

$$\Delta S = \delta k_{od} S + q(S, q_0), \quad (5)$$

где  $\delta k_{od} = 0,1...0,2\%$  — погрешность масштабного коэффициента одометра;  $q$  — погрешность, обусловленная дискретностью сигнала одометра:  $q_0 = 5...10$  мм — шаг одометра.

Погрешности определения вариаций углов ориентации определяются, в основном, погрешностями гироскопов. При использовании ММГ в составе микросборки ADIS 16364 примем в качестве преобладающей погрешности некомпенсированную составляющую скорости дрейфа  $\omega_{dr} \approx 0,1^\circ/\text{с}$ , т. е. примем

$$\Delta\alpha = \int_{t_0}^{t_0 + T_r} \omega_{dr} dt \approx \omega_{dr} T_r, \quad (6)$$

где  $T_r = S/V_{x1}$  — время прохождения снарядом изгиба трубопровода.

На рис. 6 и рис. 7 приведены оценки компонент погрешности определения радиуса кривизны и углов изгиба МТ диаметром  $D = 500$  мм с учетом принятых выше моделей ошибок датчиков первичной информации и для следующих параметров движения снаряда-профилемера:

- а)  $V_{x1} = 0,5$  м/с,  $\alpha = 0,5$  рад;  $R = (1,5...30)D$  — штриховые линии;
- б)  $V_{x1} = 5,0$  м/с,  $\alpha = 1,0$  рад;  $R = (1,5...30)D$  — сплошные линии.

Из анализа данных графиков следует, что на участках МТ с радиусами кривизны  $R = (1,5...25)D$  и при скорости движения снаряда-профилемера от 0,5 до 5 м/с погрешности определения радиусов кривизны МТ не превысят 5%, а погрешности определения углов изгиба МТ — 1,5°. Таким образом, геометрия осевой линии крутоизогнутых участков МТ может быть аттестована с помощью инерциальных микромеханических модулей с точностью, достаточной для определения возможности проведения обследования МТ с помощью коррозионных и навигационно-топографических снарядов.

В настоящее время ЗАО "Газприборавтоматика-сервис" введены в эксплуатацию снаряды-профилемеры с инерциальными микромеханическими измерительными модулями в составе бортового оборудования для диаметров трубопроводов от 110 до 1420 мм. Разработан комплекс оригинального математического и программного обеспечения об-

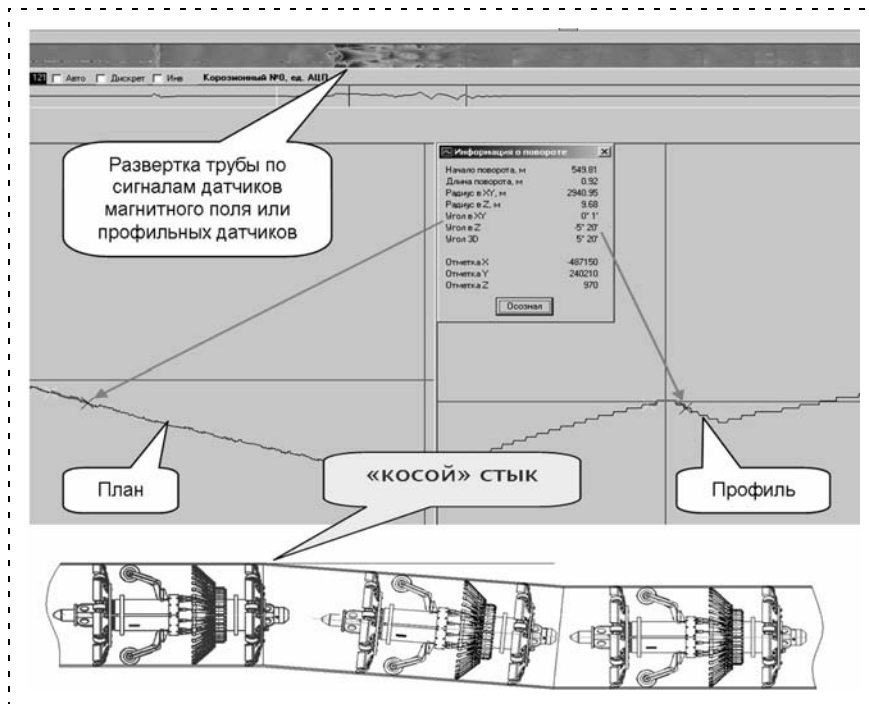


Рис. 8. Идентификация углового смещения ("косого" стыка) в программе "Крот"

работки данных ВТД. Комплексная обработка и анализ сигналов магнитной системы или профильных датчиков и результатов пространственного позиционирования повышают достоверность идентификации особенностей МТ (рис. 8).

Авторами разработанной технологии получено более 20 патентов на изобретение, а также золотая медаль и диплом 1-й степени на V Саратовском салоне инноваций и изобретений. Навигационно-топографические комплексы в 2003 г. успешно прошли отраслевые испытания, что отмечено Комиссией ОАО "Газпром" 15.10.2003.

За период 2002...2010 гг. навигационно-топографическими комплексами и оснащенными ИИМ снарядами-профилемерами ЗАО "Газприборавтоматикасервис" обследовано более 4000 км газопроводов ДУ 1400, 1200, 1000, 700, 500, 420, 375, 325 мм ООО "Газпром трансгаз Саратов", ООО "Газпром трансгаз Томск", ООО "Газпром трансгаз Югорск", ООО "Газпром трансгаз Астрахань", ООО "Газпром трансгаз Санкт-Петербург", ООО "Газпром трансгаз Ставрополь" и др., в том числе более 70 подводных переходов.

### Заключение

Интеграция средств внутритрубной диагностики, подземной навигации и наземных геодезических измерений позволяет:

- значительно снизить объем работ по наземному позиционированию МТ;
- повысить точность позиционирования труднодоступных участков МТ;

- получать качественно новую информацию: высокоточную регистрацию параметров изгибов осевой линии МТ, в том числе на поперечных стыках соседних труб и изгибов каждой трубы;
- по данным повторных обследований определять:
  - локальные и, в том числе сезонные, смещения трубопровода, связанные с осадкой грунтов и оползневыми процессами, а также миграцию трубопровода, которая может происходить на подводных переходах как в пойме, так и на оголенных участках в русле;
  - напряженно-деформированные участки МТ с высокой вероятностью развития стресс-коррозии.

### Список литературы

1. **Временные** технические требования к диагностическому оборудованию для внутритрубной дефектоскопии. Р ГАЗПРОМ — 2007. URL: [www.gazprom.ru/documents/tt\\_vtd\\_pig.pdf](http://www.gazprom.ru/documents/tt_vtd_pig.pdf)
2. **Никишин В. Б., Синев А. И., Плотников П. К.** Сопоставительный анализ инструментария, алгоритмов и точностных параметров позиционирования трасс и дефектов подземных трубопроводов с помощью БИНС и GPS. // Матер. XVI Санкт-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам / ГИЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор". СПб, 2009. С. 163—168.
3. **Синицын С. С., Имшенецкий С. П.** Геодезическое позиционирование объектов транспорта нефти и газа. // Нефть и Газ. № 1. 2004.
4. **Бочков В. Е.** Применение спутниковой навигации при определении местоположения дефектов линейной части магистральных газопроводов на основе геодезического позиционирования // Газовая промышленность. 2005. № 1.
5. URL: [www.roseninspection.ru](http://www.roseninspection.ru)
6. URL: [www.tuboscope.com](http://www.tuboscope.com)
7. URL: [www.bjservices.com/website/GBLocation.nsf](http://www.bjservices.com/website/GBLocation.nsf)
8. **Plotnikov P. K., Nikishin V. B., Bakursky N. N., Skripkin A. A.** Application of Strapdown Inertial Systems of Orientation and Navigation in Pipeline Diagnostic Moving Apparatus // Symposium Giro Technology / Stuttgart. Germany. 1997. P. 18.0—18.11.
9. **Плотников П. К., Синев А. И., Рамзаев А. П., Никишин В. Б.** Способ определения локальных смещений магистральных трубопроводов // Патент РФ № 2206871. БИ № 17, 2003.
10. **Синев А. И., Никишин В. Б., Богданов А. Б.** Технология определения пространственного положения магистральных газопроводов и координатная привязка дефектов средствами внутритрубной дефектоскопии // Матер. НТС ОАО "Газпром". Т. 2. Ухта, ООО "Севергазпром", 28—30 октября 2003 г. М.: Изд-во ООО "ИРЦ Газпром". 2004. С. 67—71.
11. **Развитие** и применение метода решения задач подземной навигации / П. К. Плотников, В. Б. Никишин и др. // Гироскопия и навигация. 2007. № 3. С. 20—33.
12. **Технология** позиционирования трасс и дефектных мест магистральных трубопроводов на основе интеграции внутритрубных и спутниковых навигационных систем / В. Б. Никишин, А. И. Синев и др. // Гироскопия и навигация. 2007. № 2. С. 76—86.
13. **Jaroslaw Czyz.** Prevention of Pipeline Failures in Geotechnically Unstable Areas by Monitoring with Inertial and Caliper In-Line Inspection. URL: [http://www.bjservices.com/website/pps.nsf/WebPages/PISTechPapers/\\$file/GEOPIG %20Geotechnical %20Instabilitv.pdf?OpenElement](http://www.bjservices.com/website/pps.nsf/WebPages/PISTechPapers/$file/GEOPIG%20Geotechnical%20Instabilitv.pdf?OpenElement). 2004. 14 с.

**В. Ю. Мусатов**, канд. техн. наук, доц.,  
**В. В. Сысоев**, д-р техн. наук, проф.,  
 Саратовский государственный  
 технический университет  
 robsii@sstu.ru

## Газоаналитические приборы вида "электронный нос": примеры применения для различных задач

*Рассмотрены примеры применения приборов "электронный нос" в медицине, сельском хозяйстве, пищевой и некоторых других отраслях промышленности. Данные приборы весьма перспективны при решении задач идентификации сложных газовых смесей, которые требуют малого времени на подготовку проб, низкой стоимости эксплуатации и высокого быстродействия.*

**Ключевые слова:** сенсор, датчик газа, мультисенсорная система, "электронный нос", распознавание образов

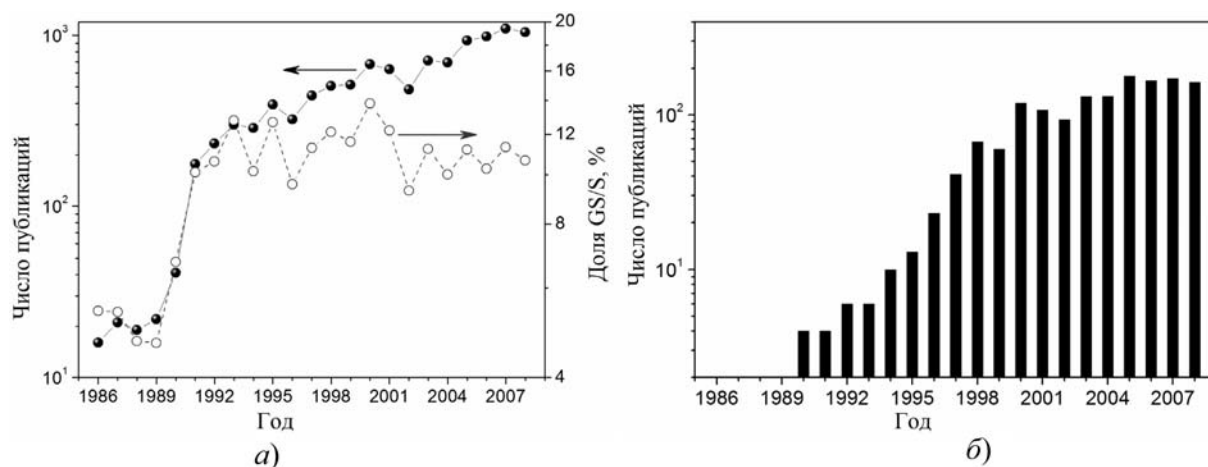
### Введение

Развитие прикладных наук и технологий во многом обуславливается потребностями в приборах, которые могут заменить или улучшить способности человека. К настоящему времени имеются полноценные электронные прототипы всех основных органов чувств человека, кроме обоняния. С одной стороны, это вызвано отсутствием фундаментального понимания функционирования биологической системы обоняния. С другой стороны, наибольшие усилия были сосредоточены на разработке аналитических инструментов, например, спектрометров различного вида, которые способны детектировать и оценивать молекулярный состав анализируемого газа, "раскладывая" его на составляющие. Однако

до сих пор аналитические инструменты имеют большие габаритные размеры и массу, высокую стоимость, требуют продолжительного времени для анализа, главным образом, в лабораторных условиях, и достаточно квалифицированный персонал для обслуживания.

С середины XX в. получили развитие датчики (или сенсоры) — устройства, в которых информация о газе преобразуется в электрический или оптический сигнал. Датчики нашли широкое применение в промышленности для анализа концентрации газов, как правило, в среде известного состава. Но несмотря на ряд преимуществ этих устройств, таких как низкая стоимость, малые габаритные размеры и масса, работа в реальном масштабе времени, оказывается практически невозможным формирование селективного сенсора, который имеет отклик только к одному газу. Выяснение принципов функционирования биологической системы обоняния (Axel R., Buck L., Нобелевская премия по медицине, 2004 г. [1]) позволило сформулировать подходы к созданию на основе датчиков технических средств для анализа газового состава, сравнимых по эффективности с биологическим аналогом, которые часто называются в литературе приборами вида "электронный нос" [2]. Эти приборы формируются на основе набора датчиков газа (называемого мультисенсорной системой), генерирующих первичный сигнал, и техник распознавания образов, обрабатывающих совокупный мультисенсорный сигнал [3].

Можно отметить, что развитие концепции прибора "электронный нос" в начале 90-х гг. XX в., по видимому, послужило одним из стимулов увеличения интереса исследователей и разработчиков к газовым сенсорам. Согласно данным статистической службы ISI Web (<http://www.isiknowledge.com>) доля публикаций с ключевым словом "газовый сенсор" до 1990 г. составляла около 5 % от общего числа публикаций с ключевым словом "сенсор" (рис. 1, а).



**Рис. 1.** Статистические данные службы ISI Web (<http://www.isiknowledge.com>) по числу публикаций с ключевыми словами: а — "gas sensor" (газовый сенсор). На правой оси ординат отложено отношение числа публикаций с ключевым словом "gas sensor" (GS) к числу публикаций с ключевым словом "sensor" (S); б — "electronic nose" (электронный нос)

С 1992 г. эта доля увеличилась более чем в два раза и в настоящее время флуктуирует в диапазоне 10...14 %. Для сравнения на рис. 1, б представлена диаграмма роста числа научных статей с ключевым словом "электронный нос" по годам. Как видно из рис. 1, с 90-х гг. число публикаций по этой теме существенно выросло, и в последние годы ежегодно публикуются до 200 научных работ.

Такие преимущества систем "электронный нос" перед традиционными методами анализа газов, как простота и низкая стоимость использования, включая подготовку пробы, а также высокое быстродействие, делают применение таких приборов весьма перспективным в различных областях науки и техники, связанных с идентификацией сложных газовых смесей.

### Направления использования систем "электронный нос"

Можно выделить следующие основные сферы применения систем "электронный нос":

- ✓ пищевая промышленность;
- ✓ медицина;
- ✓ экология и безопасность;
- ✓ сельское хозяйство;
- ✓ очувствление мобильных роботов, комбинированные системы и т. д.

Одним из важных направлений является исследование микробиологического и химического состава, определяющего *качество продуктов питания*.

Результаты жизнедеятельности микроорганизмов (метаболиты) в пище существуют как в твердой и жидкой формах, так и в виде газов. Детектирование наличия газообразных метаболитов (органических веществ переменного состава) в воздухе вокруг продуктов позволяет определить их качество [4]. Окисление липидов вызывает нежелательные химические изменения, которые могут привести к прогорклости продуктов. Определение прогорклости основано на субъективной органолептической оценке. Однако она связана с изменением запаха и вкуса продукта, что также позволяет использовать газоаналитические приборы для ее определения.

Важную часть продуктового рынка составляют свежие фрукты и овощи, период годности которых имеет определяющее значение. На длительность этого периода оказывают влияние не только условия хранения, но и виды обработки, которым подвергался продукт. Например, в случае свежих ананасов такими видами обработки являются очистка, удаление сердцевинки, нарезка и т. д. [5]. Существенными индикаторами качества подобной продукции являются не только изменение внешнего вида, но также и изменение запаха. Например, в работе [5] описаны исследования применения портативного электронного носа PEN 2 (Германия) для контроля свежести упакованных нарезанных в пластины ананасов в течение 6...10 дней при разных температурах хранения. Рассмотрено использование непрерывного и традиционного, проводимого через длительные интервалы времени, методов измерений. Важным результатом исследования является подтверждение эффективности использования непрерывного метода измерений "электронным носом" для анализа свежести скоропортящегося продукта.

Применение приборов "электронный нос" в пищевой промышленности можно классифицировать по следующим категориям [6]: контроль процесса приготовления, исследование срока годности, оценка свежести, оценка подлинности продукта и др., примеры которых сведены в табл. 1—4 [6].

Из анализа данных, представленных в табл. 1—4, можно сделать выводы о наиболее частом применении в качестве алгоритма распознавания метода главных компонент, широком применении таких статистических методов, как дискриминантный анализ, и возрастающей роли в системах распознавания разных вариантов нейросетевых алгоритмов.

Другим важным направлением является применение приборов "электронный нос" в *медицине*, в первую очередь, как неинвазивного диагностического инструмента для определения различных заболеваний. Известно, что многие болезни изменяют газовый состав воздуха, выдыхаемого человеком. Изучение корреляции между этим газовым составом, изменения которого могут быть достаточно

Таблица 1

Применение прибора "электронный нос" для контроля процесса приготовления продуктов

Пример	Анализируемый процесс	Система распознавания	Алгоритм анализа данных*	Литература
Вино Ветчина	Различение стадий ферментации Повреждения в процессе приготовления	A32S AromaScan	МГК	[7]
		16 тонкопленочных металл-оксидных датчиков	МГК, вероятностные ИНС	[8]
Молоко, ферментированное бактериями Красное вино	Различение между генотипами бактерий и ароматами Порча, вызванная дрожжами <i>Brettanomyces</i>	FOX 3000	МГК	[9]
		FOX 3000 HP4440	МНК, МГК, ЛДА	[10]
Томаты	Процессы обезвоживания томатов	Air Sense	МГК	[11]
Манго	Различение стадий зрелости фруктов	FOX 4000	ДФА	[12]
Черный чай	Оценка оптимального времени ферментации	8 металл-оксидных датчиков	ИНС с временной задержкой, СОК	[13]



Применение прибора "электронный нос" для исследования срока годности продуктов

Пример	Анализируемый процесс	Система распознавания	Алгоритм анализа данных*	Литература
Яблоки	Различение стадий созревания, идентификация и оценка качества фруктов	Кварцевые пьезоэлектрические датчики	МНК, радиальные графики	[14]
Томаты	Различение стадий созревания	LibraNose	МГК	[15]
Яблоки	Различение условий хранения. Предсказание качества и срока годности	LibraNose	МГК, МНК	[16]
Томаты	Различение состояний свежести	PEN 2	МГК, МНК, ЛДА	[17]
Мандарины	Различение условий хранения. Предсказание качества и срока годности	PEN 2	МГК, МНК, ЛДА	[18]
Персики	Различение сортов и срока хранения	PEN 2	МГК, МНК, ЛДА	[19]
Сыр	Определение пороговых сроков годности при разных температурах хранения	Model 3320	МГК, ЛДА, кластерный анализ	[20]
Молоко	Определение срока годности. Корреляция с ростом бактерий	FOX 4000	МГК	[21]
Оливковое масло	Оценка окисления при разных условиях хранения	Model 3320	МГК, ЛДА	[22]
Рафинированное рапсовое масло	Оценка липидного самоокисления при разных условиях хранения	FOX 4000	МГК, МНК	[23]

Таблица 3

Применение прибора "электронный нос" для исследования свежести продуктов

Пример	Анализируемый процесс	Система распознавания	Алгоритм анализа данных*	Литература
Филе трески	Различение периодов хранения	LibraNose	МНК, ДФА	[24]
Лосось	Классификация порчи филе при различных условиях хранения	AromaScan, FishNose (GEMINI), Cyranose 320	Множественный дискриминантный анализ, МГК, МНК	[25]—[27]
Свежее филе	Различение срока хранения при разных условиях	e-nose 4000	ДФА	[28]
Устрицы	Предсказание моделей изменения запаха	EEV model 4000	ДФА	[29]
Куриное яйцо	Различение категорий свежести	4 металлооксидных датчика	МГК, СОК, ИНС, нечеткие множества	[30]
Свиной фарш	Классификация свежести	KAMINA	ЛДА	[31]
Говядина и баранина	Классификация порчи и предсказание бактериологических параметров	6 металлооксидных датчиков	МГК, МНК	[32]

Таблица 4

Применение прибора "электронный нос" для оценки подлинности продуктов

Пример	Анализируемый процесс	Система распознавания	Алгоритм анализа данных*	Литература
Текила, виски, водка и красное вино	Различение между типами напитков, различение вин разных регионов, определение фальсификаций	FOX 4000, металлооксидные датчики	МГК, ИНС	[33]—[38]
Оливковое масло	Определение фальсификаций	FOX 3000, модель 3320	ЛДА, ИНС, МГК	[39]—[40]
Апельсиновый сок	Различение между регионами	FOX 3000	МГК, ДФА	[41]
Сыр	Различение между регионами	Smart Nose	МГК	[42]
Цветочный мед	Различение между регионами	Smart Nose	МГК, ДФА	[43]

\* Сокращения: МГК — метод главных компонент, МНК — метод наименьших квадратов, ЛДА — линейный дискриминантный анализ, ДФА — дискриминантный факторный анализ, ИНС — искусственные нейронные сети, СОК — самоорганизующиеся карты, ПАВ — поверхностно-акустические волны.

быстрыми, и видом заболевания является важным инструментом в профилактике заболеваний.

Например, недавно проводилось исследование возможности диагностики рака легкого по составу дыхания. В качестве мультисенсорной системы использовали набор сенсоров, состоящий из восьми кварцевых кантилеверов [44]. Исследование состава проб выдыхаемого воздуха выполняли методом газовой хроматографии. Результаты исследования позволили в 85,7 % случаев распознать болезнь,

причем даже на фоне проведенной химиотерапии и других видов лечения. Проведенное экспериментальное клиническое исследование позволило сделать вывод о возможности различения выдоха больных раком легкого и другими легочными болезнями. В табл. 5 приведены некоторые примеры использования прибора "электронный нос" в медицине [45].

Активное промышленное разведение домашнего скота приводит к серьезным *экологическим пробле-*

Примеры использования приборов "электронный нос" в медицине

Пример использования	Модель "электронного носа"	Датчики	Литература
Определение анаэробных бактерий <i>Helicobacter pylori</i> , определение инфекций мочевыводящей системы	Bloodhound BH-114	14 датчиков на основе полимеров	[46]—[47]
Прогнозирование пневмонии, определение инфекций верхних дыхательных путей, определение инфекций уха, горла, носа, определение рака легкого	Суганосе С320	32 датчика на основе полимеров	[48]—[51]
Идентификация бактерий в моче и крови	Суганосе С320	32 датчика на основе полимеров	[52]
Диагностика заболеваний	Fox 2000	6 металлооксидных полупроводниковых датчиков	[53]
Определение опасных концентраций аммиака и хлороформа	KAMINA	38 металлооксидных полупроводниковых датчиков	[54]
Клиническая диагностика, идентификация бактерий	PEN 2	10 металлооксидных полупроводниковых датчиков	[55]

мам, связанным с попаданием животноводческих отходов в воду. В результате не только ухудшается качество воды, но и выделяются вредные запахи, вызывающие раздражение глаз, горла и носа, головную боль, аллергические реакции, астму, бронхит и прочие заболевания. Поэтому в ряде работ было предложено использовать прибор "электронный нос" для анализа атмосферы вокруг сточных вод. Например, с этой целью специалисты итальянского университета "Tor Vergata" применили прибор

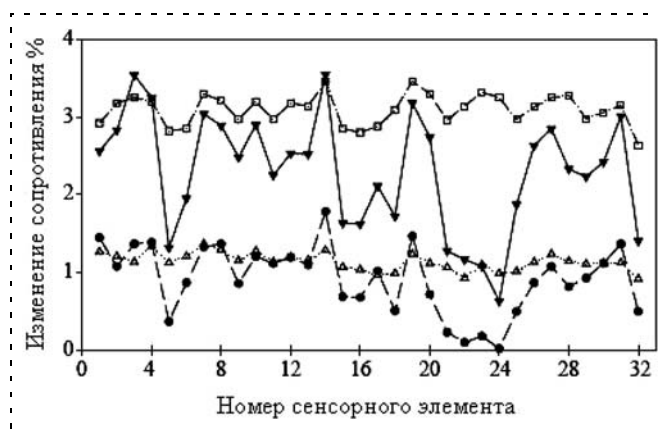


Рис. 2. Типичные образы сигналов датчиков AromaScan [56]  
Обозначения: ▼ — запах 1, ● — запах 2, □ — водяной пар, △ — воздух

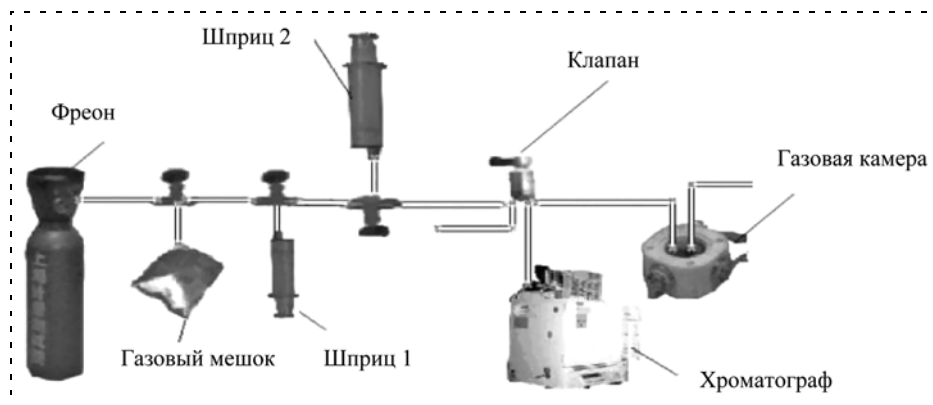


Рис. 3. Экспериментальная установка для обучения прибора "электронный нос" на воздействии фреона [57]

AromaScan A32S [56]. Было показано, что после обучения прибор уверенно определял концентрацию и состав отходов в сточных водоемах по их запахам (рис. 2).

В некоторых случаях прибор "электронный нос" может служить альтернативой для анализа отдельных газов, например в течеискателях. В работе [57] был рассмотрен анализ фреона в диапазоне концентраций до 1000 ppm как в смеси с воздухом, так и в присутствии дополнительных паров воды, масел и бензина (рис. 3).

В качестве мультисенсорной системы использовали набор из четырех сенсоров, сигнал которых обрабатывался трехслойной ИНС прямого распространения, смоделированной на базе нечеткой логики. Результаты показали, что концентрация фреона в газовой смеси с воздухом без добавок определялась в 87 % случаев и в 83 % случаев при наличии добавок посторонних газов.

Применяют приборы "электронный нос" также для анализа запахов таких сложных веществ, как табак. Например, в [58] описано исследование возможностей идентификации марок сигарет по запаху с помощью прибора Суганосе 320 (рис. 4, см. третью сторону обложки).

Распознавание газов осуществляется с помощью алгоритмов, реализованных в MATLAB, на основе трехслойной ИНС. В ходе исследования система позволила уверенно распознать четыре различные марки сигарет.

Описано также применение приборов "электронный нос" в сельском хозяйстве. Например, было показано, что некоторые жуки-вредители хлопка выделяют специфический запах, который можно детектировать [59]. Более того, в процессе исследования было выяснено, что специфические запахи появляются и при наличии повреждений у растений. Поэтому возник интерес в при-

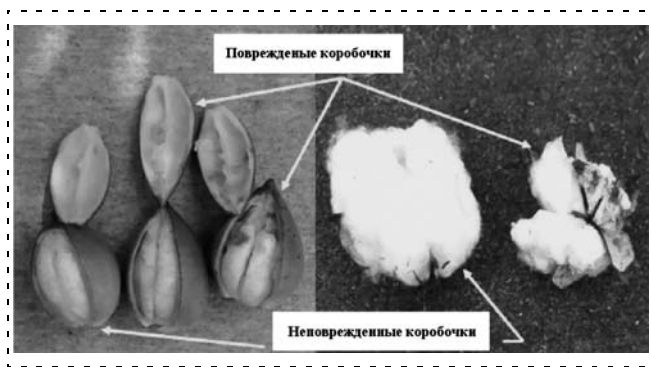


Рис. 5. Внешний вид неповрежденных и поврежденных коробочек хлопка [59]

менении "электронного носа" для анализа состояния хлопковых коробочек (рис. 5) и подготовки принятия решений по использованию инсектицидов для уничтожения жуков-вредителей.

В исследованиях был применен прибор Suga-nose 320. Из полученных данных можно отметить, что в 90 % случаев были правильно распознаны поврежденные семенные коробочки, в 95 % — повреждения внутренних стенок семенных коробочек; присутствие жуков-вредителей распознано в 100 % случаев.

Поскольку "электронный нос" является аналогом одного из органов чувств, закономерным является использование его в составе *системы осязания мобильного робота*. Робот, оборудованный мультисенсорным чипом (рис. 6, см. третью сторону обложки), может различать запахи, двигаться в направлении необходимого запаха, составлять топографические карты распределения запаха и перемещаться по ним [60, 61]. К числу проблем, связанных с использованием искусственных систем обоняния в роботах, относятся дрейф датчиков, искажающий в течение времени данные о запахах и усложняющий обучение распознаванию новых запахов. При этом моделирование распределения запахов в пространстве и составление их карт усложняется тем, что распределение химического состава подвержено непрерывному изменению из-за диффузионных процессов.

Особенности функционирования робота требуют реализации нескольких уровней управления. Уровень символического планирования обеспечивает решение общей задачи с применением всех подсистем, в том числе и осязания. В то же время функционирование каждой подсистемы обеспечивается низшим уровнем управления. Соединение этих уровней — ключевой момент решения общей задачи.

Результаты уже проведенных исследований показали, что для модуля распознавания запахов автономного робота, решающего множество задач и имеющего различные цели, необходимо обновляемое хранилище образов запахов [60]. Для компенсации дрейфа датчиков роботу необходимо собирать

дополнительные сигналы к запахам, чтобы обновить содержимое своего хранилища и улучшить возможности классификации.

Согласно общим тенденциям интеграция приборов искусственного обоняния в систему осязания роботов будет развиваться. В связи с этим необходимо развивать технологии определения запахов и навигации по ним, сбора и хранения образов запахов на борту робота. Для этих целей, по-видимому, потребуется применение специализированных процессоров, обрабатывающих сигналы мультисенсорных чипов [63, 64]. В перспективе применение систем искусственного обоняния в составе системы осязания вместе с системами технического зрения, локации и др. позволит роботам осуществлять не только навигацию по запахам, но и функции контроля опасных и взрывчатых веществ, поиска утечек разных газов, наблюдение за экологической обстановкой, очистку от различных загрязнений и т. д.

### Заключение

Таким образом, "электронный нос" может использоваться для решения широкого круга задач в различных областях. К сожалению, в настоящее время приборы такого вида требуют длительной процедуры обучения для последующего распознавания. Учитывая, что мультисенсорные системы состоят из большого числа элементов, каждый из которых имеет ограниченное время эксплуатации и дрейфовые характеристики, надежность и воспроизводимость такой системы (от одного набора к другому) часто невелика. Поэтому необходимы совместные усилия разработчиков "электронных носов" и специалистов по приложениям из каждой отрасли для успешного применения данных приборов.

### Список литературы

1. Miller G. Axel, Buck share award for deciphering how the nose knows // Science. 2004. Vol. 306. 207 p.
2. Pearce T. C., Schiffman S. S., Nagle H. T., Gardner J. W. Handbook of machine olfaction: Electronic nose technology. Wiley-VCH. 2003. 624 p.
3. Rock F., Barsan N., Weimar U. Electronic nose: current status and future trends // Chem. Rev. 2008. V. 108. P. 705–725.
4. Panigrahi S., Balasubramanian S., Gu H., Logue C., Marchello M. Neural-network-integrated e-nose system for identification of spoiled beef // Lebensm.-Wiss. U.-Technol. V. 39. 2006. P. 135–145.
5. Torri L., Sinelli N., Limbo S. Shelf life evaluation of fresh-cut pineapple by using an electronic nose // Postharvest Biology and Technology. 2010. 56. P. 239–245.
6. Peris M., Escuder-Gilbert L. A 21st century technique for food control: Electronic noses // Analytica Chimica Acta. 2009. V. 638. P. 1–15.
7. Pinheiro C., Rodrigues C. M., Schaefer T., Crespo J. G. // Biotechnol. Bioeng. 2002. N 7. 632 p.
8. Garcia M., Alexandre M., Horrillo M. C. Electronic nose for the identification of spoiled Iberian hams // Spanish on Conference Electron Devices. 2005. P. 537–540.
9. Gutierrez-Mendez N., Vallejo-Cordoba B., Gonzalez-Cyrdo-va A. F., Nevarez-Moorillyn G. V., Rivera-Chavira B. // J. Dairy Sci. 2008. V. 91. 49 p.

10. Cynkar W., Cozzolino D., Damberg B., Janik L., Gishen M. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2007. V. 124. 167 p.
11. Berna A. Z., Trowell S., Cynkar W., Cozzolino D. // *J. Agric. Food Chem.* 2008. V. 56. 3238 p.
12. Pani P., Leva A. A., Riva M., Maestrelli A., Torreggiani D. // *J. Food Eng.* 2008. V. 86. 105 p.
13. Bhattacharya N., Tudu B., Jana A., Ghosha D., Bandhopadhyaya R., Bhuyan M. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2008. V. 131. 110 p.
14. Brezmes J., Llobet E., Vilanova X., Orts J., Saiz G., Correig X. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2001. V. 80. 41 p.
15. Herrmann U., Jonischkeit T., Bargon J., Hahn U., Li Q. Y., Schalley C. A., Vogel E., Vugtle F. // *Anal. Bioanal. Chem.* 2002. V. 372. 61 p.
16. Berna A. Z., Lammertyn J., Saevels S., Natale C. Di, Nicolai B. M. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2004. V. 97. 324 p.
17. Saevels S., Lammertyn J., Berna A. Z., Veraverbeke E. A., Natale C. Di, Nicolai B. M. // *Postharvest Biol. Technol.* 2004. V. 31. 9 p.
18. Hernandez-Gymez A., Hu G., Wang J., Garcia-Pereira A. // *Comput. Electron. Agr.* 2006. V. 54. 44 p.
19. Hernandez-Gymez A., Wang J., Hu G., Garcia-Pereira P. // *LWT-Food Sci. Technol.* 2007. V. 40. 681 p.
20. Benedetti S., Buratti S., Spinardi A., Mannino S., Mignani I. // *Postharvest Biol. Technol.* 2008. V. 47. 181 p.
21. Benedetti S., Sinelli N., Buratti S., Riva M. // *J. Dairy Sci.* 2005. V. 88. 3044 p.
22. Labreche S., Bazzo S., Cade S., Chanie E. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2005. V. 106. 199 p.
23. Cosio M. S., Ballabio D., Benedetti S., Gigliotti C. // *Food Chem.* 2007. V. 101. 485 p.
24. Mildner-Szkudlarz S., Jeleni H. H., Zawirska-Wojtasiak R. // *Eur. J. Technol.* 2008. V. 110. 61 p.
25. Natale C. Di, Olafsdottir G., Einarsson S., Martinelli E., Paolesse R., D'Amico A. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2001. V. 77. 572 p.
26. Du W. X., Lin C. M., Huang T., Kim J., Marshall M., Wei C. I. // *JFS: Food Microbiol.* 2002. V. 67. 307 p.
27. Olafsdottir G., Chanie E., Westad F., Jonsdottir R., Thalmann C. R., Bazzo S., Labreche S., Marcq P., Lundby F., Haugen J. E. // *JFS S: Sens. Nutr. Qualities Food.* 2005. V. 70. 563 p.
28. Chantarachoti J., Oliveira A. C. M., Himelbloom B. H., Crapo C. A., McLachlan D. G. // *JFS S: Sens. Nutr. Qualities Food.* 2006. V. 71. 414 p.
29. Korel F., Luzuriaga D. A., Balaban M. // *JFS: Sens. Nutr. Qualities Food.* 2001. V. 66. 1018 p.
30. Tokusoglu O., Balaban M. // *J. Shellfish Res.* 2004. V. 23. 143 p.
31. Musatov V. Yu., Sysoev V. V., Sommer M., Kiselev I. Assessment of meat freshness with metal oxide sensor microarray electronic nose: A practical approach *Sensors and Actuators.* 2010. V. 144. P. 99–103.
32. McElyea K. S., Pohlman F. W., Meullenet J. F., Suwansri S. Arkansas Animal Science Department Report 2003 // *AAES Research Series.* 2003. V. 509. P. 32–35.
33. Barbri N. El, Llobet E., Bari N. El, Correig X., Bouchikhi B. // *Sensors.* 2008. V. 8. 142 p.
34. Ragazzo J. A., Chalier P., Crouzet J., Ghommidh C. Identification of alcoholic beverages by coupling gas chromatography and electronic nose, in: A. M. Spanier, F. Shahidi, T. H. Parliament, C. Mussinan, C. T. Ho, E. Trastras Contis (Eds.) // *Food Flavors and Chemistry*, Royal Society of Chemistry, Cambridge. 2001. P. 404–411.
35. Penza M., Cassano G. // *Anal. Chim. Acta.* 2004. V. 509. 159 p.
36. Lozano J., Santos J. P., Gutierrez J., Horrillo M. C. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2007. V. 126. 616 p.
37. Alexandre M., Lozano J., Gutierrez J., Sayago I., Fernandez M. J., Horrillo M. C. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2008. V. 131. 71 p.
38. Lozano J., Fernandez M. J., Fontecha J. L., Alexandre M., Santos J. P., Sagayo I., Arroyo T., Cabellos J. M., Gutierrez F. J., Horrillo M. C. // *Sens. Actuators B: Chem.* 2006. V. 120. 166 p.
39. Marth M. P., Busto O., Guasch J. // *J. Chromatogr.* 2004. V. 1057. 211 p.
40. Cerrato Oliveros M. C., Perez Pavyn J. L., Garcia Pinto C., Fernandez Laespada M. E., Moreno Cordero B., Forina M. // *Anal. Chim.* 2002. V. 459. 219 p.
41. Cerrato Oliveros C., Boggia R., Casafe M., Armanino C., Forina M. // *J. Chromatogr.* 2005. V. 1076. 7 p.
42. Cosio M. S., Ballabio D., Benedetti S., Gigliotti C. // *Anal. Chim.* 2006. V. 567. 202 p.
43. Perez Pavon J. L., del Noyal Sanchez M., Garcia Pinto C., Fernandez Laespada M. E., Moreno-Cordero B., Guerrero Pena A. // *TrAC-Trend. Anal. Chem.* 2006. V. 25. 257 p.
44. D'Amico A., Pennazza G., Santonico M., Martinelli E. et al. An investigations on electronic nose diagnosis of lung cancer // *Lung cancer.* 2010. V. 68. P. 170–176.
45. Alphus D. Wilson, Manuela Baietto. *Advances in Electronic-Nose Technologies Developed for Biomedical Applications // Sensors.* 2011. V. 11. P. 1105–1176.
46. Pavlou A. K., Magan N., Sharp D., Brown J., Barr H., Turner A. P. An intelligent rapid odour recognition model in discrimination of *Helicobacter pylori* and other gastroesophageal isolates in vitro // *Biosens. Bioelectron.* 2000. V. 15. P. 333–342.
47. Pavlou A. K., Magan N., McNulty C., Jones J. M., Sharp D., Brown J., Turner A. P. F. Use of an electronic nose system for diagnosis of urinary tract infections // *Biosens. Bioelectron.* 2002. V. 17. P. 893–899.
48. Hanson C. W., III, Thaler E. R. Electronic nose prediction of a clinical pneumonia score: Biosensors and microbes // *Anesthesiology* 2005. V. 102. P. 63–68.
49. Lai S. Y., Deffenderfer O. F., Hanson W., Phillips M. P., Thaler E. R. Identification of upper respiratory bacterial pathogens with the electronic nose // *Laryngoscope.* 2002. V. 112. P. 915–919.
50. Shykhon M. E., Morgan D. W., Dutta R., Hines E. L., Gardner J. W. Clinical evaluation of the electronic nose in the diagnosis of ear, nose and throat infection: A preliminary study. // *Laryngol. Otol.* 2004. V. 118. P. 706–709.
51. Machado R. F., Laskowski D., Deffenderfer O., Burch T., Zheng S., Mazzone P. J., Mekhail T., Jennings C., Stoller J. K., Pyle J., Duncan J., Dweik R. A., Erzurum S. C. Detection of lung cancer by sensor array analyses of exhaled breath. // *Respir. Crit. CareMed.* 2005. V. 171. P. 1286–1291.
52. Yates J. W., Chappell M. J., Gardner J. W., Dow C. S., Dowson C., Hamood A., Bolt F., Beeby L. Data reduction in headspace analysis of blood and urine samples for robust bacterial identification // *Comput. Methods Programs Biomed.* 2005. V. 79. P. 259–271.
53. Gardner J. W., Shin H. W., Hines E. L. An electronic nose system to diagnose illness // *Sens. Actuat. B-Chem.* 2000. V. 70. P. 19–24.
54. Goschnick J., Koronczai I., Fritsch M., Kiselev I. Water pollution recognition with the electronic nose KAMINA // *Sens. Actuat. B-Chem.* 2005. V. 106. P. 182–186.
55. Moens M., Smet A., Naudts B., Verhoeven J., Ieven M., Jorens P., Geise H. J., Blockhuys F. Fast identification often clinically important micro-organisms using an electronic nose // *Lett. Appl. Microbiol.* 2006. V. 42. P. 121–126.
56. Sohn J. H., Smith R., Yoong E., Leis J., Galvin G. Quantification of Odours from Piggery Effluent Ponds using an Electronic Nose and an Artificial Neural Network // *Biosystems Engineering.* 2003. V. 86 (4). P. 399–410.
57. Lijing Wen, Liangyi Zhang, Feng Zhou, Yu Lu and Pengyuan Yang. Quantitative determination of Freon gas using an electronic nose. *The Analyst.* www.rsc.org/analyst First published as an Advance Article on the web 9th May 2002.
58. Luo D., Gholam Hosseini H., Stewart John R. Application of ANN with extracted parameters from an electronic nose in cigarette brand identification // *Sensors and Actuators.* 2004. V. 99. P. 253–257.
59. Henderson W. G., Khalilian A., Han Y. J., Greene J. K., Deegenhardt D. C. Detecting stink bugs/damage in cotton utilizing a portable electronic nose // *Computers and Electronics in Agriculture.* 2010. V. 70. P. 157–162.
60. Loutfi A., Coradeschi S. Smell, think and act: A cognitive robot discriminating odours // *Auton. Robot.* 2006. V. 20. P. 239–249.
61. Lillenthal A. J., Loutfi A., Duckett T. Airborne chemical sensing with mobile robots. // *Sensors.* 2006. V. 6. P. 1616–1678.
62. Мусатов В. Ю., Сысоев В. В., Машенко А. А., Варезников А. С., Хризостомов А. А. О возможности применения нейропроцессора для обработки отклика однокристалльной мультисенсорной микросистемы идентификации газов // *Мехатроника, автоматизация, управление.* 2008. № 1. С. 17–22.
63. Машенко А. А., Мусатов В. Ю., Сысоев В. В. Применение программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) в газоаналитических устройствах для обработки векторного отклика хеморезистивных мультисенсорных микросистем // *Мехатроника, автоматизация, управление.* 2011. № 9. В печати.



# ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



## Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



### Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

### Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.  
БЕЛОКОНОВ И. В.  
БУКОВ В. Н.  
ВАСИЛЬЕВ В. И.  
ГОДУНОВ В. А.  
ГУРЕВИЧ О. С.  
ГУРСКИЙ Б. Г.  
ЕФИМОВ В. В.  
ЗАЙЦЕВ А. В.  
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.  
НЕСТЕРОВ В. А.  
ОХТИЛЕВ М. Ю.  
ПАНКРАТОВ В. М.  
РАСПОПОВ В. Я.  
САБО Ю. И.  
СТЕПАНОВ О. А.  
СОЛДАТКИН В. М.  
ТЕРЯЕВ Е. Д.  
ФИЛИМОНОВ Н. Б.  
ШИРЯЕВ В. И.  
ШКОЛИН В. П.

### Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.  
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.  
ЧУГУНОВА А. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

### Кулифеев Ю. Б., Афанасьев Ю. Н.

Алгоритм автоматического приведения самолета к заданным высоте и скорости горизонтального полета . . . . . 54

### Афонин А. А., Сулаков А. С.

Алгоритм оценивания параметров гравитационного поля, ориентации и навигации бесплатформенного гравиинерциального комплекса . . . . . 58

### Сафронов В. В., Поршнев В. А., Жебраков А. С.

Выбор стенда для проведения огневых испытаний демонстратора пульсирующего детонационного прямоточного двигателя . . . . . 65

**Ю. Б. Кулифеев**, д-р техн. наук, проф.,

**Ю. Н. Афанасьев**, адъюнкт,

yurifanasyev@mail.ru,

ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского

## Алгоритм автоматического приведения самолета к заданным высоте и скорости горизонтального полета

*Рассматривается задача автоматического управления продольным движением летательного аппарата самолета для обеспечения его выхода на заданную высоту при заданном значении скорости полета. Задача решается за счет управления поворотным стабилизатором и изменения тяги силовой установки. Проведена оценка работоспособности и эффективности предложенного алгоритма.*

**Ключевые слова:** алгоритмы управления маневром самолета по высоте и скорости полета, вычисление заданных продольной и вертикальной перегрузок, вычисления заданного угла отклонения стабилизатора, вычисление заданной тяги силовой установки

### Введение

Задачу выхода на заданную высоту полета с заданной скоростью приходится решать как на этапах взлета и посадки самолета [1], так и на этапе маршрутного полета при смене эшелонов. Автоматизация решения данной задачи наиболее актуальна для беспилотных летательных аппаратов, однако ее решение может способствовать повышению безопасности полета и пилотируемых самолетов.

Для изменения высоты полета в рассмотренном ниже способе управления используется поворотный стабилизатор, а обеспечение заданной скорости полета достигается изменением тяги силовой установки.

В том случае, когда решается задача управления пилотируемым самолетом, изменение тяги силовой установки должно осуществляться автоматом тяги посредством воздействия на рычаги управления двигателей.

При решении рассматриваемой задачи, естественно, необходимо учитывать существующую область допустимых высот и скоростей для данного типа самолета.

Реализация алгоритма предполагает использование цифровой управляющей ЭВМ в рамках интегрированной системы управления вектором скорости самолета.

В данной статье не рассматривается проблема информационного обеспечения для реализации данного алгоритма на борту самолета, однако при существующем уровне развития бортовых измерительных устройств эта проблема, на наш взгляд, вполне решаемая.

Задача автоматического управления вектором скорости самолета в предлагаемом алгоритме ре-

шается одновременно на траекторном и пилотажном уровнях.

На траекторном уровне определяются требуемые перегрузки по скоростным осям самолета, необходимые для реализации заданного маневра по высоте и скорости полета.

На пилотажном уровне реализуются требуемые перегрузки с помощью изменения угла поворота стабилизатора и тяги двигателей силовой установки самолета. Необходимое изменение тяги осуществляется автоматом тяги, перемещающим рычаги управления правым и левым двигателями силовой установки самолета.

Рассмотрим принципы построения алгоритмов, реализующих автоматическое маневрирование самолета по высоте и скорости полета.

### Алгоритм вычисления требуемых перегрузок

Вычисление заданных продольной и вертикальной перегрузок  $n_{xa\text{зад}}$  и  $n_{ya\text{зад}}$ , определенных в скоростной системе координат, осуществляется с использованием метода обратных задач динамики [2]. Данный алгоритм позволяет, зная заданную скорость  $V_{\text{зад}}$ , текущую скорость  $V$ , заданную высоту  $H_{\text{зад}}$ , текущую высоту  $H$  и угол наклона траектории  $\theta$ , получить требуемые продольную  $n_{xa\text{зад}}$  и вертикальную  $n_{ya\text{зад}}$  перегрузки.

Рассмотрим методику вычисления заданного значения продольной перегрузки  $n_{xa\text{зад}}$ .

Как известно, движение самолета в скоростной системе координат в продольном канале описывается уравнениями вида [3]

$$\begin{aligned}\dot{V} &= g(n_{xa} - \sin\theta); \\ \dot{\theta} &= \frac{g(n_{ya} - \cos\theta)}{V}; \\ \dot{H} &= V\sin\theta,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения.

Пусть  $\varepsilon = V - V_{\text{зад}}$ , где  $\varepsilon$  — отклонение текущей скорости самолета от заданной скорости.

В соответствии с методом обратных задач динамики потребуем, чтобы выполнялось условие, заданное дифференциальным уравнением

$$\dot{\varepsilon} + \lambda_{0V}\varepsilon = 0,$$

где  $\lambda_{0V}$  — коэффициент.

Тогда после подстановки имеем

$$(\dot{V} - \dot{V}_{\text{зад}}) + \lambda_{0V}(V - V_{\text{зад}}) = 0. \quad (2)$$

Зная, что производная скорости определяется значениями продольной перегрузки и угла наклона траектории

$$\dot{V} = g(n_{xa} - \sin\theta),$$

получим:

$$g(n_{xa} - \sin\theta) + \lambda_{0V}(V - V_{\text{зад}}) = \dot{V}_{\text{зад}}. \quad (3)$$

Поскольку требуемый режим горизонтального полета является установившимся режимом, то, полагая в (3)  $\dot{V}_{\text{зад}} = 0$ , получим соотношение, определяющее заданную перегрузку  $n_{\text{хазад}}$ :

$$n_{\text{хазад}} = \sin\theta - \frac{\lambda_0 V}{g} (V - V_{\text{зад}}). \quad (4)$$

Методика вывода соотношения, определяющего заданное значение вертикальной перегрузки  $n_{\text{уазад}}$ , аналогична вышеизложенной.

Пусть  $\varepsilon = H - H_{\text{зад}}$ , где  $\varepsilon$  — отклонение текущей высоты полета от заданной.

Потребуем выполнения условия  $\ddot{\varepsilon} + \lambda_{1H}\dot{\varepsilon} + \lambda_{0H}\varepsilon = 0$ , где  $\lambda_{1H}$ ,  $\lambda_{0H}$  — коэффициенты. Тогда

$$(\ddot{H} - \ddot{H}_{\text{зад}}) + \lambda_{1H}(\dot{H} - \dot{H}_{\text{зад}}) + \lambda_{0H}(H - H_{\text{зад}}) = 0. \quad (5)$$

Продифференцировав третье уравнение системы (1) по времени, получим

$$\dot{H} = d(V\sin\theta)/dt = \dot{V}\sin\theta + V\cos\theta\dot{\theta}.$$

Учитывая, что из формулы (2) следует:  $\dot{V} = -\lambda_0 V(V - V_{\text{зад}})$ , а из второго уравнения системы (1) можно определить производную угла наклона траектории, получим выражение вида

$$(-\lambda_0 V(V - V_{\text{зад}})\sin\theta + g\cos\theta(n_{\text{уа}} - \cos\theta) - \ddot{H}_{\text{зад}}) + \lambda_{1H}(V\sin\theta - \dot{H}_{\text{зад}}) + \lambda_{0H}(H - H_{\text{зад}}) = 0.$$

Из последнего выражения определяется заданная вертикальная перегрузка:

$$n_{\text{уазад}} = \cos\theta - \frac{1}{g}((\lambda_{1H}V - \lambda_0 V(V - V_{\text{зад}}))\text{tg}\theta + \frac{\lambda_{0H}(H - H_{\text{зад}}) - \lambda_{1H}\dot{H}_{\text{зад}} - \ddot{H}_{\text{зад}}}{\cos\theta}). \quad (6)$$

Полученные выражения (4) и (6) для перегрузок  $n_{\text{хазад}}$  и  $n_{\text{уазад}}$  используются далее для определения заданных значений угла отклонения стабилизатора  $\varphi_{\text{зад}}$  и тяги силовой установки  $R_{\text{с.у}}$ .

#### Алгоритм вычисления заданного отклонения стабилизатора

Алгоритм вычисления заданного угла отклонения стабилизатора  $\varphi_{\text{зад}}$  построен также на основе метода обратных задач динамики. Этот алгоритм реализует заданное значение вертикальной перегрузки.

Пусть  $\varepsilon = n_{\text{уа}} - n_{\text{уазад}}$ , где  $\varepsilon$  — отклонение текущей вертикальной перегрузки от заданной. Потребуем, чтобы выполнялось условие

$$\ddot{\varepsilon} + \lambda_{1n}\dot{\varepsilon} + \lambda_{0n}\varepsilon = 0, \quad (7)$$

где  $\lambda_{1n}$ ,  $\lambda_{0n}$  — коэффициенты.

Тогда

$$(\ddot{n}_{\text{уа}} - \ddot{n}_{\text{уазад}}) + \lambda_{1n}(\dot{n}_{\text{уа}} - \dot{n}_{\text{уазад}}) + \lambda_{0n}(n_{\text{уа}} - n_{\text{уазад}}) = 0. \quad (8)$$

Примем допущение, что в течение времени дискретности работы алгоритма  $\ddot{n}_{\text{уазад}} = \dot{n}_{\text{уазад}} = 0$ .

Для определения первой и второй производных от текущего значения вертикальной перегрузки воспользуемся ее выражением в следующем виде:

$$n_{\text{уа}} = \frac{R_{\text{с.у}}\sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + (C_y^\alpha \alpha + C_y^\varphi \varphi)qS_{\text{кр}}}{G},$$

здесь  $C_y^\alpha \alpha + C_y^\varphi \varphi = Y$  — коэффициент подъемной силы самолета;  $C_y^\alpha$ ,  $C_y^\varphi$  — коэффициенты подъемной силы крыла и стабилизатора соответственно;  $\varphi_{\text{дв}}$  — угол установки двигателей;  $S_{\text{кр}}$  — площадь крыла самолета. Здесь можно принять, что  $C_y^\varphi \varphi = 0$  из-за малости этой величины. Таким образом, для упрощения алгоритма не будем учитывать влияние угла отклонения стабилизатора  $\varphi$  на перегрузку  $n_{\text{уа}}$  через подъемную силу  $Y$ .

Найдем первую и вторую производные вертикальной перегрузки  $n_{\text{уа}}$ :

$$\dot{n}_{\text{уа}} = \frac{R_{\text{с.у}}}{G} \left[ \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + \frac{C_y^\alpha q S_{\text{кр}}}{R_{\text{с.у}}} \right] \dot{\alpha};$$

$$\ddot{n}_{\text{уа}} = \frac{R_{\text{с.у}}}{G} [-\sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}})\dot{\alpha}^2 + \left( \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + \frac{C_y^\alpha q S_{\text{кр}}}{R_{\text{с.у}}} \right) \ddot{\alpha}];$$

$$\alpha = \vartheta - \theta;$$

$$\dot{\alpha} = \omega_z - \dot{\theta} = \omega_z - \frac{g}{V}(n_{\text{уа}} - \cos\theta),$$

где  $\omega_z$  — угловое ускорение.

Для упрощения вычислений в силу малости величины  $\dot{\theta}$  в сравнении с величиной  $\dot{\omega}_z$  сделаем допущение:

$$\ddot{\alpha} = \dot{\omega}_z - \ddot{\theta} = \dot{\omega}_z.$$

В таком случае выражение для определения второй производной вертикальной перегрузки будет иметь следующий вид:

$$\ddot{n}_{\text{уа}} = \frac{R_{\text{с.у}}}{G} \left[ -\sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}})\dot{\alpha}^2 + \left( \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + \frac{C_y^\alpha q S_{\text{кр}}}{R_{\text{с.у}}} \right) \dot{\omega}_z \right]. \quad (9)$$

Тогда из формулы (9) получим выражение для углового ускорения  $\dot{\omega}_z$  при вращении самолета вокруг оси  $Oz$ :

$$\dot{\omega}_z = \frac{\frac{G}{R_{c,y}} \ddot{n}_{ya} + \sin(\alpha + \varphi_{дв}) \dot{\alpha}^2}{\cos(\alpha + \varphi_{дв}) + \frac{C_{y\alpha} q S_{кр}}{R_{c,y}}} \quad (10)$$

В формулу (10) будем подставлять значение второй производной вертикальной перегрузки из условия (8), т. е. здесь

$$\ddot{n}_{ya} = -\lambda_{1n} \dot{n}_{ya} - \lambda_{0n} (n_{ya} - n_{ya\text{зад}}).$$

Коэффициент продольного аэродинамического момента  $m_z$  связан с угловым ускорением  $\dot{\omega}_z$  соотношением

$$m_z = \frac{J \dot{\omega}_z + y_{дв} R_{c,y}}{q S_{кр} b_a},$$

где  $y_{дв}$  — величина, значение которой равно длине перпендикуляра, опущенного из центра масс самолета на вектор тяги, а знак определяется положением двигателя относительно центра масс самолета. Если двигатель находится ниже центра масс самолета, то  $y_{дв} < 0$ .

Вместе с тем, поскольку

$$m_z = m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^\varphi \varphi_{зад} + m_z^{\omega_z} \omega_z,$$

то заданный угол отклонения стабилизатора будет определяться соотношением

$$\varphi_{зад} = \frac{m_z - \left( m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\omega_z} \omega_z \frac{b_a}{V} \right)}{m_z^\varphi} \quad (11)$$

### Алгоритм вычисления и реализации заданной тяги силовой установки

Вычисление заданной тяги силовой установки  $R_{c,y\text{зад}}$  осуществляется по формуле

$$R_{c,y\text{зад}} = (n_{xa\text{зад}} mg + C_{xa} q S_{кр}) \frac{1}{\cos(\alpha + \varphi_{дв})}, \quad (12)$$

где  $m$  — масса самолета;  $C_{xa}$  — аэродинамический коэффициент силы лобового сопротивления.

Особенность данной математической модели (ММ) наземно-воздушного движения самолета, в частности, в том, что управление тягой осуществляется путем задания текущих углов поворота ручки управления двигателями (РУД) левого и правого двигателей. В соответствии со значениями углов поворота РУД и условиями полета, которые определяют полные температуру и давление на входе двигателей, динамическая ММ силовой установки выдает текущие значения входных и выходных импульсов тяги.

Таким образом, реализовать заданную тягу силовой установки можно только посредством соответствующего перемещения РУД двигателей. Иначе говоря, необходимо синтезировать алгоритм автомата тяги.

Применение метода обратных задач динамики для синтеза алгоритма автомата тяги в силу сложности динамической ММ двигателей весьма проблематично. Однако в силу существенного различия частотных свойств самолета по каналу скорости и частотных свойств двигателей по тяге вполне допустимо для синтеза алгоритма автомата тяги использовать статическую ММ двигателей.

В данной работе для пересчета значения заданной тяги силовой установки  $R_{c,y\text{зад}}$  в соответствующий угол установки РУД использовалась статическая

линия рабочих режимов двигателя для приведенных параметров его работы. С этой целью была решена задача обращения функции, связывающей значения выходного импульса тяги с углом поворота РУД в установившемся режиме работы двигателя и в приведенных условиях.

На рис. 1 показано взаимодействие рассмотренных выше алгоритмов управления, обеспечивающих приведение самолета к установившемуся горизонтальному полету на заданной высоте и с заданной скоростью.

### Проверка алгоритма управления маневром самолета по высоте и скорости полета

Для апробации предлагаемого алгоритма управления было выполнено численное моделирование с использованием пространственной

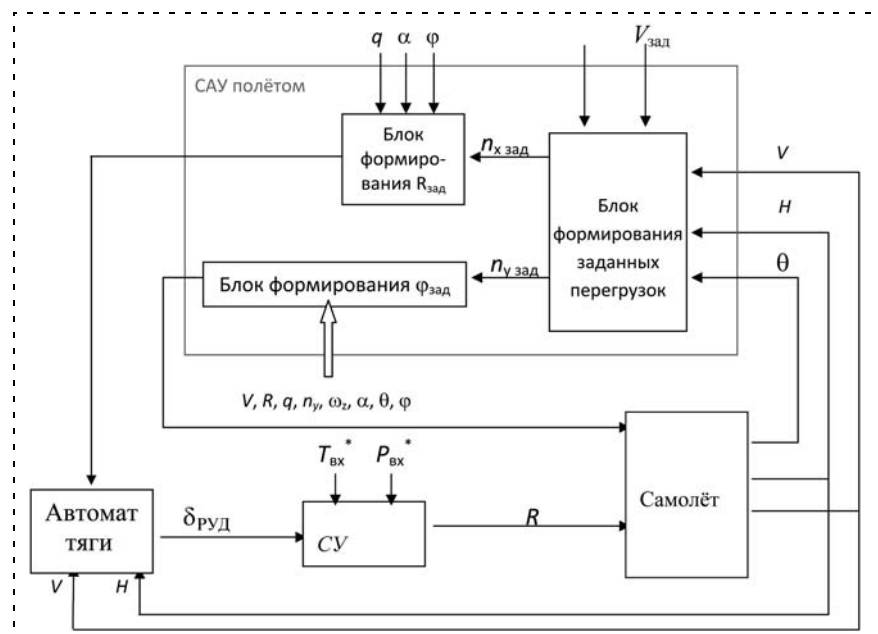


Рис. 1. Общая структура алгоритмического обеспечения для системы отработки заданного маневра самолета по высоте и скорости полета



математической модели наземно-воздушного движения самолета с взлетной массой 24 500 кг и тяговооруженностью около единицы.

Было выполнено моделирование штатного взлета самолета с набором высоты и скорости полета, значения которых соответствовали режиму полета перед третьим разворотом при заходе на посадку для аэродрома со стандартными условиями захода:

$$H_{\text{зад}} = 600 \text{ м}, V_{\text{зад}} = 500 \text{ км/ч}.$$

Коэффициенты в контурах регулирования скорости и высоты полета были выбраны следующими:

$$\lambda_{0V} = 1/T_V, \text{ где } T_V = 4 \text{ с};$$

$$\lambda_{0H} = 1/T_H^2, \lambda_{1H} = 2/T_H, \text{ где } T_H = 6 \text{ с}.$$

В контуре регулирования вертикальной перегрузки коэффициенты  $\lambda_{0n}$  и  $\lambda_{1n}$  имели следующие значения:

$$\lambda_{0n} = 25 \text{ с}^{-2}, \lambda_{1n} = 1,4 \sqrt{\lambda_{0n}}.$$

На этапе взлета при достижении скорости 246 км/ч самолет за счет отклонения стабилизатора выводился на угол тангажа, равный  $7^\circ$ .

Отрыв колеса носовой стойки шасси от поверхности бетонной ВПП происходил на расстоянии 758 м от точки старта, а отрыв колес основных стоек шасси — на расстоянии 855 м. При этом скорость самолета в момент отрыва от бетонной ВПП составляла 295 км/ч.

Набор высоты происходил при выдерживании постоянного значения угла тангажа, равного  $7^\circ$ .

По истечении одной минуты с момента старта, когда самолет находился на высоте 380 м, включалась система приведения самолета к заданным высоте и скорости полета.

На рис. 2 показаны графики изменения высоты и скорости полета при выполнении данного численного эксперимента с использованием ММ пространственного наземно-воздушного движения самолета.

Как видно из представленных графиков, набор заданной высоты при заданной скорости полета был реализован через 2 мин полета, при этом пройденный путь составил около 10 км.

На рис. 3 изображен график изменения угла отклонения стабилизатора при выполнении взлета и выходе на заданный режим полета. Изменение угла отклонения стабилизатора  $\varphi_{\text{стаб}}$  при  $t < 20$  с обеспечило отрыв самолета от ВПП. Изменение угла  $\varphi_{\text{стаб}}$  в диапазоне времени  $20 \text{ с} < t < 60 \text{ с}$  обеспечило набор высоты при выдерживании постоянного значения угла тангажа, равного  $7^\circ$ . В момент времени  $t = 60$  с (пройденный путь около 6 км) включалась система приведения самолета к заданным высоте и скорости полета.

На рис. 4 изображены графики изменения положения РУД двигателей и соответствующего изменения тяги силовой установки в процессе полета. Здесь же показано изменение оборотов компрес-

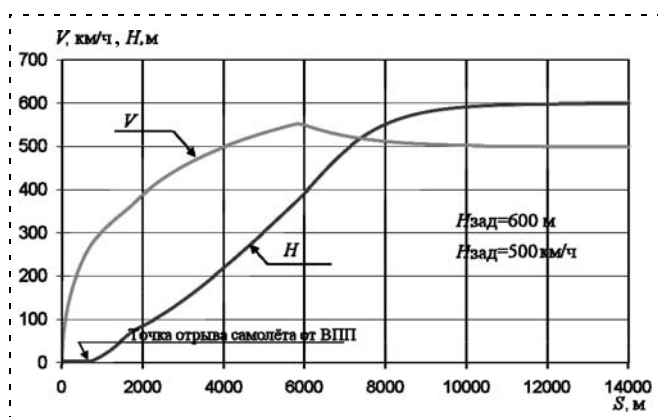


Рис. 2. Выход на заданный режим горизонтального полета

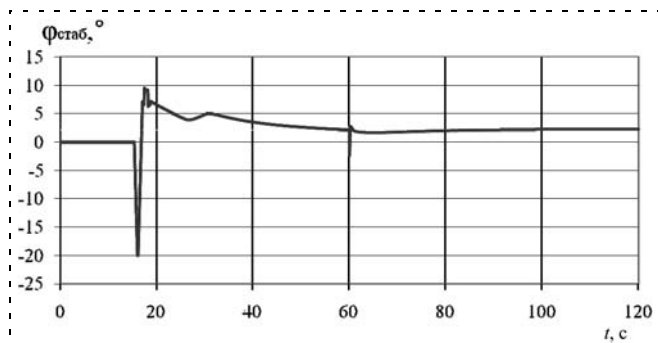


Рис. 3. Изменение угла отклонения стабилизатора в процессе выхода на заданный режим полета, °

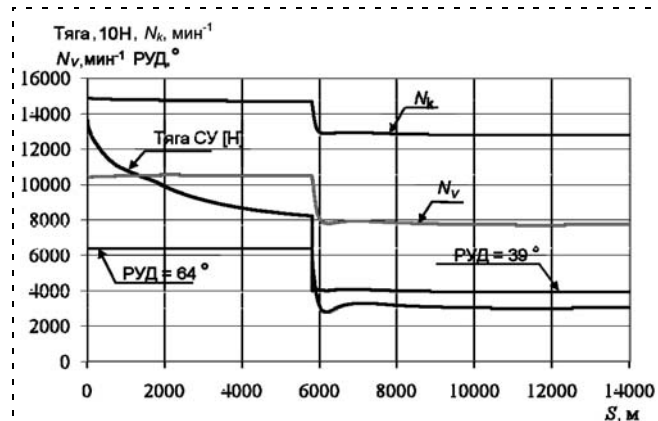


Рис. 4. Управление тягой двигателя

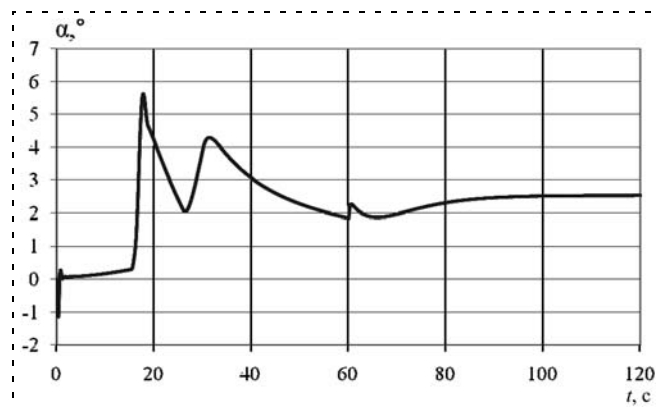


Рис. 5. Изменение угла атаки, °

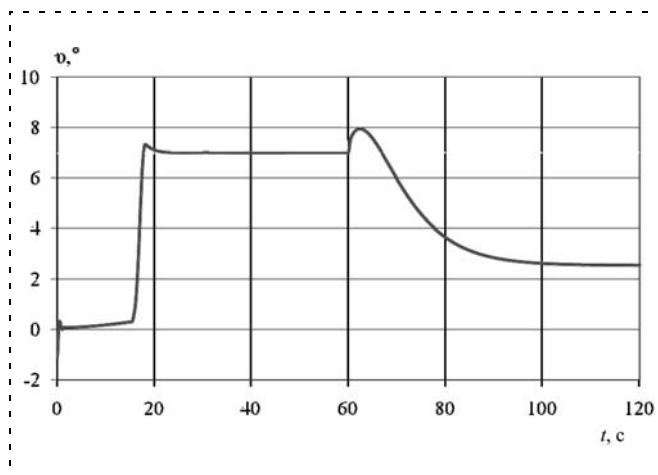


Рис. 6. Изменение угла тангажа

сора и вентилятора левого и правого двигателей, работающих в одинаковом режиме.

На рис. 5 и 6 изображены, соответственно, графики изменения угла атаки и тангажа при выполнении данного полета.

Таким образом, численное моделирование показало, что разработанные алгоритмы управления маневром самолета по высоте и скорости полета вполне работоспособны.

#### Список литературы

1. Котик М. Г. Динамика взлета и посадки самолетов. М.: Машиностроение, 1984.
2. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Нелинейные модели. М.: Наука, 1987.
3. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. / Под общ. ред. Г. С. Бюшгенса. М.: Наука. Физматлит, 1998.

УДК 528.561, 621.317.76, 656.6:658, 629.783:527

**А. А. Афонин**, канд. техн. наук, доц.,  
**А. С. Сулаков**, канд. техн. наук, ассистент,  
 kaf305-mai@mail.ru,  
 Московский авиационный институт  
 (государственный технический университет)

## Алгоритм оценивания параметров гравитационного поля, ориентации и навигации бесплатформенного гравинерциального комплекса

*Рассмотрены вопросы построения функционального алгоритма определения вектора аномалии ускорения силы тяжести, параметров ориентации и навигации аэроморского бесплатформенного гравинерциального навигационного комплекса. Приведены результаты имитационного моделирования его работы в различных условиях эксплуатации. Представлены оценки ожидаемых точностных характеристик комплекса.*

**Ключевые слова:** векторные гравиметрические измерения, бесплатформенный гравинерциальный навигационный комплекс, спутниковая навигационная система, оптимальный фильтр Калмана, малоразмерный подвижный аппарат, аномалия силы тяжести, отклонения отвесной линии

### Введение

В работе [1] приведен функциональный алгоритм гравиметрического канала бесплатформенного гравинерциального навигационного комплекса (БГНК), разрабатываемого в рамках концепции векторных гравиметрических измерений (ВГИ), проводимых с борта аэроморского малоразмерного подвижного аппарата (МПА). Показано [2], что одним из главных условий проведения ВГИ, обеспечивающих определение модуля ускорения силы тяжести (УСТ) и отклонений отвесной линии с точ-

ностями до  $10^{-6}$  м/с<sup>2</sup> и единиц угловых секунд соответственно, является высокоточное определение относительного ускорения МПА (вертикальной составляющей с точностью порядка  $10^{-6}$  м/с<sup>2</sup>; горизонтальных — порядка  $10^{-4}$  м/с<sup>2</sup>). Традиционно задача определения вертикального относительного ускорения для аэроморской гравиметрии решается посредством специализированной обработки информации от спутниковой навигационной системы (СНС), работающей в фазовом или дифференциальном режиме, которая сводится к процедуре двойного дифференцирования высоты с последующим сглаживанием того или иного вида, включая оптимальное калмановское. Подобным способом могут быть определены и горизонтальные составляющие относительного ускорения. Таким образом, алгоритм работы БГНК [1] может быть реализован в рамках "дифференциального подхода" в соответствии с применяемой в современной гравиметрии методикой выделения аномалии УСТ [3] посредством вычитания результатов сглаженного двойного дифференцирования координат и других, традиционных для мобильной гравиметрии, поправок из кажущегося ускорения, измеренного акселерометрами комплекса и представленного в принятой в его алгоритме базовой системе координат (например, Земной экваториальной или географической). Недостатком этого подхода являются большие погрешности, вызываемые численным дифференцированием. В данной статье рассматривается способ определения параметров аномального поля УСТ, суть которого сводится к включению в уравнения ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) БГНК погрешностей определения проекций вектора аномалии УСТ и последующему оцениванию этих ошибок. В рамках предложенного подхода непосредственное дифференцирование показаний СНС не используется.

## 1. Методика определения аномалии БГНК

Предлагаемый алгоритм определения аномалии УСТ основан на использовании методов оптимальной калмановской фильтрации, позволяющих посредством специализированной обработки информации, поступающей от систем, работающих на разных физических принципах, оценивать их погрешности и корректировать показания.

Разомкнутая схема коррекции БИНС посредством СНС представлена на рис. 1. На рис. 1 и далее  $\xi, \eta, \zeta$  — истинные значения координат;  $U_\xi, U_\eta, U_\zeta$  — истинные значения проекций относительной скорости;  $\psi, \upsilon, \gamma$  — истинные значения углов курса, тангажа, крена; символом  $\delta$  обозначена ошибка определения соответствующего параметра; индексы Б и С отвечают параметру, определенному БИНС и СНС соответственно; знак  $\hat{\phantom{x}}$  обозначает оценку соответствующего параметра. Как видно из схемы, БИНС работает с накапливающимися ошибками, которые путем совместной обработки показаний БИНС и СНС оцениваются оптимальным фильтром Калмана (ОФК).

При этом сохраняется возможность реализации замкнутой схемы включения ОФК в систему, что позволяет дополнительно снизить ошибки работы корректируемой БИНС, и в случае временного отключения коррекции по замкнутой схеме погрешности БГНК будут существенно ниже, чем для случая разомкнутой схемы.

Алгоритм ОФК в рассматриваемом случае предполагает обработку измерений вида  $\mathbf{z} = \mathbf{x}_Б - \mathbf{x}_С = \delta\mathbf{x}_Б - \delta\mathbf{x}_С$  (где  $\mathbf{x}$  в общем случае представляет собой вектор, состоящий из координат и проекций скорости) с учетом моделей ошибок БИНС и СНС.

Процедура фильтрации в дискретной форме представляет собой последовательность вычислений так называемых априорной  $\mathbf{S}$  и апостериорной  $\mathbf{P}$  матриц ковариации и матрицы коэффициентов усиления фильтра  $\mathbf{K}$  в целях получения оценок для

ошибок БИНС, включенных в вектор состояния  $\delta\mathbf{x}$  [4]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S}_k &= \mathbf{\Phi}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{\Phi}_k^T + \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{Q}_1 \mathbf{\Gamma}_k^T; \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{S}_k \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{S}_k \mathbf{H}^T + \mathbf{L}_1)^{-1}; \\ \mathbf{P}_k &= (\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \mathbf{S}_k; \\ \delta\hat{\mathbf{x}}_k &= \mathbf{\Phi}_k \delta\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \mathbf{\Phi}_k \delta\hat{\mathbf{x}}_{k-1}), \end{aligned} \right\}$$

где  $k$  — номер такта вычисления;  $\mathbf{\Phi} = \sum_{i=0}^N \frac{(\mathbf{F}T)^i}{i!}$  —

приведенная к дискретному виду матрица динамики  $\mathbf{F}$ ;  $T$  — шаг вычислений;  $N$  — положительное число, выбираемое разработчиком исходя из необхо-

димой точности приведения;  $\mathbf{\Gamma} = \left[ \sum_{i=0}^N \frac{(\mathbf{F}T)^i}{i!(i+1)} \right] \mathbf{G}T$  —

приведенная к дискретному виду матрица шумов системы  $\mathbf{G}$ ;  $\mathbf{H}$  — матрица измерений;  $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}/T$  — приведенная к дискретному виду матрица дисперсий шумов системы  $\mathbf{Q}$ ;  $\mathbf{L}_1 = \mathbf{L}/T$  — приведенная к дискретному виду матрица дисперсий шумов измерений  $\mathbf{L}$ .

Процедура оптимального оценивания  $\delta\hat{\mathbf{x}}$  возможна лишь при задании моделей погрешностей используемых систем. При этом в случае включения в вектор состояния величин, характеризующих вектор аномалии УСТ, появляется возможность их определения. Таким образом, построение алгоритма определения аномалии УСТ требует разработки методики внесения ее параметров в вектор состояния.

Итак, в уравнениях идеальной работы БИНС, представленных в векторной форме в правой Земной экваториальной системе координат (ЭСК) [1] (начало  $O$  — в центре Земли, ось  $O\xi$  лежит на линии пересечения плоскости экватора с Гринвичским меридианом, ось  $O\zeta$ , направлена по вектору угловой скорости вращения Земли), в уравнениях

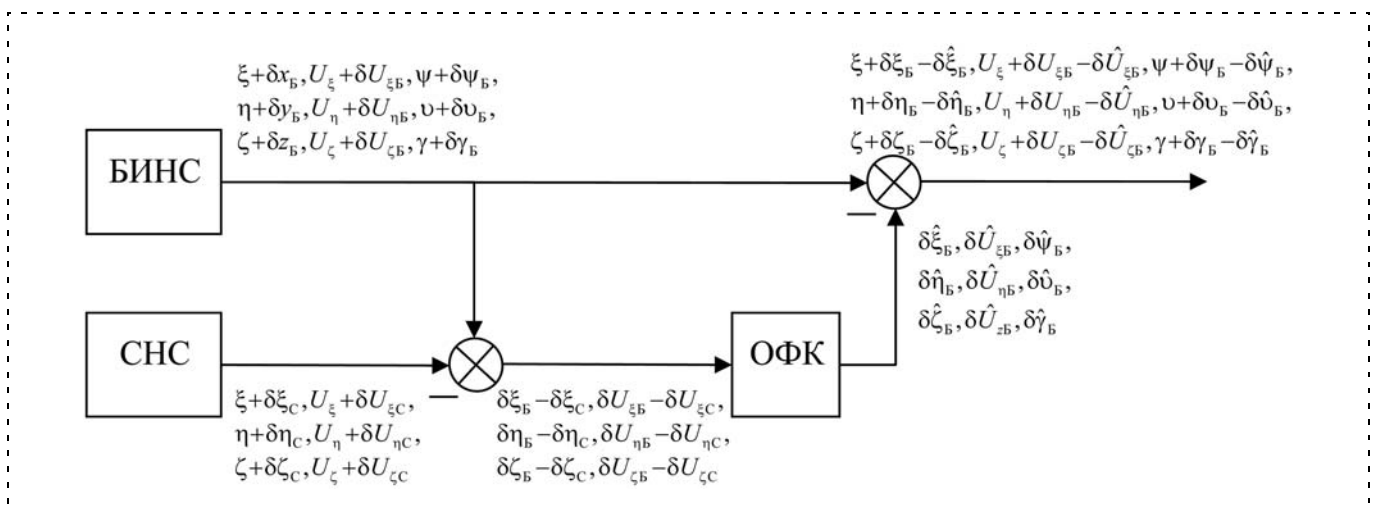


Рис. 1. Разомкнутая схема коррекции БИНС посредством СНС с использованием ОФК

для проекций относительной скорости в правой части фигурирует реальное значение УСТ (сумма нормализованного УСТ и его истинной аномалии):

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Lambda} &= 0,5 \mathbf{M}_{\omega_0} \Lambda; \\ \mathbf{A}_{O/E} &= \begin{pmatrix} \cos(u_0 t) & \sin(u_0 t) & 0 \\ -\sin(u_0 t) & \cos(u_0 t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} [(2\lambda_0^2 - 1)\mathbf{E} + \\ &+ 2[\lambda\lambda^T] + 2\lambda_0 \mathbf{K}_\lambda]; \\ \dot{\mathbf{U}} &= -2\mathbf{u} \times \mathbf{U} + \mathbf{A}_{O/E} \mathbf{n}_O + \mathbf{g}_{\text{ГН}} + \mathbf{A}; \\ \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{U}, \end{aligned} \right\}$$

где  $\Lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ ;  $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ ,  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  — параметры Родрига—Гамильтона;

$$\mathbf{M}_{\omega_0} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{pmatrix}; \omega_x, \omega_y, \omega_z — \text{проекции}$$

абсолютной угловой скорости МПА, измеряемые блоком гироскопов, на оси связанной системы ко-

$$\text{ординат (ССК); } \mathbf{A}_{O/E} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} — \text{матрица}$$

ориентации ССК относительно базовой — ЭСК;  $\mathbf{E}$  — единичная матрица соответствующей размер-

$$\text{ности; } \mathbf{K}_\lambda = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_3 & -\lambda_2 \\ -\lambda_3 & 0 & \lambda_1 \\ \lambda_2 & -\lambda_1 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{U} — \text{вектор относи-}$$

тельной скорости МПА;  $\mathbf{u}$  — вектор угловой скорости вращения Земли,  $u_0$  — его модуль;  $\mathbf{n}_O$  — вектор кажущегося ускорения МПА, измеренный блоком акселерометров, представленный в ССК;  $\mathbf{g}_{\text{ГН}}$  — нормальный вектор УСТ;  $\mathbf{A}$  — вектор аномалии УСТ;  $\mathbf{R}$  — геоцентрический радиус-вектор местоположения МПА.

При этом для некорректируемой БИНС при отсутствии априорной информации об аномалии УСТ в исследуемом регионе известно лишь нормализованное значение УСТ, зависящее только от параметров принятого земного эллипсоида и высоты нахождения МПА над этим эллипсоидом. Поэтому формально уравнение в возмущенном режиме для относительной скорости можно представить в виде

$$\dot{\mathbf{U}}_B = -2\mathbf{u} \times \mathbf{U}_B + \mathbf{A}_{O/E_B} \mathbf{n}_{O_B} + \mathbf{g}_{\text{ГН}_B} + \mathbf{A}_B,$$

где индексом  $_B$  обозначаются величины, соответствующие возмущенному режиму работы БГНК;  $\mathbf{A}_B = \mathbf{A} + \delta\mathbf{A} = 0$ .

Тогда уравнение ошибок имеет вид

$$\delta\dot{\mathbf{U}} = -2\mathbf{u} \times \delta\mathbf{U} + \mathbf{A}_{O/E} \Delta \mathbf{n}_O - \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{n} + \delta \mathbf{g}_{\text{ГН}} + \delta \mathbf{A},$$

где  $\boldsymbol{\theta}$  — вектор малого поворота, характеризующий уход вычисленной ЭСК (ВСК);  $\mathbf{n}$  — представленный в ЭСК вектор кажущегося ускорения МПА;  $\Delta \mathbf{n}_O$  — вектор погрешности блока акселерометров, представленный в ССК. При этом ошибка определения вектора аномалии оказывается равна самому вектору аномалии с противоположным знаком:

$$\delta \mathbf{A} = -\mathbf{A}. \quad (1)$$

Таким образом, для решения задачи определения проекций вектора аномалии УСТ их ошибки определения вводятся в уравнения ошибок БИНС, а следовательно, и в алгоритм оценивания как составляющие погрешностей определения проекций относительного ускорения. При этом, поскольку справедливо (1), то для описания ошибок проекций аномалии УСТ можно воспользоваться моделями, соответствующими самим проекциям аномалии УСТ.

Аномалии УСТ, как правило, описываются постоянными, линейно нарастающими, длиннопериодными гармоническими или случайными составляющими [5]. Последние, как правило, представляются моделями стационарных случайных процессов первого или второго порядка, моделями Шварца, Шварца—Вэя, Джордана, первым или вторым интегралом белого шума и др. [6]. Анализ вариантов представления аномалии выявил два основных способа моделирования этой величины в зависимости от типичных режимов работы комплекса: а) стоянка или движение в малой окрестности (дрейф МПА), а также движение в маломеняющемся в пространстве аномальном поле УСТ; б) движение по протяженной траектории с существенными изменениями аномального поля УСТ. Для наиболее общего второго случая переменной аномалии в системе дифференциальных уравнений она может быть представлена: совокупностью постоянных составляющих (начальные значения проекций аномалии), линейно-нарастающих составляющих (или составляющих, представленных полиномами более высоких порядков) и стационарных случайных процессов, например, описываемых широко применяемой корреляционной функцией вида

$$K(\tau) = \sigma_A^2 e^{-\mu_A |\tau|}, \quad (2)$$

где  $\mu_A$  — коэффициент затухания корреляционной функции;  $\sigma_A$  — СКО случайной составляющей аномалии УСТ. В первом случае, когда аномалию можно считать постоянной, используются исключительно элементы, характеризующие аномалию как постоянную величину.

Нахождение аномалии предложенным способом требует модернизации широко используемого в навигации алгоритма оптимального оценивания погрешностей БИНС [7] в части расширения вектора состояния параметрами, характеризующими аномалию, и, как следствие, изменения матриц  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{H}$ , а также начального вектора оценок  $\delta \hat{\mathbf{x}}_0$  и начальной матрицы ковариации  $\mathbf{P}_0$ .

Для общего случая представления аномалии УСТ система уравнений, описывающая ошибки БИНС, в скалярной форме имеет следующий вид (при этом, для простоты, погрешности гироскопов и акселерометров представлены в виде сумм систематической составляющей и случайной — типа белого шума):

$$\begin{aligned}
 \dot{\theta}_\xi &= u_0 \theta_\eta - (a_{11}(\Delta\omega_{x\text{сист}} + \Delta\omega_{x\text{сл}} + k_1\omega_x) + \\
 &+ a_{12}(\Delta\omega_{y\text{сист}} + \Delta\omega_{y\text{сл}} + k_2\omega_y) + \\
 &+ a_{13}(\Delta\omega_{z\text{сист}} + \Delta\omega_{z\text{сл}} + k_3\omega_z)); \\
 \dot{\theta}_\eta &= -u_0 \theta_\xi - (a_{21}(\Delta\omega_{x\text{сист}} + \Delta\omega_{x\text{сл}} + k_1\omega_x) + \\
 &+ a_{22}(\Delta\omega_{y\text{сист}} + \Delta\omega_{y\text{сл}} + k_2\omega_y) + \\
 &+ a_{23}(\Delta\omega_{z\text{сист}} + \Delta\omega_{z\text{сл}} + k_3\omega_z)); \\
 \dot{\theta}_\zeta &= -(a_{31}(\Delta\omega_{x\text{сист}} + \Delta\omega_{x\text{сл}} + k_1\omega_x) + \\
 &+ a_{32}(\Delta\omega_{y\text{сист}} + \Delta\omega_{y\text{сл}} + k_2\omega_y) + \\
 &+ a_{33}(\Delta\omega_{z\text{сист}} + \Delta\omega_{z\text{сл}} + k_3\omega_z)); \\
 \delta \dot{U}_\xi &= 2u_0 \delta U_\eta - \theta_\eta n_\zeta + \theta_\zeta n_\eta + a_{11}(\Delta n_{x\text{сист}} + \\
 &+ \Delta n_{x\text{сл}} + k_4 n_x) + a_{12}(\Delta n_{y\text{сист}} + \Delta n_{y\text{сл}} + k_5 n_y) + \\
 &+ a_{13}(\Delta n_{z\text{сист}} + \Delta n_{z\text{сл}} + k_6 n_z) - \\
 &- \omega_0^2 (\delta \xi - 3(\delta \xi l_\xi + \delta \eta l_\eta + \delta \zeta l_\zeta) l_\xi) + \delta A_\xi + \delta A_{\xi\text{сл}}; \\
 \delta \dot{U}_\eta &= -2u_0 \delta U_\xi - \theta_\zeta n_\xi + \theta_\xi n_\zeta + a_{21}(\Delta n_{x\text{сист}} + \\
 &+ \Delta n_{x\text{сл}} + k_4 n_x) + a_{22}(\Delta n_{y\text{сист}} + \Delta n_{y\text{сл}} + k_5 n_y) + \\
 &+ a_{23}(\Delta n_{z\text{сист}} + \Delta n_{z\text{сл}} + k_6 n_z) - \\
 &- \omega_0^2 (\delta \eta - 3(\delta \xi l_\xi + \delta \eta l_\eta + \delta \zeta l_\zeta) l_\eta) + \delta A_\eta + \delta A_{\eta\text{сл}}; \\
 \delta \dot{U}_\zeta &= -\theta_\xi n_\eta + \theta_\eta n_\xi + a_{31}(\Delta n_{x\text{сист}} + \Delta n_{x\text{сл}} + k_4 n_x) + \\
 &+ a_{32}(\Delta n_{y\text{сист}} + \Delta n_{y\text{сл}} + k_5 n_y) + \\
 &+ a_{33}(\Delta n_{z\text{сист}} + \Delta n_{z\text{сл}} + k_6 n_z) - \\
 &- \omega_0^2 (\delta \zeta - 3(\delta \xi l_\xi + \delta \eta l_\eta + \delta \zeta l_\zeta) l_\zeta) + \delta A_\zeta + \delta A_{\zeta\text{сл}}; \\
 \delta \dot{\xi} &= \delta U_\xi; \quad \delta \dot{\eta} = \delta U_\eta; \quad \delta \dot{\zeta} = \delta U_\zeta; \\
 \Delta \dot{n}_{x,y,z \text{ сист}} &= 0; \quad \Delta \dot{\omega}_{x,y,z \text{ сист}} = 0; \quad k_{1,2,3,4,5,6} = 0; \\
 \delta \dot{A}_\xi &= \delta A_\xi^*; \quad \delta \dot{A}_\eta = \delta A_\eta^*; \quad \delta \dot{A}_\zeta = \delta A_\zeta^*; \quad \delta \dot{A}_{\xi,\eta,\zeta}^* = 0; \\
 \delta \dot{A}_{\xi\text{сл}} &= -\mu_{A_\xi} \delta A_{\xi\text{сл}} + \sigma_{A_\xi} \sqrt{2\mu_{A_\xi}} u_{\phi 1}; \\
 \delta \dot{A}_{\eta\text{сл}} &= -\mu_{A_\eta} \delta A_{\eta\text{сл}} + \sigma_{A_\eta} \sqrt{2\mu_{A_\eta}} u_{\phi 2}; \\
 \delta \dot{A}_{\zeta\text{сл}} &= -\mu_{A_\zeta} \delta A_{\zeta\text{сл}} + \sigma_{A_\zeta} \sqrt{2\mu_{A_\zeta}} u_{\phi 3}.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

В этом случае вектор состояния состоит из 30 элементов:

$$\begin{aligned}
 \delta \mathbf{x} &= (\theta_\xi, \theta_\eta, \theta_\zeta, \delta U_\xi, \delta U_\eta, \delta U_\zeta, \delta \xi, \delta \eta, \delta \zeta, \\
 \Delta n_{x\text{сист}}, \Delta n_{y\text{сист}}, \Delta n_{z\text{сист}}, \Delta \omega_{x\text{сист}}, \Delta \omega_{y\text{сист}}, \Delta \omega_{z\text{сист}}, \\
 k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, \delta A_\xi, \delta A_\eta, \delta A_\zeta, \\
 \delta A_{\xi}^*, \delta A_{\eta}^*, \delta A_{\zeta}^*, \delta A_{\xi\text{сл}}, \delta A_{\eta\text{сл}}, \delta A_{\zeta\text{сл}})^T,
 \end{aligned}$$

где индексы  $\xi, \eta, \zeta$  и  $x, y, z$  обозначают проекции соответствующих векторов на оси ЭСК и ССК соответственно;  $\omega_0$  — собственная частота БИНС при движении МПА по поверхности Земли, обычно называемая частотой М. Шулера, индекс  $\text{сл}$  обозначает для соответствующих величин их случайные составляющие, в общем случае, как правило, описываемые корреляционными функциями первого и второго порядка или белыми шумами;  $\Delta\omega_x, \Delta\omega_y, \Delta\omega_z$  — дрейфы гироскопов;  $\Delta n_x, \Delta n_y, \Delta n_z$  — погрешности акселерометров; индекс  $\text{сист}$  обозначает систематическую ошибку соответствующего параметра;  $k_1, 2, 3, 4, 5, 6$  — ошибки масштабных коэффициентов гироскопов и акселерометров (при движении, близком к равномерному, с мало меняющейся ориентацией без существенной потери точности могут быть исключены из рассмотрения);  $l_\xi, l_\eta, l_\zeta$  — проекции орта  $\mathbf{I}_R = \mathbf{R}(\mathbf{R}\mathbf{R})^{-0,5}$  геоцентрической вертикали.

Ошибки СНС описываются совокупностью постоянных составляющих и случайных, представленных суммой белого шума и стационарного случайного процесса [7].

В результате работы алгоритма оценивания определяются оценки элементов вектора состояния, в том числе ошибок определения проекций аномалии. При этом итоговые ошибки системы характеризуются ошибками оценивания элементов вектора состояния. Эти ошибки имеют следующий вид (для краткости приведены только два взаимосвязанных уравнения относительно оси  $O\xi$ , вытекающих из (3) с учетом процедуры оптимального оценивания, для осей  $O\eta, O\zeta$  — аналогично):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon \delta \dot{U}_\xi &= 2u_0(\varepsilon \delta U_\eta) + a_{11}[\varepsilon \Delta n_{x\text{сист}} + \Delta n_{x\text{б.ш}}] + \\
 &+ a_{12}[\varepsilon \Delta n_{y\text{сист}} + \Delta n_{y\text{б.ш}}] + a_{13}[\varepsilon \Delta n_{z\text{сист}} + \Delta n_{z\text{б.ш}}] - \\
 &- (\varepsilon \theta_\eta) n_\zeta + (\varepsilon \theta_\zeta) n_\eta - \omega_0^2 \{(\varepsilon \delta \xi) - 3[\varepsilon \delta \xi] l_\xi + (\varepsilon \delta \eta) l_\eta + \\
 &+ (\varepsilon \delta \zeta) l_\zeta\} l_\xi + \varepsilon \delta A_\xi - \mathbf{K}^{<4>}(\mathbf{z} - \mathbf{H} \delta \hat{\mathbf{x}}); \\
 \varepsilon \delta \dot{\xi} &= \varepsilon \delta U_\xi - \mathbf{K}^{<7>}(\mathbf{z} - \mathbf{H} \delta \hat{\mathbf{x}}),
 \end{aligned}$$

где  $\varepsilon$  обозначает ошибку оценивания соответствующей величины;  $\mathbf{K}^{<4>}, <7>$  — соответственно 4-я и 7-я строки  $\mathbf{K}$ . Отсюда видно, что

$$\varepsilon \delta \ddot{\xi} = \varepsilon \delta \dot{U}_\xi - \frac{d[\mathbf{K}^{<7>}(\mathbf{z} - \mathbf{H} \delta \hat{\mathbf{x}})]}{dt},$$

поэтому  $\varepsilon \delta \ddot{\mathbf{R}} \neq \varepsilon \delta \dot{\mathbf{U}}$  из-за влияния поправок, вносимых ОФК в правые части уравнений оценок и, соответственно, ошибок оценивания.

Таким образом, видно, что в предлагаемом алгоритме определения аномалии инерциальная погрешка компенсируется, но при этом не обязательно жесткое выполнение традиционного правила "двойного дифференцирования" при сопоставлении допустимых погрешностей определения пространственных координат комплексом (обычно погрешностей СНС) и требуемого допустимого уровня погрешности определения относительного ускорения, как это было бы в случае применения для его вычисления широко используемого "дифференциального подхода" (без учета сглаживания). Стоит отметить, что в рассматриваемом случае достижение точности в единицы...десятки мм при определении высоты (одно из требований современной мобильной гравиметрии [3, 6, 8]) необязательно для обеспечения оценивания относительного ускорения на уровне  $10^{-6}$  м/с<sup>2</sup>. Данный результат при сопоставлении ошибок оценивания координат и проекций относительного ускорения является типичным в рамках устоявшегося подхода к оптимальному оцениванию погрешностей БИНС, корректируемой СНС, безотносительно к гравиметрическим задачам [7]. При этом, в частности, как показывают проведенные исследования, ошибки оценивания как проекций относительной скорости, так и относительного ускорения не менее чем на один—два порядка меньше ошибок соответствующих величин, полученных с применением метода последовательного дифференцирования как координат корректируемой БИНС, так, тем более, и координат непосредственно определяемых СНС. Следует отметить, что при кажущейся сложности представленного алгоритма оценивания параметров бесплатформенного комплекса (включая аномалии) он весьма близок и принципиально соответствует известным для платформенных гравиметрических комплексов "интегральному подходу" и отчасти "интегродифференциальному подходу" к определению аномалии УСТ [3].

## 2. Результаты имитационного моделирования

Для оценки ожидаемых точностных характеристик БГНК проведено его имитационное моделирование для случая движения, близкого к равномерному, с маломеняющейся ориентацией и с начальной выставкой, характерной для традиционных высокоточных БИНС, корректируемых СНС в дифференциальном или фазовом режимах.

Результаты имитационного моделирования показали, что в случае стационарного представления аномального поля УСТ в виде постоянных вертикальной аномалии и уклонений отвесной линии для случаев как стоянки, так и движения МПА в широком скоростном диапазоне погрешность определения вертикальной составляющей аномалии  $A_z$  в наибольшей степени зависит от систематической ошибки определения вертикального кажущегося ускорения блоком акселерометров, а также пропорциональна неточности определения высоты (погрешность 0,3 м вызывает ошибку оценивания вертикальной составляющей аномалии на уровне  $10^{-6}$  м/с<sup>2</sup> (рис. 2)). Также стоит отметить, что в случае применения блока гироскопов с уровнем систематической и случайной погрешностей порядка 0,01...0,03 °/ч горизонтальные проекции ухода ВСК могут быть оценены с точностью до единиц угловых секунд, а уход в азимуте — до единиц угловых минут, координаты определяются с точностью не хуже точности соответствующего используемого режима СНС, проекции относительной скорости — до тысячных долей м/с и лучше, проекции систематических составляющих дрейфов гироскопов — до тысячных долей °/ч, что удовлетворяет требованиям к проведению ВГИ [2].

Вместе с тем, стоит отметить, что неточное определение высоты аналогичным образом влияет на определение нормального УСТ, поэтому на погрешности определения значения истинного УСТ практически не сказывается, при этом в опреде-

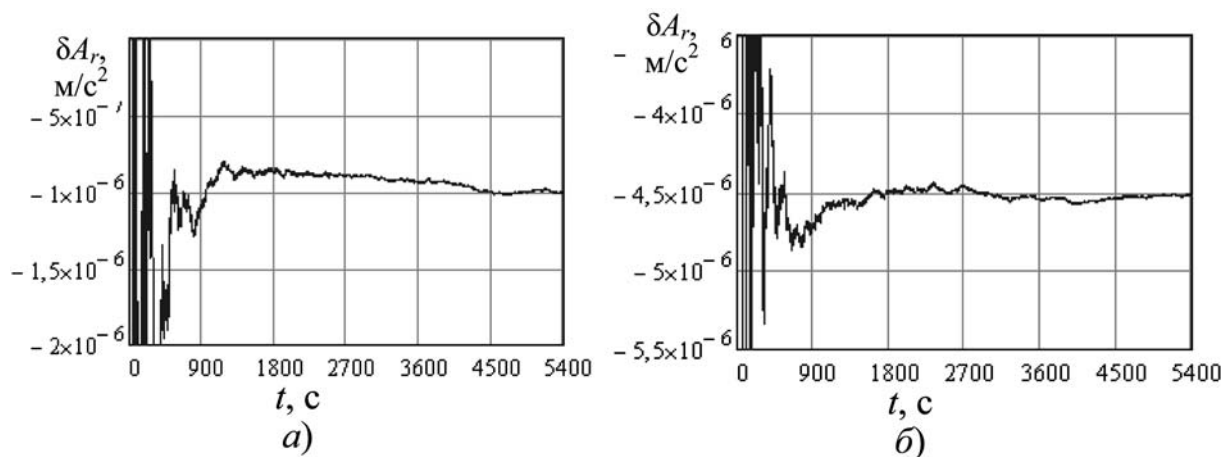


Рис. 2. Ошибка оценивания вертикальной проекции постоянной аномалии при систематической погрешности определения вертикальной проекции кажущегося ускорения на уровне  $10^{-6}$  м/с<sup>2</sup>, при погрешности определения высоты:  $a \sim 0$  м,  $b \sim 1$  м

**Погрешности определения уклонений отвесной линии (угл. с) в зависимости от величины самого уклонения и от величины начального ухода ВСК**

Начальный уход ВСК, "с	0	2	10	20
5	0,1...0,3	0,2...1,8	—	—
15	0,2...0,4	0,4...1,9	0,7...9,7	—
25	0,4...0,5	0,7...2	1...9,8	1,5...19,5

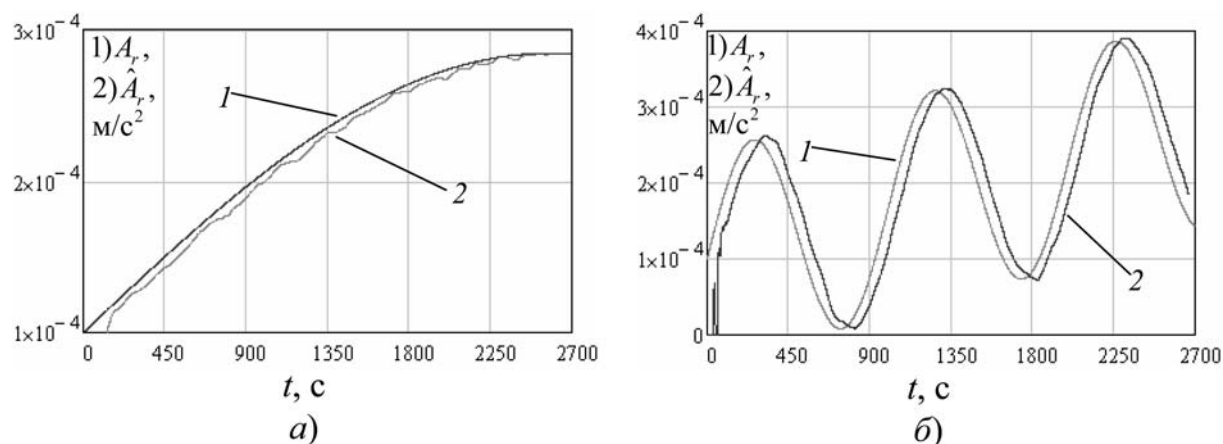
ляющей степени на нее оказывает влияние именно погрешность определения вертикального кажущегося ускорения. В итоге решение задачи нахождения параметров гравитационного поля Земли и их координатной привязки может осуществляться с заявленной точностью либо непосредственно на борту в случае определения текущей высоты с точностью до единиц дм, либо в постобработке с возможностью прецизионной высотной привязки точно вычисленного значения УСТ.

Также было установлено, что точность определения постоянной вертикальной аномалии слабо зависит от точности начальной выставки системы по параметрам ориентации и навигации, поэтому начальная выставка может проводиться относительно грубо (сотни...тысячи м по координате, десятые доли...единицы м/с по скорости, единицы...десятки угловых минут по параметрам ориентации), что, в свою очередь, позволяет сократить общее время подготовительных работ. В то же время исследование актуальной задачи определения уклонений отвесной линии показало, что поскольку параметры ориентации и уклонений отвесной линии для исследуемого состава комплекса наблюдаются совместно, то решение задачи требует очень точного определения начального ухода ВСК (см. таблицу), другими словами — весьма высокоточной началь-

ной выставки БИНС по параметрам ориентации, например, с использованием информации внешних прецизионных систем ориентации и навигации, корректируемых радио- и астросредствами.

Исследование алгоритма БГНК в условиях ускоренных движений основания показало, что в случае наличия вертикального относительного ускорения МПА как постоянного, так и в широком амплитудно-частотном диапазоне — до единиц  $\text{м/с}^2$  и до единиц Гц (а также выше, но с обязательным применением низкочастотной фильтрации оценки аномалии), погрешности определения как вертикальной, так и горизонтальных проекций аномалии УСТ (уклонений отвеса) практически не отличаются от рассмотренного ранее случая равномерного движения. В то же время анализ влияния постоянных горизонтальных относительных ускорений основания количественно подтвердил оценки погрешностей в определении всех трех проекций аномалии УСТ (модуля УСТ и уклонений отвеса), полученные теоретически ранее [2], обусловленные фактом одновременного ухода ВСК и наличия горизонтальных ускорений. При этом при горизонтальных относительных ускорениях основания на уровне  $0,05...0,2 \text{ м/с}^2$  в случае оцениваемости ухода ВСК в северном и восточном направлении с точностью  $1...2''$  и до  $3'$  в азимуте возникала дополнительная погрешность определения вертикальной проекции аномалии на уровне  $(0,05...0,25) \times 10^{-5} \text{ м/с}^2$  и  $(5...15) \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^2$  ( $1...3''$ ) — в определении горизонтальных проекций (уклонений отвеса). Также исследование влияния переменных относительных горизонтальных ускорений основания показало, что с увеличением их частоты соответствующие погрешности уменьшаются и, например, при амплитуде на уровне  $0,1 \text{ м/с}^2$  становятся пренебрежимо малыми величинами уже на частотах порядка  $0,001 \text{ Гц}$ .

В то же время анализ наблюдаемости показал, что в наиболее общем случае движения МПА с пере-



**Рис. 3. Аномалия и ее сглаженная оценка при движении МПА со скоростью:**  
 а —  $1 \text{ м/с}$ ; б —  $10 \text{ м/с}$

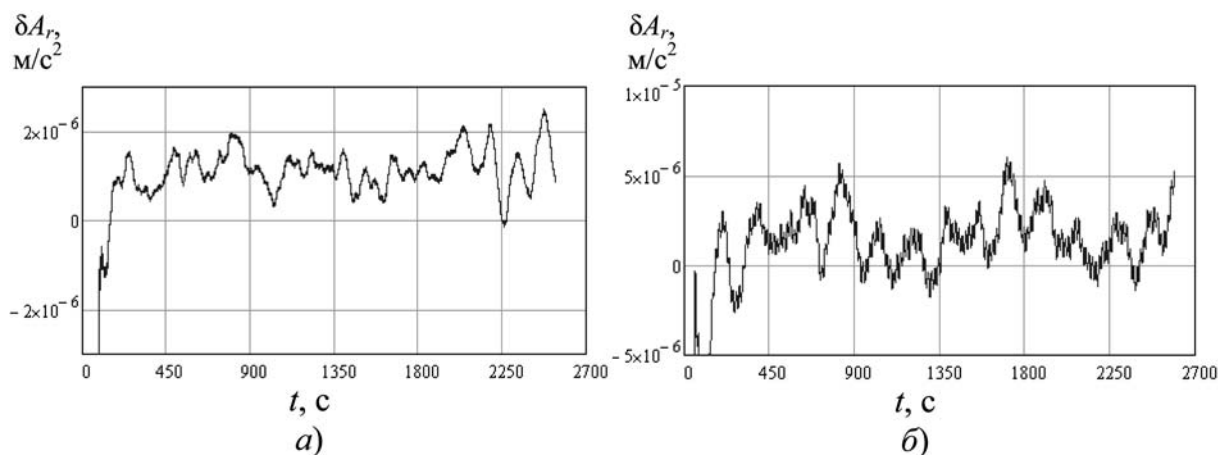


Рис. 4. Ошибки оценивания вертикальной аномалии после амплитудно-фазовой коррекции при движении МПА со скоростью: а — 1 м/с; б — 10 м/с

менной путевой и вертикальной скоростью в условиях меняющейся ориентации ранг матрицы наблюдаемости увеличивается, что приводит к лучшей оцениваемости ряда параметров, в особенности курса, крена, тангажа, погрешностей блоков гироскопов и акселерометров, вертикальной и в большей степени горизонтальных проекций аномалии УСТ.

Особое внимание уделялось исследованию случая переменной аномалии УСТ. При этом использовали традиционное описание аномалии гармоническими функциями или корреляционными функциями вида (2) с типичными параметрами [5].

Установлено, что при моделировании близкого к равномерному движения с маломеняющейся ориентацией в переменном аномальном поле УСТ результаты оценивания существенно отличаются от стационарного случая. Анализ результатов показал, что при оценке вертикальной проекции переменной аномалии происходит фазовый сдвиг (запаздывание) выходного сигнала алгоритма оценивания аномалии УСТ относительно ее истинного значения (рис. 3).

Установлено, что одновременно имеет место и некоторое дополнительное подавление сигнала по амплитуде помимо влияния сглаживающего фильтра. С учетом соответствующих амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик алгоритма оценивания можно уменьшить влияние этих явлений способами, аналогичными традиционно принятым в мобильной гравиметрии, например, используя дополнительные частотные фильтры различных видов [8]. В результате погрешность определения вертикальной проекции переменной аномалии может быть снижена (с привлечением сглаживающих фильтров с осреднением на десятках секунд) до уровня  $10^{-6}$  м/с<sup>2</sup> (рис. 4). Вместе с тем, установлено, что в случае близкого к равномерному движения МПА с маломеняющейся ориентацией горизонтальные составляющие переменной аномалии УСТ оцениваются плохо.

## Заключение

Представлен алгоритм оценивания параметров гравитационного поля, ориентации и навигации БГНК. Ошибки определения аномалии УСТ введены в уравнения ошибок БИНС и в алгоритм оценивания как составляющие погрешностей определения проекций относительного ускорения. Проведенное исследование разработанных имитационных моделей показало принципиальную возможность проведения прецизионных гравиметрических измерений с использованием БГНК. Точность оценивания аномалии УСТ повышается при уменьшении скорости движения аппарата-носителя в переменном аномальном поле, а также при более точном определении высоты или уменьшении систематических погрешностей акселерометров.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ по проектам 2.1.2/12142 аналитической ведомственной целевой программы "Развитие научного потенциала высшей школы (2009—2011 годы)", НК-528П/58 ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009—2013 годы".*

## Список использованных источников

1. Тювин А. В., Афонин А. А., Черноморский А. И. Об одной концепции векторных гравиметрических измерений // *Авиакосмическое приборостроение*. 2005. № 3.
2. Афонин А. А., Тювин А. В., Сулаков А. С. Анализ точности векторных гравиметрических измерений // *Авиакосмическое приборостроение*. 2007, № 3.
3. Болотин Ю. В., Голован А. А., Кручинин П. А., Парусников Н. А., Тихомиров В. В., Трубников С. А. Задача авиационной гравиметрии. Алгоритмы. Некоторые результаты испытаний // *Вестник МГУ. Сер. 1. Математика. Механика*. 1999. № 2.
4. Ривкин С. С. Метод оптимальной фильтрации Калмана и его применение в инерциальных навигационных системах (Обзор отечественной и зарубежной литературы). Ч. 1. Л.: Судостроение, 1973.



5. Ривкин С. С., Береза А. Д. Гироскопическая стабилизация морских гравиметров. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985.

6. Болотин Ю. В., Попеленский М. Ю. Анализ точности решения задачи авиагравиметрии на основе стохастических моделей // Авиакосмическое приборостроение. 2003. № 4.

7. Алешин Б. С., Афонин А. А., Веремеенко К. К., Кошелев Б. В., Плеханов В. Е., Тихонов В. А., Тювин А. В., Федосеев Е. П.,

Черноморский А. И. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под общ. ред. Б. С. Алешина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского: Физматлит, 2006.

8. Блажнов Б. А., Несеник Л. П., Элинсон Л. С. Исключение эффекта сглаживания гравитационного поля при обработке показаний затушенного аэроморского гравиметра // Гироскопия и навигация. 1995. № 3 (10).

УДК 007.004.3: 621.45: 519. 816

**В. В. Сафронов**, д-р техн. наук, проф.,

**В. А. Поршнева**, канд. техн. наук,

начальник научно-исследовательского центра,

**А. С. Жебраков**, инженер-конструктор,

svv@kber.ru,

ОАО "КБ Электроприбор", г. Саратов

## **Выбор стенда для проведения огневых испытаний демонстратора пульсирующего детонационного прямого двигателя**

*Поставлена задача выбора конструктивного исполнения стенда, обеспечивающего проведение огневых испытаний демонстратора пульсирующего детонационного прямого двигателя, которая сводится к задаче гипервекторного ранжирования. Введена система критериев, характеризующих функциональные особенности стендов. Приведен численный пример.*

***Ключевые слова:** пульсирующий детонационный прямо- точный двигатель, стендовые испытания, критерии, гипервекторное ранжирование*

### **Введение**

На летательных аппаратах (ЛА) используется большой класс воздушно-реактивных двигателей (ВРД), которые подошли к пределу своих возможностей. Детонационный двигатель, в том числе и пульсирующий детонационный прямооточный двигатель (ПДПД), является принципиально новым двигателем ЛА и претендует на альтернативу ВРД.

В настоящее время исследованиями детонационных двигателей занимается ряд отечественных и зарубежных фирм [1, 3, 4, 15]. Для этой цели разрабатываются и используются демонстраторы, т. е. неполномасштабные прототипы данных двигателей, которые исследуются на специальных испытательных стендах. Исследование демонстраторов проводится в процессе огневых испытаний.

Варианты стендов, в зависимости от особенностей конструкции ПДПД, могут быть различными как по числу, так и по качеству выполняемых функций.

Основными функциями стендов для огневых испытаний демонстраторов ПДПД различных типов являются:

- проведение испытаний макетных образцов, работающих на смесях жидкого горючего с воздухом;
- проведение испытаний макетных образцов, работающих на газоздушных рабочих смесях;
- проведение испытаний макетных образцов, работающих на воздушно-порошковых рабочих смесях;
- исследование рабочих процессов, протекающих в детонационных камерах. При этом в реальном масштабе времени осуществляется измерение значений давления и температуры в детонационной волне, скорости распространения детонационной волны, единичного импульса тяги, частоты следования детонационных процессов, секундных расходов компонентов топлива;
- определение опытным путем оптимального соотношения компонентов детонационных смесей и его сравнение с расчетными данными;
- проведение обработки измеренных параметров, которая заключается в определении значений интегральной тяги, удельного импульса тяги, определении различных функциональных зависимостей между параметрами и отображении их в виде графиков, диаграмм и таблиц.

Стенд является сложной технической системой, состоящей из четырех—пяти подсистем, каждая из которых характеризуется множеством критериев. *Необходимо выбрать* наилучшую по совокупности критериев конструкцию стенда для проведения испытаний демонстратора ПДПД.

Для этого следует:

- разработать систему критериев, раскрывающих характерные свойства стенда;
- выбрать метод решения задачи;
- осуществить выбор наилучшего по совокупности критериев стенда.

### **Система критериев, характеризующих стенды для проведения испытаний демонстратора ПДПД**

Анализ показывает [1, 8, 12, 15], что рассматриваемый стенд должен иметь следующие подсистемы:

- подсистему смесеобразования и подачи компонентов;

- подсистему продувки, которая может быть совмещена с предыдущей;
- подсистему инициирования (зажигания);
- подсистему измерения и обработки результатов;
- подсистему управления.

Для сравнения стендов используется система критериев, характеризующих их подсистемы (табл. 1).

С использованием методов теории принятия решений [2, 5, 6, 9, 11, 13, 14, 16] предлагаемая система критериев позволяет проводить оценку множества различных вариантов построения стендов. Для такой оценки широкое применение нашли различные методы ранжирования [5, 6, 7, 10, 11, 13, 14].

Таблица 1

Система критериев для сравнения стендов

Многовекторные компоненты (подсистемы)	Векторные компоненты	Скалярные критерии	Примечание (ранги)
<b>Подсистема управления <math>K_1</math></b>	Качество управления процессом испытания $K_{11}$	<i>Быстродействие (время отклика) <math>K_{111}</math></i>	Высокое — 3 Среднее — 2 Низкое — 1
	Характер управления $K_{12}$	<i>Точность задания параметров <math>K_{112}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1
		<i>Характер управления <math>K_{121}</math></i>	Автоматическое — 3 Полуавтоматическое — 2 Ручное — 1
	Безопасность работы персонала $K_{13}$	<i>Безопасность работы персонала <math>K_{131}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1
	Удобство управления $K_{14}$	<i>Число органов управления <math>K_{141}</math></i>	Максимальное — 1 Среднее — 2 Минимальное — 3
<i>Целесообразность и компактность размещения органов управления <math>K_{142}</math></i>		Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1	
Стоимость $K_{15}$	<i>Стоимость <math>K_{151}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1	
<b>Подсистема смесеобразования, подачи компонентов и продувки <math>K_2</math></b>	Качество смесеобразования $K_{21}$	<i>Качество смесеобразования <math>K_{211}</math></i>	Высокое — 3 Среднее — 2 Низкое — 1
	Обеспечение безопасности $K_{22}$	<i>Обеспечение безопасности <math>K_{221}</math></i>	Полное — 3 Неполное — 2
	Стоимость $K_{23}$	<i>Стоимость <math>K_{231}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1
<b>Подсистема инициирования (зажигания) <math>K_3</math></b>	Быстродействие $K_{31}$	<i>Быстродействие <math>K_{311}</math></i>	Высокое — 3 Среднее — 2 Низкое — 1
	Сложность конструкции $K_{32}$	<i>Сложность конструкции <math>K_{321}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1
		<i>Надежность работы <math>K_{331}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1
	Стоимость $K_{34}$	<i>Стоимость <math>K_{341}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1
<b>Подсистема измерения и обработки результатов <math>K_4</math></b>	Точность измерения $K_{41}$	<i>Точность измерения <math>K_{411}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1
	Обеспечение полноты измерения требуемых параметров $K_{42}$	<i>Обеспечение полноты измерения требуемых параметров <math>K_{421}</math></i>	Полностью — 3 Частично — 2 Не обеспечивается — 1
		<i>Возможность обработки информации в реальном масштабе времени <math>K_{431}</math></i>	Имеется — 3 Частично имеется — 2 Отсутствует — 1
	Возможность сопряжения с персональным компьютером (ПК) $K_{44}$	<i>Возможность сопряжения с персональным компьютером (ПК) <math>K_{441}</math></i>	Имеется — 2 Не имеется — 1
	Удобство визуализации параметров для принятия решения при управлении $K_{45}$	<i>Удобство визуализации параметров для принятия решения при управлении <math>K_{451}</math></i>	Высокое — 3 Среднее — 2 Низкое — 1
		<i>Стоимость <math>K_{461}</math></i>	Высокая — 3 Средняя — 2 Низкая — 1

Задача выбора стенда для испытаний макетных образцов детонационных двигателей сводится к задаче гипервекторного ранжирования [13]. Действительно, вариант стенда характеризуется четырьмя многовекторными компонентами ( $K_1, K_2, K_3, K_4$ ), восемнадцатью векторными компонентами ( $K_{11}, K_{12}, \dots, K_{45}, K_{46}$ ), двадцатью скалярными критериями.

Для однозначного понимания введем следующие определения:

**Определение 1.** Многокритериальными называют задачи, в которых векторный критерий представляет собой упорядоченное множество скалярных компонент.

**Определение 2.** Многовекторными называют задачи, в которых векторный критерий представляет собой упорядоченное множество векторных компонент, а каждая векторная компонента — упорядоченное множество скалярных компонент.

**Определение 3.** Гипервекторными называют задачи, в которых векторный критерий представляет собой упорядоченное множество многовекторных компонент, каждая многовекторная компонента — упорядоченное множество векторных компонент, а каждая векторная компонента — упорядоченное множество скалярных компонент.

Особенностями многовекторных и гипервекторных задач являются:

- численные значения и векторных, и многовекторных компонент не известны — соотношения между векторными компонентами подсистем и многовекторными компонентами систем определяются в ходе решения задачи;
- коэффициенты важности назначаются отдельно для многовекторных компонент, векторных компонент и для каждого множества скалярных критериев каждой векторной компоненты.

Заметим, что для рассматриваемого класса задач проводить ранжирование вариантов только по скалярным критериям не вполне корректно в силу различного характера свойств системы, отражаемых векторными компонентами, в которые входят скалярные критерии.

Кроме того, при большом числе анализируемых критериев значения коэффициентов важности становятся малыми, как и их влияние на выбор эффективных вариантов стендов.

### Постановка и метод решения задачи гипервекторного ранжирования стендов

Введем необходимые в дальнейшем обозначения:

$S = \{S_\alpha, \alpha = \overline{1, n}\}$  — множество вариантов стендов;

$S_D \subseteq S$  — множество допустимых вариантов, для которых, в зависимости от специфики стендов, должны выполняться некоторые дисциплинирующие условия: неравенства, равенства, логические условия и т. п.;

$K_{\varepsilon j i}(S_\alpha)$  —  $i$ -й скалярный критерий  $j$ -й векторной компоненты, которая входит в многовекторную компоненту с номером  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = \overline{1, E}, j = \overline{1, r_\varepsilon}, i = \overline{1, r_{\varepsilon j}}$ ). Здесь  $E$  — число многовекторных компонент;  $r_\varepsilon$  — число векторных компонент в многовекторной компоненте с номером  $\varepsilon$ ;  $r_{\varepsilon j}$  — число скалярных критериев в  $j$ -й векторной компоненте, которая, в свою очередь, входит в многовекторную компоненту с номером  $\varepsilon$ . Таким образом,  $K_{\varepsilon j}(S_\alpha) = \{K_{\varepsilon j i}(S_\alpha), i = \overline{1, r_{\varepsilon j}}\}$ ,  $K_\varepsilon(S_\alpha) = \{K_{\varepsilon j}(S_\alpha), j = \overline{1, r_\varepsilon}\}$ ,  $K(S_\alpha) = \{K_\varepsilon(S_\alpha), \varepsilon = \overline{1, E}\}$  — соответственно множество скалярных, векторных и многовекторных компонент, характеризующих стенд  $S_\alpha \in S_D$ ;

$A = \{a_\varepsilon, \varepsilon = \overline{1, E}\}$ ,  $A_\varepsilon = \{a_{\varepsilon j}, j = \overline{1, r_\varepsilon}\}$ ,  $A_{\varepsilon j} = \{a_{\varepsilon j i}, i = \overline{1, r_{\varepsilon j}}\}$  — соответственно множества коэффициентов важности многовекторных, векторных и скалярных компонент, причем  $\sum_{\varepsilon=1}^E a_\varepsilon = 1$ ,  $\sum_{j=1}^{r_\varepsilon} a_{\varepsilon j} = 1$ ,

$\sum_{i=1}^{r_{\varepsilon j}} a_{\varepsilon j i} = 1, j = \overline{1, r_\varepsilon}, \varepsilon = \overline{1, E}$ ;  $P = \{S_{k_1}^0, S_{k_2}^0, \dots, S_{k_n}^0\}$

— упорядоченное множество эффективных систем (кортеж Парето),  $P \subseteq S_D$ ; элементы кортежа ранжированы в соответствии с решающими правилами так, что выполняется условие  $S_{k_1}^0 \succ S_{k_2}^0 \succ \dots \succ S_{k_i}^0 \succ \dots \succ S_{k_n}^0$ , где " $\succ$ " — знак отношения доминирования,  $k_i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Длина кортежа равна  $n^\pi$ .

Допустим, известны множества  $A, A_\varepsilon, A_{\varepsilon j}, S, K_{\varepsilon j}(S_\alpha), D(S_\alpha)$ , ( $\alpha = \overline{1, n}; \varepsilon = \overline{1, E}; j = \overline{1, r_\varepsilon}$ ), решающие правила. Требуется найти кортеж Парето  $P$ , для элементов которого справедливо

$$K(S_{k_i}^0) = \min_{S_\alpha \in S_D} K(S_\alpha), S_{k_i}^0 \in P. \quad (1)$$

Пусть нам известен метод ранжирования систем по совокупности скалярных компонент  $K_{\varepsilon j}(S_{\alpha \varepsilon})$ ,  $\varepsilon = \overline{1, E}, j = \overline{1, r_\varepsilon}$ , например, метод "жесткого" ранжирования [13]. При его применении строятся частные кортежи Парето, которые позволяют однозначно определить расположение вариантов стендов  $S_\alpha$  относительно других вариантов по каждой векторной компоненте, причем выявляются как доминирующие (доминируемые), так и эквивалентные варианты стендов. Это позволяет назначить всем векторным компонентам некоторые числа, значения которых зависят от расположения вариантов: для доминируемых вариантов эти числа больше, чем для доминирующих, а для эквивалентных ва-

риантов эти числа будут равными. Назовем такие числа *псевдозначениями* (рангами) векторных компонент. Введение таких псевдозначений позволяет вновь применить метод "жесткого" ранжирования (число обращений к методу будет равно числу многовекторных компонент, т. е.  $E$  раз) и построить частные кортежи Парето. В результате решения задачи получаем расположение вариантов по совокупности многовекторных компонент  $K_\varepsilon(S_\alpha)$ ,  $\varepsilon = \overline{1, E}$ . Это, в свою очередь, позволяет обоснованно ввести псевдозначения многовекторных компонент и вновь обратиться к методу "жесткого" ранжирования. В итоге и будет построен искомый кортеж Парето. Более подробно методы ранжирования рассмотрены в [13].

### **Методика решения задачи гипервекторного ранжирования**

1. Провести анализ исходной информации, сформировать критерии оценок вариантов стенов, определить коэффициенты важности критериев.
2. Провести ранжирование вариантов стенов по множеству скалярных компонент каждой векторной компоненты.
3. Определить псевдозначения векторных компонент.
4. Выполнить ранжирование вариантов по множеству векторных компонент (построить частные кортежи Парето).
5. Определить псевдозначения многовекторных компонент.
6. Построить кортеж Парето.
7. Провести анализ результатов решения.

8. В случае необходимости уточнить исходные данные. Перейти к шагу 2. В противоположном случае перейти к шагу 9.

9. Конец решения.

### **Построение эффективных вариантов стенов**

На основе предлагаемого подхода решена задача ранжирования стенов, позволяющих проводить испытания демонстратора ПДПД. Анализировали четыре конструкции стенов, основные характеристики которых приведены в табл. 2.

Значения критериев, характеризующих имеющиеся стенов, определяли методом экспертного опроса специалистов в области разработки и эксплуатации стенов, результаты приведены в табл. 3.

*Необходимо:* построить упорядоченное множество эффективных вариантов стенов (кортеж Парето) и выбрать наилучший стенд для практического использования.

*Решение.*

1. Найдем коэффициенты важности критериев.

Для определения коэффициентов важности критериев будем использовать модифицированный метод анализа иерархий (МАИ) [7]. В соответствии с этим методом экспертами формируется лишь первая строка (степень важности) матрицы парных сравнений  $n$ -го порядка, где  $n$  — число анализируемых критериев, и искомый вектор коэффициентов важности вычисляется как собственный вектор этой матрицы, отвечающий максимальному собственному значению [7]. При формировании матрицы парных сравнений применяют шкалу предпочтений, предложенную Т. Саати [11].

Таблица 2

**Основные характеристики стенов**

Основные характеристики	Стенд 1	Стенд 2	Стенд 3	Стенд 4
Агрегатное состояние компонентов топлива	Окислитель: $O_2$ , воздух. Горючее: $H_2$ , $C_2H_2$ и др. газообразное	Окислитель: воздух. Горючее: керосин	Окислитель: $O_2$ , воздух. Горючее: керосин, спирт	Окислитель: $O_2$ , воздух. Горючее: $H_2$ , метан, пентан
Управление	Ручное	Ручное	Ручное	Ручное и автоматическое по циклограмме с использованием персонального компьютера
Система измерения, регистрации и обработки информации	ПК, осциллограф цифровой запоминающий АСК-3107, усилители зарядовые РШ2731, датчики давления импульсные 014MT, датчик импульсных сил ДИС-001, датчик тяги тензометрический. Диапазон входных сигналов не менее 100 МГц. Программное обеспечение "АТАКОМ"	Персональный компьютер, измерительно-регистрационная система испытательного стенда ВРД. Измерение интегрального значения тяги	Промышленный компьютер РХ1-1002; аналого-цифровой преобразователь (АЦП) NI РХ1-4472; АЦП NI РХ1-6259. Регистрация данных с частотой до 100 кГц по 8 каналам; с частотой 1,25 МГц по 32 каналам. Программное обеспечение Lab View. Тяга двигателя определяется по давлению на тяговое днище	Универсальная система опроса на основе персонального компьютера для измерения и регистрации стационарных процессов. Система регистрации быстропеременных процессов в полосе частот 0—28 кГц по 16 каналам
Система иницирования	Электроискровая импульсная, с задаваемой частотой, с преддетонатором (инициатором детонационных процессов), функционирующая в течение работы	Электроискровая, функционирующая при запуске	Генератор Гартмана	Электроискровая импульсная, с задаваемой частотой, функционирующая в течение работы

Таблица 3

## Значения критериев

Стенды	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$K_{111}$	3	3	3	3
$K_{112}$	3	3	2	3
$K_{121}$	1	1	1	1
$K_{131}$	3	3	2	3
$K_{141}$	2	2	2	1
$K_{142}$	2	1	1	1
$K_{151}$	3	1	2	1
$K_{211}$	2	3	2	2
$K_{221}$	2	3	1	3
$K_{231}$	2	1	2	2
$K_{311}$	3	1	2	3
$K_{321}$	3	1	2	3
$K_{331}$	3	3	2	3
$K_{341}$	3	1	2	3
$K_{411}$	2	1	2	3
$K_{421}$	2	2	1	3
$K_{431}$	2	2	3	3
$K_{441}$	3	2	2	2
$K_{451}$	3	2	3	3
$K_{461}$	2	3	2	1

Таблица 4

## Степень важности

Критерии	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_{11}$	$K_{12}$	$K_{13}$	$K_{14}$	$K_{15}$
Степень важности	1	1/4	1/3	2	1	2	1/3	2	3
Критерии	$K_{21}$	$K_{22}$	$K_{23}$	$K_{31}$	$K_{32}$	$K_{33}$	$K_{34}$	$K_{41}$	$K_{42}$
Степень важности	1	1	3	1	2	1/3	3	1	1
Критерии	$K_{43}$	$K_{44}$	$K_{45}$	$K_{46}$	$K_{111}$	$K_{112}$	$K_{141}$	$K_{142}$	
Степень важности	2	2	3	3	1	1/3	1	1/2	

Таблица 5

## Коэффициенты важности критериев

$j$	$a_{1j}$	$a_{2j}$	$a_{3j}$	$a_{4j}$	$a_{11j}$	$a_{14j}$	$a_j$
1	0,1875	0,4286	0,2069	0,2727	0,2500	0,3333	0,1176
2	0,0937	0,4286	0,1034	0,2727	0,7500	0,6667	0,4706
3	0,5625	0,1429	0,6207	0,1364			0,3529
4	0,0937		0,0689	0,1364			0,0588
5	0,0625			0,0909			
6				0,0909			

Исходная информация, полученная от экспертов при различных сочетаниях критериев, представлена в табл. 4, а результаты решения — в табл. 5.

## 2. Решим задачу гипервекторного ранжирования.

По первой многовекторной компоненте получим частный кортеж Парето  $P_1 = \langle S_1 \rangle$ , по второй векторной компоненте —  $P_2 = \langle S_2 \rangle$ , по третьей векторной компоненте —  $P_3 = \langle S_1, S_4 \rangle$ , по четвертой векторной компоненте —  $P_4 = \langle S_4, S_1, S_2 \rangle$ .

В результате решения задачи получим кортеж Парето  $P = \langle S_1, S_2, S_4 \rangle$ . Вариант стенда  $S_3$  оказался неэффективным.

Таким образом, по совокупности критериев наиболее подходящим для проведения испытаний демонстратора ПДПД является первый вариант стенда. В состав стенда были дополнительно включены:

- кориолисовы расходомеры Emerson Micro Motion CMF050M и Emerson Micro Motion CMF025M;
- установки нагрева воздуха У-101;
- модернизированный узел смешивания компонентов топлива;
- датчик температуры рабочей смеси.

Стенд в комплексе с макетным образцом ПДПД является прообразом полномасштабного пульсирующего детонационного двигателя. Он предназначен для исследования физических процессов, протекающих в детонационной камере и влияющих на тяговые характеристики ПДПД, а также для отработки всех необходимых систем и устройств, входящих в конструкцию ПДПД.

Он может работать в нескольких режимах, в частности:

- с принудительным иницированием;
- с самовозбуждением;
- автоколебательном на воздухе ("холодный режим");
- настройки стенда.

Режимы работы задаются оператором на электронном блоке управления.

## Заключение

1. Важнейшей задачей, с которой сталкиваются разработчики ПДПД, является задача обоснованного выбора оптимального варианта стенда для исследования такого двигателя.

2. Варианты стендов характеризуются множеством критериев: четырьмя многовекторными компонентами ( $K_1, K_2, K_3, K_4$ ), восемнадцатью векторными компонентами ( $K_{11}, K_{12}, \dots, K_{45}, K_{46}$ ), двадцатью скалярными критериями.

С точки зрения системного анализа задача выбора оптимального варианта стенда сводится к задаче гипервекторного ранжирования.

3. Осуществлены словесная и математическая постановки задачи гипервекторного ранжирования вариантов стендов. Основу метода гипервекторного ранжирования составляет метод "жесткого" ранжирования. Предложена методика ее решения.

4. В результате решения задачи построения эффективных вариантов стендов, в частности, получено, что для приведенных исходных данных первый вариант стенда является наилучшим при использовании его для испытаний ПДПД. На техническую реализацию стенда получено авторское свидетельство [8].

### Список литературы

1. **Авиадвигатели XXI века** [Электронный ресурс]: материалы конф. Электрон. дан. М.: ЦИАМ, 2010. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
2. **Дубов Ю. А., Травкин С. И., Якимец В. Н.** Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986. 296 с.
3. **Импульсные детонационные двигатели** / Под ред. С. М. Фролова. М.: ТОРУС ПРЕСС, 2006. 592 с.
4. **Иностранные авиационные двигатели, 2005**: Справочник ЦИАМ / Общая редакция: В. А. Скибин, В. И. Солонин. М.: Изд. Дом "Авиамир", 2005. 592 с.
5. **Ларичев О. И.** Наука и искусство принятия решений. М.: Наука, 1979. 200 с.
6. **Моисеев Н. Н.** Математические задачи системного анализа. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. 488 с.
7. **Ногин В. Д.** Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2004. Т. 44. № 7. С. 1259—1268.
8. **Патент** на полезную модель № 86739 Стенд для испытания пульсирующих детонационных двигателей от 11.06.2009 г.
9. **Подиновский В. В., Ногин В. Д.** Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 256 с.
10. **Рух Б.** Проблемы и методы решений в задачах со многими целевыми функциями // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976. С. 20—58.
11. **Саати Т. Л.** Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь. 1993. 320 с.
12. **Сафронов В. В., Поршнев В. А., Жебраков А. С.** Выбор стенда для испытаний макетных образцов детонационных двигателей с использованием метода гипервекторного ранжирования // Матер. 7-й науч.-техн. конф. "Мехатроника, автоматизация, управление". СПб.: ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2010. С. 345—348.
13. **Сафронов В. В.** Основы системного анализа: методы многовекторной оптимизации и многовекторного ранжирования. Саратов: Научная книга, 2009. 329 с.
14. **Трахтенгерц Э. А.** Компьютерная поддержка принятия согласованных решений // Информационные технологии. Приложение. 2002. № 3. С. 1—32.
15. **ЦИАМ 2001—2005.** Основные результаты научно-технической деятельности. Т. II / Колл. авторов / Под общей научной редакцией В. А. Скибина, В. И. Солониной, М. Я. Иванова. М.: ЦИАМ, 2005. 496 с.
16. **Черноруцкий И. Г.** Методы принятия решений. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 416 с.

## ИНФОРМАЦИЯ

3—8 октября 2011 г.  
в пос. Дивноморское Геленджикского района Краснодарского края состоится

### **4-я Всероссийская мультikonференция ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ (МКПУ—2011)**

*Председатель Президиума мультikonференции*  
академик РАН **В. Г. Пешехонов**

#### **Состав мультikonференции**

- ♦ **Локальная научно-техническая конференция**  
**"ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И УПРАВЛЕНИЕ" (ИИУ-2011)**  
*Председатель программного комитета конференции* — академик РАН **С. Н. Васильев**
- ♦ **Локальная научно-техническая конференция**  
**"МЕХАТРОНИКА И ЭРГАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ" (МЭС-2011)**  
*Председатель программного комитета конференции* — член-корреспондент РАН **Е. Д. Теряев**
- ♦ **Локальная научно-техническая конференция**  
**"УПРАВЛЕНИЕ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СЕТЕЦЕНТРИЧЕСКИХ И МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМАХ" (УРСИМС-2011)**  
*Сопредседатели программного комитета конференции:*  
член-корреспондент РАН **И. А. Каляев**, член-корреспондент РАН **Р. М. Юсупов**

*Подробная информация о мультikonференции и условиях участия в ней размещается на сайте: <http://www.mvs.tsure.ru>*

# CONTENTS

- Kirillov A. N.** The Optimal Control Problem in the System with Structure Variations. . . . . 2  
*The notion of piecewise linear system with sequential structure variation is introduced. The invariant sets are obtained. The optimal control problem with initial and terminal structures is considered. The example of the system, for which the structure variation permits to reduce the goal quadratic functional value, is constructed.*  
**Keywords:** structure, structure variations, hybrid system, optimal control, invariant set
- Aranovskiy S. V., Furtat I. B.** Robust Control of the Precision Gearless Drive of the Optical Telescope's Axis with Compensation of the Disturbances . . . . . 8  
*The robust control of precision gearless drive of the optical telescope's axis is considered. It's mathematical model is represented by the parametrically and signal uncertain linear differential equation. The problem is solved using measurements of the output of a plant (the angular position of the axis) only. Control goal is to develop an algorithm which compensates uncertainties of the plant with a given accuracy. The results of simulation and experiment are given.*  
**Keywords:** gearless precision drive, robust control, compensation of disturbances
- Alexandrov A. G., Michailova L. S., Stepanov M. F., Bragin T. M., Stepanov A. M.** About Development of the Concepts of the Automatic Decision of the Tasks of the Theory of Control in System GAMMA-3. . . . . 14  
*The approach to creation of means of the automatic decision of tasks of the theory of the control, basing formalization of knowledge of methods of the decision of tasks of the theory of control, multilevel representation of knowledge and use of means of automatic planning of actions.*  
**Keywords:** automatic tasks solving of the theory of control, formalizing of knowledge, the distributed information system, automatic visualization of the data
- Koval' V. A., Osenin V. N., Torgashova O. Yu.** Application of Spectral Method for the Analysis of Distributed Control Systems, Described by Integro-Differential Equations . . . . . 20  
*New properties of product commutativity for the spectral presentation of two functions depending on spatial variables and the spectral presentation of definite integral are provided. Using these properties on the basis of the spectral method the solution of the integro-differential equation with partial derivatives and coefficients depending on spatial variables is obtained.*  
**Keywords:** distributed control system, Fourier series, spectral method, state space, analysis
- Bolshakov A. A., Lisizkiy D. L., Petrov D. Yu.** Controlling of the Robot that Moves Around the Terrain Obstacles . . . . . 26  
*The article discusses the motion control of mobile robot that goes around obstacles. There is considered the structure of a control system which allows separating it into two subsystems. The one of subsystems creates a program trajectory and another controls it. The article presents a synthesized algorithm of program control.*  
**Keywords:** robot, obstacles, program trajectory, model, algorithm
- Sadomtsev Yu. V., Grivenev D. A.** Synthesis of Digital Control System for Stabilization of Speed Shaft Generator . . . . . 31  
*The problem of constructing a discrete controller for a system of stabilizing the speed of rotation of the shaft of the alternator. Feature is the allocation of internal contour on spool mechanism in power, i.e. an introduction the positioner in system. This allows us to divide the tasks of synthesis of site management and hydraulic booster, which leads to more precise working off of the control action, to obtain a high repeatability and stability during the whole period of exploitation of dynamic properties of the transducer. The synthesis of discrete control algorithm based on the procedure linear-quadratic optimization and theory observing devices of minimal dimension.*  
**Keywords:** electrohydraulic system stabilization, linearly quadratic optimization, dynamic compensator, LQD-regulator, observer Ljuenbergera, time-lag in control
- Vasiliev D. A.** Hybrid Forecasting Model for Electric Load of Industrial Enterprises . . . . . 37  
*An approach to the construction of a hybrid forecasting model for electric load of industrial enterprises is posed. Such hybrid forecasting model provides the required accuracy of the forecast changes in the nature of electricity industries. In the basis of hybrid model constructing is put a combination of exponential smoothing model and the three-layer perceptron. Forecast accuracy is achieved by real-time adapting of the model parameters to changes in the nature of the projected process.*  
**Keywords:** forecasting, a hybrid model, perceptron, exponential smoothing

- Nikishin V. B.** Spatial Positioning and Certification of Main Pipelines Based on Integration of In-Line Inspection Means, Underground Navigation and Land Geodetic Measurements ..... 41  
*The most widespread technologies of spatial positioning of the main pipeline's traces and defects are analyzed. It is shown that application of inertial technologies in a complex with methods and means of in-tube flaw detection and land geodetic positioning allows to raise an accuracy of positioning of remote sites MT, and also it is significantly increase informativity and reliability of inspection results.*  
**Keywords:** main pipeline, spatial positioning, inertial measurement unit, bend of tube, local displacement
- Musatov V. Yu., Sysoev V. V.** Gas-Analytical Devices of "Electronic Nose" Type: Examples of Applications for Various Tasks ..... 47  
*The examples of using the "electronic nose" devices in medicine, agriculture, food and some other industries are considered. These devices are requested in solving the gas recognition tasks which require a short time to prepare the probes, low exploitation cost and fast response.*  
**Keywords:** sensor, gas sensor, multisensor array, "electronic nose", pattern recognition
- Kulifeev Yu. B., Afanasiev Yu. N.** Algorithm of the Automatic Adduction Plane to Given Height and Velocities Horizontal Flight ..... 54  
*The automatic control problem by longitudinal movement letatelnogo the device of plane type for maintenance of its exit on the set height is considered at a preset value of speed of flight. The problem dares at the expense of management rotary hundredbilizatorom and change of draft of a power-plant. The estimation of working capacity and efficiency of the offered algorithm is made.*  
**Keywords:** algorithms of management of plane maneuver on height and speed of flight, calculation of the set longitudinal and vertical overloads, calculations of the set corner of a deviation of the stabilizer, calculation of the set draft of a power-plant
- Afonin A. A., Sulakov A. S.** Estimation Algorithm of the Strapdown Graviinertial Complex Gravitational Field, Orientation and Navigation Parameters ..... 58  
*The paper deals with a functional algorithm constructing for determining the gravity anomalies vector, the parameters of orientation and navigation of airsea strapdown graviinertial navigation system. Shows the simulation results of its work in various operating conditions. Presents expected accuracy characteristics estimates of the complex.*  
**Keywords:** vector gravimetric measurements, strapdown graviinertial navigation system, satellite navigation system, optimal Kalman filter, small-sized mobile object, gravity anomaly, deflection of the vertical
- Safronov V. V., Porshnev V. A., Zhebrakov A. S.** A Choice of the Stand for Carrying out Firing Tests of the Pulse Detonation Direct-Flow Engine Demonstrator ..... 65  
*The task of choosing of a design of the stand providing carrying out of fire tests of the pulse detonation direct-flow engine demonstrator, which is reduced to a problem of hypervector ranging is described. The system of the criteria describing functional features of stands is entered. The numerical example is given.*  
**Keywords:** the pulsing detonation direct-flow engine, bench tests, criteria, hypervector ranking

---



---

**Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»**

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова.*

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *Е. В. Комиссарова.*

---

Сдано в набор 04.07.2011. Подписано в печать 18.08.2011. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
 Усл. печ. л. 8,82. Уч.-изд. л. 9,87. Заказ 638. Цена договорная.

---

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,  
 телерадиовещания и средств массовых коммуникаций  
 Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15