

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 8 (113)

август

2010

Редакционный совет:

КУЗНЕЦОВ Н. А.
МАКАРОВ И. М.
МАТВЕЕНКО А. М.
ПЕШЕХОНОВ В. Г.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.

Главный редактор:

ТЕРЯЕВ Е. Д.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Выпускающий редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

Ответственный секретарь:

ПЕТРИН К. В.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БОГАЧЕВ Ю. П.
БУКОВ В. Н.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КАЛЯЕВ И. А.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛЕОНОВ Г. А.
ЛЁВИН Б. А.
ЛОХИН В. М.
НОРЕНКОВ И. П.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
РАПОПОРТ Э. Я.
РАССАДКИН Ю. И.
РАЧКОВ М. Ю.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФУРСОВ В. А.
ХИМЕНКО В. И.
ЮРЕВИЧ Е. И.
ЮСУПОВ Р. М.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЧГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Горнов А. Ю.** Численные методы исследования задач оптимального управления в механических системах 2
- Коломейцева М. Б., Агвами С. А.** Синтез алгоритма прямого адаптивного управления многосвязным объектом методом декомпозиции с явной эталонной моделью 7
- Ильясов Б. Г., Сaitова Г. А., Назаров А. Ш.** Об одном подходе к построению адаптивных многосвязных систем автоматического управления сложным динамическим объектом 13

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Филаретов В. Ф., Legnani G., Ruggeri S.** Система автоматического управления манипулятором типа SCARA для выполнения силовых рабочих операций на боковых поверхностях заготовок произвольной формы 21
- Волкоморов С. В., Карпенко А. П.** Планирование оптимальной целевой конфигурации робота-манипулятора типа "хобот" 30

УПРАВЛЕНИЕ МИКРО- И НАНОТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

- Саханский С. П.** Управление скоростью вытягивания при выращивании монокристаллов кремния 37
- Афонин С. М.** Решение матричных уравнений в задачах электроупругости для многослойных актюаторов наноперемещений 39

АВТОМАТИЧЕСКОЕ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

- Аршанский М. М., Тимошков В. Н.** Разработка и исследование четырехзвенных передаточных механизмов стеклоочистителя легкового автомобиля 46
- Пудовиков О. Е.** Автоматическое управление скоростью движения длинносоставного грузового поезда 51
- Васильев Д. А., Колоколов М. В., Иващенко В. А.** Прогнозирование электропотребления в АСУ энергетикой промышленных предприятий 58

Журнал в журнале

"УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Девятисильный А. С., Кислов Д. Е.** Определение движения космического аппарата по внешним наблюдениям 62
- Левский М. В.** Оптимизация управления переориентацией космического аппарата за заданное время 66
- Челноков Ю. Н., Панкратов И. А.** Переориентация орбиты космического аппарата, оптимальная в смысле минимума интегрального квадратичного функционала качества 73
- Contents** 79

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 519.68

А. Ю. Горнов, д-р техн. наук, зам. директора,
Институт динамики систем и теории управления
СО РАН, Иркутск
gornov@icc.ru

Численные методы исследования задач оптимального управления в механических системах

Рассматриваются вычислительные методы решения задач оптимального управления, возникающих при рассмотрении механических систем. Обсуждаются специфические особенности моделей управляемых механических систем и типичные проблемы, возникающие при их численном исследовании. Приводятся решения трех конкретных задач оптимизации рассматриваемого класса, полученные с применением разработанного автором программного комплекса OPTCON.

Ключевые слова: задача оптимального управления, терминальные ограничения, фазовые ограничения, оптимизация динамических систем

Введение. Задачи оптимального управления естественно возникают при исследовании механических систем с помощью математического моделирования. Возможность активного воздействия на систему и необходимость рационального использования ресурса этого воздействия приводит к постановкам задач оптимизации процессов. Традиционно модели механических объектов создаются в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений, управляющие воздействия вводятся в определенные компоненты моделей, чаще всего — в функции, определяющие скорости изменения основных параметров. С формальной математической точки зрения системы такого типа могут, как правило, быть отнесены либо приведены к системам обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши (выраженных относительно производных); в таком случае управления присутствуют в правых частях систем. Строго говоря, математические объекты такого типа следует называть не дифференциальными уравнениями, а дифференциальными включениями, но далее будем следовать исторически сложившейся терминологии.

Управляющие воздействия, которые возможно технически реализовать, за редким случаем не могут

быть ничем не ограничены. В большинстве случаев при создании математической модели удается установить границы возможного изменения управлений. Необходимость учета этих границ приводит к описанию множества допустимых управлений — пространства функций, которые могут иметь содержательный смысл и среди которых необходимо выбрать наилучшие. Чаще всего это множество задается простейшими параллелепипедными ограничениями; в более сложных случаях проводятся предварительные редукции, позволяющие привести исходные ограничения к данному типу.

Задачи оптимального управления, традиционно рассматриваемые при исследовании механических систем, имеют свои ярко выраженные специфические особенности. Важнейшей из них является непрямое присутствие ограничений на траектории управляемой системы, накладываемых как в конечные моменты времени (терминальные ограничения), так и на всем временном интервале (фазовые, смешанные, интервальные ограничения). Можно утверждать, что в механических задачах именно ограничения на траектории носят определяющий характер и формируют "картины" оптимальных решений.

Задачи параметрической идентификации (оптимизации динамических систем по параметрам), рассматриваемые на этапе создания модели динамики системы, также могут быть формально отнесены к классу задач оптимального управления. Для такого типа экстремальных задач часто создавали специальные алгоритмы и программные средства. Однако в последние годы найдена возможность единого подхода к решению задач оптимизации динамических систем как по управлениям-функциям, так и по управлениям-константам. При разработке вычислительных технологий и программных средств оптимизации на современном этапе предусматривается возможность постановок задач, включающих оба указанных варианта.

Разработке численных методов поиска оптимального управления посвящено значительное число публикаций. В большинстве работ российских авторов основные усилия направлены на создание алгоритмов, основанных на теории оптимального управления (например, [1—5]) — принципе максимума Понтрягина, достаточных условиях оптимальности и др. В зарубежных работах (например [6—11]) основное внимание уделяется, как правило,

редукциям задач оптимального управления к конечномерным задачам оптимизации и применению развитых программных средств для задач математического программирования (методы сопряженных направлений, квазиньютоновские методы, последовательное квадратичное программирование, методы доверительных областей и т. д.). При разработке современных программных средств для задач оптимизации динамических систем используются и комбинируются достижения обоих указанных подходов.

Серьезной теоретической проблемой, не имеющей к настоящему времени удовлетворительного решения, остается проблема поиска глобального экстремума в задаче оптимального управления. Данной проблеме посвящен ряд исследований, предложено несколько подходов к построению глобализующих алгоритмов оптимизации (методы случайного мултистарта; методы, основанные на ДС-разложениях; методы овыпукления; методы, основанные на аппроксимациях множества достижимости; методы редукции к конечномерным задачам и другие, например, [11—13]). Разработанные алгоритмы пока не способны гарантировать получение глобального оптимума, но в каждой конкретной задаче с привлечением дополнительной информации об исследуемом объекте, как правило, удается найти приемлемое с инженерной точки зрения решение.

В статье рассматриваются постановки и методы решения задач оптимизации, возникающих при исследовании управляемых механических систем. В качестве примеров приведены решения трех задач исследуемого класса, полученные с использованием программного комплекса OPTCON-I [14].

Постановка задачи оптимального управления. Пусть имеется управляемый процесс, описываемый системой обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями $\dot{x} = f(x(t), u(t), t)$, $x(t_0) = x^0$, определенный на интервале $T = [t_0, t_1]$. Здесь t — независимая переменная (время); $x(t)$ — n -вектор фазовых координат; $u(t)$ — r -вектор управляющих функций; n -вектор-функция $f(x(t), u(t), t)$ предполагается непрерывно дифференцируемой по всем аргументам, кроме t . Начальный фазовый вектор $x(t_0) = x^0$ задан. Допустимыми будем называть управляющие функции $u(t) \in U \subset E^r$ для $\forall t$, где U — выпуклое замкнутое множество из соответствующего пространства, состоящее из функций, удовлетворяющих условиям $u_l \leq u(t) \leq u_g$, где u_l, u_g — заданные r -векторы.

Традиционно рассмотрим три вложенных типа задач оптимального управления. Задача оптимального управления со свободным правым концом траектории (ЗОУСК) состоит в поиске вектор-функции $u(t)$, удовлетворяющей ограничениям и достав-

ляющей минимум функционалу $I_0(u) = \varphi_0(x(t_1))$. В задаче оптимального управления с терминальными ограничениями (ЗОУТО) присутствуют также ограничения вида $I_j(u) = \varphi_j(x(t_1)) = (\leq) 0, j = \overline{1, m}$. В задаче оптимального управления с фазовыми ограничениями (ЗОУФО) к ЗОУТО добавляются также фазовые ограничения типа неравенства

$$I_j(u) = g_j(x(t), u(t), t) \leq 0, j = \overline{m+1, mt}.$$

Все функции $\varphi_j(x(t_1)), j = \overline{0, m}$, и $g_j(x(t), u(t), t), j = \overline{m+1, mt}$, предполагаются непрерывно дифференцируемыми по всем аргументам.

Методы решения задачи оптимального управления с параллелепипедными ограничениями. Для численного решения задач оптимального управления используется дискретизация системы дифференциальных уравнений и приближенные методы решения задачи Коши. Отрезок изменения независимой переменной (времени) разбивается на $n_u - 1$ частей (n_u — число точек дискретизации), т. е. вводится равномерная сетка $\{t_0 + ih, i = \overline{0, n_u - 1}\} \cup t_1$, где h — шаг дискретизации и интегрирования. В узлах этой сетки запоминаются траектории и управления, в промежуточные моменты времени их значения восстанавливаются кусочно-линейной интерполяцией.

Методы поиска локального экстремума в задачах оптимального управления обычно строятся по традиционным вычислительным схемам, хорошо разработанным в теории конечномерной оптимизации. Специфика задачи отражается, прежде всего, в способах построения аппроксимаций градиента функционала. В ЗОУСК имеется возможность, используя аппарат функций Гамильтона—Понтрягина, реализовать быстрые алгоритмы вычисления градиента. Определим функцию Гамильтона—Понтрягина $H(p, x, u, t) = p'f(x, u, t)$, где $p(t)$ — n -вектор сопряженных переменных, удовлетворяющий системе дифференциальных уравнений с начальными условиями ("сопряженной системе"):

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= -\frac{\partial H(p, x, u, t)}{\partial x}, \\ p(t_1) &= -\frac{\partial \varphi_j(x(t_1))}{\partial x}. \end{aligned}$$

Тогда градиент функционала $I_0(u) = \varphi_0(x(t_1))$ равен

$$\nabla_i I_0(u(t)) = -\frac{\partial H(p, x, u, t)}{\partial u_i}, i = \overline{1, r}.$$

Традиционный алгоритм вычисления функционала состоит в интегрировании прямой системы с запоминанием траектории, вычислении начальных (точнее, конечных) условий для сопряженной системы и интегрировании ее в обратном времени

с запоминанием градиентов. В каждый момент времени для вычисления правых частей сопряженной системы используются либо аналитические формулы для производных функции Гамильтон—Понтрягина по x и u , либо разностные процедуры оценки этих производных.

Методы поиска оптимального управления градиентного типа чаще всего являются аналогами методов конечномерной оптимизации, реализованными с учетом специфики задачи. При создании программных средств оптимизации динамических систем постоянно используются модификации методов сопряженных градиентов, квазиньютоновских методов, методов сопряженных направлений (например, [14]). На практике хорошо себя зарекомендовали многометодные вычислительные схемы, включающие комбинации градиентных методов с овражными методами Ю. Е. Нестерова [16], методами Ньютона и поисковыми методами — покоординатного спуска, Пауэлла и другими [17].

Методы учета терминальных ограничений. Терминальные ограничения в задачах оптимизации механических систем чаще всего бывают простыми $x_i(t_1) = x_i^1$, $i = \overline{1, n}$, (так называемые "задачи перевода из точки в точку"), но в ряде моделей встречаются и более сложные варианты ограничений. Для учета терминальных ограничений чаще всего применяются методы внешних штрафов; в ряде работ построены алгоритмы линеаризации [1, 14, 18]. На наш взгляд, наиболее надежными и эффективными вычислительными схемами в настоящее время можно считать методы, основанные на модифицированных функциях Лагранжа.

Сформируем модифицированную функцию Лагранжа следующего вида: $M(u, y, s) = I_0(u) + \sum_{j=1}^m y_j I_j(u) + \sum_{j=1}^m s_j I_j^2(u)$. Здесь $s_j, j = \overline{1, m}$, — коэффициенты регуляризации; $y_j, j = \overline{1, m}$, — двойственные переменные. Алгоритм состоит из циклов решения ЗОУСК $\min_{u \in U} M(u, y^K, s^K) = M(u^{K+1}, y^K, s^K)$

при фиксированных значениях двойственных переменных и коэффициентов регуляризации и получения новых приближений:

$$y_j^{K+1} = y_j^{K+1} + 2s_j^K I_j(u^{K+1}), j = \overline{1, m};$$

$$s_j^{K+1} = \begin{cases} s_j^{K+1} \cdot 10 \text{ при } |I_j(u^{K+1})| > 0,25 |I_j(u^K)|; \\ s_j^K \text{ при } |I_j(u^{K+1})| \leq 0,25 |I_j(u^K)|. \end{cases}$$

Алгоритм останавливается при выполнении условия стабилизации двойственных переменных:

$\Delta y_{\max} < \Delta$, где Δ — алгоритмический параметр,

$$\Delta y_{\max} = \max \frac{|y_j^{K+1} - y_j^K|}{1 + |y_j^{K+1}|}, j = \overline{1, m}.$$

Методы учета фазовых ограничений. Учет фазовых ограничений при исследовании механических моделей в ряде случаев оказывается самой трудной в вычислительном отношении задачей и может потребовать серьезных усилий для построения надежных алгоритмических схем. Сложность задач с фазовыми ограничениями связана со свойством инерционности динамической системы, а инерционность механических систем, как правило, достаточно высока. При выходе траектории на фазовое ограничение инерционная система не способна мгновенно повернуть для скольжения по ограничению, поэтому алгоритмам приходится производить достаточно "большие усилия" для построения траекторий, заранее подходящих к ограничениям по "упреждающим кривым". В терминах аппроксимирующей задачи математического программирования фазовое ограничение после поточечной дискретизации превращается в набор ограничений большой размерности. Многие аппроксимации задач с фазовыми ограничениями могут трактоваться как переопределенные задачи оптимизации, так как число ограничений в них может сильно превышать число переменных. Кроме того, фазовые ограничения могут являться причиной большого числа "паразитических" локальных экстремумов, возникающих во вспомогательных задачах.

В современный арсенал подходов к учету фазовых ограничений включены методы внешних штрафных функционалов, методы параметризации ограничений, методы приведенного градиента, методы модифицированных функционалов Лагранжа и методы линеаризации. В несложных задачах бывает достаточно ввести кубические штрафные функционалы вида

$$\int_{t_0}^{t_1} G(x, u, t) dt, G(x, u, t) = \begin{cases} g_j^3(x, u, t), & g_j(x, u, t) > 0; \\ 0, & g_j(x, u, t) \leq 0, \end{cases} j = \overline{1, m},$$

позволяющие сохранить свойство непрерывности вторых производных, в сложных задачах приходится применять более изощренные, но и значительно более "капризные" методы, требующие тонкой настройки на конкретную задачу.

Оптимальное управление мостовым краном. Динамика объекта описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_1 = x_2;$$

$$\dot{x}_2 = \frac{-6,54 \sin x_3 \cos x_3 - 0,46 x_4^2 \sin x_3 + 0,83 u_1}{1 + 0,66 \sin^2 x_3};$$

$$\dot{x}_3 = x_4;$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-0,66 x_4^2 \sin x_3 \cos x_3 - 23,4 \sin x_3 + 1,19 u_1 \cos x_3}{1 + 0,66 \sin^2 x_3}.$$

Задача заключается в переводе системы из точки $x(0) = (0, 0, 0, 0)$ в точку $x(3,4) = (1,5; -3,4; 0; 0)$ за время 3,4 с при минимуме функционала $I_0(u) = \int_0^{3,4} u_1^2(t) dt$. Полученное с использованием рассмотренных алгоритмов оптимальное значение функ-

ционала $I_0^*(u) = 2,828358$ совпадает с результатами расчетов, приведенных в [19, 20]. Оптимальное управление и траектории приведены на рис. 1.

Оптимизация маневра робота. Динамика объекта (Non-inertial Robot Arm [21]) описывается на интервале времени $t \in [0, t_f]$ системой дифференциальных уравнений

$$L\ddot{\rho} = u_\rho; I_\theta \ddot{\theta} = u_\theta; I_\varphi \ddot{\varphi} = u_\varphi,$$

где $I_\theta = \frac{((L-\rho)^3 + \rho^3)}{3} \sin^2 \varphi$; $I_\varphi = \frac{((L-\rho)^3 + \rho^3)}{3}$; $L = 5$.

Задача заключается в минимизации времени t_f перевода системы из точки в точку при следующих ограничениях на траектории:

$$\rho(0) = \rho(t_f) = 4,5; \theta(0) = 0;$$

$$\theta(t_f) = 2\pi/3; \varphi(0) = \varphi(t_f) = \pi/4;$$

$$\dot{\rho}(0) = \dot{\rho}(t_f) = \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}(t_f) = \dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}(t_f) = 0;$$

$$0 \leq \rho(t) \leq L; -\pi \leq \theta(t) \leq \pi; 0 \leq \varphi(t) \leq \pi,$$

и управления: $|u_\rho| \leq 1, |u_\theta| \leq 1, |u_\varphi| \leq 1$. Полученное

оптимальное значение $I_0^*(u) = 9,1410142$

(рис. 2) практически совпадает с результатами расчетов, выполненных с помощью программных технологий, основанных на известных пакетах оптимизации MINOS, KNITRO и SNOPT [22–25].

Задачи управления манипулятором промышленного робота. При внедрении в производство промышленных роботов возникает следующая проблема: даже при выполнении простых операций робот работает медленнее, чем квалифицированный рабочий, поэтому общая производительность участка существенно падает. Управление роботом обычно строится по гарантированным, но неоптимальным программам, поэтому на первый план выдвигается задача повышения быстродействия робота при выполнении простейших механических операций. Вместе с тем, движение робота по заданной траектории (в том числе и оптимальной) обеспечивается независимыми приводами для разных степеней подвижности. Обычно быстрое движение одного звена создает возмущающие усилия на других, что приводит к значительным отклонениям реального движения от запрограммированного. Обычный способ борьбы с этим явлением состоит в усложнении конструкции путем введения компенсирующих масс. Заманчивой является идея

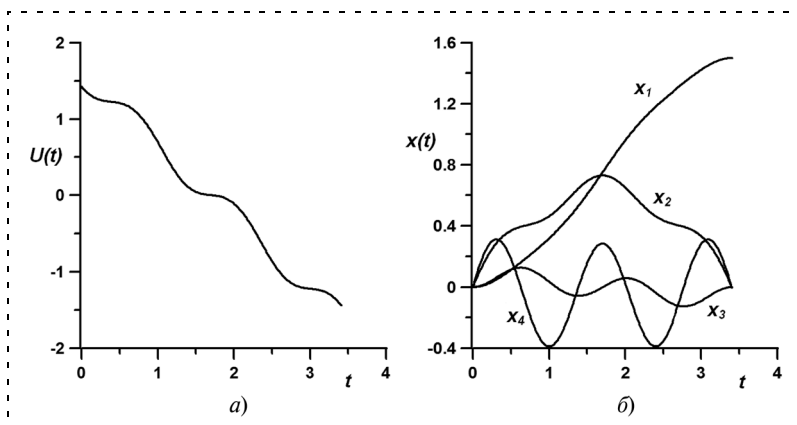


Рис. 1. Оптимальные управления (а) и траектория (б) (задача о мостовом кране)

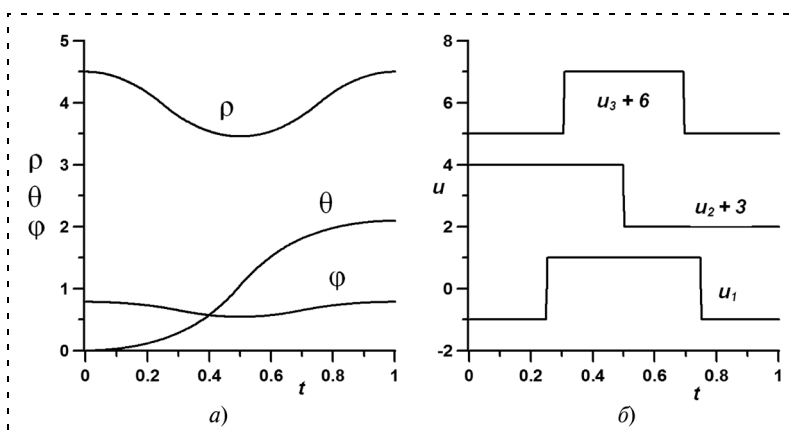


Рис. 2. Оптимальные управления (а) и траектория (б) в задаче оптимизации маневра робота

повышения надежности робота без изменения конструкции путем более качественного управления. Таким образом, возникает задача поиска управлений и траекторий с ограниченным влиянием различных степеней подвижности друг на друга.

В качестве рассматриваемого объекта был выбран простейший плоский двухзвенный робот антропоморфного типа. Модель динамики движения, созданная Л. Н. Волковым, имеет следующий вид:

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = \frac{(M_1 - F_1)a_{22} - (M_2 - F_2)a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}};$$

$$\dot{x}_3 = x_4, \dot{x}_4 = \frac{(M_2 - F_2)a_{11} - (M_1 - F_1)a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}},$$

где $M_1 = -C_1(x_1 - u_1)$; $M_2 = -C_2(x_3 - x_1 - u_2)$;

$$F_1 = -m_1 l_1 R_1 \sin(x_3 - x_1) x_2^2;$$

$$F_2 = -m_2 l_2 R_2 \sin(x_3 - x_1) x_4^2;$$

$$a_{11} = m_1 \rho_1^2 + m_2 l_1^2; a_{12} = a_{21} = m_2 l_1 R_2 \cos(x_3 - x_1);$$

$$a_{22} = m_2 \rho_2^2.$$

Здесь x_1, x_3 — углы поворота звеньев; x_2, x_4 — скорости поворота; u_1, u_2 — программные значения углов поворота (управления); m_1, m_2 — массы звеньев; R_1, R_2 — расстояния до центра масс; ρ_1, ρ_2 — радиусы инерции; l_1, l_2 — длины звеньев; c_1, c_2 — коэффициенты передачи привода.

На переменные системы накладываются ограничения $|u_i(t)| \leq \pi, i = \overline{1, 2}$; $|M_i(t)| \leq 10, i = \overline{1, 2}$; $\pi/6 \leq x_1(t) \leq 5/6\pi, \pi/3 \leq x_1(t) - x_3(t) \leq 5/6\pi, t \in [t_0, t_1]$, связанные с конструктивными особенностями робота. Для рассматриваемого робота ТУР-10 коэффициенты имеют следующие значения: $m_1 = 7,62$; $\rho_1 = 0,968$; $R_1 = 0,239$; $l_1 = 0,50$; $C_1 = 10$; $m_2 = 8,73$; $\rho_2 = 0,973$; $R_2 = 0,251$; $l_2 = 0,67$; $C_2 = 10$.

Первая поставленная задача заключалась в минимизации $(t_1 - t_0)$ — времени перевода робота из точки $\bar{x}(t_0) = (\pi/6, 0, -\pi/6, 0)$ в точку $\bar{x}(t_1) = (5/6\pi, 0, \pi/3, 0)$. Во второй задаче накладывалось дополнительное ограничение на взаимное влияние

$$\text{звеньев: } \left| a_{12} \frac{(M_2 - F_2)a_{11} - (M_1 - F_1)a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} + F_1 \right| \leq \alpha,$$

где α — степень взаимного влияния, требовалось при фиксированном $\bar{t}_1 > t_1$ минимизировать α .

Полученное в первой задаче время быстродействия $t_1^* = 2,88$ с, при этом $\alpha = 1,25$. Во второй задаче для времени $\bar{t}_1 = 3,5$ с получено оптимальное значение $\alpha^* = 0,52$, для времени $\bar{t}_1 = 4,0$ с полу-

чено $\alpha^* = 0,27$. При этом ограничение на взаимное влияние почти полностью выполняется как равенство. Решение поставленных задач позволило опделить качественную картину оптимального по быстродействию управления, дать неулучшаемую оценку качества программных управлений, закладываемых в робота, и сделать вывод о возможности резкого (в 3...5 раз) улучшения степени надежности робота без существенного ухудшения времени движения.

Заключение. Рассмотренные методы послужили основой для реализации ряда программных средств для решения задач оптимального управления: программных комплексов OPTCON-I и OPTCON-III, вычислительного сервера OPTCON-II и других. С применением предложенных алгоритмов и вычислительных технологий успешно решено несколько десятков прикладных задач оптимизации механических систем.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, проекты № 09-07-00267, № 10-01-00595 и междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 4.

Список литературы

1. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.
2. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982.
3. Черноусько Ф. Л., Банчук В. П. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973.
4. Тятюшкин А. И. Численные методы и программные средства оптимизации управляемых систем. Новосибирск: Наука, 1992.
5. Гурман В. И., Батулин В. А., Расина И. В. Приближенные методы оптимального управления. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1983.
6. Blatt M., Schittkowski K. PDECON: A FORTRAN code for solving optimal control problems based on ordinary, algebraic and partial differential equations: Report. Department of Mathematics, University of Bayreuth, 1997.
7. Тео K. L., Goh C. J., Wong K. H. A Unified Computational Approach to Optimal Control Problems. Longman Scientific and Technical Report. England, 1991.
8. Betts J. T., Huffman W. P. Sparse Optimal Control Software SOCS. Technical Report. Mathematic and Engineering Analysis Technical Document MEA-LR-085. Boeing Information and Support Services, 1997.
9. Schwartz A., Polak E. Consistent approximations for optimal control problems based on Runge-Kutta integrations // SIAM J. Control Optimization. 1996. Vol. 34. N 4.
10. Von Stryk O. User's guide for DIRCOL (Version 2.1): A direct collocation method for the numerical solution of optimal control problems // Technical report. Technische Universite at Munchen. 1999.
11. Krotov V. F. Global methods in optimal control theory. NY: Marcel Dekker Inc., 1996.
12. Горнов А. Ю. Реализация метода случайного мультистарта для задачи оптимального управления // Ляпуновские чтения. Тез. докл. Иркутск, 2003. С. 31.
13. Стрекаловский А. С., Шаранхаева Е. В. О невыпуклой задаче оптимального управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2005. Т. 45. № 10. С. 1785—1800.
14. Горнов А. Ю., Диваков А. О. Комплекс программ OPTCON для решения задач оптимального управления. Руководство пользователя // Иркутск, 1990.

15. Nocedal J., Wright S. J. Numerical optimization. Springer-Verlag, 1999.

16. Нестеров Ю. Е. Эффективные методы в нелинейном программировании. М.: Радио и связь, 1989.

17. Горнов А. Ю., Тятюшкин А. И. Программная реализация мультиметодной технологии для задач оптимального управления // Сб. тр. 3 Междунар. конф. "Проблемы управления и моделирования в сложных системах". 4—9 сентября 2001 г., Самара, Россия. С. 301—307.

18. Срочко В. А. Итерационные методы решения задач оптимального управления. М.: Физматлит, 2000.

19. Хофер Э., Лундерштедт Р. Численные методы оптимизации. М.: Машиностроение, 1981.

20. Грачев Н. И., Фильков А. Н. Решение задач оптимального управления в системе ДИСО. Препринт ВЦ АН СССР. М., 1986.

21. Vanderbei R. Nonlinear optimization models. www.sor.princeton.edu/~rvdb/AMPL/nlmodels.

22. Bondarenko A., Bortz D., More J. A Collection of Large-Scale Nonlinearly Constrained Optimization Test Problems // Optimization Online, 20 August 1998.

23. Murtagh B. A., Saunders M. A. MINOS 5.5 User's Guide // Report SOL 83-20R, Dept of Operations Research, Stanford University, July 1998.

24. Gill P. E., Murray W., Saunders M. A. User's guide for SNOPT 5.3: A Fortran package for large-scale nonlinear programming // Report SOL 98-1, Dept of EESOR, Stanford University, 1997.

25. Waltz R., Nocedal J. Knitro user's manual. Version 3.1 // Technical Report 5, Northwestern University, Evanston, 2003.

УДК 621.398-506.1

М. Б. Коломейцева, д-р техн. наук, проф.,
С. А. Агвами, аспирант
 МЭИ (технический университет), Москва
 AGHsedali@gmail.com

Синтез алгоритма прямого адаптивного управления многосвязным объектом методом декомпозиции с явной эталонной моделью

Предлагается один из возможных подходов получения алгоритмов адаптивного управления на основе декомпозиции контуров управления, позволяющий упростить структуру многосвязной динамической системы и процесс выбора параметров управляющего устройства. Полученные результаты показывают эффективность применения данного метода при синтезе прямого адаптивного управления многосвязным объектом.

Ключевые слова: многосвязные системы, развязка контуров, адаптивное управление, метод Ляпунова

Введение

Современный уровень развития теории и техники управления характеризуется неуклонным повышением разнообразности и сложности управляемых объектов: многомерностью, многосвязностью, нелинейностью, нестационарностью, стохастичностью, но неопределенность чаще всего оказывается на первом месте, так как сложность задачи придает недостаток информации об объекте. В этой ситуации возникает необходимость применения адаптивных систем управления, цель которых состоит в устранении неопределенности, связанной с незнанием структуры и параметров объекта. Несмотря на довольно большое число методов, полученные адаптивные регуляторы имеют сложную структуру, особенно для многосвязных объектов, в которых трудности решения практических задач анализа и синтеза адаптивных систем управления нередко

связаны со сложностью математической модели объекта управления и внутренними связями между каналами управления. Естественно, что наличие большого числа связанных между собой управляемых и управляющих величин, которые влияют друг на друга в том смысле, что изменение какой-либо из них вызывает изменение всех других, усложняет эти проблемы и ставит новые. Для разрешения трудностей, возникающих при разработке таких систем, на передний план выдвигается требование декомпозиции. Методы декомпозиции состоят в разделении исходной задачи на ряд более простых, решаемых независимо.

В данной статье предлагается способ построения системы децентрализованного управления многосвязными объектами, позволяющий исключить нежелательные воздействия за счет синтеза компенсаторов и свести задачу синтеза локальных управляющих устройств к хорошо известным и изученным различными авторами. Для построения адаптивного управления по выходу применяются два фильтра состояния в каждой локальной подсистеме. Векторы состояния этих фильтров и скалярный выход подсистемы образуют вектор выхода объекта управления, и используется неминимальная реализация локальных подсистем. В результате этих изменений получается обобщенный настраиваемый объект, для которого уже имеется много различных алгоритмов настройки параметров управляющего устройства.

1. Математическое описание и развязка каналов многосвязных объектов

Обычно основные сложности управления многосвязным объектом связаны с высокой размерностью модели объекта. Формально можно разложить такие объекты на множества 2×2 -подсистем* и поэтому,

* 2×2 -системы — системы, имеющие два входа и два выхода.

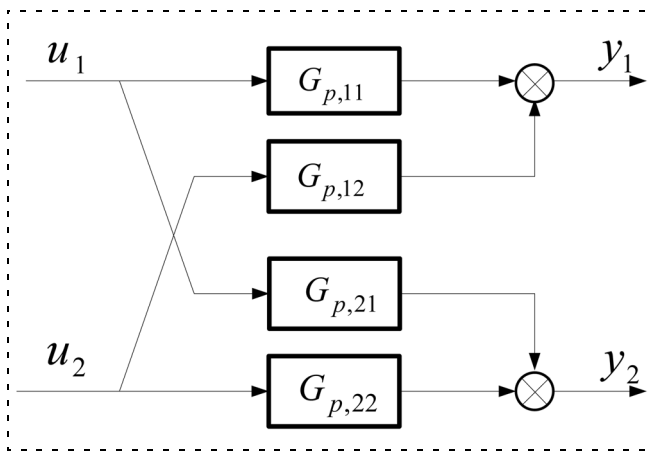


Рис. 1. Общая структурная схема 2×2 -системы

как правило, процессы 2×2 рассматриваются в литературе. Особенностью многосвязных систем является наличие взаимодействия между основными контурами управления. Структурно это может быть выражено в виде дополнительных прямых и обратных перекрестных связей с соответствующими передаточными функциями $G_{p,ij}$, $i = 1, 2, j = 1, 2$ (рис. 1).

В этом случае объект управления можно представить в следующей канонической форме:

$$\begin{aligned} y_1 &= u_1 G_{p,11} + u_2 G_{p,12}; \\ y_2 &= u_1 G_{p,21} + u_2 G_{p,22}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где y_i — выходы объекта; u_i — управляющие воздействия, или более компактно в матричной форме:

$$y = G_p u, \text{ где } y = [y_1, y_2]^T; u = [u_1, u_2]^T; G_p = \begin{bmatrix} G_{p,11} & G_{p,12} \\ G_{p,21} & G_{p,22} \end{bmatrix}.$$

Задачи управления многосвязными объектами принципиально разрешимы с помощью методов теории одномерных систем, но получаемые в результате многосвязные регуляторы оказываются достаточно сложными с точки зрения их практической реализации. Упрощение возможно, если провести децентрализацию многосвязного объекта, представить его как набор независимых или слабо связанных подсистем, что позволит использовать локальные скалярные регуляторы.

Один из методов, который можно использовать, чтобы предложить разбиение на пары (вход—выход) — вычисление матрицы Λ , известной как массив относительных усилений (МОУ). Элементы Λ определяются следующим образом [9]:

$$\lambda_{ij} = [G_p(0)]_{ij} [G_p^{-1}(0)]_{ij}, \quad (1.2)$$

где $[G_p(0)]_{ij}$ — обозначение ij -го элемента матрицы многосвязной системы G_p на нулевой частоте. При этом $[G_p(0)]_{ij}$ соответствует усилению на нулевой

частоте от i -го входа к j -му выходу, в то время как остальная часть входов сохраняется постоянной. Параметр λ_{ij} указывает на весимость пары с i -м входом и j -м выходом. При решении задачи децентрализации стремятся выбрать пары таким образом, чтобы диагональные элементы Λ были ближе к единице.

Согласно известным исследованиям [9], задача удачной децентрализации будет решена, если передаточная функция системы управления будет иметь форму, близкую к диагональной, т. е. передаточные функции взаимосвязи будут незначимыми по своим параметрам (особенно на нулевой частоте) или равны нулю. Данная идея реализуется преднамеренным подключением к объекту управления специальных "развязывающих" элементов в виде соответствующих корректирующих устройств (статических или динамических, включаемых в прямую цепь либо в обратную связь), призванных развязать контуры управления путем компенсации внутренних естественных перекрестных связей в объекте [9, 10]. Однако в этом случае компенсаторы являются частью контура обратной связи, поэтому следует обращать особое внимание при их разработке на нежелательный эффект компенсации передаточных нулей и полюсов объекта [11]. Одна из особенностей таких компенсаторов заключается в том, что они функционируют в системе даже при нулевых взаимодействиях между контурами.

Таким образом, параметры передаточных функций этих связей можно определить из условия получения передаточной функции объекта управления с компенсатором в диагональной форме. На рис. 2 представлена схема развязки контуров управления с компенсатором с передаточной функцией

$$G_c^* = \begin{bmatrix} G_{c,11}^* & G_{c,12}^* \\ G_{c,21}^* & G_{c,22}^* \end{bmatrix}.$$

Два дополнительных блока $G_{c,i}$, $i = 1, 2$, в контуре управления формируют блок вторичной посткомпенсации и являются регуляторами в децентрализованных контурах управления. Передаточная функция объекта управления и компенсатора G — диагональная:

$$G = G_p G_c^* = \text{diag}[G_1, G_2]. \quad (1.3)$$

Чтобы определить G_c^* , нужно вычислить инверсию G_p :

$$G_c^* = G_p^{-1} G, \text{ где } G_p^{-1} = \text{adj} G_p / \det G_p. \quad (1.4)$$

Здесь $\text{adj} G_p$ называется взаимной (присоединенной) матрицей относительно G_p , составленная из

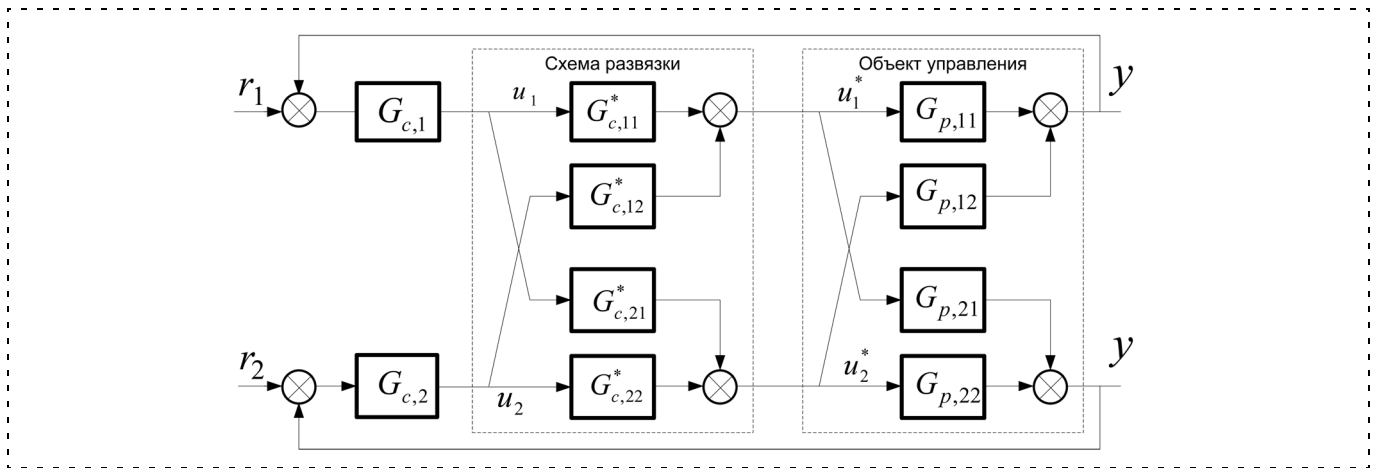


Рис. 2. Схема развязки контуров управления

алгебраических дополнений транспонированной матрицы G_p^T , и $\det G_p$ — определитель матрицы G_p .

Принимаем $G_{c,11}^* = 1$, $G_{c,22}^* = 1$, тогда решение полученных уравнений приводит к следующему:

- динамические компенсаторы:

$$G_{c,12}^* = -G_{p,12}/G_{p,11} \text{ и } G_{c,21}^* = -G_{p,21}/G_{p,22}; \quad (1.5)$$

- статические компенсаторы:

$$K_{c,12}^* = -K_{p,12}/K_{p,11} \text{ и } K_{c,21}^* = -K_{p,21}/K_{p,22}. \quad (1.6)$$

Здесь $G_{c,12}^*$, $G_{c,21}^*$ — недиагональные элементы, а $K_{c,ij}^*$, $K_{p,ij}$, $i = 1, 2$, представляют коэффициенты усиления соответствующих передаточных функций $G_{c,ij}^*$, $G_{p,ij}$.

Как ранее было сказано, компенсатор является частью контура управления, следовательно, отношение каждого управляемого сигнала к управляющему можно записать как

$$\begin{aligned} \frac{y_1(s)}{u_1(s)} &= G_{p,11} + G_{c,21}^* G_{p,12}; \\ \frac{y_2(s)}{u_2(s)} &= G_{p,22} + G_{c,12}^* G_{p,21}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Эти алгебраические уравнения показывают, что в полученной системе каждый управляющий сигнал влияет на управляемый двумя путями. Эти составляющие могут действовать в синфазном или противофазном режимах. Подставляя полученные соотношения компенсаторов (1.5) в (1.7), получаем

$$\begin{aligned} \frac{y_1(s)}{u_1(s)} &= G_{p,11} - \frac{G_{p,21}}{G_{p,22}} G_{p,12}; \\ \frac{y_2(s)}{u_2(s)} &= G_{p,22} - \frac{G_{p,12}}{G_{p,11}} G_{p,21}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Легко показать, что стационарные коэффициенты передаточных функций (при $s = 0$) такие же, как коэффициенты усиления замкнутого контура. Другими словами, усиление контура в результате воздействия компенсаторов такое же, как усиление замкнутого контура без компенсаторов. Это важно, потому что каждый компенсатор удерживает управляемую переменную постоянной, когда управляющее воздействие на другом входе изменяется.

Приведенные выше уравнения показывают, что в этом методе элементы развязки независимы от применяемых регуляторов. Он-лайн настройки регуляторов, следовательно, не требуют перепроектирования элементов развязки; закон управления может быть изменен от ПИ на ПИД или на другой регулятор без потери эффекта развязки.

2. Синтез алгоритма адаптивного управления

Для решения задачи управления отдельными контурами в многосвязном объекте в условиях неопределенности в статье рассматривается метод построения адаптивного управления с эталонной моделью.

Пусть передаточная функция каждого из контуров объекта управления имеет вид

$$y = G_p(s)u = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} u, \quad (2.1)$$

где $u(t)$ — скалярное управляющее воздействие; $y(t)$ — скалярная регулируемая переменная, доступная для измерения; $Z_p(s)$, $R_p(s)$ — нормализованные полиномы ($\deg Z_p = m$ и $\deg R_p = n$); k_p — известный коэффициент усиления.

Для указанных классов систем будем решать задачу адаптивного управления с эталонной моделью параметрически неопределенными объектами. Необходимо синтезировать систему управления таким

образом, чтобы уравнения выхода объекта были близки к уравнениям выхода эталонной модели (ЭМ)

$$y_m = W_m(s)r = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} r = C_m^T (sI - A_m)^{-1} B_m r, \quad (2.2)$$

где $r(t)$ — скалярное ограниченное задающее воздействие; $y_m(t)$ — скалярная переменная, доступная для измерения; $Z_m(s)$, $R_m(s)$ — нормализованные полиномы ($\deg Z_m = m_1$ и $\deg R_m = n_1$) и k_m — известный коэффициент усиления.

Требуется синтезировать закон управления $u(t)$, содержащий только измеряемые сигналы $y(t)$, $y_m(t)$, $u(t)$, но не их производные, обеспечивающий ограниченность всех траекторий замкнутой системы и выполнение дополнительной цели управления

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_m) = 0. \quad (2.3)$$

Сформулированная задача решается при следующих предположениях:

1. Полиномы $Z_p(s)$, $Z_m(s)$, $R_m(s)$ — гурвицевы (s — комплексная переменная в преобразованиях Лапласа).

2. Пары (A_m, B_m) , (A_p, B_p) управляемы, (A_m, C_m) , (A_p, C_p) наблюдаемы.

3. Известны порядки полиномов n , m и относительная степень $\mu = n - m > 1$.

4. Известен знак коэффициента k_p (без потери общности будем считать, что $k_p > 0$).

5. Измерению доступны величины y , y_m , u , r .

В основе решения задачи синтеза лежит лемма Якубовича—Калмана и некоторые другие, в том числе леммы Лифшица, Мейера и Андерсона. Следующие утверждение и теорема устанавливают класс динамических моделей, для которых возможно построение устойчивых схем адаптивного управления и идентификации [1—4].

Утверждение 2.1. Для любых трех гурвицевых полиномов $a(s)$, $b(s)$ и $\gamma(s)$ с единичными коэффициентами при старших степенях и удовлетворяющих условиям

- 1) $a(s)$, $b(s)$ относительно неприводимы (не имеют одинаковых корней) и $\deg a(s) - \deg b(s) = \mu = n - m$;
 - 2) $b(s)$ является делителем полинома $\gamma(s)$;
 - 3) $\deg \gamma(s) = l \geq n - 1$,
- существуют такие полиномы

$$\delta(s) = \delta_{l-1}s^{l-1} + \delta_{l-2}s^{l-2} + \dots + \delta_0,$$

$$\varphi(s) = \varphi_l s^l + \varphi_{l-1}s^{l-1} + \dots + \varphi_0$$

степени $(l-1)$ и l соответственно, что объект управления с передаточной функцией (2.1) может быть описан уравнением вида

$$y(t) = k \frac{b(s)}{a(s)} \left[u(t) - \frac{\delta(s)}{\gamma(s)} u(t) - \frac{\varphi(s)}{\gamma(s)} y(t) \right] + \sigma(t), \quad (2.4)$$

где $\sigma(t)$ — экспоненциально затухающая функция, порожденная ненулевыми начальными условиями. Коэффициенты полиномов $\delta(s)$ и $\varphi(s)$ зависят от параметров объекта и поэтому в рамках адаптивной постановки задачи считаются неизвестными. Кроме того, полагаем $l = n - 1$, что гарантирует минимальное число настраиваемых параметров.

Таким образом, вычитая из канонической формы (2.4) уравнение ЭМ (2.2), получаем модель ошибки

$$e_1(t) = k \frac{b(s)}{a(s)} \left[u(t) - \frac{\delta(s)}{\gamma(s)} u(t) - \frac{\varphi(s)}{\gamma(s)} y(t) - \frac{1}{k} \frac{a(s)}{b(s)} W_m(s) r(t) \right]$$

$$\text{или } e_1(t) = kW_*(s)[u(t) - \bar{W}^T \Theta^*(t)], \quad (2.5)$$

где $W_*(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$; \bar{W} — вектор регрессии и Θ^* — вектор постоянных коэффициентов.

Для формирования вектора регрессии $\bar{W}(t)$ можно использовать "фильтры состояния" вида

$$\dot{V}_1 = \Lambda V_1 + lu, \quad V_1(0) = 0;$$

$$\dot{V}_2 = \Lambda V_2 + ly, \quad V_2(0) = 0,$$

где $V_1, V_2 \in R^n$; Λ — сопровождающая матрица многочлена $\gamma(s)$; $l^T = (0, \dots, 0, 1)$. При этом вектор регрессии имеет вид

$$\bar{W}(t) = [V_1^T(t); y(t); V_2^T(t); Ar(t)]^T; \quad A(s) = \frac{a(s)}{b(s)} W_m(s).$$

Теорема 2.1. Пусть динамическая система представима полностью управляемой и наблюдаемой тройкой: $\{L^T, A_*, B_*\}$, где A_* — устойчивая матрица; L, B_* — векторы. Пусть даны симметричная положительно-определенная матрица $\Gamma = \Gamma^T > 0$ и вектор-функция $\bar{W}(t)$, элементы которой являются ограниченными и кусочно-непрерывными функциями времени. Тогда положение равновесия $(e, \tilde{\Theta}) = (0, 0)$ следующей системы дифференциальных уравнений

$$\dot{e}(t) = A_* e(t) + B_* \tilde{\Theta}^T(t) \bar{W}(t), \quad e_1 = L^T e(t); \quad (2.6)$$

$$\dot{\tilde{\Theta}} = -\Gamma e_1(t) \bar{W}(t), \quad (2.7)$$

где $e, \tilde{\Theta} = \Theta(t)$ — векторы соответствующих размерностей; $\tilde{\Theta}^T(t) \bar{W}(t) \in R^1$, при любых ограниченных начальных условиях $e(0), \Theta(0)$ является устойчивым по Ляпунову и, кроме того, $e_1(t) \rightarrow 0$ и $\tilde{\Theta}(t) \rightarrow 0$

при $t \rightarrow \infty$, если передаточная функция $W_*(s) = L^T(sI - A_*)^{-1}B_*$ является строго положительно-вещественной (СПВ) функцией. Более того, если компоненты вектора $\bar{W}(t)$ являются гармоническими сигналами с различными частотами, то система (2.6), (2.7) — асимптотически устойчивая.

Система уравнений (2.6), (2.7) представляет уравнение обобщенного настраиваемого объекта (ОНО), в состав которого, в зависимости от задачи, входят уравнения: исходного объекта, эталонной модели, регулятора, наблюдателя состояния (фильтров состояния) и генераторов дополнительных сигналов. Таким образом, для синтеза адаптивных систем предполагается следующий алгоритм синтеза:

- 1) приведение модели ошибки системы к виду (2.6);
- 2) выбор алгоритма адаптации в форме (2.7).

Однако, в общем случае, когда $W_*(s)$ не является СПВ функцией, условия теоремы 2.1 не выполняются и алгоритм (2.7) не применим. Для того чтобы избежать использования производных сигнала $e_1(t)$, необходимо опять получить СПВ функцию, связанную с некоторым измеримым модифицированным сигналом $\hat{e}_1(t)$. Этого можно добиться, если модифицировать ОНО [11, 12].

3. Компьютерная апробация алгоритма управления

В данном разделе приводится синтез управления на примере химического реактора [8]. Мы используем предложенный подход для синтеза адаптивного алгоритма, чтобы улучшить качество управления параметрически неопределенным объектом и повысить запас устойчивости его функционирования в разных стационарных точках.

Структуру модели объекта химического реактора можно представить в канонической форме (см. рис. 1), в которой управление u_1 является расходом теплоносителя, а управление u_2 — расходом реагента. Пусть выход y_1 представляет температуру реактора, а выход y_2 — концентрацию реагента в резервуаре. Тогда связи вход—выход могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{1,42s + 1,54}{s^2 + 1,46s + 0,51} u_1 + \frac{-0,02}{s^2 + 1,46s + 0,51} u_2; \\ y_2 &= \frac{-13,17s - 12,55}{s^2 + 1,46s + 0,51} u_1 + \frac{0,3s + 0,347}{s^2 + 1,46s + 0,51} u_2. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Путем проверки элементов МОУ можно определить подходящие пары для управления. Тогда, используя уравнения (1.2), получаем:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1,8857 & -0,8857 \\ -0,8857 & 1,8857 \end{bmatrix}.$$

Это означает, что внутренние связи между контурами управления действуют друг на друга отрицательно (противоположно), и коэффициент усиления контура уменьшается либо меняет знак, когда другой контур замкнут. Для того чтобы исключить нежелательное влияние взаимодействия между контурами управления, применяем метод развязки. Предположим, что компенсатор $G_c^*(s)$ имеет структуру

$$G_c^*(s) = \begin{bmatrix} 1 & G_{c,12}^*(s) \\ G_{c,21}^*(s) & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица GG_c^* — диагональная, если

$$G_{c,12}^*(s) = -\frac{G_{12}}{G_{11}} = \frac{0,02}{1,42s + 1,54};$$

$$G_{c,21}^*(s) = \frac{G_{21}}{G_{22}} = \frac{13,17s + 12,55}{0,3s + 0,347}.$$

Таким образом, можно построить адаптивную систему управления для основных контуров (3.1), которые описываются передаточной функцией в общем виде

$$y_p = \frac{k_p(s + b_0)}{s^2 + a_1s + a_0} u_p; \quad y(t) = W(s)u(t),$$

где $k_p > 0$, $b_0 > 0$ и k_p , a_1 , a_0 — неизвестные параметры и $n = 2$.

Желаемое поведение объекта по выходу зададим эталонной моделью с передаточной функцией

$$W_m(s) = k_m \frac{s + 1}{s^2 + 3s + 4,834}; \quad y_m(t) = k_m W_m(s)r(t),$$

где $k_m = 4,834$.

Управление в соответствии с $u_p(t) = \bar{W}^T(t)\Theta(t)$, где $\Theta(t)$ — вектор настраиваемых параметров;

$\bar{W}^T(t)$ — вектор регрессии, имеет вид

$$u_p = \theta_1^T \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u_p + \theta_2^T \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y_p + \theta_3^T y_p + \theta_4 r,$$

где $\theta_1, \theta_2 \in R^{n-1}$, $\theta_3, \theta_4 \in R^1$ — настраиваемые параметры регулятора; $\bar{W} = [V_1^T, V_2^T, y_p, r]$ и $\Theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \theta_3, \theta_4] \in R^{2n}$, $\alpha(s) = \alpha_{n-2}(s) = [s^{n-2}, s^{n-3}, \dots, s, 1]^T$ при $n \geq 2$ и $\alpha(s) = 0$ при $n = 1$; Λ — произвольный устойчивый полином степени $n - 1$, т. е. $\Lambda = s^{n-1} + \lambda_{n-2}s^{n-2} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0 = \det(sI - F)$.

Выбрав $F = -5$, $g = 1$, получим следующие фильтры состояния:

$$\dot{V}_1 = -5V_1 + u_p, V_1(0) = 0;$$

$$\dot{V}_2 = -5V_2 + y_p, V_2(0) = 0.$$

$$\text{Тогда } u_p = \theta_1^T \frac{1}{s+5} u_p + \theta_2^T \frac{1}{s+5} y_p + \theta_3^T y_p + \theta_4 r.$$

Используем схему динамической расширенной ошибки, т. е. выражаем обобщенную модель ошибки в виде $e_1 = W_{m\rho}^*(\tilde{\Theta}^T \bar{W})$, где $\tilde{\Theta} = \Theta(t) - \Theta^*$ представляет параметрическую ошибку. Поскольку относительная степень полученной модели равна единице, $C_c^T (sI - A_c)^{-1} B_c c_0^* = W_m$ является СПВ функцией и выполняются основные условия теоремы 2.1, то можно выбрать алгоритм адаптации в форме (2.7) или использовать алгоритм адаптации на основе функции Ляпунова для настройки параметров регулятора следующим образом.

Пусть функция Ляпунова имеет вид $V(\tilde{\Theta}, e_1) = \frac{e_1^T P_c e_1}{2} + \frac{\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\Theta}}{2} |\rho^*|$, тогда $\dot{V} \leq 0$, если выбрать $\dot{\tilde{\Theta}} = \dot{\Theta} = -\Gamma \bar{W}^T(t) e_1(t) \text{sign} \rho^*$, где $\text{sign} \rho^* = \text{sign}(k_p/k_m)$, $e_1 = y_p - y_m$.

На рис. 3–5 (см. вторую сторону обложки) представлены результаты моделирования адаптивной системы при начальных значениях параметров объекта управления, заданных в виде (3.1), коэффициентах усиления алгоритма адаптации $\Gamma = 10I_{4 \times 4}$, начальных условиях $x(0) = 0$, $x_m(0) = 0$, $\theta(0) = (0, 0, 0, 0)$, $i = 1, \dots, 4$. Для того чтобы система была асимптотически устойчива ($e \rightarrow 0$, $\tilde{\Theta} \rightarrow 0$), достаточно чтобы задающие воздействия $r(t)$ включали не менее $k/2$ гармонических сигналов с различными частотами, где k — число настраиваемых параметров. Пусть задающее воздействие имеет вид $r_i(t) = A_i + 0,1 \sin(0,1t) + 0,2 \sin(0,2t)$, где $A_1 = 10$ и $A_2 = 2$, $i = 1, 2$.

Следует отметить, что в ряде случаев можно улучшать качество управления и адаптации путем модифицирования закона управления (и/или алгоритма адаптации), вводя дополнительные сигналы либо ограничение на возможные значения параметров исходя из априорной информации [6]. Например, добавляя сигнал $a_u = \dot{\Theta}^T \bar{W}$ в закон управления, можно улучшить качество переходного процесса.

Заключение

Сочетание методов децентрализации с адаптацией особенно эффективно, когда существует параметрическая неопределенность в объекте управления. В таких объектах компенсаторы позволяют адаптивным регуляторам меньше и надежнее работать, и значительно упрощается процесс синтеза регуляторов. Одним из недостатков применения динамических компенсаторов является сокращение нулей и полюсов передаточной функции (ПФ). Сокращение приводит к негрубости, когда оно касается только правых полюсов или нулей, так как в реальной ситуации (при неточном совпадении сокращаемых корней) вместо ожидаемой взаимной компенсации получаются близко расположенные нуль и полюс в правой полуплоскости. Сокращение нежелательно и при точной компенсации правых полюсов, так как оно искажает представление и об истинной размерности, и об истинном характере системы. Для решения этой проблемы существуют два подхода: использовать методы взаимно простой факторизации ПФ, при которых числитель и знаменатель передаточных функций, входящих в ПФ системы в виде сомножителей, должны быть взаимно простыми, или применять статические компенсаторы, позволяющие понизить порядок замкнутой системы по сравнению с динамическими компенсаторами.

Список литературы

1. **Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.** Нелинейное адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
2. **Андривеский Б. А., Фрадков А. Л.** Избранные главы теории автоматического управления. СПб.: Наука, 1999.
3. **Цыкунов А. М.** Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 268 с.
4. **Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т. 5: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 784 с.**
5. **Slotine Jean-Jacques E., Li Weiping.** Applied Non-linear Control. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall. P. 350–389.
6. **Petros A., Ioannou Jing S.** Robust Adaptive Control. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1996.
7. **Karl J. Astrom and Bjorn Wittenmark.** Adaptive Control. Second edition. Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
8. **Smith C. A., Corripio A. B.** Principles and practice of automatic process control, John Wiley & Sons, Inc. Second edition, 1997.
9. **Goodwin G. C. and Sin K. C.** Adaptive Filtering Prediction and Control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1984.
10. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Метод динамической развязки каналов управления в многосвязных объектах // Изв. вузов. Приборостроение. 2002. № 7. С. 28–34.

Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук, проф.,

Г. А. Саитова, канд. техн. наук, доц.,

А. Ш. Назаров, аспирант,

Уфимский государственный
авиационный технический университет
anv.naz@mail.ru, ilyasov@tc.ugatu.ac.ru

Об одном подходе к построению адаптивных многосвязных систем автоматического управления сложным динамическим объектом

Предложен подход к построению адаптивных многосвязных систем автоматического управления сложным динамическим объектом (СДО), позволяющий обеспечить устойчивость и желаемое качество управления как многосвязной системы в целом, так и ее отдельных подсистем на всех режимах работы СДО. Приводятся примеры, иллюстрирующие реализацию предлагаемого подхода.

Ключевые слова: управление в адаптивных системах, многосвязная система автоматического управления, многосвязное регулирование

Введение

Основная трудность, возникающая в процессе проектирования многосвязных систем автоматического управления (МСАУ) сложным динамическим объектом (СДО) различной физической природы (технической, социально-экономической, биологической), заключается в обеспечении свойств устойчивости и желаемого качества управления как многосвязной системы в целом, так и ее отдельных подсистем на всех режимах работы СДО, поскольку при изменении компоновки системы или изменении динамических свойств ее отдельных подсистем меняются и параметры описывающей ее системы дифференциальных уравнений. Для преодоления указанных трудностей подобные системы проектируют в классе адаптивных МСАУ. В целях придания МСАУ СДО свойств адаптации к постоянно изменяющимся условиям функционирования требуется разработка структуры, реализующей алгоритмы адаптивного управления для управляющей части МСАУ, а также создание прикладных методов и алгоритмов адаптации управляющей части МСАУ.

На сегодняшний день известны два основных направления, в которых развиваются методы проектирования адаптивных МСАУ. К первому относятся методы, основанные на использовании описания системы в пространстве состояний в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка в форме Коши. Такие известные ученые, как Я. З. Цып-

кин, Б. Н. Петров, В. Ю. Рутковский, С. Д. Земляков, Р. М. Юсупов, А. Л. Фрадков и др., посвятили свои научные работы данному классу методов адаптивного управления. Отметим, что уравнения в переменных состояниях позволяют с математической точки зрения разработать единые методы численного решения этих уравнений на ЭВМ, а алгоритмы управления, синтезированные на их основе, могут быть использованы для решения некоторого класса задач, однако эти процедуры достаточно сложны и требуют больших вычислительных ресурсов. К тому же абстрактность вектора состояния, трудность его измерения делают его сложным для освоения с прикладной точки зрения [1].

К другому направлению развития методов проектирования адаптивных МСАУ относятся методы, использующие описание движения системы в форме матричных передаточных функций (МПФ). Наибольший вклад в развитие данных методов внесли такие ученые, как М. В. Мееров, В. Т. Морозовский, П. И. Чинаев, Р. Т. Янушевский и др. Описание и исследование адаптивных МСАУ с помощью матричного аппарата делает процесс их проектирования наглядным с точки зрения математического подхода к проектированию МСАУ. Однако данный подход не позволяет проводить системное исследование МСАУ с учетом особенностей ее внутреннего строения, что часто является необходимым условием обеспечения ее качества, а также не ведет к упрощению процесса синтеза алгоритмов адаптации с позиции вычислительной сложности [1–2].

Предлагаемый ниже формализованный подход к осуществлению адаптивного управления, а также к синтезу структур управляющей части МСАУ СДО основан на способе системного описания МСАУ на уровне отдельных подсистем и многомерных элементов связи между ними. Данный способ описания, предложенный академиком Б. Н. Петровым и его учениками, представлен в работах [3–4] и относится к одному из направлений развития методов, использующих описание систем в форме МПФ, поэтому он также сохраняет относительную простоту и наглядность. Однако по сравнению с классическим описанием МСАУ с помощью МПФ предлагаемый способ позволяет оценивать влияние на устойчивость и качество всей МСАУ как динамических свойств отдельных подсистем, так и связей между ними, что дает возможность в полной мере учесть структурные особенности МСАУ, а также упростить процесс синтеза алгоритмов ее адаптации с позиции вычислительной сложности.

Концепция построения адаптивной МСАУ СДО

В основе предлагаемого подхода лежит классическая структура, реализующая метод адаптации МСАУ по ее модели с замкнутыми контурами адап-

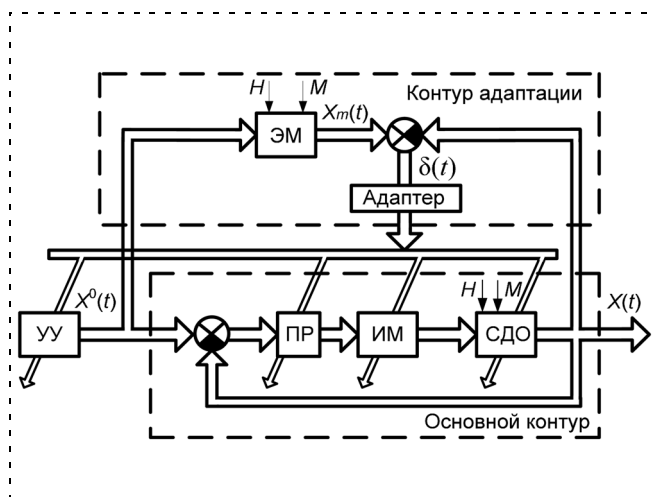


Рис. 1. Обобщенная структурная схема адаптивной МСАУ: УУ — устройство управления; ИМ — исполнительный механизм; $X^0(t)$ — управляющее воздействие

тации, структурная схема которой представлена на рис. 1. Здесь желаемое значение $X_m(t)$ эталонной модели динамической характеристики определяется в блоке расчета эталонной модели (ЭМ) в соответствии с режимами работы СДО, определяемыми параметрами H и M внешней среды. Далее $X_m(t)$ сравнивается с текущим значением динамической характеристики $X(t)$.

Затем блок "Адаптер" в соответствии с алгоритмом по ошибке $\delta(t)$ адаптации принимает решение о необходимости воздействия на систему и, в зависимости от выбранного способа управления, выполняет требуемую манипуляцию над системой. В данном подходе рассматриваются методы регулирования МСАУ за счет программного изменения динамических характеристик перестраиваемого регулятора (ПР) путем варьирования его коэффициентов и структуры или введения в ПР дополнительных перекрестных связей между отдельными подсистемами.

В зависимости от характера изменений динамических характеристик МСАУ, возникающих в процессе ее функционирования, целесообразно выделить три различных класса МСАУ СДО:

- *I класс* — МСАУ, у которых в процессе функционирования происходят изменения динамических характеристик отдельных подсистем, при этом динамические характеристики многомерных связей между ними существенно не меняются;
- *II класс* — МСАУ, у которых в процессе функционирования происходят изменения динамических характеристик многомерных связей между отдельными подсистемами. При этом динамические характеристики самих отдельных подсистем существенно не меняются.

- *III класс* — МСАУ, у которых в процессе функционирования происходят изменения как динамических характеристик отдельных подсистем, так и динамических характеристик многомерных связей между ними.

Таким образом, адаптивное управление МСАУ СДО предлагается осуществлять в соответствии с выделенными классами МСАУ.

Механизм адаптации МСАУ I класса

Предполагается, что каждая из отдельных подсистем МСАУ адаптируется по собственной модели, которая рассчитана частотным методом из условия работы этой подсистемы в составе МСАУ на данном режиме, т. е. на определенных расчетных режимах работы МСАУ все подсистемы реагируют на входное управляющее воздействие аналогично их моделям, поскольку связи между подсистемами не меняются.

Далее вся область движения объекта (все возможные вариации параметров внешней среды H и M , определяющих режим функционирования СДО) разбивается на подобласти, внутри которых каждой подсистеме ставится в соответствие своя модель, также рассчитанная из условий работы подсистемы в составе МСАУ в новых условиях функционирования СДО. Переход от одной модели подсистемы к другой осуществляется по информации об изменении внешних условий и режимов работы объекта управления.

Затем по отклонениям движения подсистем от их моделей осуществляется коррекция параметров и структуры локальных регуляторов.

Целью управляющих воздействий на регуляторы отдельных подсистем в исследуемой адаптивной МСАУ является обеспечение желаемых свойств системы при изменении динамических свойств объекта управления. Для данной концепции желаемые свойства системы задаются в виде взаимного расположения на комплексной плоскости амплитудно-фазовых характеристик (АФХ) отдельных подсистем и характеристик связей между ними.

С учетом того, что каждая модель подсистемы на каждом режиме функционирования рассчитана с учетом характеристики многомерной связи со всеми подсистемами МСАУ, приближение индивидуальной характеристики (ИХ) АФХ подсистемы к этой модели позволит решить задачу адаптации всей МСАУ рассматриваемого класса к новым внешним условиям.

Пример 1. Рассмотрим систему управления трехсвязным динамическим нестационарным объектом. Модель МСАУ исследуемым объектом представлена на рис. 2.

Рассмотрим два основных режима работы исследуемой МСАУ.

Базовый режим работы объекта управления (режим 1) — режим, при котором информативные параметры имеют некоторые базовые значения (H_0, M_0). Пусть матричная передаточная функция многомерного объекта на заданном режиме равна

$$W(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) & W_{13}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) & W_{23}(s) \\ W_{31}(s) & W_{32}(s) & W_{33}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{0,6s + 1} \begin{bmatrix} 0,5 & 0,6 & -0,15 \\ 0,25 & 0,6 & -0,1 \\ 0,8 & -0,6 & 0,15 \end{bmatrix}.$$

Далее, определив желаемые передаточные функции для отдельных подсистем МСАУ на данном режиме $\Psi_{ji}(s) =$

$= 1/(a_0s^2 + a_1s + 1)$, где $i = \overline{1, 3}$, $a_0 = 0,45 \text{ с}^2$, $a_1 = 1,675 \text{ с}$, синтезируем ИХ $\Phi_i^0(s)$ подсистем из условия равенства функций $G_i[\Phi(s), h(s)]$ и желаемых ПФ $\Psi_{ji}(s)$ в режиме управления для каждого регулируемого параметра: $G_i[\Phi^0(s), h(s)] = \Psi_{ji}(s)$ [5, 2].

При этом в качестве ИХ $\Phi_i^0(s)$ отдельной подсистемы МСАУ рассматривается ее индивидуальная передаточная функция в режиме управления, когда подсистема функционирует в изолированном от других подсистем состоянии:

$$\Phi_i^0(s) = \frac{X_i(s)}{X_i^0(s)} = \frac{R_i(s)W_{ii}(s)}{1 + R_i(s)W_{ii}(s)},$$

где $i = \overline{1, n}$ — порядок МСАУ; $W_{ij}(s)$ — передаточные функции разомкнутых отдельных подсистем многосвязного объекта управления, а $R_i(s)$ — передаточные функции регуляторов локальных подсистем. Функция $G_i[\Phi(s), h(s)]$ рассматривается в качестве ПФ i -й подсистемы в режиме управления при ее работе в составе многосвязной системы. Согласно [5] ПФ $G_i[\Phi(s), h(s)]$ для трехмерной системы с однотипными ИХ $\Phi_1(s) = \Phi_2(s) = \dots = \Phi_n(s) = \Phi(s)$ отдельных подсистем определяется следующим образом:

$$G_i(s) = \frac{X_i(s)}{X_i^0(s)} = \frac{\Phi(s)[1 + \Phi^2(s)h_{jk}(s)] + \Phi^2(s)h_{ij}(s) + \Phi^2(s)h_{ik}(s) + \Phi^3(s)h_3}{1 + \Phi^2(s)h_{12}(s) + \Phi^2(s)h_{23}(s) + \Phi^2(s)h_{13}(s) + \Phi^3(s)h_3},$$

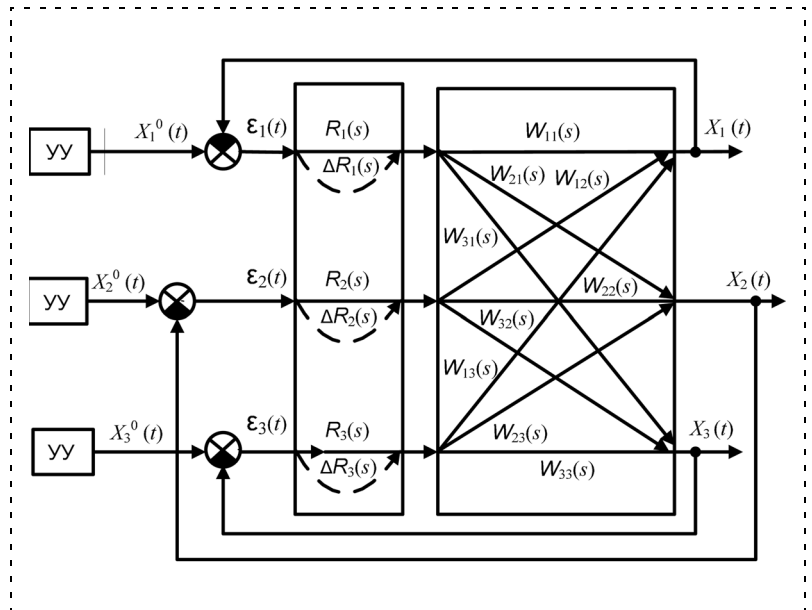


Рис. 2. Структурная схема исследуемой трехмерной САУ

где $h_{ij}(s) = \frac{\det \|W_{ij}(s)\gamma_{ij}\|_{2 \times 2}}{\det \|W_{ij}(s)\delta_{ij}\|_{2 \times 2}}$; $h_3(s) = \frac{\det \|W_{ij}(s)\gamma_{ij}\|_{3 \times 3}}{\det \|W_{ij}(s)\delta_{ij}\|_{3 \times 3}}$

характеристики связи отдельных подсистем;

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} 1, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} \quad k = 2, 3; \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad k = 2, 3.$$

Данные характеристики отражают реально существующие взаимоотношения между подсистемами и строятся из динамических звеньев, выражающих эти соотношения. В общем случае связь между парами, тройками, четверками и последующей размерностью подсистем может быть охарактеризована с помощью определителей матриц вида: $L_k(s) = \|W_{ij}(s)\gamma_{ij}\|_{k \times k}$. В процессе анализа и синтеза МСАУ часто бывает важно выявить не столько абсолютное действие самих перекрестных связей, сколько их действие относительно прямых связей в объекте, которые характеризуются определителями матриц вида: $M_k(s) = \|W_{ij}(s)\delta_{ij}\|_{k \times k}$. Эту относительную связь и рассматривают в качестве приведенных характеристик связи [3, 5].

В общем виде аналитическое выражение синтезируемой ИХ $\Phi_i^0(s)$ является достаточно громоздким, поэтому решим данную задачу графоаналитическим методом в комплексной плоскости. Для этого в выражении $\Phi_i^0(s)$ выполним замену $s = j\omega$ и построим годограф $\Phi_i^0(j\omega)$ при $\omega \in (0; +\infty)$. Полученный годограф $\Phi_i^0(j\omega)$ аппроксимируем годографом $\Phi_i(j\omega)$ дробно-рациональной функции $\Phi_i(s) = 1/(a_0s^2 + a_1s + 1)$, где $a_0 = 0,08 \text{ с}^2$, $a_1 = 0,8 \text{ с}$.

Согласно [5] характеристическое уравнение n -мерной САУ с однотипными ИХ $\Phi_1(s) = \Phi_2(s) = \dots = \Phi_n(s) = \Phi(s)$ имеет вид

$$D(\Phi(s), h(s)) = 1 + h_2(s)\Phi^2(s) + h_3(s)\Phi^3(s) + \dots + h_n(s)\Phi^n(s) = 0.$$

Запишем то же уравнение для исследуемой МСАУ:

$$1 + h_2(s)\Phi^2(s) + h_3(s)\Phi^3(s) = 0. \quad (1)$$

Далее рассчитаем значения характеристик связей, входящих в состав данного уравнения при $s = 0$: $h_2(0) = h_{12}(0) + h_{13}(0) + h_{23}(0) = 0,433$; $h_3(0) = -0,567$. Проведем в данном уравнении замену $x = \Phi(s)$, определим его корни μ_i , решив его относительно переменной x .

На рис. 3 приведено взаимное расположение годографа сепаратных подсистем МСАУ $\Phi(j\omega)$ и корней μ_i характеристического уравнения связи системы. В соответствии с рис. 3 можно сделать вывод, что на расчетном режиме 1 исследуемая МСАУ устойчива, так как годограф $\Phi(j\omega)$ не охватывает ни один из корней характеристического уравнения системы [4].

На следующем этапе из условия

$$R_i(s) = \frac{\Phi_i(s)}{(1 - \Phi_i(s)) W_{ii}(s)}$$

синтезируем регулятор для каждой сепаратной подсистемы:

$$R_1(s) = \frac{2,5(0,6s + 1)}{s(0,1s + 1)}; R_2(s) = \frac{2,1(0,6s + 1)}{s(0,1s + 1)};$$

$$R_3(s) = \frac{8,5(0,6s + 1)}{s(0,1s + 1)}.$$

Далее рассмотрим режим 2 работы объекта управления в новых условиях его функционирования

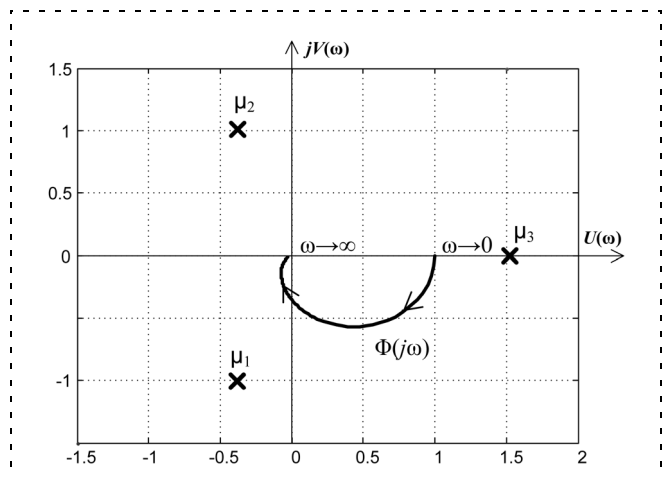


Рис. 3. Взаимное расположение годографа сепаратных подсистем МСАУ $\Phi(j\omega)$ и корней μ_i на режиме 1

($H \neq H_0, M \neq M_0$). Запишем передаточную функцию многомерного объекта для данного режима:

$$W(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) & W_{13}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) & W_{23}(s) \\ W_{13}(s) & W_{32}(s) & W_{33}(s) \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15s + 1} \begin{bmatrix} 13,5 & 0,55 & -4 \\ 7,5 & 0,6 & -3 \\ 20 & -0,6 & 3,5 \end{bmatrix}.$$

В качестве эталонной модели динамической характеристики сепаратной подсистемы для исследуемой МСАУ примем годограф $\Phi^*(j\omega) = \Phi(j\omega)$ на базовом режиме 1.

Исследовав взаимное расположение годографа сепаратных подсистем МСАУ $\Phi(j\omega)$ и корней μ_i характеристического уравнения МСАУ для данного режима работы, приведенное на рис. 4, можно сделать вывод, что МСАУ на данном режиме неустойчива, так как годограф $\Phi(j\omega)$ охватывает корни характеристического уравнения системы. Второй вывод заключается в том, что корни μ_i характеристического уравнения МСАУ, отражающие влияние связей между подсистемами на устойчивость системы в целом, на данном режиме работы меняются незначительно, что делает достаточным адаптацию исследуемой МСАУ путем изменения передаточных функций (ПФ) ее сепаратных подсистем. Таким образом, исследуемую систему на данном режиме можно отнести к I классу МСАУ.

Далее решим задачу адаптации исследуемой МСАУ к ее новому режиму работы.

Пусть желаемые передаточные функции для сепаратных подсистем МСАУ на данном режиме имеют вид: $\Psi_{ji}(s) = 1/(a_0s^2 + a_1s + 1)$, где $a_0 = 9 \text{ с}^2$,

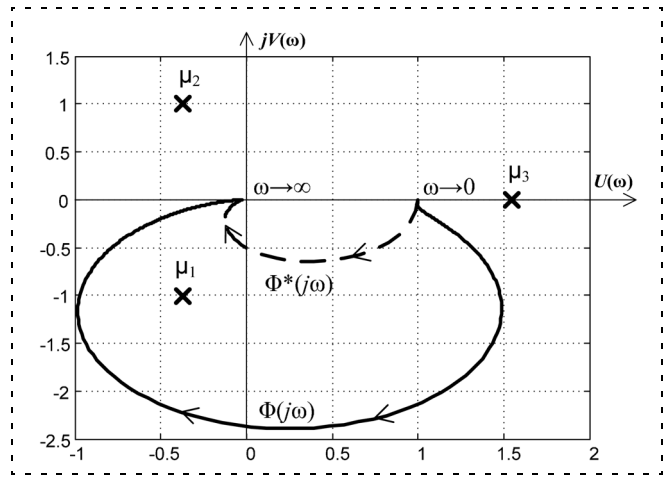


Рис. 4. Взаимное расположение эталонного $\Phi^*(j\omega)$ и реального $\Phi(j\omega)$ годографов сепаратных подсистем МСАУ совместно с корнями μ_i на режиме 2

$a_1 = 7,5$ с. Проведем процедуру синтеза требуемых регуляторов $R_{жi}(s)$ сепаратных подсистем на данном режиме, аналогично приведенной выше последовательности для базового режима работы.

Передаточные функции регуляторов на данном режиме можно представить следующим образом:

$$R_{1ж}(s) = \frac{0,015(15s+1)}{s(0,1s+1)}; R_{2ж}(s) = \frac{0,35(15s+1)}{s(0,1s+1)};$$

$$R_{3ж}(s) = \frac{0,06(15s+1)}{s(0,1s+1)}.$$

Желаемые движения в локальных подсистемах можно осуществлять с помощью изменения либо коэффициентов, либо структуры локальных регуляторов $R_i(s)$ на текущем режиме работы из условия приближения $R_i(s)$ к желаемым ПФ локальных регуляторов $R_{iж}(s)$ на данном режиме. Дополнительные алгоритмы управления $\Delta R_i(s)$ для каждой сепаратной подсистемы исследуемой МСАУ определим из условия: $\Delta R_i(s) = R_{iж}(s) - R_i(s)$. Синтезированные передаточные функции $\Delta R_i(s)$ для данной модели МСАУ имеют вид: $\Delta R_1(s) = -\frac{2,49(0,51s+1)}{s(0,1s+1)}$;

$$\Delta R_2(s) = \frac{1,75(2,3s-1)}{s(0,1s+1)}; \Delta R_3(s) = -\frac{8,45(0,5s+1)}{s(0,1s+1)}.$$

Вывод. Результаты моделирования переходных процессов в данной МСАУ подтвердили, что включение в базовые регуляторы локальных подсистем $R_i(s)$ синтезированных алгоритмов $\Delta R_i(s)$ эквивалентно организации в сепаратных подсистемах желаемых локальных регуляторов $R_{iж}(s)$, которые обеспечивают требуемые запасы устойчивости МСАУ в целом, а также качество управления по каждой из регулируемых координат. Это подтверждает правильность сделанных ранее выводов о возможности адаптации МСАУ I класса путем изменения динамических характеристик локальных подсистем МСАУ с помощью регуляторов, синтезированных частотными методами.

Механизм адаптации МСАУ II класса

Для решения задачи адаптации МСАУ данного класса предлагается использовать уровень адаптации МСАУ по эталонной модели многомерной связи (ЭММС) между ее сепаратными подсистемами. При этом ЭММС МСАУ предлагается формировать на основе заданной картины взаимного расположения на комплексной плоскости корней характеристического уравнения связи системы [4, 2].

Предполагается, что МСАУ в целом адаптируется по заданной ЭММС между ее сепаратными подсистемами, которая получена частотным методом из условия обеспечения требуемого качества управления МСАУ на данном режиме. Данное

предположение справедливо, поскольку динамические характеристики сепаратных подсистем в этом случае остаются постоянными.

Далее вся область движения объекта разбивается на подобласти, внутри которых каждой подсистеме ставится в соответствие своя ЭММС, также рассчитанная из условий работы подсистемы в составе МСАУ в новых условиях функционирования СДО.

Переход от одной модели многомерной связи к другой осуществляется по информации об изменении внешних условий и режимов работы объекта управления.

Затем по отклонениям движения подсистем от их ЭММС осуществляется коррекция параметров и структуры управляющей части МСАУ. В этом случае подразумевается связанное управление сепаратными подсистемами МСАУ через многомерный регулятор.

Целью управляющих воздействий на многомерный регулятор в исследуемой адаптивной МСАУ является обеспечение желаемых свойств многомерной связи системы при изменении динамических свойств объекта управления.

Пример 2. Рассмотрим систему управления трехсвязным динамическим нестационарным объектом. Модель МСАУ исследуемым объектом представлена на рис. 5.

Рассмотрим два основных режима работы исследуемой МСАУ.

Базовый режим работы объекта управления — режим 1. Пусть все характеристики исследуемой МСАУ на базовом режиме эквивалентны характеристикам МСАУ на базовом режиме в *примере 1*. В качестве ЭММС для исследуемой МСАУ примем картину расположения корней $\{\mu_j\}$ на базовом режиме 1: $\mu_1 = -0,38 - j$; $\mu_2 = -0,38 + j$; $\mu_3 = 1,52$.

Рассмотрим нерасчетный (для данного режима регуляторы локальных подсистем не синтезировались) режим работы объекта управления.

Запишем передаточную функцию многомерно-го объекта для данного режима 2:

$$W(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) & W_{13}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) & W_{23}(s) \\ W_{31}(s) & W_{32}(s) & W_{33}(s) \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{0,6s+1} \begin{bmatrix} 0,5 & 0,6 & -0,15 \\ 3,25 & 0,6 & -0,1 \\ 0,8 & -0,6 & 0,15 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

На первом этапе решения задачи проведем анализ устойчивости МСАУ аналогично проведенному в *примере 1* анализу для базового режима работы 1.

Анализ взаимного расположения годографа сепаратных подсистем МСАУ $\Phi(j\omega)$ и корней μ_j ха-

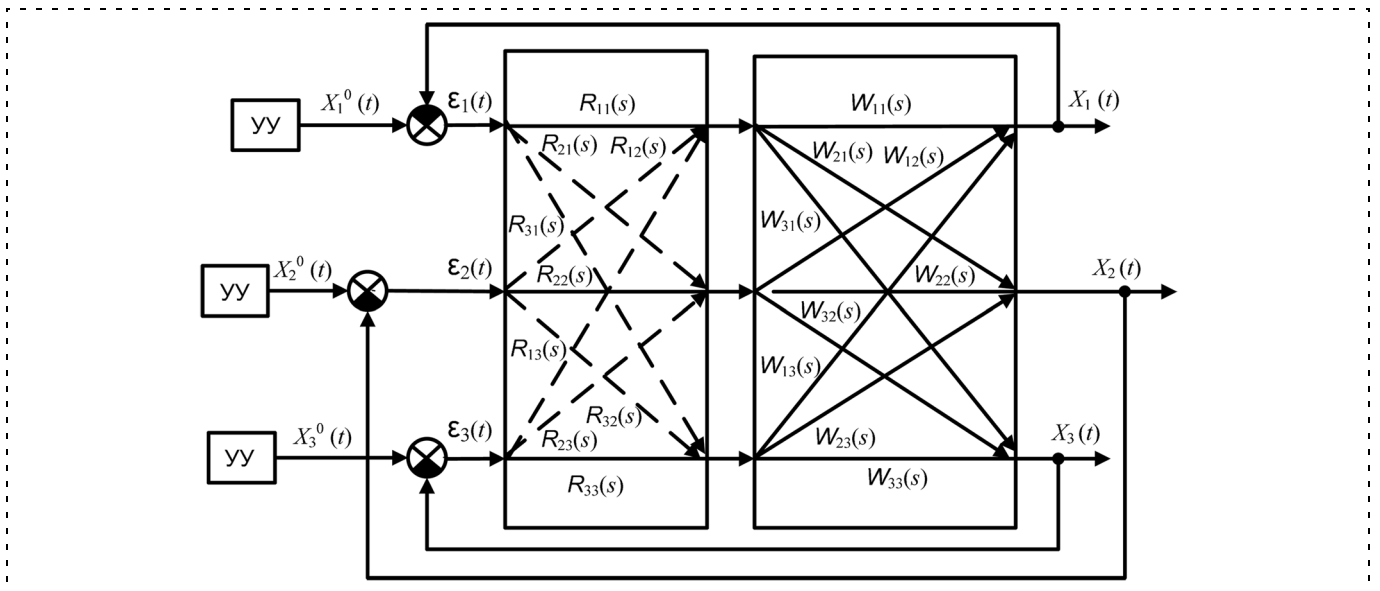


Рис. 5. Структурная схема исследуемой трехмерной САУ

рактического уравнения связи системы для режима работы 2, представленного на рис. 6, позволяет сделать вывод, что исследуемая система неустойчива, так как годограф $\Phi(j\omega)$ охватывает корни характеристического уравнения связи системы.

Из выражения $D(\Phi(0), h(0)) = 1 + \sum_{k=2}^n h_k(0) = 0,85$

следует, что на данном режиме исследуемая МСАУ статически устойчива [6].

Далее решим задачу адаптации исследуемой МСАУ к ее новому режиму работы — режиму 2. Поскольку на данном режиме индивидуальные характеристики $\Phi(j\omega)$ подсистем не изменяются, адаптацию МСАУ на данном режиме следует вести

путем изменения связей между ее отдельными подсистемами в целях приближения текущей характеристики многомерной связи к ЭММС.

Желаемые изменения расположения корней характеристического уравнения связи системы (1) между локальными подсистемами будем осуществлять путем введения перекрестных связей между локальными регуляторами подсистем из условия максимального приближения текущей динамической характеристики многомерной связи к ее модели для данного режима работы [7]. Анализ влияния связей между подсистемами на устойчивость МСАУ показал, что отрицательное влияние на запасы устойчивости системы в целом оказывает характеристика связи $h_{1,2}$, поэтому дальнейший синтез стабилизирующих характеристик между подсистемами связей будем вести только для 1,2 подсистем. С учетом вышесказанного синтезируем искусственные стабилизирующие связи R_{12} и R_{21} между соответствующими локальными подсистемами исследуемой МСАУ. Запишем выражение для характеристики связи $h_{\Sigma 3}$ между подсистемами исследуемой МСАУ:

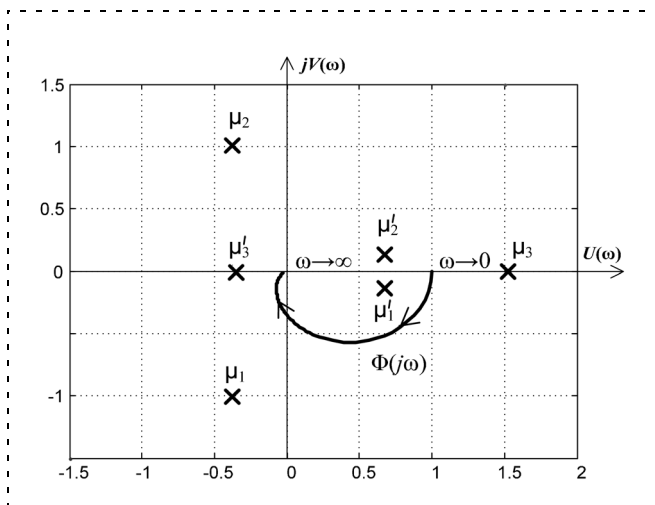


Рис. 6. Взаимное расположение годографа отдельных подсистем МСАУ $\Phi(j\omega)$ и корней μ_i на режиме 1, μ'_i на режиме 2

$$h_{\Sigma 3} = \frac{\det \| \| W(s) R(s) \|_{ij} \gamma_{ij} \|_{3 \times 3}}{\det \| \| W(s) R(s) \|_{ij} \delta_{ij} \|_{3 \times 3}}$$

$$= \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & W_{11}R_{12} + W_{12}R_{21} & W_{13}R_{33} \\ W_{21}R_{11} + W_{22}R_{21} & 0 & W_{23}R_{33} \\ W_{31}R_{11} + W_{32}R_{21} & W_{31}R_{12} + W_{32}R_{22} & 0 \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} W_{11}R_{11} + W_{12}R_{21} & 0 & 0 \\ 0 & W_{21}R_{12} + W_{22}R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & W_{33}R_{33} \end{vmatrix}}_{3 \times 3}$$

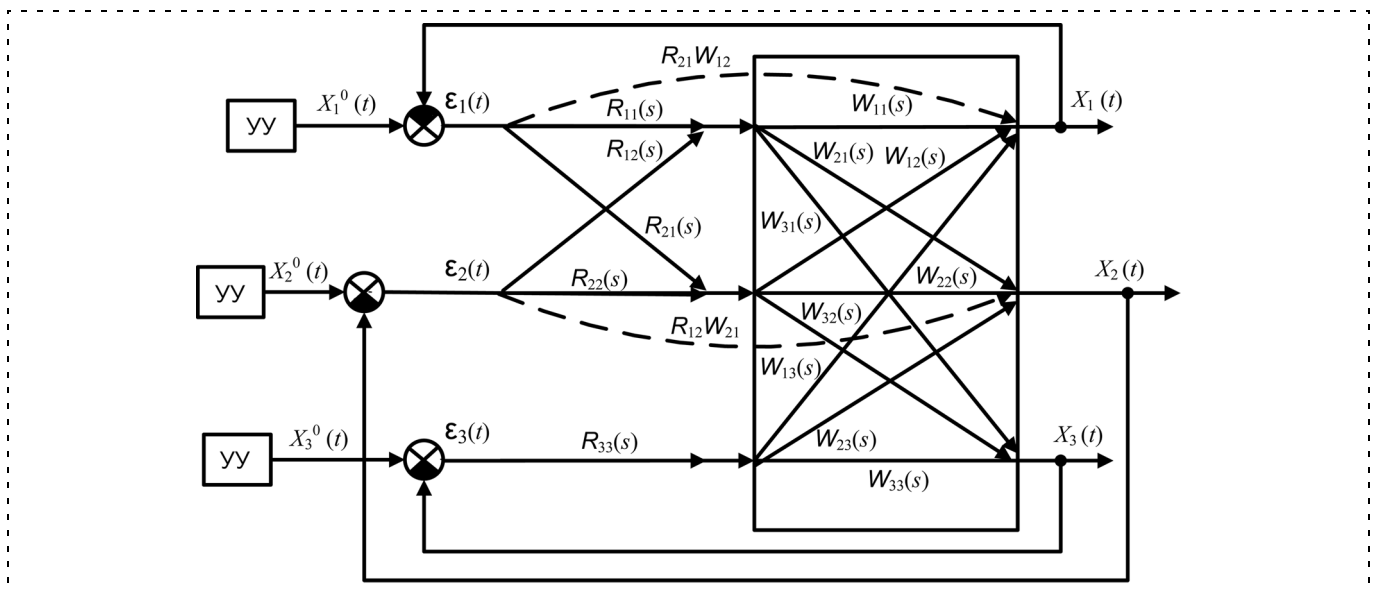


Рис. 7. Исследуемая трехмерная МСАУ с дополнительными контурами управления, возникшими в результате введения в нее стабилизирующих связей R_{12} и R_{21}

При этом МПФ многомерного регулятора $R(s)$ имеет следующий вид:

$$R(s) = \begin{bmatrix} R_{11}(s) & R_{12}(s) & 0 \\ R_{21}(s) & R_{22}(s) & 0 \\ 0 & 0 & R_{33}(s) \end{bmatrix}.$$

Необходимые условия для синтеза связей R_{12} и R_{21} можно представить в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{(W_{11}R_{12} + W_{12})(W_{21} + W_{22}R_{21})}{(W_{11} + W_{12}R_{21})(W_{21}R_{12} + W_{22})} - \\ -\frac{W_{13}(W_{31} + W_{32}R_{21})}{(W_{11} + W_{12}R_{21})W_{33}} - \frac{W_{23}(W_{31}R_{12} + W_{32})}{(W_{21}R_{12} + W_{22})W_{33}} = h_{\Sigma 2}; \\ [(W_{13}W_{21}W_{31}R_{12} + W_{21}W_{13}W_{32} + \\ + W_{13}W_{22}R_{21}W_{31}R_{12} + W_{13}W_{22}R_{21}W_{32} + \\ + W_{23}W_{31}W_{11}R_{12} + W_{31}W_{12}W_{23} + \\ + W_{23}W_{32}R_{21}W_{11}R_{12} + W_{23}W_{32}R_{21}W_{12})] / [(W_{11} + \\ + W_{12}R_{21})(W_{21}R_{12} + W_{22})W_{33}] = h_{\Sigma 3}. \end{cases}$$

При этом значения характеристик связи следующие: $h_{\Sigma 2} = h_2 = 0,433$; $h_{\Sigma 3} = h_3 = -0,567$.

Уравнения полученной системы упрощаются, если организовывать стабилизирующий многомерный регулятор не между локальными регуляторами подсистем, а перед ними, при этом коэффициенты усиления прямых регуляторов R_{ii} многомерного регулятора $R(s)$ выбираются равными единице: $K_{R_{ii}} = 1$. С учетом вышесказанного можно принять: $R_{11} = R_{22} = R_{33} = 1$, тогда полученная система

уравнений с учетом выражения (2) будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} -\frac{60580R_{12}^2 + 70311R_{12} + 94200R_{12}^2R_{21} +}{(5 + 6R_{21})(65R_{12} + 12) \times} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{+ 64206R_{12}R_{21} + 15030 + 8640R_{21}}{\times (244R_{12} + 45)} = -0,433; \\ \frac{0,244 - 0,43R_{12} + 0,09R_{21} - 0,042R_{21}R_{12}}{(0,5 + 0,6R_{21})(0,4880R_{12} + 0,09)} = -0,567. \end{cases}$$

Решая полученную систему, получаем следующие значения стабилизирующих связей: $R_{12} = \{-0,2; 0,56\}$; $R_{21} = \{-3,42; -0,56\}$.

Как показывает анализ получившихся контуров управления, представленных на рис. 7, введение в систему связей $R_{12} = -0,2$; $R_{21} = -3,42$; $-0,56$ приводит к возникновению контуров, образованных каналами $R_{21}W_{12}$ и $R_{12}W_{21}$, с сильной положительно обратной связью, которые приводят к структурной неустойчивости всей МСАУ, поэтому вводить данные связи нецелесообразно. Таким образом, задача обеспечения устойчивости исследуемой МСАУ на режиме 2 решается путем введения в нее только связи $R_{12} = 0,56$.

Вывод. Результаты моделирования переходных процессов МСАУ при введении в нее стабилизирующей связи $R_{12} = 0,56$ показали эффективность предложенного способа адаптации МСАУ к нерасчетным режимам работы за счет структурных преобразований регуляторов ее подсистем.

Предложенный метод адаптации МСАУ II класса позволяет сформировать такие связи между под-

системами, которые обеспечивают требуемые запасы устойчивости на всех режимах функционирования МСАУ.

Механизм адаптации МСАУ III класса

В общем случае адаптивное управление данным классом МСАУ представляет собой композицию из первых двух подходов к управлению нестационарными МСАУ СДО. При этом целесообразно на первом этапе проводить адаптацию динамической характеристики многомерной связи МСАУ из условия ее приближения к ЭММС, а на втором этапе выполнять адаптацию динамических характеристик сепаратных подсистем к их собственным эталонным моделям из условия обеспечения требований к качеству управления по каждой из регулируемых координат.

Заключение

Предложена концепция адаптивного управления МСАУ, основанная как на адаптации ее сепаратных подсистем к собственным эталонным моделям, так и на адаптации динамических характеристик связи между подсистемами к ЭММС. В рамках данной концепции рассмотрены методы адаптации различных классов МСАУ к новым режимам их функционирования. Данные методы, во-первых, имеют относительно небольшую вычислительную сложность при большом числе варьируемых параметров, во-вторых, делают систему некритичной

к относительно большому динамическому диапазону изменения параметров СДО. Кроме того, они в полной мере учитывают структурные особенности проектируемой МСАУ.

Работа поддержана грантами РФФИ 09-08-00490-а, 08-08-97039, 08-08-00774-а.

Список литературы

1. Рутковский В. Ю., Ильясов Б. Г., Кабальнов Ю. С. и др. Адаптивные системы управления газотурбинными двигателями летательных аппаратов / Под ред. М. Н. Красильщикова. М.: Изд-во МАИ, 1994. 224 с.
2. Ильясов Б. Г., Назаров А. Ш., Сaitова Г. А. Построение адаптивной многомерной системы автоматического управления на основе частотного метода // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. XI Междунар. конф. Самара: Самарский научный центр РАН, 2009. С. 117—123.
3. Петров Б. Н., Черкасов Б. А., Ильясов Б. Г., Куликов Г. Г. Частотный метод анализа и синтеза многомерных систем автоматического регулирования // Докл. АН СССР. 1979. Т. 247. № 2. С. 304—307.
4. Ильясов Б. Г., Кабальнов Ю. С. Исследование устойчивости однотипных многосвязных систем автоматического управления с голономными связями между подсистемами // Автоматика и телемеханика. 1993. № 8. С. 81—90.
5. Шевяков А. А., Мартыанова Т. С., Рутковский В. Ю. и др. Оптимизация многомерных систем управления газотурбинных двигателей летательных аппаратов / Под общей ред. А. А. Шевякова, Т. С. Мартыановой. М.: Машиностроение, 1989. 256 с.
6. Бабак С. Ф., Васильев В. И., Ильясов Б. Г. и др. Основы теории многосвязных систем автоматического управления летательными аппаратами: учеб. пособие / Под ред. М. Н. Красильщикова. М.: Изд-во МАИ, 1995. 288 с.
7. Ильясов Б. Г., Назаров А. Ш., Сaitова Г. А. Формирование стабилизирующих связей между сепаратными подсистемами в адаптивных многосвязных системах автоматического управления // Мехатроника, автоматизация и управление: Матер. Междунар. научно-техн. конф. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. С. 59—61.

ИНФОРМАЦИЯ

12—14 октября 2010 г. в Санкт-Петербурге
в ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор" состоится

3-я мультиконференция

ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ (МКПУ-2010)

Председатель Президиума мультиконференции — академик РАН В. Г. Пешехонов

Состав мультиконференции

- ◆ XXVII КОНФЕРЕНЦИЯ ПАМЯТИ ВЫДАЮЩЕГОСЯ КОНСТРУКТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ Н.Н.Острякова
Председатель программного комитета конференции — академик РАН В. Г. Пешехонов
- ◆ Научно-техническая конференция "УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ"
Председатель программного комитета конференции — академик РАН С. Н. Васильев
- ◆ 7-я научно-техническая конференция "МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ"
Председатель программного комитета конференции — член-корреспондент РАН Е. Д. Теряев
- ◆ 6-я научная конференция "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"
Сопредседатели программного комитета конференции:
член-корреспондент РАН Р. М. Юсупов
д.т.н., профессор В. М. Кутузов
- ◆ Научно-технический семинар "УПРАВЛЕНИЕ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СЕТЕЦЕНТРИЧЕСКИХ И МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМАХ"
Сопредседатели семинара: член-корреспондент РАН И. А. Каляев
член-корреспондент РАН Р. М. Юсупов
д.т.н., профессор Е. Я. Рубинович

Подробная информация о мультиконференции и условиях участия в ней размещается на сайте:

<http://www.elektropribor.spb.ru/cnf/3rmkpu2010/index.php>

УДК 621.865.8

В. Ф. Филаретов, д-р техн. наук, проф., зав. лаб.,
Институт автоматизации и процессов управления
ДВО РАН, Владивосток, Россия,
G. Legnani, S. Ruggeri,
Università degli Studi di Brescia, Italia
filaret@pma.ru

Система автоматического управления манипулятором типа SCARA для выполнения силовых рабочих операций на боковых поверхностях заготовок произвольной формы*

Рассматривается задача синтеза системы одновременного автоматического управления скоростью перемещения рабочего инструмента и усилием его прижатия к обрабатываемой поверхности заготовки произвольной формы. Предлагаемая схема управления манипулятором за счет правильного определения направления движения рабочего инструмента относительно обрабатываемой поверхности позволяет точно и быстро выполнять требуемые силовые операции, качественно удалить любой слой срезаемого материала.

Ключевые слова: промышленный робот, силовое управление, силовой сенсор, динамическая точность, итеративное обучающее управление, контурное управление

Введение. В настоящее время уже разработано много методов, позволяющих синтезировать системы управления манипуляторами, которые не только обеспечивают точное перемещение рабочих инструментов и других объектов в пространстве, но и создают требуемые силовые воздействия на обрабатываемые поверхности [1–11]. С помощью этих систем удастся автоматизировать выполнение многих сложных технологических операций без привлечения рабочих рук. К таким операциям можно отнести снятие заусенцев и закругление кромок, зачистку, полировку и шлифовку поверхностей и многие другие. Во многих случаях при синтезе систем управления манипуляторами, работающими в условиях силомоментного взаимодействия с внешней средой, используются различные методы адаптации, основанные на свойствах податливого движения робота (импедансное управление) [12–15],

* Работа поддержана РФФИ (гранты 09-08-00080, 10-07-00612, 09-08-92001) и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России".

которое снижает жесткость всей манипуляционной системы в целом. При выполнении некоторых силовых операций применяют метод конструктивного разделения управления [1, 16], когда отдельные степени подвижности манипулятора управляются по положению, а остальные — по усилию. Недостатком этого метода является малая точность позиционирования ввиду больших ошибок, возникающих в степенях подвижности манипулятора, управляемых по усилию.

Следует отметить, что подавляющее большинство используемых позиционно-силовых систем управления многостепенными манипуляторами имеет достаточно сложную практическую реализацию и требует знания формы обрабатываемой заготовки. Это наряду с уже отмеченными выше недостатками значительно снижает область эффективного использования манипуляторов при выполнении многих силовых операций.

Однако в настоящее время существует множество простейших силовых технологических операций, для выполнения которых можно было бы использовать упрощенные и дешевые позиционно-силовые системы управления манипуляторами. Примером могут быть операции, осуществляемые в процессе обработки боковых поверхностей заготовок произвольной формы с заданным усилием. Для решения этой задачи можно применить методологию силового управления манипуляторами, которая не требует априорного знания местоположения обрабатываемой поверхности, а также формы заготовки и основана на использовании простейшего двухкомпонентного силового датчика, устанавливаемого вблизи схвата (рабочего органа) манипулятора и измеряющего силовое воздействие рабочего инструмента на поверхность заготовки [17, 18]. Согласно этой методологии прижатый с некоторым заданным усилием по нормали к заготовке рабочий инструмент перемещается с заданной тангенциальной скоростью вдоль контура заготовки без предварительного знания этого контура.

Указанная методология уже использована при создании систем управления двухстепенными манипуляторами с кинематическими схемами типа SCARA (рис. 1) для снятия заусенцев после литья на заготовках различной (в том числе и сложной) формы [19, 20]. Следует отметить, что созданные с помощью данной методологии системы управления манипуляторами работают в реальном масштабе времени и имеют очень простую практическую

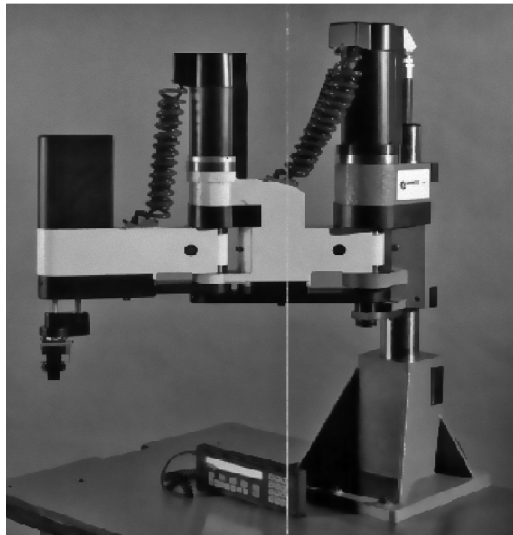


Рис. 1. Внешний вид манипулятора типа SCARA



Рис. 2. Схема рабочего процесса при снятии фрезой заусенцев с боковой поверхности заготовки

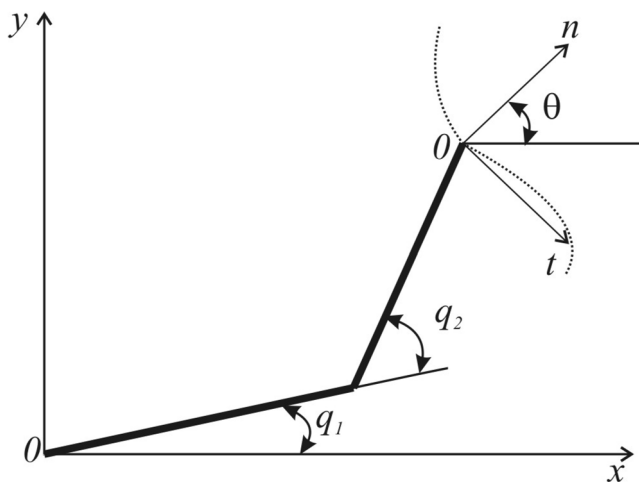


Рис. 3. Кинематическая схема манипулятора типа SCARA при его движении вдоль боковой поверхности заготовки

реализацию. Однако, как будет пояснено ниже, они обеспечивают качественную работу только при малых скоростях движения исполнительного органа манипулятора, когда взаимовлияния между всеми его степенями подвижности пренебрежимо малы и когда толщина снимаемых заусенцев по всему контуру заготовки также мала. Последние два условия значительно снижают эффективность использования разработанных систем управления на практике. При повышении скорости обработки заготовок используемые системы управления, синтезированные на основе упрощенной динамической модели движущегося манипулятора, становятся неприемлемыми. Поэтому для сохранения требуемого качества выполнения рабочих операций при синтезе систем управления требуется обязательно учитывать полную динамическую модель перемещающегося многозвенника, для которой ранее разработанный метод синтеза не был приспособлен.

В данной статье ставится задача устранения отмеченных выше недостатков, т. е. задача обеспечения точной работы создаваемой силовой—скоростной манипуляционной системы на повышенных скоростях при наличии различной толщины снимаемых заусенцев по всему контуру обрабатываемой заготовки.

1. Описание принципа работы существующей силовой—скоростной системы управления манипулятором типа SCARA

Синтезируемая система управления должна обеспечивать перемещение рабочего инструмента (фрезы), установленного на манипуляторе типа SCARA (рис. 1), с желаемой постоянной скоростью вдоль периметра плоской заготовки произвольной и заранее неизвестной формы (рис. 2) для снятия заусенцев с ее боковой поверхности. При выполнении этой технологической операции манипулятор должен постоянно прижимать перемещающуюся фрезу к указанной боковой поверхности с заданным усилием, которое измеряется типовым двухкомпонентным силовым датчиком, установленным вблизи этой фрезы. Особенности построения системы управления манипулятором для выполнения этой силовой—скоростной технологической операции подробно рассмотрены в работах [19, 20].

На рис. 3 и рис. 4 показаны кинематическая схема и схема движения двухстепенного манипулятора вдоль боковой поверхности заготовки. Здесь введены следующие обозначения; $хоу$ — неподвижная (абсолютная) система координат (СК), связанная с основанием манипулятора; $тон$ — подвижная СК, связанная с рабочим органом манипулятора, оси n и t которой совпадают, соответственно, с нормалью к боковой поверхности обрабатываемой

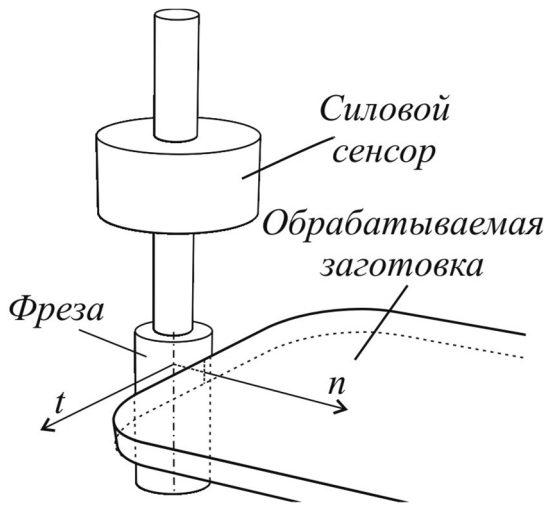


Рис. 4. Обобщенная схема движения манипулятора вдоль боковой поверхности заготовки

мой заготовки и с касательной к этой поверхности; θ — угол между осями n и x соответствующих СК.

Введем в рассмотрение векторы $Q = [q_1, q_2]^T$ и $\dot{Q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2]^T$, где q_1 и q_2 — соответствующие обобщенные координаты рассматриваемого манипулятора, а \dot{q}_1 и \dot{q}_2 — их первые производные. Измерение вектора $F_{(xy)} = [F_x, F_y]^T$ силового воздействия рабочего инструмента на обрабатываемую поверхность заготовки осуществляется в СК xy . Этот же вектор в подвижной СК описывается в виде

$F_{(m)} = [F_t, F_n]^T$. Связь между двумя указанными векторами задается в виде

$$F_{(xy)} = M_{xt}(\theta)F_{(m)} \quad (1)$$

с помощью матрицы вращений $M_{xt}(\theta) \in R^{2 \times 2}$, элементы которой являются функциями угла θ .

Выражение, аналогичное (1), может быть записано и для вектора линейной скорости движения рабочего инструмента по касательной к обрабатываемой поверхности:

$$V_{(m)} = M_{tx}(\theta)V_{(xy)} = M_{tx}(\theta)J(Q)\dot{Q}, \quad (2)$$

где $V_{(m)} = [V_t, V_n]^T$ и $V_{(xy)} = [V_x, V_y]^T$ — векторы скорости, заданные в подвижной и неподвижной СК, соответственно; $J(Q) \in R^{2 \times 2}$ — якобианов матрица рассматриваемого манипулятора, зависящая от его текущей конфигурации.

Обобщенная схема системы, реализующей двухканальный типовой силовой—скоростной закон управления

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} &= J(Q)M_{xt}(\theta) \times \\ &\times \left[\begin{bmatrix} u_{PID, V_t} \\ u_{PI, F} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_V V_{tж} \\ k_F F_{нж} + k_n V_{нж} \end{bmatrix} \right] + \begin{bmatrix} M_{ст1}(\dot{q}_1) \\ M_{ст2}(\dot{q}_2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

манипулятором типа SCARA, показана на рис. 5 [19, 20].

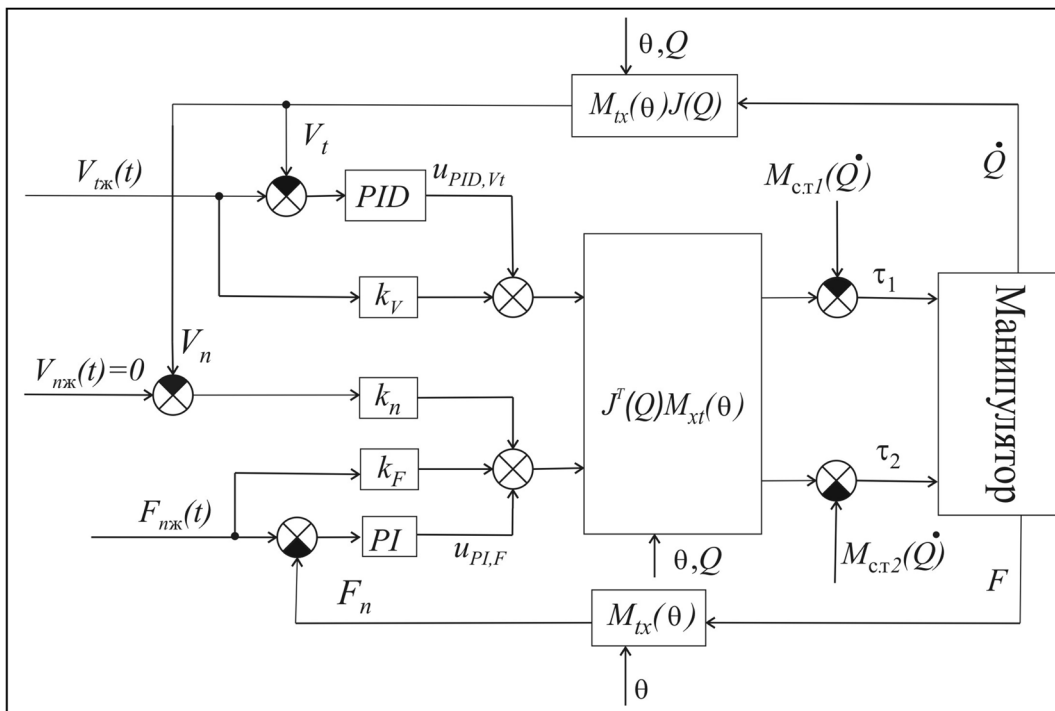


Рис. 5. Обобщенная схема построения типовой силовой—скоростной системы управления манипулятором типа SCARA

На рис. 5 введены следующие новые обозначения: F — сила, измеряемая двухкомпонентным силовым датчиком, установленным вблизи рабочего инструмента; F_n , $F_{nж}$ — соответственно вектор реальной силы прижатия рабочего инструмента к обрабатываемой боковой поверхности заготовки, который предположительно совпадает с осью n подвижной СК, и задаваемое желаемое значение этого вектора; $V_{тж}$, $V_{пж}$ — желаемые значения скоростей рабочего инструмента в подвижной СК, совпадающие с осями t и n этой СК соответственно; PI , PID — соответственно пропорционально-интегральный и пропорционально-интегрально-дифференциальный регуляторы; $u_{PI,F}$, u_{PID,V_i} — соответственно сигналы с выходов PI - и PID -регуляторов; $M_{с.тi}(\dot{q}_i)$ — суммарные моменты сухого трения в соответствующих степенях подвижности манипулятора, приведенные к выходным валам редукторов ($i = 1, 2$); τ_i — моменты, развиваемые в соответствующих суставах манипулятора ($i = 1, 2$); k_V , k_n и k_F — коэффициенты усиления соответствующих связей.

В системе, изображенной на рис. 5, используется моментное (токовое) управление электродвигателями, управляющими соответствующими степенями подвижности манипулятора, при котором за счет введения в соответствующие электроприводы специальных внутренних регуляторов их электрической и электромеханической постоянными времени пренебрегается. Кроме того, в этой системе полностью пренебрегается реально существующими эффектами взаимовлияния между степенями подвижности многозвенника в процессе его плоского движения. Очевидно, что это возможно только при малой скорости изменения всех обобщенных координат манипулятора, т. е. при малой скорости движения рабочего инструмента. Кроме того, при указанной схеме представления объекта управления не появляется возможность разработать методику однозначного определения параметров используемой системы управления (3). Иными словами, параметры PI - и PID -регуляторов, а также коэффициенты усиления k_V , k_n , k_F в схеме, изображенной на рис. 5, определяются экспериментально с помощью метода проб и ошибок.

Более того, при увеличении толщины срезаемых с боковой поверхности заготовки остатков литья используемый двухкомпонентный силовой датчик будет уже измерять вектор силы F' , не перпендикулярный касательной к указанной боковой поверхности, а имеющий другое направление (рис. 6), определяемое толщиной срезаемого слоя, причем угол α между реально измеряемой F' и требуемой для измерения силой F_n , совпадающей с осью n подвижной СК, может достигать большого значения.

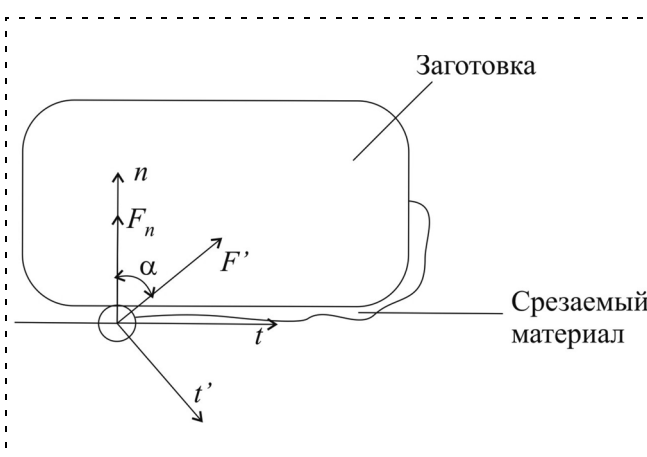


Рис. 6. Отклонение направления измеряемой силы от нормали к боковой поверхности заготовки при большой толщине срезаемого слоя

В этом случае движение рабочего инструмента будет осуществляться уже не в направлении оси t , параллельной касательной к боковой поверхности заготовки, а в направлении оси t' , перпендикулярном вектору F' , который реально измеряется силовым датчиком. В результате слой, предназначенный для удаления, будет срезаться рабочим инструментом не полностью, что приведет к появлению брака.

Все эти отмеченные недостатки не могут гарантировать качественной работы относительно легко реализуемой системы силового—скоростного управления манипуляторами при выполнении отмеченных выше силовых технологических операций. Для повышения эффективности работы этой системы необходимо, прежде всего, увеличить скорость движения рабочего инструмента, не снижая качества выполнения рабочих операций, и обеспечить правильное (точное) движение этого инструмента строго вдоль боковой поверхности заготовки даже при наличии утолщенных частей срезаемого материала. Все это можно реализовать при создании новой схемы построения силового—скоростного управления двухступенным манипулятором, которая будет описана ниже.

2. Построение силовой—скоростной системы управления манипулятором, инвариантной к эффектам взаимовлияния между его степенями подвижности и увеличивающейся толщине срезаемого слоя

Следует отметить, что указанные выше проблемы в реализации силового—скоростного управления манипулятором при использовании схемы, изображенной на рис. 5, возникают из-за того, что в ней отсутствует управление непосредственно исполнительными приводами, а направление движения рабочего инструмента формируется только на основе показаний силового датчика без учета контура об-

рабатываемой заготовки. Для устранения отмеченных проблем предлагается построить новую схему, которая обеспечит не только точное управление всеми приводами быстро движущегося манипулятора с учетом реально существующих эффектов взаимовлияния между всеми его степенями подвижности, но и точное определение направления движения рабочего инструмента в процессе выполнения любых силовых операций.

Известно, что в процессе произвольного движения на соответствующие приводы любого манипулятора, имеющего n степеней подвижности, действуют обобщенные силы (моменты) p_i ($i = \overline{1, n}$), в матричной форме определяемые в виде

$$H(Q)\ddot{Q} + h(Q, \dot{Q})\dot{Q} + M(Q, \dot{Q}, \ddot{Q}) + g(Q) = P, \quad (4)$$

где $H(Q) \in R^{n \times n}$ — симметрическая матрица инерции; $h(Q, \dot{Q}) \in R^{n \times n}$ — матрица составляющих кориолисовых сил; $M(Q, \dot{Q}, \ddot{Q}) \in R^{n \times 1}$ — вектор центробежных и других сил взаимовлияния; $g(Q) \in R^{n \times 1}$ — вектор гравитационных сил; $P \in R^{n \times 1}$ — вектор всех обобщенных сил p_i .

С учетом выражения (4) можно записать уравнение динамики каждого из двух электроприводов ($i = 1, 2$), управляющих манипулятором, изображенным на рис. 1, в предположении, что эти электроприводы имеют токовое управление:

$$J_i^* i_{Ri}^2 \ddot{q}_i = k_{mi} i_i i_{Ri} - M_{Fi} - H_{ii}(Q) \ddot{q}_i - h_{ii}(Q, \dot{Q}) \dot{q}_i - M_i(Q, \dot{Q}, \ddot{Q}) - M_{c.тi}(\dot{q}_i), \quad (5)$$

где J_i^* — моменты инерции роторов электродвигателей и вращающихся частей редукторов, приведенных к валам электродвигателей; i_{Ri} — передаточные отношения редукторов; k_{mi} — коэффициенты моментов; H_{ii} — элементы матрицы H ; h_{ii} — элементы матрицы h ; M_i — элементы вектора M ; i_i — сигналы токов в роторных обмотках электродвигателей; $M_{c.тi}(\dot{q}_i)$ — суммарные моменты сухого трения в соответствующих степенях подвижности манипулятора, приведенные к выходным валам редукторов ($i = 1, 2$); M_{Fi} — составляющие моментов, развиваемых электродвигателями, которые создают силовое воздействие рабочего инструмента на обрабатываемую поверхность заготовки.

Выражения для вычисления соответствующих элементов уравнения (5) для двух степеней подвижности манипулятора имеют вид

$$H_{11}(q_2) = J_1 + J_2 + m_1 s_1^2 + m_2 s_2^2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_1 s_2 \cos q_2; \quad (6)$$

$$h_{11}(q_2, \dot{q}_2) = -2m_2 l_1 s_2 (\sin q_2) \dot{q}_2;$$

$$M_1(q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2) = [J_2 + m_2 s_2^2 + m_2 l_1 s_2 \cos q_2] \ddot{q}_2 - m_2 l_1 s_2 (\sin q_2) \dot{q}_2^2;$$

$$H_{22} = J_2 + m_2 s_2^2; h_{22} = 0;$$

$$M_2(q_2, \dot{q}_1, \ddot{q}_1) = [J_2 + m_2 s_2^2 + m_2 l_1 s_2 \cos q_2] \ddot{q}_1 + m_2 l_1 s_2 (\sin q_2) \dot{q}_1^2,$$

где J_1, J_2 — моменты инерции соответствующих звеньев манипулятора относительно поперечных осей, проходящих через их центры масс; s_1, s_2 — расстояния от осей вращения соответствующих звеньев до их центров масс (с учетом масс рабочих инструментов); l_1, l_2 — длины соответствующих звеньев; m_1, m_2 — массы звеньев манипулятора с учетом масс рабочих инструментов.

Из уравнения (5) с учетом соотношений (6) следует, что многие параметры электроприводов, приводящих манипулятор в движение, являются существенно переменными, зависящими как от изменения соответствующих обобщенных координат, так и от их скоростей и ускорений. В результате динамические свойства, а следовательно, и качественные показатели работы этих электроприводов и манипулятора в целом будут зависеть от свойств регуляторов, используемых для управления этими электроприводами. Для обеспечения точного динамического управления этими электроприводами целесообразно использовать регуляторы, которые стабилизируют их параметры, а следовательно, и динамические свойства на некотором номинальном уровне. Для синтеза этих регуляторов можно использовать подход, предложенный в работе [21]. Синтезированные на основе указанного подхода самонастраивающиеся регуляторы позволяют описать все электроприводы движущегося манипулятора уравнениями с постоянными номинальными параметрами вида

$$k_{mi} l_i^* = i_{Ri} J_{ni}^* \ddot{q}_i, \quad (7)$$

где $J_{ni}^* = \text{const}$ — номинальные значения моментов инерции роторов соответствующих электродвигателей и вращающихся частей редукторов, приведенных к валам электродвигателей; i_i^* — сигналы, вырабатываемые на выходе стационарного корректирующего устройства каждого электропривода.

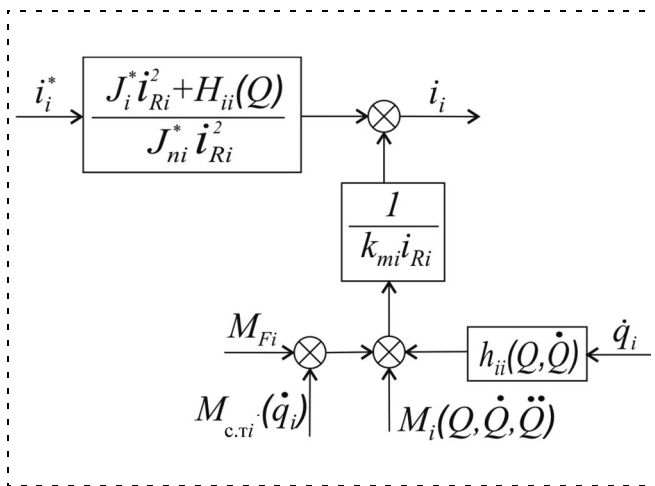


Рис. 7. Блок-схема синтезированного регулятора R_i

Несложно показать, что описание (5) i -го электропривода манипулятора можно привести к виду (7), если на его токовый вход подать сигнал

$$i_i = \frac{J_i^* i_{Ri}^2 + H_{ii}}{J_{ni}^* i_{Ri}^2} i_i^* + \frac{h_{ii} \dot{q}_i}{k_{mi} i_{Ri}} + \frac{M_i}{k_{mi} i_{Ri}} + \frac{M_{c.тi}}{k_{mi} i_{Ri}} + \frac{M_{Fi}}{k_{mi} i_{Ri}}, \quad (8)$$

который формируется с помощью вводимого в прямую цепь каждого электропривода (между стационарным корректирующим устройством и электродвигателем) специального регулятора [21]. Блок-схема этого регулятора показана на рис. 7.

Описание динамики электроприводов движущегося манипулятора при наличии полных эффектов

взаимовлияния между всеми его степенями подвижности в виде простейших дифференциальных уравнений с постоянными параметрами (за счет введения корректирующих сигналов вида (8)) позволяет использовать простейшие стационарные корректирующие устройства, которые, тем не менее, обеспечивают точное силовое—скоростное управления манипулятором при больших скоростях перемещения рабочего инструмента. Но при этом следует использовать новую схему формирования сигналов управления, которая показана на рис. 8.

На рис. 8 используются следующие новые обозначения: ЭП1, ЭП2 — первый и второй электроприводы манипулятора соответственно; $R1, R2$ — первый и второй регуляторы вида (8); k_{ij} — соответствующие коэффициенты усиления стационарных регуляторов скорости и момента ($i, j = 1, 2$); $\dot{q}_{iж}$ — желаемая скорость вращения сустава i ($i = 1, 2$); $M_{Fiж}$ — желаемое значение момента, развиваемого электродвигателем i ($i = 1, 2$) для создания желаемого силового воздействия движущегося рабочего инструмента на обрабатываемую поверхность заготовки; $e_{\dot{q}_i}, e_{M_i}$ — ошибки электропривода i ($i = 1, 2$) по скорости его вращения и создаваемому им внешнему моменту соответственно.

Из рис. 5 и рис. 8 видно, что в последней схеме синтезируемые регуляторы имеют достаточно простую практическую реализацию. Они управляют непосредственно конкретными электроприводами манипулятора и за счет этого, как будет показано при моделировании, обеспечивают высокую динамическую точность как движения рабочего инструмента вдоль любого контура заготовки, так и создаваемого силового воздействия этого инстру-

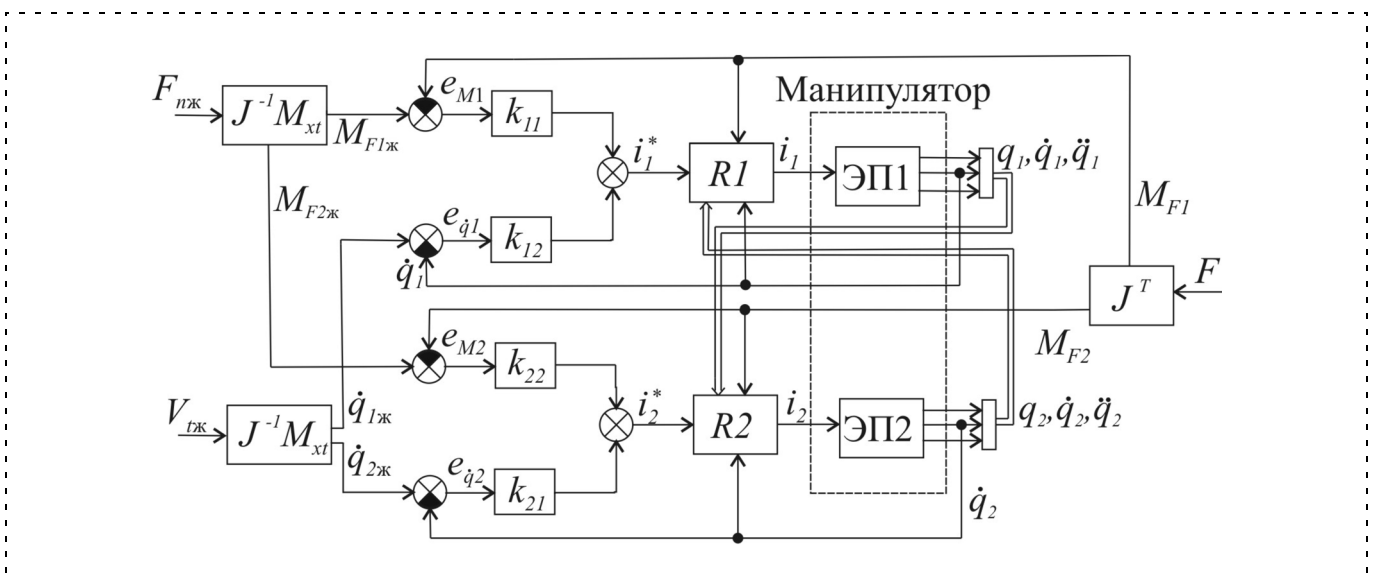


Рис. 8. Обобщенная схема силовой—скоростной системы управления манипулятором типа SCARA

мента на обрабатываемую поверхность. При этом в качестве стационарных используются простейшие пропорциональные регуляторы, неизменно обеспечивающие устойчивость указанных электроприводов, описываемых дифференциальными уравнениями второго порядка.

Кроме того, в схеме управления (рис. 8) при необходимости может легко использоваться новый принцип задания движения рабочего инструмента и его воздействия на обрабатываемую поверхность. Этот принцип предполагает, что исходным индикатором для определения требуемого направления движения рабочего инструмента при силовой обработке изделий может стать не показание силового датчика, который, как отмечалось ранее, при увеличении толщины срезаемого слоя указывает неправильное дальнейшее направление обработки, а специально создаваемый сигнал (вектор) $V_{тж}$ желаемого программного движения при любой толщине этого слоя. Причем сигнал $V_{тж}$ может формироваться несколькими способами, например, с использованием телекамеры или специального шупа, которые позволяют идентифицировать текущий контур заготовки непосредственно в процессе движения рабочего инструмента вдоль него, или с помощью предварительного обхода контура закрепленной и уже обработанной заготовки, если все последующие заготовки являются идентичными.

Затем на основе вектора $V_{тж}$ формируется вектор (сигнал) $F_{нж}$, перпендикулярный $V_{тж}$ и направленный по нормали к обрабатываемой поверхности заготовки. При этом без особых проблем вместо нормального к поверхности заготовки сигнала-вектора $F_{нж}$ можно вводить наклонный к контуру сигнал-вектор $F_{ж}$, который учитывает сухое трение, неизменно присутствующее в процессе взаимодействия рабочего инструмента со срезаемым материалом. Этот сигнал-вектор $F_{ж}$ имеет дополнительную тангенциальную составляющую, совпадающую с осью t подвижной СК, для целенаправленной компенсации возникающего сухого трения.

3. Моделирование и исследование синтезированной силовой—скоростной системы управления

Числовые значения параметров манипулятора, изображенного на рис. 1, используемых электроприводов и систем управления, а также параметры обрабатываемой заготовки, места ее крепления и режимов работы манипулятора представлены в таблице. Результаты моделирования работы созданной манипуляционной системы во время обработки боковой поверхности круглой заготовки радиусом r представлены на рис. 9—13. При моделировании

Параметры	Значения	Единицы измерения	Описание
Параметры электродвигателей и редукторов			
k_{m1}	0,215	Н · м/А	
k_{m2}	0,118	Н · м/А	
i_{R1}	100		
i_{R2}	100		
Параметры манипулятора и стационарных регуляторов			
	16,26	кг · м ²	$J_1 + m_1 s_1^2 + m_2 l_1^2 + J_1^* i_{R1}^2$
	2,54	кг · м ²	$m_2 s_2$
	0,66	кг · м ²	$J_2 + m_2 s_2^2$
	4,20	кг · м ²	$J_2^* i_{R2}^2$
k_{11}	200		
k_{12}	170		
k_{21}	200		
k_{22}	80		
Коэффициенты модели сухого трения			
a_{01}	0,21	Н · м	
a_{11}	0,094	Н · м/(рад/с)	
a_{21}	-0,017	Н · м/(рад/с) ²	
a_{02}	0,088	Н · м	
a_{12}	0,051	Н · м/(рад/с)	
a_{22}	0,0073	Н · м/(рад/с) ²	
Желаемые значения усилия обработки и скорости перемещения рабочего инструмента			
$F_{нж}$	20	Н	
$V_{тж}$	1	м/с	
Параметры обрабатываемого объекта и его расположения на плоскости			
x_c	-0,25	м	Координаты центра по оси X
y_c	0,30	м	Координаты центра по оси Y
r	0,15	м	Радиус круглого объекта

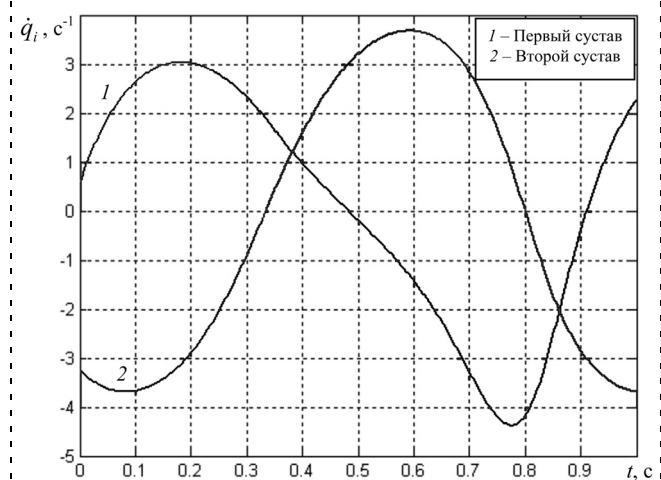


Рис. 9. Законы изменения угловых скоростей в соответствующих суставах манипулятора

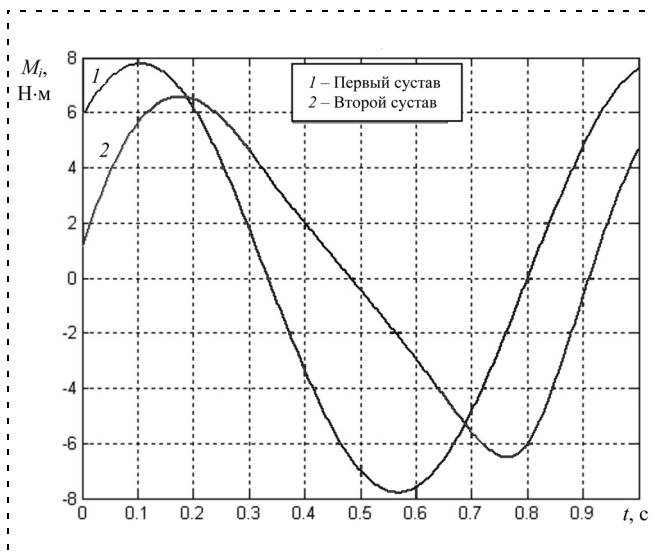


Рис. 10. Законы изменения моментов в соответствующих суставах манипулятора

была использована следующая модель сухого трения в суставах манипулятора:

$$\begin{cases} M_{с.т1} = a_{01} \text{sign} \dot{q}_1 + a_{11} \dot{q}_1 + a_{21} \text{sign} \dot{q}_1 \dot{q}_1^2; \\ M_{с.т2} = a_{02} \text{sign} \dot{q}_2 + a_{12} \dot{q}_2 + a_{22} \text{sign} \dot{q}_2 \dot{q}_2^2. \end{cases}$$

На рис. 9 и рис. 10 цифрами 1 и 2 обозначены законы изменения моментов и скоростей в двух суставах манипулятора при выполнении им указанной рабочей операции с силовым воздействием на обрабатываемую поверхность заготовки 20 Н. Из этих рисунков видно, что в рассматриваемом случае скорости в суставах могут достигать 4 рад/с, а моменты изменяются в диапазоне $\pm 8 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

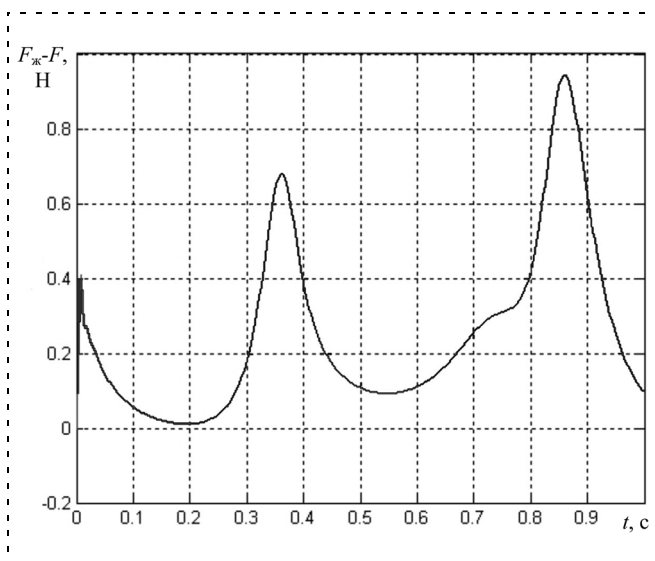


Рис. 11. Закон изменения ошибки в передаче манипулятором заданного силового воздействия на обрабатываемую поверхность

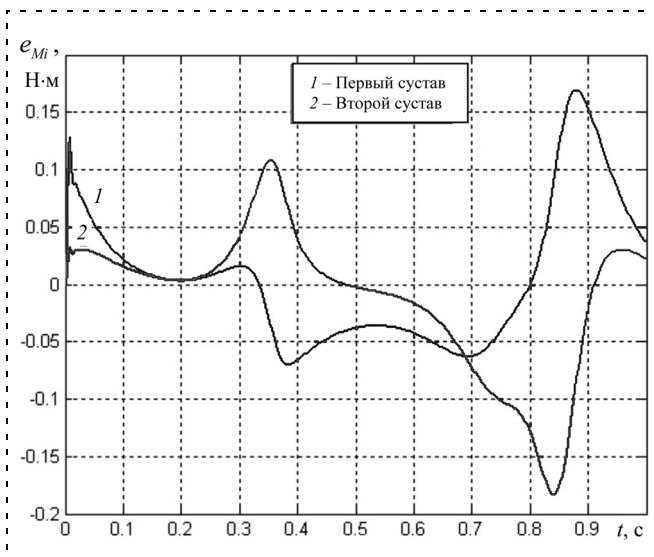


Рис. 12. Законы изменения ошибок по моментам в суставах манипулятора

Из рис. 11 видно, что при выполнении манипулятором заданной операции ошибка в передаче требуемого усилия прижатия рабочего инструмента к заготовке не превышает 1 Н. При этом линейная скорость перемещения инструмента отличается от номинала не более чем на 4 %. Если указанной точности работы манипулятора оказывается недостаточно, то за счет увеличения коэффициентов усиления k_{ij} стационарных регуляторов (см. рис. 8) без потери устойчивости системы эту точность без проблем можно повысить.

На рис. 12 и рис. 13 цифрами 1 и 2 показаны законы изменения ошибок по моментам и скоростям в соответствующих суставах манипулятора в процессе его работы. Эти ошибки при желании также

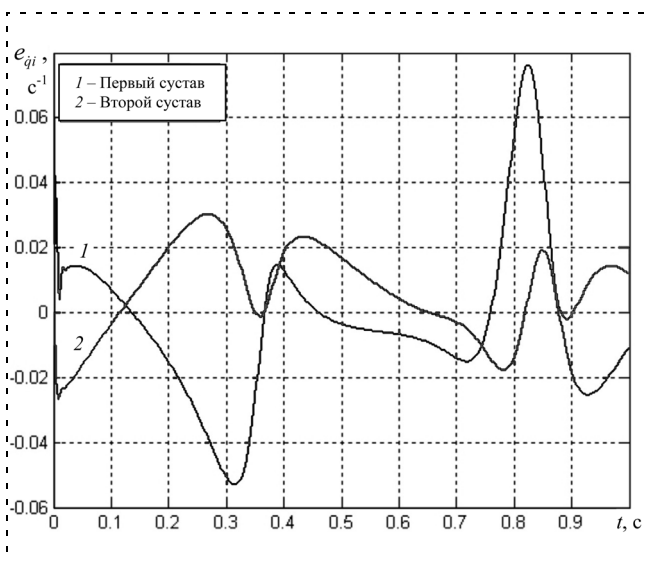


Рис. 13. Законы изменения ошибок по скоростям в суставах манипулятора

могут быть существенно уменьшены за счет соответствующего увеличения коэффициентов усиления k_{ij} .

Заключение. Таким образом, результаты выполненного моделирования показали, что предложенная система одновременного управления скоростью перемещения рабочего инструмента и усилием его прижатия к обрабатываемой поверхности заготовки произвольной формы за счет использования нового контура управления и введения дополнительных регуляторов, полностью компенсирующих эффекты взаимовлияния между степенями подвижности манипулятора, позволяет точно и быстро выполнять требуемые силовые операции. Ранее используемые системы управления (см. рис. 5) допустимо точно выполняли указанные силовые операции на скоростях, не превышающих 0,1 м/с. Кроме того, новая схема управления манипулятором (см. рис. 8) за счет правильного определения направления движения рабочего инструмента относительно обрабатываемой поверхности позволяет более качественно удалять любой (даже толстый) слой срезаемого материала.

Список литературы

1. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами. Теория и приложения. М.: Наука, 1985. 384 с.
2. Подураев Ю. В. Технологические роботы с контурным силовым управлением для операций механообработки // Вестник машиностроения. 1993. № 8. С. 14–24.
3. Подураев Ю. В., Леонов П. В. Методы силового управления и система автоматизированного программирования технологических роботов для зачистных операций // Мехатроника. 1995. № 1. С. 115–120.
4. Гориневский Д. М., Формальский А. М., Шнейдер А. Ю. Управление манипуляционными системами на основе информации об усилиях. М.: Наука, 1994. 350 с.

5. Hsu F. Y., Fu L. C. Intelligent robot deburring using adaptive fuzzy hybrid position/force control // IEEE Trans. Robotics and Automation. 2000. V. 16(4), P. 325–335.
6. Xiao D., Ghosh B. K., Xi N. et al. Sensor-based hybrid position/force control of a robot manipulator in an uncalibrated environment // IEEE Trans. Control Systems Technology. 2000. V. 8(4). P. 635–645.
7. Fanaei A., Mohammad F. Adaptive neuro-fuzzy controller for hybrid position/force control of robotic manipulators // 16th IFAC World Congr. Czech Rep., Prague, 2005. CD-ROM 01973. P. 1–6.
8. Parr a-Vega V. and Arimoto S. A passivity-based adaptive sliding mode position-force control for robot manipulators // Int. J. of Adaptive Control and Signal Proc. 1996. V. 10. P. 365–377.
9. Ерогов И. Н. Системы позиционно-силового управления технологическими роботами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2003. № 10. С. 15–20.
10. Филаретов В. Ф., Зуев А. В. Позиционно-силовое управление электроприводом манипулятора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 9. С. 20–24.
11. Зуев А. В., Филаретов В. Ф. Особенности создания комбинированных позиционно-силовых систем управления манипуляторами // Известия РАН. "Теория и системы управления". 2009. № 1. С. 154–162.
12. Шахинпур М. Курс робототехники. М.: Мир, 1990. 527 с.
13. Письменный Г. В., Солнцев В. И., Воротников С. А. Системы силомоментного оучувствления роботов. М.: Машиностроение, 1990. 96 с.
14. Kazerooni H. Automated robotic deburring using impedance control // IEEE Control Systems Magazine. 1988. Vol. 8. N 1. P. 21–25.
15. Kiguchi K., Fukuda T. Position/force control of robot manipulators for geometrically unknown objects using fuzzy neural networks. IEEE Trans. on Industrial Electronics. 2000. Vol. 47. N 3. P. 641–649.
16. Управление робототехническими системами и их оучувствление // Сб. науч. ст. М.: Мир, 1985. 348 с.
17. Raibert M. H., Craig J. J. Hybrid Position/Force Control of Manipulators // ASME Journal of Dyn. Syst., Meas., and Control. 1981. Vol. 102. P. 126–133.
18. Jinno M., Yoshimi T., Abe A. Force controlled grinding robot system for unstructured task // Proc. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Raleigh, (NC). 1992. P. 1117–1124.
19. Jatta F., Legnani G., Visioli A. Friction compensation in hybrid force/velocity control of industrial manipulators // IEEE Trans. on Industrial Electronics. 2006. Vol. 53. N 2. P. 604–613.
20. Jatta F., Legnani G., Visioli A., Ziliani G. On the use of velocity feedback in hybrid force/velocity control of industrial manipulators // Control Engineering Practice. 2006. N 14. P. 1045–1055.
21. Filaretov V. F., Vukobratovic M. Synthesis of Adaptive Robot Control Systems for Simplified Forms of Driving Torques // Mechatronics, Pergamon Press. 1995. Vol. 5. N 1. P. 41–59.

==== Читайте в следующих номерах журнала ====

В рубрике

"К 80-летию МГТУ "СТАНКИН": АВТОМАТИЗАЦИЯ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ"

Логинов А. В., Подураев Ю. В., Харцбекер К., Иленфельдт Ш. Оптимизация динамических свойств многокоординатных обрабатывающих центров с гибридной кинематической структурой.

Клевалин В. А., Поливанов А. Ю. Системы технического зрения в промышленной робототехнике.

Евстафиева С. В., Молодцов В. В. Моделирование следящего привода подачи современных станков с ЧПУ.

Ермолов И. Л., Никитин В. Н., Собольников С. А. Интерактивный тренажер для операторов мобильных роботов с элементами актуальной адаптации.

Заруднев А. С., Илюхин Ю. В. Повышение производительности лазерных комплексов на основе прогноза контурной ошибки.

Дунин-Барковский И. И., Подураев Ю. В. Современные оптомехатронные системы для трехмерного оптического контроля объектов.

Грибков А. А. Повышение точности и производительности автоматизированных систем весового порционного дозирования материалов.

С. В. Волкоморов, аспирант,
А. П. Карпенко, д-р физ.-мат. наук, проф.,
 МГТУ им. Н. Э Баумана
 karpenko@nog.ru

Планирование оптимальной целевой конфигурации робота-манипулятора типа "хобот"*

Рассматривается задача планирования оптимальной целевой конфигурации многосекционного робота-манипулятора типа "хобот". Представлены постановка задачи, метод ее решения, описание соответствующих C++ и MatLab программ, приводятся двумерный и трехмерный примеры планирования.

Ключевые слова: параллельный механизм, робот-манипулятор типа "хобот", планирование целевой конфигурации

Введение

Управление роботом-манипулятором типа "хобот", построенным на основе многосекционных механизмов с параллельной структурой [1], является сложной задачей, в которой естественным образом выделяются стратегический, тактический и исполнительный уровни [2]. На стратегическом уровне выполняется планирование целевой конфигурации манипулятора, на тактическом уровне осуществляется синтез траектории перехода из текущего состояния манипулятора в целевое состояние, на исполнительном уровне реализуется управление приводами секций манипулятора.

Планирование целевой конфигурации манипулятора представляет собой обратную позиционную задачу кинематики, которая в общем случае формулируется следующим образом: найти значения независимых параметров (обобщенных координат манипулятора), определяющих относительное положение секций манипулятора, которые обеспечивают заданное положение и ориентацию схвата манипулятора [3]. Математически задача описывается системой нелинейных алгебраических уравнений, приближенное решение которой может быть найдено такими классическими численными методами, как итерационные методы первого порядка (метод секущих и метод Ньютона), а также итерационные методы высших порядков, например, метод Эйткена. В данной работе используется метод, основанный на решении задачи условной минимизации некоторой вспомогательной функции. Важно,

* Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы "Развитие потенциала высшей школы (2009–2010 годы)", проект 2.1.2/1509.

что методы решения таких задач хорошо развиты и существует значительное число соответствующих высокоэффективных алгоритмов и программ [4].

При планировании целевой конфигурации манипуляционного робота, как правило, требуется найти конфигурацию, которая является в некотором смысле оптимальной, например, имеет минимальную суммарную кривизну. В общем случае требуется обеспечить оптимальность целевой конфигурации по нескольким критериям оптимальности. Поэтому в статье рассматривается многокритериальный подход к планированию целевой конфигурации манипулятора. Из широкого набора известных методов решения задачи многокритериальной оптимизации используется метод аддитивной свертки частных критериев оптимальности [5]. Задача глобальной условной оптимизации, которую порождает метод свертки, решается в статье методом мултистарта в комбинации с известным, хорошо зарекомендовавшим себя методом Нелдера—Мида [4].

Отметим, что принципиальную возможность оптимизации целевой конфигурации манипулятора обеспечивает кинематическая избыточность многосекционного манипулятора, имеющего большое число "лишних" степеней свободы. С математической точки зрения кинематическая избыточность манипулятора означает некорректность обратной позиционной задачи, так что введение критериев оптимальности целевой конфигурации манипулятора можно интерпретировать как способ регуляризации задачи [6].

Одним из важных применений робота-манипулятора типа "хобот" может быть его применение в технологиях ликвидации последствий катастроф. В этом случае принципиальным является наличие в области достижимости манипулятора различного рода препятствий. В связи с этим планирование целевой конфигурации рассматривается как задача, в которой, наряду с конструктивными ограничениями на вектор обобщенных координат, имеются ограничения, обусловленные наличием препятствий. Для планирования целевой конфигурации манипулятора в этих условиях могут быть использованы некоторые методы, развитые для планирования пути мобильного робота, и, прежде всего, методы виртуальных информационных полей [7]. К классу этих методов относится метод потенциалов, метод репеллеров и некоторые другие методы.

Метод потенциалов (Potential Field Approach) предложен в работах [8, 9]. Конфигурация манипулятора строится в этом случае с использованием таких понятий, как "сила притяжения к цели", "силы отталкивания от препятствий" и, возможно, некоторые другие "силы". Метод получил развитие в работе [10] и ряде других работ, выполненных в ИПМ

им. М. В. Келдыша. Основными недостатками метода потенциалов является его громоздкость, а также многоэкстремальность потенциальной функции.

В методе репеллеров стационарные и нестационарные препятствия трансформируются в отталкивающие многообразия (репеллеры), а целевая точка схвата — в притягивающее многообразие (аттрактор) [11].

В данной статье окружение манипулятора описывается стационарной детерминированной геометрической моделью, задающей точную форму и расположение всех препятствий. Препятствия, как и конструктивные ограничения на вектор обобщенных координат, учитываются методом штрафных функций — путем добавления в критерий оптимальности специально сконструированных штрафных критериев.

При планировании целевой конфигурации манипулятора в среде со многими препятствиями самостоятельной проблемой является задача поиска допустимой начальной конфигурации. Эта задача может быть решена, например, с помощью алгоритма декомпозиции ячеек (Cell Decomposition) или метода динамического программирования [12]. В статье данная проблема не рассматривается.

Первый раздел работы содержит постановку задачи. Во втором и третьем разделах рассматривается метод решения задачи. В четвертом разделе дается краткое описание соответствующего программного обеспечения. Пятый раздел представляет результаты решения двух тестовых задач. В заключении формулируются основные результаты работы и обсуждаются перспективы ее развития.

1. Постановка задачи

Свяжем с i -й секцией манипулятора систему координат $0_i x_i y_i z_i$, в которой ось $0_i y_i$ совпадает с продольной осью симметрии этой секции, а оси $0_i x_i$, $0_i z_i$ расположены таким образом, что образуют с осью $0_i y_i$ правую тройку (рис. 1). Инерциальную систему координат, связанную с неподвижным основанием манипулятора, обозначим $0_0 x_0 y_0 z_0$. Положим, что оси $0_0 x_0$, $0_0 z_0$ этой системы координат горизонтальны, а ось $0_0 y_0$ — вертикальна. Варианты структуры секций манипулятора типа "зобот" рассмотрены в работах [13, 14].

Введем следующие обозначения [3]: T_i , $i = \overline{1, n-1}$ — однородная (4×4) -мерная матрица, задающая переход от системы координат $0_i x_i y_i z_i$ к системе координат $0_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$; q_i — вектор обобщенных координат i -й секции манипулятора; $q = (q_1, q_2, \dots, q_{n-1})^T$ — вектор обобщенных координат n -секционного манипулятора; $T_n = T_1 T_2 \dots T_{n-1}$ — (4×4) -мерная однородная матрица, определяющая положение

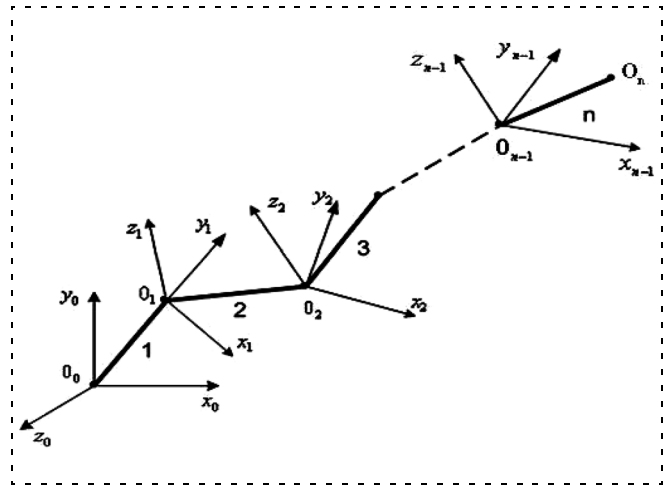


Рис. 1. Системы координат многосекционного манипулятора

системы координат $0_{n-1} x_{n-1} y_{n-1} z_{n-1}$ в системе координат $0_0 x_0 y_0 z_0$; s — (4×1) -мерный обобщенный вектор положения схвата 0_n в системе координат $0_{n-1} x_{n-1} y_{n-1} z_{n-1}$; S — (4×1) -мерный аналогичный вектор положения схвата 0_n в системе координат $0_0 x_0 y_0 z_0$.

Во введенных обозначениях обратная позиционная задача для рассматриваемого манипулятора записывается в виде

$$S = T_n(q) = F(q), \quad (1)$$

где $q \in Q$; $F(q)$ — (4×1) -мерная вектор-функция. Множество Q , которое представляет собой совокупность допустимых значений вектора обобщенных координат q , формируют конструктивные ограничения на компоненты вектора q вида $|q_i| \leq q_i^{\max}$, $i = \overline{1, N}$, где N — размерность вектора q . Кроме того, это множество формируют m неподвижных препятствий B_j , $j = \overline{1, m}$, каждое из которых определяется в системе координат $0_0 x_0 y_0 z_0$ известными ограничивающими функциями $g_{j,1}(X) \geq 0$, $g_{j,2}(X) \geq 0, \dots$.

Ставятся две следующие задачи.

Задача А. Сформировать целевую конфигурацию манипулятора, определяемую вектором $q^* \in Q$, которая обеспечивает заданное положение схвата

$$S^* = F(q^*) \quad (2)$$

при условии, что каждая из секций манипулятора отстоит от каждого из препятствий B_j не менее, чем на величину $\varepsilon_B > 0$.

Задача Б. На решениях задачи А найти такую конфигурацию манипулятора, которая обеспечивает минимум k функционалов качества конфигурации $J_i(q)$, $i = \overline{1, k}$.

Наряду с обеспечением заданного положения схвата может ставиться задача обеспечения требуемой ориентации n -й секции манипулятора в системе координат $0_0x_0y_0z_0$. Зададим эту ориентацию тремя углами Эйлера и поставим в соответствие им (4×1) -мерный обобщенный вектор P . Тогда в задаче A вектор $q^* \in Q$ наряду с уравнением (2) должен удовлетворять аналогичному уравнению

$$P^* = F_P(q^*), \quad (3)$$

где P^* — заданный вектор.

Решение системы уравнений (2) и системы уравнений (2), (3) может быть выполнено по одной и той же схеме. Поэтому для простоты записи ограничимся далее рассмотрением системы уравнений (2).

2. Метод решения задачи A

Обратная позиционная задача (2) представляет собой систему трех нелинейных тригонометрических уравнений. Эта система может не иметь ни одного решения (требуемое положение схвата недостижимо), иметь одно решение, иметь бесконечно много решений (требуемое положение схвата может обеспечить бесконечное число конфигураций манипулятора). Для многосекционного манипулятора случай наличия бесконечного множества решений задачи (2) является типичным. Отметим, что именно это обстоятельство позволяет ставить задачу (2) как оптимизационную задачу.

В работе [1] в качестве основного метода решения системы уравнений вида (2) рассматривается метод Ньютона. Однако этот метод требует определения на каждой итерации (аналитически или численно) значений компонентов соответствующей матрицы Якоби, а также обращения этой матрицы. Поэтому этот метод, во-первых, требует больших вычислительных затрат, а, во-вторых, работоспособен только в том случае, когда число обобщенных координат не превышает числа уравнений в системе. Для рассматриваемого многосекционного манипулятора последнее требование, очевидно, не выполнимо.

Используем сведение задачи A к задаче нелинейного программирования. Для этого представим систему (1) в скалярном виде

$$\begin{cases} S_1 = F_1(q); \\ S_2 = F_2(q); \\ S_3 = F_3(q), \end{cases}$$

где S_i , F_i , $i = \overline{1, 3}$ — три первые компоненты вектора S и вектор-функции F соответственно. Введем в рассмотрение вспомогательную скалярную функцию

$$\Phi_0(q) = \sum_{i=1}^3 (F_i(q) - S_i)^2. \quad (4)$$

Тогда система уравнений (2) сводится к многомерной задаче глобальной условной оптимизации

$$\min_{q \in Q} \Phi_0(q) = \Phi_0(q^*). \quad (5)$$

Задача (5) может быть решена многими методами решения многомерных задач глобальной условной оптимизации. Из соображений простоты реализации мы ориентируемся на следующую комбинацию последовательно применяемых методов:

- сведение задачи (5) к задаче глобальной безусловной оптимизации методом штрафных функций;
- сведение указанной задачи глобальной безусловной оптимизации к совокупности задач локальной оптимизации методом мультистарта;
- решение каждой из этих задач локальной безусловной оптимизации каким-либо прямым методом (методом нулевого порядка), например, хорошо себя зарекомендовавшим методом Нелдера—Мида [4].

Случай отсутствия препятствий. В этом случае множество допустимых значений вектора обобщенных координат q имеет вид

$$Q = \{q_i | -q_i^{\max} \leq q_i \leq q_i^{\max}, i = \overline{1, N}\},$$

а функция штрафа задается выражением

$$W(\mu^r, q) = \sum_{i=1}^N \mu_i^r \bar{q}_i^2, \quad (6)$$

где $r = 1, 2, \dots$ — номер итерации; $\mu^r = (\mu_1^r, \mu_2^r, \dots, \mu_N^r)$, $\mu_i^r > 0$ — вектор коэффициентов штрафа;

$$\bar{q}_i = \begin{cases} 0, & q_i \in [-q_i^{\max}, q_i^{\max}]; \\ q_i, & q_i \notin [-q_i^{\max}, q_i^{\max}]. \end{cases}$$

Если в процессе решения задачи A на r -й итерации нарушается ограничение по обобщенной координате q_i , т. е. оказывается, что $|q_i| > q_i^{\max} + \varepsilon_q$, то коэффициент штрафа μ_i^r увеличивается (например, удваивается) и итерация повторяется с новым вектором штрафных функций μ^r . Здесь $\varepsilon_q \geq 0$ — заданная константа.

Общий случай. Пусть кроме ограничений на компоненты вектора обобщенных координат q вида $|q_i| \leq q_i^{\max}$, $i = \overline{1, N}$, имеются ограничения на компоненты этого вектора, обусловленные наличием препятствий B_j , $j = \overline{1, m}$.

Если известна граница Γ множества Q , то штрафная функция может быть и в данном случае построе-

на по рассмотренной выше схеме. Однако, поскольку эта граница определяется указанными выше препятствиями, произвольно расположенными в области достижимости манипулятора, топология границы Γ может быть весьма сложной, так что задача ее построения представляет собой самостоятельную проблему.

Используем иной способ формирования штрафной функции — построим ее на основе функции (6) в виде

$$W(\mu^r, v^r, q) = \sum_{i=1}^N \mu_i^r \bar{q}_i^2 + \sum_{j=1}^N v_j^r.$$

Здесь $v^r = (v_1^r, v_2^r, \dots, v_N^r)^T$ — дополнительный вектор коэффициентов штрафа, которые формируются по следующему правилу:

1) в качестве начального приближения к решению задачи используем допустимую конфигурацию q^0 . Все компоненты вектора v полагаем равными нулю;

2) выполняем одну итерацию решения задачи глобальной условной оптимизации (5), используя в качестве штрафа функцию $W(\mu^r, v^r, q)$;

3) если конфигурация q^r оказывается недопустимой по компонентам i_1, i_2, \dots вектора q^r (см. ниже), то выполняем действия, указанные в следующем пункте. В противном случае продолжаем итерации по общей схеме метода штрафных функций;

4) результаты r -й итерации отвергаем, увеличиваем по некоторому правилу значения коэффициентов штрафа v_{i_1}, v_{i_2}, \dots и переходим к пункту 2.

Недопустимость конфигурации q^r по обобщенным координатам $q_{i_1}^r, q_{i_2}^r, \dots$ означает недопустимость положения соответствующих секций манипулятора, что определяется по следующей схеме:

1) строим параллелепипед P , описанный вокруг области достижимости манипулятора;

2) покрываем параллелепипед равномерной сеткой Ω с шагом ϵ_B по каждому из измерений;

3) перебором всех узлов $X_{i,j,k}$ сетки Ω находим узлы, принадлежащие области $B_j, j = \overline{1, m}$, которые образуют дискретную аппроксимацию \tilde{B}_j множества B_j ;

4) строим дискретную аппроксимацию \tilde{B}_j^E расширенного множества $B_j, j = \overline{1, m}$, по следующему правилу: включаем во множество \tilde{B}_j^E все узлы множества \tilde{B}_j ; если узел $X_{i,j,k}$, принадлежащий множеству \tilde{B}_j , имеет соседний узел, не принадлежащий

этому множеству, то включаем последний узел во множество \tilde{B}_j^E ;

5) положение секции манипулятора считается недопустимым, если хотя бы один из узлов $X_{i,j,k}$, принадлежащих хотя бы одной из областей $\tilde{B}_j^E, j = \overline{1, m}$, лежит внутри данной секции манипулятора.

Для сокращения вычислительных затрат в программной реализации рассмотренной схемы предварительно целесообразно построить границу каждого из множеств \tilde{B}_j^E .

Заметим, что более строго допустимость положения секции манипулятора можно определить с привлечением понятия расстояния от точки X , принадлежащей границе препятствия B_j , до рассматриваемой секции манипулятора. Однако постановка задачи в таких терминах приводит к алгоритмам, требующим значительно больших вычислительных затрат.

3. Метод решения задачи B

Задача B поставлена как многокритериальная задача. Используем решение этой задачи методом скалярной свертки, когда вместо векторного критерия оптимальности $J_i(q), i = \overline{1, k}$, рассматривается скалярный критерий

$$\Phi_1(q) = \sum_{i=1}^k \lambda_i J_i(q), \lambda_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1,$$

где λ_i — весовой коэффициент, формализующий относительную важность частного критерия оптимальности $J_i(q)$ [5]. В результате задача B запишется в виде

$$\begin{cases} S^* = F(q^*); \\ \min \Phi_1(q) = \Phi_1(q^*), q \in Q. \end{cases}$$

Вместо критерия оптимальности (4) в этом случае используется критерий

$$\Phi(q) = \rho_0 \Phi_0(q) + \rho_1 \Phi_1(q),$$

где величины ρ_0, ρ_1 представляют собой положительные весовые множители, задающие относительные веса критериев оптимальности $\Phi_0(q), \Phi_1(q); \rho_0 + \rho_1 = 1$.

В результате задача сводится к решению многомерной задачи глобальной условной оптимизации

$$\min \Phi(q) = \Phi(q^*), q \in Q, \quad (7)$$

которая решается по схеме решения задачи (5), рассмотренной в разделе 2.

4. Программная реализация

Выполнены две программные реализации рассмотренного метода решения задач (5), (7) — реализация на основе языка программирования C++, а также реализация в среде пакета математических вычислений MatLab.

C++-реализация. Написанное на C++ объектно-ориентированное программное обеспечение реализует ввод исходных данных, решение задач (5), (7), визуализацию решения, а также его сохранение на жестком диске компьютера.

Язык программирования C++ использован в силу его кроссплатформенности и высокой эффективности. Оконный графический интерфейс реализован средствами кроссплатформенного инструментария Qt, а визуализация результатов — средствами Qt и библиотеки OpenGL.

Для решения задачи многомерной глобальной безусловной оптимизации, к которой сводится решение задач (5), (7), используется комбинация методов Нелдера—Мида и мултистарта.

Реализованы два критерия оптимальности конфигурации манипулятора — критерий

$$J_1(q) = g \sum_{i=1}^n M_i h_i^C(q),$$

формализующий его потенциальную энергию, и критерий

$$J_2(q) = \sum_{i=1}^n q_i^2,$$

призванный минимизировать суммарную кривизну манипулятора. Здесь g — ускорение свободного падения; M_i — масса i -й секции манипулятора; h_i^C — расстояние центра тяжести i -й секции до плоскости $0_0x_0y_0$.

Отметим следующее обстоятельство. В случае, когда в качестве критерия оптимальности конфигурации манипулятора используется его кривизна (т. е. когда $\Phi_1(q) = J_2(q)$), в процессе решения задачи (7) по мере приближения схвата 0_n к его требуемому положению значения критерия оптимальности $\Phi_0(q)$ стремятся к нулю. В то же время, за исключением вырожденного случая, когда все секции манипулятора лежат на одной прямой, значения критерия оптимальности $\Phi_1(q)$ отличны от нуля. Поэтому при решении задачи (7) можно не добиться точного совмещения схвата 0_n с требуемой точкой при любых фиксированных значениях коэффициентов ρ_0, ρ_1 . В таком случае для повышения точности позиционирования схвата целесообразно использовать решение задачи в два этапа. На первом

этапе путем решения задачи (7) с некоторыми постоянными весовыми коэффициентами ρ_0, ρ_1 находится конфигурация манипулятора, имеющая кривизну, близкую к минимальной. На втором этапе исходя из полученной конфигурации манипулятора частное ρ_0/ρ_1 увеличивается до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность позиционирования схвата. Для каждого отношения ρ_0/ρ_1 при этом решается задача (7).

MatLab-реализация выполнена на языке MatLab в среде MatLab.9.0 (R2009b) с использованием MatLab-расширения Optimization Toolbox и расширения Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox, которые предназначены для решения оптимизационных задач.

Для решения задачи многомерной глобальной безусловной оптимизации, к которой сводится решение задач (5), (7), используется комбинация метода на основе генетического алгоритма, реализованного в программе `ga(fitnessfcn,nvars)`, и метода мултистарта [15].

5. Примеры

Рассматривается манипулятор из семи цилиндрических секций, длины которых убывают в геометрической прогрессии. Эксперименты выполнены с дву- и трехмерными моделями манипулятора.

C++-реализация. Некоторые результаты экспериментов, выполненных с помощью C++-реализации, приведены на рис. 2, 3.

Рис. 2 иллюстрирует результаты исследования двумерной модели манипулятора при отсутствии препятствий и демонстрирует эффект учета кривизны манипулятора. Здесь и далее символ \otimes обозначает целевую точку.

На рис. 2, а, б относительные положения точек $0_0, 0_7$ одинаковы, но для конфигурации, представленной на рис. 2, а, суммарная кривизна манипулятора равна $J_2(q) = 46,5$, а для представленной на рис. 2, б, $J_2(q) = 118,5$.

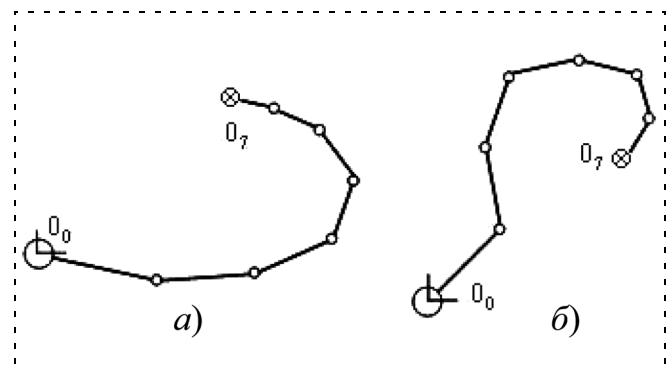


Рис. 2. Оптимальная конфигурация манипулятора: двумерный случай; препятствия отсутствуют

Результаты экспериментов с трехмерной моделью при наличии двух шаровых препятствий иллюстрирует рис. 3.

MatLab-реализация. Целью экспериментов с использованием MatLab-реализации было сравнение эффективности планирования целевой конфигурации манипулятора с использованием алгоритма многомерной безусловной оптимизации на основе метода Нелдера—Мида и генетического алгоритма. Итоговые результаты этого сравнения, выполненные для двумерной задачи, приведены на рис. 4, где r — номер итерации, ε — достигнутая точность.

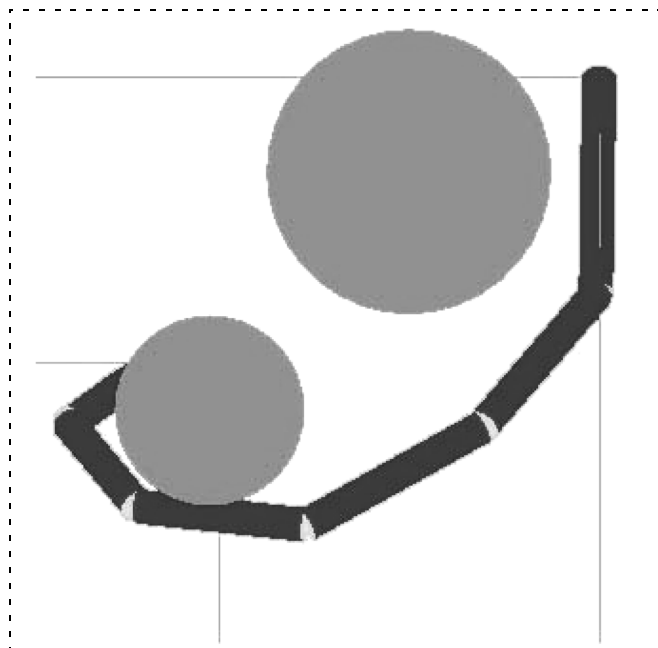


Рис. 3. Оптимальная конфигурация манипулятора: трехмерный случай; два шаровых препятствия

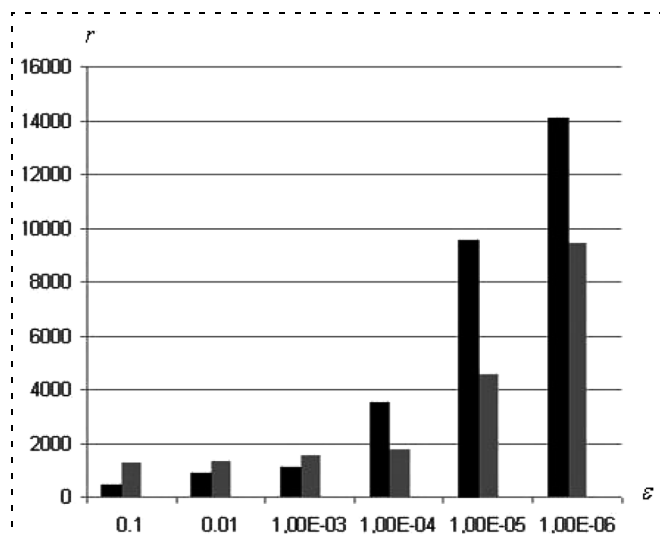


Рис. 4. Сравнение эффективности метода Нелдера—Мида и генетического алгоритма: двумерный случай; препятствия отсутствуют (черный цвет — генетический алгоритм; серый — метод Нелдера—Мида)

Рис. 4 показывает, что с точки зрения среднего числа вычислений критерия оптимальности (числа испытаний) r генетический алгоритм существенно проигрывает методу Нелдера—Мида при высокой требуемой точности оптимизации ε . Наоборот, при невысокой точности генетический алгоритм дает заметный выигрыш. Этот вывод позволяет рекомендовать использование комбинации генетического алгоритма с методом Нелдера—Мида, при которой на начальных итерациях для поиска грубого приближения к решению применяется генетический алгоритм, а для уточнения решения — метод Нелдера—Мида.

Заключение

В статье поставлены две задачи планирования целевой конфигурации многосекционного манипулятора типа "хобот". В первой из задач критерий оптимальности формализует только близость схвата манипулятора к целевой точке. Во второй задаче дополнительно введены критерии оптимальности, формализующие, например, потенциальную энергию манипулятора, его суммарную кривизну и т. п.

В обоих случаях решение задачи сведено к задаче многомерной глобальной условной оптимизации, которая с помощью метода штрафных функций сведена к задаче многомерной глобальной безусловной оптимизации. Для решения последней задачи используется метод Нелдера—Мида в комбинации с методом мултистарта, а также генетический алгоритм.

Программная реализация комбинации методов Нелдера—Мида и мултистарта выполнена на языке программирования C++, оконный графический интерфейс реализован средствами инструментария Qt, а визуализация результатов — средствами Qt и библиотеки OpenGL.

Программная реализация оптимизации целевой конфигурации манипулятора с помощью генетического алгоритма выполнена в среде MatLab 7.9.0 с использованием пакетов расширения Optimization Toolbox и Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox.

Апробация разработанного программного обеспечения проведена для двумерной задачи без препятствий и для трехмерной задачи с двумя шаровыми препятствиями. Результаты решения указанных задач показали работоспособность и высокую эффективность предложенных методов, алгоритмов и программного обеспечения.

Авторы выражают благодарность Ю. Т. Каганову за плодотворные обсуждения постановки задачи и методов ее решения, а также А. В. Богомолу и Е. А. Жук за помощь в проведении экспериментов с генетическим алгоритмом.

Список литературы

1. Глазунов В. А., Колискор А. Ш., Крайнев А. Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 94 с.
2. Интеллектуальные системы автоматического управления / Под ред. И. М. Макарова, В. М. Лохина. М.: Физматлит, 2001. 576 с.
3. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 480 с.
4. Грешилов А. А. Математические методы принятия решений. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. 584 с.
5. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения. М.: Радио и связь. 1992. 504 с.
6. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 285 с.
7. Кирильченко А. А., Зуева Е. Ю., Платонов А. К., Соколов С. М. Формальные подходы к проектированию алгоритмов информационного обеспечения мобильных систем (выбор пути, навигация, надежность). М.: Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, 2008. 32 с.
8. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // IEEE International Conference Robotics and Automation. Proc., 1985. P. 500—505.
9. Brooks R. A. Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots // IEEE International Conference Robotics and Automation. Proc., 1986. P. 2—14.
10. Платонов А. К., Кирильченко А. А., Колганов М. А. Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы // Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН. 2001. № 40. 32 с.
11. Пшихонов В. Х. Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 2. С. 34—41.
12. Steven M. LaValle. Planning Algorithms. Cambridge University Press, 2006. 842 p. (<http://msl.cs.uiuc.edu/planning>).
13. Каганов Ю. Т., Карпенко А. П. Математическое моделирование кинематики и динамики робота-манипулятора типа "хобот". 1. Математические модели секции манипулятора, как механизма параллельной кинематики типа "трипод" // Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2009. 10 (<http://technomag.edu.ru/doc/133262.html>).
14. Каганов Ю. Т., Карпенко А. П. Математическое моделирование кинематики и динамики робота-манипулятора типа "хобот". 2. Математические модели секции манипулятора, как механизма параллельной кинематики типа "гексапод" // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 2009. 11 (<http://technomag.edu.ru/doc/133731.html>).
15. Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox // (<http://matlab.exponenta.ru/genalg/index.php>).

ИНФОРМАЦИЯ

Издательство "Новые технологии" начинает выпускать
теоретический и прикладной научно-технический журнал

ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

В журнале будут освещаться состояние и тенденции развития основных направлений индустрии программного обеспечения, связанных с проектированием, конструированием, архитектурой, обеспечением качества и сопровождением жизненного цикла программного обеспечения, а также рассматриваться достижения в области создания и эксплуатации прикладных программно-информационных систем во всех областях человеческой деятельности.

Основные тематические направления журнала

- ◆ Общетеоретические вопросы программной инженерии
- ◆ Языки и системы программирования, семантика программ
- ◆ Инструменты и методы программной инженерии
- ◆ Модели, методы и алгоритмы проектирования программных систем
- ◆ Системы управления базами данных и знаний
- ◆ Модели, методы, алгоритмы и программные инструменты для организации взаимодействия программ и программных систем
- ◆ Человеко-машинные интерфейсы, средства визуализации, обработки изображений, системы виртуальной реальности, мультимедийного общения
- ◆ Модели и методы создания программных систем для параллельной и распределенной обработки данных
- ◆ Верификация и тестирование программного обеспечения
- ◆ Оценка качества, стандартизация и сопровождение программных систем
- ◆ Безопасность программно-информационных систем
- ◆ Модели жизненного цикла программных проектов
- ◆ Сопровождение программного обеспечения
- ◆ Управление программной инженерией
- ◆ Интеллектуальные программные комплексы и системы
- ◆ Создание и эксплуатация прикладных программно-информационных систем

Журнал распространяется только по подписке.

Оформить подписку можно через подписные Агентства или непосредственно в редакции журнала.

Подписные индексы по каталогам:

"Роспечать" — 22765; "Пресса России" — 39795.

УДК 004.7

С. П. Саханский, д-р техн. наук, проф.,
Сибирский государственный
аэрокосмический университет,
г. Красноярск
Sahanskiy@yandex.ru

Управление скоростью вытягивания при выращивании монокристаллов кремния

Предложена математическая модель формирования скорости вытягивания на установке выращивания монокристаллов кремния по способу Чохральского, которая позволяет автоматизировать процесс ввода программного задания скорости в микропроцессорную систему управления.

Ключевые слова: скорость вытягивания, монокристалл кремния, осевой градиент

Введение

Управление скоростью вытягивания кристаллов полупроводниковых материалов, выращиваемых из расплава по способу Чохральского, заключается в следующем: во вращающемся вокруг своей оси

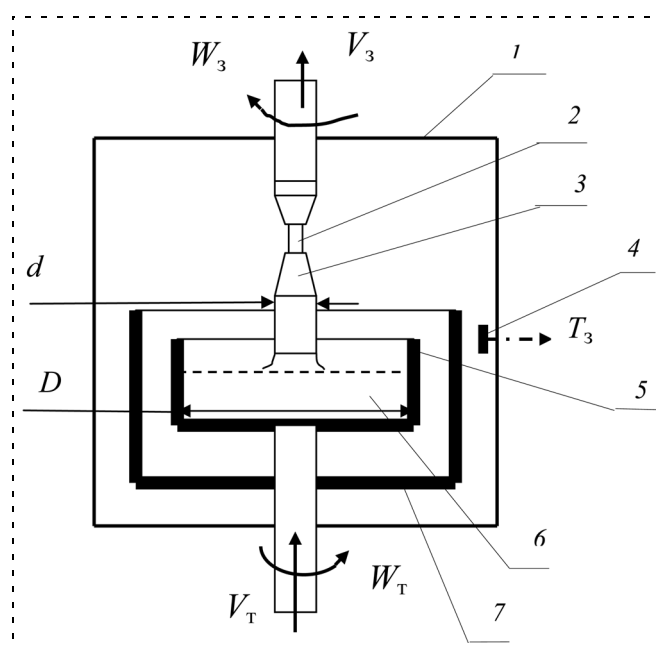


Рис. 1. Схема выращивания кристаллов:
1 — камера; 2 — затравка; 3 — кристалл; 4 — датчик температуры; 5 — тигель; 6 — расплав металла; 7 — нагреватель

с угловой скоростью W_T тигле с внутренним диаметром D находится жидкий расплавленный металл (рис. 1), кристалл диаметром d вытягивается из расплава со скоростью вытягивания V_3 и угловой скоростью вращения W_3 кристалла; процесс проводится в камере, наполненной инертным газом. Температура расплава формируется за счет управления мощностью нагревателя на основе показания датчика температуры T_3 боковой поверхности нагревателя.

Для получения [1] монокристаллов кремния высокого качества необходимо обеспечить форму фронта кристаллизации, близкую к плоской, на участках выращивания прямого конуса кристалла, цилиндрической части и обратного конуса, что обеспечивает одновременно устойчивый монокристаллический рост кристаллов. Ниже приведены математические выражения для формирования закона изменения скорости вытягивания $V_3(x)$, которые позволяют автоматизировать процесс ввода задания скорости в систему управления установкой.

Математическую зависимость среднего перегрева расплава λ относительно температуры кристаллизации материала [1, 2] можно представить в виде

$$\lambda = C_t \frac{L - C_V V_3}{d}, \quad (1)$$

где $C_V = \rho_{ж} \frac{E}{\lambda_{ТВ}}$; $C_t = 4 \frac{\sigma \lambda_{ТВ}}{\rho_{ж} \lambda_{ж} g}$; $\lambda = (T - T_K)$; V_3 — скорость вытягивания кристалла; T_K — температура кристаллизации материала; T — температура расплава в зоне фронта кристаллизации; L — линейный осевой градиент в твердом кристалле; E — удельная теплота плавления материала; $\lambda_{ж}$ — коэффициент теплопроводности расплава; $\lambda_{ТВ}$ — коэффициент теплопроводности кристалла; g — ускорение свободного падения; r — радиус столба расплава; σ — поверхностное натяжение расплава.

В общем случае средний перегрев λ есть функция осевого градиента в кристалле L и скорости вытягивания кристалла V_3 . Процесс управления основными параметрами выращивания кристалла показан на рис. 2. С использованием линейной аппроксимации параметров на узловых участках выращивания кристалла получены выражения для определения задания скорости вытягивания $V_3(x)$ на конусной

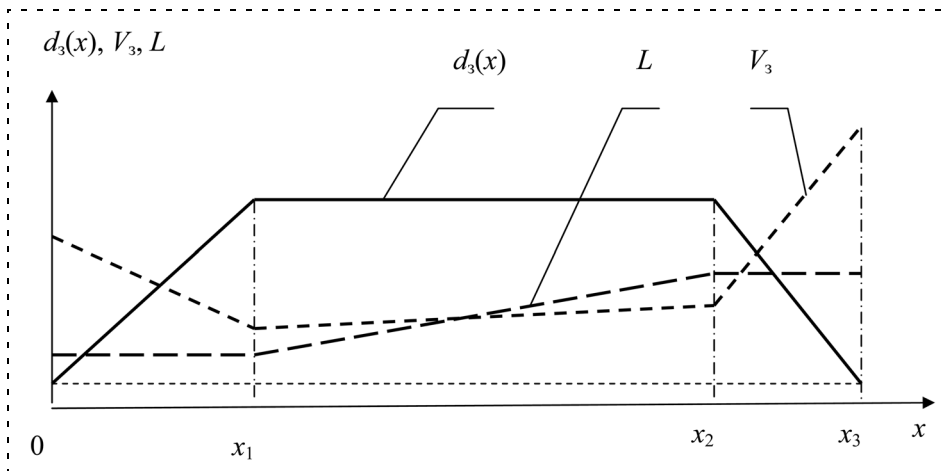


Рис. 2. Задание параметров процесса выращивания кристаллов: $d_3(x)$ — задание диаметра; V_3 — задание скорости вытягивания; L — задание осевого градиента; x — перемещение вдоль оси кристалла

и цилиндрической частях кристалла и при формировании обратного конуса, соответственно:

$$V_3(x) = V_0 - \frac{x[V_0 - V_1]}{x_1}; \quad (2)$$

$$V_3(x) = V_1 - \frac{(x - x_1)[V_1 - V_2]}{(x_2 - x_1)}; \quad (3)$$

$$V_3(x) = V_2 + \frac{(x - x_2)[V_3 - V_2]}{(x_3 - x_2)}, \quad (4)$$

где V_0 — начальная скорость вытягивания кристалла; V_1 — скорость вытягивания кристалла при завершении формирования обратного конуса; V_2 — скорость вытягивания кристалла при завершении формирования цилиндра; V_3 — скорость вытягивания кристалла при завершении формирования обратного конуса; x_1 — координата завершения формирования прямого конуса кристалла; x_2 — координата завершения формирования цилиндрической части кристалла; x_3 — координата завершения формирования обратного конуса кристалла; x — координата перемещения вдоль оси кристалла.

Для автоматического определения значений координат скорости вытягивания в узловых точках (V_0, V_1, V_2, V_3) преобразуем выражение (1) к следующему виду, введя технологические поправочные коэффициенты β_i :

$$V_3(d) = \left[L - \frac{\lambda d_3}{C_t} \right] \frac{\beta_i}{C_V}, \quad (5)$$

где $V_3(d)$ — скорость вытягивания кристалла; d_3 — задание диаметра кристалла на прямом конусе, цилиндрической части и обратном конусе; β_i — техно-

нологические коэффициенты снижения скорости (0,7...0,9).

Из выражения (5) для узловых точек скорости вытягивания получим

$$V_0 = \left[L_0 - \frac{\lambda d_0}{C_t} \right] \frac{\beta_0}{C_V}; \quad (6)$$

$$V_1 = \left[L_0 - \frac{\lambda d_1}{C_t} \right] \frac{\beta_1}{C_V}; \quad (7)$$

$$V_2 = \left[L_1 - \frac{\lambda d_1}{C_t} \right] \frac{\beta_2}{C_V}; \quad (8)$$

$$V_3 = \left[L_1 - \frac{\lambda d_0}{C_t} \right] \frac{\beta_3}{C_V}, \quad (9)$$

где L_0 — линейный осевой градиент в начале цилиндрической части кристалла; L_1 — линейный осевой градиент в конце цилиндрической части кристалла; V_0, V_1, V_2, V_3 — узловые точки скорости вытягивания; d_0 — диаметр вытягиваемой шейки кристалла; d_1 — диаметр цилиндрической части кристалла.

Технологические поправочные коэффициенты β_i введены для корректировки скорости вытягивания исходя из технологических требований (например, равномерности легирования кристалла по его длине, при допущении некоторого прогиба фронта кристаллизации). Осевой градиент в выращиваемом кристалле кремния можно рассчитать на основе непрерывного измерения температуры цифровым пирометром в области выращивания на боковой поверхности кристалла (на расстоянии 8...10 мм от расплава) в процессе роста. Применяя микропроцессорные системы управления выращиванием кристаллов кремния, вычисление осевого градиента можно автоматизировать.

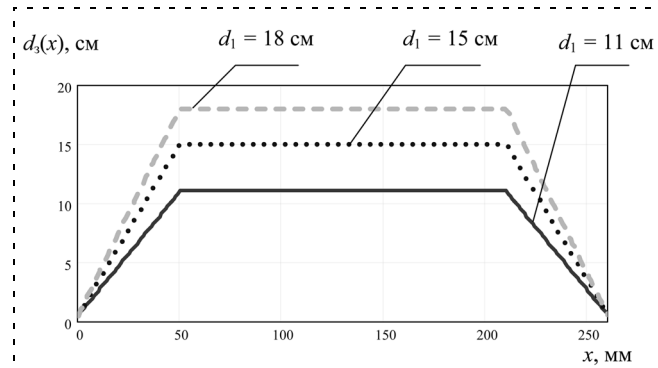


Рис. 3. Задание диаметра кристалла кремния при: $x_1 = 50$ мм; $x_2 = 210$ мм; $x_3 = 260$ мм; $d_0 = 0,5$ см

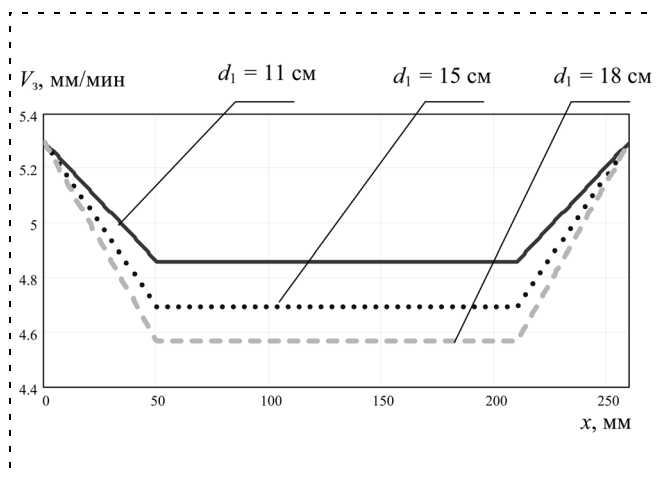


Рис. 4. Задание скорости вытягивания кремния при:
 $\lambda = 0,2 \text{ }^\circ\text{C}$; $L_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C/cm}$; $L_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C/cm}$; $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0,8$;
 $d_0 = 0,5 \text{ см}$; $x_1 = 50 \text{ мм}$; $x_2 = 210 \text{ мм}$; $x_3 = 260 \text{ мм}$; $d_0 = 0,5 \text{ см}$

На рис. 3, 4 приведены примеры моделирования задания диаметра кристалла кремния и скорости вытягивания на всех участках с учетом физических постоянных полупроводникового кремния [3].

Моделирование скоростей вытягивания кристаллов кремния и германия [1] показало, что ра-

бочий диапазон скорости вытягивания германия (0,2...1 мм/мин) и кремния (2...10 мм/мин) отличается на порядок, что согласуется с теплофизическими параметрами данных материалов.

* * *

Предложена математическая модель формирования скорости вытягивания для установок выращивания монокристаллов кремния по способу Чохральского, что позволяет автоматизировать процесс ввода задания скорости в систему управления и сокращает цикл изготовления готовой продукции требуемого качества, обеспечивая форму фронта кристаллизации кристалла в процессе роста, близкую к плоской.

Список литературы

1. Саханский С. П. Управление скоростью вытягивания на установке выращивания монокристаллов германия // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2008. № 4. С. 7–11.
2. Саханский С. П. Управление процессом выращивания монокристаллов германия: монография. Красноярск: Изд. Сиб. гос. аэрокосмич. ун-та, 2008. 104 с.
3. Бабичев А. П., Бабушкина Н. А., Братковский А. М. Физические величины: Справочник / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мелихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

УДК 62-50:621.3

С. М. Афонин, канд. техн. наук, доц., ст. науч. сотр.,
 Московский государственный
 институт электронной техники (ТУ)
 stat1@mail.ru

Решение матричных уравнений в задачах электроупругости для многослойных актюаторов наноперемещений

На основе решения матричных уравнений в задачах электроупругости построена обобщенная структурно-параметрическая модель многослойного электроупругого актюатора и определено влияние геометрических и физических параметров актюатора и внешней нагрузки на его динамические характеристики. Получены передаточные функции многослойного электроупругого актюатора нано- и микроперемещений.

Ключевые слова: многослойный электроупругий актюатор, деформация, пьезоэффект, матричные уравнения, передаточные функции, наноперемещения

Введение. Постановка задачи. Применение точных электромеханических приводов, работающих на основе электроупругости (пьезоэлектрического, пьезомагнитного, электрострикционного, магнито-

стрикционного эффектов), является перспективным в таких областях, как нанотехнологии, нанобиология, энергетика, микроэлектроника и адаптивная оптика для прецизионного совмещения, при компенсации температурных и гравитационных деформаций, а также атмосферной турбулентности путем коррекции волнового фронта. Точные электромеханические приводы работают в пределах рабочих нагрузок, обеспечивающих упругие деформации актюатора — исполнительного устройства [1–7]. Пьезоактюаторы имеют высокие значения пьезомодулей, поэтому часто применяются для наноперемещений. Для увеличения диапазона перемещений от нанометров до десятков микрометров используются многослойные (составные) актюаторы.

Для исследования пьезопреобразователей используются эквивалентные электрические схемы, которые позволяют применять методы теории электрических цепей в расчетах режимов излучателя и приемника. Эквивалентные схемы пьезопреобразователей с отрезками длинных линий реализуются с помощью электрических элементов и применяются для электрического моделирования распространения акустических волн. Для нахождения

давления на границе с рабочей средой в пьезоприемниках или пьезопередатчиках рассматриваются блок-схемы с колебательным давлением на входе или выходе, которые не применяются при проектировании пьезопроводов нано- и микроперемещений [8].

В результате совместного решения системы уравнений эквивалентного четырехполюсника составного электроупругого актюатора, соответствующего уравнения электроупругости и граничных условий на двух рабочих поверхностях актюатора строится соответствующая структурно-параметрическая модель составного электроупругого актюатора. Его передаточные функции получаются из системы уравнений, описывающих его структурно-параметрическую модель [6, 7].

Обобщенная параметрическая структурная схема электроупругого актюатора. В общем виде уравнение электроупругости [3] имеет вид

$$S_i = s_{ij}^{E, H, \Theta} T_j + d_{mi}^{H, \Theta} E_m + d_{mi}^{E, \Theta} H_m + \alpha_i^{E, H} d\Theta, \quad (1)$$

где S_i — относительная деформация по оси i ; $s_{ij}^{E, H, \Theta}$ — упругая податливость при $E = \text{const}$, $H = \text{const}$, $\Theta = \text{const}$; T_j — механическое напряжение по оси j ; $d_{mi}^{H, \Theta}$ — пьезомодуль; E_m — напряженность электрического поля по оси m ; $d_{mi}^{E, \Theta}$ — коэффициент магнетострикции; H_m — напряженность магнитного поля по оси m ; $\alpha_i^{E, H}$ — коэффициент теплового расширения; Θ — температура; $i = \overline{1, 6}$, $j = \overline{1, 6}$, $m = \overline{1, 3}$. Рассмотрим задачи пьезоупругости. В результате совместного решения матричного уравнения четырехполюсника составного пьезоактюатора, соответствующего уравнения пьезоэффекта и граничных условий на его двух нагруженных рабочих поверхностях получаем соответствующую структурно-параметрическую модель пьезоактюатора. Матричное уравнение деформаций и передаточные функции пьезоактюатора выводятся из системы уравнений, описывающих его структурно-параметрическую модель.

Если в упругом пьезокерамическом актюаторе создать механическое напряжение T , то в нем возникнет относительная деформация S , линейно зависящая от T . Существуют шесть компонент напряжений T : $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$ [3]. Из них T_1, T_2, T_3 относятся к напряжениям растяжения—сжатия, а T_4, T_5, T_6 — к напряжениям сдвига. Соответственно имеем шесть компонент относительных деформаций S : $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$, причем имеется сдвиг в плоскостях, перпендикулярных осям 1, 2, 3.

Относительная деформация записывается в виде [3]:

- при управлении по напряжению $S_i = d_{mi} E_m + s_{ij}^E T_j$;
- при управлении по току $S_i = g_{mi} D_m + s_{ij}^D T_j$,

где $i, j = \overline{1, 6}$; $m = \overline{1, 3}$, причем 1, 2, 3 — взаимно перпендикулярные координатные оси; S_i — относительная деформация с индексом i ; d_{mi}, g_{mi} — пьезомодули; E_m, D_m — напряженность электрического поля и электрическая индукция по оси m ; s_{ij}^E, s_{ij}^D — упругие податливости при $E = \text{const}$ и $D = \text{const}$; T_j — механическое напряжение по оси j . В поляризованной сегнетокерамике промышленных марок ЦТС или PZT имеем пять компонент упругих податливостей $s_{11}^E, s_{12}^E, s_{13}^E, s_{33}^E$ и s_{55}^E при постоянной напряженности электрического поля $E = \text{const}$ и три пьезомодуля d_{31}, d_{33} и d_{15} .

Рассмотрим, например, составной пьезоактюатор, состоящий из пьезопластин, соединенных электрически параллельно, а механически — последовательно. Составной пьезоактюатор при продольном пьезоэффекте имеет длину l , а каждая из составляющих его n пьезопластин имеет высоту δ и площадь поперечного сечения S_0 . Электроды нанесены на грани пьезопластин, перпендикулярные оси 3.

Для вывода системы уравнений эквивалентного четырехполюсника составного пьезоактюатора рассмотрим матричные уравнения. Эквивалентный T -образный четырехполюсник k -й пьезопластины в последовательной эквивалентной схеме составного пьезоактюатора имеет порядковый номер k , составлен исходя из уравнения колебаний и уравнения сил [6, 7], действующих на гранях пьезопластины.

Следовательно, получаем преобразования Лапласа соответствующих сил на входной и выходной гранях k -й пьезопластины в виде системы уравнений эквивалентного T -образного четырехполюсника:

$$\begin{aligned} F_{k_{inp}}(p) &= -(Z_1 + Z_2)\Xi_k(p) + Z_2\Xi_{k+1}(p); \\ -F_{k_{out}}(p) &= -Z_2\Xi_k(p) + (Z_1 + Z_2)\Xi_{k+1}(p), \end{aligned} \quad (2)$$

где $Z_1 = \frac{S_0 \gamma \text{th}(\frac{\delta \gamma}{2})}{s_{ij}^\Psi}$; $Z_2 = \frac{S_0 \gamma}{s_{ij}^\Psi \text{sh}(\delta \gamma)}$; $\gamma = \frac{p}{c} + \alpha$; $\Psi = \begin{cases} E \\ D \end{cases}$;

$F_{k_{inp}}(p), F_{k_{out}}(p)$ — преобразования Лапласа сил на входных и выходных торцах k -й пьезопластины в составном пьезоактюаторе; Z_1, Z_2 — сопротивления эквивалентного четырехполюсника; $\Xi_k(p), \Xi_{k+1}(p)$ — преобразования Лапласа смещений входных и вы-

ходных торцов k -й пьезопластины; p — оператор Лапласа; γ — коэффициент распространения волны; c — скорость звука в пьезокерамике; α — коэффициент затухания; Ψ — обобщенный параметр электрического поля в виде напряженности электрического поля E или электрической индукции D ; s_{ij}^{Ψ} — упругая податливость при $\Psi = \text{const}$; $i, j = \overline{1, 6}$. Получаем следующую систему для k -й пьезопластины:

$$-F_{k_{inp}} = \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) F_{k_{out}} + Z_1 \left(2 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \Xi_{k+1};$$

$$\Xi_k = \frac{1}{Z_1} F_{k_{out}} + \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \Xi_{k+1},$$

которая эквивалентна матричному уравнению

$$\begin{pmatrix} -F_{k_{inp}} \\ \Xi_k \end{pmatrix} = \|M\| \begin{pmatrix} F_{k_{out}} \\ \Xi_{k+1} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где матрица $\|M\|$ имеет вид $\|M\| = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_2} & Z_1 \left(2 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \\ \frac{1}{Z_2} & 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \end{pmatrix}; m_{11} = m_{22} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} = \text{ch}\gamma\delta;$$

$$m_{12} = Z_1 \left(2 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) = Z_0 \text{sh}\gamma\delta; m_{21} = \frac{1}{Z_2} = \frac{\text{sh}\gamma\delta}{Z_0}; Z_0 = \frac{S_0\gamma}{s_{ij}^{\Psi}}.$$

Для составного пьезоактюатора преобразования Лапласа $\Xi_{k+1}(p)$ — смещения и $F_{k_{out}}(p)$ — силы, действующие на выходной грани k -й пластины, соответствуют преобразованиям Лапласа смещения и силы на входной грани $(k+1)$ -й пластины [6, 7]. Сила на выходной грани $F_{k_{out}}$ для k -й пластины равна по величине и противоположна по направлению силе на входной грани $F_{k+1_{inp}}$ для $(k+1)$ -й пластины:

$$F_{k_{out}}(p) = -F_{k+1_{inp}}(p).$$

Из матричного уравнения (3) для n пьезопластин в составном пьезоактюаторе получаем матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} -F_{1_{inp}} \\ \Xi_1 \end{pmatrix} = \|M\|^n \begin{pmatrix} F_{n_{out}} \\ \Xi_n \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Элементы матрицы $\|M\|^n$ находим по методу математической индукции

$$\|M\|^n = \begin{pmatrix} \text{ch}(n\gamma\delta) & Z_0 \text{ch}(n\gamma\delta) \\ \frac{\text{ch}(n\gamma\delta)}{Z_0} & \text{ch}(n\gamma\delta) \end{pmatrix}.$$

Полученному матричному уравнению (4) для составного пьезоактюатора с учетом выражения для матрицы $\|M\|^n$ соответствует эквивалентный четырехполюсник.

Запишем уравнения сил, действующих на гранях составного пьезоактюатора:

- при $x = 0$ $T_3(0, p)S_0 = F_1(p) + M_1 p^2 \Xi_1(p)$;
- при $x = l$ $T_3(l, p)S_0 = -F_2(p) - M_2 p^2 \Xi_2(p)$,

где $T_3(0, p)$, $T_3(l, p)$ — преобразования Лапласа механических напряжений на двух торцах составного пьезоактюатора, причем принимаем $\Xi_2(p)$, $F_2(p)$ — преобразования Лапласа смещения и силы торца пьезоактюатора при $x = l$. Преобразование Лапласа силы [4], возбуждающей колебания составного пьезоактюатора, находится из уравнения обратного пьезоэффекта $F(p) = \frac{d_{33}S_0 E_3(p)}{E S_{33}}$.

Совместное рассмотрение системы уравнений для эквивалентного четырехполюсника составного пьезоактюатора при управлении по напряжению, уравнения сил на его гранях и уравнения силы, возбуждающей колебания, дает следующую структурно-параметрическую модель:

$$\Xi_1(p) = \frac{1}{M_1 p^2} \left\{ -F_1(p) + \frac{1}{E} \left[d_{33} E_3(p) - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)] \right] \right\};$$

$$\Xi_2(p) = \frac{1}{M_2 p^2} \left\{ -F_2(p) + \frac{1}{E} \left[d_{33} E_3(p) - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)] \right] \right\},$$

причем $\frac{1}{E S_{33}} = \frac{S_0}{E} = \frac{m_c (c^E)^2}{l}$, где m_c — масса составного пьезоактюатора.

Из этой системы с учетом уравнения электроупругости (1) получаем систему уравнений для

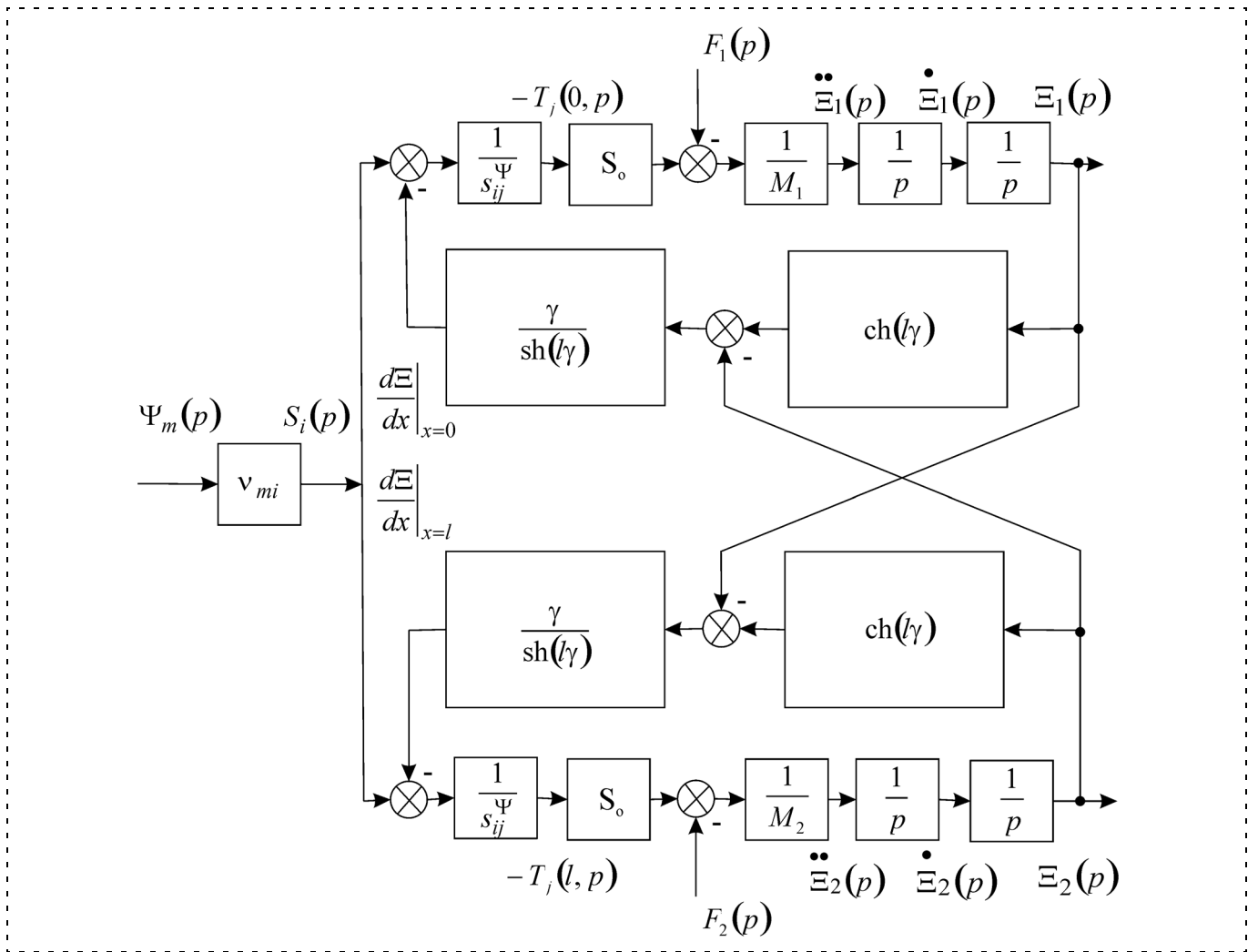


Рис. 1. Обобщенная параметрическая структурная схема электроупругого актюатора

обобщенной структурно-параметрической модели электроупругого актюатора (рис. 1):

$$\begin{aligned}
 \Xi_1(p) &= \frac{1}{M_1 p^2} \left\{ -F_1(p) + \frac{1}{\chi_{ij}} \left[v_{mi} \Psi_m(p) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)] \right] \right\}; \\
 \Xi_2(p) &= \frac{1}{M_2 p^2} \left\{ -F_2(p) + \frac{1}{\chi_{ij}} \left[v_{mi} \Psi_m(p) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)] \right] \right\};
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

$$\frac{1}{\chi_{ij}} = \frac{S_0}{c_{ij}}; v_{mi} = \begin{cases} d_{33}, d_{31}, d_{15} \\ g_{33}, g_{31}, g_{15} \\ d_{33}, d_{31}, d_{15} \end{cases}; \Psi_m = \begin{cases} E_3, E_1 \\ D_3, D_1 \\ H_3, H_1 \end{cases}$$

$$s_{ij}^{\Psi} = \begin{cases} E & E & E \\ s_{33} & s_{11} & s_{55} \\ D & D & D \\ s_{33} & s_{11} & s_{55} \\ H & H & H \\ s_{33} & s_{11} & s_{55} \end{cases}; c = \begin{cases} c^E \\ c^D \\ c^H \end{cases}; \gamma = \begin{cases} \gamma^E \\ \gamma^D \\ \gamma^H \end{cases},$$

где индексы E, D и H соответствуют управлению по напряжению, току и напряженности магнитного поля. Системе (5) соответствует параметрическая структурная схема электроупругого актюатора.

Обобщенные передаточные функции электроупругого актюатора. Обобщенная структурно-параметрическая модель электроупругого актюатора позволяет получить передаточные функции актюатора как отношение преобразования Лапласа перемещения грани актюатора к преобразованию Лапласа соответствующего входного электрического параметра или к преобразованию Лапласа соответствующей силы при нулевых начальных условиях.

Совместное решение уравнений для перемещений двух граней актюатора дает следующую систему:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= W_{11}(p)\Psi_m(p) + W_{12}(p)F_1(p) + W_{13}(p)F_2(p); \\ \Xi_2(p) &= W_{21}(p)\Psi_m(p) + W_{22}(p)F_1(p) + W_{23}(p)F_2(p), \end{aligned} \quad (6)$$

где передаточные функции имеют вид

$$\begin{aligned} W_{11}(p) &= \frac{\Xi_1(p)}{\Psi_m(p)} = \frac{\nu_{mi}}{A_{ij}} \left[M_2 \chi_{ij}^\Psi p^2 + \gamma \operatorname{th}\left(\frac{l\gamma}{2}\right) \right]; \\ W_{21}(p) &= \frac{\Xi_2(p)}{\Psi_m(p)} = \frac{\nu_{mi}}{A_{ij}} \left[M_1 \chi_{ij}^\Psi p^2 + \gamma \operatorname{th}\left(\frac{l\gamma}{2}\right) \right]; \\ W_{12}(p) &= \frac{\Xi_1(p)}{F_1(p)} = -\frac{\chi_{ij}^\Psi}{A_{ij}} \left[M_2 \chi_{ij}^\Psi p^2 + \frac{\gamma}{\operatorname{th}(l\gamma)} \right]; \\ W_{13}(p) &= \frac{\Xi_1(p)}{F_2(p)} = W_{22}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_1(p)} = \frac{\chi_{ij}^\Psi \gamma}{A_{ij} \operatorname{sh}(l\gamma)}; \\ W_{23}(p) &= \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{\chi_{ij}^\Psi}{A_{ij}} \left[M_1 \chi_{ij}^\Psi p^2 + \frac{\gamma}{\operatorname{th}(l\gamma)} \right]; \\ A_{ij} &= M_1 M_2 (\chi_{ij}^\Psi)^2 p^4 + \frac{(M_1 + M_2) \chi_{ij}^\Psi}{\operatorname{cth}(l\gamma)} p^3 + \\ &+ \left[\frac{(M_1 + M_2) \chi_{ij}^\Psi \alpha}{\operatorname{th}(l\gamma)} + \frac{1}{c^2} \right] p^2 + \frac{2\alpha}{c} p + \alpha^2. \end{aligned}$$

Следовательно, из системы уравнений (6) получаем матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} \Xi_1(p) \\ \Xi_2(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_m(p) \\ F_1(p) \\ F_2(p) \end{pmatrix}.$$

При промышленном применении многослойного пьезоактюатора имеем упругоинерционную нагрузку в виде упругого элемента (пружины, мем-

браны) и инерционной массы нагрузки (координатного стола, сканирующего элемента) [6–10]. При одном закрепленном торце пьезоактюатора (например, при $x = 0$) и упругоинерционной нагрузке на пьезоактюатор на втором конце (при $x = l$) имеем уравнение сил на его другом торце

$$T_3(t)S_0|_{x=l} = -M \frac{\partial^2 \xi(t)}{\partial t^2} - (C_a + C_e) \xi(t), \quad (7)$$

где M — масса нагрузки; C_a — жесткость армирующего упругого элемента.

Из уравнения обратного пьезоэффекта с учетом действующих на торец многослойного пьезоактюатора сил (7) получаем

$$\begin{aligned} \frac{d\Xi(x, p)}{dx} \Big|_{x=l} &= \\ &= d_{33} E_3(p) - \frac{s_{33}^E M p^2 \Xi(p)}{S_0} - \frac{s_{33}^E (C_a + C_e) \Xi(p)}{S_0}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\Xi(p) = \Xi_2(p)$, $\Xi(x, p)$, — преобразования Лапласа перемещения торца и сечения пьезоактюатора; $E_3(p)$ — преобразования Лапласа напряженности электрического поля по оси 3. Из (8) имеем выражение для структурно-параметрической модели (рис. 2)

$$\frac{\Xi(p)\gamma}{\operatorname{th}(l\gamma)} + \frac{\Xi(p)s_{33}^E M p^2}{S_0} + \frac{\Xi(p)s_{33}^E (C_a + C_e)}{S_0} = d_{33} E_3 \quad (9)$$

и передаточную функцию

$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \\ &= \frac{d_{33}}{s_{33}^E M p^2 / S_0 + \gamma / \operatorname{th}(l\gamma) + s_{33}^E (C_a + C_e) / S_0}. \end{aligned} \quad (10)$$

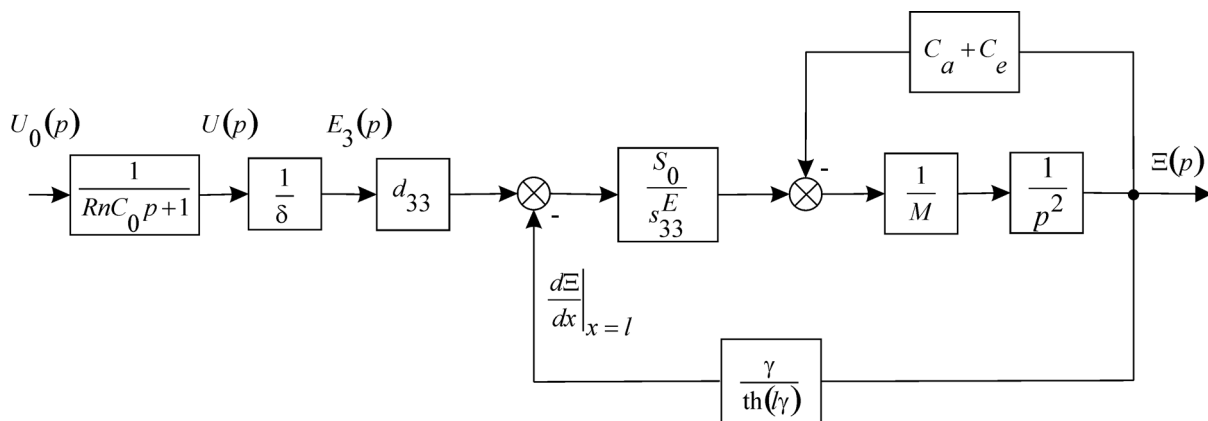


Рис. 2. Параметрическая структурная схема пьезоактюатора, закрепленного одним торцем, при продольном пьезоэффекте

Передаточная функция многослойного пьезоактюатора, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке как электромеханической системы [6–10] с распределенными параметрами имеет вид

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U_0(p)} = \frac{nd_{33}}{(RnC_0p + 1)[Mp^2/C_c + l\gamma\text{cth}(l\gamma) + (C_a + C_e)/C_c]};$$

$$C_c = S_0/(s_{33}^E l) = m_n(c^E)^2/l^2, \quad (11)$$

где C_c — жесткость многослойного пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте; m_n — масса многослойного пьезоактюатора; $U_0(p)$ — преобразование Лапласа напряжения источника питания; R — сопротивление согласующих цепей; C_0 — емкость пьезопластины в многослойном пьезоактюаторе.

Для $R = 0$ частотная передаточная функция имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{\Xi(j\omega)}{E_3(j\omega)} = \frac{d_{33}l}{M(j\omega)^2/C_c + (j\omega l/c^E)\text{cth}(j\omega l/c^E) + (C_a + C_e)/C_c}, \quad (12)$$

где ω — круговая частота; j — мнимая единица.

При $\alpha = 0$ получаем характеристическое частотное уравнение

$$\frac{\omega l}{c^E} \text{ctg}\left(\frac{\omega l}{c^E}\right) = \frac{M\omega^2}{C_c} - \frac{C_a + C_e}{C_c}. \quad (13)$$

Введем следующие обозначения: $k = \omega/c^E$ — частотный коэффициент; $a = (C_a + C_e)/C_c$ — приведенная суммарная жесткость упругого элемента нагрузки (жесткость элемента армирования и упругой нагрузки) к жесткости многослойного пьезоактюатора; $b = M/m_n = M(c^E)^2/(C_c l^2)$ — масса нагрузки, приведенная к массе многослойного пьезоактюатора.

С учетом введенных обозначений характеристическое уравнение (13) записывается в виде

$$\text{ctg}(kl) = -\frac{a}{kl} + bkl. \quad (14)$$

При упругой нагрузке и $M = 0$ имеем: $b = 0$ и уравнение $\text{ctg}(kl) = -\frac{a}{kl}$. Для $a = 0,2$ имеем первые три корня уравнения $k_1 l = 1,69$; $k_2 l = 4,76$; $k_3 l = 7,88$. При наличии упругого элемента резонансная час-

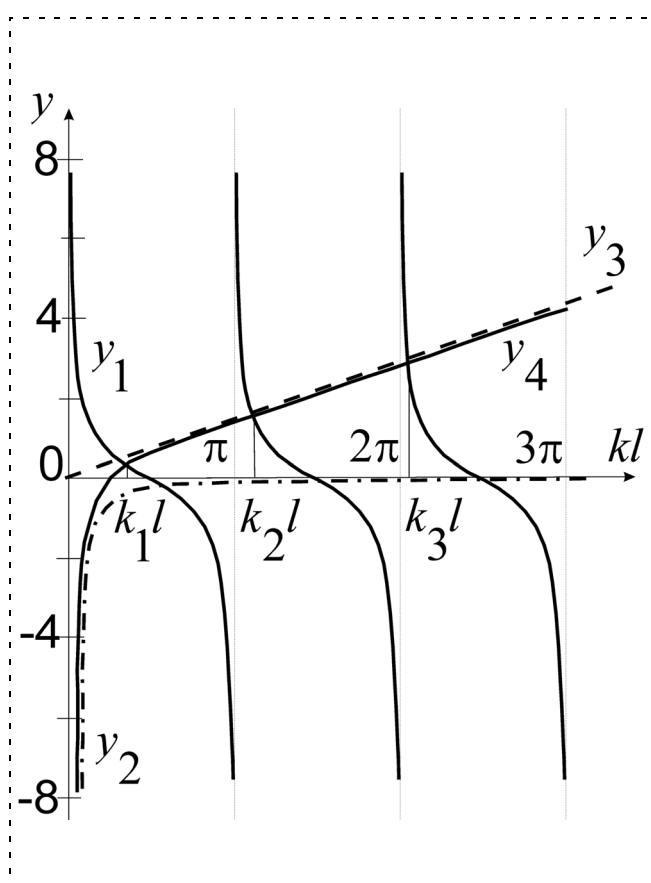


Рис. 3. Резонансные частоты пьезоактюатора, соответственно функции $y_1 = \text{ctg}(kl)$, $y_2 = -\frac{a}{kl}$, $y_3 = bkl$, $y_4 = -\frac{a}{kl} + bkl$

тота многослойного пьезоактюатора возрастает (рис. 3).

Для инерционной нагрузки и $C_a = C_e = 0$ имеем: $a = 0$ и характеристическое уравнение вида $\text{ctg}(kl) = bkl$. Соответственно при $b = 0,5$ корни уравнения $k_1 l = 1,08$; $k_2 l = 3,64$; $k_3 l = 6,58$. При наличии инерционной нагрузки резонансная частота пьезоактюатора уменьшается (рис. 3).

Для многослойного пьезоактюатора с одним свободным торцом $C_a = C_e = 0$ и $M = 0$ имеем: $a = 0$ и $b = 0$ и уравнение $\text{ctg}(kl) = 0$, решения которого $k_i l = \pi(2i - 1)/2$, $i = 1, 2, \dots$ (рис. 3). Первые три корня характеристического уравнения следующие: $k_1 l = \pi/2 = 1,57$; $k_2 l = 3\pi/2 = 4,71$; $k_3 l = 5\pi/2 = 7,85$. Первая резонансная частота f_1 пьезоактюатора с одним свободным торцом $f_1 = c^E/(4l)$. При $c^E = 3 \cdot 10^3$ м/с; $l = 40$ мм имеем $f_1 = 18,75$ кГц.

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда в (11), получаем следующее выражение для передаточной функции пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте для упругоинерционной нагрузки при

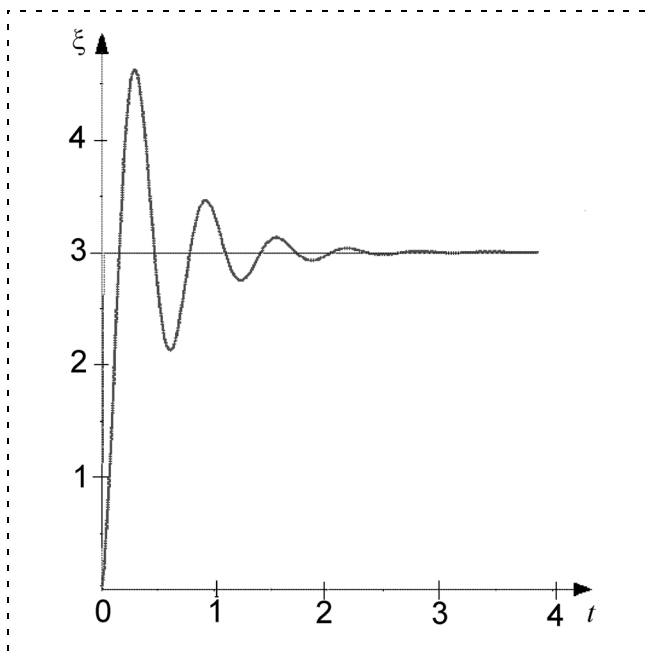


Рис. 4. Переходная характеристика пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте для упругоинерционной нагрузки при $M \gg m$

$M \gg m$, где M и m — масса нагрузки и пьезоактюатора:

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}n}{[1 + (C_a + C_e)/C_c](T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1)}; \quad (15)$$

$$T_t = \sqrt{M/(C_a + C_e + C_c)};$$

$$\xi_t = \alpha l^2 C_c / [3c^E \sqrt{M(C_a + C_e + C_c)}],$$

где $\Xi(p)$, $U(p)$ — преобразования Лапласа перемещения торца и напряжения на обкладках пьезоактюатора; T_t , ξ_t — постоянная времени и коэффициент затухания.

Для пьезоактюатора из пьезокерамики марки ЦТС-19 с передаточной функцией (15) при про-

дольном пьезоэффекте при упругоинерционной нагрузке и ступенчатом входном напряжении амплитудой $U_m = 150$ В получаем $\xi_m = 3$ мкм, $\xi_t = 0,1$, $T_t = 0,9$ мс (рис. 4).

Закключение. Решение матричных уравнений в задачах электроупругости позволяет построить структурно-параметрическую модель многослойного электроупругого актюатора, которая отражает преобразование электрической энергии в механическую энергию перемещаемого объекта при осуществлении нано- и микроперемещений. Обобщенная структурно-параметрическая модель многослойного электроупругого актюатора позволяет определить его передаточные функции и использовать методы теории автоматического управления в расчетах его динамических и статических характеристик для электромеханического привода наноперемещений.

Список литературы

1. Миров В. Л. Основы сканирующей зондовой микроскопии. М.: Техносфера, 2004. 144 с.
2. Вардан В., Виной К., Джозе К. ВЧ МЭМС и их применение. М.: Техносфера, 2004. 528 с.
3. Физическая акустика. Т. 1. Ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1966. 592 с.
4. Афонин С. М. Пьезопреобразователи для приводов микроперемещений // Приборы и системы управления. 1998. № 2. С. 41–42.
5. Афонин С. М. Исследование абсолютной устойчивости системы управления деформацией пьезопреобразователя для нано- и микроперемещений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 1. С. 10–16.
6. Афонин С. М. Исследование характеристик шагового пьезодвигателя нано- и микроперемещений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 11. С. 16–23.
7. Афонин С. М. Обобщенная структурно-параметрическая модель электромагнитоупругого преобразователя для систем управления нано- и микроперемещениями. III. Трансформация параметрических структурных схем электромагнитоупругого преобразователя для систем управления нано- и микроперемещениями // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. № 2. С. 158–166.
8. Домаркас В. И., Кажис Р.-И. Ю. Контрольно-измерительные пьезоэлектрические преобразователи. Вильнюс: Минтис, 1975. 255 с.
9. Полянин А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.
10. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Профессия, 2004. 752 с.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

УДК 681.58

М. М. Аршанский, д-р техн. наук, проф.,

В. Н. Тимошков, аспирант,

Московский государственный технический университет приборостроения и информатики
alachi@yandex.ru

Разработка и исследование четырехзвенных передаточных механизмов стеклоочистителя легкового автомобиля

Обосновывается методика синтеза четырехзвенных передаточных механизмов стеклоочистителя легкового автомобиля. В отличие от стандартных структур четырехзвенных механизмов предлагаемая в работе структура обеспечивает близкий к равномерному износ обоих рабочих кромок резинового элемента стеклоочистителя, что позволяет снизить требования к материалам резинового элемента и увеличить срок их службы. Методами цифрового моделирования проведен анализ автоколебательных процессов, происходящих при движении щетки по влажному стеклу, для реализации законов управления процессом работы стеклоочистителя.

Ключевые слова: синтез четырехзвенного механизма, коэффициент средней скорости прямого/обратного хода, анализ автоколебаний, полужидкостное трение

Стеклоочистители — необходимый компонент для защиты ветрового стекла и обеспечения комфортной видимости при управлении автомобилем в дождливую или снежную погоду. Функция стеклоочистителя заключается в том, чтобы убрать со стекла основную массу воды, оставив в то же время на поверхности стекла равномерную тонкую водяную пленку, которая позволит свету проходить через нее без искажения и отклонения направления светового потока.

Электрический стеклоочиститель состоит из электродвигателя, червячного редуктора, привода, включающего кривошипный механизм и систему тяг и рычагов, и щеток. Электродвигатель стеклоочистителя через червячный редуктор приводит во вращение кривошип, который через систему приводных рычагов и тяг сообщает щеткам качательные движения.

В настоящее время в связи с увеличением скорости движения автомобилей на дорогах, а также

плотности их движения нередко возникают ситуации, когда ручное управление режимом работы стеклоочистителем значительно повышает риск аварии, отвлекая водителя. Кроме того, жестко регламентированные режимы работы этих устройств не экономичны и приводят к преждевременному износу частей механизмов, в частности, резиновых элементов стеклоочистителя.

Эти факторы делают актуальными исследования систем стеклоочистки. За последние 10 лет было опубликовано большое число патентов на эту тему. В качестве основных направлений повышения качества работы системы стеклоочистки в них рассматривается совершенствование системы управления и алгоритмов ее работы [7, 9, 10, 11, 13], а также конструкция щетки стеклоочистителя [8, 12]. Гораздо меньшее внимание уделяется исследованию влияния на качество работы системы передаточного механизма. Исследования в этой области обращены в основном на изменение геометрии области очистки ветрового стекла [6]. Вопросы же влияния конструктивных параметров четырехзвенного механизма на качество очистки стекла практически не рассматривались. Вместе с тем, именно передаточный механизм определяет закон движения щетки по стеклу, оказывающий прямое влияние на процессы полужидкостного трения щетки по стеклу, а соответственно, и на качество очистки стекла и износ элементов щеток. В данной статье рассматривается возможность синтеза четырехзвенного механизма стеклоочистителя с коэффициентом средней скорости прямого/обратного хода, близким к 1, в целях уменьшения износа резинового элемента щетки стеклоочистителя.

Конструкция и принцип работы четырехзвенного механизма стеклоочистителя. В качестве механического привода стеклоочистителя используются четырехрычажные механизмы с поперечной связью (рис. 1). При повороте кривошипа К на угол α шатун Ш1 поворачивает качающийся кривошип КК1 на угол β от начального положения. Через поперечную связь (шатун Ш2) качающийся кривошип КК1 поворачивает качающийся кривошип КК2 на угол γ .

Кроме рассмотренного варианта последовательного соединения качающихся кривошипов КК1 и КК2 с кривошипом К, связанным с выходным валом

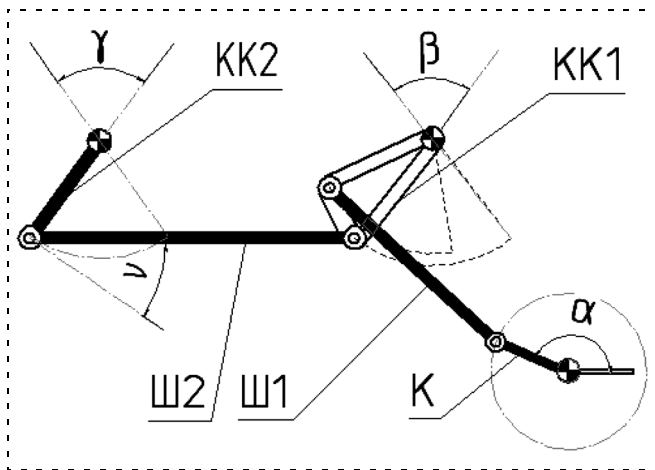


Рис. 1. Схема работы четырехрычажного механизма стеклоочистителя с поперечной связью

редуктора, также может использоваться вариант их параллельного соединения с кривошипом К. Известны также системы с двумя независимыми приводами для каждой из щеток стеклоочистителя.

Дополнительно управляемые четырехрычажные механизмы также используются для расширенных углов очистки.

Плавность работы механизма достигается за счет согласования максимальных значений углового ускорения и углов равномерной передачи усилий в точках обратного хода стеклоочистителя.

Синтез механизма. Под метрическим синтезом или проектированием механизмов понимают определение линейных размеров и угловых положений звеньев по условиям рабочих положений и перемещений выходного звена [4, с. 559].

В качестве ограничений или качественных показателей при метрическом синтезе механизма используются:

- условие проворачиваемости звеньев, т. е. обеспечения для входного и(или) выходного звеньев возможности поворота на угол более 360° ;
- допустимые углы давления, т. е. условие того, что угол между вектором движущей силы, действующей с ведущего звена на ведомое, и вектором скорости точки ее приложения не должен превышать некоторых допустимых величин, чтобы исключить недопустимо большие значения реакций в кинематических парах (КП), низкий КПД механизма, возможность его заклинивания;
- конструктивные ограничения на габаритные размеры механизма, т. е. условие, при котором размеры звеньев должны обеспечивать вписывание механизма в заданные габаритные размеры;
- точность обеспечения заданного закона движения или заданных положений звеньев механизма.

На рис. 2 приведена схема динамического анализа четырехзвенного механизма.

Углом давления J называется угол между вектором силы, действующей на ведомое звено со стороны ведущего, и вектором скорости точки приложения этой силы на ведомом звене. К входному звену 1 этого механизма приложен движущий момент M_d , к выходному звену 3 — момент сопротивления M_{c3} . На этапе проектирования массы и моменты инерции звеньев не определены, поэтому движущая сила, действующая на ведомое звено, — реакция F_{32} — направлена по линии BC , скорость V_C точки ее приложения на звене 3 направлена в сторону w_3 перпендикулярно звену 3. Угол J_{32} между векторами F_{32} и V_C — угол давления во вращательной паре C . С увеличением этого угла тангенциальная составляющая силы F_{32}^t , способствующая повороту звена 3, уменьшается, а нормальная F_{32}^n , которая не влияет на движение, а только деформирует (сжимает) звено 3, увеличивается. Таким образом, с увеличением угла давления условия передачи сил в КП ухудшаются. Поскольку в реальных КП всегда имеется трение, то при определенном угле давления в КП возможно самоторможение или заклинивание.

Показателем качества работы четырехзвенного механизма, определяющим условия передачи сил, является коэффициент возрастания силы реакции, характеризующий соотношение между тангенциальной и нормальной составляющими движущей силы. Без учета трения этот коэффициент определяется следующим выражением:

$$kJ = \frac{F_{32}}{F_{32}^t} = \frac{1}{\cos J_{32}}. \quad (1)$$

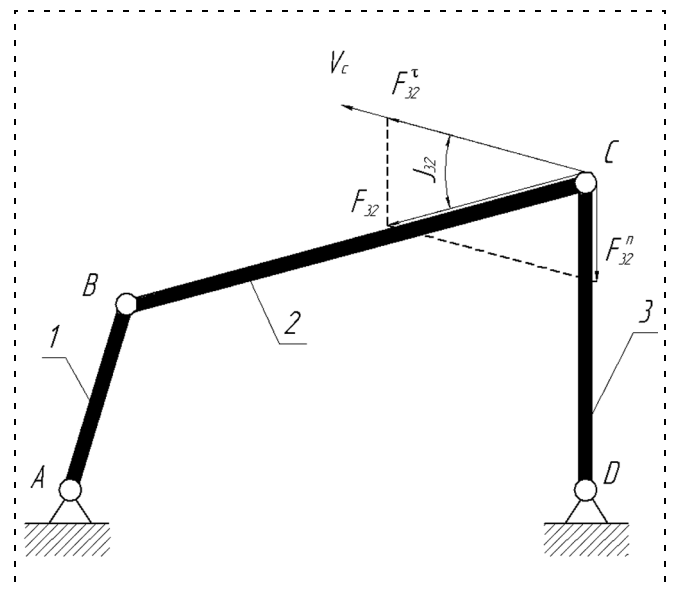


Рис. 2. Схема динамического анализа четырехзвенного механизма

На рис. 4 представлены диаграммы угловой скорости движения коромысла четырехзвенного механизма ω_i для предлагаемого соотношения длин звеньев (1) и соотношений 1:6:1,4:6,8 (2) и 1:4,2:2,2:5,4 (3), близких к применяемым в существующих моделях стеклоочистителей.

По результатам работы получен патент на полезную модель на соотношение длин звеньев № 67530 от 06.11.2007 г.

Исследование динамики четырехзвенного механизма методами цифрового моделирования. Помимо кинематических характеристик механизма на качество работы системы стеклоочистки оказывают значительное влияние автоколебательные процессы резинового элемента щетки стеклоочистителя.

Для рассмотрения работы системы в различных режимах проведем математическое моделирование системы.

На рис. 5 приведена расчетная схема резинового элемента щетки стеклоочистителя. В качестве упрощений для расчета приняты следующие положения: верхняя часть резинового элемента стеклоочистителя и его губка считаются абсолютно твердыми телами; шейка стеклоочистителя считается шарниром, на котором закреплена губка резинового элемента стеклоочистителя. Упругость шейки учитывается путем введения угловой пружины, упругость которой прямо пропорциональна углу поворота губки резинового элемента стеклоочистителя.

На губку стеклоочистителя действуют четыре внешние силы и момент сопротивления шейки. Через зажим на верхнюю часть резинового элемента и через нее на шарнир действует сила прижатия щетки стеклоочистителя. В общем случае она зависит от конструкции щетки стеклоочистителя, наличия спойлера и т. п., но в данной статье для упрощения расчетов эта сила принята постоянной и равной 2 Н. Также через зажим на верхнюю часть резинового элемента стеклоочистителя и шарнир действует движущая сила, определяемая моментом на выходном валу мотор-редуктора стеклоочистителя. В точке соприкосновения губки со стеклом на нее действует сила сопротивления стекла, которую можно разложить на две составляющие: силу реакции опоры, направленную по нормали и равную по модулю силе прижатия щетки к стеклу, и силу трения, в общем случае зависящую от свойств стекла и скорости перемещения щетки по стеклу, но для случая равномерного движения равную движущей силе, передаваемой от мотор-редук-

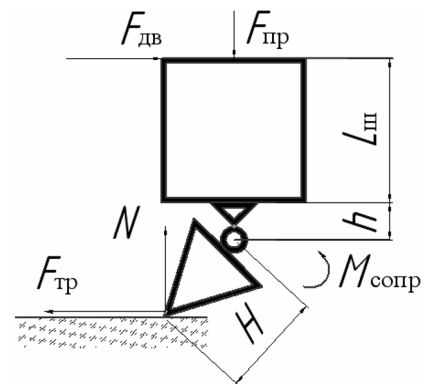


Рис. 5. Схема нагружения резинового элемента щетки

тора на щетку. Рассмотрим дифференциальное уравнение угловых колебаний губки стеклоочистителя относительно шарнира:

$$J\ddot{\varphi} = -\mu_{\text{ЭКВ}}\dot{\varphi} - c_{\text{ЭКВ}}\varphi + F_{\text{ТР}}(H\cos\varphi + h) + NH\sin\varphi + F_{\text{ДВ}}L_{\text{Ш}}, \quad (4)$$

где J — момент инерции губки стеклоочистителя; $c_{\text{ЭКВ}}$ — эквивалентная упругость шейки стеклоочистителя; $\mu_{\text{ЭКВ}}$ — эквивалентная вязкая упругость

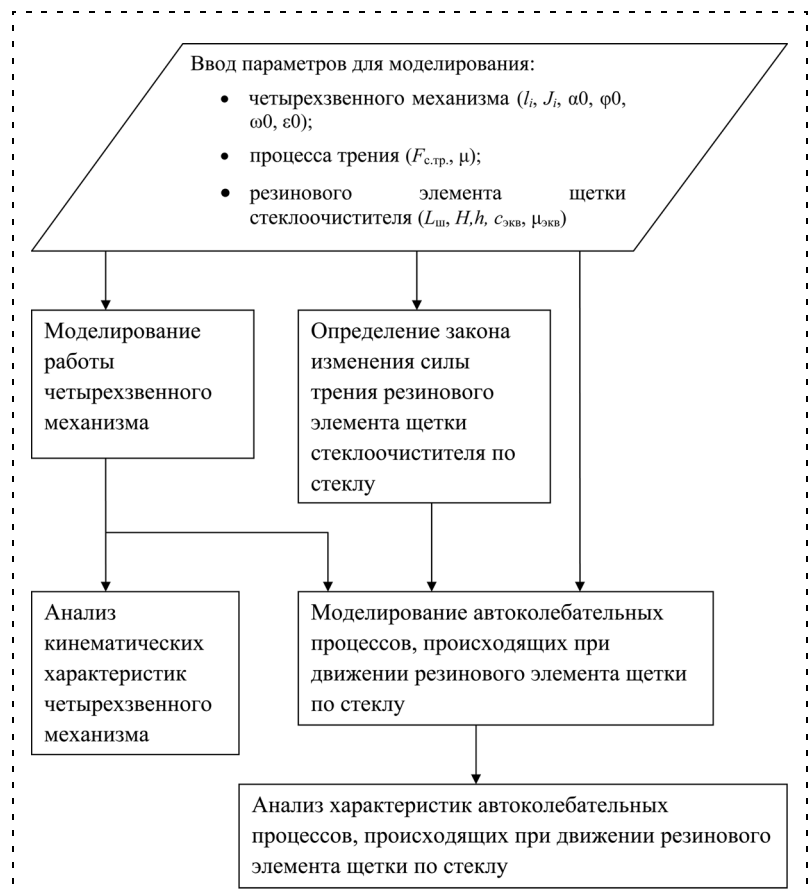


Рис. 6. Алгоритм моделирования процесса движения щетки по стеклу

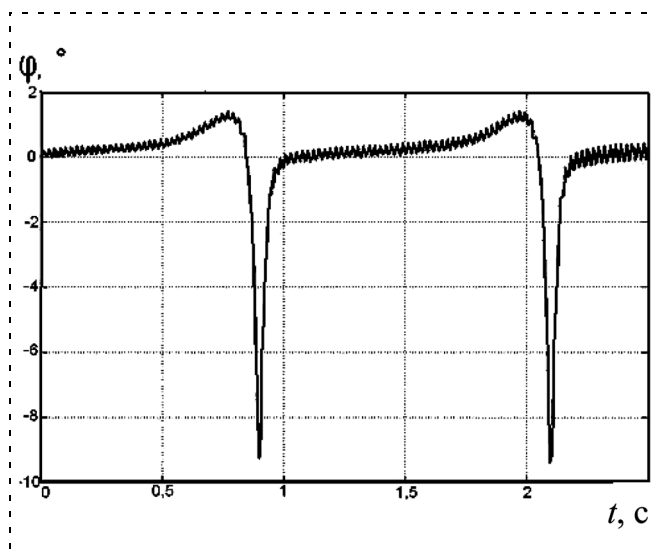


Рис. 7. Характеристика углового отклонения резинового элемента стеклоочистителя

шейки стеклоочистителя; H, h — высота губки и шейки соответственно (рис. 5); $L_{ш}$ — высота закрепленной в держателе части резинового элемента; $F_{дв}$ — движущая сила; $F_{тр}$ — сила трения; N — сила сопротивления давлению; φ — угол отклонения губки резинового элемента от вертикали.

Сила трения резинового элемента по стеклу включает в себя как сухое, так и влажное трение и в первом приближении может быть представлена в следующем виде:

$$F_{тр} = \mu\omega + F_{с,тр}\text{sign}\omega, \quad (5)$$

где μ — коэффициент влажного трения щетки по стеклу; $F_{с,тр}$ — модуль сухого трения; ω — закон изменения скорости движения щетки по стеклу.

На рис. 6 представлен алгоритм исследования работы системы стеклоочистки.

Моделирование четырехзвенного механизма для получения его кинематических характеристик выполнялось в данной работе с помощью пакета расширения *Simulink* для моделирования механических систем *SimMechanics*, позволяющего моделировать поступательное и вращательное движения в трех плоскостях.

Моделирование системы в среде *MatLab* — *Simulink* выявило характерный автоколебательный

режим работы системы. Типичный вид характеристики угла отклонения резинового элемента от вертикали приведен на рис. 7.

Возникающие в процессе движения по стеклу автоколебательные процессы оказывают негативное влияние на качество очистки стекла, ускоряют износ щетки, могут отвлекать водителя от движения при попадании частоты автоколебаний в звуковой диапазон. На основе моделирования предложены следующие рекомендации по снижению влияния возникающих фрикционных автоколебаний 2-го рода:

- а) изменение жесткости элемента трения щетки;
- б) уменьшение разности сил статического и кинетического трения за счет использования соответствующего режима омывания;
- в) увеличение запаса устойчивости фрикционной автоколебательной системы путем наложения микроколебаний на привод стеклоочистителя.

Дальнейшие исследования системы связаны с разработкой законов омывания стекла, позволяющих сократить периоды работы системы в режиме сухого трения и уменьшить разность сил статического и кинетического трения, а также с разработкой законов осцилляции привода стеклоочистителя, которые позволят уменьшить амплитуду автоколебаний резинового элемента щетки стеклоочистителя на основе управления регенеративным эффектом силы полужидкостного трения.

Список литературы

1. Бесекерский В. А., Попов В. П. Теория систем автоматического управления. Изд. 4-е, перераб. и доп. СПб.: Профессия, 2003.
2. Автомобильный справочник Bosch. Изд. 2-е, перераб. и доп. // За рулем. 2002.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.
4. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1988.
5. Патент на полезную модель № 67530 от 06.11.2007 г.
6. Патент на полезную модель № 2139208 от 10.10.1999 г.
7. Патент на полезную модель № 2027618 от 27.01.1995 г.
8. Патент на полезную модель № 2075411 от 20.03.1997 г.
9. Патент на полезную модель № 2184662 от 10.07.2002 г.
10. Патент на полезную модель № 2145554 от 20.02.2000 г.
11. Патент на полезную модель № 2137630 от 20.09.1999 г.
12. Патент на полезную модель № 40275 от 10.09.2004 г.
13. Патент на полезную модель № 68436 от 27.11.2007 г.

О. Е. Пудовиков, канд. техн. наук, доц.,
Московский государственный
университет путей сообщения (МИИТ)
oleger@mail.ru

Автоматическое управление скоростью движения длинносоставного грузового поезда

Рассмотрена математическая модель поезда, позволяющая исследовать продольные колебания, возникающие в нем в процессе движения. На основании сформулированных требований, предъявляемых к качеству управления скоростью длинносоставного грузового поезда, предложена система автоматического управления, применение которой позволяет повысить безопасность движения поездов за счет снижения вероятности их разрывов из-за разрушения автосцепок, что достигается уменьшением амплитуды продольных динамических сил и накопленных усталостных повреждений в упряжных приборах вагонов и локомотивов.

Ключевые слова: автоматическое управление скоростью, система автоматического управления, грузовой поезд, дискретная модель поезда, безопасность движения

Введение

Развитие хозяйственной деятельности страны требует увеличения объема перевозок, значительная часть которых осуществляется железнодорожным транспортом. Одним из способов повышения провозной способности железных дорог, не требующих значительных капитальных затрат на модернизацию их инфраструктуры, является внедрение в обращение и широкое использование поездов повышенной массы (6000...8000 т) и длины. Однако в поездах с такими параметрами возникают продольные колебания со значительной амплитудой сил. Дополнительными негативными факторами являются возможные ошибки, возникающие при выполнении технологических операций по управлению поездом, в результате которых продольные динамические силы могут существенно превысить значение, установленное по условиям статической и усталостной прочности для автосцепок и поглощающих аппаратов подвижного состава. Вследствие этого возрастает вероятность возникновения внезапных и постепенных отказов, вызванных разрушением упряжных приборов вагонов и, следовательно, разрывом поезда. Последнее является серьезным нарушением безопасности движения, ведущим к значительным материальным потерям, а в некоторых случаях и к человеческим жертвам.

Целью управления движением поезда является обеспечение его перемещения между конечными или промежуточными станциями за заданное вре-

мя, определяемое общим графиком движения поездов на участке железной дороги. Необходимым условием при этом является соблюдение всех эксплуатационных ограничений, основным из которых для всех типов поездов является ограничение по скорости движения.

Для решения поставленных задач предназначены системы автоведения поездов (САВП). Наилучшие результаты достигнуты при использовании двухуровневой САВП, в которой верхний уровень осуществляет выбор режима управления на основании информации о заданном времени хода поезда. Режимы движения выбираются таким образом, чтобы обеспечить минимальный расход топливно-энергетических ресурсов, затрачиваемых на тягу поездов. Для решения поставленной задачи используются алгоритмы, реализующие принцип максимума Понтрягина [1, 2].

Задачей, возлагаемой на систему нижнего уровня, является управление тяговыми и тормозными средствами локомотива для выполнения заданных верхним уровнем режимов движения поезда. При этом должны быть обеспечены требуемые значения показателей качества процесса управления скоростью движения, в том числе и специфических, учитывающих особенности грузового поезда.

К настоящему времени разработан ряд устройств, выполняющих функции системы нижнего уровня [3, 4, 5] применительно к грузовым локомотивам. Данные системы, однако, не в полной мере учитывают особенности протекания динамических процессов в объекте управления (поезде) [3, 4] и, кроме этого, способствуют развитию синхронного буксования всех колесных пар локомотива [3, 5], ухудшая процесс реализации силы тяги.

Таким образом, задача создания системы нижнего уровня, входящей в САВП и учитывающей особенности динамических процессов в поезде, является актуальной.

Математическая модель поезда для исследования продольных колебаний

Поезд представляет собой сложную, многомассовую механическую систему, состоящую из нескольких десятков (а иногда и сотен) взаимодействующих между собой экипажей (локомотивов или вагонов) с нелинейными и нелинеаризуемыми связями между ними. В процессе движения на разные экипажи в составе одного поезда действуют различные по величине и направлению внешние силы, представляющие собой равнодействующие сил сопротивления движению, составляющих силы тяги или торможения, а также реакций в межвагонных соединениях. Все это приводит к возникновению продольных колебаний в поезде.

Для анализа динамических процессов, протекающих в поезде, в наибольшей степени подходят модели, рассматривающие поезд как систему твердых тел, или "дискретные" модели поезда [6].

При построении такой модели поезд необходимо представить в виде цепочки из n масс вагонов и локомотивов, соединенных связями. Каждая масса дискретной модели совершает движение под действием передаваемых на нее усилий от упругих или упруговязких связей, а также внешних сил. Представляя поезд таким способом, считают каждый вагон абсолютно твердым телом определенной массы, а каждую межвагонную связь — телом без массы. Подобное представление поезда позволяет учесть зазоры в механизмах поглощающих аппаратов и автосцепок, значительно влияющих на распространение возмущений вдоль состава поезда и на значения возникающих сил.

Движение каждого экипажа поезда описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{v}_i = \frac{S_i - S_{i+1} + F_i}{m_i}, i = 1, \dots, n; S_{n+1} = 0; \\ \dot{q}_i = v_{i-1} - v_i, i = 2, \dots, n; \\ \dot{x}_1 = v_1 = -\dot{q}_1, \end{cases} \quad (1)$$

где n — число экипажей в поезде; q_i — деформация i -го межвагонного соединения; \dot{q}_i — скорость деформации; m_i — масса i -го экипажа; v_i — скорость центра масс экипажа; S_i — реакция в i -м междувагонном соединении; F_i — суммарная внешняя сила, действующая на i -й экипаж.

Суммарной внешней силой F_i , действующей на i -й экипаж, является результирующая от силы тяги $F_{элi}$, силы торможения (электрического $B_{элi}$ и пневматического $B_{пнi}$), сил основного W_{oi} и дополнительного $W_{ди}$ сопротивлений движению поезда:

$$F_i = F_{элi} - B_{элi} - B_{пнi} - W_{oi} - W_{ди}. \quad (2)$$

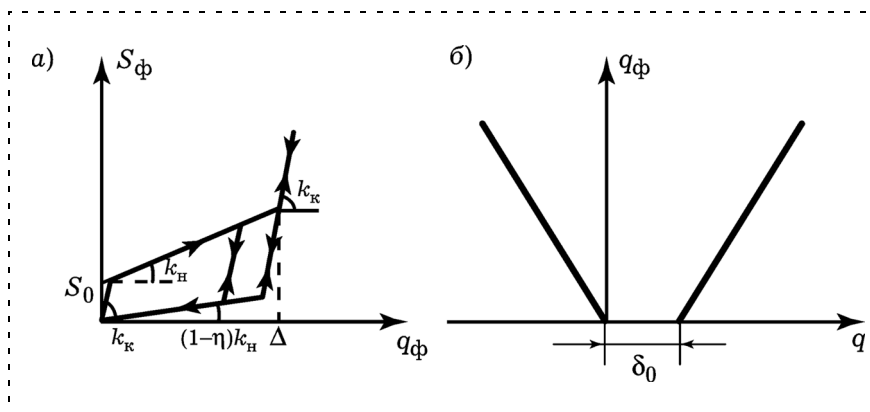


Рис. 1. Зависимость силы от деформации межвагонного соединения (а) и деформаций межвагонного соединения от относительного перемещения центров масс соседних экипажей (б)

При выполнении расчетов принято, что в качестве межвагонной связи выступает пружинно-фрикционный поглощающий аппарат [6] со статической характеристикой, представленной на рис. 1.

Деформация i -го межвагонного соединения определяется следующим образом:

$$q_i = x_i - x_{i-1} - \frac{l_i + l_{i+1}}{2}, \quad (3)$$

где x_i — координата (вдоль траектории) положения центра масс i -го экипажа; l_i — длина экипажа. При этом силы, действующие в связи, вычисляются по формулам, приведенным в [4]:

$$S_i = S_{\phi i}(q_{\phi i}) \text{sign} q_i; \quad (4)$$

$$q_{\phi i} = \begin{cases} |q_i|, & \text{если } q_i < 0; \\ 0, & \text{если } 0 \leq q_i \leq \delta_{0i}; \\ q_i - \delta_{0i}, & \text{если } q_i > \delta_{0i}; \end{cases} \quad (5)$$

$$S_{\phi i} = \begin{cases} \min\{S_{\text{нi}}, S_{\text{кi}}\}, & \text{если } (q_{\phi i} < \Delta_i) \wedge (q_{\phi i}(t) \geq q_{\phi i}(t-h)); \\ \max\{S_{\text{рi}}, S_{\text{кi}}\}, & \text{если } (q_{\phi i} < \Delta_i) \wedge (q_{\phi i}(t) < q_{\phi i}(t-h)); \\ S_{\text{кi}}, & \text{если } q_{\phi i} \geq \Delta_i, \end{cases} \quad (6)$$

где $S_{\text{кi}} = \tilde{S}_i + k_{\text{ки}}q_{\phi i}(t) - q_{\phi i}(t-h) + \beta_i \dot{q}_i \text{sign} q_i$,

$S_{\text{нi}} = S_{0i} + k_{\text{ни}}q_{\phi i}$; $S_{\text{рi}} = (1 - \eta_i)k_{\text{ри}}q_{\phi i}$;

$\tilde{S}_i = \begin{cases} S_{\text{нi}}(t-h) \vee S_{\text{рi}}(t-h), & \text{если } S_{\phi i}(t-h) = (S_{\text{нi}}(t-h) \vee S_{\text{рi}}(t-h)), \\ S_{\phi i}(t-h) - \beta_i \dot{q}_i(t-h) \text{sign} q_i(t-h), & \text{иначе.} \end{cases}$

Здесь q_i — относительное перемещение центров масс соседних экипажей; $q_{\phi i}$ — сумма сжатий поглощающих аппаратов и деформаций кузовов; δ_{0i} — зазор в соединении; Δ_i — значение $q_{\phi i}$, при котором закрываются поглощающие аппараты; S_i — сила деформации соединения; $S_{\text{нi}}$ и $S_{\text{рi}}$ — значения S_i в ветвях нагрузки и разгрузки силовой характеристики поглощающих аппаратов; $S_{\text{кi}}$ — сила, действующая в соединении при переходе от нагрузки к разгрузке и наоборот; S_{0i} — сила начальной затяжки аппаратов; $k_{\text{ни}}$, $k_{\text{ри}}$ — коэффициенты жесткости характеристики на ветвях нагружения и разгрузки соответственно; η_i — коэффициент рассеивания энергии соединения при работе поглощающих аппаратов; β_i — коэффициент силы вязкого сопротивления деформированию конструкции экипажа; h — шаг интегрирования; t — время, независимая переменная.

Измерение скорости движения поезда осуществляется с помощью измерителя с частотно-импульсной модуляцией сигнала [1].

Для создания сил тяги $F_{эл}$ или электрического торможения $B_{эл}$ локомотива, действующих на поезд, служит тяговый электропривод. При квазинепрерывном способе управления тягой, присущем электроприводу с коллекторными двигателями постоянного тока и системой плавного регулирования напряжения на их зажимах или с бесколлекторными тяговыми двигателями переменного тока (синхронными или асинхронными) [5], используется система автоматического управления. Быстродействие этой системы определяется скоростью протекания переходных процессов в силовых электрических цепях локомотива и составляет доли секунды, что на несколько порядков меньше, чем значение постоянной времени линеаризованной модели поезда, достигающее нескольких тысяч секунд [6]. Система тягового электропривода локомотива учтена в виде апериодического звена первого порядка с постоянной времени $T_{т.эп} = 0,3$ с:

$$T_{т.эп} \frac{dF_{эл}}{dt} + F_{эл} = F_{зад}, \quad (7)$$

где $F_{зад}$ — выходной сигнал системы нижнего уровня САВП, т. е. заданное значение силы тяги.

Силы сопротивления движению определяются отдельно для каждого экипажа согласно следующей методике [7]. Можно рассматривать так называемую эквивалентную силу, приведенную к ободу колес, на преодоление которой затрачивается такая же работа, как на преодоление всех действительных сил, противодействующих движению. Эту эквивалентную силу можно разложить на две составляющие — основное сопротивление движению W_{oi} и дополнительное W_{di} . Сила W_{oi} обусловлена в основном наличием трения в узлах подвижного состава и деформацией пути, а W_{di} — сопротивлением от уклона (подъема или спуска), от движения в кривых участках пути, от ветровой нагрузки и т. п. Сила удельного сопротивления движению $w_{oi} = W_{oi}/P_i$ (здесь P_i — вес i -го экипажа) нелинейно зависит от скорости [7] и в общем случае может быть вычислена в соответствии со следующим выражением:

$$w_{oi} = a_0 + \frac{a_1 + a_2 v + a_3 v^2}{q_0}, \quad (8)$$

где a_0 , a_1 , a_2 и a_3 — коэффициенты, зависящие от особенностей подвижного состава и конструкции пути; q_0 — вес, приходящийся на одну ось.

Учет составляющей дополнительного сопротивления при движении по кривым участкам пути выполняется путем замены этих участков эквивалент-

ными подъемами [7]. В процессе своего движения поезд может находиться на участках профиля с различным уклоном. Алгоритм расчета сопротивления движению от уклона, действующего на i -й экипаж, построен в предположении, что продольный профиль участка пути состоит из $m + 1$ прямолинейных участков с уклонами i_k и длиной L_k , $k = \overline{1, m+1}$, и m участков, каждый из которых представляет собой дугу радиуса R_k , $k = 1, 2, \dots, m$, сопрягающих отрезки постоянного уклона. Значение R_k в соответствии с рекомендациями [8] принято равным 15 000 м.

В дальнейшем силы основного W_{oi} и дополнительного W_{di} сопротивлений движению используются при интегрировании уравнения движения поезда (1).

Для численного решения дифференциальных уравнений (1) используется многошаговый метод прогноза и коррекции, представляющий собой сочетание методов четвертого порядка: явного Адамса—Башфорта и неявного Адамса—Моултона [11]. Для запуска данного метода интегрирования (т. е. для вычисления начальных точек решения) используется метод Рунге—Кутты 4-го порядка.

Таким образом, для определения траекторий движения каждого экипажа необходимо решение системы алгебраических и дифференциальных уравнений (1)—(8).

Синтез структуры системы автоматического управления

Целью работы является синтез системы автоматического управления скоростью (САУ) движения грузового поезда, учитывающей специфику модели грузового поезда как механической системы и связанные с ней особенности динамических процессов, возникающих при переходных режимах движения.

При оценке качества управления скоростью помимо традиционных критериев, таких как ошибка в установившемся режиме, время регулирования, перерегулирование и др., для учета специфики поезда как механической системы предложено использовать дополнительные критерии, а именно: наибольшую продольную динамическую силу, действующую в поезде, и сумму накопленных усталостных повреждений деталей автосцепок подвижного состава [12].

Для удовлетворения требований, предъявляемых к САУ скоростью грузовых поездов, предлагается система, структурная схема которой представлена на рис. 2. Она содержит задатчик параметров поезда ЗУп, задатчик режима работы ЗР, адаптер А, фильтр задающего сигнала АФ, устройство сравнения УС, регулятор скорости РС, исполнительное

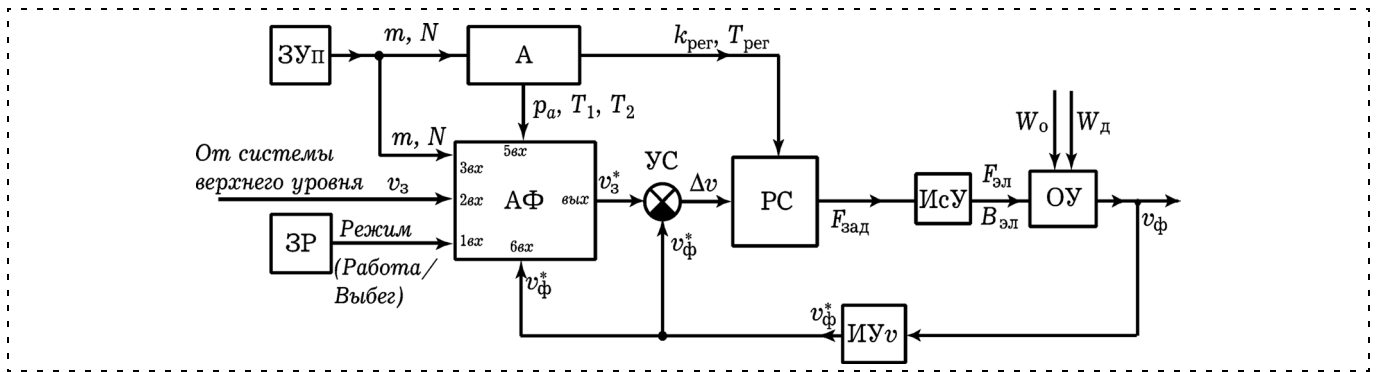


Рис. 2. Структурная схема САУ скоростью движения грузового поезда

устройство ИсУ, объект управления ОУ и устройство измерения скорости ИУv.

Задатчик параметров поезда предназначен для ввода в систему информации о массе поезда m и числе вагонов в его составе N ; задатчик режима работы — для выбора режима работы локомотива: перевода в режим выбега и возврата из него в тягу или торможение. Исполнительное устройство представляет собой тяговый электропривод локомотива, а объект управления — собственно поезд.

С выхода системы верхнего уровня значение заданной скорости v_3 поступает на вход адаптивного фильтра АФ, установленного для обеспечения требуемого качества управления скоростью в переходных режимах движения. Адаптация параметров фильтра к условиям работы системы осуществляется с использованием адаптера А и необходима ввиду того, что значения показателей качества управления существенно зависят от массы поезда [13].

В основе адаптивного фильтра лежит устройство, реализующее переходную функцию апериодического звена второго порядка. Фильтр обеспечивает двухступенчатый режим увеличения силы тяги или торможения локомотива; его работа определяется следующей системой уравнений:

$$f_1'(t) = p_a a_3 \left[1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right];$$

$$f_1''(t - t_{\text{ТР}}) = (1 - p_a) a_3 \left[1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t - t_{\text{ТР}}}{T_1}\right) + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t - t_{\text{ТР}}}{T_2}\right) \right];$$

$$f_1(t) = f_1'(t) + f_1''(t - t_{\text{ТР}})$$

или

$$f_2(t) = a_3 \left[\frac{T_1}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) - \frac{T_2}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right]; \quad (9)$$

$$v_3^* = \int f_n(t) dt, \quad n = 1, 2.$$

Здесь функция $f_1'(t)$ соответствует первой ступени увеличения силы тяги (торможения), $f_1''(t - t_{\text{ТР}})$ — второй ступени увеличения силы тяги (торможения); $f_2(t)$ — уменьшению силы тяги (торможения) при переходе к стабилизации скорости; T_1 и T_2 — постоянные времени звена; a_3 — максимальное ускорение; p_a — доля a_3 , реализуемая во время выполнения первой ступени; $t_{\text{ТР}}$ — ожидаемое время трогания поезда с места, соответствующее времени задержки между применением первой и второй ступеней силы тяги (торможения); v_3^* — значение заданной скорости движения. Последняя величина является выходным сигналом фильтра. Параметры фильтра p_a , T_1 и T_2 функционально связаны со значением массы поезда m и вычисляются адаптером А [10].

При переходе на выбег из режимов тяги или торможения изменение сигнала на выходе фильтра определяется следующими законами $f_3(t)$ и $f_4(t)$, соответственно для тяги и торможения:

$$f_3(t) = a_3 \left[\frac{T_1}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) - \frac{T_2}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right] - 1,15 a_3$$

или

$$f_4(t) = a_3 \left[\frac{T_1}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) - \frac{T_2}{T_1 - T_2} \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right] + 1,15 a_3; \quad (10)$$

$$v_3^* = \int f_n(t) dt, \quad n = 3, 4.$$

Время задержки $t_{\text{тр}}$ между применением ступенной величины ускорения (выражение (9)) определяется по следующей формуле, полученной на основании известного уравнения, описывающего равноускоренное движение тела:

$$t_{\text{тр}} = \sqrt{\frac{2(N-1)\Delta_0 i}{a_3}} + \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^N \left(\left(\frac{F_{\text{п}}}{N-1} \right) / k_{\text{н}i} \right) i}{a_3}}. \quad (11)$$

Здесь N — число вагонов в поезде; $\Delta_0 i$ и $k_{\text{н}i}$ — среднее значение зазора в автосцепке и средняя жесткость ветви нагружения характеристики поглощающего аппарата автосцепки соответственно [6]; $F_{\text{п}}$ — максимальное значение силы тяги, реализуемое локомотивом во время пуска.

Собственно нижний контур реализует пропорционально-интегральный закон управления:

$$F_{\text{зад}} = k_{\text{рег}} \Delta v + \frac{1}{T_{\text{рег}}} \int \Delta v dt, \quad (12)$$

где $F_{\text{зад}}$ — выходной сигнал системы нижнего уровня; $k_{\text{рег}}$ и $T_{\text{рег}}$ — параметры закона управления. Так же, как и параметры фильтра T_1 , T_2 и p_a , величины $k_{\text{рег}}$ и $T_{\text{рег}}$ необходимо адаптировать к условиям работы системы, соответствующие настроечные кривые найдены в результате решения задачи параметрического синтеза [13].

Апробация синтезированной системы управления методом цифрового моделирования

Для исследования предлагаемого способа управления тяжеловесным грузовым поездом был выполнен имитационный эксперимент, заключающийся в исследовании различных режимов движения однородных (состоящих из вагонов одинаковой массы) и неоднородных (из вагонов разной массы) поездов.

В последнем случае, помимо масс вагонов, также случайным образом варьировались параметры межвагонных связей — значения зазора в автосцепках и жесткости поглощающих аппаратов [14].

При случайном распределении масс вагонов и характеристик автосцепок процессы изменения продольных динамических сил в поглощающих аппаратах являются случайными нестационарными, при этом диапазон изменения наибольших продольных динамических сил H_i , достигаемых в каждом из сечений поезда за N реализаций, характеризуется некоторым

законом распределения. Исследование распределений наибольших продольных динамических сил $f(H)$ для таких нестационарных процессов нельзя выполнять по методикам, применяемым для стационарных случайных процессов и нормальных случайных величин [15, 16].

Для отыскания такого закона распределения предлагается использовать метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), применение которого для решаемой задачи заключается в следующем. С помощью генератора случайных чисел в соответствии с законами, приведенными в [14], формируются совокупности масс вагонов, а также зазоров в автосцепках и жесткостей поглощающих аппаратов. Для каждой такой совокупности, соответствующей одному случайно сформированному поезду, выполняется расчет переходного процесса. Полученные в результате расчета графики изменения продольных динамических сил $F_i(t)$ в поглощающих аппаратах автосцепок различных вагонов рассматриваются как реализации соответствующих случайных процессов (i — номер автосцепки). Многократно повторяя такие расчеты, получим совокупность $F_{ik}(t)$ реализаций случайных процессов, $k = 1, 2, \dots, N$ (рис. 3).

На каждой такой реализации определяется наибольшее значение H_{ik} продольной динамической силы. Совокупность из N таких случайных величин, найденных по всем реализациям, образует выборку, по которой находится статическое распределение величин $f(H)$, а также определяются выборочные моменты распределения. После этого выбирается теоретический закон, позволяющий удовлетворительно сгладить выборочные данные.

Ниже приведены результаты имитационного эксперимента, выполненного применительно к неоднородному поезду, продольные силы в котором значительно превышают значения, действующие в однородных поездах [6] такой же массы и длины.

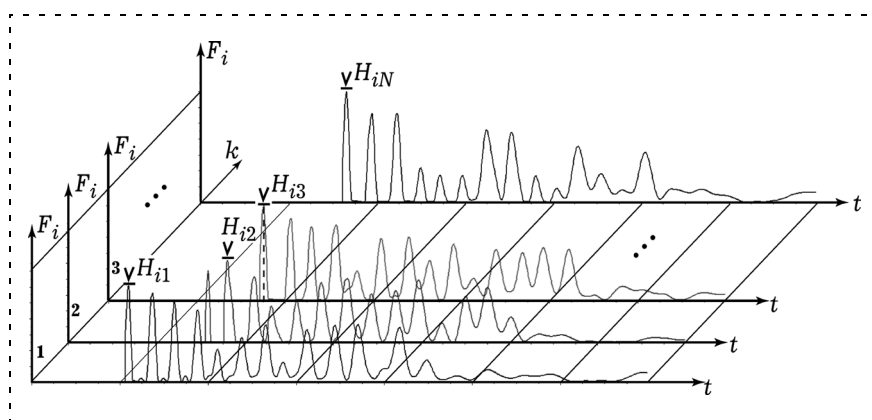


Рис. 3. Совокупность расчетных реализаций нестационарного случайного процесса изменения величины продольной динамической силы $F_i(t)$ при случайных параметрах поезда: γ — наибольшие значения H_{ik} продольных динамических сил

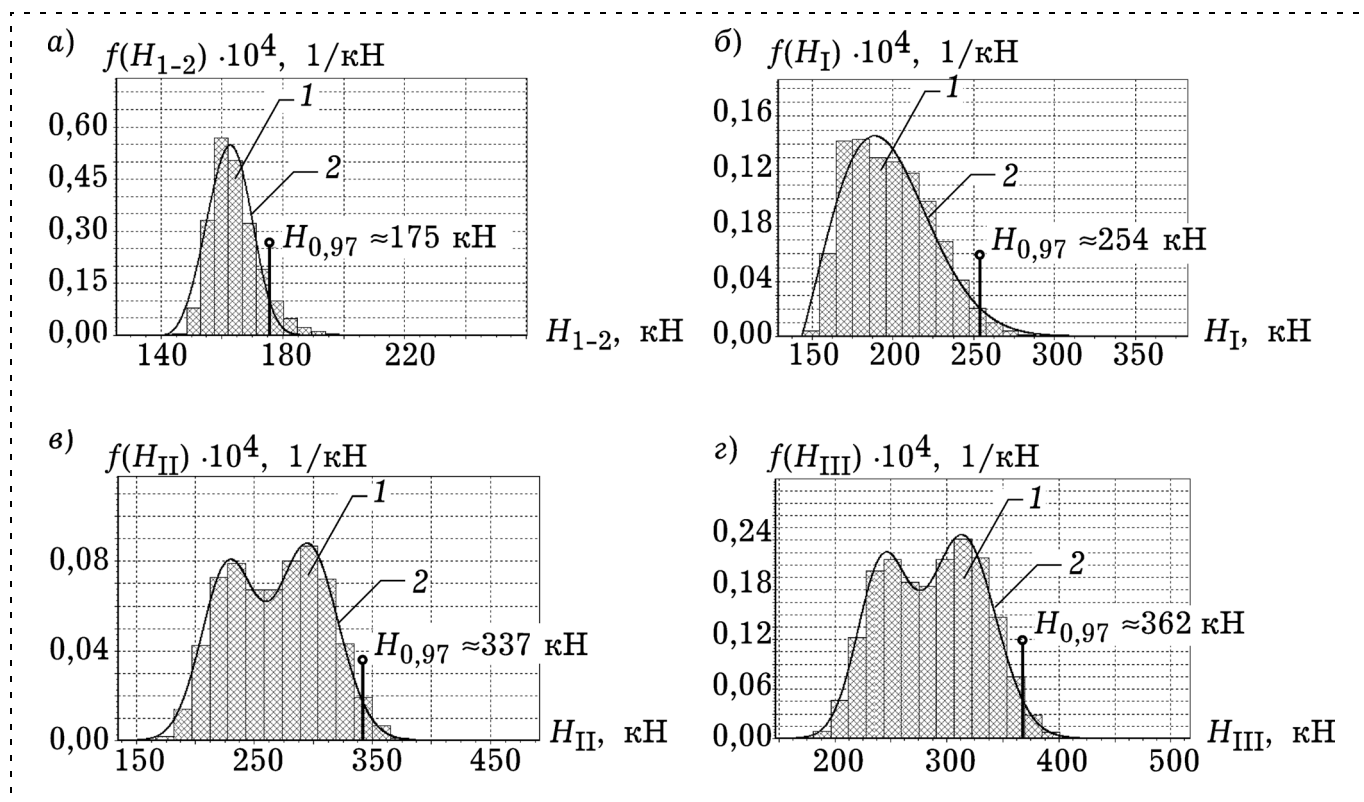


Рис. 4. Гистограммы распределения величин наибольших продольных сил (H); графики распределений, сглаживающих гистограмму, (2) и квантили распределения $H_{0,97}$

Исследован режим повторного включения тяги после выбега для поезда массой 4250 т, состоящего из смеси 69 груженых и порожних вагонов [14].

На рис. 4 представлены гистограммы 1 распределения наибольших продольных динамических сил $f(H_{1-2})$, $f(H_I)$, $f(H_{II})$ и $f(H_{III})$, действующих в автосцепках поезда, расположенных соответственно между локомотивом и первым вагоном, а также в серединах первой, второй и последней трети поезда массой 4250 т, состоящего из 69 вагонов средней массой 58,9 т и электровоза.

Также приведены кривые 2 функции плотности вероятности, сглаживающие полученные гистограммы. В качестве теоретических законов распределения принят трехпараметрический закон Вейбулла (рис. 4, а, б) или, из-за бимодальности гистограмм, суперпозиция двух таких законов (рис. 4, в, г).

Выполненная проверка с использованием критерия χ^2 показала, что гипотеза о возможности сглаживания гистограммы принятым теоретическим законом распределения не противоречит имеющимся данным.

Для оценки наибольших значений продольных динамических сил, действующих в сечениях неоднородного поезда, были найдены значения силы, соответствующие квантилю распределения с уровнем вероятности 0,97 – $H_{0,97}$. В рассматриваемом

случае значения сил, соответствующие этому квантилю, не превышают 362 кН, что более чем в два раза меньше максимально допустимой по условиям прочности автосцепок сила. Для других исследованных режимов движения, вариантов формирования и сечений превышение сил, действующих в неоднородном поезде, над силами в однородном поезде достигает 80 %. Тем не менее, они остаются меньшими, чем максимально допустимые по условиям прочности значения [17]. Кроме этого, реализация предлагаемого алгоритма автоматического управления позволяет значительно уменьшить накопленные усталостные повреждения в автосцепках поезда по сравнению с типовой САУ скоростью [12].

Заключение

Применение средств автоматизации управления скоростью движения поезда позволяет реализовать рациональные алгоритмы управления тяговыми и тормозными средствами, позволяющие учесть специфику грузового поезда как механической системы.

Автоматизация управления позволяет исключить ошибки, возникающие при выполнении технологических операций по управлению поездом, ведущие к нарушению условий безопасности движения поездов.

Для анализа переходных процессов в САУ скоростью разработана математическая модель системы, включающая в себя "дискретную" модель грузового поезда, а также модели измерительного тракта и устройства управления. Применение дискретной модели поезда позволяет учесть характеристики экипажей и межвагонных соединений, что дает возможность выполнять исследование динамических процессов в однородных и неоднородных грузовых поездах. Межвагонные соединения представляют собой нелинейные и нелинеаризуемые элементы с гистерезисом. Также нелинейным выражением описывается и взаимосвязь между скоростью движения вагонов и локомотивов и силой сопротивления движению, воздействующей на каждый экипаж поезда.

Для обеспечения требуемого качества управления скоростью движения предложена адаптивная система, осуществляющая настройку параметров фильтра в зависимости от массы поезда. Данный фильтр установлен на входе системы нижнего уровня и выполняет сглаживание задающего сигнала, поступающего от системы верхнего уровня САВП. Параметры нижнего контура системы управления также настраиваются в зависимости от массы поезда.

Результатом адаптации параметров системы нижнего уровня к условиям работы является достижение требуемого качества управления скоростью движения как однородного, так и неоднородного грузового поезда. Полученные значения наибольших продольных динамических сил, действующих в тяжеловесных длинносоставных грузовых поездах, значительно меньше максимально допустимых величин.

1. Баранов Л. А., Головичер Я. М., Ерофеев Е. В., Максимов В. М. Микропроцессорные системы автоведения электроподвижного состава / Под ред. Л. А. Баранова. М.: Транспорт, 1990. 272 с.
2. Мугинштейн Л. А. Интенсификация перевозочного процесса на базе тяжеловесного движения // Железнодорожный транспорт. 2008. № 4.
3. Наумов Б. М. Система автоматического управления электровоза ВЛ85 / Б. М. Наумов, А. Т. Скрипка // Сборник научных трудов ВЭЛНИИ. Т. 26. Новочеркасск, 1985. С. 9—21.
4. Савоськин А. Н., Ефремов А. А., Коваль П. Е. Выбор структуры регулятора скорости для грузовых локомотивов // Вестник ВНИИЖТ, 1987. № 1.
5. Электровоз 2ЭС5К. Руководство по эксплуатации. Кн. 5. Новочеркасск: ВЭЛНИИ-НЭВЗ, 2005. 164 с.
6. Блохин Е. П., Манашкин Л. А. Динамика поезда (нестационарные продольные колебания). М.: Транспорт, 1982. 222 с.
7. Тихменев Б. Н., Кучумов В. А. Электровозы переменного тока с тиристорными преобразователями. М.: Транспорт, 1988. 311 с.
8. Баранов Л. А. Модели и методы синтеза микропроцессорных систем управления скоростью электроподвижного состава с непрерывным управлением тягой // Вестник МИИТ. 2004. Вып. 10. С. 3—16.
9. Розенфельд В. Е., Исаев И. П., Сидоров Н. Н. Теория электрической тяги: учеб. для вузов ж.-д. трансп. М.: Транспорт, 1983. 328 с.
10. Рекомендации по проектированию железных дорог колеи 1520 мм. М.: Гос. корпорация "Транстрей", НИИ транспортного строительства, 1993. 189 с.
11. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений: Пер. с англ. / Под ред. А. А. Абрамова. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 288 с.
12. Баранов Л. А., Савоськин А. Н., Пудовиков О. Е. Критерии качества регулирования скорости поезда // Мир транспорта. 2009. № 4. С. 50—56.
13. Пудовиков О. Е. Параметрический синтез системы автоматического управления скоростью движения грузового поезда // Транспорт: Наука, техника, управление. 2010. № 4. С. 22—27.
14. Савоськин А. Н., Пудовиков О. Е. Моделирование параметров неоднородного грузового поезда // Мир транспорта. 2010. № 1. С. 40—45.
15. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
16. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965. 450 с.
17. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных). М.: Изд. ГосНИИВ-ВНИИЖТ, 1996.

==== Читайте в следующих номерах журнала =====

В рубрике

"К 80-летию МЭИ (ТУ): МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ В СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Колосов О. С., Лепешкин С. Н., Сухецкий А. П., Зимин В. А. Специфика параллельной работы динамических объектов и систем на общую нагрузку.

Державин О. М., Сидорова Е. Ю. Исследование неавтономной сингулярно возмущенной динамической модели нелинейной системы на основе уравнений первого приближения.

Зверьков В. П., Кузищин В. Ф., Тоцев М. С. Автоматизированная настройка каскадной системы регулирования с одновременной настройкой контуров.

Палюк Г. П., Шихин В. А. Построение областей заданного качества управления на основе статистического подхода: метод отсекающих моделей.

Усенко В. В. Матричное соотношение для определения передаточных функций многосвязных систем.

Анисимов Д. Н., Мякинков Д. А. Методика проведения эксперимента при идентификации нелинейных динамических объектов.

Анисимов Д. Р., Колосов О. С., Вершинин Д. В., Зуева М. В., Цапенко И. В. Диагностика динамических объектов методами нечеткой логики с использованием параметров имитационных моделей.

Д. А. Васильев, канд. техн. наук, доц.,

М. В. Колоколов, студент,

Саратовский государственный
технический университет

В. А. Иващенко, д-р техн. наук, ст. науч. сотр.,

Институт проблем точной механики
и управления РАН, г. Саратов
iptmuran@san.ru

Прогнозирование электропотребления в АСУ энергетикой промышленных предприятий

Предложен подход к автоматизации прогнозирования электропотребления промышленных предприятий, обеспечивающий экономию электроэнергии и сокращение ущерба из-за штрафов за нарушение установленных лимитов электропотребления.

Ключевые слова: прогнозирование, статистические методы, искусственные нейронные сети, автоматизированное управление

Введение

Технический прогресс в производственной сфере характеризуется расширением использования энергии, топлива и энергоносителей, всесторонней электрификацией технологических процессов, а следовательно, увеличением потребления электроэнергии при производстве промышленной продукции. Для удовлетворения растущих потребностей предприятий в электроэнергии необходимо осуществлять экономное ее расходование.

Одним из путей повышения эффективности использования электроэнергии является совершенствование систем управления энергетикой промышленных предприятий. В настоящее время это достигается созданием АСУ энергетикой предприятий, одной из задач которых является прогнозирование электропотребления на промышленных предприятиях [1, 2].

Несмотря на большой объем исследований, проблема прогнозирования электропотребления на промышленных предприятиях в силу своей сложности и многообразия решена далеко не полностью.

Особую актуальность прогнозирование электропотребления промышленных предприятий приобретает в условиях дефицита мощности в энергетической системе. В этом случае промышленные предприятия несут ущерб не только из-за штрафов за нарушение установленных лимитов на электрическую мощность и потребление электроэнергии, но и в результате смещения графиков работы и вынужденных отключений технологического оборудова-

ния, непосредственно участвующего в производственном процессе. Поэтому прогнозирование электропотребления является важной задачей в управлении промышленным предприятием.

Важнейшими требованиями, предъявляемыми к моделям и методам прогнозирования электропотребления промышленных предприятий, является их относительная простота и высокая точность прогноза, обеспечивающая более точное планирование электропотребления на относительно длительные интервалы времени (от месяца до года) [2].

Статистические методы прогнозирования

Анализ статистических данных по суточному электропотреблению промышленных предприятий показывает, что существует тенденция приближенного линейного возрастания потребления электроэнергии по годам. При этом из года в год имеют место весенний спад и осенний подъем электропотребления. Кроме того, на электропотребление воздействуют разнообразные случайные факторы.

Исходя из этого модель суточного потребления электроэнергии принимается в виде

$$\mathcal{E}(r, t) = a_0 + a_1 r + \xi(t) + \eta,$$

где a_0 — средняя величина, около которой варьируется фактическая величина суточного потребления электроэнергии; a_1 — коэффициент, показывающий возрастание средней величины потребления электроэнергии по годам; $r = \overline{1, R}$ — номер года (начиная с текущего); R — номер года, на который выполняется прогноз; $\xi(t)$ — сезонная составляющая, отражающая весенний спад, осенний подъем и уменьшение летнего суточного потребления электроэнергии относительно зимнего периода; $t = \overline{1, T}$ — номер рабочего дня (начиная с января); T — число рабочих дней в году; η — случайная составляющая (случайный остаток).

Следует отметить, что вероятностные характеристики случайного остатка практически не изменяются со временем и его значение мало. Вследствие этого качество прогноза определяется не точностью случайной компоненты электропотребления предприятия, а адекватностью описания основной, регулярной, ее части (трендов).

Среднее значение электропотребления, равное площади фигуры, ограниченной значениями суточного электропотребления, как правило, линейно возрастает с каждым следующим годом по закону $\mathcal{E}_{\text{ср.год}} = a_0 + a_1 r$. Это возрастание объясняется развитием предприятия, вводом новых производственных мощностей и нового энергоемкого оборудования.

Случайная составляющая η , которая получается после вычитания составляющих $a_0, a_1 r, \xi(t)$ из су-

точного потребления электроэнергии, в идеальном случае должна представлять собой белый шум (с математическим ожиданием и интервалом корреляции, равными нулю, и постоянной дисперсией). Однако реально она носит нестационарный характер, так как в нее входят ошибки аппроксимации годового и сезонного трендов, а также составляющие, влияющие на электропотребление, но явно не присутствующие в модели. Отсутствие этих составляющих в модели обусловлено сложностью их выделения.

Авторами выполнено прогнозирование суточного электропотребления промышленного предприятия с помощью предложенной модели при аппроксимации сезонного тренда полиномом четвертого порядка (рис. 1, см. третью сторону обложки). В качестве исходной информации использованы объемы электроэнергии, потребленной предприятием в рабочие дни за 2003...2008 гг.

В качестве основной оценки прогнозирования принята выраженная в процентах относительная ошибка прогноза (абсолютная ошибка прогноза, отнесенная к фактическому значению суточного электропотребления) в пределах следующего года, которая не превышала 9 %.

Данная ошибка прогноза обусловлена ошибками аппроксимации годового и сезонного трендов, а также составляющими, влияющими на электропотребление предприятия, но отсутствующими в модели прогнозирования.

Прогнозирование на основе искусственных нейронных сетей

Перспективным направлением в области прогнозирования электропотребления промышленных предприятий является использование интеллектуальных моделей, к числу которых относятся искусственные нейронные сети (ИНС) [3].

Синтез ИНС включает три этапа:

- 1) выбор структуры сети (структурный синтез);
- 2) выбор алгоритма обучения сети (параметрический синтез);
- 3) формирование обучающих выборок.

Структура сети. Выбор структуры ИНС осуществляется в соответствии с особенностями и сложностью решаемой задачи, поэтому дать общие подробные рекомендации по выбору структуры сети затруднительно. В большинстве случаев ее структура получается на основе интуитивного подбора.

Для решения поставленной задачи использована одна из простых и достаточно широко применяемых структур ИНС — полностью связанный "многослойный перцептрон", которая является универсальным средством аппроксимации сложных зависимостей [3].

Сеть включает три слоя. Входной и выходной слои содержат по 264 нейрона (число рабочих дней в году). Число нейронов в скрытом слое по-

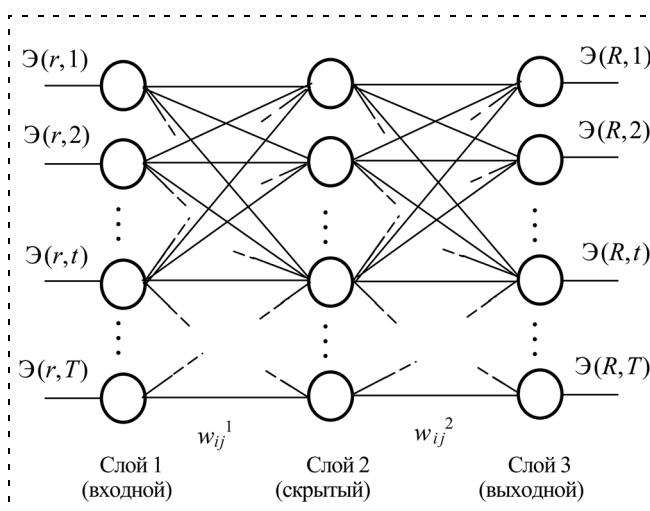


Рис. 2. Структура ИНС для прогнозирования суточного электропотребления промышленного предприятия: $\mathcal{E}(r, t)$, $r = \overline{1, R-1}$ — объем суточного потребления электроэнергии в i -й рабочий день r -го года; $\mathcal{E}(R, t)$ — прогнозируемое значение потребляемой электроэнергии в t -й рабочий день R -го года; w_{ij}^1 и w_{ij}^2 — весовые коэффициенты (синапсы) линий, связывающих элементы соответственно

лучено исходя из характеристик обучения перцептрона. Оно также составляет 264 нейрона.

Такая структура ИНС обеспечивает построение адекватных моделей прогнозирования суточного потребления электроэнергии и исключает переобучение сети (рис. 2).

В качестве активационной принята сигмоидальная функция

$$f(u) = 1/(1 + e^{-au}),$$

где a — параметр, характеризующий кривизну активационной функции; u — взвешенная сумма входных сигналов нейрона.

Выбор сигмоидальной функции обусловлен ее ценным свойством — способностью усиливать слабые сигналы лучше, чем сильные, и предотвращать насыщение сети от больших сигналов. Данное свойство определяется значением параметра a , который обычно назначается равным или несколько большим 1.

Алгоритм обучения сети. Для обучения перцептрона использован комбинированный алгоритм, включающий в свой состав алгоритмы обратного распространения ошибки и Коши [2]. В качестве исходной информации использованы те же данные за 2003...2008 гг., что и для построения статистической модели.

Обучающие выборки. Вид представления входных данных оказывает существенное влияние на ход обучения сети и точность прогноза. Для исключения насыщения активационной функции и повыше-

ния точности прогноза выполнено нормирование (приведенных к отрезку [0, 1]) входных данных [2].

Перцептрон обучали на годовых обучающих выборках, состоящих из наборов входных и выходных данных. Перед началом обучения весовые коэффициенты назначали случайным образом. Коэффициент скорости обучения устанавливали равным 0,1. Время обучения при 16 эпохах не превышало 3...5 с (процессор AMD Atlon X2 6000+), что обеспечивает оперативное переобучение сети. Ошибка обучения (расхождение между обучающей выборкой и реакцией сети на соответствующие входные данные) находилась в пределах 0,05...0,06.

На рис. 3 (см. третью сторону обложки) представлены результаты прогнозирования суточного электропотребления промышленного предприятия с помощью ИНС.

Относительная ошибка прогноза в пределах следующего года находилась в пределах 7 %. Использование ИНС для прогнозирования суточного электропотребления предприятия позволяет снизить ошибку прогноза по сравнению со статистическими методами в среднем на 2 %.

Заключение

1. Предложены методы прогнозирования суточного электропотребления промышленных предприятий на основе статистических моделей и ИНС, обеспечивающие прогноз на длительные ин-

тервалы времени (месяц, год) с точностью, необходимой для текущего планирования электропотребления предприятий.

2. Показано, что для прогнозирования суточного электропотребления предприятий ИНС обеспечивает лучшие результаты, чем статистические методы. Ее преимуществом является более высокая точность прогноза и использование алгоритма обучения вместо трудоемких алгоритмов построения статистических моделей.

При использовании ИНС возможно дальнейшее уменьшение ошибки прогноза за счет учета совокупности внешних факторов, оказывающих влияние на суточное электропотребление (погодные условия, среднесуточная температура воздуха и др.).

3. Алгоритмы, построенные на основе предложенных методов прогнозирования, включены в состав специального математического обеспечения АСУ энергетикой ОАО "Саратовское электроагрегатное производственное объединение".

Список литературы

1. **Иващенко В. А., Васильев Д. А., Резчиков А. Ф.** Методы прогнозирования электрических нагрузок в условиях АСУ электропотреблением промышленных предприятий // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 7. С. 52–55.
2. **Резчиков А. Ф., Иващенко В. А.** Управление электропотреблением промышленных предприятий. Саратов: Издательский центр "Наука", 2008. 183 с.
3. **Осовский С.** Нейронные сети для обработки информации. М.: Финансы и статистика, 2004. 344 с.

ИНФОРМАЦИЯ

**С 12 по 14 октября 2010 г.
в Санкт-Петербурге в ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор"
в рамках 3-й мультikonференции по проблемам управления (МКПУ-2010)
состоится очередная 7-я научно-техническая конференция
"Мехатроника, автоматизация, управление"
(МАУ-2010).**

Научные направления конференции:

- ◆ ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ В МЕХАТРОННЫХ И ЭРГАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ
Руководители: член-корр. РАН **Е. Д. Теряев**, д.т.н., проф. **Н. Б. Филимонов**
- ◆ ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭРГАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
Руководители: член-корр. РАН **Г. Г. Себряков**, к.п.с.н., проф. **С. Ф. Сергеев**
- ◆ ПРОБЛЕМЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИИ МЕХАТРОННЫХ, ЭРГАТИЧЕСКИХ И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
Руководители: д.т.н., проф. **Е. И. Юревич**, д.т.н., проф. **А. С. Ющенко**
- ◆ ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ МЕХАТРОННЫЕ И ЭРГАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ
Руководители: член-корр. РАН **А. Ф. Резчиков**, д.т.н., проф. **Ю. В. Подураев**

Дополнительные материалы по конференции МАУ-2010 смотрите на сайте журнала "Мехатроника, автоматизация управление":

<http://www.novtex.ru/mech/mau2010.htm>



ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.
БЕЛОКОНОВ И. В.
БУКОВ В. Н.
ВАСИЛЬЕВ В. И.
ГОДУНОВ В. А.
ГУРЕВИЧ О. С.
ГУРСКИЙ Б. Г.
ЕФИМОВ В. В.
ЗАЙЦЕВ А. В.
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.
НЕСТЕРОВ В. А.
ОХТИЛЕВ М. Ю.
ПАНКРАТОВ В. М.
РАСПОПОВ В. Я.
САБО Ю. И.
СТЕПАНОВ О. А.
СОЛДАТКИН В. М.
ТЕРЯЕВ Е. Д.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ШИРЯЕВ В. И.
ШКОЛИН В. П.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЧУГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

Девятисильный А. С., Кислов Д. Е.

Определение движения космического аппарата по внешним наблюдениям. 62

Левский М. В.

Оптимизация управления переориентацией космического аппарата за заданное время. 66

Челноков Ю. Н., Панкратов И. А.

Переориентация орбиты космического аппарата, оптимальная в смысле минимума интегрального квадратичного функционала качества 73

А. С. Девятисильный,

д-р техн. наук, главн. науч. сотр.,

Д. Е. Кислов,

канд. физ.-мат. наук, науч. сотр.,

Институт автоматки и процессов управления

ДВО РАН

devyatis@iacp.dvo.ru

Определение движения космического аппарата по внешним наблюдениям

Представлена обратная задача, целью решения которой являются оценки траекторных параметров и сил, обуславливающих движение космического аппарата. Дано краткое изложение метода гарантированной оценки корректности математической постановки и решения задачи. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: космический аппарат, траектория, пункт наблюдения, измерение, оператор, число обусловленности

Введение

Организация безопасной навигации в околоземном космическом пространстве [1] требует оперативного получения текущей информации о тех силах, которые участвуют в формировании траекторий космических аппаратов (КА). Как известно, такие силы могут быть разделены на две большие группы — силы гравитационной и не гравитационной природы. К числу последних относятся и управляющие силы [2], обуславливающие целенаправленное изменение параметров траектории КА. Для внешнего наблюдателя способность оценить эти силы эквивалентна возможности распознавания цели маневра КА и, возможно, предупреждения его нежелательных последствий.

В данной статье приведены методология и некоторые результаты исследования разрешимости обратных задач, ориентированных на определение движения КА в условиях неопределенности относительно действующих на него сил, конечной точности измерений и представления чисел при погружении задач в вычислительную среду. Решениями этих задач являются оценки радиус-вектора, скорости КА и его абсолютного ускорения, что в последнем случае эквивалентно оценке равнодействующей сил, обуславливающих движение КА.

Основные модели

Модель обратной задачи, целью решения которой является определение сил, координат и скоро-

стей движения КА, запишем в следующем общем виде:

$$\dot{q}_i = -e_{ikj}\omega_k q_j + p_i; q_i(0) = q_{i0};$$

$$\dot{p}_i = -e_{ikj}\omega_k p_j + S_i; p_i(0) = p_{i0}; \quad (1)$$

$$\dot{S}_i = \Theta_i(t); S_i(0) = S_{i0};$$

$$J_m(t_l) = \Psi_m(\mathbf{q}, t_l) + \varepsilon_m(t_l); m = \overline{1, M}; l = 1, 2, 3, \dots,$$

где $\mathbf{q} = (q_i)$, $\mathbf{p} = (p_i)$, $\mathbf{S} = (S_i)$ — соответственно векторы положения, удельного импульса (абсолютной линейной скорости движения КА) и равнодействующей сил, обуславливающих траекторию КА, в проекциях на оси ортогонального координатного трехгранника $0q = 0q_1q_2q_3$ (ось $0q_3$ направлена по вектору угловой скорости собственного вращения Земли), отождествляемого с жестко связанной с Землей геоцентрической системой координат и вращающегося вместе с ней с абсолютной угловой скоростью $\omega = (\omega_i)$; $J_m(t_l)$ и $\varepsilon_m(t_l)$ — измерение (t_l — момент времени измерения) и его инструментальная погрешность; $\Psi_m(\mathbf{q}, t_l)$ — измеряемая комбинация траекторных параметров; M — число наземных пунктов наблюдения; e_{ikj} — псевдотензор Леви—Чивита; $\Theta_i(t)$ — произвольная функция; $i, j, k = \overline{1, 3}$.

В данной статье исследуются два варианта идентификационной модели. Первый вариант соответствует выбору $\Theta_i(t) = 0$, при этом вектор состояния задачи $\mathbf{x}^T = (\mathbf{q}^T \mathbf{p}^T \mathbf{S}^T)$ имеет размерность $n = \dim \mathbf{x} = 9$. Второй вариант — $\Theta_i(t) = c_i = \text{const}$, тогда $\mathbf{x}^T = (\mathbf{q}^T \mathbf{p}^T \mathbf{S}^T \mathbf{C}^T)$, $\mathbf{C} = (c_i)$; $n = \dim \mathbf{x} = 12$.

При исследовании рассматриваемой обратной задачи удобно обращаться к ее модели "в малом", а именно:

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t)\delta \mathbf{x}(t); \delta \mathbf{x}(0) = \delta \mathbf{x}_0; \\ \delta \mathbf{J}(t_l) &= \mathbf{H}(t_l)\delta \mathbf{x}(t_l) + \varepsilon(t_l), l = 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{H} = (\partial \Psi / \partial \mathbf{x})_{\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}}}$, $\dim \mathbf{H} = M \times n$; $\tilde{\mathbf{x}}$ — опорное

решение задачи; $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} -\Omega & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\Omega & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$ — для пер-

вого варианта идентификационной модели, когда $n = \dim \mathbf{x} = 9$; для второго варианта — при $n = \dim \mathbf{x} = 12$, $\mathbf{A} = \mathbf{A}_2 = \text{blockdiag}(\mathbf{A}_1, \mathbf{I})$; $\Omega = (\Omega_{ij}) = (e_{ikj}\omega_k)$; \mathbf{I} и $\mathbf{0}$ — соответственно единичная и нулевая матрицы размерности 3×3 ; $\varepsilon(t_l) = (\varepsilon_1(t_l), \dots, \varepsilon_M(t_l))^T$.

Осуществим переход в уравнениях измерений к значениям параметров состояния системы в некоторый момент времени t^* . Рассмотрим задачу (2)

в терминах МНК. Тогда целью ее решения является получение оценки вектора $\delta\mathbf{x}(t^*)$ в любой заданный момент времени t^* , который, вообще говоря, может как принадлежать интервалу наблюдения, так и находиться вне него. Тогда

$$\delta\mathbf{J}(t_l) = \mathbf{H}(t_l)\Phi(t_l, t^*)\delta\mathbf{x}(t_l) + \varepsilon(t_l), \quad l = \overline{0, L}, \quad (3)$$

где $\Phi(t_l, t^*)$ — переходная матрица линейной динамической системы, соответствующая матрице $\mathbf{A}(t)$ и являющаяся решением уравнения $\dot{\Phi}(t, t^*) = \mathbf{A}(t)\Phi(t, t^*)$, $\Phi(t^*, t^*) = \mathbf{I}$; L — число измерений.

Записывая (3) в более общем виде, имеем

$$\mathbf{Z} = \mathbf{F}\delta\mathbf{x}(t^*) + \zeta, \quad (4)$$

где $\mathbf{Z} = (\delta\mathbf{J}(t_1), \dots, \delta\mathbf{J}(t_L))$; $\mathbf{F}^T = (\Phi^T(t_l, t^*)\mathbf{H}^T(t_l)) \dots \Phi^T(t_1, t^*)\mathbf{H}^T(t_1)$; $\zeta = (\varepsilon(t_1), \dots, \varepsilon(t_L))^T$. Результат вычисления матрицы \mathbf{F} далее будем обозначать $\tilde{\mathbf{F}}$.

Целью настоящей работы является разработка методологии получения оценок обусловленности задачи (4), по сути, характеризующих свойство локальной наблюдаемости системы (1), и численное исследование эффективности определения траекторий КА и сил, обуславливающих движение.

Исследование разрешимости поставленной обратной задачи будем проводить в соответствии с технологией, предложенной в [3].

Обозначим $\tilde{\mu}$ $\tilde{\mu}^c$ — соответственно истинное и вычисленное значения числа обусловленности матрицы $\tilde{\mathbf{F}}$.

Пусть e — относительная точность представления чисел в вычислительной среде, тогда [3]

$$\frac{1}{\tilde{\mu}} + \chi(e) = \frac{1}{\tilde{\mu}^c}. \quad (5)$$

Полагая $\chi(e) = K_1 e + K_2 e^2$, в соответствии с представлениями работы [3], придем к гарантирующему невырожденности матрицы $\tilde{\mathbf{F}}$ условию: $\tilde{\mu}^e < \mu^* = 1/(K_1^e e + K_2^e e^2)$, где $\tilde{\mu}^e$, K_1^e , K_2^e — оценки, соответственно, $\tilde{\mu}$, K_1 , K_2 . Заметим, что нарушение гарантирующего условия еще не означает, очевидно, невозможность удовлетворительного решения задачи вида (4).

Численное исследование

Рассматривается задача определения орбиты КА, находящегося на околостационарной суточно-синхронной орбите, по измерениям дальности до m ($m = \overline{1, M}$) наземных пунктов наблюдения (ПН).

В модели движения КА силы гравитационного поля Земли представлены рядом до четвертой зональной гармоники включительно, а силы лунно-солнечного гравитационного воздействия игнорируются, что, учитывая принципиальный характер исследования, будем считать вполне допустимым. Предполагается, что орбита имеет наклонение $i = 2^\circ$ и эксцентриситет $e = 0,001$.

Исследование разрешимости. Не нарушая общности, отождествим вектор \mathbf{S} с вектором напряженности \mathbf{G} гравитационного поля, т. е. положим $\mathbf{S} = \mathbf{G}$.

Случай $m = 1$. Пункт наблюдения (ПН1) расположен в самом невыгодном [4] (при $m = 1$) по значениям чисел обусловленности месте — в подспутниковой точке с географическими координатами (долгота, широта) $(\lambda, \varphi) = (0, 0)$. Измерения дальности проводятся на интервале, равном периоду обращения ($T = 86\,164$ с), через равные временные промежутки так, чтобы матрица связи "состояние—измерение" МНК-задачи оказалась квадратной (здесь и далее $\tilde{\mathbf{F}}_9 = \tilde{\mathbf{F}}$ при $n = 9$; $\tilde{\mathbf{F}}_{12} = \tilde{\mathbf{F}}$ при $n = 12$). Вычисленные значения десятичных порядков чисел обусловленности этой матрицы, соответствующие значениям точности e_1, e_2, e_3 , даны в табл. 1; в ней же символы "+" и "-" соответствуют факту выполнения или невыполнения условия $\tilde{\mu}^e < \mu^* = 1/(K_1^e e + K_2^e e^2)$ при $i = \overline{1, 3}$; $\tilde{\mu}_n^c = \tilde{\mu}^c(\tilde{\mathbf{F}}_n)$, $\tilde{\mu}_n^e = \tilde{\mu}^e(\tilde{\mathbf{F}}_n)$, $\tilde{\mu}_n^* = \mu^*(\tilde{\mathbf{F}}_n)$; $n = 9, 12$.

Как следует из табл. 1, на основании предложенной в статье методологии можно сделать заключение, гарантирующее невырожденность матрицы $\tilde{\mathbf{F}}$ при $-45 > \log_{10} e \geq -50$, $\log_{10} \tilde{\mu}_9^c \geq 16$, если $n = 9$, и при $-50 > \log_{10} e \geq -55$, $\log_{10} \tilde{\mu}_{12}^c \geq 22$, если $n = 12$.

Случай $m > 1$. Аналогичные случаю $m = 1$ заключения о невырожденности матрицы $\tilde{\mathbf{F}}$ при 1) $m = 2$ (ПН1: $(\lambda = 0^\circ, \varphi = 0^\circ)$; ПН2: $(\lambda = 0^\circ, \varphi = 20^\circ)$) и

Таблица 1
Исследование разрешимости при $m = 1$

№	Точность e	$\log_{10} \tilde{\mu}_9^c$	$\tilde{\mu}_9^e < \tilde{\mu}_9^*$	$\log_{10} \tilde{\mu}_{12}^c$	$\tilde{\mu}_{12}^e < \tilde{\mu}_{12}^*$
	$e_1/e_2/e_3$				
1	$10^{-7}/10^{-16}/10^{-23}$	12/16/16	-/-/-	12/16/21	-/-/-
2	$10^{-25}/10^{-30}/10^{-35}$	16/16/16	-/-/-	22/22/22	-/-/-
3	$10^{-40}/10^{-45}/10^{-50}$	16/16/16	-/-/+	22/22/22	-/-/-
4	$10^{-45}/10^{-50}/10^{-55}$	16/16/16	-/+/+	22/22/22	-/-/+
5	$10^{-60}/10^{-65}/10^{-70}$	16/16/16	+/+/+	22/22/22	+/+/+

2) $m = 3$ (ПН1: $(\lambda = 0^\circ, \varphi = 0^\circ)$; ПН2: $(\lambda = 0^\circ, \varphi = 20^\circ)$; ПН3: $(\lambda = -20^\circ, \varphi = 20^\circ)$) выглядят соответственно следующим образом:

1) $-23 > \log_{10} e \geq -25$, $\log_{10} \tilde{\mu}_9^c \cong 14$, если $n = 9$;
 $-45 > \log_{10} e \geq -50$, $\log_{10} \tilde{\mu}_{12}^c \cong 17$, если $n = 12$;

2) $-16 > \log_{10} e \geq -23$, $\log_{10} \tilde{\mu}_9^c \cong 9$, если $n = 9$;
 $-40 > \log_{10} e \geq -45$, $\log_{10} \tilde{\mu}_{12}^c \cong 16$, если $n = 12$.

В ходе численных экспериментов было также установлено, что постолбцовая нормировка [5, 6] матрицы $\tilde{\mathbf{F}}$ практически не улучшает обусловленность задачи при $m = 1$, но ее эффективность заметно возрастает с ростом m , например, при $m = 2$ наблюдается снижение числа обусловленности матрицы на два порядка, а при $m \geq 3$ — более, чем на три.

Исследования точности решения. Предполагается, что измерения дальностей КА—ПН выполняются на суточном интервале времени ($t \in [0, 86\,400]$ с) с шагом $h = 10$ с при $m = \overline{1, 3}$.

Все последующие результаты получены для вычислительных экспериментов, проводимых при $e = 2,2 \cdot 10^{-16}$.

В табл. 2—4 для различных значений среднеквадратических погрешностей (СКП) измерений дальностей σ_r представлены СКП оценок модулей векторов \mathbf{q} , \mathbf{p} , \mathbf{s} , Θ (соответственно σ_q , σ_p , σ_s , σ_Θ), вычисленные в конечный момент времени $t = 86\,400$ с по результатам 200-кратного моделирования МНК-процесса оценивания характеристик движения КА, в достаточной степени иллюстрирующие возможности определения как параметров траектории КА, так и напряженности гравитационного поля. В этих таблицах значения СКП при $\dim \mathbf{x} = n = 9$ приведены над чертой, а при $\dim \mathbf{x} = n = 12$ — под чертой.

Наряду с анализом точности текущего МНК-решения задачи исследовали возможности апостериорной вейвлет-обработки массивов оценок. Для этих целей использовали технологию, представленную в работах [7, 8], апеллирующую к интерпретации проекционного свойства оператора вейвлет-преобразования.

Об эффективности ее применения свидетельствуют два примера. Результаты одного из них, когда $\mathbf{S} = \mathbf{G}$, представлены в табл. 5, которую следует сопоставлять с табл. 4. Видно, что вейвлет-обработка улучшает точность результата на 1...2 десятичных порядка, но с существенной потерей его оперативности.

Во втором примере рассматривался случай внешней идентификации импульса, корректирующего орбиту КА. В этом случае $\mathbf{S} = \mathbf{G} + \mathbf{f}$, где \mathbf{f} — вектор удельных корректирующих сил.

Таблица 2

Значения СКП при $m = 1$

σ_r	σ_q , М	σ_p , М/с	σ_s , М/с ²	σ_Θ , М/с ³
0,1	$\frac{1,1}{9,2}$	$\frac{5,7 \cdot 10^{-3}}{4,2 \cdot 10^{-2}}$	$\frac{7,2 \cdot 10^{-6}}{5,7 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{—}{5,6 \cdot 10^{-5}}$
0,5	$\frac{4,2}{36,8}$	$\frac{3,1 \cdot 10^{-2}}{2,3 \cdot 10^{-1}}$	$\frac{4,6 \cdot 10^{-5}}{3,1 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{—}{3,1 \cdot 10^{-4}}$
2	$\frac{18,1}{151,5}$	$\frac{1,1 \cdot 10^{-1}}{8,9 \cdot 10^{-1}}$	$\frac{1,8 \cdot 10^{-4}}{1,4 \cdot 10^{-3}}$	$\frac{—}{2,1 \cdot 10^{-3}}$
5	$\frac{59,6}{501,1}$	$\frac{4,7 \cdot 10^{-1}}{3,2}$	$\frac{4,2 \cdot 10^{-4}}{3,1 \cdot 10^{-3}}$	$\frac{—}{6,8 \cdot 10^{-3}}$

Таблица 3

Значения СКП при $m = 2$

σ_r	σ_q , М	σ_p , М/с	σ_s , М/с ²	σ_Θ , М/с ³
0,1	$\frac{6,1 \cdot 10^{-1}}{5,2}$	$\frac{1,7 \cdot 10^{-3}}{2,4 \cdot 10^{-2}}$	$\frac{2,4 \cdot 10^{-6}}{3,2 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{—}{7,2 \cdot 10^{-6}}$
0,5	$\frac{1,4}{14,4}$	$\frac{1,4 \cdot 10^{-2}}{1,1 \cdot 10^{-1}}$	$\frac{1,5 \cdot 10^{-5}}{1,4 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{—}{5,7 \cdot 10^{-5}}$
2	$\frac{7,4}{60,8}$	$\frac{1,2 \cdot 10^{-2}}{4,1 \cdot 10^{-1}}$	$\frac{7,4 \cdot 10^{-5}}{5,5 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{—}{5,0 \cdot 10^{-5}}$
5	$\frac{21,1}{211,3}$	$\frac{1,8 \cdot 10^{-1}}{1,2}$	$\frac{1,4 \cdot 10^{-4}}{1,3 \cdot 10^{-3}}$	$\frac{—}{4,0 \cdot 10^{-4}}$

Таблица 4

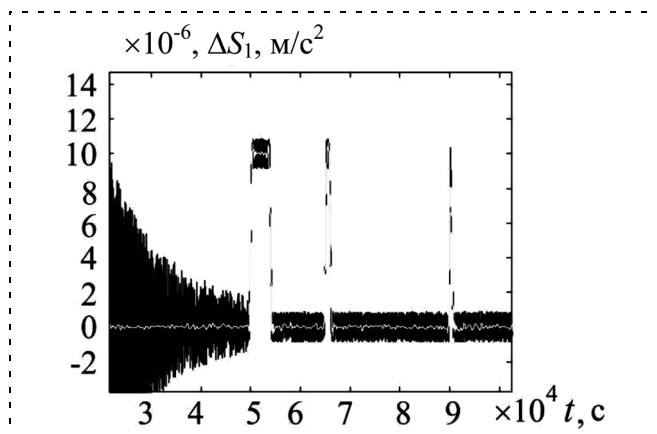
Значения СКП при $m = 3$

σ_r	σ_q , М	σ_p , М/с	σ_s , М/с ²	σ_Θ , М/с ³
0,1	$\frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{1,4}$	$\frac{4,5 \cdot 10^{-4}}{6,5 \cdot 10^{-3}}$	$\frac{6,1 \cdot 10^{-7}}{1,1 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{—}{2,5 \cdot 10^{-5}}$
0,5	$\frac{6,1 \cdot 10^{-1}}{4,7}$	$\frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{4,5 \cdot 10^{-2}}$	$\frac{3,1 \cdot 10^{-6}}{4,4 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{—}{1,1 \cdot 10^{-4}}$
2	$\frac{2,1}{17,8}$	$\frac{8,6 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-1}}$	$\frac{1,1 \cdot 10^{-5}}{1,8 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{—}{1,7 \cdot 10^{-4}}$
5	$\frac{4,5}{51,7}$	$\frac{2,6 \cdot 10^{-2}}{13,2}$	$\frac{3,1 \cdot 10^{-4}}{3,3 \cdot 10^{-3}}$	$\frac{—}{7,9 \cdot 10^{-3}}$

Таблица 5

Значения СКП при $\dim \mathbf{x} = n = 9$ и $m = 3$ после вейвлет-обработки

σ_r	σ_q , М	σ_p , М/с	σ_s , М/с ²
0,1	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$5,2 \cdot 10^{-5}$	$7,2 \cdot 10^{-8}$
0,5	$7,7 \cdot 10^{-2}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$3,6 \cdot 10^{-7}$
2	$2,5 \cdot 10^{-1}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-7}$
5	$3,3 \cdot 10^{-1}$	$4,9 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-6}$



Пример эволюции погрешности (ΔS_1) оценивания силы $S_1 = G_1 + F_1$

На рисунке представлены результаты (графики погрешностей: черным цветом — текущая МНК-оценка, белым внутри черного — апостериорная вейвлет-оценка) вейвлет-обработки массива МНК-оценок, когда $f = (F_1, 0, 0)^T$, $F_1 = 10^{-5}$ м/с², реализуется на временных интервалах [5000, 5400] с, [6500, 6600] с и [9000, 9050] с при СКП измерений $\sigma_r = 0,1$ м. Как показали эксперименты, если шаг измерений $h = 1$ с, то вполне эффективно (с СКП $\sigma_S = 10^{-6} \dots 10^{-7}$ м/с²) оцениваются импульсы длительностью более 25 с.

Заключение

В статье предложены модели задач определения орбит в условиях полной неопределенности относительно сил, обуславливающих движение КА; разработана и на примере околостационарной суточно-

синхронной орбиты апробирована методология гарантированного оценивания разрешимости таких задач при конечной точности вычислений и измерений; на численных примерах продемонстрирована возможность достаточно эффективного решения задач указанного вида, в частности, проиллюстрирована возможность внешнего обнаружения и оценки временных интервалов коррекции траекторий КА.

Работа выполнена при частичной поддержке грантами РФФИ-ДВО № 09-01-98503-р_восток_a; ДВО РАН (№ 09-III-A-03-066, № 09-III-B-03-079 и № 09-I-П29-02).

Список литературы

1. Jehn R., Agapov A., Hernandez A. The situation in the geostationary ring // Advances in space research. 2005. V. 35. P. 1318—1327.
2. Решетнев М. Ф., Лебедев А. А., Бартенев В. А. и др. Управление и навигация искусственных спутников Земли на околокруговых орбитах. М.: Машиностроение, 1988. 336 с.
3. Девятисильный А. С., Кислов Д. Е. Спектральные портреты и устойчивость линейных систем // Мехатроника, автоматизация, управление, 2010. № 4. С. 2—5.
4. Девятисильный А. С., Кислов Д. Е. Численно-аналитические оценки вычислительных погрешностей и разрешимости задачи определения квазистационарных орбит ИСЗ по измерениям // Космические исследования. 2005. Т. 43. № 4. С. 317—320.
5. Девятисильный А. С., Крыжко И. Б. Исследование обусловленности задачи численного определения квазистационарной орбиты ИСЗ по наземным наблюдениям // Космические исследования. 1997. Т. 35. № 1. С. 99—101.
6. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. М.: Наука, 1986. 232 с.
7. Девятисильный А. С., Прудкогляд Н. А. Моделирование астроинерциальной системы в условиях стохастической неопределенности // Авиакосмическое приборостроение. 2007. № 11. С. 39—44.
8. Девятисильный А. С., Дорожко В. М., Числов К. А. Разработка и исследование моделей и технологий гравиметрии на подвижном основании // Информатика и системы управления. 2009. № 1. С. 116—120.

ИНФОРМАЦИЯ

26—28 октября 2010 г. в Москве в ИПУ им. В. А. Трапезникова РАН состоится

V Международная конференция

“Параллельные вычисления и задачи управления” (РАСО’2010)

Тематические направления:

- ◆ Математические модели, вычислительные методы, программы и архитектуры распараллеливания вычислений
- ◆ Технологии программирования параллельных и распределенных систем
- ◆ Параллельные и распределенные вычисления в задачах моделирования, анализа, идентификации, управления и оптимизации
- ◆ Проблемы совместного проектирования и синтеза параллельных программ и архитектур
- ◆ Проблемы интеграции данных, программ, процессов и систем в глобальной компьютерной среде
- ◆ Архитектуры распределенных вычислительных и управляющих систем в компьютерных сетях
- ◆ Надежные вычисления и защита информации в распределенных компьютерных средах
- ◆ Компьютерные системы с самообучением и самоорганизацией
- ◆ Презентации проектов вычислительных и управляющих систем с параллельной и/или распределенной обработкой информации

Тел. (495) 334-87-69, <http://paco.ipu.ru>, e-mail: atlas@ipu.ru

М. В. Левский, канд. техн. наук, вед. науч. сотр.,
Научно-исследовательский институт
космических систем имени А. А. Максимова —
филиал ГКНПЦ им. М. В. Хруничева
niiks@khrunichev.com

Оптимизация управления переориентацией космического аппарата за заданное время

Рассматриваются вопросы оптимизации управления пространственной переориентацией космического аппарата (КА). Минимизируется функционал, имеющий смысл расхода рабочего тела. Получено аналитическое решение поставленной задачи. Показано, что оптимальное по расходу топлива решение находится в классе двухимпульсного управления, при котором разворот КА совершается по траектории "свободного движения". Исходная задача управления сводится к решению трех задач — к разгону КА до необходимого кинетического момента, свободному вращению КА и гашению угловой скорости. Все три задачи решены в аналитическом виде. Приводится пример математического моделирования оптимального разворота КА.

Ключевые слова: космический аппарат, ориентация, кватернион, управление, оптимальность

Проблема создания экономичных режимов и алгоритмов управления ориентацией КА, использующих в качестве исполнительных органов реактивные микродвигатели, является одной из наиболее важных в космической технике. Исследуется вопрос оптимизации терминального управления, обеспечивающего за фиксированное время управления t_k совмещение связанной с корпусом КА правой системы координат $OXYZ$ с программным базисом, положение которого в инерциальном пространстве задано. Нахождению оптимальной программы пространственной переориентации произвольного КА по критерию минимального расхода рабочего тела посвящена данная статья.

Постановка оптимизационной задачи. Предполагается, что управление угловым положением КА осуществляется посредством трех и большего числа пар двигателей, создающих моменты относительно главных центральных осей инерции КА. Уравнения углового движения КА как твердого тела имеют вид

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 + (J_3 - J_2) \omega_2 \omega_3 &= M_1; \\ J_2 \dot{\omega}_2 + (J_1 - J_3) \omega_1 \omega_3 &= M_2; \\ J_3 \dot{\omega}_3 + (J_2 - J_1) \omega_1 \omega_2 &= M_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где J_i — главные центральные моменты инерции КА; M_i — проекции главного момента внешних сил на главные оси эллипсоида инерции КА; ω_i — проекции вектора ω абсолютной угловой скорости на оси

связанного базиса E , образованного главными осями эллипсоида инерции ($i = 1, 2, 3$).

Для описания пространственного движения КА используем математический аппарат кватернионов (параметров Родрига—Гамильтона). Движение связанного базиса E относительно опорного базиса I будем задавать кватернионом Λ [1]. Для определенности базис I считаем инерциальным. В этом случае имеют место следующие кинематические уравнения:

$$\begin{aligned} 2\dot{\lambda}_0 &= -\lambda_1 \omega_1 - \lambda_2 \omega_2 - \lambda_3 \omega_3; \quad 2\dot{\lambda}_1 = \lambda_0 \omega_1 + \lambda_2 \omega_3 - \lambda_3 \omega_2; \\ 2\dot{\lambda}_2 &= \lambda_0 \omega_2 + \lambda_3 \omega_1 - \lambda_1 \omega_3; \quad 2\dot{\lambda}_3 = \lambda_0 \omega_3 + \lambda_1 \omega_2 - \lambda_2 \omega_1 \end{aligned} \quad (2)$$

или в кватернионной форме $2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega$,

где λ_j — компоненты кватерниона Λ ($j = 0, 1, 2, 3$), причем $\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$.

Назначение конструируемых управлений M_i заключается в совмещении осей связанной с КА системы координат с программным базисом, положение которого в инерциальной системе координат задано, т. е. необходимо КА из положения $\Lambda(0) = \Lambda_H$ перевести за время $t_k \leq T_{\text{зад}}$ в требуемое конечное положение $\Lambda(T) = \Lambda_K$. В условиях космического полета особенность управления заключается в малости возмущающих моментов, обусловленных взаимодействием аппарата с внешними полями и сопротивлением среды. Управление движением КА относительно центра масс осуществляется путем изменения момента внешних сил M . Допустим, что суммарный импульс от возмущающих моментов пренебрежимо мал по сравнению с управляющим импульсом. В этом случае главный момент внешних сил M определяется в основном моментом управления M_y , создаваемым системой исполнительных органов, а переменные M_i , стоящие в правых частях системы (1), являются управлениями. Предположим, что область допустимых значений вектора M подобна эллипсоиду инерции:

$$\frac{M_1^2}{J_1} + \frac{M_2^2}{J_2} + \frac{M_3^2}{J_3} \leq u_0^2. \quad (3)$$

Данная форма ограничения может быть принята при использовании управляющих реактивных микродвигателей. Зададим граничные условия положения КА и его угловой скорости:

$$\Lambda(0) = \Lambda_H; \quad \omega(0) = \omega_0; \quad (4)$$

$$\Lambda(T) = \Lambda_K; \quad \omega(T) = \omega_T, \quad (5)$$

где T — время окончания процесса переориентации.

Практическое значение имеют задачи, в которых $\omega_0 = \omega_T = 0$, а Λ_H и Λ_K имеют произвольные ап-

риорно заданные значения. Для того чтобы задача управления была замкнута, введем оптимизируемый функционал

$$G = \int_0^T g dt, \quad (6)$$

где g — положительно определенная функция от переменных M_i , $i = \overline{1, 3}$.

Задача оптимального управления пространственным разворотом формулируется следующим образом: необходимо перевести КА из состояния (4) в состояние (5) в соответствии с уравнениями (1) и (2) при условии, что на управляющий момент наложено ограничение (3); при этом функционал (6) должен быть минимальным.

Методология построения оптимального управления. Будем решать поставленную задачу с помощью принципа максимума [2]. Введем сопряженные переменные φ_i ($i = 1, 2, 3$), соответствующие переменным ω_j , и ψ_j ($j = 0, 1, 2, 3$), соответствующие компонентам кватерниона λ_j . Функция Понtryгина имеет вид: $H = -g + H_d + H_k$, где слагаемое g соответствует выбранному критерию оптимальности; H_d — динамическая часть, H_k — кинематическая часть;

$$H_d = \varphi_1 \left(\frac{M_1}{J_1} + \frac{J_2 - J_3}{J_1} \omega_2 \omega_3 \right) + \varphi_2 \left(\frac{M_2}{J_2} + \frac{J_3 - J_1}{J_2} \omega_1 \omega_3 \right) + \varphi_3 \left(\frac{M_3}{J_3} + \frac{J_1 - J_2}{J_3} \omega_1 \omega_2 \right);$$

$$H_k = -0,5\psi_0(\lambda_1\omega_1 + \lambda_2\omega_2 + \lambda_3\omega_3) + 0,5\psi_1(\lambda_0\omega_1 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2) + 0,5\psi_2(\lambda_0\omega_2 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1\omega_3) + 0,5\psi_3(\lambda_0\omega_3 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1).$$

Уравнения для сопряженных функций φ_i и ψ_j имеют вид

$$\dot{\varphi}_i = -\frac{\partial H}{\partial \omega_i}, \quad i = \overline{1, 3}; \quad (7)$$

$$\dot{\psi}_j = -\frac{\partial H}{\partial \lambda_j}, \quad j = \overline{0, 3}, \text{ или в развернутой форме}$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_0 &= -0,5(\psi_1\omega_1 + \psi_2\omega_2 + \psi_3\omega_3); \\ \dot{\psi}_1 &= 0,5(\psi_0\omega_1 + \psi_2\omega_3 - \psi_3\omega_2); \\ \dot{\psi}_2 &= 0,5(\psi_0\omega_2 + \psi_3\omega_1 - \psi_1\omega_3); \\ \dot{\psi}_3 &= 0,5(\psi_0\omega_3 + \psi_1\omega_2 - \psi_2\omega_1). \end{aligned} \quad (8)$$

В [1] показано, что данную задачу можно свести к решению замкнутой системы девяти дифференциальных уравнений. Несколько преобразовав функ-

цию H_k , отвечающую за геометрические свойства движения, получим

$$\begin{aligned} H_k &= 0,5\omega_1(\lambda_0\psi_1 + \lambda_3\psi_2 - \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_3) + \\ &+ 0,5\omega_2(\lambda_0\psi_2 + \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_0 - \lambda_3\psi_1) + \\ &+ 0,5\omega_3(\lambda_0\psi_3 + \lambda_2\psi_1 - \lambda_3\psi_0 - \lambda_1\psi_2) = \\ &= 0,5(\omega_1 p_1 + \omega_2 p_2 + \omega_3 p_3), \end{aligned}$$

где $p_1 = \lambda_0\psi_1 + \lambda_3\psi_2 - \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_3$; $p_2 = \lambda_0\psi_2 + \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_0 - \lambda_3\psi_1$; $p_3 = \lambda_0\psi_3 + \lambda_2\psi_1 - \lambda_3\psi_0 - \lambda_1\psi_2$.

Для понижения порядка системы будем полагать, что величины p_1, p_2, p_3 представляют собой проекции некоторого вектора \mathbf{p} на оси связанного базиса \mathbf{E} . Из уравнений (8) следует, что совокупность переменных $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ обладает свойствами кватернионов. Далее принимаем, что сопряженные переменные $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ являются компонентами некоего кватерниона Ψ , для которого справедливо соотношение: $2\dot{\Psi} = \Psi \circ \omega$. Тогда введенный нами вектор \mathbf{p} может быть записан в кватернионной форме $\mathbf{p} = \text{vect}(\tilde{\Lambda} \circ \Psi)$, а кинематическая часть функции H принимает вид: $H_k = -\omega \cdot \mathbf{p}/2$ (здесь \cdot — знак скалярного произведения векторов). Уравнения (7) могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= -\omega_3 n_2 \varphi_2 - \omega_2 n_3 \varphi_3 - p_1/2; \\ \dot{\varphi}_2 &= -\omega_3 n_1 \varphi_1 - \omega_1 n_3 \varphi_3 - p_2/2; \\ \dot{\varphi}_3 &= -\omega_2 n_1 \varphi_1 - \omega_1 n_2 \varphi_2 - p_3/2, \end{aligned} \quad (9)$$

где $n_1 = (J_2 - J_3)/J_1$, $n_2 = (J_3 - J_1)/J_2$, $n_3 = (J_1 - J_2)/J_3$ — постоянные коэффициенты. Дифференцируя выражения для p_i ($i = \overline{1, 3}$) и подставляя в них уравнения для λ_j и ψ_j ($j = \overline{0, 3}$), получим необходимые дифференциальные уравнения. Изменение вектора \mathbf{p} определяется решением системы уравнений

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= \omega_3 p_2 - \omega_2 p_3; \quad \dot{p}_2 = \omega_1 p_3 - \omega_3 p_1; \\ \dot{p}_3 &= \omega_2 p_1 - \omega_1 p_2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{или в векторной форме } \dot{\mathbf{p}} = -\omega \times \mathbf{p}, \quad (11)$$

где p_i — проекции вектора \mathbf{p} на оси связанного базиса \mathbf{E} ; \times — векторное произведение.

Полученное дифференциальное уравнение (11) для вектора \mathbf{p} отражает его вращение с угловой скоростью $-\omega$ относительно связанного базиса. В свою очередь, сам связанный базис \mathbf{E} совершает угловое движение относительно опорного базиса \mathbf{I} с угловой скоростью ω , в результате вектор \mathbf{p} является неподвижным в опорной системе отсчета. В силу того, что $|\mathbf{p}| = \text{const}$, полагаем в дальнейшем вектор \mathbf{p}

нормированным: $|\mathbf{p}| = 1$. Таким образом, задача определения оптимального управления сводится к решению системы уравнений (1), (9) и (10) при условии, что само управление выбрано из требования максимизации гамильтониана. Граничные условия по угловому положению Λ_H и Λ_K определяют семейство решений $\mathbf{p}(t)$, которое имеет вид [1]: $\mathbf{p} = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{c}_E \circ \Lambda$, где $\mathbf{c}_E = \Lambda_H \circ \mathbf{p}(0) \circ \tilde{\Lambda}_H = \text{const}$. Направление \mathbf{c}_E зависит от начального и конечного положений КА. Для того чтобы КА имел требуемую ориентацию на правом конце $\Lambda(T) = \Lambda_K$, необходимо определить вектор \mathbf{c}_E (или значение вектора \mathbf{p} в начальный момент времени) исходя из получающихся при этом решений системы (2). Задача нахождения оптимального управления состоит в исследовании динамических уравнений Эйлера (1) и сопряженных им уравнений (9) при указанном движении вектора \mathbf{p} . Система дифференциальных уравнений (9)–(10) совместно с требованием максимальности функции Понtryгина H являются необходимыми условиями оптимальности. Уравнения связи выражаются системами уравнений (1), (2) с одновременным выполнением ограничения (3), накладываемым на движение динамической системы. Граничные условия по угловой скорости ω и условия максимума функции H определяют решения $\omega(t)$ и $\varphi(t)$, где $\varphi = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$. Граничные условия по положению Λ_H и Λ_K определяют решения $\Lambda(t)$ и $\mathbf{p}(t)$.

Оптимизация управления КА с минимальными затратами управляющих ресурсов. Рассмотрим задачу на минимизацию функционала

$$G = \int_0^T \sqrt{M_1^2/J_1 + M_2^2/J_2 + M_3^2/J_3} dt$$

при развороте КА из положения Λ_H в положение Λ_K за время T . Данный вид функционала является типовым и характеризует работу управляющих сил. Функция Понtryгина H в этом случае имеет вид

$$H = -\sqrt{M_1^2/J_1 + M_2^2/J_2 + M_3^2/J_3} + M_1\varphi_1/J_1 + M_2\varphi_2/J_2 + M_3\varphi_3/J_3 + H_{inv},$$

где H_{inv} не зависит явно от управления.

Для построения оптимального управления в виде функциональной зависимости от сопряженных координат введем новые переменные $u_i = M_i/\sqrt{J_i}$ и $\eta_i = \varphi_i/\sqrt{J_i}$, $i = \overline{1, 3}$. Ограничение (3) на управление запишется следующим образом: $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \leq u_0^2$. Перейдя к новым переменным, получим: $H = -|\mathbf{u}| + \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\eta} + H_{inv}$, где $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}$.

Очевидно, что функция Понtryгина H при ограничении $|\mathbf{u}| \leq u_0$ принимает максимальное значение, если управление \mathbf{u} имеет вид

$$\mathbf{u} = \begin{cases} u_0 \boldsymbol{\eta}/|\boldsymbol{\eta}|, & \text{если } |\boldsymbol{\eta}| > 1; \\ 0, & \text{если } |\boldsymbol{\eta}| \leq 1 \end{cases}$$

или для моментов

$$\mathbf{u} = \begin{cases} \frac{u_0 \varphi_i}{\sqrt{\varphi_1^2/J_1 + \varphi_2^2/J_2 + \varphi_3^2/J_3}}, & \text{если } \sqrt{\sum_{i=1}^3 \varphi_i^2/J_i} > 1; \\ 0, & \text{если } \sqrt{\sum_{i=1}^3 \varphi_i^2/J_i} \leq 1, \text{ если } i = \overline{1, 3}. \end{cases} \quad (12)$$

Полученная структура управляющего момента \mathbf{M} приводит к тому, что оптимальное решение для переменных φ_i может быть найдено по уравнениям

$$\varphi_i = a(t)p_i, \quad (13)$$

где $a(t)$ — скалярная функция времени.

Оптимальное значение управляющего момента \mathbf{M} запишем в виде

$$M_i = \begin{cases} \frac{u_0 p_i \text{sign } a}{\sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3}}, & \text{если } |a| \sqrt{\sum_{i=1}^3 p_i^2/J_i} > 1; \\ 0, & \text{если } |a| \sqrt{\sum_{i=1}^3 p_i^2/J_i} \leq 1, \text{ где } a = a(0) - t/2. \end{cases}$$

Уравнения (1), (9) и (10) совместно с соотношением (12) образуют замкнутую систему уравнений. Используя тот факт, что вектор \mathbf{p} в инерциальном пространстве постоянен, будем искать решения системы (1), (9), (10), (12) в классе движений, при которых кинетический момент КА \mathbf{L} имеет постоянное направление в инерциальном пространстве. Для этого частного случая необходимо, чтобы выполнялись соотношения

$$J_i \omega_i = b p_i, \quad (14)$$

показывающие связь между векторами $\boldsymbol{\omega}$ и \mathbf{p} . Здесь b — коэффициент пропорциональности, зависящий от времени. Следует заметить, что если функции ω_i , p_i удовлетворяют равенству (14), то они удовлетворяют и уравнению (10). Допустимым для сопряженного вектора управления $\boldsymbol{\varphi} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ является решение $\varphi_i = a(t)p_i$, при котором управляющие моменты будут равны $M_i = \chi(t)p_i$. Подстав-

для выражения для M_i в неравенство (3) с учетом условия нормировки для вектора \mathbf{p} , получим

$$|\mathbf{M}| \leq u_0 / \sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3}.$$

Покажем, что для решения (14) справедливо равенство $p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3 = \text{const}$ во все время разворота. Для этого достаточно продифференцировать по времени левую часть указанного равенства с учетом свойств движения вектора \mathbf{p} . Производные компонент вектора \mathbf{p} заменяются сначала по соотношениям (10), а затем компоненты вектора ω заменяются по формулам (14): $p_1\dot{p}_1/J_1 + p_2\dot{p}_2/J_2 + p_3\dot{p}_3/J_3 = \omega_1 p_2 p_3/J_3 - \omega_1 p_2 p_3/J_2 + \omega_1 p_2 p_3/J_2 - \omega_2 p_1 p_3/J_3 + \omega_2 p_1 p_3/J_3 - \omega_1 p_2 p_3/J_3 \equiv 0$. Обозначая $m_0 = u_0 / \sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3}$, получаем $|\mathbf{M}| = |\chi(t)| \leq m_0$.

В результате всех этих математических действий формулу (12), полученную для оптимального управления, можно записать в виде

$$\mathbf{M} = 0,5m_0[\text{sign}(a + a^*) + \text{sign}(a - a^*)]\mathbf{p},$$

где $a^* = 1 / \sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3}$.

Исследуем характер поведения функции $a(t)$ при оптимальных управлении и движении вектора \mathbf{p} в связанной системе координат. Для этого возьмем производную по времени от левой и правой частей соотношения (13) для $i = 1, 2, 3$. Дифференцируя $a(t)$ по времени, получим: $\dot{a} = -0,5$ или $\dot{\varphi}_i = (\rho - t/2)p_i$, где $\rho = a(0)$ — начальное значение функции $a(t)$.

Оптимальное решение (13) может удовлетворять принципу максимума (необходимым условиям оптимальности) лишь при одновременном выполнении двух видов соотношений: $da/dt = -0,5$ и уравнений типа

$$\begin{aligned} dp_1/dt &= -\omega_3 n_2 p_2 - \omega_2 n_3 p_3; \\ dp_2/dt &= -\omega_1 n_3 p_3 - \omega_3 n_1 p_1; \\ dp_3/dt &= -\omega_2 n_1 p_1 - \omega_1 n_2 p_2, \end{aligned} \quad (15)$$

вытекающих из уравнений (9). Последняя группа соотношений, записанных для вектора \mathbf{p} , никак не противоречит формулам (10). В этом нетрудно убедиться, если учесть, что ω_i — не постоянные коэффициенты, а функции времени. Действительно, уравнениям (11) (или (11)) удовлетворяют бесчисленное множество векторов, неподвижных относительно опорной системы координат. Для того чтобы искомый вектор $\mathbf{p}(t)$ был кандидатом на оптимальное решение, необходимо, чтобы он еще являлся решением системы уравнений (15). А для одновременного выполнения условий (10) и (15) достаточно назначить $\omega_i = bp_i/J_i$. Подставляя эти равенства

в соотношения (15), получим известные уже уравнения (10), тем самым подтвердив неподвижность вектора \mathbf{p} (а значит, и кинетического момента \mathbf{L}) в инерциальной системе координат. Для проекции p_1 будем иметь:

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= -\omega_3 n_2 p_2 - \omega_2 n_3 p_3 = \\ &= -\frac{bp_3}{J_3} \frac{J_3 - J_1}{J_2} p_2 - \frac{bp_2}{J_2} \frac{J_1 - J_2}{J_3} p_3 = b \frac{J_2 - J_3}{J_2 J_3} p_2 p_3 = \\ &= bp_2 p_3/J_3 - bp_3 p_2/J_2 = \omega_3 p_2 - \omega_2 p_3. \end{aligned}$$

Применительно к проекциям p_2 и p_3 доказательство совместимости условий (10) и (15) проводится аналогично. Истинность решений (13)—(14) для системы дифференциальных уравнений (1), (9), (10), (12) проверяется последовательной подстановкой соотношения (13) в уравнения (9) с учетом связей (14) для всех $i = 1, 2, 3$. Продемонстрируем сказанное на примере переменной φ_1 . Возьмем производную по времени от $\varphi_1 = ap_1$, подставим полученное выражение в первое из уравнений (9) и умножим левую и правую его части на число b . В результате имеем: $\dot{\varphi}_1 = a(t)\dot{p}_1 + \dot{a}p_1 = a(\omega_3 p_2 - \omega_2 p_3) + \dot{a}p_1$. Из уравнений (9) следует

$$\dot{\varphi}_1 = -\omega_3 \frac{J_3 - J_1}{J_2} ap_2 - \omega_2 \frac{J_1 - J_2}{J_3} ap_3 - p_1/2 \text{ и}$$

$$\begin{aligned} b\dot{\varphi}_1 &= -\omega_3(J_3 - J_1)a\omega_2 - \omega_2(J_1 - J_2)a\omega_3 - J_1\omega_1/2 = \\ &= a(J_2 - J_3)\omega_2\omega_3 - J_1\omega_1/2. \end{aligned}$$

Вместе с тем, $b\dot{\varphi}_1 = a(\omega_3 bp_2 - \omega_2 bp_3) + \dot{a}bp_1 = a(J_2 - J_3)\omega_2\omega_3 + J_1\omega_1\dot{a}$. Аналогичные соотношения двух видов получаются и для переменных φ_2 и φ_3 . Если $b = 0$, то $\omega_i = 0$. Поэтому $\dot{\varphi}_i = -p_i/2$ (из (9)) и $\dot{\varphi}_i = \dot{a}p_i$ (из (13)), откуда $\dot{a} = -0,5$. Если $b \neq 0$, то, сравнивая $b\dot{\varphi}_i$ в обоих выражениях, получим $\dot{a} = -0,5$. Таким образом, $da/dt = -0,5$ при любых значениях коэффициента b .

Зависимость коэффициента b от времени получается из динамических уравнений (1) при управлении (12) с учетом соотношений (14):

$$\begin{aligned} J_1\dot{\omega}_1 &= d(b(t)p_1)/dt = \dot{b}(t)p_1 + b(t)\dot{p}_1 = \\ &= \dot{b}(t)p_1 + b(t)(\omega_3 p_2 - \omega_2 p_3) = \\ &= \omega_2\omega_3(J_2 - J_3) + \dot{b}(t)p_1 = J_1 n_1 \omega_2 \omega_3 + \dot{b}p_1. \end{aligned}$$

Аналогично получим $J_i\dot{\omega}_i = J_i n_i \omega_{i-1} \omega_{i+1} + \dot{b}p_i$ ($i = 1, 2, 3$). Вместе с тем, $M_i = J_i \dot{\omega}_i - J_i n_i \omega_{i-1} \omega_{i+1}$, откуда $M_i = \dot{b}p_i$. Следовательно $\mathbf{L} \parallel \mathbf{M}$. Имея в виду, что вектор \mathbf{p} — нормированный ($|\mathbf{p}| = 1$), получаем

$|\dot{b}| = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2}$. Из уравнений Эйлера (1) и преобразованной формулы (12) вытекает, что $db/dt = m_0[\text{sign}(a + a^*) + \text{sign}(a - a^*)]/2$, где $a = \rho - t/2$.

Равенство $b = \sqrt{(J_1\omega_1)^2 + (J_2\omega_2)^2 + (J_3\omega_3)^2} = |\mathbf{L}|$ следует непосредственно из (14). С учетом вышеизложенного соотношения (12) и (14) принимают вид

$$M_i = m_0 p_i [\text{sign}(\rho - t/2 + a^*) + \text{sign}(\rho - t/2 - a^*)]/2; \quad (16)$$

$$J_i \omega_i = (L_0 - m_0 |\rho - t/2 + a^*| - m_0 |\rho - t/2 - a^*| + 2m_0 \rho) p_i, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (17)$$

Таким образом, для динамической системы (1)–(2) с ограничением (3) управление (16), при котором кинетический момент корпуса КА имеет постоянное направление в инерциальном пространстве, удовлетворяет необходимым условиям оптимальности. Полученное управление относится к классу управления по траектории "свободного движения". Очевидно, что оно имеет место, если начальная и конечная угловые скорости равны нулю или если указанные граничные скорости ω_0 и ω_T принадлежат "траектории свободного движения", проходящей через начальное L_H и конечное L_K угловые положения КА. Для получения функциональной зависимости управлений от фазовых координат необходимо решить уравнения (10), которые для закона (14) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= K \frac{J_2 - J_3}{J_2 J_3} p_2 p_3; \quad \dot{p}_2 = K \frac{J_3 - J_1}{J_1 J_3} p_1 p_3; \\ \dot{p}_3 &= K \frac{J_1 - J_2}{J_1 J_2} p_1 p_2, \end{aligned} \quad (18)$$

где $K = |\mathbf{L}|$ — модуль кинетического момента КА.

Задача построения оптимального управления заключается в нахождении такого значения вектора $\mathbf{p}(0)$, чтобы в результате движения КА согласно уравнениям (1), (2), (10), (16) выполнилось равенство $\Lambda(T) = \Lambda_K$. Определение вектора $\mathbf{p}(0)$ — самостоятельная и довольно непростая задача. Представленные уравнения (18) имеют аналитическое решение в элементарных функциях только для осесимметричного и сферического тел. Задача оптимального управления для сферического тела в данной постановке подробно рассмотрена в [1]. Для динамически симметричного тела $J_1 \neq J_2 = J_3$ решение записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_{10}; \quad p_2 = p_{20} \cos \sigma + p_{30} \sin \sigma; \\ p_3 &= -p_{20} \sin \sigma + p_{30} \cos \sigma, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$, $\sigma = \frac{J_3 - J_1}{J_2} \int_0^t \omega_1(t) dt$.

В этом случае (когда $J_2 = J_3$) соотношения (19) совместно с равенствами (16) и (17) образуют решение системы уравнений (1), (9), (10) при условии (12). При этом, как было отмечено выше, данное решение справедливо не для всех граничных условий, а только при $\omega_0 = \omega_T = 0$ и произвольных Λ_H и Λ_K , либо если векторы ω_0 и ω_T лежат на конической поверхности, определяемой вектором \mathbf{c}_E (при этом вектор \mathbf{p} также описывает конус вокруг продольной оси OX в связанной системе координат). При таком типе управления искомое решение находится в форме регулярной прецессии (конического прецессирующего движения) [3]. Перевод КА из положения Λ_H в положение Λ_K осуществляется одновременным поворотом вокруг вектора \mathbf{c}_E , неподвижного относительно инерциального базиса \mathbf{I} , на угол β и вокруг своей продольной оси на угол α . Используя аппарат кватернионов для описания поворотов твердого тела вокруг центра масс, получим соотношение: $\Lambda_K = \Lambda_H \circ \exp(\mathbf{p}_0 \beta / 2) \circ \exp(\mathbf{e}_1 \alpha / 2)$, где \mathbf{e}_1 — орт продольной оси КА. Зависимость параметров \mathbf{p}_0 , α , β от граничных угловых положений Λ_H и Λ_K определяется системой уравнений

$$\begin{aligned} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - p_{10} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} &= v_0; \\ p_{20} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + p_{30} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} &= v_2; \\ \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + p_{10} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} &= v_1; \\ -p_{20} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + p_{30} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} &= v_3; \\ \alpha &= \frac{J_2 - J_1}{J_1} p_{10} \beta, \end{aligned}$$

где v_0, v_1, v_2, v_3 — компоненты кватерниона разворота $\Lambda_p = \tilde{\Lambda}_H \circ \Lambda_K$; α — угол поворота КА вокруг продольной оси; β — угол поворота вокруг вектора \mathbf{p} (или вектора кинетического момента). При этом считается, что $|\alpha| \leq \pi$, $0 \leq \beta \leq \pi$.

Для произвольного КА ($J_1 \neq J_2 \neq J_3$) решение системы уравнений (1), (10) находится только численными методами (например, методом последовательных приближений). Вектор \mathbf{p}_0 определяется путем решения краевой задачи $\Lambda(0) = \Lambda_H$, $\Lambda(T) = \Lambda_K$ с учетом накладываемых на движение связей (1), (2), в которых $M_i = 0$. В результате получаем значение вектора угловой скорости в начальный момент времени $\omega_{\text{рас}}$, при котором обеспечивается перевод КА при свободном его вращении относительно центра масс ($\mathbf{M} = 0$) из состояния $\Lambda(0) = \Lambda_H$, $\omega(0) = \omega_{\text{рас}}$ в состояние $\Lambda(T) = \Lambda_K$ ($\omega(T)$ при этом произвольно).

Значение вектора \mathbf{p}_0 связано с найденным $\omega_{\text{рас}}$ соотношениями

$$p_{i0} = \frac{J_i \omega_{i \text{ рас}}}{\sqrt{(J_1 \omega_{1 \text{ рас}})^2 + (J_2 \omega_{2 \text{ рас}})^2 + (J_3 \omega_{3 \text{ рас}})^2}}.$$

Таким образом, оптимальное движение КА состоит из участков, на которых действует максимальный по модулю управляющий момент, и участка свободного движения. На участках ненулевого управляющего момента оптимальное управление определяется соотношениями (13), а именно, момент \mathbf{M} параллелен вектору \mathbf{p} и остается неизменным в инерциальном базисе \mathbf{I} ; вектор кинетического момента \mathbf{L} имеет постоянное направление в инерциальном пространстве, но меняется по модулю (на участке разгона увеличивается до заданного значения, а на участке торможения — уменьшается). При движении КА на участке с нулевым управляющим моментом параметры траектории определяются теми же неизменными в инерциальной системе координат векторами \mathbf{L} и \mathbf{p} .

В данном случае определяющим при нахождении оптимальных решений $\mathbf{p}(t)$, $\omega(t)$ является значение вектора \mathbf{p} на момент времени $t = 0$. Решив с учетом (2) и (1), в которых $\mathbf{M} = 0$, кинематическую задачу ориентации по переводу КА из положения $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{н}}$ в положение $\Lambda_{\text{к}}$, найдем расчетное значение вектора \mathbf{p}_0 и соответствующий ему вектор $\mathbf{c}_E = \text{const}$. Поставленная задача также может быть рассмотрена для случая произвольного разворота КА за фиксированное время, когда $\omega(0) = \omega(T) = 0$, и случая, когда $\omega(0)$ или $\omega(T)$ не равны нулю, но данные векторы лежат на поверхности свободного вращения, однозначно определяемой вектором \mathbf{p} (который зависит от параметров разворота $\Lambda_{\text{р}} = \Lambda_{\text{н}} \circ \Lambda_{\text{к}}$).

Задача оптимального управления разворотом КА

по критерию
$$\int_0^T \sqrt{M_1^2/l_1^2 + M_2^2/l_2^2 + M_3^2/l_3^2} dt \rightarrow \min,$$

где $l_i = \text{const}$ — плечи установки реактивных управляющих двигателей ($i = 1, 2, 3$), имеет решение аналогичной структуры (в этом случае $g = \sqrt{M_1^2/l_1^2 + M_2^2/l_2^2 + M_3^2/l_3^2}$). Данный случай является компромиссом двух стандартных форм типового функционала — обобщенной взвешенной работы управлений и "расходом" управлений. Необходимое условие оптимальности имеет вид

$$M_i = q p_i. \quad (20)$$

Учитывая требование (20) и свойства переменных φ_i , запишем функцию H в виде

$$H = -|q| \sqrt{p_1^2/l_1^2 + p_2^2/l_2^2 + p_3^2/l_3^2} + q\varphi^* + H_{\text{inv}},$$

где $\varphi^* = (p - t/2)(p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3)$. Очевидно, что она имеет максимальное значение при управлении вида

$$M_i = \begin{cases} m_0 \text{sign} \varphi^* J_i \omega_i / \sqrt{(J_1 \omega_1)^2 + (J_2 \omega_2)^2 + (J_3 \omega_3)^2}, \\ \text{если } |\varphi^*| > \sqrt{\sum_{i=1}^3 (p_i/l_i)^2}; \\ 0, \text{ если } |\varphi^*| \leq \sqrt{\sum_{i=1}^3 (p_i/l_i)^2}, \end{cases}$$

где φ^* — монотонно убывающая функция ($\varphi^* = \varphi_0 - rt$, где $r = \text{const} > 0$).

Оптимальный разворот КА включает два участка, на которых действует максимальный по модулю управляющий момент, и участок неуправляемого вращения. На участках ненулевого управляющего момента вектор кинетического момента \mathbf{L} имеет постоянное направление в инерциальном пространстве, но меняется по модулю (при разгоне увеличивается до заданного значения, а при торможении — уменьшается); момент \mathbf{M} неподвижен относительно опорного базиса \mathbf{I} и параллелен вектору \mathbf{p} . При вращении КА с нулевым управляющим моментом параметры движения определяются векторами \mathbf{L} и \mathbf{p} .

При нахождении оптимальных решений $\mathbf{p}(t)$, $\omega(t)$ определяющим является значение вектора \mathbf{p} на начало разворота $t = 0$. По начальному $\Lambda_{\text{н}}$ и конечному $\Lambda_{\text{к}}$ положениям, а также исходя из инерционных характеристик КА J_1, J_2, J_3 определяется начальный вектор $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$ [4]. Прогноз "свободного" движения осуществляется интегрированием системы уравнений (1)–(2), описывающих вращение КА, при начальных условиях $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{н}}$, $\omega(0) = \omega_{\text{н}}$ с учетом того, что $\mathbf{M} = 0$. Решая согласно уравнениям (2) и (1) (в которых $\mathbf{M} = 0$) кинематическую задачу ориентации по переводу КА из положения $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{н}}$ в положение $\Lambda(T) = \Lambda_{\text{к}}$, получим расчетное значение вектора \mathbf{p}_0 и соответствующий ему вектор управления $\mathbf{c}_E = \Lambda_{\text{н}} \circ \mathbf{p}(0) \circ \tilde{\Lambda}_{\text{н}} = \text{const}$. Вектор \mathbf{p} на момент окончания разворота может быть найден из выражения: $\mathbf{p}(T) = \tilde{\Lambda}_{\text{к}} \circ \Lambda_{\text{н}} \circ \mathbf{p}_0 \circ \tilde{\Lambda}_{\text{н}} \circ \Lambda_{\text{к}} = \tilde{\Lambda}_{\text{р}} \circ \mathbf{p}(0) \circ \Lambda_{\text{р}}$, где $\Lambda_{\text{р}} = \tilde{\Lambda}_{\text{н}} \circ \Lambda_{\text{к}}$ — кватернион разворота. Особенность решения состоит в том, что на всем интервале разворота $\mathbf{L} \parallel \mathbf{p}$, а $\Lambda(t) \circ \mathbf{p}(t) \circ \tilde{\Lambda}(t) = \text{const}$ (направление кинетического момента КА постоянно в инерциальной системе координат). Расчетное значение $a(0) = (T + (L_T - L_0)/m_0)/4$. Процедура определения \mathbf{p}_0 предполагает наличие математической модели углового движения КА (прогнозирующей модели).

Взяв произвольным среднее значение модуля кинетического момента K_c ($K_c \neq 0$) и моделируя вращение КА для соответствующих ему начальных условий $\omega_{i0} = K_c p_{i0} / J_i$, получим прогнозируемое время разворота $t_{пр}$. Тогда время разгона τ_1 и время торможения τ_2 будут равны

$$\tau_1 = \frac{T}{2} - \frac{L_0 - L_T + \sqrt{m_0^2 T^2 - 4m_0 K_c t_{пр} + 2m_0 T(L_0 + L_T) - (L_0 - L_T)^2}}{2m_0};$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2} - \frac{L_T - L_0 + \sqrt{m_0^2 T^2 - 4m_0 K_c t_{пр} + 2m_0 T(L_0 + L_T) - (L_0 - L_T)^2}}{2m_0},$$

где T — заданное время разворота; L_0, L_T — модули кинетического момента КА на начало и окончание маневра разворота (обычно $L_0 = L_T = 0$).

Характер изменения модуля кинетического момента КА показан на рис. 1, который демонстрирует основные этапы управления: участок движения с максимальным управляющим моментом, параллельным вектору \mathbf{p} (а значит, и кинетическому моменту); участок свободного движения; участок движения с максимальным моментом \mathbf{M} , параллельным \mathbf{p} , но обратного знака. Для случая нулевых граничных значений $\omega_0 = \omega_T = 0$ реализуется только один единственный тип движения: первый участок — разгон КА с максимальным управляющим моментом $|\mathbf{M}| = m_0$ до $|\mathbf{L}| = L_{зад}$, далее участок свободного движения КА с постоянным по модулю кинетическим моментом $|\mathbf{L}| = L_{зад}$ продолжительностью

$$T \sqrt{1 - \frac{4K_c t_{пр}}{m_0 T^2}} \quad (\mathbf{M} = 0)$$

и затем симметричный участок торможения КА с максимальным управляющим моментом $|\mathbf{M}| = m_0$ до остановки КА ($\mathbf{M} \parallel \mathbf{L}$). Здесь

$$\text{обозначено } L_{зад} = m_0 \tau, \text{ где } \tau = \frac{T}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4K_c t_{пр}}{m_0 T^2}} \right) -$$

время разгона (торможения).

Разработанный алгоритм управления пространственной переориентацией позволяет снизить на 25...40 % затраты топлива на разворот существующих КА. Высокая экономичность разворота достигается тем, что на большей части маневра управление отсутствует ($\mathbf{M} = 0$).

Результаты математического моделирования. В качестве числового примера рассмотрим разворот некоторого КА со следующими массово-инерционными характеристиками: $J_1 = 31\,000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$,

$J_2 = 167\,000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_3 = 161\,000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ из начального положения Λ_H , когда оси КА совпадают с осями опорного базиса \mathbf{I} , в заданное конечное положение $\Lambda_K = \Lambda_{зад}$ за время $T = 450 \text{ с}$. Начальные и конечные угловые скорости нулевые $\omega_0 = \omega_T = 0$. Значения элементов кватерниона $\Lambda_{зад}$ равны: $\lambda_0 = 0,5000$; $\lambda_1 = 0,6548$; $\lambda_2 = 0,5200$; $\lambda_3 = 0,2248$. Мощность исполнительных органов характеризуется величиной $u_0 = 0,028165 \text{ Н}/\sqrt{\text{кг}}$. Решение кинематической задачи ориентации по переводу КА из положения $\Lambda(0) = \Lambda_H$ в положение $\Lambda(T) = \Lambda_K$

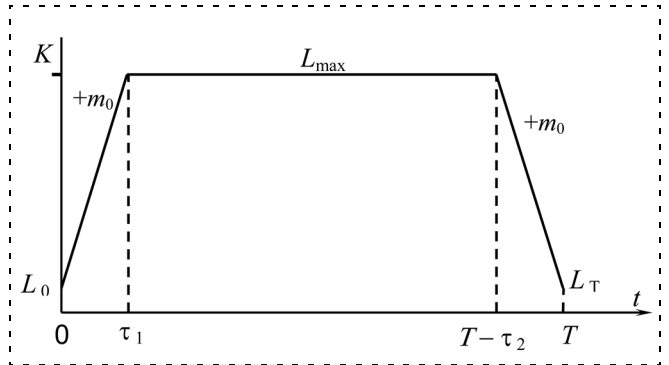


Рис. 1

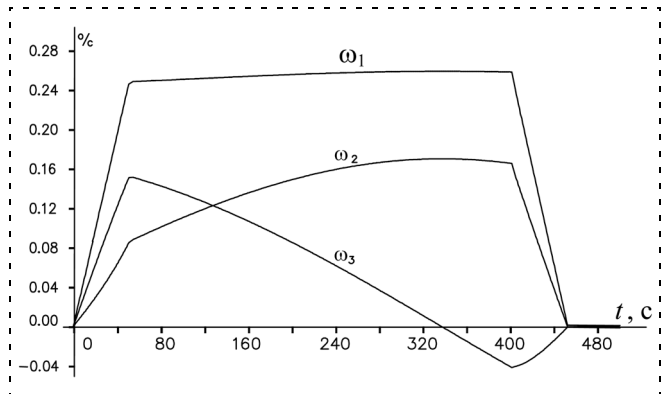


Рис. 2

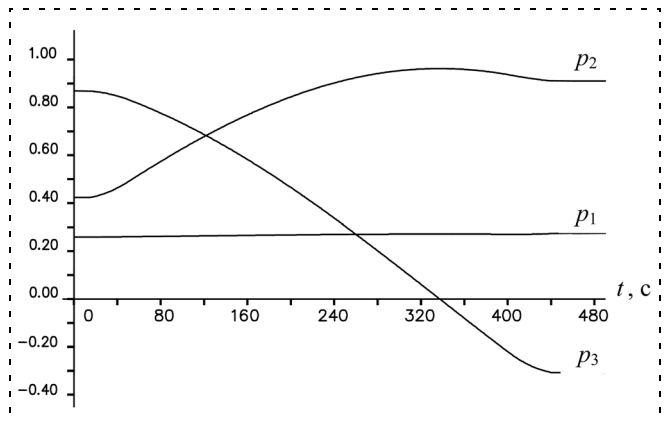


Рис. 3

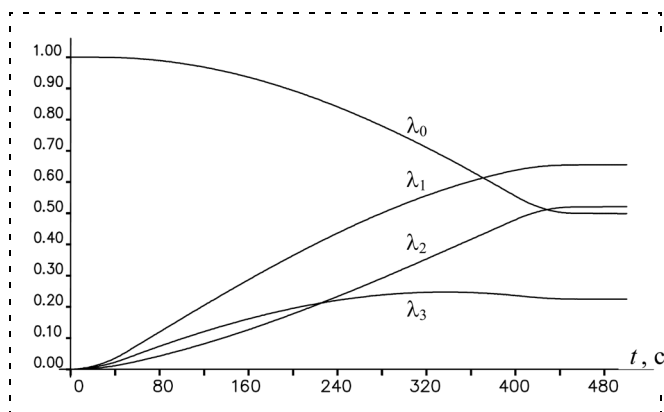


Рис. 4

(задачи оптимального разворота в импульсной постановке) дало расчетное значение вектора $p_0 = \{0,259906; 0,411805; 0,873422\}$. Максимальное значение управляющего момента составило $m_0 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Результаты математического моделирования разворота КА при оптимальном управлении приведены на рис. 2...4. На рис. 2 отчетливо видны все три участка — набор угловой скорости, гашение угловой скорости и между ними неуправляемое вращение КА. В отличие от переменных ω_i переменные p_i и λ_j являются гладкими функциями. Длительность участков разгона и торможения одинакова и равна $\tau = 50 \text{ с}$. Характерным является незначительное изменение переменных p_1 и ω_1 на участке свободного вращения. Это свидетельствует о том, что ось Ox — продольная.

Список литературы

1. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.
2. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969.
3. Маркеев А. П. Теоретическая механика. М.: Наука, 1990.
4. Левский М. В. Система управления пространственным разворотом КА. Патент на изобретение РФ № 2006431 // Бюллетень "Изобретения". 1994. № 2.

УДК 629

Ю. Н. Челноков^{1,2}, д-р физ.-мат. наук, проф.,
И. А. Панкратов¹, аспирант,

¹ Саратовский государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского

² Институт проблем точной механики
и управления РАН, г. Саратов, Россия
PankratovIA@info.sgu.ru

Переориентация орбиты космического аппарата, оптимальная в смысле минимума интегрального квадратичного функционала качества

С помощью принципа максимума Понтрягина и кватернионных переменных решается задача оптимальной переориентации орбиты космического аппарата (КА). Управление (вектор реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты) ограничено по модулю. Функционал, определяющий качество процесса управления, равен взвешенной интегральной сумме квадратов переменных, характеризующих отклонение орбиты КА от ее требуемого положения, и квадрата управления. Сформулирована дифференциальная краевая задача переориентации орбиты КА. Получены законы оптимального управления, построены условия трансверсальности, не содержащие неопределенных множителей Лагранжа. Приведены примеры численного решения задачи.

Ключевые слова: оптимальное управление, космический аппарат, кватернион

Дифференциальные уравнения ориентации орбиты космического аппарата

Будем считать, что вектор ускорения u от тяги реактивного двигателя во все время управляемого движения космического аппарата (КА) направлен ортогонально плоскости его орбиты. Тогда орбита КА в процессе управления движением центра масс КА не меняет своей формы и своих размеров, а поворачивается в пространстве под действием управления u как неизменяемая (недеформируемая) фигура.

Движение центра масс КА будем рассматривать в инерциальной системе координат X — геоцентрической экваториальной системе координат $Ox_1x_2x_3(X)$ с началом в центре O притяжения Земли. Ось Ox_3 этой системы координат направлена вдоль оси суточного вращения Земли, оси Ox_1 и Ox_2 лежат в плоскости экватора Земли, ось Ox_1 направлена в точку весеннего равноденствия для Земли, ось Ox_2 дополняет систему до правой тройки векторов.

Введем также в рассмотрение систему координат ξ , связанную с плоскостью и перицентром орбиты КА. Начало этой системы координат находится в центре O , ось ξ_1 направлена вдоль радиус-вектора перицентра орбиты, ось ξ_3 перпендикулярна плоскости орбиты и имеет направление постоянного по модулю вектора c момента скорости центра масс КА, а ось ξ_2 образует правую тройку с осями ξ_1 и ξ_3 . Ориентация системы координат ξ в инерциальной

системе координат X характеризует собой ориентацию орбиты КА в инерциальном пространстве и задается тремя угловыми оскулирующими элементами орбиты [1, 2]: долготой восходящего узла Ω_u , наклоном орбиты I и угловым расстоянием перицентра от узла ω_π .

Дифференциальные уравнения ориентации орбиты КА в инерциальной системе координат в угловых элементах орбиты в рассматриваемом случае имеют вид [1, 2]

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_u}{dt} &= \frac{r}{c} u \sin(\omega_\pi + \varphi) \operatorname{cosec} I; \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{r}{c} u \cos(\omega_\pi + \varphi); \\ \frac{d\omega_\pi}{dt} &= -\frac{r}{c} u \sin(\omega_\pi + \varphi) \operatorname{ctg} I; \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{c}{r^2}; r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}; c = \text{const}, \end{aligned} \quad (1)$$

где φ — истинная аномалия (угловая переменная, отсчитываемая в плоскости орбиты от ее перицентра и характеризующая положение КА на орбите); $r = |\mathbf{r}|$ — модуль радиуса-вектора центра масс КА; p и e — параметр и эксцентриситет орбиты, $c = |\mathbf{r} \times \mathbf{v}|$ — постоянная площадей (модуль вектора момента скорости \mathbf{v} центра масс КА); u — проекция вектора ускорения \mathbf{u} на направление вектора момента скорости центра масс КА (алгебраическая величина реактивного ускорения, перпендикулярного плоскости орбиты КА).

Задача переориентации орбиты КА в угловых переменных формулируется следующим образом: требуется построить управление u , переводящее орбиту КА, изменение ориентации которой описывается уравнениями (1), из заданного начального положения

$$\Omega_u = \Omega_u(t_0) = \Omega_u^0, I = I(t_0) = I^0, \omega_\pi = \omega_\pi(t_0) = \omega_\pi^0, \\ I^0 \neq 0, \pi$$

в требуемое конечное положение

$$\Omega_u = \Omega_u(t^*) = \Omega_u^*, I = I(t^*) = I^*, \omega_\pi = \omega_\pi(t^*) = \omega_\pi^0, \\ I^* \neq 0, \pi.$$

Решение сформулированной задачи достаточно сложно в силу нелинейности дифференциальных уравнений (1) движения центра масс КА в угловых переменных и наличия в этих уравнениях особых точек $I = 0, \pi$. Задача решается гораздо проще, если использовать дифференциальные уравнения ори-

ентации орбиты КА в параметрах Эйлера (Родрига—Гамильтона), имеющие вид [3, 4]

$$\begin{aligned} 2 \frac{d\Lambda_0}{dt} &= -\Omega_1 \Lambda_1 - \Omega_2 \Lambda_2; 2 \frac{d\Lambda_1}{dt} = \Omega_1 \Lambda_0 - \Omega_2 \Lambda_3; \\ 2 \frac{d\Lambda_2}{dt} &= \Omega_2 \Lambda_0 + \Omega_1 \Lambda_3; 2 \frac{d\Lambda_3}{dt} = \Omega_2 \Lambda_1 - \Omega_1 \Lambda_2; \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{c}{r^2}; r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}; c = \text{const}; \\ \Omega_1 &= \frac{r}{c} u \cos \varphi; \Omega_2 = \frac{r}{c} u \sin \varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

где Λ_j ($j = \overline{0, 3}$) — параметры Эйлера, характеризующие ориентацию орбиты КА (системы координат ξ) в инерциальной системе координат X ; $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 = 0$ — проекции вектора Ω мгновенной абсолютной угловой скорости орбиты на связанные с ней координатные оси $O\xi_j$.

Параметры Эйлера Λ_j связаны с угловыми элементами орбиты соотношениями

$$\begin{aligned} \Lambda_0 &= \cos \frac{I}{2} \cos \left(\frac{\Omega_u + \omega_\pi}{2} \right); \Lambda_1 = \sin \frac{I}{2} \cos \left(\frac{\Omega_u - \omega_\pi}{2} \right); \\ \Lambda_2 &= \sin \frac{I}{2} \sin \left(\frac{\Omega_u - \omega_\pi}{2} \right); \Lambda_3 = \cos \frac{I}{2} \sin \left(\frac{\Omega_u + \omega_\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Отметим, что уравнения ориентации орбиты в параметрах Эйлера вида (2) использовали для описания орбитального движения и другие авторы [5, 6].

Уравнения (2) в кватернионной записи принимают следующий вид [3, 4]:

$$\begin{aligned} 2 \frac{d\Lambda}{dt} &= \Lambda \circ \Omega_\xi; \\ \Omega_\xi &= \Omega_1 \mathbf{i}_1 + \Omega_2 \mathbf{i}_2 = \frac{r}{c} u (\cos \varphi \mathbf{i}_1 + \sin \varphi \mathbf{i}_2); \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{c}{r^2}; r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}; c = \text{const}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\Lambda = \Lambda_0 + \Lambda_1 \mathbf{i}_1 + \Lambda_2 \mathbf{i}_2 + \Lambda_3 \mathbf{i}_3$ — кватернион ориентации орбиты КА (кватернионный оскулирующий (медленно изменяющийся) элемент орбиты КА); Ω_ξ — отображение вектора Ω на базис ξ (вектор Ω мгновенной абсолютной угловой скорости орбиты направлен вдоль радиус-вектора \mathbf{r} центра масс КА и определяется формулой: $\Omega = \frac{u}{c} \mathbf{r}$); $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ — векторные мнимые единицы Гамильтона; \circ — символ кватернионного умножения.

Отметим, что если (1) — система четырех нелинейных стационарных дифференциальных уравнений первого порядка относительно угловых переменных $\Omega_u, I, \omega_\pi, \varphi$, то (2) — система пяти нелинейных стационарных дифференциальных уравнений первого порядка относительно параметров Эйлера Λ_j

($j = \overline{0, 3}$) и истиной аномалии φ . Однако система (2), в отличие от (1), не имеет особых точек, к тому же при переходе в ней от времени t к новой независимой переменной φ в соответствии с дифференциальным соотношением $d\varphi = \frac{c}{r^2} dt$ мы получаем

(при $u = u(\varphi)$) систему четырех линейных нестационарных дифференциальных уравнений относительно параметров Эйлера Λ_j .

Отметим также, что системы уравнений (1) и (2) могут рассматриваться как нестационарные системы дифференциальных уравнений третьего и четвертого порядков соответственно относительно переменных Ω_u, I, ω_π и Λ_j ($j = \overline{0, 3}$), так как последнее уравнение в этих системах для истинной аномалии φ интегрируется в квадратурах независимо от других уравнений, в силу чего переменная φ может рассматриваться как известная функция времени t . При таком рассмотрении (1) является нелинейной системой, а (2) — линейной.

Указанные обстоятельства делают использование уравнений (2) (или (4)) для решения задачи переориентации орбиты более удобным и эффективным в сравнении с использованием уравнений (1). Такое решение задачи переориентации орбиты КА с использованием комбинированного функционала, равного взвешенной сумме времени переориентации и интегрального квадратичного (в отношении управления) функционала качества, рассмотрено в работах [7–9].

Отметим, что анализ кватернионных моделей астродинамики и их сравнение с классическими моделями дается в работе [10].

В статье [11] рассматривается вековое изменение угловых элементов орбиты Ω_u, I, ω_π под действием реактивного ускорения, ортогонального плоскости орбиты КА, называемого в статье бинормальным реактивным ускорением. Эта задача называется в статье задачей коррекции элементов орбиты Ω_u, I, ω_π бинормальным реактивным ускорением. Предполагается, что КА оснащен электро-реактивным двигателем с нерегулируемой тягой, работающим без выключения. На направление вектора тяги ограничений не наложено. Используемые в статье [11] исходные уравнения движения КА имеют вид (1). Задача решается с помощью принципа максимума и усреднения уравнений. Усредненные уравнения используются для получения ряда аналитических соотношений для определения затрат характеристической скорости в частных случаях коррекции одного или двух элементов орбиты (наклона орбиты, долготы восходящего узла). Эти соотношения, как отмечается в статье, справедливы в случае малого изменения наклона орбиты и долготы восходящего узла.

Вводя кватернионную переменную $\Delta\Lambda$, характеризующую отклонение углового положения орбиты КА от ее требуемого положения, задаваемого кватернионом Λ^* , в соответствии с кватернионной формулой $\Lambda = \Lambda^* \circ \Delta\Lambda$ сложения конечных поворотов [4, 12] и используя кватернионное дифференциальное уравнение (4) ориентации орбиты КА, получаем следующее кватернионное дифференциальное уравнение возмущенного движения центра масс КА в параметрах Эйлера:

$$\begin{aligned} 2\frac{d\Delta\Lambda}{dt} &= \Delta\Lambda \circ \Omega_\xi = \frac{r}{c} u \Delta\Lambda \circ (\cos\varphi i_1 + \sin\varphi i_2); \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{c}{r^2}; \quad r = \frac{p}{1 + e\cos\varphi}; \quad c = \text{const}, \end{aligned} \quad (5)$$

где кватернионная переменная $\Delta\Lambda$ определяется соотношением

$$\Delta\Lambda = \tilde{\Lambda}^* \circ \Lambda.$$

Здесь и далее верхняя волна означает сопряженный кватернион.

Постановка задачи

Требуется определить ограниченное по модулю управление u :

$$-u_{\max} \leq u \leq u_{\max} < \infty, \quad u = |u|, \quad (6)$$

ортогональное плоскости орбиты КА, переводящее орбиту КА, движение центра масс которого описывается уравнениями (5), из заданного начального состояния

$$t = t_0 = 0, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \Delta\Lambda(0) = \tilde{\Lambda} \circ \Lambda^0, \quad (7)$$

в конечное состояние

$$t = t^*, \quad \varphi(t^*) = \varphi^*, \quad \text{vect}(\Delta\Lambda(t^*)) = 0 \quad (8)$$

и минимизирующее функционал

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{t^*} (\alpha_1 [\Delta\Lambda_1^2 + \Delta\Lambda_2^2 + \Delta\Lambda_3^2] + \alpha_2 u^2) dt; \\ \alpha_1, \alpha_2 &= \text{const} \geq 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Фигурирующая в краевых условиях кватернионная переменная Λ характеризует ориентацию орбиты КА, а переменная φ — положение КА на орбите. Величины $c, p, e, \varphi_0, \Lambda^0$ и Λ^* заданы (начальное и конечное значения кватерниона Λ могут быть найдены через значения угловых элементов орбиты Ω_u, I, ω_π по формулам (3)). Подлежат определению оптимальный закон управления $u = u(t)$ и величины t^*, φ^* .

Законы оптимального управления

Поставленную задачу будем решать с помощью принципа максимума [13]. Для этого введем дополнительные переменные $\Delta\mathbf{M} = \Delta M_0 + \Delta M_1 i_1 + \Delta M_2 i_2 + \Delta M_3 i_3$ и χ , сопряженные по отношению

к фазовым переменным $\Delta\Lambda$ и φ . Функция Гамильтона—Понтрягина имеет вид

$$H = \psi_0 \sigma + \chi \frac{c}{r^2} + u \frac{r}{2c} (\Delta N_1 \cos \varphi + \Delta N_2 \sin \varphi),$$

где в соответствии с принципом максимума постоянная $\psi_0 \leq 0$, $\Delta N_1, \Delta N_2$ — компоненты кватерниона

$$\Delta \mathbf{N} = \Delta N_0 + \Delta N_1 \mathbf{i}_1 + \Delta N_2 \mathbf{i}_2 + \Delta N_3 \mathbf{i}_3 = \Delta \tilde{\Lambda} \circ \Delta \mathbf{M},$$

$$\text{а } \sigma = \alpha_1 (\Delta \Lambda_1^2 + \Delta \Lambda_2^2 + \Delta \Lambda_3^2) + \alpha_2 u^2.$$

В дальнейшем рассматривается случай, когда постоянная $\psi_0 < 0$. В этом случае в силу однородности функции Гамильтона—Понтрягина относительно сопряженных переменных константу ψ_0 можно выбрать произвольным образом, поэтому в дальнейшем нами полагается $\psi_0 = -1$.

Система уравнений для сопряженных переменных примет вид

$$2 \frac{d\Delta \mathbf{M}}{dt} = 4\alpha_1 \text{vect} \Delta \Lambda + \Delta \mathbf{M} \circ \Omega_\xi; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\chi}{dt} &= 2\chi \frac{dr}{r dt} + u \frac{r}{2c} (\Delta N_1 \sin \varphi - \Delta N_2 \cos \varphi) - \\ &- u \frac{r^2}{2c^2} (\Delta N_1 \cos \varphi + \Delta N_2 \sin \varphi). \end{aligned} \quad (11)$$

Законы оптимального управления (т. е. законы управления, удовлетворяющие необходимым условиям оптимальности) находятся из условий максимума функции H по переменной u с учетом наложенного ограничения (6) и имеют вид:

$$\text{а) в случае } \sigma = \Delta \Lambda_1^2 + \Delta \Lambda_2^2 + \Delta \Lambda_3^2$$

$$u^0 = u_{\max} \text{sign} k;$$

$$\text{б) в случае } \sigma = \alpha_1 (\Delta \Lambda_1^2 + \Delta \Lambda_2^2 + \Delta \Lambda_3^2) + \alpha_2 u^2;$$

$$u^0 = \begin{cases} \frac{1}{4\alpha_2} \frac{r}{c} k, & \text{если } \frac{1}{4\alpha_2} \frac{r}{c} |k| \leq u_{\max}; \\ u_{\max} \text{sign} k, & \text{если } \frac{1}{4\alpha_2} \frac{r}{c} |k| > u_{\max}. \end{cases}$$

$$\text{Здесь } k = \Delta N_1 \cos \varphi + \Delta N_2 \sin \varphi.$$

Условия трансверсальности

Вводя неопределенные множители Лагранжа C_1, C_2, C_3 , получим условия трансверсальности, соответствующие многообразию конечных состояний (8), в следующем виде:

$$\begin{aligned} t &= t^*, \Delta \mathbf{M} + \mathbf{C} = 0, \\ \mathbf{C} &= C_1 \mathbf{i}_1 + C_2 \mathbf{i}_2 + C_3 \mathbf{i}_3, \chi = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) получим следующие условия трансверсальности, не содержащие неопределенных множителей Лагранжа:

$$t = t^*, \Delta M_0 = 0, \chi = 0. \quad (13)$$

Таким образом, задача оптимальной переориентации орбиты КА сведена к краевой задаче с подвижным правым концом траектории, описываемой системой нелинейных дифференциальных уравнений (5), (10), (11) десятого порядка и восемью краевыми условиями (7), (8), которые необходимо дополнить двумя условиями трансверсальности (13) и равенством

$$H^0|_{t^*} = H(\Delta \Lambda, \Delta \mathbf{M}, \chi, u^0)|_{t^*} = 0,$$

имеющим место для оптимального управления u^0 и оптимальной траектории.

Пример численного решения задачи

На рис. 1, 2 приведены результаты численного решения краевой задачи оптимальной переориентации эллиптической орбиты КА для интегрального квадратичного функционала качества (9). Для численного интегрирования фазовых и сопряженных дифференциальных уравнений использовался метод Рунге—Кутты 4-го порядка точности, а для численного решения краевой задачи — комбинация методов Ньютона и градиентного спуска [14]. Уравнения и соотношения краевой задачи были записаны в безразмерной форме (заметим, что переменные $\Delta \Lambda_j$ являются безразмерными). Безразмерные переменные r^b, t^b и управление u^b связаны с размерными переменными и управлением соотношениями:

$$r = pr^b, t = Tt^b = \frac{p^2}{c} t^b; u = u_{\max} u^b.$$

Отметим, что при переходе к безразмерным переменным в уравнениях для фазовых и сопряженных переменных появляется характерный безразмерный параметр $N = u_{\max} \frac{p^3}{c}$.

Начальные и конечные значения угловых элементов орбиты КА задавались равными:

$$\Omega_u(t^*) = \Omega_\pi^* = 215,25^\circ; I(t^*) = I^* = 64,8^\circ;$$

$$\omega_\pi(t^*) = \Omega_\pi^* = 0,0^\circ;$$

- вариант 1 (малое различие начальной и конечной ориентаций орбиты КА):

$$\Omega_u(t_0) = \Omega_u^0 = 212,0^\circ; I(t_0) = I^0 = 63,0^\circ;$$

$$\omega_\pi(t_0) = \omega_\pi^0 = 0,0^\circ;$$

- вариант 2 (большое различие начальной и конечной ориентаций орбиты КА):

$$\Omega_u(t_0) = \Omega_u^0 = 40,0^\circ; I(t_0) = I^0 = -70,57^\circ;$$

$$\omega_\pi(t_0) = \omega_\pi^0 = 84,98^\circ.$$

Конечные значения элементов орбиты отвечают ориентации орбиты одного из спутников орбитальной группировки "ГЛОНАСС". Начальное положение орбиты КА во втором варианте исходных данных рассчитано по начальным значениям декартовых координат и проекций скорости КА, приведенным в [15, стр. 95].

Начальные Λ_j^0 и конечные Λ_j^* значения компонент Λ_j кватерниона ориентации орбиты Λ , соответствующие этим значениям угловых элементов, равны:

$$\Lambda_0^* = -0,255650; \Lambda_1^* = -0,162241;$$

$$\Lambda_2^* = 0,510674; \Lambda_3^* = 0,804694;$$

- вариант 1:

$$\Lambda_0^0 = -0,235019; \Lambda_1^0 = -0,144020;$$

$$\Lambda_2^0 = 0,502258; \Lambda_3^0 = 0,819610;$$

- вариант 2:

$$\Lambda_0^0 = 0,678275; \Lambda_1^0 = -0,245862;$$

$$\Lambda_2^0 = -0,593909; \Lambda_3^0 = -0,353860.$$

На рис. 1 приведены результаты решения краевой задачи для первого варианта исходных данных, на рис. 2 — для второго. На рис. 1, 2 все величины, за исключением истинной аномалии φ , измеряемой в радианах, безразмерны. Параметры задачи полагали равными: $N=0,35$; $e=0,5$; $\alpha_1 = \alpha_1^b = 1$; $\alpha_2^b = \alpha_2(u_{\max})^2 = 4,2$; $\varphi(t_0) = \varphi_0 = 3,940323$ рад.

Отметим некоторые особенности полученных решений. В случае первого варианта исходных данных переориентация орбиты совершается за 12,545208 единиц безразмерного времени, в случае второго — за 20,571204, что составляет в дуговой мере 9,932547 рад и 13,348487 рад соответственно. Зависимость $u(\varphi)$ является более симметричной, чем зависимость $u(t)$ для малого различия ориентаций начальной и конечной орбиты КА, и наоборот — для большого. Управление изменяет свой знак один раз в момент $t = 1,425024$ безразмерного времени в случае первого варианта исходных данных и пять раз в мо-

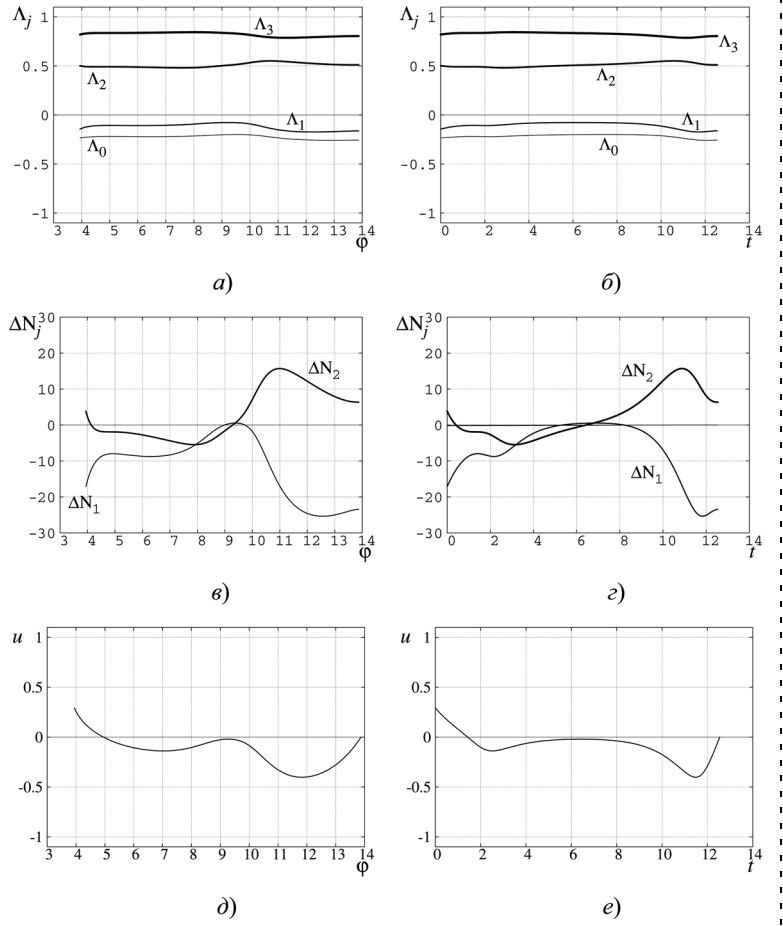


Рис. 1

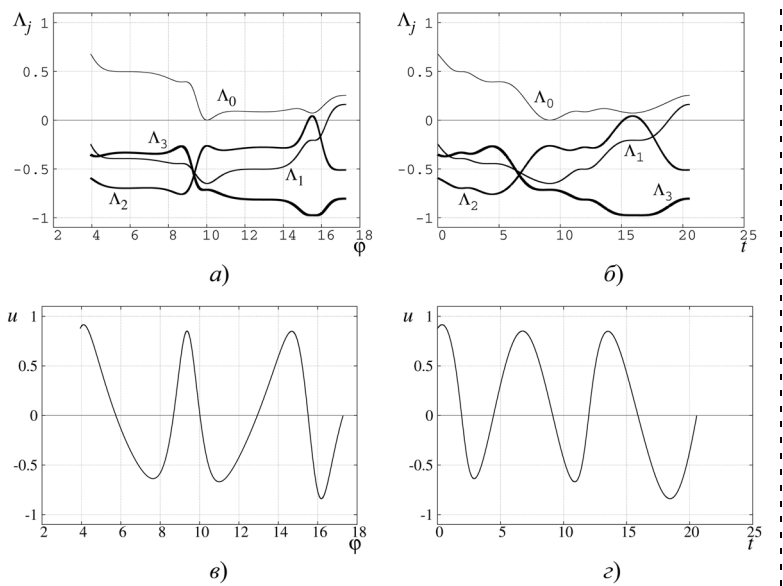


Рис. 2

менты $t_1 = 1,915112$; $t_2 = 4,440260$; $t_3 = 9,140535$; $t_4 = 11,998202$; $t_5 = 15,900930$ безразмерного времени в случае второго варианта. Конечное значение управления близко к нулю для обоих вариантов начальных данных. Переменные Λ_j являются медленно меняющимися функциями времени и истинной аномалии в случае малого различия ориентаций начальной и конечной орбит КА.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-01-00310).

Список литературы

1. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1968. 799 с.
2. Абалакин В. К., Аксенов Е. П., Гребенников Е. А. и др. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976. 864 с.
3. Челноков Ю. Н. Применение кватернионов в теории орбитального движения искусственного спутника. Ч. 1, 2 // Космические исследования. 1992. Т. 30. № 6. С. 759—770; 1993. Т. 31. № 3. С. 3—15.
4. Челноков Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 512 с.

5. Depit A. Ideal frames for perturbed keplerian motions // Celestial Mechanics. 1976. Vol. 13. N 2. P. 253—263.

6. Брумберг В. А. Аналитические алгоритмы небесной механики. М.: Наука, 1980. 208 с.

7. Ненахов С. В., Челноков Ю. Н. Кватернионное решение задачи оптимального управления ориентацией орбиты космического аппарата // Бортовые интегрированные комплексы и современные проблемы управления: Сб. тр. междунар. конф. М.: МАИ, 1998. С. 59—60.

8. Сергеев Д. А., Челноков Ю. Н. Оптимальное управление ориентацией орбиты космического аппарата // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2001. Вып 3. С. 185—188.

9. Сергеев Д. А., Челноков Ю. Н. Оптимальное управление ориентацией орбиты космического аппарата // Проблемы точной механики и управления: Сб. науч. тр. ИПТМУ РАН. Саратов: Изд-во СГТУ, 2002. С. 64—75.

10. Челноков Ю. Н. Анализ оптимального управления движением точки в гравитационном поле с использованием кватернионов // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2007. № 5. С. 18—44.

11. Ишков С. А., Романенко В. А. Формирование и коррекция высокоэллиптической орбиты спутника Земли с двигателем малой тяги // Космические исследования. 1997. Т. 35. № 3. С. 287—296.

12. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.

13. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.

14. Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 424 с.

15. Бордовицына Т. В. Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука, 1984. 136 с.

ИНФОРМАЦИЯ

**18—20 октября 2010 г. в Москве в ИПУ им. В. А.Трапезникова РАН состоится
2-я Российская конференция с международным участием**

“Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения” (УКИ-10)

Председатель Программного комитета — академик РАН С. Н. Васильев

Тематика конференции

- ◆ Теория, методы исследования и проектирования, опыт применения технических средств (от датчиков до исполнительных механизмов), основанных на различных физических и схемотехнических принципах.
- ◆ Теория, алгоритмы и программное обеспечение систем УКИ.
- ◆ Анализ состояния, тенденций и перспектив развития систем УКИ.
- ◆ Дискретно-событийные модели в системах УКИ, включая сетцентрические, логические, на основе размытой логики, сети Петри и др.
- ◆ Создание средств систем УКИ на основе новых технологий (микро- и нано- электромеханических и опто-электромеханических систем, биомикросистем, беспроводной связи и других).
- ◆ Компьютерное и физическое моделирование технических и программных средств систем УКИ.
- ◆ Многопроцессорные и многомашинные системы как средства систем УКИ, их структуры, отказоустойчивость, диагностируемость.
- ◆ Теоретические и прикладные аспекты повышения и оценивания качества средств систем УКИ (точности, быстродействия, надежности, отказоустойчивости, живучести, диагностируемости, интеллектуальности и т. д.), метрологическое обеспечение создания и применения средств УКИ, их испытания и сертификация.
- ◆ Методы проектирования технических и программных средств систем УКИ для работы в экстремальных условиях и применения в специфических областях (атомная энергетика, оборона, космос, транспорт, медицина, горнодобывающая промышленность, окружающая среда и др.)
- ◆ Исследования и разработка технических и программных средств встроенных, сетевых, проблемно-ориентированных систем УКИ.
- ◆ Вопросы обучения в области средств УКИ.

Официальный сайт конференции: <http://cmm.ipu.ru>

Сайт регистрации и подачи докладов: <http://cmm-conf.ru>

Электронный адрес конференции: cmm-conf@mail.ru, ambar@ipu.ru

CONTENTS

- Gornov A. Yu.** Numeral Methods for Optimal Control Problems in Mechanical Systems 2
The computational approaches of problem-solving procedures of optimal control are considered, which appear in mechanical systems. The specific features of controlled mechanical systems and typical problems by their computational investigation are discussed. The solving of three specific targets of optimization problem given class are adduced, which were received by application of author's engineered soft complex.
Keywords: optimal control problem, terminal restrictions, phase restrictions, optimization of dynamic systems
- Kolomeitseva M. B., Aghvami S. A.** Synthesis Algorithm for Direct Adaptive Control of MIMO Object Decomposition Method with an Explicit Reference Model 7
The paper proposes one possible approach for adaptive control algorithms, on the basis of control loops decomposition, to simplify the structure of MIMO dynamic systems and the process of selecting the parameters of the controller. Simulation results show the efficiency of the application of this method in the synthesis of direct adaptive control of MIMO objects.
Keywords: MIMO system, decomposition loops, adaptive control, Lyapunov method
- Ilyasov B. G., Saitova G. A., Nazarov A. S.** About One Approach to Design of Adaptive Multivariable Automatic Control Systems of Composite Dynamic Object. 13
The article is dedicated to problems of designing an adaptive multivariable automatic control systems (MACS). The formalized approach to implementation of an adaptive technique of MACS is offered on the basis of frequency methods of the analysis and synthesis. Is demonstrated, that the given approach allows to simplify process designing of an adaptive MACS, and also to increase efficiency of them function properties.
Keywords: control at adaptive systems, multivariable automatic control system, multivariable control
- Filaretov V. F., Legnani G., Ruggeri S.** System of Automatic Control by Manipulator of Type SCARA for Fulfillment of the Force Working Activities on the Lateral Surfaces of Workpiece of Arbitrary Form 21
The problem of synthesis of system of simultaneous automatic control by speed of motion of the working tool and effort of its pressing to a processed surface of workpiece of any form is considered. The executed researches have shown, that at the expense of use of a new contour of the control and the additional regulators completely compensating effects of influences between all degrees of mobility of the multilink manipulator, it is possible precisely and fast carry out all force operations. Besides, the new scheme of control by the manipulator at the expense of correct definition of a direction of motion of the working tool concerning a processed surface allows to delete any layer of a cutting material qualitatively.
Keywords: industrial robot, force control, force sensor, dynamic accuracy, iterative learning control, contour control
- Volkomorov S. V., Karpenko A. P.** Optimal Goal Configuration Planning of a Trank Robot-Manipulator 30
This paper presents the problem of optimal goal configuration planning of a trank robot-manipulator. We discuss target setting, methods and C^{++} program for this problem. Also we present some results of optimal goal configuration planning.
Keywords: parallel mechanism, trank robot-manipulator, goal configuration planning
- Sakhanski S. P.** Pulling Rate Assignment of Siliconium Monocrystals Growing 37
Mathematical expression was offered to form pulling set on silicon monocrystal growing system by Czochralski which allows to automate the process of introduction of programmed set of speed in microprocessor control system.
Keywords: silicon monocrystal, pulling set
- Afonin S. M.** Decision Matrix Equations Electroelastic Tasks for Compound Actuators of Nanometric Movements 39
Decision matrix equations and structural-parametric model of electroelastic actuator are obtained, its transfer functions are built. Effects of geometric and physical parameters of electroelastic actuator and external load on its dynamic characteristics are determined. For calculation of automatic control systems for nanometric movements with piezodrive the transfer functions of piezoactuator are obtained.
Keywords: compound electroelastic actuator, piezoeffect, nanometric movement, matrix equations, transfer functions
- Arshansky M. M., Timoshkov V. N.** Development and Analysis of Quadric-Crank Mechanism of Windscreen Wiper Moto Car 46
Base the methodic of synthesis quadric-crank mechanism of windscreen wiper motorcar. As opposed to standard structures of quadric-crank mechanism, structure, which propose in this article, ensure the similar depreciation of both labor edge rubber element of windscreen wiper. This make possible to reduce requirement to materials of rubber element of windscreen wiper and extend their durability.
By the methods of digital modeling perform analysis of self-oscillating processes, which have place by work of windscreen wiper, with purpose to developing their control laws.
Keywords: synthesis of quadric-crank mechanism, with coefficient middle rate of forward and return trace, analysis of self-sustained oscillation, viscous friction

Pudovikov O. E. Automatic Control of Speed of Movement of the Long Freight Train 51

The mathematical model of the train is considered, allowing to investigate the longitudinal fluctuations arising in it in the course of movement. On the basis of the formulated requirements shown to quality of a speed control of a long freight train, the automatic control system which application allows to raise traffic safety of trains for the account of decrease in probability of their ruptures because of destruction of automatic couplings that is reached by reduction of amplitude of longitudinal dynamic forces and sizes of the saved up fatigue damages in coupling devices of cars and locomotives is offered.

Keywords: automatic control of speed, system of automatic control, freight trains, discrete model of a train, traffic safety

Vasiliev D. A., Kolokolov M. V., Ivaschenko V. A. Forecasting Electricity Consumption in the Automated Management Systems of Power of the Industrial Enterprises 58

In article is offered the approach to automation of forecasting of a power consumption of the industrial enterprises, to provide economy of the electric power and reduction of a damage from of penalties for infringement of the established limits of a power consumption

Keywords: forecasting, statistical methods, artificial neural networks, automated management

Devyatisil'nyi A. S., Kislov D. E. Determination of Space Vehicle Orbit by External Measurements. 62

The inverse problem that aim is estimation of trajectory parameters and forces acting on the space vehicle is presented. Short description of the method of guarantee estimation of correctness the mathematical statement of the problem is given. Results of numerical experiments is produced.

Keywords: space vehicle, trajectory, point of observation, measurement, operator, condition number

Levskii M. V. Design of Optimal Control of Spacecraft Reorientation 66

Aspects of optimization of control over spatial reorientation of a spacecraft are considered. The functional with the meaning of consumption of the working fluid is minimized. The analytical solution of formulated problem is received. It is shown that optimal solution, in the sense of fuel expense, belongs to a class of two-impulse control at which spacecraft turn is carried out along the trajectory of "free motion". The initial problem of control is reduced to the solution of three problems – acceleration of a spacecraft till necessary angular momentum, free rotation of a spacecraft, and a damping of angular velocity. All three problems are solved in an analytical form. The example of mathematical simulation of optimal turn of a spacecraft is presented.

Keywords: spacecraft, attitude, quaternion, a control, an optimality

Chelnokov Yu. N., Pankratov I. A. The Reorientation of Spacecraft's Orbit, that is Optimal in the Sense of Minimizing the Integral Quadratic Performance Functional 73

The problem of optimal reorientation of the spacecraft's orbit is solved with the help of the Pontryagin maximum principle and quaternion variables. Control (thrust vector, orthogonal to the orbital plane) is limited in magnitude. Functional, which determines a quality of control process is weighted sum of squares of variables, that characterize the deviation of the spacecraft's orbit from its desired position, and the square of control. We have formulated a differential boundary problem of reorientation of spacecraft's orbit. Obtained optimal control laws, built the transversality conditions, not containing Lagrange multipliers. Examples of numerical solution of the problem are given.

Keywords: optimal control, spacecraft, quaternion

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова.*

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *Е. В. Комиссарова.*

Сдано в набор 01.06.2010. Подписано в печать 15.07.2010. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 9,8. Уч.-изд. л. 10,70. Заказ 570. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15