ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

# МЕХАТРОНИКА, ВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 2 (107) февраль 2010

### Редакционный совет:

КУЗНЕЦОВ Н. А. МАКАРОВ И. М. МАТВЕЕНКО А. М. ПЕШЕХОНОВ В. Г. СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М. ФЕДОРОВ И. Б.

# **Главный редактор:** ТЕРЯЕВ Е. Д.

ЮЩЕНКО А. С.

Заместители гл. редактора: ПОДУРАЕВ Ю. В. ПУТОВ В. В.

Выпускающий редактор: ФИЛИМОНОВ Н. Б.

**Ответственный секретарь:** ПЕТРИН К. В.

# Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В. АНТОНОВ Б. И. АРШАНСКИЙ М. М. БОГАЧЕВ Ю. П. БУКОВ В. Н. ВОСТРИКОВ А. С. ГРАДЕЦКИЙ В. Г. голубятников и. в. ИВЧЕНКО В. Д. ИЛЬЯСОВ Б. Г. КАЛЯЕВ И. А. КОЛОСОВ О. С. КОРОСТЕЛЕВ В. Ф. КРАСНЕВСКИЙ Л. Г. КУЗЬМИН Н. Н. ЛЕБЕДЕВ Г. Н. ЛЕОНОВ Г. A. ЛЁВИН Б. А. ЛОХИН В. М. норенков и. п. ПАВЛОВСКИЙ В. Е. РАПОПОРТ Э. Я. РАССАДКИН Ю. И. РАЧКОВ М. Ю. РЕЗЧИКОВ А. Ф. СЕБРЯКОВ Г. Г. СИГОВ А. С. СИРОТКИН О. С. СОЙФЕР В. А. ТИМОФЕЕВ А. В ФИЛАРЕТОВ В. Ф. ФУРСОВ В. А. ХИМЕНКО В. И. ЮРЕВИЧ Е. И. ЮСУПОВ Р. М.

# Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю. ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В. ЧУГУНОВА А. В.

# СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

• ⊢ - · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
<b>Кудинов Ю. И., Байков С. В., Кудинов И. Ю.</b> Методы и модели нечеткого предиктивного управления
<b>Буков В. Н., Сельвесюк Н. И.</b> Робастное подавление внешних возмущений в многосвязной системе с децентрализованным координированным управлением 9
<b>Моржин О. В., Тятюшкин А. И.</b> Аппроксимация множеств достижимости и разрешимости нелинейных управляемых дифференциальных систем
РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ
<b>Герасун В. М., Несмиянов И. А.</b> Системы управления манипуляторами на основе пространственных исполнительных механизмов

Паршева Е. А. Децентрализованное робастное управление многозвенным манипуля-

КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ
Бусурин В. И., Князь В. А., Ходин М. М., Скрипник Н. П. Сканирующий профилометр для измерения профиля цилиндрических тел
МЕХАТРОНИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МЕДИЦИНЕ
<b>Беляев Л. В., Морозов В. В., Жданов А. В.</b> Обоснование конструкций лабораторных стендов для исследования характеристик систем вспомогательного кровообращения и искусственного сердца
Анисимов Д. Н., Астахова Ю. Ю., Вершинин Д. В., Колосов О. С., Зуева М. В., Ца- пенко И. В. Дифференциация патологий сетчатки глаза на основе нечеткой логики 56

# Журнал в журнале "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

Федунов Б. Е. Интеллектуальная поддержка экипажа на борту антропоцентрического
объекта
Нагар Ю. Н., Ольшанский В. Ю., Панкратов В. М., Серебряков А. В. Об одной мо-
дели пьезогироскопа
Бобков В. А., Борисов Ю. С. Навигация подводного аппарата на малых дистанциях
по оптической информации
Contents 79

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

# МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.012.011.56

# Ю. И. Кудинов,

д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой, **С. В. Байков,** аспирант, Липецкий государственный технический университет,

И. Ю. Кудинов,

канд. техн. наук, вед. программист, AO "Липецкпромсервис" Kui kiu@lipetsk.ru

# Методы и модели нечеткого предиктивного управления

Анализируются методы синтеза нечетких предиктивных регуляторов на базе трех типов нечетких динамических моделей. Приводятся примеры нечеткого предиктивного управления различными промышленными объектами.

**Ключевые слова:** нечеткие динамические модели, синтез нечетких предиктивных регуляторов

### Введение

В последние три десятилетия при рассмотрении задач управления сложными и плохо определенными промышленными объектами все большее внимание исследователей привлекает методология предиктивного управления, использующая прогнозирующую модель динамики объекта для синтеза регулятора.

В англоязычной литературе предиктивное управление на основе модели часто называется *model predictive control*. Теоретические основы предиктивного управления на основе линейных динамических моделей были заложены в работах [1—3].

Имеется достаточно большое число успешных результатов предиктивного управления технологическими объектами в различных отраслях промышленности на основе линейных динамических моделей [4]. Однако большинство технологических установок и процессов относится к классу существенно нелинейных объектов, функционирующих в обстановке помех и погрешностей измерений. В указанных условиях высокую эффективность показали нечеткие модели и нечеткие регуляторы, обладающие способностью с требуемой точностью описывать поведение объекта и поддерживать заданное значение выхода.

В данной статье приводится обзор методов нечеткого предиктивного управления и используемых для этих целей нечетких динамических моделей.

# Принципы предиктивного управления

Суть предиктивного управления заключается в следующем: начиная с момента времени t на горизонте управления  $N_u>0$  вычисляются значения управления  $\mathbf{u}(t)=(u(t|t),u(t+1|t),...,u(t+N_u-1|t)),$  представленные в виде отклонений  $\Delta \mathbf{u}(t)=(\Delta u(t|t),\Delta u(t+1|t),...,\Delta u(t+N_u-1|t)),$  минимизирующих критерий

$$J(\Delta \mathbf{u}(t)) = \sum_{k=N_1}^{N_y} (y(t+k|t) - y^0(t+k|t))^2 + \sum_{k=0}^{N_u-1} \lambda(\Delta u(t+k|t))^2,$$

содержащий сумму квадратических отклонений прогнозируемых y(t+k|t) от заданных  $y^0(t+k|t)$  значений выхода на горизонте прогнозирования  $N_y > N_u$  ( $k=N_1, N_1+1, ..., N_y, N_1 > 0$ ) и штрафную функцию с коэффициентом  $\lambda$ , масштабирующим изменения управления, и удовлетворяющий условиям

$$y(t+k|t) \in \mathbf{Y} = \{y^{\min} \le y \le y^{\max}\}, \ k = 1, ..., \ N_y; \\ u(t+k|t) \in \mathbf{U} = \{u^{\min} \le u \le u^{\max}\}, \ k = 0, ..., N_u - 1; \\ u(t+k|t) = u(t+N_u - 1|t), \ k = N_u, ..., \ N_y - 1; \\ \Delta u(t+k|t) = u(t+k|t) - u(t+k - 1|t).$$

Здесь прогнозируемые значения выходной переменной  $\hat{y}(t+k|t)$  для моментов времени t+k,  $k=1,...,N_y$  определяются по нелинейной динамической модели

$$\hat{y}(t+k|t) = F(\hat{y}(t+k-1|t), u(t+k|t)),$$

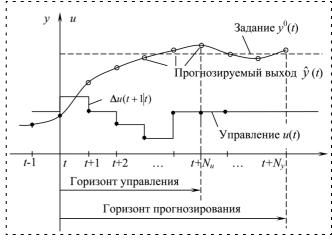


Рис. 1. Стратегия предиктивного управления

где  $\mathbf{u}(t+k|t)=(u(t|t),\ u(t+1|t),\ ...,\ u(t+k|t));$   $\hat{\mathbf{y}}(t+k-1)=(\hat{y}(t|t),\ \hat{y}(t+1|t),\ ...,\ \hat{y}(t+k-1|t)),$   $k=1,2,...,N_y,$  — векторы входных и выходных переменных.

В результате имеем  $y(t + k|t) = \hat{y}(t + k|t)$ . Обобщенная стратегия предиктивного управления и его базовые параметры представлены на рис. 1.

Прогнозирующее управление осуществляет пошаговое движение вперед, которое означает следующее: в каждый момент времени t с помощью критерия J определяется оптимальная управляющая последовательность, но только первый ее элемент используется на объекте. Процедура повторяется в следующий момент времени t+1 и т. д. Метод синтеза, вид и структура предиктивного нечеткого регулятора зависят от типа используемой нечеткой динамической модели.

### Нечеткие динамические модели

Различают два основных типа нечетких динамических моделей: модели отношения и модели, выраженные правилами [5, 6].

В нечетких моделях отношения преобразования входных нечетких множеств  $X^{\theta}$  в выходные  $Y^{\theta}$  представлено нечетким отношением R. Рассмотрим простой пример статической системы с одним входом x и выходом y.

Обозначим X совокупность p нечетких множествтермов  $X = \{X_1, X_2, ..., X_p\}$ , определенных на множестве  $\mathbf{X} = \{x^{\min} \le x \le x^{\max}\}$ , и  $Y = \{Y_1, Y_2, ..., Y_s\}$  — совокупность s нечетких множеств-термов, определенных на  $\mathbf{Y}$ . Нечеткое отношение  $R = [r_{ij}]$  определяет преобразование  $R: X \to Y$  из множества входных лингвистических термов X во множество выходных Y (рис. 2). Для определенного значения входа x не-

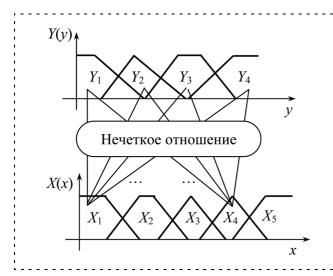


Рис. 2. Нечеткое отношение

четкое множество  $X = \{X_1(x), X_2(x), ..., X_p(x)\}$  показывает степень ее совместимости с лингвистическими термами. Соответствующее выходное нечеткое множество  $Y = \{Y_1(y), Y_2(y), ..., Y_s(y)\}$  находится из нечеткого уравнения отношения

$$Y = X \circ R, \tag{1}$$

где  $\circ$  — максминная композиция Л. Заде. Численное значение выхода определяется методом центра тяжести

$$\hat{y} = \frac{\sum_{\lambda=1}^{s} \sum_{\lambda=1}^{N_{\lambda}} Y_{i}(y_{\lambda}) y_{\lambda}}{\sum_{i=1}^{s} \sum_{\lambda=1}^{N_{\lambda}} Y_{i}(y_{\lambda})},$$

где  $N_{\lambda}$  — число точек дискретизации переменной y. По аналогии с уравнением (1) запишем нечеткое непрерывное дифференциальное уравнение

$$\dot{Y}(t) = Y(t) \circ R, \tag{2}$$

где  $R \in \dot{\mathbf{Y}} \times \mathbf{Y}$ , и дискретное уравнение

$$\hat{Y}_{t+1} = Y_t \circ R, \tag{3}$$

где  $R \in \mathbf{Y}_{t+1} \times \mathbf{Y}_{t}$ .

Нечеткое дифференциальное уравнение отношения (2) имеет больше теоретическую, нежели практическую ценность. Более широкие возможности моделирования и синтеза регулятора предоставляет дискретное уравнение (3), учитывающее управляющую переменную  $U_t$ :

$$\hat{Y}_{t+1} = (Y_t \times U_t) \circ R, \tag{4}$$

где  $R \in \mathbf{Y}_{t+1} \times \mathbf{Y}_t \times \mathbf{U}_t$ .

Среди нечетких моделей, выраженных правилами, выделим два типа:

содержащие в правых частях правил нечеткие множества [7]

$$R^{\theta}$$
: если  $y(t)$  есть  $Y^{\theta}$ ,  $u(t)$  есть  $U^{\theta}$ , то  $y^{\theta}(t+1)$  есть  $Y_1^{\theta}$  (5)

и линейные разностные уравнения [8]

$$R^{\theta}$$
: если  $y(t)$  есть  $Y_1^{\theta}$ ,  $u(t)$  есть  $U_1^{\theta}$ , то  $y^{\theta}(t+1) =$   $= a_0 + a_1 y(t) + a_2 y(t-1) + b_1 u(t) + b_2 u(t-1)$ , (6)

где  $t = 0, 1, 2, ..., N_y$  — дискретное время;  $\theta = 1, 2, ..., q$  — номер правила.

# Синтез нечетких предиктивных регуляторов

Реализация системы нечеткого предиктивного управления приведена на рис. 3. В систему входят нечеткая модель (НМ), описывающая поведение объекта, алгоритм идентификации, обеспечивающий требуемую точность НМ, алгоритм инверсии НМ и полученный с его помощью нечеткий предиктивный регулятор (НПР).

Начнем с нечеткой модели технологического процесса, в котором с периодом дискретизации  $\Delta$  действует управление U с запаздыванием  $\tau$  [9—11]:

$$\hat{Y}_{t+\Lambda} = (\hat{Y}_t \times U_{t+\Lambda-\tau}) \circ R. \tag{7}$$

Нечеткую модель отношения (7) можно записать в следующей эквивалентной форме:

$$\hat{Y}_{t+\tau} = (\hat{Y}_{t+\tau-\Delta} \times U_t) \circ R. \tag{8}$$

Если на горизонте прогнозирования  $N_y$  выполняется условие  $\Delta N_y \geqslant \tau$ , то в уравнении (8) запаздывание  $\tau$  можно заменить на  $\Delta N_y$  и получить

$$\hat{Y}_{t+N_v\Delta} = (\hat{Y}_{t+(N_v-1)\Delta} \times U_t) \circ R. \tag{9}$$

Путем инверсии  $R^{-1}$  нечеткого отношения R в нечеткой модели (9) может быть сконструирован нечеткий регулятор

$$U_t = (\hat{Y}_{t+(N_v+1)\Delta} \times \hat{Y}_{t+N_v\Delta}) \circ R^{-1}, \tag{10}$$

в котором закон управления  $U_t$  определяется минимизацией критерия (целевой функции)

$$J = D(Y_{t+N,\Delta}^0, \hat{Y}_{t+N,\Delta}),$$
(11)

где  $Y_{t+N_y\Delta}^0$ ,  $\hat{Y}_{t+N_y\Delta}$  означают лингвистические значения заданного и прогнозируемого выходов

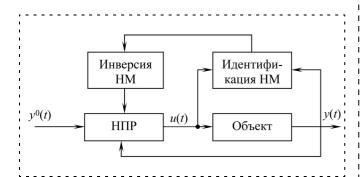


Рис. 3. Система предиктивного управления

в момент времени  $t+N_y\Delta;\ D(ullet)$  — расстояние между нечеткими множествами  $Y_{t+N_v\Delta}^0$  и  $\hat{Y}_{t+N_v\Delta}$  .

Различают непрямой и прямой методы синтеза нечеткого предиктивного регулятора. На входы нечеткого регулятора, полученного непрямым методом, поступают предсказанные (по нечеткой модели) значения выходной переменной, а на входы регулятора, полученного прямым методом, — значения заданной и предсказанной выходных переменных, характеризующие ошибку регулирования.

**Непрямой метод.** Общим выражением для входа-выхода является дифференциальное уравнение

$$\frac{dy}{dt} = f(y, u). (12)$$

Выходы  $y(t+k\Delta),\ k=1,\,2,\,...,\,N_y$ , дифференциального уравнения (12) в моменты времени  $t+\tau$  и  $t+N_v\Delta$  могут быть приближенно определены как

$$\hat{y}(t+\tau) = \hat{y}(t+\tau|t) + \Delta \frac{\partial f}{\partial u} \delta u$$
 (13)

И

$$\hat{y}(t+N_y\Delta) = \hat{y}(t+N_y\Delta|t) + ((N_y+1)\Delta - \tau)\frac{\partial f}{\partial u}\delta u.(14)$$

Перепишем критерий (11) в терминах выхода

$$J = \frac{1}{2} [y^{0}(t + N_{y}\Delta) - \hat{y}(t + N_{y}\Delta)]^{2}.$$
 (15)

Минимизация (15) приводит к равенству  $\hat{y}(t+N_y\Delta)=y^0(t+N_y\Delta).$ 

Из соотношений (13) и (14) можно определить значение выхода системы

$$\hat{y}(t+\tau) = \hat{y}(t+\tau|t) + \frac{y^{0}(t+N_{y}\Delta) - \hat{y}(t+N_{y}\Delta|t)}{\left(N_{y}+1-\frac{\tau}{\Lambda}\right)}$$

с учетом запаздывания. Используя уравнение (8) и инверсию  $R^{-1}$  нечеткого отношения R, управляющий сигнал в текущий момент времени t можно найти как

$$U_t = (\hat{Y}_{t+\tau-\Delta} \times \hat{Y}_{t+\tau}) \circ R^{-1},$$

где  $R^{-1}$  — каузальная инверсия отношений R;  $\hat{Y}_{t+\tau-\Delta}, \ \hat{Y}_{t+\tau}$  — прогнозируемые значения выхода в моменты времени  $t+\tau-\Delta$  и  $t+\tau$ .

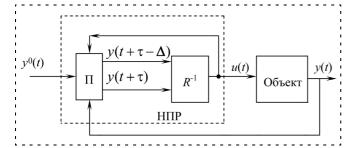


Рис. 4. Внутренняя архитектура регулятора, созданного непрямым методом

Нечеткое множество  $\hat{Y}_{t+\tau}$  определяется после фаззификации. На рис. 4 показана внутренняя структура НПР, где блок П означает прогнозирование.

**Прямой метод.** Альтернативная процедура проектирования нечеткого предиктивного регулятора заключается в прогнозировании выходного процесса непосредственно в момент времени  $t+N_y\Delta$  с использованием мощности нечеткого отношения

$$\hat{Y}_{t+\,N_y\Delta} \,=\, (\,\hat{Y}_{t+\,\tau-\Delta}\,\times\,U_t)\,\circ\, R^{\left(N_y\,+\,1\,-\frac{\tau}{\Delta}\right)}\,,$$

где величина  $\hat{Y}_{t+\tau-\Delta}$  зависит от  $U_t$ и задана посредством блока прогнозирования  $\Pi$  на основании информации, доступной в текущий момент времени t.

Минимизация (11) дает приближенное равенство  $\hat{Y}_{t+N_y\Delta}\cong Y^0_{t+N_y\Delta}$ . Определяя каузальную инверсию  $\left(N_y+1-\frac{\tau}{\Delta}\right)$ -й мощности нечеткого отношения R, управляющий сигнал  $U_t$  найдем из соотношения

$$U_t = (\hat{Y}_{t+\tau-\Delta} \times Y_{t+N_y\Delta}^0) \circ \left(R^{\left(N_y+1-\frac{\tau}{\Delta}\right)}\right)^{-1}.$$

На рис. 5 приведена внутренняя структура НПР, созданного прямым методом.

Здесь блок  $\Pi$  также означает прогнозирование  $\hat{Y}_{t+\tau-\Delta}$  по нечеткой модели. Нечеткие модели отношения в задачах управления имеют ряд ограничений.

Во-первых, модели отношения целесообразно использовать для описания систем с небольшим числом переменных. Если их становится более трех, то резко возрастают размеры матрицы отношения и затраты машинного времени на поиск решения. Так, для модели отношения системы первого порядка с двумя входными и одной выходной пере-

менными, имеющими по семь эталонных нечетких множеств, будет получена довольно значительная матрица отношения из 2401 элементов.

Во-вторых, отсутствует простой способ получения оптимального выхода регулятора с помощью модели. При попытке решить данную задачу в работе [10] было проведено численное оптимизационное исследование, сопровождавшееся значительными вычислительными затратами, особенно в тех случаях, когда применялась конъюнкция с большой матрицей отношения. Такого рода исследования требуют унимодальности целевой функции, что очень трудно гарантировать для моделей нелинейных процессов.

В-третьих, если идентификация не охватывает хотя бы одну комбинацию входов и используется большое число эталонных множеств, то модели не могут выполнить точное прогнозирование, а полученный на их основе регулятор становится неспособным выбрать нужный выход и определить его величину.

Указанные ограничения можно существенно ослабить или устранить, используя лингвистические модели (5), примером которых может служить система нечетких правил с одним входом — управлением u и выходом y [12]:

Нечеткое отношение  $R^{\theta}(u, y)$  для  $\theta$ -го правила  $R^{\theta}$  задается в виде

$$R^{\theta}(u,\,y) = \, U^{\theta}(u) \, \, \cap \, \, Y^{\theta}(y), \, \theta = 1, \, 2, \, ..., \, q,$$

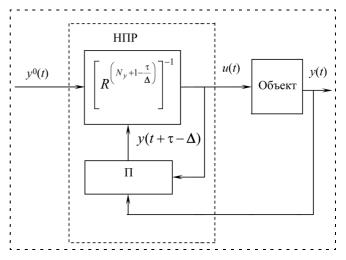


Рис. 5. Внутренняя архитектура регулятора, созданного прямым методом

а для всей системы —

$$R(u, y) = R^{1}(u, y) \cup R^{2}(u, y) \cup ... \cup R^{q}(u, y).$$

Полное число правил q неизвестно и поэтому отношение R(t) становится зависимым от времени. Предположим, что каждое наблюдение  $U^{\theta}(u)$  и  $Y^{\theta}(y)$  соответствует новому правилу  $U^{\theta}(u) \cap Y^{\theta}(y)$ , добавляемому к существующему отношению R(t) для создания нового отношения  $R(t+\Delta)$  в следующий момент времени  $t+\Delta$ :

$$R(t + \Delta) = R(t) \cup \{U^{\theta}(u) \cap Y^{\theta}(v)\}.$$

Такое становится возможным, если новые измерения согласуются с существующими правилами, закодированными в нечетком отношении. Для меняющегося во времени отношения R(t), когда новые наблюдения образуют новые правила, которые должны заменить старые, может возникнуть несогласованность. Поэтому нечеткое отношение должно обладать способностью к забыванию старых данных и правил. Это осуществляется путем уточнения существующего нечеткого отношения R(t) с помощью коэффициента забывания V и образования промежуточного отношения R'(t):

$$R'(t) = R(u, y, t)V.$$

Новое отношение  $R(t+\Delta)$  формируется добавлением нового правила  $U^{\theta}(u)$   $\cap$   $Y^{\theta}(y)$  к промежуточному отношению:

$$R(t + \Delta) = R'(t) \cup \{U^{\theta}(u) \cap Y^{\theta}(v)\}.$$

Для описания динамической системы используется нечеткое отношение

$$\mathbf{Y} \times \mathbf{U} \xrightarrow{R} \dot{\mathbf{Y}}$$
.

которое преобразует входное **U** и выходное **Y** пространства в производную выхода  $\dot{\mathbf{Y}}$ . Нечеткое отношение  $R = (R^1 \cup R^2 \cup ... \cup R^\theta ... \cup R^q)$  — это совокупность импликаций (правил) вида

$$R^{\theta}$$
: если  $y^{\theta}(t)$  и  $u^{\theta}(t)$ , то  $\dot{y}^{\theta}(t)$ ,  $\theta = \overline{1,q}$ ,

где  $u^{\theta}(t)$  и  $y^{\theta}(t)$  — текущие входные и выходные нечеткие множества (нечеткие числа),  $\dot{y}^{\theta}(t)$  — производная выхода.

Такая структура правил предполагает, что текущая производная выходной переменной порождена текущими выходной и управляющей переменны-

ми, действующими с некоторым запаздыванием  $\tau$ , преобразующим правило  $R^{\theta}$  к виду

$$R^{\theta}$$
: если  $y^{\theta}(t)$  и  $u^{\theta}(t)$ , то  $\dot{y}^{\theta}(t+\tau)$ ,  $\theta = \overline{1,q}$ .

Для предлагаемого регулятора представляет интерес инверсное преобразование, позволяющее получить управление  $u^{\theta}(t)$  на основании выхода  $y^{\theta}(t)$  и его производной  $\dot{y}^{\theta}(t+\tau)$  в момент времени  $t+\tau$ , применяя нечеткое отношение  $R^{-1}$ :

$$\mathbf{Y} \times \dot{\mathbf{Y}} \xrightarrow{R^{-1}} \mathbf{U}$$
.

которое состоит из совокупности правил вида

$$(R_i^{-1})^{\theta}$$
: если  $y^{\theta}(t)$  и  $\dot{y}^{\theta}(t+\tau)$ , то  $u^{\theta}(t)$ .

Основная проблема состоит в получении отношения  $R^{-1}$  из отношения R.

Рассмотрим операцию инверсии с использованием механизма автоассоциативной памяти.

Преобразование R в  $R^{-1}$  осуществим на примере частного наблюдения  $\{y^{\theta}(t), u^{\theta}(t), \dot{y}^{\theta}(t+\tau)\}$ , образующего одно правило или отношение  $R^{\theta}$ , функция принадлежности которого равна

$$R^{\theta}(Y, U, \dot{Y}) =$$

$$= Y(y^{\theta}(t)) \cap U(u^{\theta}(t)) \cap \dot{Y}(\dot{y}^{\theta}(t+\tau)). \tag{16}$$

На основании коммутативного свойства операции пересечения

$$A \cap B = B \cap A$$

становится возможным выполнить инверсное преобразование отношения R, располагая элементы отношения в нужном порядке:

$$(R^{\theta}(Y, U, \dot{Y}))^{-1} =$$

$$= Y(y^{\theta}(t)) \cap \dot{Y}(\dot{y}^{\theta}(t+\tau)) \cap U(u^{\theta}(t)). \tag{17}$$

Выражения (16) и (17) отличаются друг от друга лишь порядком расположения двух членов.

В заключительном разделе работы рассматривается синтез предиктивного регулятора на базе *TSK*-модели (6), впервые реализованный в работе [13].

Пусть выходное пространство разбито на q нечетких областей, каждая из которых может быть представлена следующим правилом:

$$R^{\theta}$$
: если  $y(t)$  есть  $Y^{\theta}$ , то  $y(t+1) = a_1^{\theta} y(t) + ... + a_k^{\theta} y(t-k+1) + b_1^{\theta} u(t) + ... + b_j^{\theta} u(t-j+1),$   $\theta = \overline{1, q},$ 

где y(t), u(t) — выходы объекта и регулятора в момент времени t; y(t+1) — прогноз по модели на один шаг вперед;  $Y^{\theta}$  — нечеткое множество, характеризующее y(t).

Параметры модели могут быть представлены матрицей

$$C = \begin{bmatrix} a_1^1 & \dots & a_k^1 & b_1^1 & \dots & b_j^1 \\ a_1^q & \dots & a_k^q & b_1^q & \dots & b_j^q \end{bmatrix}.$$

При заданном множестве входных и выходных данных параметры модели определяются рекуррентным методом наименьших квадратов, предложенным в работе [8].

Прогнозируемый выход модели определяется из уравнения

$$\hat{y}(t+1) = \beta C x(t) = c' x(t),$$

гле

$$\mathbf{x}(t) = [y(t)...y(t-k+1) \quad u(t)...u(t-j+1)]^{\mathrm{T}};$$

$$c' = [a'_1...a'_k \quad b'_1...b'_j] = \boldsymbol{\beta}C; \ \boldsymbol{\beta} = [\beta^1...\beta^{\theta}...\beta^{q}];$$

$$a'_{i} = \sum_{\theta=1}^{q} \beta^{\theta} a^{\theta}_{i}, i = \overline{1, k}; b'_{i} = \sum_{\theta=1}^{q} \beta^{\theta} b^{\theta}_{i}, i = \overline{1, j},$$

И

$$\beta^{\theta} = \frac{Y^{\theta}(y)}{\sum_{\theta=1}^{q} Y^{\theta}(y)},$$

где  $^{\rm T}$  — знак транспонирования;  $Y^{\theta}(y)$  — степень принадлежности y к  $Y^{\theta}$ ;  $\beta$  — вектор весов, закрепленных за каждым правилом; C — матрица уточненных параметров модели.

Рассмотрим систему с одним входом и выходом, которая в целях упрощения описывается обобщенной моделью второго порядка (6) со структурой ARX (AutoRegressive with eXogenous input — авторегрессия с внешним входом) при  $k=0,\,1,\,...,\,N_{v}-1$  и j=0:

$$\hat{y}(t+1) = a_1 y(t) + a_2 y(t-1) + b_1 u(t) + b_2 u(t-1) + e(t);$$

$$\hat{y}(t+2) = a_1 y(t+1) + a_2 y(t) + b_1 u(t+1) + b_2 u(t) + e(t);$$

$$\hat{y}(t+N_y) = a_1 y(t+N_y-1) + a_2 y(t+N_y-2) + b_1 u(t+N_y-1) + b_2 u(t+N_y-2) + e(t).$$
(18)

Используя обратную замену, уравнения (18) могут быть преобразованы к виду

$$\hat{y}(t+1) = g_{11}y(t) + g_{12}y(t-1) + g_{13}u(t-1) + g_{13}u(t-1) + g_{14}u(t) + r_1e(t);$$

$$\hat{y}(t+2) = g_{21}y(t+1) + g_{22}y(t) + g_{23}(t)u(t) + g_{24}(t)u(t) + g_{24}$$

или

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = G\mathbf{x}(t) + H\mathbf{u}(t) + \mathbf{r}\mathbf{e}(t),$$

где  $\mathbf{x}(t) = [y(t)y(t-1)u(t-1)]^{\mathrm{T}}$  — вектор состояния, т. е. прошлых значений выхода объекта и регулятора;  $\hat{\mathbf{y}}(t) = [\hat{y}(t+1)...\hat{y}(t+N_y)]^{\mathrm{T}}$  — вектор прогнозируемых значений выхода;  $e(t) = \hat{y}(t) - y^0(t)$  — ошибка моделирования, полученная после уточнения модели в момент времени t и постоянная на всем диапазоне прогнозируемого горизонта;  $\mathbf{r} = [r_1...r_{N_y}]^{\mathrm{T}}$  — вектор поправочных коэффициентов;

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N_{y}, 1} & g_{N_{y}, 2} & g_{N_{y}, 3} \end{bmatrix}, H = [h_{1}...h_{N_{y}}]^{T}$$

— матрицы коэффициентов модели.

В уравнениях (19) коэффициенты получены из следующих соотношений:

$$\begin{split} g_{11} &= a_1; \, g_{12} = a_2; \, g_{13} = b_2; \\ g_{21} &= a_1 g_{11} + a_2; \, g_{22} = a_1 g_{12}; \, g_{23} = a_1 g_{13}; \\ g_{i1} &= a_1 g_{i-1,1} + a_2 g_{i-2,1}; \, g_{i1} = a_1 g_{i-1,2} + a_2 g_{i-2,2}; \\ g_{i1} &= a_1 g_{i-1,3} + a_2 g_{i-2,3}, \, i = 3, \, ..., \, N_y; \\ h_1 &= b_1; \, h_2 = a_1 h_1 + b_1 + b_2; \\ h_i &= a_1 h_{i-1} + a_2 h_{i-2} + b_1 + b_2, \, i = 3, \, ..., \, N_y; \\ r_1 &= 1; \, r_2 = a_1 + 1; \\ r_i &= a_1 r_{i-1} + a_2 r_{i-2} + 1, \, i = 3, \, ..., \, N_y. \end{split}$$

Здесь  $\hat{y}(t)$  определяет прогнозы модели на всем горизонте прогнозирования. Если матрицы G, H и вектор r определены, то построение нечеткой модели считается завершенным. Число столбцов в матрице G определяется структурой нечеткой модели, описывающей систему, а в матрице H — длиной

горизонта прогнозирования. Близость прогнозируемого выхода  $\hat{y}(t+k)$  к заданному  $y^0(t+k)$  оценивается значением целевой функции

$$J = \sum_{k=1}^{N_y} [\hat{y}(t+k) - y^0(t+k)]^2 =$$

$$= [\hat{y}(t) - y^0(t)]^T [\hat{y}(t) - y^0(t)] = [Gx(t) + Hu(t) +$$

$$+ re(t) - y^0(t)]^T [Gx(t) + Hu(t) + re(t) - y^0(t)],$$

где  $\mathbf{y}^0(t) = [y^0(t+1)...y^0(t+N_y)]^{\mathrm{T}}$  — вектор заданных значений выхода на всем горизонте прогнозирования  $N_{v}$ .

Дифференцируя по u(t) выражение для J, получим оптимальное управление

$$\mathbf{u}(t) = [H^{\mathsf{T}}H]^{-1}H^{\mathsf{T}}[\mathbf{y}^{0}(t) - G\mathbf{x}(t) - \mathbf{r}e(t)]. \tag{20}$$

Итак, стратегия управления состоит из двух шагов, выполняемых в каждый дискретный момент времени t.

- 1. Рекуррентным методом наименьших квадратов [8] по данным y(t), ..., y(t-k+1) и u(t), ..., u(t-1)и нечеткой модели с правой частью (19) определяются элементы матриц G, H и вектора r.
- 2. По уравнению (20) вычисляется оптимальный выход регулятора u(t).

# Заключение

Нечеткое предиктивное управление — это сравнительно молодая область теории управления, насчитывающая не более двадцати лет.

Первые попытки нечеткого предиктивного управления производственными процессами [11, 14] на базе нечетких моделей отношения (4) оказались достаточно успешными, что стимулировало разработку новых практических приложений и проведение научных исследований в этой области.

Наибольшее распространение получили практические приложения нечеткого предиктивного управления на основе нечетких моделей, выраженных правилами (5) и (6). К такого рода приложениям относятся нечеткие системы управления кондиционированием воздуха [15], теплообменниками [16], дистилляционными колоннами [17], бойлерными установками [18], электростанцией на солнечных батареях [19] и другими промышленными объектами [20].

Одновременно проводилось большое число научных исследований, направленных на повышение эффективности нечеткого предиктивного управления. Среди них следует отметить работы, посвященные синтезу нечетких предиктивных регуляторов, в которых реализуются требуемая устойчивость [21] и робастность [22], учитывается запаздывание [23], осуществляются коррекция управления на основе нечеткого принятия решений [24] и оптимизация параметров с помощью генетического алгоритма [25] и методов квадратического программирования [26], обеспечивающая высокое качество процесса регулирования.

### Список литературы

- 1. Clarke D. W., Mohtadi C., Tuffs P. S. Generalized predictive control — part 1; part 2 // Automatica. 1987. V. 23. N. 2. P. 137—160.
- 2. Garcia C. E., Prett D. M., Morari V. Model predictive control:
- theory and practice a survey // Automatica. 1989. V. 25. P. 335—348.
  3. **Eaton J. W., Rowlings J. B.** Model-predictive control of chemical processes // Chem. Eng. Sci. 1992. V. 47. P. 705—720.
- 4. Richalet J. Industrial applications of model based predictive control // Automatica. 1993. V. 29. P. 1251-1274.
- 5. Babuska R., Verbruggen H. B. An overview of fuzzy modeling for control // Control Eng. Practice. 1996. V. 4. N. 11. P. 1593—1606.
- 6. Кудинов Ю. И., Суслова С. А., Кудинов И. Ю. Нечеткие модели динамических процессов. М.: Научная книга, 2007. 183 с. 7. Madmani E. H. Advances in the linguistic Synthesis of fuzzy
- controller // Int. J. Man-Machine Stud. 1976. V. 8. P. 669-678.
- 8. Takagi T., Sugeno M. Fussy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Trans. Syst. Man and Cybern. 1985. V. SMC-15. P. 116-132.
- 9. Pedrycz W. Fuzzy control and fuzzy systems. New York: John Wiley and Sons., 1993.
- 10. Postlethwaite B. E. A model-based fuzzy controller // Trans. I ChemE. 1994. V. 72. Part A. P. 38-46.
- 11. Postlethwaite B. E., Brown M., Sing C. H. A new identification algorithm for fuzzy relational models and its application in model-
- based control // Trans. I ChemE. 1997. V. 72. Part A. P. 453—458.
  12. Moore C. G., Harris C. J. Indirect adaptive fuzzy control // Int. J. Control. 1992. V. 56. N 21. P. 441—468.
- 13. Linkens D. A., Kandiah S. Long-range predictive control using fuzzy process models // Trans. IchemE, 1996.V. 74. Part A. P. 77—88.
- 14. Hu J. Q., Rose E. Predictive fuzzy control applied to the sinter strand process // Control Eng. Practice. 1997. V. 5. N 2. P. 247—252.
- 15. Sousa J. M., Babuska R., Verbruggen H. B. Fuzzy predictive control applied to an air-conditioning system // Control Eng. Practice, 1997. V. 5. N 2. P. 1395-1406.
- 16. Fisher M., Nelles O., Isermann R. Adaptive predictive control of a heat exchanger based on a fuzzy model // Control Eng. Practice. 1998. V. 6. N 2. P. 259-269.
- 17. Mahfouf M., Kandiah S., Linkens D. A Fuzzy model-based predictive control using ARX structure with feedforward // Fuzzy Sets and Systems. 2002. V. 125. P. 39—59.

  18. **Moon U.-C., Lee K. Y.** A boiler-turbine system control using
- a fuzzy auto-regressive moving average (FARMA) model // IEEE Transactions on Energy Conversion. 2003. V. 18. N 1. P. 142—148.
- 19. Flores A., Saez D., Araya J. and etc. Fuzzy predictive control of a solar power plant // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2005. V. 131. P. 58-68.
- 20. Espinosa J., Wertz V., Vandewalle J. Fuzzy Logic, Identification and predictive control. Springer-Verlag New York, 2004. 292 p.
- 21. Nounou H. N., Passino K. M. Fuzzy model predictive control: techniques, stability issues and examples // Proc. IEEE Int. Symp. Intelligent Control Intelligent Systems and Semiotics. 1999. P. 423—428.
- 22. Mollov S., Boom T., Cuesta F., Ollero A., Babuska R. Robust stability constraints for fuzzy model predictive control // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2002. V. 10. N 1. P. 50—64.
- 23. Su C.-L., Wang S.-Q. Robust model predictive control for discrete uncertain nonlinear systems with time-delay via fuzzy model / Journal of Zhejiang University, 2006. V. 7. N. 10. P. 1723-1732.
- 24. **Sousa J. M., Kaymak U.** Model predictive control using fuzzy decision functions // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cyber-
- netics. Part B. 2001. V. 31. N. 1. P. 54—65.
  25. **Sarimveis H., Bafas G.** Fuzzy model predictive control of nonlinear processes using genetic algorithms // Fuzzy Sets and Systems. 2003. V. 139. N 1. P. 59-80.
- 26. Mollov S., Babuska R., Verbruggen H. B. Effective optimization for fuzzy model predictive control // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2004. V. 5. P. 661-675.

В. Н. Буков, д-р техн. наук, зам. генерального директора по науке НИИ авиационного оборудования, г. Жуковский Московской области, Н. И. Сельвесюк, д-р техн. наук, зам. начальника кафедры, Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Москва, selvesyuk@yandex.ru

# Робастное подавление внешних возмущений в многосвязной системе с децентрализованным координированным управлением\*

Описана методика синтеза децентрализованных регуляторов в обратной связи по состоянию для многосвязных линейных систем с координированным управлением по эталонным моделям. Указанные регуляторы одновременно обеспечивают робастную стабилизацию составной системы и подавление внешних ограниченных возмущений. Показано, что задача стабилизации с помощью регулятора и задача слежения за эталоном с помощью предкомпенсатора решаются независимо. Для синтеза регуляторов используются линейные матричные неравенства, построенные на основе квадратичных функций Ляпунова. Степень подавления возмущений характеризуется инвариантным множеством достижимости. Приведен содержательный пример.

**Ключевые слова:** децентрализованный робастный регулятор, координированное управление с эталонной моделью, инвариантное множество достижимости, линейное матричное неравенство

Введение. В работе [1] предложена концепция адаптивного децентрализованного управления с координацией по эталонным моделям для многосвязных систем. В ее основе лежит допущение о том, что локальным контроллерам доступна информация о задающих воздействиях, поступающих на эталонные модели всех локальных подсистем. На основе технологии вложения систем для линейных стационарных систем получено аналитическое описание множества предкомпенсаторов, обеспечивающих асимптотическое отслеживание заданных эталонных траекторий с нулевой ошибкой. Это принципиальное отличие предложенного подхода от существующих, которые позволяют обеспечить только определенную норму ошибки.

Однако полученные результаты справедливы в случае, когда исходная многосвязная система

локально стабилизируема с помощью децентрализованных регуляторов в обратной связи. При этом для практического применения законов управления необходимо обеспечить их робастность в смысле неточности описания модели системы. Кроме того, для уменьшения ошибки слежения за эталонной моделью в составной системе необходимо обеспечить компенсацию внешних возмущений, действующих на реальную систему.

В качестве основы синтеза выбраны квадратичные функции Ляпунова, что позволяет однотипно сформулировать обе решаемые задачи. При этом рассматриваются произвольные ограниченные в норме возмущения. Для решения задачи подавления возмущений используется подход, основанный на понятии граммиана управляемости системы по возмущениям [2]. В этом случае множество достижимости системы описывается решением алгебраического уравнения Ляпунова и представляет собой пространственный эллипс. Таким образом, структура граммиана управляемости характеризует степень подавления в линейной системе действующих на нее возмущений по каждому элементу вектора состояния [3]. Аналогичный подход к подавлению возмущений предложен в работе [4], где используется понятие инвариантного эллипсоида достижимости. Кроме того, возможность представления условий синтеза в виде линейных матричных неравенств, а самой задачи синтеза — в виде задачи полуопределенного программирования позволяет использовать мощные математические пакеты численных расчетов на базе системы MatLab, такие как SeDuMi, Yalmip, cvx.

**Постановка задачи.** Задан многосвязный объект управления, состоящий из M взаимосвязанных локальных подсистем. Динамические процессы в i-й подсистеме описываются в пространстве состояний моделью

$$\dot{\mathbf{x}}_{i}(t) = \mathbf{A}_{i}\mathbf{x}_{i}(t) + \mathbf{B}_{i}\mathbf{u}_{i}(t) + \sum_{j=1}^{M} \mathbf{A}_{ij}\mathbf{x}_{j}(t) + \mathbf{D}_{i}\mathbf{w}_{i}(t) + \mathbf{h}_{i}(\mathbf{x}_{i}, t), \, \mathbf{x}_{i}(0) = \mathbf{x}_{i0},$$
(1)

где  $\mathbf{x}_i(t) \in \mathfrak{R}^{n_i}$  — локальный вектор состояния;  $\mathbf{u}_i(t) \in \mathfrak{R}^{m_i}$  — локальный вектор управления;  $\mathbf{w}_i(t) \in \mathfrak{R}^{s_i}$  — вектор неконтролируемых внешних возмущений;  $\mathbf{h}_i(x_i,t) \in \mathfrak{R}^{n_i+1}$  — нелинейная кусочно-непрерывная векторная функция обоих аргументов, характеризующая неопределенность описания модели;  $\mathbf{A}_i$ ,  $\mathbf{B}_i$ ,  $\mathbf{A}_{ij}$  — матрицы заданных размеров с известными вещественными коэффициентами.

<sup>\*</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 08-08-00125-а.

В матричной форме уравнение (1) при  $i = \overline{1, M}$  имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{bd}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}_{bd}\mathbf{w}(t) + \mathbf{h}(x, t),$$
$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1(t) \ \mathbf{x}_2(t) \ \dots \ \mathbf{x}_M(t)]^{\mathrm{T}}.$$
 (2)

Здесь и далее индекс "bd" означает блочно-диагональную структуру соответствующих матриц.

Требования к качеству управления в локальных подсистемах формализуются в виде автономных эталонных моделей

$$\dot{\mathbf{x}}_{ri}(t) = \mathbf{A}_{ri}\mathbf{x}_{ri}(t) + \mathbf{B}_{ri}\mathbf{u}_{ri}(t), \, \mathbf{x}_{ri}(0) = \mathbf{x}_{ri0},$$

$$i = \overline{1, M}, \qquad (3)$$

где  $\mathbf{x}_{ri}(t) \in \mathfrak{R}^{n_i}$  — вектор состояния i-й эталонной модели;  $\mathbf{u}_{ri}(t) \in \mathfrak{R}^{k_i}$  — вектор задающего воздействия i-й подсистемы;  $\mathbf{A}_{ri}$ ,  $\mathbf{B}_{ri}$  — заданные матрицы. Матрицы  $\mathbf{A}_{ri}$  — гурвицевы.

Для формирования управления  $\mathbf{u}_i(t)$  в каждой подсистеме доступен локальный вектор состояния  $\mathbf{x}_i(t)$ , вектор состояния соответствующей эталонной модели  $\mathbf{x}_{ri}(t)$  и векторы задающих воздействий всех подсистем  $\mathbf{u}_{r1}(t)$ ,  $\mathbf{u}_{r2}(t)$  ...  $\mathbf{u}_{rm}(t)$ . Закон управления в векторно-матричной форме имеет вид [1]

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{bd} \mathbf{e}(t) + \mathbf{G}(p) \mathbf{u}_r, \tag{4}$$

где e(t) — вектор ошибки слежения с элементами  $e_i = x_i - x_{ri}$ ;  $\mathbf{K}_{bd}$  — матрица коэффициентов статического децентрализованного регулятора в обратной связи;  $\mathbf{G}(p)$  — передаточная матрица предкомпенсатора.

Задача сводится к синтезу управления, обеспе-

чивающего в каждой локальной подсистеме точное слежение за соответствующей эталонной моделью по вынужденной составляющей движения, т. е. выполнение целевого условия  $\mathbf{E}_e^{u_r}(p)=0$ , где  $\mathbf{E}_e^{u_r}-1$  передаточная матрица от задающего воздействия  $\mathbf{u}_r$  к ошибке слежения  $\mathbf{e}=[\mathbf{e}_1\ \mathbf{e}_2\ ...\ \mathbf{e}_M]^{\mathrm{T}}$ .

В работе [1] показано, что данное целевое условие обеспечивается только за счет соответствующего выбора матрицы предкомпенсатора  $\mathbf{G}(p)$  при условии стабилизации составной системы локальными регуляторами  $\mathbf{K}_i$ . Вместе с тем, передаточная матрица замкнутой системы от возмущений  $\mathbf{w}(t)$  к ошибке слежения  $\mathbf{e}(t)$  имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}_{e}^{w}(p) = (p\mathbf{I}_{n} - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{bd})^{-1}\mathbf{D}_{bd}.$$

Из структуры этой передаточной матрицы следует, что стабилизировать систему и компенсиро-

вать влияние возмущений  $\mathbf{w}(t)$  можно лишь за счет децентрализованного регулятора в обратной связи с матрицей передачи  $\mathbf{K}_{bd}$ , выбор которой, как было указано выше, не влияет на целевое условие. Поэтому в рамках поставленной в данной работе задачи вместо закона управления (4) будем рассматривать закон управления

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{bd}\mathbf{e}(t) \tag{5}$$

и решать задачу робастной стабилизации и подавления внешних возмущений независимо от задачи точного слежения за эталоном.

**Анализ способа решения задачи.** Для выбора метода синтеза управления на этапе анализа рассмотрим систему без управления и ограничений на структуру матриц:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t). \tag{6}$$

Примем матрицу **A** гурвицевой, пару матриц (**A**, **D**) управляемой. По отношению к нелинейности h(x, t) положим, что это неопределенная кусочнонепрерывная функция, удовлетворяющая следующему неравенству в квадратичной форме:

$$\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(x,\,t)\boldsymbol{h}(x,\,t) \leqslant \alpha^{2}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}\boldsymbol{x},\tag{7}$$

где  $\alpha > 0$  — параметр, характеризующий границу неопределенности; **H** — постоянная матрица.

Определение 1. Систему (6) будем называть робастно стабилизируемой со степенью  $\alpha$ , если ее начальное состояние асимптотически устойчиво для любых h(x, t), удовлетворяющих (7).

В работе [5] показано, что нелинейность h(x, t) может быть пересчитана в аддитивные параметрические возмущения вида  $\Delta \mathbf{A}(t)$ .

Также примем, что неопределенные внешние возмущения  $\mathbf{w}(t)$  имеют произвольную структуру и являются ограниченными по норме непрерывными функциями времени:

$$\|\mathbf{w}(x)\| \le 1, \ \forall t \ge 0, \tag{8}$$

где  $\|\cdot\|$  — евклидова норма вектора.

Влияние внешних возмущений на траекторию динамической системы (6) описывается множеством достижимости [3] вида

$$\mathfrak{I}_{x} = \{ \boldsymbol{x}(t) \forall t \ge 0 : \dot{\boldsymbol{x}} = \mathbf{A}\boldsymbol{x} + \mathbf{D}\boldsymbol{w}, \|\boldsymbol{w}\| \le 1 \}. \tag{9}$$

Степень подавления внешних возмущений в системе (6) характеризует граммиан управляемости по возмущениям [2], который можно определить как решение уравнения Ляпунова вида

$$AP + PA^{T} + DD^{T} = 0, P = P^{T} > 0.$$
 (10)

Удобной с вычислительной точки зрения аппроксимацией множества достижимости (9) является его описание с помощью граммиана управляемости. Для системы (6) при действии возмущений (8) множество (9) с учетом уравнения (10) может быть записано в виде

$$\mathfrak{I}_{\mathbf{x}} = \{ \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : \mathbf{x}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x} \le 1 \}, \ \mathbf{P} > 0, \tag{11}$$

и представляет собой эллипсоид с центром в начале координат.

Определение 2. Множество (11) называется эллипсоидом достижимости по возмущениям для вектора состояния  $\mathbf{x}(t)$  системы (6), если из условия  $\mathbf{x}(0) \in \mathfrak{I}_{x}$  следует  $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{I}_{x}$  для всех моментов времени  $t \ge 0$ .

Другими словами, любая траектория x(t) системы, исходящая из точки, лежащей в эллипсоиде  $\mathfrak{I}_x$ , в любой момент времени принадлежит этому эллипсоиду при любых ограниченных внешних возмущениях.

Использование эллипсоида достижимости (11) как меры подавления возмущений в системе позволяет применить для анализа системы одновременно с точки зрения устойчивости и подавления возмущений квадратичные функции Ляпунова. При этом решение задачи анализа, а затем и синтеза формулируется в терминах линейных матричных неравенств (LMI) и сводится к задаче полуопределенного программирования (SDP), удобной для численного решения.

Для системы (6) определим квадратичную функцию Ляпунова в виде

$$V(x) = x^{T}Sx, S = S^{T} > 0.$$

Тогда ее производная

$$\dot{V}(x) = \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{S} + \mathbf{S}\mathbf{A})\mathbf{x} + \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}\mathbf{x} + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}\mathbf{D}\mathbf{w} + \mathbf{h}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}\mathbf{x} + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}\mathbf{h}.$$

или

$$\dot{V}(x) = \mathbf{z}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_0 \mathbf{z},\tag{12}$$

где

$$\mathbf{z} = [\mathbf{x} \ \mathbf{w} \ \mathbf{h}]^{\mathrm{T}}, \ \mathbf{M}_{0} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{S} + \mathbf{S} \mathbf{A} \ \mathbf{S} \mathbf{D} \ \mathbf{S} \\ \mathbf{D}^{\mathrm{T}} \mathbf{S} & 0 & 0 \\ \mathbf{S} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Также представим ограничение (7) в виде матричного неравенства

$$\mathbf{z}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} -\alpha^2 \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \mathbf{H} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{z} \leq 0. \tag{14}$$

Для асимптотической устойчивости потребуем выполнения условий

$$S > 0, \dot{V}(x) < 0.$$
 (15)

Тогда, применяя S-процедуру [5, приложение G] к (15) с учетом (12)—(14) получим, что робастная устойчивость системы (6) эквивалентна существованию матрицы  $\mathbf{S} > 0$ , для которой выполняется неравенство

$$\mathbf{M}_{1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{S} + \mathbf{S} \mathbf{A} + \tau_{1} \alpha^{2} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{H} & \mathbf{S} \mathbf{D} & \mathbf{S} \\ \mathbf{D}^{\mathrm{T}} \mathbf{S} & 0 & 0 \\ \mathbf{S} & 0 & -\tau_{1} \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

при некотором  $\tau_1 > 0$ .

Для определения предельно возможной степени робастной устойчивости при структурных неопределенностях вида (7) необходимо для неравенства (16) решить задачу поиска максимального числа  $\alpha > 0$ . Для упрощения расчетов без потери общности далее положим  $\tau_1 = 1$ .

Для того чтобы траектория системы (6) не выходила за границы эллипсоида достижимости  $\mathfrak{I}_x = \{x : V(x) \le 1\}$  при  $\|w(x)\| \le 1$  потребуем, чтобы при  $V(x) \ge 1$  выполнялось  $\dot{V}(x) < 0$ . Очевидно, что выполнение этого условия одновременно гарантирует робастную стабилизацию системы (6).

Условиям  $V(x) \ge 1$  и  $\|w(x)\| \le 1$  соответствуют матричные неравенства

$$\mathbf{z}^{\mathsf{T}}\mathbf{M}_{2}\mathbf{z} \leqslant -1 \text{ и } \mathbf{z}^{\mathsf{T}}\mathbf{M}_{3}\mathbf{z} \leqslant 1,$$
где  $\mathbf{M}_{2} = \begin{bmatrix} -\mathbf{S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{M}_{3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$  (17)

Тогда по правилам S-процедуры неравенства (16)—(17) эквивалентны одному линейному неравенству

$$\mathbf{M}_1 < \tau_2 \mathbf{M}_2 + \tau_3 \mathbf{M}_3 \tag{18}$$

для некоторых  $\tau_2 \geqslant \tau_3 > 0$ . Далее примем  $\tau_3 = \tau_{3max} = \tau_2 = \tau$ .

Очевидно, что нас интересуют минимальные эллипсоиды достижимости. Для их определения в качестве целевой функции будем использовать критерий следа

$$f(\mathbf{P}) = \operatorname{trace} \mathbf{P}$$

который соответствует сумме квадратов полуосей эллипсоида достижимости по всем элементам вектора состояния.

Выполнив подстановки в выражение (18), обозначив  $\mathbf{P} = \mathbf{S}^{-1}$  и применив формулу Шура для блочных матриц [5], сформулируем следующую теорему.

**Теорема 1.** Система (6)—(8) является робастно стабилизируемой со степенью  $\alpha$  и оптимально подавляет внешние возмущения в смысле минимальности эллипсоида достижимости  $\mathfrak{I}_{\chi}$  вида (11), если существует матрица  $\mathbf{P}$ , обеспечивающая разрешимость следующей оптимизационной задачи:

 $\min \operatorname{trace}(\mathbf{P}),$ 

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{A}\mathbf{P} + \tau \mathbf{P} & \mathbf{I} & \mathbf{D} & \mathbf{P}\mathbf{H}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} & 0 & 0 \\ \mathbf{D}^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{H}\mathbf{P} & 0 & 0 & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \tag{19}$$

где  $\gamma = 1/\alpha^2$ .

**Синтез регулятора без структурных ограничений.** Рассмотрим управляемую систему без ограничений на структуру матриц

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{x}(t) + \mathbf{D}\boldsymbol{w}(t) + \mathbf{B}\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{h}(x, t). \tag{20}$$

Примем матрицу **A** произвольной, пару (**A**, **D**) управляемой, пару (**A**, **B**) стабилизируемой.

В обратной связи используется статический линейный регулятор по состоянию

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t). \tag{21}$$

Замкнутая система имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t). \tag{22}$$

Целью является определение матрицы передачи **К** регулятора (21), который робастно стабилизирует систему (20) и оптимально в смысле минимальности следа эллипсоида достижимости подавляет воздействие внешних возмущений w(t).

Введем квадратичную функцию  $V(x) = x^{T}Sx$ ,  $S = S^{T} > 0$ , и вычислим ее производную  $\dot{V}(x)$  для системы (22). Проведя преобразования, аналогичные изложенным в предыдущем пункте, получим следующее условие робастной стабилизируемости и подавления возмущений для замкнутой системы (22):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{A}\mathbf{P} + \tau \mathbf{P} + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{K}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{\mathrm{T}} & \mathbf{I} & \mathbf{D} & \mathbf{P}\mathbf{H}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} & 0 & 0 \\ \mathbf{D}^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{H}\mathbf{P} & 0 & 0 & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \leqslant 0. \quad (23)$$

Неравенство (23) не является односторонним  $^1$  линейным относительно матриц  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{K}$ , что затрудняет использование численных методов решения.

Введем вспомогательную матрицу [5]

$$L = KP$$

и по аналогии сформулируем следующую теорему.

**Теорема 2.** В системе (20) осуществляется робастная стабилизация со степенью α и оптимальное подавление возмущений в смысле минимальности эллипсоида достижимости (11) с помощью статического регулятора в обратной связи (21) с передаточной матрицей

$$\mathbf{K} = \mathbf{L}\mathbf{P}^{-1},\tag{24}$$

если существуют такие матрицы  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{\mathrm{T}} > 0$  и  $\mathbf{L}$ , которые обеспечивают разрешимость следующей оптимизационной задачи:

min trace(P),

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{A}\mathbf{P} + \tau \mathbf{P} + \mathbf{B}\mathbf{L} + \mathbf{L}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{\mathrm{T}} & \mathbf{I} & \mathbf{D} & \mathbf{P}\mathbf{H}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} & 0 & 0 \\ \mathbf{D}^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{H}\mathbf{P} & 0 & 0 & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \leqslant 0, (25)$$

по переменным  $\gamma$ ,  $\tau > 0$ , **P**, **L**.

Полученные регуляторы с передаточной матрицей (24) могут иметь недопустимо большие коэффициенты передачи. Для практического использования регуляторов необходимо принять меры к ограничению сигналов управления. Это можно осуществить путем наложения ограничений на матрицы **P** и **L** [6]:

$$\mathbf{L}^{\mathsf{T}}\mathbf{L} < \kappa_{L}\mathbf{I}, \ \kappa_{L} > 0;$$
  
$$\mathbf{P}^{-1} < \kappa_{P}\mathbf{I}, \ \kappa_{P} > 0.$$
 (26)

Условия (26) эквивалентны линейным матричным неравенствам

$$\begin{bmatrix} -\kappa_L \mathbf{I} \ \mathbf{L}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{L} \ -\mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \ \begin{bmatrix} \mathbf{P} \ \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \ \kappa_P \mathbf{I} \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{27}$$

выполнение которых приводит к ограничению коэффициентов матрицы передачи регулятора

$$\mathbf{K}^{\mathsf{T}}\mathbf{K} \leq \kappa_L \kappa_P^2 \mathbf{I}. \tag{28}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В односторонних матричных уравнениях искомые матрицы фигурируют в слагаемых только как левый или правый сомножитель.

Таким образом, для ограничения коэффициентов передачи регулятора при синтезе к неравенству (25) необходимо добавить неравенства (27).

Кроме того, можно априори задать уровень неопределенности модели (требуемую степень робастности)  $\alpha_0$  с помощью неравенства

$$\gamma - 1/\alpha_0^2 \le 0. \tag{29}$$

**Синтез децентрализованного регулятора.** Рассмотрим составную систему

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{x}(t) + \mathbf{D}_{bd}\boldsymbol{w}(t) + \mathbf{B}_{bd}\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{h}(x, t) \quad (30)$$

с децентрализованным регулятором в обратной связи

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{hd}\mathbf{x}(t),\tag{31}$$

у которого матрица передачи размера  $m \times n$ 

$$\mathbf{K}_{bd} = \text{diag}[\mathbf{K}_1 \ \mathbf{K}_2 \ ... \ \mathbf{K}_M]$$

состоит из диагональных блоков  $\mathbf{K}_i$  размера  $m_i \times n_i$ ,

причем 
$$\sum\limits_{i=1}^{M}m_{i}=m,\;\sum\limits_{i=1}^{M}n_{i}=n.$$
 Данный закон ана-

логичен закону управления для ошибки слежения (5) в исходной постановке задачи.

Все изложенные выше структурные требования к системе, параметры неопределенностей и возмущений остаются в силе. Однако в системе (30) мы не можем предъявить требование стабилизируемости пары ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_{bd}$ ). Вместо него необходимо потребовать, чтобы линейная часть замкнутой децентрализованной системы  $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_{bd}$  не содержала неустойчивых фиксированных мод [7]. Проверка данного факта является сложной и не до конца формализованной процедурой. Однако в выбранном методе синтеза на основе LMI такая проверка не требуется. Наличие неустойчивых фиксированных мод приведет к неразрешимости соответствующих неравенств.

Замкнутая система с законом управления (31) имеет вид

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}_{bd} \mathbf{K}_{bd}) \boldsymbol{x}(t) + \mathbf{D}_{bd} \boldsymbol{w}(t) + \boldsymbol{h}(x, t). \quad (32)$$

Для синтеза управления используем полученные выше результаты для системы без структурных ограничений на основе функций Ляпунова. Получение децентрализованного регулятора возможно при обеспечении блочно-диагональной структуры варьируемых матриц  $\mathbf{P}_{bd}$  и  $\mathbf{L}_{bd}$  в неравенствах синтеза (25).

При этом матрица передачи в законе управления (31) определится в виде

$$\mathbf{K}_{bd} = \mathbf{L}_{bd} \mathbf{P}_{bd}^{-1}. \tag{33}$$

Децентрализованный регулятор также в результате синтеза может иметь недопустимо большое значение коэффициентов передачи. Для его ограничения используем неравенства

$$\mathbf{L}_{bd}^{\mathrm{T}}\mathbf{L}_{bd} < \kappa_{L}\mathbf{I}, \; \mathbf{P}_{bd}^{-1} < \kappa_{P}\mathbf{I},$$

где  $\kappa_L > 0, \, \kappa_P > 0.$ 

В качестве окончательного результата сформулируем теорему.

**Теорема 3.** В составной системе (32) осуществляется стабилизация с заданной степенью робастности  $\alpha_0$  и оптимальное подавление возмущений в смысле минимальности эллипсоида достижимости (11) с помощью децентрализованного статического регулятора в обратной связи (31) с матрицей передачи (33), если существуют такие блочно-диагональные матрицы  $\mathbf{P}_{bd} = \mathbf{P}_{bd}^{\mathsf{T}} > 0$  и  $\mathbf{L}_{bd}$ , которые обеспечивают разрешимость оптимизационной задачи

$$\min\{\operatorname{trace} \mathbf{P} + k_1 \kappa_L + k_2 \kappa_P\}$$

при выполнении следующих условий:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{bd}\mathbf{A}^{\mathsf{T}} + \mathbf{A}\mathbf{P}_{bd} + \tau \mathbf{P}_{bd} + \mathbf{B}_{bd}\mathbf{L}_{bd} + \mathbf{L}_{bd}^{\mathsf{T}}\mathbf{B}_{bd}^{\mathsf{T}} & \mathbf{I} & \mathbf{D}_{bd} & \mathbf{P}_{bd}\mathbf{H}^{\mathsf{T}} \\ & \mathbf{I} & -\mathbf{I} & 0 & 0 \\ & \mathbf{D}_{bd}^{\mathsf{T}} & 0 & -\tau \mathbf{I} & 0 \\ & \mathbf{H}\mathbf{P}_{bd} & 0 & 0 & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \leqslant 0;(34)$$

$$\gamma - 1/\alpha_0^2 \le 0; \tag{35}$$

$$\begin{bmatrix} -\kappa_{L} \mathbf{I} & \mathbf{L}_{bd}^{\mathsf{T}} \\ \mathbf{L}_{bd} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0; \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{bd} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \kappa_{P} \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0, \tag{36}$$

по переменным  $\gamma$ ,  $\tau > 0$ ,  $\mathbf{P}_{bd}$ ,  $\mathbf{L}_{bd}$ , где  $k_i > 0$  — весовые коэффициенты.

Замечание. Для нахождения децентрализованного регулятора необходимо, чтобы в заданном диапазоне  $\alpha_0$  существовали блочно-диагональные решения  $\mathbf{L}_{bd}$  и  $\mathbf{P}_{bd}$  неравенства (34). При этом возможна ситуация, когда децентрализованный стабилизирующий регулятор  $\mathbf{K}_{bd}$  существует, а решение  $\mathbf{L}_{bd}$  и  $\mathbf{P}_{bd}$  в заданном диапазоне  $\alpha_0$  — нет.

Оптимизационная задача, приведенная в теореме 3, является задачей выпуклого полуопределенного программирования (SDP). Для численного решения таких задач разработан ряд широко ис-

пользуемых прикладных пакетов (SeDuMi, Yalmip, SDPT3, LMI Control Toolbox), реализуемых на базе системы MatLab. Новой и весьма эффективной разработкой в данной области является пакет сvx [8]. Он обладает высокой вычислительной эффективностью по отношению к задачам выпуклой оптимизации за счет использования ядра SDPT3. Простой интерфейс пакета позволяет формулировать задачи в форме, близкой к их естественному математическому описанию. Пакет ориентирован на матричные вычисления и позволяет просто задавать симметричную и блочно-диагональную структуру матриц при описании линейных матричных неравенств.

**Численный пример.** Рассмотрим задачу управления групповым полетом беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) [9]. Необходимо синтезировать децентрализованные законы управления вида (4) ведущим и ведомым БПЛА, которые обеспечивали бы стабилизацию заданного места в строю ведомого БПЛА при произвольном маневрировании ведущего.

Номинальная линеаризованная математическая модель группового полета БПЛА в вертикальной плоскости при скорости  $V_0=120~{\rm m/c}$  имеет следующий вид:

где  $\Delta\alpha$  и  $\Delta 9$  — приращения углов атаки и тангажа;  $\omega_z$  — угловая скорость тангажа;  $\delta_{\rm CT}$  — отклонение стабилизатора;  $V_0$  — скорость полета;  $\Delta H_1$ ,  $\Delta H_2$  — превышение относительно заданной высоты ведущего "1" и ведомого "2".

В работе [9] для составной системы с моделью (37) получены передаточные матрицы предкомпенса-

торов, обеспечивающих нулевую ошибку слежения за эталонной моделью в идеальных условиях, при стабилизации системы с помощью децентрализованного регулятора в обратной связи.

Пусть на систему (37) действуют внешние возмущения  $\mathbf{w}(t) = [\mathbf{w}_1(t) \ \mathbf{w}_2(t)]^T$ , удовлетворяющие ограничениям (8), с матрицей входа  $\mathbf{D} = \mathbf{B}$ . Положим также, что в модели (37) происходит изменение номинального значения скорости полета в виде

$$V_0^*(t) = V_0 + \Delta V \delta_V(t), \|\delta_V\| \le 1,$$

при неизменных остальных параметрах модели.

Тогда неопределенность параметров модели можно описать выражением

$$\mathbf{h}(x, t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t), \ \mathbf{H}(t) = \mathbf{F}\delta_{V}(t)\mathbf{H}_{A},$$

где

$$\mathbf{F} = [0 \ 0 \ 0 \ \Delta V \ 0 \ 0 \ 0 \ -\Delta V]^{\mathrm{T}}, \ \mathbf{H}_{A} = [-1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0].$$

Решение задачи синтеза по теореме 3 без учета неравенства (35) при условиях  $\Delta V = 20$  м/с,  $k_1 = k_2 = 1$  дает следующее значение матрицы передачи робастного децентрализованного регулятора, обеспечивающего минимальное значение (по критерию следа) эллипсоида достижимости:

$$\mathbf{K}_{bd} = \begin{bmatrix} -24,36 & 2,91 & 42,78 & 0,22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7,63 & 8,21 & 30,98 & 0,21 \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Полюса замкнутой системы (37) с децентрализованным регулятором (38) имеют значения

$$\lambda(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_{bd}) =$$
= {-0,63 ± j2,81 -2,56 -1,37 ± j1,73 -0,61 ± j1,23 -0,95}.

Степень робастности системы с регулятором (38) имеет значение  $\alpha = 0.99$ .

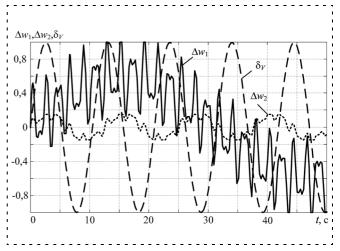


Рис. 1. Графики внешних и параметрических возмущений

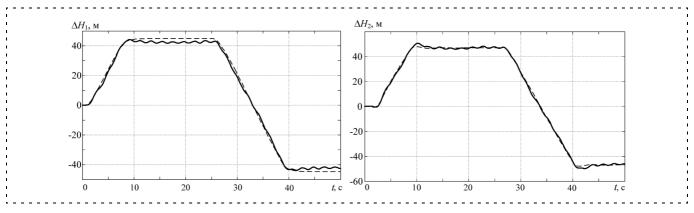


Рис. 2. Графики изменения высоты БПЛА1 и БПЛА2

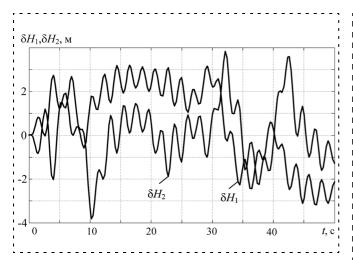


Рис. 3. Графики ошибок управления высотой для БПЛА1 и БППА2

Результаты численных исследований приведены на рис. 1-3. С помощью отклонения стабилизаторов  $\delta_{\text{СТ}1}$  и  $\delta_{\text{СТ}2}$  для обоих БПЛА задавался маневр по высоте. На рис. 1 приведены графики внешних возмущений  $w_1(t)$ ,  $w_2(t)$  и неопределенности  $\delta_V(t)$ . На рис. 2 приведены графики изменения высоты БПЛА при действии управления с учетом внешних и параметрических возмущений (пунктиром обозначена заданная траектория). На рис. 3 приведены графики ошибок управления высотой относительно заданной траектории (при отсутствии возмущений) для обоих БПЛА  $\delta H = H_{3ад} - H$ .

Заключение. В статье предложен простой и универсальный подход к решению задач робастной стабилизации и оптимального подавления внешних возмущений в составной многосвязной системе с помощью статического децентрализованного регулятора в обратной связи. Подход основан на использовании квадратичных функций Ляпунова,

через которые осуществляется описание эллипсоидов достижимости системы при действии возмущений. В свою очередь, это позволяет сформулировать задачу синтеза как выпуклую оптимизационную задачу полуопределенного программирования. Такие задачи эффективно решаются численными методами с использованием специализированных математических пакетов на базе системы MatLab. Работоспособность предложенного метода синтеза продемонстрирована на содержательном примере.

### Список литературы

- 1. **Буков В. Н., Бронников А. М., Сельвесюк Н. И.** Децентрализованное координированное управление МІМО-подсистемами, основанное на технологии вложения систем // Тр. VIII Международ. конф. "Идентификация систем и задачи управления" SICPRO'09 (январь 2009 г., Москва). М.: ИПУ РАН, 2009. С. 1267—1280. Электронное издание.
- 2. **Moore B. C.** Principal component analysis in linear system: controllability, observability and model reduction // IEEE Trans. Autom. Control. 1981. Vol. AC-26. N 1. P. 17—32.
- 3. **Буков В. Н., Сельвесюк Н. И.** Синтез стабилизирующих регуляторов заданной структуры на основе технологии вложения систем // Тр. V Международ. конф. "Идентификация систем и задачи управления" SICPRO'06 (январь 2006 г., Москва). М.: ИПУ РАН, 2006. С. 1294—1306.
- 4. **Назин С. А., Поляк Б. Т., Топунов М. В.** Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // Автоматика и телемеханика. 2007. № 3. С. 106—125.
- 5. **Баландин Д. В., Коган М. М.** Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: Физматлит, 2007.
- 6. **Siljak D. D., Stipanovic D. M.** Robust stabilization of nonlinear systems: The LMI approach // Mathematical Problems in Engineering. 2000. V. 6. P. 461—493.
- 7. **Siljak D. D.** Decentralized control of complex systems. Academic Press, Boston, MA, 1991.
- 8. **Grant M., Boyd S.** CVX: MatLab software for disciplined convex programming (web page and software). http://stanford.edu/~bovd/cvx, June 2009.
- 9. Буков В. Н., Бронников А. М.. Сельвесюк Н. И. Децентрализованное координированное управление группой беспилотных летательных аппаратов // Повышение эффективности средств обработки информации на базе математического моделирования. Матер. докл. IX Всерос. науч.-техн. конф. Ч. 2. Тамбов: ТВВАИУР, 2009. С. 62—70.

О. В. Моржин<sup>1,2</sup>, аспирант,
А. И. Тятюшкин<sup>2</sup>, д-р техн. наук, гл. науч. сотр.,

<sup>1</sup> Бурятский государственный университет,
г. Улан-Удэ,

<sup>2</sup> Институт динамики систем
и теории управления СО РАН, г. Иркутск
tjat@icc.ru

# Аппроксимация множеств достижимости и разрешимости нелинейных управляемых дифференциальных систем\*

Рассмотрены методы аппроксимации множеств достижимости и разрешимости для нелинейных управляемых дифференциальных систем. Развиваются метод сечений и модификация метода опорных гиперплоскостей. Приводятся примеры численных экспериментов.

**Ключевые слова:** управляемые системы, множества достижимости и разрешимости, аппроксимация, примеры

### Введение

Проблема оценивания и аппроксимации множеств достижимости и разрешимости [1-4] для нелинейных управляемых систем, описываемых дифференциальными уравнениями, в общем случае достаточно трудная в математическом смысле, поскольку исследуемые множества могут оказаться невыпуклыми и несвязными [5]. В классах линейных, билинейных систем известны [1, 2, 13] топологические свойства множеств достижимости, причем метод эллипсоидов [14] позволяет находить оценки множеств достижимости без численного решения серии задач оптимального программного управления (ЗОПрУ). В случае нелинейных систем необходимы методы и алгоритмы, основанные непосредственно на вычислении точек множества с помощью решения серии ЗОПрУ. В данной статье изучается возможность аппроксимации множества посредством его сечений и рассматривается модификация метода опорных гиперплоскостей.

С прикладной точки зрения вычисление аппроксимаций множеств достижимости и разрешимости имеет большое значение, так как эти множества дают информацию о предельных возможностях управляемых систем при любом целевом критерии. В статье представлены содержательные примеры.

Следует также отметить, что аппроксимация множеств достижимости и разрешимости является первым этапом при реализации предложенной в [6, 10, 11] схемы оптимизации позиционных управлений.

# Управляемая система с ограниченным множеством скоростей

Рассматривается управляемая дифференциальная система:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u, t), x(t_I) = x_I \in X_I \subset \text{comp}(E^{d(x)}), t \in T = [t_I, t_F], u = u(t) \land u(t, x) \in U(t, x) \subset \text{comp}(E^{d(u)}),$$
 (1)

где  $x = (x_1, ..., x_{d(x)})$  и  $u = (u_1, ..., u_{d(u)})$  — векторфункции состояния и управления системы соответственно; d(y) — длина вектора y;  $\operatorname{comp}(E^{d(y)})$  — множество всех компактов евклидова пространства  $E^{d(y)}$ .

На функцию f(x, u, t) накладываются следующие условия:

1) условие Липшица по переменной состояния:

$$\exists L^f(D) \in (0, \infty) : ||f(\overline{x}, u, t) - f(\hat{x}, u, t)|| \le L^f(D)||\overline{x} - \hat{x}||$$

$$\forall (\bar{x}, \hat{x}, t) \in D \ \forall u \in U, D \subset \text{comp}(E^{d(x)} \times T);$$
 (2)

2) условие подлинейного роста:

$$\exists M^{f}(D) \in (0, \infty): \|f(x, u, t)\| \le M^{f}(D)(1 + \|x\|) \forall (x, u, t) \in E^{d(x)} \times U \times T;$$
 (3)

3) непрерывности по совокупности аргументов:

$$f_i(x, u, t) \in C(E^{d(x)} \times U \times T), i = \overline{1, d(x)};$$
 (4)

4) непрерывной дифференцируемости по (x, u):

$$\frac{\partial f_i(x, u, t)}{\partial x_j}, \frac{\partial f_i(x, u, t)}{\partial u_k} \in C(E^{d(x)} \times U \times T),$$

$$i, j = \overline{1, d(x)}, k = \overline{1, d(u)}.$$
(5)

Функция u = u(t) ( $t \in T$ ) называется *программным* управлением, функция u = u(t, x) ( $t \in T, x \in E^{d(x)}$ ) — *позиционным* управлением. Доступные программные и позиционные управления рассматриваются в классах кусочно-непрерывных функций:

$$U_{program} = \{ u \in PC(T, E^{d(u)}) : u(t) \in U, t \in T \}; (6)$$

$$U_{positional} = \{ u \in PC(T \times X, E^{d(u)}) : u(t, x) \in U, t \in T, x \in X \},$$
 (7)

<sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 08-01-00945-a, 09-01-90203-Монг-a) и программы Президента РФ "Государственная поддержка ведущих научных школ" (проект HШ-1676.2008.1).

где компакт X определяется в контексте конкретной задачи управления.

Множество скоростей  $V(x, t) = \bigcup_{u} f(x, u, t)$ , где u рассматривается из класса доступных управлений, ограниченное. Для любого начального состояния  $x(t_I) \in X_I$  решение  $\partial u \phi \phi$ еренциального включения  $\dot{x} \in V(x, t)$ , геометрически представляющее собой  $mpy\delta ky \ \partial ocmu$ жимости (интегральную воронку), в каждый момент времени  $t \in (t_I, t_F]$  ограничено в пространстве состояний некоторым шаром конечного радиуса.

На отрезке  $[t_I, t_F]$  вводится равномерная сетка с шагом  $\Delta t = (t_F - t_I)/N$ :

$$t_{I} = t_{0} < t_{1} < \dots < t_{j} < t_{j+1} < \dots < t_{N-1} < t_{N} = t_{F},$$

$$T = \bigcup_{j=0}^{N-1} T_{j}, \ T_{j} = [t_{j}, \ t_{j+1}], \ j = \overline{0, N}.$$
(8)

Декартово произведение  $T \times E^{d(x)}$  назовем *пространством позиций*, его точки (t, x) — *позициями*. Пусть задана позиция  $(t_j, x_{t_j})$   $(j \in \overline{0, N-1})$ , из которой стартуют траектории системы (1) при различных доступных программных управлениях, образуя пучок траекторий. Согласно теореме существования и единственности для любой функции  $u \in U_{program}$  существует единственное решение  $x(t|u, (t_j, x_{t_j}))$   $(t \in T_j)$  в виде непрерывной кусочно-дифференцируемой функции. Условие (3), как известно, является достаточным условием ограниченности траекторий при  $t \in T_j$ .

Зададим следующие *поточечные* и *концевые* фазовые ограничения для системы (1) при  $t \in T_j$ ,  $j \in \overline{0, N-1}$ :

$$g_k(x(t), \{u(t) \land u(t, x)\}, t) \le 0 \ (k = \overline{1, d(g)}),$$
 (9)

$$h_k(x(t_{j+1})) = 0 \ (k = \overline{1, d(he)}), \ h_k(x(t_{j+1})) \le 0$$
$$(k = \overline{d(he) + 1, d(h)}), \tag{10}$$

где на функции  $g_k(x, u, t)$ ,  $h_k(x)$  налагаются условия, аналогичные (2)—(5).

Фазовые ограничения (9), (10) сужают множества доступных управлений. Поэтому может оказаться, что никакое доступное управление не является дo- *пустимым*: не позволяет за выделенное время с требуемой точностью удовлетворить этим ограничениям. При отсутствии фазовых ограничений любое доступное управление является допустимым.

# Траекторные множества, трубки и понятие об их аппроксимации

Множеством достижимости  $R(t_j, x_{t_j}, t_k)$  системы (1) из позиции  $(t_j, x_{t_j})$  называется множество, состоящее из всевозможных состояний системы в момент  $t_k$ , соответствующих любым допустимым управ-

лениям  $u \in U_{program}$   $(j, k \in \overline{0, N-1}, t_I \le t_j \le t_k \le t_F).$ 

*Трубкой достижимости* (или интегральной воронкой)  $R(t_j, x_{t_j}, (t_j, t_k])$  системы (1) из позиции  $(t_j, x_{t_j})$ 

 $(j,\,k\in\overline{0,\,N\!-1}\,)$  на полуотрезке  $(t_j,\,t_k]\,(t_I\!\leqslant\!t_j\!<\!t_k\!\leqslant\!t_F\!)$  будем называть объединение  $egin{align*} \mathsf{U} & \mathsf{R}(t_j,\,x_{t_j},\,t) \end{array}$  при

всевозможных допустимых управлениях  $u \in U_{program}$ 

Аналогично определяются множества и трубки достижимости из компакта  $X(t_j)$ , лежащего на гиперплоскости, пересекающей пространство позиций при  $t_i \in [t_I, t_F)$ .

*Целевым множеством М* назовем компакт в пространстве состояний, на который требуется привести систему (1) в момент  $t_F$  при всевозможных допустимых управлениях  $u \in U_{program}$ .

Множеством разрешимости (множеством M-управляемости)  $W(t_j, t_F, M)$  для системы (1) в момент  $t_j \in [t_I, t_F)$  при заданном целевом множестве M называется множество, состоящее из всевозможных точек пространства состояний, из которых в момент  $t = t_j$  система переводима на M при любых допустимых управлениях  $u \in U_{program}$ .

*Трубкой разрешимости* (или трубкой *М*-управляемости)  $W([t_j, t_k), t_F, M)$  системы (1) на полуотрезке  $[t_j, t_k)$  ( $t_I \le t_j < t_k \le t_F$ ) при заданном множестве M назовем объединение  $\bigcup_{t \in (t_j, t_k]} W(t, t_F, M)$  при всевоз-

можных допустимых управлениях  $u \in U_{program}$ .

При фазовых ограничениях речь идет об *условных* множествах достижимости и разрешимости, для аппроксимации которых недостаточно "отсечения" частей соответствующих множеств системы без фазовых ограничений. Будем обозначать одинаково условные и безусловные множества, прибегая при необходимости к уточнению.

Для краткости вместо  $W(t_j,\,t_F,\,M)$  будем писать  $W[t_j]\,\,(j\in\,\overline{0,\,N}).$ 

Аппроксимацией (ограниченного) множества разрешимости  $W[t_j]$  ( $t_j \in [t_I, t_F)$ ) системы (1) будем называть (конечное) множество  $\widehat{W}[t_j] = \{x_i(t_j)\}$  ( $i = \overline{1, q(t_j)}$ ) такое, что выполнены условия: а) любая точка  $x_i(t_j)$  множества  $\widehat{W}[t_j]$  ( $i \in \overline{1, q(t_j)}$ ) принадлежит множе-

ству разрешимости  $W[t_j]$ ; б) для всякой точки  $x(t_j) \in W[t_j]$  найдется такой элемент  $x_i(t_j)$  из аппроксимирующего множества  $\hat{W}[t_j]$  ( $i \in \overline{1, q(t_j)}$ ) и малое число  $\varepsilon > 0$ , что норма  $\|x(t_j) - x_i(t_j)\| \le \varepsilon$ . Здесь  $q(t_j)$  — число элементов во множестве  $\hat{W}[t_j]$ . Иными словами, должна быть справедлива логическая связка

$$(\forall x_i(t_j) \in \widehat{W}[t_j] \ (i \in \overline{1, q(t_j)}) x_i(t_j) \cap W[t_j] \neq \emptyset) \&$$
 
$$\& ((\forall x(t_j) \in W[t_j] \exists x_i(t_j) \in \widehat{W}[t_j] \ (i \in \overline{1, q(t_j)})) \&$$
 
$$\& (\exists \varepsilon \to 0 : \|x(t_j) - x_i(t_j)\| \le \varepsilon)).$$

Аппроксимацией (ограниченной) трубки разрешимости  $W([t_j, t_k), t_F, M)$  системы (1) на полуотрезке  $[t_j, t_k)$  ( $t_I \le t_j \le t_k \le t_F$ ) будем называть (конеч-

ное) множество 
$$\hat{W}([t_j,\ t_k),\ t_F,\ M)=\bigcup_{m=j}^{k-1}\hat{W}[t_m]==\{\{x_i(t_m)\},\ i=\overline{1,q(t_m)}\ ,\ m=\overline{j,k-1}\ \}$$
 с условием  $0<\Delta t\leqslant \delta$  при  $\delta\to 0$ .

Аналогично определяются аппроксимации множеств и трубки достижимости

Более того, трубка разрешимости системы (1) при целевом множестве M является трубкой достижимости для этой же системы, рассмотренной в "обратном времени", где множество M играет роль множества начальных состояний. Для этого в системе (1) заменяется аргумент  $t \to -t$  с соответствующим заданием границ изменения нового аргумента. Тем самым открывается возможность аппроксимации множеств и трубки разрешимости как множеств и трубки достижимости.

Необходимое условие перевода системы (1) на множестве M по траекториям, "стартующим" из компакта  $X(t_i)$  ( $j \in \overline{0, N-1}$ ), следующее:

$$M \cap R(t_i, X(t_i), t_F) \neq \emptyset, X(t_i) \cap W(t_i, t_F, M) \neq \emptyset.$$

Если множество  $X(t_I)$  не задано, следует рассматривать множество  $W[t_0]$ .

# Специфика множеств достижимости нелинейных систем

Для приближенного построения (выпуклых) множеств достижимости линейных систем успешно применяются методы опорных гиперплоскостей и эллипсоидов [14]. Множества достижимости нелинейных систем могут быть невыпуклыми, несвязными. Не известны какие-либо теоремы, позволяющие априори судить о топологических свойствах множеств достижимости общих нелинейных систем.

Настоящий раздел посвящен модификации метода опорных гиперплоскостей и метода сечений, которые позволяют приближенно построить искомое множество путем решения серий ЗОПрУ для вычисления достижимых узловых точек. Поэтому эти методы не могут дать недостижимые ("лишние") точки. В то же время необходимо вычислить такой набор точек, который удовлетворяет определению аппроксимации множества.

Строго говоря, точки, вычисляемые этими методами, в общем случае лишь приближенно принадлежат замыканию множества достижимости, но при дальнейшем изложении схем аппроксимации множеств достижимости на этом не будем акцентировать внимание.

# Модификация метода опорных гиперплоскостей

При исследовании множества достижимости  $R(t_j, x_I, \tau)$  ( $\tau \in (t_I, t_F]$ ) с помощью метода опорных гиперплоскостей вычисляется серия точек  $\{x_k(\tau)\}$  ( $k = \overline{1, K}$ ), характеризующих контур данного множества, на основе известного в выпуклом анализе понятия опорной гиперплоскости [14] в результате решения серии из K ЗОПрУ относительно изучаемой системы на отрезке  $[t_I, \tau]$  с начальным условием  $x(t_I) = x_I$  и целевым критерием

$$I(u) = \langle C_k, x(\tau) \rangle \to \min, \|C_k\|^2 = \sum_{j=1}^{d(x)} c_k^j = 1, \quad (11)$$

где каждой ЗОПрУ соответствует единственный вектор  $C_k$  ( $k \in \overline{1, K}$ ). Для двумерной системы (d(x) = 2) вектор  $C_k = (\cos \omega_k, \sin \omega_k)$ , где  $\omega_k \in [0, 2\pi)$ . Метод предполагает многократное решение однотипных ЗОПрУ.

Пример 1 (выпуклое множество достижимости для линеаризованной системы и невыпуклое — для исходной). Изучается система, описывающая колебания маятника, управляемые функцией u(t), в среде с неизвестной вязкостью v(t) [7, с. 211]:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \ \dot{x}_2(t) =$$

$$= -0.15x_2(t)\rho(t) - 10.15\sin x_1(t) + u(t), \qquad (12)$$

$$-10 \le u(t) \le 10, \ 0 \le \rho(t) \le 1, \ t \in [0, t_F].$$

Систему требуется стабилизировать к моменту  $t_F$ , поэтому целевое множество M=(0,0). Положим  $\rho(t)\equiv 0,5,\ t_F=2.$ 

Для системы (12) с условиями исследуем множество разрешимости W(0,2,M), для чего рассмотрим систему (12) в "обратном времени" (сохранив обозначение траектории прежним, так как в про-

странстве состояний траектории исходной (12) и вводимой систем совпадают):

$$\dot{x}_1(t) = -x_2(t);$$

$$\dot{x}_2(t) = 0.075x_2(t) + 10.15\sin x_1(t) - u(t); \qquad (13)$$

$$x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, -10 \le u(t) \le 10, t \in [0, 2].(14)$$

Линеаризуем систему (13) по  $x_1$  в точке  $x_1 = \delta_1$ :

$$\dot{x}_{1}^{L}(t) = -\dot{x}_{2}^{L}(t), \ \dot{x}_{2}^{L}(t) = 0.075x_{2}^{L}(t) + 10.15[\sin\delta_{1} + (x_{1}^{L}(t) - \delta_{1})\cos\delta_{1}] - u^{L}(t).$$
 (15)

Точки  $\{(x_{1k}^L(2), x_{2k}^L(2)\} (k=\overline{1,K}),$  вычисляемые методом опорных гиперплоскостей, размещаются достаточно близко друг к другу, аппроксимируя границу (выпуклого) множества достижимости системы (15) при условиях (14). Точки, описывающие контуры множеств достижимости при  $\delta_1=0$  и  $\delta_1=1$ , показаны на рис. 1.

Применение метода опорных гиперплоскостей для нелинейной системы (13) с условиями (14) дает интересный результат: точки, приближенно описывающие границу множества разрешимости W(0,2,M) исходной системы, размещаются фрагментарно, причем участки контура, где точек нет, подозрительны на наличие вогнутости множества (рис. 2). В каждой из 30ПрУ в серии задается набор начальных приближений для управления, что позволяет выбрать наилучший результат. Увеличение числа K значений вектора C не приводит к улучшению.  $\Box$ 

Таким образом, в случае нелинейных систем метод опорных гиперплоскостей применим непосредственно для экспериментальной "проверки на выпуклость" и для поточечного построения границы множества достижимости в случае его выпуклости.

Как известно [2, 13], множества достижимости некоторых классов нелинейных систем могут быть выпуклыми.

Пример 2 (выпуклое множество достижимости билинейной системы). Рассматривается система, моделирующая кредитование [13]:

$$\dot{x}(t) = \beta(1 - u(t))x_1(t); \ \dot{x}_2(t) = \alpha x_2(t) - \beta x_1(t)u(t); (16)$$

$$x_1(0) = \zeta + \gamma$$
,  $x_2(0) = \gamma$ ,  $0 \le u(t) \le 1$ ,  $t \in T = [0, t_F].(17)$ 

Здесь  $x_1$  — производственные фонды предприятия;  $x_2$  — долг предприятия банку; u — доля прибыли, направляемая на выплату долга;  $t_F$  — срок погашения кредита;  $\gamma > 0$  — величина кредита;  $\alpha > 0$  — годовая ставка за кредит;  $\beta > 0$  — рента-

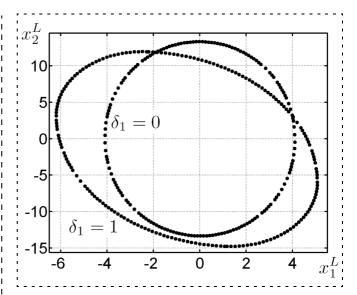


Рис. 1

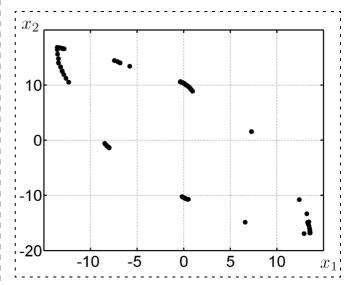


Рис. 2

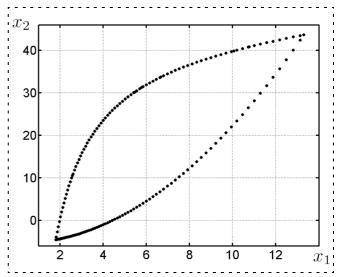


Рис. 3

бельность предприятия с начальным фондом  $\zeta > 0$ . В работе [13] показано, что множества достижимости системы (16) с условиями (17) строго выпуклые, а также выведены формулы для задания границ этих множеств параметризованными кривыми.

Воспользуемся методом опорных гиперплоскостей для поточечного построения границы множества R(0, (1,8,0,8), 10) при  $\sigma = 0,4, \beta = 0,2, \zeta = 1, \gamma = 0,8, t_F = 10$ . Результаты расчетов представлены на рис. 3, на котором видно, что при заданном числе K полученные граничные точки находятся достаточно близко друг от друга.  $\square$ 

Пример 3 (*о выпуклости множества достижимости нелинейной системы*). Рассматривается (квадратичная по состоянию) система

$$\dot{x}_1\left(t\right) = -x_1(t)x_2(t) - g\kappa u(t); \ \dot{x}_2\left(t\right) = -x_1(t)x_2(t)u(t);$$

$$-1 \leq \underline{u} \leq u(t) \leq \overline{u} \leq 1, \ t \in [0, \ t_F], \tag{18}$$

где  $x_1(t) = \kappa V(t), x_2(t) = R \rho(t), \rho(t) = \rho_0 \exp(-\kappa H(t)).$  Здесь V(t) — текущая скорость движения летательного аппарата (ракеты) [12, 9] на пассивном (с выключенным двигателем) участке полета;  $\rho(t)$  — плотность атмосферы на текущей высоте H(t) полета; R — коэффициент аэродинамического сопротивления; управление u(t) — синус угла наклона в вертикальной плоскости для траектории полета. Значения  $\kappa = 1,079 \cdot 10^{-4}$  [1/м],  $\rho_0 = 1,226$  [кг/м³]. Положим  $\underline{u} = -1, \ \overline{u} = 1.$ 

Преследование в вертикальной плоскости осуществляется по принципу параллельного сближения, который заключается в приравнивании углов наклона траекторий цели ( $\theta_g$ , "goal") и преследователя ( $\theta_p$ , "pursuer").

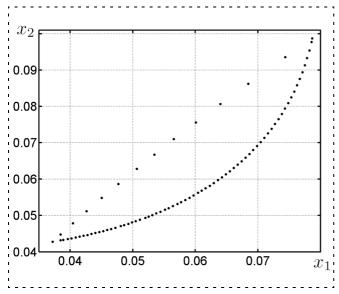


Рис. 4

Целевое множество  $M=((x_1,\ x_2):\ x_1(t_F)=a,\ x_2(t_F)\in[\underline{p}\,,\overline{p}\,]).$  Здесь a- известное значение (в безразмерных координатах) постоянной скорости преследуемой цели;  $[\underline{p}\,,\overline{p}\,]\subseteq[\underline{x}_2\,,\overline{x}_2\,]-$  отрезок, характеризующий (в безразмерной системе координат) участок высот, на которых возможна встреча преследователя с целью, где  $[\underline{x}_2\,,\overline{x}_2\,],\,\overline{x}_2<0,125-$  естественные ограничения. Момент  $t_F$  определяется при достижении функцией V(t) значения  $V_g$  постоянной скорости цели, причем значение  $x_2(t_F)$  заранее не известно.

Для простоты зафиксируем M = (0,03, 0,06),  $t_F = 10$  и построим множество разрешимости W(0, 15, (0,03, 0,06)). Необходимо решить серию ЗОПрУ с целевым критерием вида (11) относительно системы (18), рассмотренной в "обратном времени":

$$\dot{x}_1 = x_1(t)x_2(t) + g\kappa u(t); \ \dot{x}_2(t) = x_1(t)x_2(t)u(t); x_1(0) = 0,02, x_2(0) = 0,09, -1 \le u(t) \le 1, t \in [0, t_F].$$
 (19)

В первой ЗОПрУ из серии задается некоторое начальное приближение для управления, а в последующих задачах в роли начального приближения выступает оптимальное управление в предыдущей задаче. Такой подход существенно снижает трудоемкость.

Анализируя рис. 4 и 5, на которых представлены результаты поточечного построения границы множества достижимости системы (19) при различных значениях K, заключаем, что для эффективного исследования границы множества необходимо задание достаточно большого числа значений вектора C.

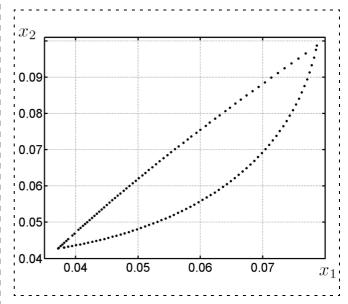


Рис. 5

По крайней мере, можно утверждать, что контур множества W(0, 15, (0.03, 0.06)) ограничивает некоторое выпуклое множество, содержащее множество достижимости, причем это не гарантирует связность последнего множества.

Далее, рассмотрим проблему перевода системы (18) на целевое множество  $M=(0,018,\ 0,06)$  в момент  $t_F=10$  при ограничении  $x_2(t)\leqslant 0,073,\ t\in [0,\ 10].$  На рис. 6 представлены *оценки* десяти сечений трубки достижимости системы (19) в виде многоугольника, в вершинах которого находятся вычисленные точки. Как видно по рис. 6, границы оценок множеств достижимости содержат участки, где значения  $x_2=\overline{x}_2=0,073,$  т. е. границы проходят по прямой, заданной фазовым ограничением.  $\square$ 

Между точками A и B границы множества достижимости, изображенными на схематическом рис. 7, должны быть точки, вычисленные методом опорных гиперплоскостей, так как множество достижимости выпуклое.

Модификация метода опорных гиперплоскостей состоит в дополнительном исследовании ситуации, когда при последовательном изменении вектора C получаются точки границы, отстоящие другот друга достаточно далеко. Данное обстоятельство означает одну из двух ситуаций: а) участок границы с нулевой кривизной — как для точек C и D, показанных на рис. 7; б) участок границы, на котором множество вогнуто. Последний вариант изучим подробно.

Пусть при большом числе K значений вектора C метод вычисляет точки  $\bar{x}$  и  $\hat{x}$  границы множества достижимости системы (1) такие, что по сравнению с относительным изменением вектора C произошел "скачок" расстояния между вычисляемыми точками. Как изображено схематически на рис. 7,

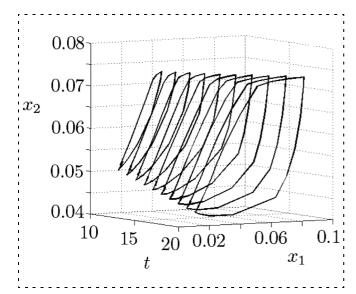


Рис. 6

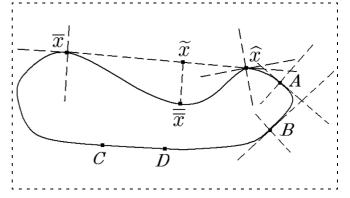


Рис. 7

имеем участок вогнутости множества достижимости. Точки этого участка границы не могут быть найдены методом опорных гиперплоскостей.

Рассмотрим на отрезке, соединяющем точки  $\bar{x}$  и  $\hat{x}$ , точку  $\tilde{x} = \bar{x} + \alpha(\hat{x} - \bar{x})$ , где  $\alpha \in [0, 1]$ , и проведем через нее перпендикулярно прямую. Очевидно, точка пересечения  $\bar{x}$  этой прямой с границей множества является одной из искомых точек его границы. Для вычисления точки  $\bar{x}$  следует решить ЗОПрУ относительно системы (1) с целевым критерием

$$I(u) = ||x(t_F) - \widetilde{x}||^2 \to \min$$
 (20)

и терминальным ограничением

$$(\hat{x} - \bar{x})^{\mathrm{T}} (\tilde{x} - x(t_F)) =$$

$$= \sum_{i=1}^{2} (\hat{x}_i - \bar{x}_i)(x_i(t_F) - \tilde{x}_i) = 0.$$
 (21)

Оптимальное значение  $x(t_F)$  в этой задаче обозначим  $x^*$ . Величина  $\|x^* - \widetilde{x}\|$  является "мерой невыпуклости" множества достижимости на рассматриваемом направлении. Итак, для поточечного построения участка границы, соответствующего вогнутости множества, необходимо решить серию  $3O\Pi p Y(1), (20), (21),$  в каждой из которых используется свое значение параметра  $\alpha \in (0, 1)$ .

Отметим, что модификация метода опорных гиперплоскостей, как и исходный метод, не позволяют исследовать вопрос о возможной несвязности множества достижимости.

# Метод сечений

Сечением S множества достижимости R называется пересечение  $S = R \cap \Gamma$ , где  $\Gamma$  — секущая гиперплоскость (в двумерном случае это прямая), пе-

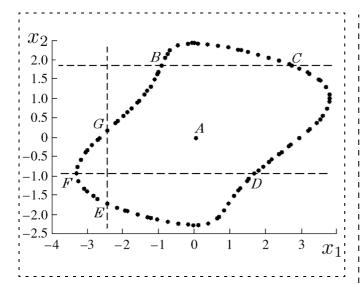


Рис. 8

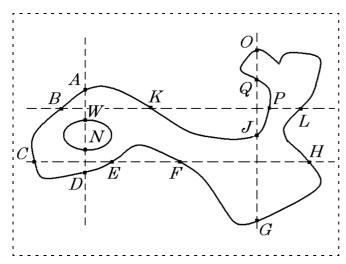


Рис. 9

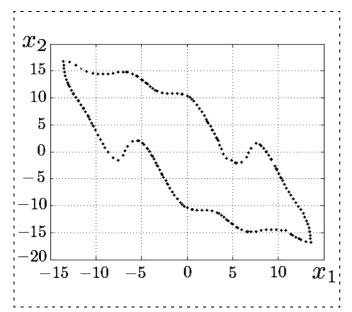


Рис. 10

ресекающая множество R перпендикулярно одной из координатных осей.

Опираясь на понятие сечения, легко построить алгоритм для аппроксимации множеств достижимости [5, 6], идея которого состоит в следующем:

- 1) находятся координаты параллелепипеда, всех граней которого изнутри касается множество достижимости, для чего решаются ЗОПрУ на глобальные экстремумы;
- 2) в границах параллелепипеда вводится сетка с разбиением по каждой координате;
- 3) находятся по возможности все локальные минимумы и максимумы (расчетные) значений каждой фазовой координаты при фиксированных значениях для всех остальных координат в узловых значениях на сетках;
- 4) проверяется достижимость узлов решетки, введенной в параллелепипеде, внутренних относительно полученной границы.

Изложенная схема может быть алгоритмически реализована по-разному, с учетом даже специфики конкретной системы [5, 6]. Для эффективной реализации схемы метода сечений необходимо учитывать возможности несвязности, вырождения в многообразие меньшей размерности для множеств достижимости. Для аппроксимации, скажем, трехмерного множества достижимости его двумерные сечения не обязательно аппроксимировать также методом сечений: для упрощения расчетов можно применить модификацию метода опорных гиперплоскостей.

Пример 4 (аппроксимация контура невыпуклого множества достижимости). Система, моделирующая осциллятор Ван-дер-Поля:

$$\begin{split} \dot{x}_1(t) &= [1 - (x_2(t))^2] x_1(t) - x_2(t) + u(t), \, x_1(0) = 0, \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t), \, x_2(0) = 1, \, u(t) \in U = [-1, \, 1], \\ t &\in T = [0, \, 5]. \end{split}$$

На рис. 8 изображен точечно контур невыпуклого множества достижимости R(0, (0, 0), 5) и добавлены схематически секущие прямые. Любая секущая прямая пересекает границу множества достижимости только два раза: на рис. 8 это прямые BC, FD, EG. Конечные состояния процессов, оптимальных в  $3O\Pi p Y$  в смысле того или иного целевого критерия, принадлежат по определению множеству достижимости. Так, точка A на рис. 8 обозначает состояние x(5) процесса, оптимального в смысле критерия

$$I(u) = -\frac{1}{2} \int_{0}^{5} [x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + u^{2}] dt \rightarrow \text{min.} \ \Box$$

Вообще говоря, секущая прямая может пересекать границу двумерного множества более чем в двух точках, как это показано на рис. 9: секущая прямая DNWA пересекает границу множества в четырех точках, две из которых обусловлены несвязностью множества; секущая прямая GJQO пересекает границу также в четырех точках, но это вызвано участком вогнутости множества, а не отсутствием связности. В многомерном случае аналогично.

Таким образом, метод сечений — при наличии эффективного аппарата для решения ЗОПрУ с терминальными ограничениями — будет успешно строить аппроксимацию множества достижимости.

Пример 5 (аппроксимация контура невыпуклого множества достижимости). Продолжим исследование множества разрешимости системы из примера 1. В отличие от изображенного на рис. 2 фрагментарного приближения границы на рис. 10 показана успешная аппроксимация границы множества достижимости, полученная методом сечений. Как видим, секущая прямая  $x_2 = 0$  проходит через границу множества в шести точках, являющихся локальными экстремумами функционала  $I(u) = x_1(2) \rightarrow \text{еxtr}$  при терминальном ограничении  $x_2(2) = 0$ .  $\square$ 

# Вопросы решения задач оптимального программного управления

На практике некоторый метод улучшения управлений  $u \in U_{program}$  может оказаться достаточно эффективным при решении одних задач и малоэффективным при решении других задач, что подтверждает тезис об отсутствии универсального метода. Кроме того, применение одного условия оптимальности (например, принципа максимума), как правило, бывает недостаточным. Поэтому для эффективного решения 30ПрУ на практике применяют различные условия оптимальности и многометодные технологии.

# Заключение

В статье исследована возможность аппроксимации множеств достижимости нелинейных управляемых систем методом сечений и модифицированным методом опорных гиперплоскостей, которые основаны на решении серии ЗОПрУ. При наличии алгоритмического обеспечения для решения общих нелинейных ЗОПрУ с фазовыми ограничениями и управляющими параметрами открывается возможность успешной реализации алгоритмов расчета оптимального позиционного управления [5, 10, 11]. Несмотря на сложность решения прикладных задач оптимального управления, современные пакеты программ и многометодные технологии позволяют достаточно эффективно находить их решения.

Заметим, что исследование множеств достижимости можно проводить с помощью дифференциального уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана [3, 4, 7], но известно, что при нелинейной системе и ограничениях на управление и фазовые координаты применение этого метода затруднено.

Предлагаемый в работах [5, 6, 10, 11] аппарат, основанный на редукции задач аппроксимации множеств достижимости и оптимизации позиционных управлений к сериям ЗОПрУ, вполне может применяться в нелинейных системах и при наличии ограничений на управление и фазовые координаты, если порядок системы небольшой (не выше третьего). При увеличении порядка, во-первых, возрастает трудоемкость и, во-вторых, ввиду усложнения структуры множества достижимости затрудняется его исследование. Для исследования фазового состояния систем высокого порядка требуется, очевидно, привлечение параллельных вычислений для реализации алгоритмов описанных в статье методов.

### Список литературы

- 1. **Арутюнов А. В., Павлова Н. Г.** О топологических свойствах множества достижимости линейных систем // Дифференциальные уравнения. 2004. Т. 40. № 11. С. 1564—1566.
- 2. **Ащенков Л. Т., Лифантова С. В.** Выпуклость множества достижимости билинейной управляемой системы // Изв. РАН. Техническая кибернетика // 1994. № 3. С. 24—27.
- 3. **Гурман В. И., Константинов Г. Н.** Описание и оценка множеств достижимости управляемых систем // Дифференциальные уравнения. 1987. Т. 23. № 3.
- 4. **Куржанский А. Б.** Дифференциальные уравнения в задачах синтеза управлений // Дифференциальные уравнения. 2005. Т. 41. № 1. С. 12—22.
- 5. **Моржин О. В., Тятюшкин А. И.** Алгоритм метода сечений и программные средства для построения множеств достижимости // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 1. С. 5—11.
- 6. **Моржин О. В., Тятюшкин А. И.** Вычислительная технология оптимизации позиционных управлений в дифференциальных системах // Программные продукты и системы. 2009. № 2.
- 7. **Субботин А. И.** Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации. М., Ижевск: Изд-во АНО "Институт компьютерных исследований", 2003. 336 с.
- 8. **Тятюшкин А. И.** Численные методы и программные средства оптимизации управляемых систем. Новосибирск: Наука, 1992.
- 9. Тятюшкин А. И. Многометодная технология оптимизации управляемых систем. Новосибирск: Наука, 2006. 343 с.
- 10. **Тятюшкин А. И., Моржин О. В.** Алгоритм численного синтеза оптимального управления // Автоматика и телемеханика. 2008. № 4. С. 109—118.
- 11. **Тятюшкин А. И., Моржин О. В.** Конструктивные методы оптимизации управлений в нелинейных системах // Автоматика и телемеханика. 2009. № 5.
- 12. **Тятюшкин А. И., Федунов Б. Е.** Возможности защиты от атакующей ракеты задней полусферы самолета вертикальным маневром // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. № 1. С. 125—132.
- 13. **Хайлов Е. Н.** О выпуклости множества достижимости однородной билинейной системы // Вестник Моск. ун-та. Вычисл. матем. и киберн. 2004. № 3. С. 27—31.
- 14. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988. 320 с.

# РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ \_

УДК 004.896

В. М. Герасун, д-р техн. наук, проф., И. А. Несмиянов, канд. техн. наук, доц., Волгоградская государственная сельскохозяйственная академия, vgsxa@avtlg.ru, ivan nesmiyanov@mail.ru,

# Системы управления манипуляторами на основе пространственных исполнительных механизмов

Рассматриваются манипуляторы, имеющие в кинематической цепи пространственные исполнительные механизмы в виде трехгранной пирамиды. Предлагаются варианты управления этими системами и рассмотрен алгоритм формирования программы управления приводами рабочего оборудования.

**Ключевые слова:** манипулятор, пространственный механизм, система

### Введение

Одним из наиболее трудоемких видов работ в промышленности, в том числе в сельскохозяйственном производстве, остаются погрузочно-разгрузочные, выполняемые с штучными и затаренными грузами, доля которых может составлять до 35...46 % от общей номенклатуры в зависимости от специализации технологических процессов. Механизацию этих операций целесообразно выполнять с использованием погрузочно-транспортных агрегатов, организованных по схеме: "энергетический модуль + управляемый манипулятор + транспортный модуль".

В основе проектирования указанных агрегатов лежат противоречивые требования, иногда трудновыполнимые, например, максимально возможная грузоподъемность манипулятора при ограничительных значениях собственной металлоемкости.

Поэтому целесообразен поиск и исследование таких технических решений, которые в достаточной степени удовлетворяли бы указанным требованиям.

В настоящее время известны пространственные механизмы платформенного типа, обладающие повышенной жесткостью, способные обеспечить достаточно высокие динамические характеристики при относительно небольшой металлоемкости. Специфика технологических процессов, в которых предполагается использование манипуляторов, формирует требования, предъявляемые к их конструкциям,

такие как: большая зона обслуживания, способы агрегатирования с энергетическим модулем, варианты крепления грузозахватного устройства.

Проведенный анализ однокоординатных механизмов [1] позволил исходя из возможности решения поставленных задач принять пространственную структуру, когда число стержней переменной длины не превышает трех. В этом случае образуются пространственные фермы в виде трехгранной пирамиды, а грузозахватное устройство размещается либо на вершине пирамиды, либо на оголовке жесткого стержня. На базе этих пространственных механизмов в Волгоградской государственной сельскохозяйственной академии разработан ряд манипуляторов (рис. 1, см. вторую сторону обложки), которые агрегатируются с энергетическими модулями различной мощности.

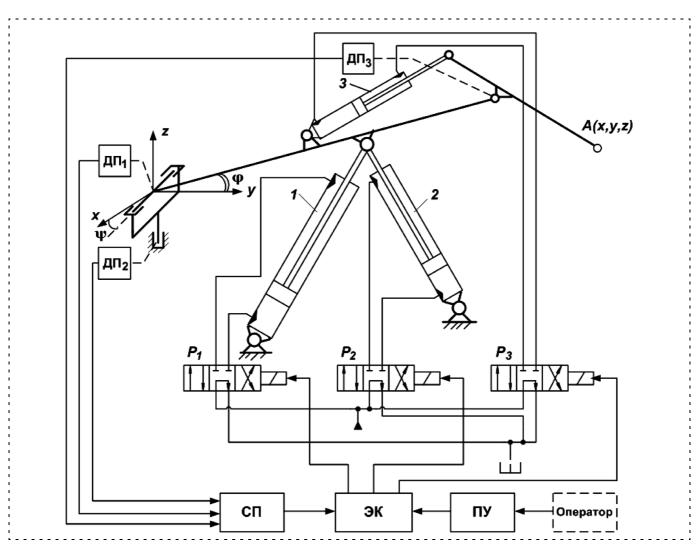
В данной статье рассматриваются варианты систем управления представленных манипуляторов.

# Система прямого управления манипулятором

Проведенные натурные эксперименты и производственная работа показали, что эффективным средством для существенного повышения производительности манипулятора является оснащение его специальными системами управления, которые позволяют совместить рабочие операции, облегчить сам процесс управления и как результат — уменьшить утомляемость оператора.

На рис. 2 представлена схема рабочего оборудования манипулятора, где перемещение грузонесущей стрелы по координатам  $\varphi$  и  $\psi$  обеспечивают звенья переменной длины I и 2, которые расположены под углом друг к другу и образуют пространственную структуру в виде трехгранной пирамиды. Управление перемещением т. A создает определенные трудности, так как у оператора в этом случае отсутствует характерное для управления плоскими механизмами представление о взаимном соответствии координат груза (места захвата и выгрузки) и координат, определяющих положение т. A, а также о направлении ее движения при включении приводов.

Система прямого управления манипулятором в нашем случае состоит из пульта управления (ПУ), блока электронных ключей (ЭК), системы позиционирования (СП), выполненной на основе элементов с ТТЛ-логикой, электрораспределителей  $P_1$ ,  $P_2$ , ...,  $P_N$  и соответствующих исполнительных ци-



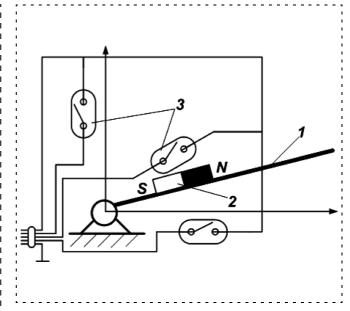
**Рис. 2. Система прямого управления манипулятором:**  $\Pi Y$  — пульт управления; 9K — блок электронных ключей;  $C\Pi$  — система позиционирования;  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  — электрогидрораспределители;  $P_3$  — исполнительные цилиндры;  $P_3$  — датчики положений

линдров 1, 2, 3, ..., N, а также датчиков положений  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ , ...,  $\Pi_N$ .

Датчик положений (рис. 3) включает магнит 2, кинематически связанный с звеном 1 и герконом 3, установленными на стойке манипулятора. Датчик положений выдает дискретные сигналы "0" или "1".

Для перемещения грузозахватного устройства манипулятора сигнал от пульта управления поступает на электронные ключи (ЭК), управляющие электромагнитами распределителей  $P_1, P_2, ..., P_N$ . Управление возможно как всеми цилиндрами одновременно, так и дискретно, каждым цилиндром в отдельности.

При достижении манипулятором крайнего положения либо положения, заранее заданного оператором, сигнал от датчика  $Д\Pi_i$  с логическим состоянием "1" поступает в СП, которая переводит соответствующий ЭК, управляющий распределителем  $P_i$ , в логическое состояние "0", и движение манипулятора в данном направлении прекращается.



**Рис. 3.** Датчик положений: 1 - звено; 2 - магнит; 3 - геркон

Для ограничения зоны работы манипулятора при выполнении конкретных технологических процессов датчики положений настраиваются таким образом, чтобы контакты геркона замыкались в конечном положении звена. Ограничение зоны действия т.  $A_0$  манипулятора необходимо при работе в складских помещениях, ангарах во избежание повреждений окружающих предметов при ошибке оператора.

Датчики положений звеньев и СП могут быть настроены для автоматического возврата грузозахватного устройства манипулятора в заданное положение по окончании технологической операции.

# Система управления манипулятором с обратными связями

Наиболее совершенным и широко известным принципом управления манипуляторами с участием человека-оператора является копирование [2], при котором управление манипулятором выполняется с помощью рукоятки управления, геометрически подобной рабочему оборудованию манипулятора. Перемещение конца рукоятки под воздействием оператора с определенной степенью точности воспроизводится (копируется) в масштабе грузозахватным устройством.

В состав системы управления входят: рукоятка управления, геометрически подобная рабочему оборудованию (вместе с приводным механизмом звеньев) (рис. 4); электропривод звеньев рукоятки с системой обратных связей по перемещению со штоками гидроцилиндров рабочего оборудования; устройства, вырабатывающие сигналы управления приводами

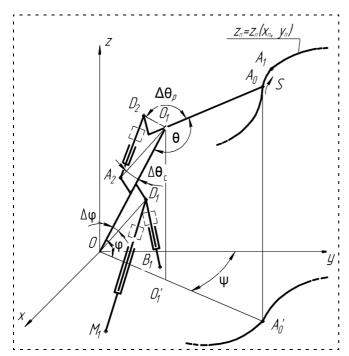


Рис. 4. Рукоятка управления манипулятором

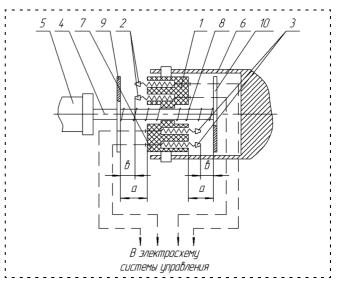


Рис. 5. Схема блока переключателей

в зависимости от направления усилия, приложенного рукой оператора к концу рукоятки управления; система электромагнитного управления золотниками гидрораспределителей.

В качестве устройств, вырабатывающих сигналы управления, используют блоки переключателей, установленные на подвижных частях (штоках) приводных механизмов звеньев рукоятки управления. На рис. 4 они показаны штриховой линией в виде прямоугольников. Схематическое устройство блока переключателей приведено на рис. 5. Блок переключателей состоит из ползуна 1 со смонтированными на нем подпружиненными контактами 2 и 3 и скользящего по скалке 4, закрепленной на подвижной части приводного механизма, звена рукоятки управления 5. Ползун шарнирно соединен со звеном рукоятки управления 6 и удерживается в определенном положении относительно скалки с помощью пружин 7 и 8, т. е. ход ползуна по скалке в обе стороны подпружинен и ограничен упорами 9 и 10, выполняющими также (по схеме) роль токопроводящих пластин, замыкающих контакты 2 и 3. Контакты связаны с электрической схемой системы управления электропроводными линиями, показанными на рис. 5 штриховыми линиями. Размеры а и в являются конструктивными параметрами блока переключателей, обусловливающими точность воспроизведения траектории грузозахватного устройства манипулятора. Назовем размер b зоной нечувствительности, а размер a — полной зоной блока переключателей.

Система управления работает следующим образом. Пусть в начальном положении конец управления и грузозахватное устройство манипулятора находится в точке  $A_0$ , совпадающей с одной из точек воспроизводимой кривой. Ползуны блока переключателей при этом находятся в нейтральных (нулевых) положениях. Под воздействием руки оператора конец рукоятки управления переместится вдоль воспроизводимой кривой в положение  $A_1$ , соответствующее выбору одним из ползунов блока переключателей размера а и упору в ограничитель хода, и зафиксируется усилием руки оператора в этом положении. Ползуны остальных блоков переключателей при этом могут находиться в одной из трех возможных зон — в зоне нечувствительности или в одной из зон, соответствующих выбору ползунами размера b и замыканию одной из двух контактных групп блока переключателей. В соответствии с тем или иным состоянием контактов блока переключателей произойдет включение приводных двигателей звеньев рабочего оборудования и рукоятки управления. Грузозахватное устройство манипулятора начнет описывать траекторию, соответствующую порядку работы и направлению движения штоков гидроцилиндров.

Работа приводных двигателей звеньев рукоятки управления вызовет перемещение ползунов, не стоящих на своих упорах, относительно скалки и изменение состояния связанных с ними контактных групп. В результате этого выработаются сигналы управления, включающие приводные двигатели рабочего оборудования так, чтобы компенсировать рассогласование между положениями грузозахватного устройства и воспроизводимой кривой, возникшее за этот период времени. Траектория грузозахватного устройства манипулятора, таким образом, будет представлять собой ломаную линию, составленную из участков, одни из которых соответствуют работе одного из гидроцилиндров привода звеньев рабочего оборудования, другие — работе двух или трех гидроцилиндров в различной комбинации. Степень приближения ломаной к воспроизводимой кривой, т. е. точность воспроизведения траектории грузозахватного устройства манипулятора, зависит от значений конструктивных параметров блока переключателей a и b.

Рассмотрим алгоритм для формирования программы управления приводом рабочего оборудования манипулятора при использовании предлагаемой системы управления. Примем допущение об идеальном отслеживании взаимного положения подвижных частей приводных механизмов звеньев рукоятки управления и штоков соответствующих им гидроцилиндров. Это значит, что скорости подвижных частей приводных механизмов звеньев рукоятки и штоков гидроцилиндров (прямые и обратные) связаны соотношениями:

- для стрелы  $V_{n_{\rm c}} = V_{n_{\rm cll}} \lambda^{-1}; \ V_{\rm o_c} = V_{\rm o_{cll}} \lambda^{-1};$
- для рукоятки  $V_{n_{\rm p}}=V_{n_{\rm pu}}\lambda^{-1};\ V_{{
  m o}_{\rm p}}=V_{{
  m o}_{\rm pu}}\lambda^{-1};$  где  $\lambda$  масштабный коэффициент.

Пусть манипулятор характеризуется следующими геометрическими размерами (рис. 4):

$$\begin{split} OO_1 &= \lambda l_1; \ O_1 A_0 = \lambda l_2; \ OD_1 = \lambda r_{D_1}; \ O_1 A_2 = \lambda r_{A_2}; \\ O_1 D_2 &= \lambda r_{D_2}; \ \Delta \varphi; \ \Delta \theta_p; \ \Delta \theta_c; \\ & X_{M_1} = \lambda C; \ X_{B_1} = -\lambda C; \\ & Z_{M_1} = Z_{B_1} = -\lambda a; \ Y_{M_1} = Y_{B_1} = \lambda b. \end{split}$$

Конструктивные параметры блока переключателей равны:

- для приводных механизмов звена рукоятки управления, соответствующих стреле,  $-a_c$ ,  $b_c$ ;
- для приводного механизма звена рукоятки управления, соответствующего рукоятке,  $-a_{\rm p},\ b_{\rm p}.$

Предположим, что воспроизводимая кривая задана в виде функции  $z_n = z_n(x_n, y_n)$  (в табличном виде), а начальное положение грузозахватного устройства (рукоятки управления) —  $\lambda x_0$ ,  $\lambda y_0$ ,  $\lambda z_0$  ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ) — совпадает с одной из точек воспроизводимой кривой и соответствует углам звеньев —  $\phi_0$ ,  $\psi_0$ ,  $\theta_0$  (порядок нахождения  $\phi_0$ ,  $\psi_0$ ,  $\theta_0$  здесь опускаем ввиду его простоты). Обозначим начальные длины приводных механизмов звеньев рукоятки управления, соответствующих стреле,  $L_{10}$ ,  $L_{20}$ , рукоятке —  $L_{30}$ , ходы подвижных частей этих механизмов — соответственно  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ .

Алгоритм для формирования программы управления приводом рабочего оборудования манипулятора представим в виде блок-схемы, изображенной на рис. 6.

Вычисления, предусмотренные в блоках А и Б, проводим по следующим зависимостям:

$$\begin{split} L_{10,20} &= \{ [r_{D_1} \sin(\varphi_0 + \Delta \varphi) + a]^2 + \\ &+ [r_{D_1} \cos(\varphi_0 + \Delta \varphi) \cos \psi_0 - b]^2 + \\ &+ [C \pm r_{D_1} \cos(\varphi_0 + \Delta \varphi) \sin \psi_0]^2 \}^{1/2}; \\ L_{30} &= [r_{A_2}^2 + r_{D_2}^2 - 2r_{A_2} r_{D_2} \cos(\theta + \Delta \theta_c + \Delta \theta_p)]^{1/2}; \\ \varphi &= \arcsin(\varepsilon u^{-1}) - \Delta \varphi; \ \psi = \arcsin(A_B Z Y^{-1/2}); \\ \theta &= \arccos[(L_{30} + S_3)^2 - \\ &- (r_{A_2}^2 + r_{D_2}^2)](2r_{A_1} r_{D_2})^{-1} - (\Delta \theta_c + \Delta \theta_p). \end{split}$$

В выражениях для ф и у обозначено:

$$\varepsilon = acW + b\chi^{1/2}; \ u = 4A_BCr_{D_1}; \ A_B = a^2 + b^2;$$
 
$$Z = (L_{10} + S_1)^2 - (L_{20} + S_2)^2; \ Y = u^2 - \varepsilon^2.$$

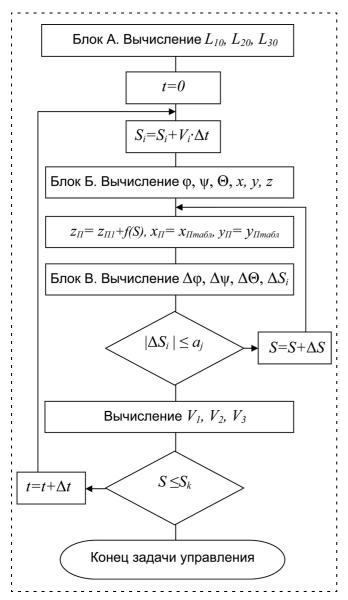


Рис. 6. Блок-схема для формирования программы управления приводом рабочего оборудования манипулятора

Входящие в выражение для  $\epsilon$  значения W и  $\chi$  равны:

$$W = (L_{10} + S_1)^2 + (L_{20} + S_2)^2 - 2A;$$

$$A = a_2 + b_2 + c_2 + r_{D_1}^2;$$

$$\chi = A_B (16c^2 r_{D_1}^2 - Z^2) - c^2 W^2.$$

Выражение для x, y, z имеют вид  $x = [l_1 \cos \varphi - l_2 \cos(\varphi + \theta)] \sin \psi;$   $y = [l_1 \cos \varphi - l_2 \cos(\varphi + \theta)] \cos \psi;$   $z = l_1 \sin \varphi - l_2 \sin(\varphi + \theta).$ 

Вычисления, предусмотренные в блоке В, проводим по приведенным ниже зависимостям:

$$\begin{split} \Delta \varphi &= [(\Delta x \sin \psi + \Delta y \cos \psi) \cos (\varphi + \theta) + \\ &+ \Delta z \sin (\varphi + \theta)] (I_1 \sin \theta)^{-1}; \\ \Delta \psi &= (\Delta x \cos \psi - \Delta y \sin \psi) [I_1 \cos \varphi - I_2 \cos (\varphi + \theta)]^{-1}; \\ \Delta \theta &= \{\Delta \varphi [I_1 \cos \varphi - I_2 \cos (\varphi + \theta)] - \Delta z\} [I_2 \cos (\varphi + \theta)]^{-1}; \\ \Delta x &= x_n - x; \ \Delta y = y_n - y; \ \Delta z = z_n - z; \\ \Delta S_1 &= (\Delta \varphi A_{n_2} Y^{1/2} - \Delta \psi A_{\varphi_2} Y_1^{1/2}) A_{\varphi}^{-1}; \\ \Delta S_2 &= (\Delta \psi A_{\varphi_1} Y^{1/2} - \Delta \varphi A_{n_1} Y^{1/2}) A_{\varphi}^{-1}; \\ \Delta S_3 &= \Delta \theta \{4 r_{A_2}^2 r_{D_2}^2 + [r_{A_2}^2 r_{D_2}^2 - \\ &- (L_{30} + S_3)^2]^2\}^{1/2} [2(L_{30} + S_3)], \end{split}$$
 fine  $Y_1 = Y(Y - A_B^2 Z^2); \\ A_{\varphi_1} &= 2(L_{10} + S_1) [ac - b\chi^{-1/2} (A_B z + c^2 W)]; \\ A_{\varphi_2} &= 2(L_{20} + S_2) [ac + b\chi^{-1/2} (A_B z - c^2 W)]; \\ A_{n_1} &= A_B [2(L_{10} + S_1) Y^{1/2} + \varepsilon z Y^{-1/2} A_{\varphi_1}]; \\ A_{n_2} &= -A_B [2(L_{20} + S_2) Y^{1/2} - \varepsilon z Y^{-1/2} A_{\varphi_2}]; \\ A_{\varphi} &= (A_{\varphi_1} A_{n_2} - A_{\varphi_2} A_{n_1}). \end{split}$ 

Как видно из блок-схемы, вычисления проводятся по двум циклам: по приращению координаты S с шагом  $\Delta S$  до подхода ползуна одного из блоков переключателей до упора (ограничителя хода) и по приращению времени t с шагом  $\Delta t$  после перемещения ползуна блока переключателей до упора. Выбор значений шагов  $\Delta S$  и  $\Delta t$  зависит от требуемой точности решения и обычно подбирается опытным путем.

В результате вычислений по блок-схеме определяются траектория движения грузозахватного устройства манипулятора  $\lambda z = f(\lambda x, \lambda y)$  и порядок включения и выключения приводных двигателей звеньев рабочего оборудования и рукоятки управления во времени, т. е. собственно программа управления приводом рабочего оборудования манипулятора в зависимости от вида воспроизводимой траектории.

### Список литературы

- 1. **Корендясев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И.** и др. Манипуляторные системы роботов / Под общ. ред. А. И. Корендясева. М.: Машиностроение, 1989. 472 с.
- 2. **Попов А. В., Юревич Е. И.** Позиционно-силовое управление манипуляторами: состояние и перспективы // Робототехнические системы. 2008. № 5. С. 2—6.

E. A. Паршева, д-р техн. наук, проф., Астраханский государственный технический университет parsheva-el@ yandex.ru

# Децентрализованное робастное управление многозвенным манипулятором сварочного производства<sup>1</sup>

Решается задача построения робастной системы управления многосвязным объектом в условиях структурной и параметрической неопределенности, когда измерению недоступны производные входных и выходных переменных. В процессе функционирования порядок математической модели объекта может изменяться неизвестным образом. Обоснована работоспособность синтезированных систем управления при действии на объект управления не измеряемых ограниченных возмущений. При этом для формирования управляющих воздействий используются только измеряемые переменные локальных подсистем, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление.

**Ключевые слова:** робастные системы, задачи управления, локальные подсистемы, эталонная модель, децентрализованные алгоритмы, диагональные матрицы, вспомогательный контур, компенсация возмущений

# Введение

Задача управления объектом со скалярными входом-выходом при наличии возмущений стала одной из классических задач современной теории управления, для ее решения предложены и исследованы различные методы синтеза робастных алгоритмов регулирования [1—7]. Необходимо отметить, что в основном все предложенные методы базируются на предположении о точном знании структуры объекта, когда известен порядок исследуемой системы дифференциальных уравнений, а неизвестными считаются только параметрические и внешние возмущения. Работ, посвященных проблеме управления объектами с неизвестным порядком, довольно мало [8—10]. В работах [8, 9] рассматриваются задачи управления линейными стационарными объектами с неизвестными, но постоянными порядками числителя и знаменателя передаточной функции, а работе [10] рассмотрен более широкий класс объектов, в котором присутствуют возмущения, способные влиять не только на изменение параметров объекта, но и на его порядок.

В данной статье исследуется задача робастного управления многосвязными объектами с неизвестными параметрами, подверженными воздействию внешних и параметрических неконтролируемых воз-

мущений, причем указанные возмущения влияют на порядок объекта неизвестным образом, т. е. неизвестен порядок объекта, а измерению доступны только скалярные входные и выходные сигналы. Для решения поставленной задачи предлагается использовать простой робастный алгоритм управления [11], позволяющий компенсировать данный класс неопределенностей с заданной точностью за конечное время. Полученная замкнутая система функционирует как неявно заданная эталонная модель, параметры которой присутствуют в алгоритме управления. При этом для формирования управляющих воздействий и в алгоритмах настройки используются только измеряемые переменные локальных подсистем, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление.

Децентрализованное управление применимо для широкого круга больших и сложных систем, включая управление сетью спутников, системами электроэнергетики, робототехническими устройствами и пр. Схемы децентрализованного управления дают возможность эффективного проектирования алгоритмов управления, базирующихся только на локальной информации, в то время как компьютерная сеть обеспечивает инфраструктуру для их реализации. В статье рассмотрен децентрализованный алгоритм управления, осуществляющий перемещение концевой точки манипулятора по заданной траектории.

# Постановка задачи

Рассмотрим взаимосвязную систему, динамические процессы в локальных подсистемах которой описываются уравнениями

$$Q_{i}(P, t)y_{i}(t) = k_{i}(t)R_{i}(P, t)u_{i}(t) + f_{i}(t) + \sum_{j=1}^{M} S_{ij}(P, t)y_{j}(t), i \neq j, i = \overline{1, M},$$
(1)

где P = d/dt — оператор дифференцирования;

$$Q_i(P, t) = q_{n,i}(t) P^{n_i} + q_{(n_i-1)i}(t) P^{n_i-1} + \dots + q_{0i}(t);$$

$$k_i(t)R_i(P, t) = r_{m_ii}(t)P^{m_i} + r_{(m_i-1)i}(t)P^{m_i-1} + ... + r_{0i}(t);$$

$$S_{ij}(P,t) = s_{n_{ij}ij}(t) P^{n_{ij}} + s_{(n_{ij}-1)ij}(t) P^{n_{ij}-1} + ... + s_{0ij}(t)$$
 — линейные дифференциальные операторы с неизвестными параметрами;  $f_i(t)$  — неконтролируемое

вестными параметрами;  $f_i(t)$  — неконтролируемое возмущение;  $u_i(t)$  — скалярное управляющее воздействие;  $y_i(t)$  — скалярная регулируемая переменная i-й подсистемы, доступная измерению.

Децентрализованное управление для таких систем определяется как задача нахождения таких M локальных блоков управления, каждому из которых доступна только текущая информация о системе [12]. При этом требуемое качество переход-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 09-08-00237.

ных процессов в подсистемах задается уравнениями локальных эталонных моделей

$$Q_{mi}(P)y_{mi}(t) = k_{mi}r_i(t), i = \overline{1, M}.$$
 (2)

Здесь  $Q_{mi}(P)$  — линейные дифференциальные операторы;  $k_{mi} > 0$ ;  $r_i(t)$  — скалярные ограниченные задающие воздействия.

Необходимо спроектировать систему управления, для которой будет выполнено условие

$$\overline{\lim}_{t\to\infty} |e_i(t)| = \overline{\lim}_{t\to\infty} |y_i(t) - y_{mi}(t)| \le \delta \text{ при } t \ge T.$$
 (3)

Здесь  $\delta$  — заданная точность для динамической ошибки  $e_i(t)$ ; T — время, по истечении которого динамическая ошибка не должна превышать заданного значения  $\delta$ . В поставленной задаче в локальных подсистемах управления не допускается использование измеряемых величин других подсистем.

Предположения:

- 1) полиномы  $Q_{mi}(\lambda)$  гурвицевы ( $\lambda$  комплексная переменная в преобразовании Лапласа);
- 2) оператор  $R_i(P, t)$  устойчив, т. е. тривиальное решение уравнения  $R_i(P, t)u_i(t) = 0$  асимптотически устойчиво. Кроме того, для фиксированного значения  $t_1$  полином  $R_i(\lambda, t_1)$  гурвицев;
- 3) неизвестны порядки полиномов  $\deg Q_i = n_i$ ;  $\deg R_i = m_i$ ;  $\deg S_{ij} = n_{ij}$ ;  $n_{ij} < n_i 1$  и относительная степень локальных объектов управления  $\gamma_i = n_i m_i > 1$ ;
- 4) известны  $\gamma_{ui} \ge \gamma_i$  верхняя граница относительной степени  $\gamma_i$  и  $\overline{n}_i \ge n_i$  верхняя граница порядка полинома  $Q_i$ ;
  - 5) порядок полиномов  $Q_{mi}$  равен  $\gamma_{ui}$ ;
- 6) известны знаки коэффициентов  $k_i(t)$ , будем считать, что  $k_i(t) > 0$ ;
- 7) коэффициенты операторов  $k_i(t)R_i(P, t)$ ,  $Q_i(P, t)$ ,  $S_{ij}(P, t)$  ограниченные функции, причем ненулевые коэффициенты при старших степенях операторов  $R_i(P, t)$  и  $Q_i(P, t)$  —положительные функции;
- 8) коэффициенты дифференциальных операторов  $k_i(t)R_i(P,t), Q_i(P,t)$  зависят от вектора неизвестных параметров  $\xi \in \Xi$ , где  $\Xi$  известное ограниченное множество;
- 9) задающие воздействия  $r_i(t)$  и внешнее возмущающее воздействие  $f_i(t)$  являются ограниченными функциями;
- 10) сигнал локальной эталонной модели  $y_{mi}(t)$  и  $\gamma_{ui}$  его производных ограниченные функции;
- 11) не допускается использование производных сигналов  $y_i(t)$ ,  $u_i(t)$ ,  $r_i(t)$ .

Из предположения следует, что динамический порядок объекта (1) неизвестен и подвержен изменению в результате действия на него параметрических возмущений. Например, если  $q_{n_i}(t)=0$  и  $q_{n_i-1}(t)\neq 0$ , то  $\deg Q_i(P,t)=n_i-1$ ; если  $q_{n_i}(t)=1$ 

$$=q_{n_i-1}(t)=0$$
 и  $q_{n_i-2}(t)\neq 0$ , то  $\deg Q_i(P,t)=n_i-2$  и т. д. Требование к знанию знаков ненулевых коэффициентов при старших степенях операторов  $R_i(P,t),\ Q_i(P,t)$  (предположение 8) связано со знанием знака высокочастотного коэффициента усиления объекта (1).

# Метод решения

Представим операторы  $Q_i(P, t)$ ,  $R_i(P, t)$  в виде

$$Q_{i}(P, t) = Q_{0i}(P) + \Delta Q_{i}(P, t);$$
  

$$k_{i}(t)R_{i}(P, t) = k_{i}R_{0i}(P) + \Delta R_{i}(P, t),$$

где  $Q_{0i}(P)$  — произвольный линейный дифференциальный оператор, такой, что полином  $Q_{0i}(\lambda)$  гурвицев;  $\deg Q_{0i} = \overline{n}_i$ . Тогда оператор  $\Delta Q_i(P, t)$ представляет собой разность  $Q_i(P, t) - Q_{0i}(P)$  и  $\deg \Delta Q_i \leqslant \overline{n}_i$ , т. е. если  $\deg Q_i < \deg Q_{0i}$ , то  $\deg \Delta Q_i =$  $= \deg Q_{0i}$ , а если  $\deg Q_i = \deg Q_{0i}$ , то  $\deg \Delta Q_i \leq \overline{n}_i - 1$ . Далее,  $R_{0i}(P)$  — произвольный линейный дифференциальный оператор  $\deg R_{0i} = \overline{n}_i - \gamma_{ui}$  такой, что полином  $R_{0i}(\lambda)$  — гурвицев. Относительно структуры  $\Delta R(P, t)$  можно сказать, что если  $m_i < \overline{n}_i - \gamma_{ui}$ , то  $\deg \Delta R_i = \overline{n}_i - \gamma_{ui}$ , а если  $m_i > \overline{n}_i - \gamma_{ui}$ , то  $\deg \Delta R_i = m_i$ . Таким образом, всегда возможно обеспечить справедливость указанного разложения операторов  $Q_i(P, t)$ ,  $R_i(P, t)$ , поскольку в одном случае операторы  $\Delta Q_i(P,t)$  и  $\Delta R_i(P,t)$  имеют все ненулевые коэффициенты, в другом соответствующее число составляющих — нулевые. Именно это разложение [10], позволяющее решить сформулированную задачу, отличается от известных способов параметризации уравнений объекта управления.

Преобразуем уравнение объекта управления (1):

$$y_{i}(t) = \frac{k_{i}R_{0i}(P)}{Q_{0i}(P)} \left( u_{i}(t) + \frac{\Delta R_{i}(P, t)}{k_{i}R_{0i}(P)} u_{i}(t) + \frac{1}{k_{i}R_{0i}(P)} f_{i}(t) - \frac{\Delta Q_{i}(P, t)}{k_{i}R_{0i}(P)} y_{i}(t) + \frac{\sum_{j=1}^{M} \frac{S_{ij}(P, t)}{k_{i}R_{0i}(P)} y_{j}(t)}{k_{i}R_{0i}(P)} y_{j}(t) \right). \tag{4}$$

Поскольку операторы  $Q_{0i}(P)$  и  $R_{0i}(P)$  произвольные, то выберем их так, чтобы выполнялось условие

$$\frac{R_{0i}(\lambda)}{Q_{0i}(\lambda)} = \frac{1}{Q_{mi}(\lambda)}.$$
 (5)

Составим уравнение для ошибки  $e_t(t) = y_t(t) - y_{mi}(t)$ , вычитая (2) из (4), принимая во внимание (5):

$$Q_{mi}(P)e_{i}(t) = k_{i}u_{i}(t) + \left(\frac{\Delta R_{i}(P, t)}{R_{0i}(P)}u_{i}(t) + \frac{1}{R_{0i}(P)}f_{i}(t) - \frac{k_{mi}}{R_{0i}(P)}r_{i}(t) - \frac{\Delta Q_{i}(P, t)}{R_{0i}(P)}y_{i}(t) + \frac{\sum_{j=1:i\neq j}^{M}\frac{S_{ij}(P, t)}{R_{0i}(P)}y_{j}(t)\right).$$
(6)

Для вывода основного результата используем подход [11], который позволяет осуществлять компенсацию возмущающих воздействий. Выберем локальный закон управления в виде

$$u_i(t) = \alpha_i \vartheta_i(t). \tag{7}$$

Здесь  $\alpha_i > 0$ ;  $\vartheta_i(t)$  — дополнительное управляющее воздействие. Тогда из (6) получим уравнение ошибки

$$Q_{mi}(P)e_{i}(t) = \vartheta_{i}(t) + \varphi_{i}(t);$$

$$\varphi_{i}(t) = \frac{1}{R_{0i}(P)} (\Delta R_{i}(P, t)u_{i}(t)) -$$

$$- \frac{1}{R_{0i}(P)} \left( \Delta Q_{i}(P, t)y_{i}(t) - \sum_{j=1; i \neq j}^{M} S_{ij}(P, t)y_{j}(t) \right) +$$

$$+ \frac{1}{R_{0i}(P)} (f_{i}(t) - k_{mi}r_{i}(t)) + (k_{i}\alpha_{i} - 1)\vartheta_{i}(t).$$
 (9)

В сигнале  $\varphi_i(t)$  сконцентрированы все составляющие, действие которых на ошибку желательно было бы скомпенсировать. Для этого сигнал нужно как-то выделить.

Введем вспомогательный контур

$$Q_{mi}(P)\tilde{e}_{i}(t) = \vartheta_{i}(t) \tag{10}$$

и составим уравнение относительно сигнала рассогласования  $\zeta_i(t) = e_i(t) - \tilde{e}_i(t)$ :

$$Q_{mi}(P)\zeta_i(t) = \varphi_i(t).$$

Если измерению доступны  $\gamma_{ui}$  производных выходного сигнала  $y_i(t)$ , то, задав закон изменения вспомогательного управляющего воздействия в виде

$$\vartheta_i(t) = -Q_{mi}(P)\zeta_i(t) = -\varphi_i(t), \tag{11}$$

из уравнения ошибки (8) получим уравнение замкнутой системы

$$Q_{mi}(P)e_i(t) = 0. (12)$$

Полученная замкнутая система функционирует как неявно заданная локальная эталонная модель.

Поскольку по условию рассматриваемой задачи измерение производных недопустимо, сформулиру-

ем локальный закон дополнительного управляющего воздействия  $\vartheta_i(t)$  в виде

$$\vartheta_i(t) = -g_{mi}^{\mathsf{T}} \, \overline{\zeta}_i(t), \tag{13}$$

где  $g_{mi}^{^{\mathrm{T}}}=[\,q_{m\gamma_{ui}},\,...,\,q_{m1},\,1\,]$  — вектор, составленный из коэффициентов полинома  $Q_{mi}(\lambda)=\lambda^{^{\gamma_{ui}}}+$  +  $q_{m1}\lambda^{^{\gamma_{ui}-1}}+...+q_{m\gamma_{ui}};\,\overline{\zeta}_i(t)=\mathrm{col}(\zeta_i,\,\overline{\zeta}_{i1}\,,\,\overline{\zeta}_{i2}\,,\,...,\,\overline{\zeta}_{i\gamma_{ui}});\,\overline{\zeta}_{ik}(t)$  является оценкой производных  $P^k\zeta_i(t)$ , получаемых с фильтров

$$\dot{z}_{ik}(t) = \frac{1}{\mu} F_i z_{ik}(t) + \frac{1}{\mu} b_i P^k \zeta_i(t); \tag{14}$$

$$\overline{\zeta}_{ik} = L_{0i} z_{ik}, i = \overline{1, M}, k = \overline{1, \gamma_{ui}}. \tag{15}$$

Здесь 
$$z_{ik} \in R^{\gamma_{ui}}$$
;  $L_{0i} = [1, 0, ..., 0]$ ;  $b_i^{\mathrm{T}} = [0, ..., 0, 1]$ ;

$$F_i = egin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \ \mu > 0$$
 — малое число.

Если записать в преобразованиях Лапласа выражения (14) и (15), получим

$$\vartheta_{i}(\lambda) = \frac{Q_{mi}(\lambda)}{(\mu \lambda + 1)^{\gamma_{ui}}} \zeta_{i}(\lambda).$$

Принимая во внимание (10) и выражение для сигнала рассогласования  $\zeta_i(t) = e_i(t) - \tilde{e}_i(t)$ , получаем

$$\vartheta_i(\lambda) = -\frac{Q_{mi}(\lambda)}{(\mu\lambda + 1)^{\gamma_{ui}} - 1} e_i(\lambda).$$

Подставим это выражение в уравнение (7) и, переходя к оригиналу от преобразования Лапласа, получим алгоритм управления. Очевидно, что теперь закон управления технически реализуем, так как содержит известные или измеряемые величины.

**Утверждение** [11]. Если выполнены предположения 1)—11), то существуют числа  $\mu_0 > 0$ ,  $T_0 > 0$  такие, что при  $\mu \leqslant \mu_0$ ,  $T \geqslant T_0$  алгоритм управления

$$((\mu P + 1)^{\gamma_{ui}} - 1)u_i(t) = -\alpha_i Q_{mi}(P)e_i(t), \qquad (16)$$

где  $\alpha_i > 0$ , обеспечивает выполнение целевого условия (3).

Структурная схема полученной системы управления представлена на рис. 1, 2.

Следует отметить, что приведенный алгоритм остается неизменным, если в объекте отсутствует

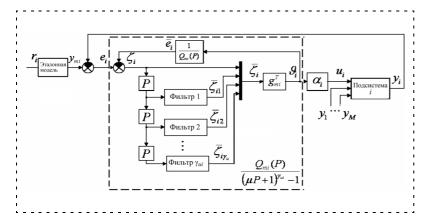


Рис. 1. Структурная схема локальной системы управления

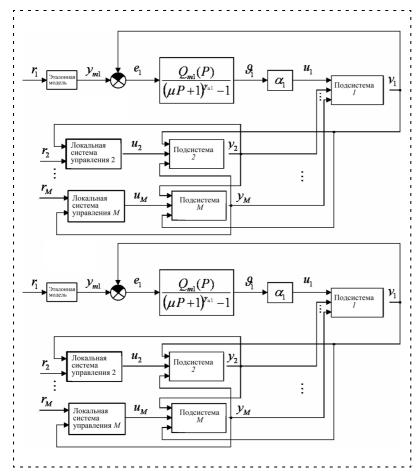


Рис. 2. Структурная схема робастной системы управления

запаздывание по состоянию, а также в случае, когда объект является стационарным с неизвестными параметрами, которые принимают значения из некоторого ограниченного множества. Кроме того, достоинство предлагаемого алгоритма в том, что структура локального регулятора совпадает со структурой регулятора односвязной системы [11], что является существенным преимуществом при управлении пространственно протяженными многосвязными объектами, которые взаимосвязаны между собой.

К недостаткам предлагаемого алгоритма следует отнести отсутствие аналитически обоснованного выбора параметров μ и α<sub>i</sub>. Однако они легко подбираются на этапе проектирования при моделировании. На модели объекта (1) выставляются минимально возможные коэффициенты операторов  $k_i(t)R_i(P, t)$ ,  $Q_i(P, t), S_{ii}(P, t)$ , на вход подаются максимально возможные значения  $f_i(t)$ ,  $r_i(t)$ . Постоянные составляющие не играют роли. Подбираются числа  $\mu$  и  $\alpha_i$ , обеспечивающие заданную динамическую ошибку. Число µ обычно колеблется в пределах 0,005 до 0,05. При других значениях параметров и внешних воздействий из заданного класса неопределенности ошибка не будет превышать заданного значения.

# Математическая модель многозвенного манипулятора

В качестве наглядного приложения системы можно привести задачу децентрализованного управления траекторным движением концевой точки манипулятора. Выбор обоснован тем, что закон управления не зависит от наличия возмущений, действующих на объект, и является простым в плане технической реализации, что немаловажно на практике. Рассмотрим сварочный робот, представляющий собой многозвенный манипулятор с системой управления перемещениями звеньев [13] (рис. 3). В кинематической структуре манипулятора сварочного инструмента различают звенья, выполняющие переносные и ориентирующие перемещения. Переносные перемещения необходимы для переноса рабочей точки инструмента в пределах рабочей зоны манипулятора (звенья 1-3), ориентирующие — для обеспечения заданной ориентации сварочного инструмента относительно изделия в заданной точке рабочей зоны (звено 4).

Манипуляционная система состоит из механической части системы и приво-

дов, обеспечивающих работу отдельных степеней подвижности механизма. При этом необходимо отметить, что каждая из степеней подвижности манипулятора снабжена отдельным приводом, для чего используются электродвигатели постоянного тока [13, 14]. Объединяя модели механической части системы и приводов, получим модель взаимосвязной системы

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + G_i h_i, y_i = [1, 0, 0] x_i, i = \overline{1, 4}, (17)$$

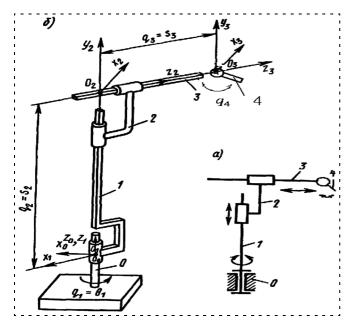


Рис. 3. Манипулятор с цилиндрической рабочей зоной

где вектор состояния  $x_i^{\mathrm{T}} = [q_i, \dot{q}_i, I]^{\mathrm{T}}$ ; матрицы  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $G_i$  зависят от параметров манипулятора и используемого электродвигателя и имеют следующий вид:

$$A_{i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{B_{c}}{J_{r}(1 + H_{i}/J_{r})} & \frac{C_{M}}{J_{r}(1 + H_{i}/J_{r})} \\ 0 & -C_{E}/L_{r} & -R_{r}/L_{r} \end{bmatrix}; B_{i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L_{r} \end{bmatrix};$$

$$G_{i} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_{r}(1 + H_{i}/J_{r})} \\ 0 \end{bmatrix}; L_{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Параметры  $H_i$  и  $h_i$  характеризуют динамику и взаимосвязь отдельных составляющих манипулятора:  $H_i$  — составляющая главного момента инерционных сил i-го звена, параллельная оси шарнира;  $h_i$  — внешние (гравитационные) моменты или силы:

$$\begin{cases} H_{1} = J_{z1} + J_{z2} + J_{z3} + m_{3}(q_{3} + l_{3})^{2}; \\ H_{2} = m_{2} + m_{3}; \\ H_{3} = m_{3}; \\ H_{4} = m_{4}l_{4} + J_{x4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_{1} = 2m_{3}(q_{3} + l_{3})\dot{q}_{1}\dot{q}_{3}; \\ h_{2} = (m_{2} + m_{3})g; \\ h_{3} = -m_{3}(q_{3} + l_{2})(\dot{q}_{1})^{2}; \\ h_{4} = (J_{z} - J_{y})\dot{q}_{2}\sin(2q_{4}), \end{cases}$$

$$(18)$$

где  $q_i$  — относительное перемещение или внутренние координаты манипулятора: вращение вокруг вертикальной оси  $(q_1)$ , поступательное движение

вдоль вертикальной оси  $(q_2)$ , поступательное движение вдоль горизонтальной оси  $(q_3)$ , вращение вокруг оси, ортогональной первому звену в горизонтальной плоскости  $(q_4)$ ;  $\dot{q}_i$  — относительная скорость для i-й степени подвижности;  $m_i$  — масса i-го звена; g — гравитационное ускорение;  $l_i$  — длина i-го звена;  $J_{xi}$ ,  $J_{vi}$ ,  $J_{zi}$  — моменты инерции *i*-го звена относительно его центра масс. Доступными измерению являются относительные перемещения  $\dot{q}_i$ , но не скорость  $\dot{q}_i$  и ускорение  $\ddot{q}_i$ . Параметры электродвигателей [13—15]: I— ток ротора i-го электродвигателя;  $u_i$  — напряжение на якоре двигателя;  $B_c$  — вязкое трение;  $L_r$  — индуктивность ротора;  $J_r$  — момент инерции ротора;  $R_r$  — сопротивление роторной обмотки;  $C_M$  — коэффициент пропорциональности момента;  $C_E$  — коэффициент пропорциональности ЭДС. Здесь опущены индексы і для всех этих величин, хотя в различных шарнирах двигатели неодинаковы, поскольку энергетические требования для них различны.

Параметры механической части робота предполагаются переменными и неизвестными. Параметры приводов меняются очень медленно, причем этим изменением можно пренебречь, поэтому можно синтезировать управление, предполагая, что модели приводов предварительно определены и неизменны. В данном конкретном случае предполагается [14], что в качестве приводов в степенях подвижности манипулятора используются одинаковые электродвигатели IG 2315-P20, но с различными коэффициентами редукции и с коррекцией моментов  $J_r$ посредством соответствующих коэффициентов для поступательных кинематических пар; в четвертой степени подвижности (подвижности схвата) используются электродвигатели постоянного тока Глоуб 102А200-8. Характеристики электродвигателей приведены в табл. 1. Параметры рассматриваемого манипулятора UMS-2 [14] приведены в табл. 2.

Полученная взаимосвязная модель динамики системы (17) может быть использована для анализа поведения манипулятора и для синтеза управления. Здесь входной переменной  $u_i$  системы является физически существующее на якоре двигателя на-

Таблица 1 Параметры приводов для выбранных электродвигателей постоянного тока

Характеристики	Номер звена			
Ларактеристики	1	2	3	4
$J_r$ , $\kappa_{\Gamma} \cdot {\bf M}^2$ $C_M$ , ${\bf H} \cdot {\bf M}/{\bf A}$ $B_c$ , ${\bf H} \cdot {\bf M}/{\bf P}$ $L_r$ , $\Gamma_{\bf H}$ $C_E$ , $B/{\bf P}$ $D_m$ , $D_m$	0,0345 0,6877 0,069 5·10 <sup>-4</sup> 0,5 0,225 12	250 45 750 5·10 <sup>-4</sup> 50 0,225 12	400 52 1200 5·10 <sup>-4</sup> 50 0,225 12	1,5385 4,3538 1,5385 0,01 7 1 27

Таблица 2 Параметры механики манипулятора

Параметры	Номер звена			
Параметры	1	2	3	4
Масса $(m_i)$ , кг Длина $(l_i)$ , м	10 0,38	7 0,02	4,14 0,45	0,5 0,05
$J_{xi}$ , K $\Gamma \cdot M^2$ $J_{xi}$ , K $\Gamma \cdot M^2$		_		0,001 0,001
$J_{yi}$ , kg·m <sup>2</sup> $J_{zi}$ , kg·m <sup>2</sup>	0,029	0,055	0,318	0,0015

пряжение, на которое наложено амплитудное ограничение. Выходные переменные  $y_i = q_i$  подсистемы представляют собой относительное перемещение, доступное измерению. Требуется синтезировать алгоритм управления, осуществляющий перемещение концевой точки манипулятора по заданной траектории — окружности.

# Управление многозвенным манипулятором

Решение поставленной задачи осуществляется в два этапа. На первом этапе синтеза решается задача формирования программной траектории  $y_m = [q_{1 \text{пр}}, q_{2 \text{пр}}, q_{3 \text{пр}}, q_{4 \text{пр}}]^{\text{T}}$  и задающего воздействия  $r_i(t)$  ( $i=\overline{1,4}$ ), обеспечивающего заданное движение концевой точки манипулятора. В этом случае существует однозначная связь между тремя угловыми степенями подвижности манипулятора и координатами концевой точки в прямоугольной системе координат. Тогда по наперед заданной траектории однозначно определим закон изменения углов и перемещений манипулятора.

Рассмотрим, как будут изменяться координаты манипулятора при движении его конечной точки по окружности. Сначала поднимается "рука" манипулятора на нужную высоту  $q_{2\text{пр}}$  и остается в том же положении. После этого кисть наклоняется на нужный угол  $q_{4\text{пр}}$  и остается в том же положении. Необходимо отметить, что координата  $q_{4\text{пр}}$  — угол, на который опускается схват манипулятора, — определена конструкцией использованной горелки при сварке и задается заранее. Тогда в формировании окружности участвуют только два параметра, а именно:  $q_{1\text{пр}}$  — угол поворота,  $q_{3\text{пр}}$  — расстояние, на которое выдвигается "рука". Для случая, когда начальный угол поворота нулевой, программные траектории для первого и третьего звеньев примут вид

$$\begin{split} q_{3 \text{пp}} &= \frac{q_{30} + R \text{cos}(\alpha - \pi) - q_{30} \text{cos} \, q_{1 \text{пp}}}{\text{cos} \, q_{1 \text{пp}}} \, ; \, r_{3 \text{пp}}(t) = q_{3 \text{пp}}; \\ q_{1 \text{пp}} &= \arcsin \Big( \frac{R \text{sin}(\alpha - \pi)}{q_{30} + q_{3 \text{пp}}} \Big) \, ; \, r_{1 \text{пp}}(t) = q_{1 \text{пp}}, \end{split}$$

где  $q_{30}$  — начальные координаты, которые занимал манипулятор в пространстве; R — радиус окружности;  $\alpha \in [0; 2\pi]$  — угол, скорость увеличения которого определяет скорость сварки, поэтому выбира-

ется из технических соображений: используемого сварочного оборудования и материала, подлежащего обработке. Зададим скорость, равную величине  $\alpha = \overline{\alpha} t$ ,  $\overline{\alpha} = \text{const}$  (где t — время, необходимое для того, чтобы была нарисована окружность, а величина  $\overline{\alpha}$  задает скорость этого действия).

Для рассматриваемого манипулятора (17) задающие воздействия, характер движения которых совпадает с программными траекториями, для всех четырех эталонных моделей примут вид

$$\begin{split} r_1(t) &= r_{1\pi\mathrm{p}}(t-\tau_3), \, r_2(t) = c_2 \cdot 1(t), \\ r_4(t) &= c_4 \cdot 1(t-\tau_2), \, r_3(t) = q_{30} \cdot 1(t) + r_{3\mathrm{np}}(t-\tau_3), \end{split}$$

где  $c_2$  — величина, на которую нужно поднять  $q_{2\pi p}$ ;  $c_4$  — угол наклона  $q_{4\pi p}$ ;  $\tau_2$  и  $\tau_3$  — время, через которое включаются координаты  $q_4$ ,  $q_1$ ,  $q_3$  после того, как координата  $q_2$  приняла нужное значение.

На втором этапе синтеза сформируем закон управления таким образом, чтобы относительные координаты  $q_{1-4}$  приняли такое же значение, как и эталонный выход. Для этого используем децентрализованный робастный алгоритм управления (16)

$$((\mu P + 1)^{\gamma_{ui}} - 1)u_i(t) = -\alpha_i Q_{mi}(P)e_i(t), i = \overline{1,4}.$$

Представим матрицу  $A_i$  в модели многосвязной системы (17) в виде

$$A_i = A_{0i} + \overline{A}_i(H_i) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 - C_E/L_r - R_r/L_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & B_c & C_M \\ \frac{1}{J_r(1 + H_i/J_r)} & \frac{1}{J_r(1 + H_i/J_r)} - 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

тогда  $Q_i(\lambda)$  — характеристический полином матрицы  $A_{0i}$  — примет вид

$$Q_i(\lambda) = \lambda^3 + \frac{R_r}{L_r} \lambda^2 + \frac{C_E}{L_r} \lambda,$$

как видно из моделей (1), (17):  $R_i(\lambda) = 1$ ,  $k_i = 1/L_r$ . В данном случае  $\gamma_i = n_i - m_i = 3$ ,  $\gamma_{ui} = \gamma_i$ , и, выбрав локальные эталонные модели с параметрами

$$k_{mi} = 1$$
,  $Q_{mi}(P) = (P+1)^3$ ,

получим, что локальным управляющим устройством являются два последовательно соединенных звена с передаточными функциями

$$W_{1i}(\lambda) = \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu\lambda}, \ W_{2i}(\lambda) = \frac{(\lambda+1)^2}{\mu^2\lambda^2 + 3\mu\lambda + 3}, \ i = \overline{1,4},$$

и усилитель с коэффициентом  $\alpha_i$ . Выберем параметры  $\alpha_i = 20$ ,  $\mu = 0.01$ , которые обеспечивают заданную динамическую точность  $\delta = 0.01$ . В локальных законах управления не используются измеряемые величины других подсистем, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление.

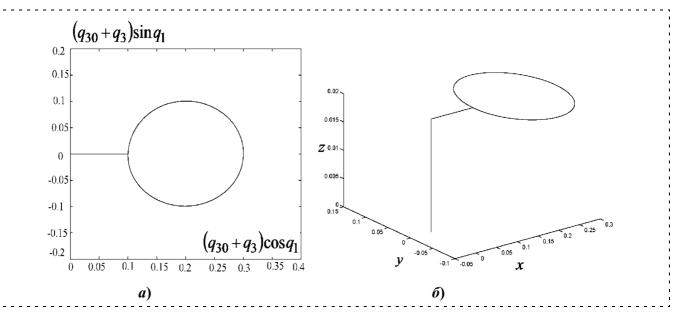


Рис. 4. Движение конца манипулятора по программной траектории

На рис. 4, a представлена траектория изменения параметров  $q_1$ ,  $q_3$  в горизонтальной плоскости (x, y), на рис. 4,  $\delta$  — в пространстве (x, y, z). Как видно, конец манипулятора совершает движение по окружности радиуса R=0,1, при этом в задании положены следующие числовые значения:

$$q_{30} = 0.2$$
,  $c_2 = 0.02$ ,  $c_4 = -0.875$ ,  
 $\tau_2 = 1(c)$ ,  $\tau_3 = 4(c)$ ,  $\bar{\alpha} = 0.1$ ,

где величина  $\bar{\alpha}$  задает скорость сварки, которая не может превышать заданную величину из-за требуемого качества проварки шва.

### Заключение

Рассмотрена задача децентрализованного управления с эталонной моделью для многосвязного объекта с неизвестными параметрами и неизвестным порядком, когда измерению недоступны производные входных и выходных сигналов локальных подсистем. Предложенная робастная система управления позволяет компенсировать параметрические и внешние возмущения с заданной точностью. Следует отметить, что приведенный алгоритм остается неизменным, если в объекте присутствует запаздывание по состоянию, а также в случае, когда объект является стационарным с неизвестными параметрами, которые принимают значения из некоторого ограниченного множества. Кроме того, достоинство предлагаемого алгоритма в том, что структура локального регулятора совпадает со структурой регулятора односвязной системы, что является существенным преимуществом при управлении пространственно протяженными многосвязными объектами. В статье рассмотрено применение предлагаемого робастного децентрализованного алгоритма управления для перемещения концевой точки манипулятора по заданной траектории.

### Список литературы

- 1. **Поляк Б. Т., Щербаков П. С.** Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
- 2. **Никифоров В. О.** Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб.: Наука, 2003.
- 3. **Никифоров В. О.** Наблюдатели внешних возмущений. Ч. 1. Объекты с известными параметрами // АиТ. 2004. № 10. С. 13—24.
- 4. **Никифоров В. О.** Наблюдатели внешних возмущений. Ч. 2. Объекты с неизвестными параметрами // АиТ. 2004. № 11. С. 40—48
- 5. **Буков В. Н., Сельвесюк Н. И.** Аналитический синтез робастных регуляторов на основе параметрических уравнений Лурье—Риккати // АиТ. 2007. № 2. С. 6—16.
- 6. **Бобцов А. А.** Алгоритм робастного управления линейным объектом по выходу с компенсацией неизвестного детерминированного возмущения // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 2. С. 93—97.
- 7. **Бобцов А. А.** Алгоритм робастного управления неопределенным объектом без измерения производных регулируемой переменной // АиТ. 2003. № 8. С. 82—96.
- 8. **Tao G., Ioannou P. A.** Model reference adaptive control for plants with unknown relative degree // IEEE Trans. on Automatic Control. 1993. V. 38. N 6. P. 976—982.
- 9. **Hoang J. B., Dernstein D. S.** Direct adaptive command following and disturbance rejection for minimum phase systems with unknown relative degree // Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing. 2007. V. 21 (1). P. 49—75.
- 10. **Фуртат И. Б., Цыкунов А. М.** Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 2—7.
- 11. **Цыкунов А. М.** Алгоритм робастного управления линейными динамическими объектами по выходу // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. С. 7-12.
- 12. **Миркин Б. М., Цой Ман-Су.** Адаптивное децентрализованное управление динамическими системами. Бишкек: Илим, 1991
- 13. **Бурдаков С. Ф., Дьяченко В. А., Тимофеев А. Н.** Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов. М.: Высшая школа, 1986.
- 14. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами. М.: Наука, 1985.
- 15. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчанская Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами. М.: Мир. 1989.

# **КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ**

УДК 681.5.08

В. И. Бусурин<sup>1</sup>, д-р техн. наук., проф., В. А. Князь<sup>2</sup>, нач. сектора, М. М. Ходин<sup>1</sup>, аспирант, Н. П. Скрипник<sup>1</sup>, инженер <sup>1</sup> Московский авиационынй институт (ГТУ) <sup>2</sup> ГосНИИАС, hodin@mail.ru

# Сканирующий профилометр для измерения профиля цилиндрических тел

Рассматривается автоматизированная система сканирования поверхностей цилиндрических тел с помощью прецизионного фотоэлектрического датчика перемещений, предлагается структура сканирующего профилометра, проводится анализ и моделируется компенсация погрешностей, демонстрируется экспериментальное исследование цилиндрического тела.

**Ключевые слова:** профилометр, поверхность, цилиндр, юстировка, компенсация, погрешность, алгоритм, сканирование

# Средства измерения профиля поверхностей

Профилометры используются для сканирования поверхности в целях определения точных размеров, построения 3D-моделей, измерения неровностей поверхности с отсчитыванием результатов измерения в виде значений параметров. Среди них различают сканирующие и интерферометрические профилометры. В профилометрах на основе сканирующего метода сигнал формируется датчиком, например, контактным датчиком с алмазной иглой или сапфировой сферической пробой малого радиуса, перемещающимся перпендикулярно контролируемой поверхности.

В современных профилометрах перемещения измерительной головки обычно преобразуются в электрическое напряжение с помощью индуктивных, емкостных, пьезоэлектрических, фотоэлектрических и других преобразователей. Наиболее распространенным видом профилометров являются сканирующие зондовые микроскопы. С их помощью можно строить реальные трехмерные изображения с широким динамическим диапазоном [1]. В состав сканирующего микроскопа входит компьютер, который управляет работой электромеханической части микроскопа, принимает и записывает регистрируемые зондом данные, строит на их основе изображения и позволяет обрабатывать полученное

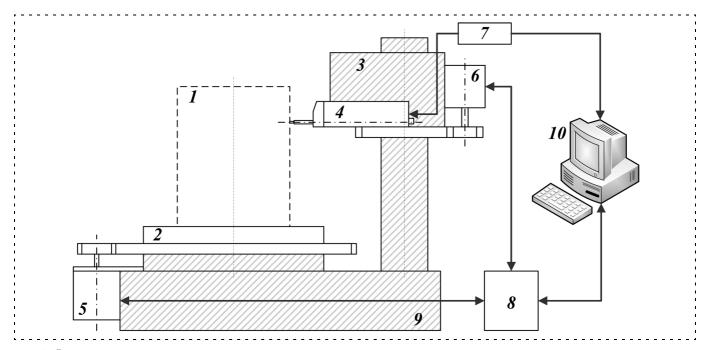
изображение. Например, профилометр сканирования ощупыванием ХР-2, выпускаемый фирмой Ambios Technology, имеет сканирующую пробу из алмаза с радиусом от 0,2 до 5,0 мкм. Проба имеет механический контакт с поверхностью объекта и сканирует 60 000 точек с силой в диапазоне от 0,005 до 1 мН [2]. Профилометр Абрис ПМ7 российской фирмы Алан Абрис [3] также построен на основе ощупывания алмазной иглой поверхности измеряемого объекта. Он способен измерять плоские, цилиндрические и конические поверхности, сечение которых в плоскости измерения представляет прямую линию и имеет диапазон измерений 0...7500 мкм при разрешающей способности от 0,04 до 50 мкм. Недостатком контактных профилометров с алмазной иглой является возможность повреждения контролируемой поверхности. Известны также бесконтактные сканирующие профилометры с введением обратной связи по положению сканирующей пробы, что исключает повреждение исследуемой поверхности [4], но они существенно сложнее и дороже, чем контактные. Для получения профиля протяженных поверхностей с высокой точностью без их повреждения можно построить систему, основанную на использовании оптоэлектронного датчика линейных перемещений с узлом считывания в виде сферической пробы большого радиуса.

# Структура сканирующего профилометра

Разрабатываемый сканирующий профилометр является автоматизированной системой построения поверхностей цилиндрических тел и определения отклонений их геометрических размеров. Профилометр выполняет сканирование боковой поверхности тела, передает полученные данные на ПК и формирует трехмерное изображение тела. Основные функции устройства — построение сканируемой поверхности на ПК и определение формы тела (наличие эллиптичности у цилиндрического тела и др.).

На рис. 1 представлена функциональная схема сканирующего профилометра. Шаговый двигатель 5 предназначен для вращения поворотного столика, шаговый двигатель 6 — для перемещения вертикальной подвижки с закрепленной на ней измерительной частью, USB-интерфейс 7 обеспечивает обмен данными между датчиком и персональным компьютером.

Для прецизионного измерения профиля поверхности с помощью сканирующего профилометра в качестве считывающего устройства целесообразно выбрать оптоэлектронные датчики линейных перемещений, например, производимые компа-



**Рис. 1. Функциональная схема профилометра:** 1 — исследуемое тело; 2 — поворотный столик; 3 — вертикальная подвижка; 4 — датчик линейных перемещений; 5, 6 — шаговый двигатель; 7 — USB-интерфейс; 8 — контроллер шаговых двигателей; 9 — термостабильное основание; 10 — персональный компьютер

ниями Renishaw [5], Heidenhain [8], СКВ ИС [7]. Для измерений профиля поверхности с микрометровой точностью использован инкрементный преобразователь линейных перемещений со штоком ЛИР-15 фирмы СКВ ИС (4, рис. 1). Он предназначен для информационной связи по положению позиционируемого объекта.

Значение собственной погрешности датчика в микрометрах рассчитывается по формуле:  $\Delta_{\rm д}=1+2,5L$ , где L — безразмерная величина, численно равная длине перемещения в метрах. Максимально возможное перемещение равно 2 см, поэтому  $L_{\rm max}=0,02$  м, и, следовательно, максимальное значение погрешности  $\Delta_{\rm дmax}=1,05$  мкм. Для связи с ПК использован модуль-интерфейс USB ЛИР-917 для инкрементных преобразователей.

#### Анализ влияния отклонений юстировки на результаты измерения

Для прогнозирования результатов измерения в качестве измеряемого тела выберем цилиндр. Идеальным результатом измерения контура тела будем считать окружность, центр которой совпадает с центром системы координат. Из-за особенностей технической реализации датчика, а также из-за возможной неидеальности измеряемого тела в результатах измерения будут присутствовать отклонения. В случае расположения тела, датчика и столика (рис. 2), при котором продольная ось датчика пересекается с осью вращения (осью столика) под прямым углом, а ось измеряемого тела совпадает с осью вращения, считывающий узел касается тела максимально выступающей частью сферы, и от-

клонения результатов от идеальной окружности будут отсутствовать.

В общем случае до юстировки профилометра может наблюдаться расхождение (r) продольной оси датчика и оси вращения столика. Расхождение оси симметрии тела и оси вращения столика  $(r_{\rm cm})$  возникает из-за неточности в установке тела на столик. При моделировании будем считать расхождение продольной оси датчика и оси вращения столика (r) и расхождение оси симметрии тела и оси вращения столика  $(r_{\rm cm})$  известными. Задача моделирования сводится к определению влияния вышеуказанных отклонений на результаты измерения.

Так как точка касания двух окружностей лежит на линии, соединяющей центры (рис. 3), то

$$\beta = \alpha'$$

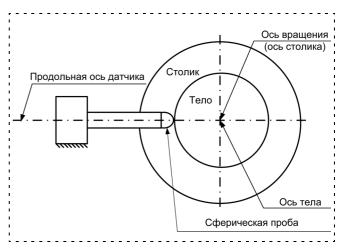


Рис. 2. Расположение датчика относительно тела и столика

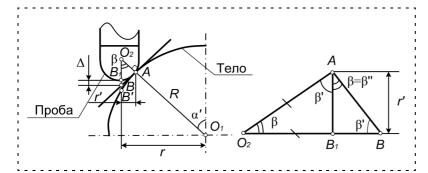


Рис. 3. Положение пробы при возникновении отклонения  $\Delta$ 

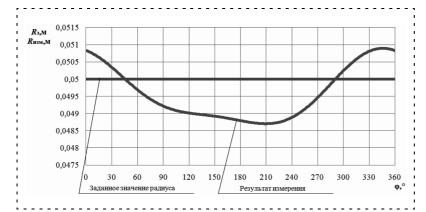


Рис. 4. Результат моделирования при наличии всех смещений

где  $\beta$  — угол между точкой соприкосновения пробы с телом (точка A) и точкой фактического измерения (точка B);  $\alpha'$  — угол между прямой, параллельной оси датчика и проходящей через центр сечения тела, и прямой, соединяющей центр пробы и центр сечения тела. Угол  $\alpha'$  определим следующим образом:

$$\alpha' = \arcsin\left(\frac{r}{R+a}\right),\,$$

где a — радиус сферической части пробы. При этом радиус r' можно определить из соотношения

$$r' = |r - R\sin\alpha'|$$
.

Считая, что  $\beta$  — малый угол (поскольку можно считать, что r' мало́), можно принять, что  $O_2B_1A=90^\circ$ . Тогда из треугольника  $\Delta BO_2A$  (рис. 3) получим, что  $\beta''=\beta$ 

Отклонение  $\Delta = BB_1$  равно

$$\Delta = r' \operatorname{tg} \beta''$$
.

При моделировании значение радиуса тела R принимается равным  $R_{\rm изм} = R_3 + \Delta$ , где  $R_3$  — некоторое значение реального радиуса. На практике цилиндрическому телу присуща некоторая цилиндричность. При моделировавании учитывается влияние угла  $\phi$ , который определяет начальное положение главных полуосей эллиптического цилиндра

относительно продольной оси датчика. На рис. 4 приведен результат моделирования измерения для тела эллиптической формы, в данном случае имеется смещение между продольной осью датчика и осью вращения столика r и смещение между осью вращения столика и осью симметрии эллиптического цилиндра  $r_{\rm cm}$ .

По полученной кривой можно определить как наличие смещения осей (функция имеет период  $2\pi$ ), так и наличие эллиптичности цилиндра (период функции равен  $\pi$  — при отсутствии несоосности).

#### Анализ погрешностей сканирующего профилометра

Помимо собственной погрешности инкрементного датчика линейных перемещений при измерении будет возникать аддитивная погрешность, связанная со сферичностью пробы. Зная истинное значение радиуса при предыдущем измерении и учитывая характер изменения радиуса на текущем шаге, можно оценить значение погрешности, присутствующей в измеренном радиусе на текущем шаге, внесенной вследствие сферичности пробы. Оценку погрешно-

сти проведем с учетом взаимного расположения пробы и тела, показанного на рис. 5.

Введем следующие обозначения:  $O_2$  — центр сферической части пробы,  $O_1$  — центр вращения стола,  $B_1$  — точка предыдущего измерения,  $R_i$  — скорректированный радиус исследуемого контура на предыдущем шаге, A — точка касания сферической части пробы и исследуемого тела,  $B_2$  — точка

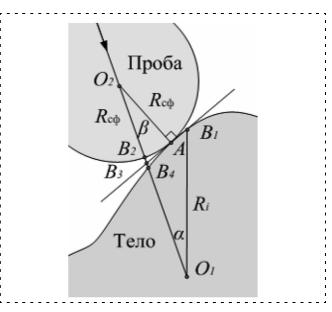


Рис. 5. Схема взаимного расположения пробы и тела

реального измерения,  $O_1B_2=R_{{\rm изм}\,i+1}$  — измеренный радиус исследуемого контура,  $B_2B_3=\Delta_{\rm K}$  — компенсируемая часть погрешности измерения,  $B_3B_4$  — некомпенсируемая часть погрешности измерения. В результате геометрического анализа указанной схемы получено соотношение для компенсации погрешности измерения:

$$\Delta_{K1,2} = \frac{-q \pm \sqrt{D_1}}{n},\tag{1}$$

где 
$$p=R_{\mathrm{c}\varphi}^2-R_i^2\sin^2\!\alpha,\,q=(R_i\cos\!\alpha-R_{_{^{_{\!\emph{\hspace{-.00in}}\hspace{-.00in}}M}i+1})R_{\mathrm{c}\varphi}^2-R_{_{\!\emph{\hspace{-.00in}}\hspace{-.00in}}\varphi}^2\sin^2\!\alpha,\,s=R_{\mathrm{c}\varphi}^2(R_i\cos\!\alpha-R_{_{^{_{\!\emph{\hspace{-.00in}}\hspace{-.00in}}M}i+1})^2,\,D_1=p^2-qs.$$

Выбор знака в выражении (1) необходимо проводить с учетом того, что значения величин  $tg\beta$  и  $cos\beta$ , которые определяются по выражениям

$$tg\beta = \frac{R_i \cos\alpha - R_{\text{M3M}i+1} + \Delta_{\text{K}}}{R_i \sin\alpha} , \cos\beta = \frac{R_{\text{c}\varphi}}{R_{\text{c}\varphi} + \Delta_{\text{K}}},$$

должны быть положительными. Следует учитывать, что получаемые значения угла  $\beta$  имеют физические ограничения, связанные с реализацией пробы.

При радиусе сферической части пробы a=18 мм диапазон углов  $\beta$ , в которых возможно проводить измерение, составляет около  $\pm 8^\circ$ . При этом максимальное значение погрешности составляет  $\Delta_{\rm K\ max}=176$  мкм. Для коррекции результатов измерения из полученного при измерении массива радиусов берется текущая величина  $R_{\rm изм}_i$ . Затем с учетом формулы (1) проводится пошаговый расчет радиусов при изменении угла поворота столика  $\alpha$  от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  при фиксированной высоте h. После коррекции новое значение  $R_i$  записывается в массив скорректированных значений радиусов. После полного оборота берется следующее значение высоты  $h_i$ , и в итоге формируется массив  $[R, \alpha, h]$ .

Выполнено моделирование погрешностей отклонений от сферичности для кольцевого и эллиптического контуров. Для кольцевого контура введем обозначения:  $O_1$  — центр симметрии контура,  $O_2$  — центр главного сечения контактной сферы,  $O_3$  — центр вращения стола,  $O_3B_1$  — измеряемое расстояние до центра вращения,  $O_3B_2$  — расстояние от центра вращения до контура тела,  $B_1B_2 = \Delta$  — рассогласование измеряемого датчиком и реального расстояний до оси вращения (рис. 6).

Полагаем известными следующие величины:  $R_0$  — радиус ортогонального сечения,  $R_{\rm c \varphi}$  — радиус сферической части пробы,  $O_1 O_3 = b$  — расстояние между центром вращения и центром симметрии тела,  $\alpha$  — угол поворота направления вращения относительно исходного положения. Радиус измерения  $R_{\rm L}$  в модели определяется из соотношения

$$R_{\rm M} = b \cos \alpha_{\rm m} - R_{\rm cop} + \sqrt{\left(R_0 + R_{\rm cop}\right)^2 + b^2 \sin^2 \alpha_{\rm m}}.$$

Радиус моделируемого контура задан равным 18,25 мм. Рассогласование положений оси вращения столика и оси симметрии цилиндра при моделировании составляло 1 мм. На рис. 7, *а* видно смещение смоделированного контура относительно истинного. На рис. 7, *б* приведены результаты компенсации рассогласования осей. При малых погрешностях несовпадение форм контуров визуаль-

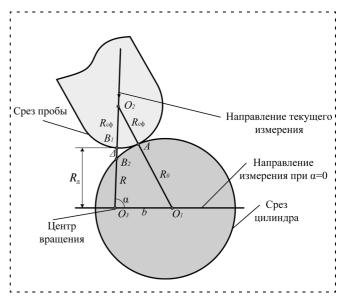


Рис. 6. Расположение пробы относительно контура тела

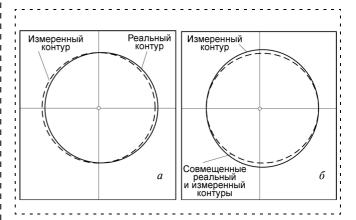


Рис. 7. Измеренный и истинный кольцевые контуры (a); измеренный контур с компенсацией смещения центров и реальный контур  $(\delta)$ 

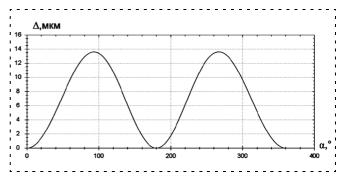
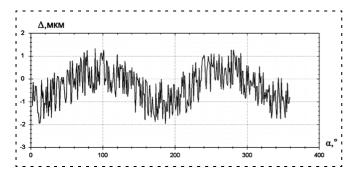


Рис. 8. Кривая ошибок



**Рис. 9. Результат компенсации погрешности для кольцевого контура** 

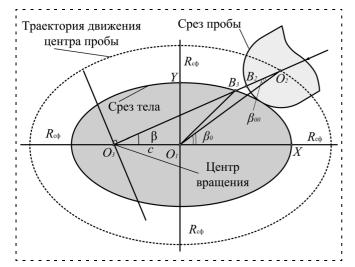


Рис. 10. Расположение пробы относительно эллиптического контура

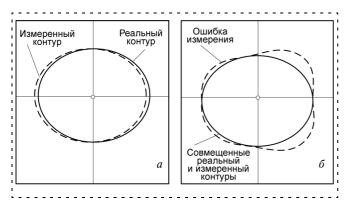


Рис. 11. Измеренный и истинный эллиптический контуры (a); измеренный контур с компенсацией смещения центров и реальный контур  $(\delta)$ 

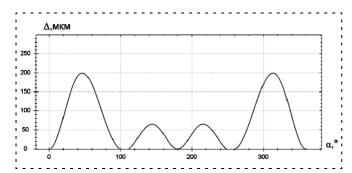


Рис. 12. Кривая ошибок

но не наблюдаемо, поэтому для большей наглядности на рисунке приведен измеренный контур с увеличенной в 10 раз ошибкой относительно истинного контура, свидетельствующий о наличии эллиптичности в измеренном контуре, внесенной вследствие сферичности пробы датчика.

Как и предполагалось, сферичность пробы внесла аддитивную погрешность  $\Delta(\alpha)$  в результаты измерения для идеального кольцевого контура, смещенного относительно центра вращения столика. При смещении, равном 1 мм, аддитивная погрешность достигает 14 мкм (рис. 8); при большем смещении погрешность будет достигать еще более значительных величин.

Применение предложенного алгоритма компенсации аддитивной погрешности из-за сферичности пробы позволило повысить точность измерения идеального кольцевого контура. Как видно из рис. 9, погрешность измерения после проведения компенсации не превышает по модулю 2 мкм. Расположение сферической пробы относительно эллиптического контура приведено на рис. 10 (обозначения введены по аналогии с рис. 6).

Радиус измерения  $R_{\rm J}$  определяется из соотношения

$$R_{\pi} = R_0 - R_{\text{cd}}, \tag{2}$$

где  $R_0 = \sqrt{x_{O_2}^2 + y_{O_2}^2}$ ,  $x_{O_2} = (a + R_{c\phi})\cos\beta_{00} + c$ ,  $y_{O_2} = (b + R_{c\phi})\sin\beta_{00}$ , а угол  $\beta_{00}$  определяется по формулам:

$$\begin{split} \beta_{00} &= \arcsin \frac{c t g \beta}{\sqrt{(b + R_{c \varphi})^2 + (a + R_{c \varphi})^2 t g \beta^2}} \ + \\ &+ \arctan \frac{(a + R_{c \varphi}) t g \beta}{b + R_{c \varphi}} \ , \\ \text{где } \beta &\in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]; \\ \beta_{00} &= \pi + \arcsin \frac{c t g (\pi - \beta)}{\sqrt{(b + R_{c \varphi})^2 + (a + R_{c \varphi})^2 t g (\pi - \beta)^2}} \ - \\ &- \arctan \frac{(a + R_{c \varphi}) t g (\pi - \beta)}{b + R_{c \varphi}} \ , \\ \text{где } \beta &\in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right). \end{split}$$

Радиус большой полуоси эллипса задан равным  $18,25\,$  мм, радиус малой полуоси —  $15\,$  мм. Рассогласование оси вращения столика и оси симметрии эллипса при моделировании составляло  $1\,$  мм. На рис.  $11,\,a\,$  видно смещение полученного контура относительно истинного. На рис.  $11,\,\delta\,$  приведены результаты компенсации рассогласования осей.

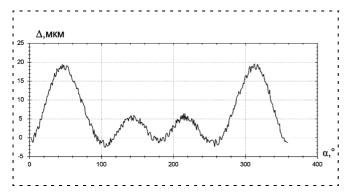


Рис. 13. Результат компенсации погрешности для эллиптического контура

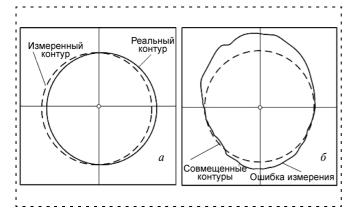


Рис. 14. Измеренный и истинный контуры (a); измеренный контур с компенсацией смещения центров и реальный контур ( $\delta$ )

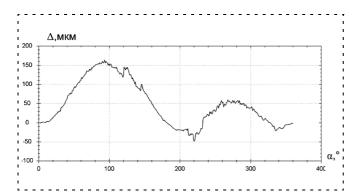


Рис. 15. Кривая ошибок измерений контура объекта

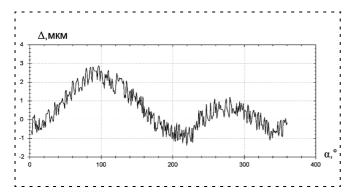


Рис. 16. Результат компенсации погрешности для измеренного объекта

Для эллиптического контура, как смещенного, так и не смещенного относительно центра вращения столика, сферичность пробы также вносит аддитивную погрешность в результаты измерения. При смещении, равном 1 мм, аддитивная погрешность  $\Delta(\alpha)$  достигает 200 мкм для эллипса с соотношением полуосей около 6 : 5 (рис. 12).

Как и ожидалось, применение алгоритма компенсации аддитивной погрешности из-за сферичности пробы значительно повысило точность измерения идеального эллиптического контура (рис. 13).

Результаты моделирования измерения идеальных контуров свидетельствуют о том, что аддитивная погрешность, вносимая в результаты измерения из-за сферичности пробы датчика, оказывается тем больше, чем больше смещение центра исследуемой модели относительно центра вращения стола, и чем значительнее несферичность исследуемой модели, и требует компенсации.

# Экспериментальное исследование сканирующего профилометра

До проведения измерений необходимо обеспечить нулевое начальное значение расхождения продольной оси датчика и оси вращения r = 0. Для этого необходимо: установить произвольно тело на поворотный столик и, вращая его, определить и зафиксировать положение, соответствующее максимальному значению показаний датчика перемещений. На первом этапе выполняется поворот тела на угол  $\Delta \alpha$ , измеряется величина  $R_{\text{изм}i}$  и записывается в массив результатов измерения. Пошаговый поворот происходит до тех пор, пока угол  $\alpha$  не достигнет значения 360°. Затем происходит вертикальное перемещение по высоте. Полученный массив  $[R_{\text{изм}}, \alpha, h]$  в дальнейшем необходимо скорректировать для уменьшения погрешностей. Для проверки устройства возьмем цилиндрическое тело с радиусом R = 18,25 мм. Результаты формирования массива измерений после представлены на рис. 14, а.

По данным измерений определено рассогласование оси вращения столика и предполагаемой оси симметрии исследуемого тела, которое составило 1696 мкм. На рис. 14,  $\delta$  приведены идеальный контур и контур, построенный по результатам измерений с учетом компенсации смещения центров вращения (рассогласование контуров приведено в увеличенном масштабе). Рассогласование  $\Delta(\alpha)$  идеального контура и данных измерений после предварительной компенсации приведены на рис. 15.

Аналогично обработке результатов измерения при моделировании контуров была проведена компенсация аддитивной ошибки из-за сферичности пробы датчика (рис. 16).

Результат применения алгоритма компенсации для экспериментального контура свидетельствует о том, что контур объекта близок к идеальному кольцевому контуру с погрешностью в 2 мкм.

#### Заключение

Разрабатываемый сканирующий профилометр является автоматизированной системой сканирования поверхностей цилиндрических тел с помощью прецизионного контактного фотоэлектрического датчика перемещений. Предложенная в работе структурная схема профилометра представляет собой совокупность фотоэлектрического датчика линейных перемещений, интерфейса связи с USB-портом персонального компьютера, исполнительных органов, в качестве которых предложено использовать шаговые двигатели, а также вращающегося столика, вертикальной подвижки и объекта измерения. Использование прецизионного контактного фотоэлектрического датчика перемещений с сапфировой сферичной пробой уменьшает возможность повреждений поверхности измеряемого тела. Ввиду требования высокой точности измерения был проведен анализ погрешностей, по результатам которого предложены способы их устранения и разработан итеративный алгоритм компенсации на основе учета предыдущих показаний аддитивной погрешности, возникающей из-за сферичности пробы датчика. Моделирование компенсации аддитивной погрешности для идеального кольцевого и эллиптического контуров продемонстрировало целесообразность применения предложенного алгоритма компенсации. В ходе экспериментального исследования тестового цилиндрического тела с помощью разрабатываемой системы получен массив данных и проведена компенсация аддитивной погрешности из-за сферичности пробы фотоэлектрического датчика, а также компенсация рассогласования центров идеального и экспериментального контуров. Максимальное рассогласование контуров после компенсации ошибки сферичности и рассогласования центров составило для тестового цилиндрического тела 2 мкм. Сканирующий профилометр позволяет измерять профили цилиндрических тел с радиусами от 1 до 8 см и высотой от 2 до 15 см.

#### Список литературы

- 1. **George K. Knopf.** Opto-Mechatronic Products and Processes: Design Considerations, KAIST, South Korea.
  - 2. **XP-2** Stylus profiler Ambios Technology, www.ambiostech.com
  - 3. www.remarm.ru
- 4. **Busurin V. I., Medart P., Gailly P., Collette J. P., Stockman Y.** Manufacturing of aspherical optics by ion beam and measuring techniques. SPIE Proceeding, "Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies 2005", China.
  - 5. www.renishaw.com
  - 6. www.heidenhain.com
  - www.skbis.ru

УДК 658.62.018.012

**Р. Р. Загидуллин,** д-р техн. наук, проф., Уфимский государственный авиационный технический университет, polysoft@list.ru

#### Количественный подход в управлении качеством продукции

Рассмотрены вопросы решения задач управления качеством машиностроительной продукции с помощью количественного подхода. Предложены методики анализа и формализации параметров качества, математические модели определения состава мероприятий по повышению качества и методы их планирования во времени.

**Ключевые слова:** управление качеством, количественный подход, математическая модель, оптимизация, расписание, параметры качества продукции

#### Постановка задачи

Управление качеством продукции в настоящее время охватывает достаточно много вопросов, большинство из которых направлено либо на решение задач построения и внедрения систем менеджмента качества [1, 2 и др.] в рамках стандарта ГОСТ Р ИСО 9001—2008, либо на использование извест-

ных ранее статистических методов [3, 4 и др.]. Задачи первого класса имеют в основе системный характер и направлены на улучшение структуры управления предприятием, задачи второго класса можно отнести к задачам с количественной оценкой, в основе которых лежат известные статистические методы контроля и последующего управления параметрами процессов.

Несмотря на актуальность этих задач очень часто возникают правомерные вопросы — повысится ли прибыль предприятия при повышении качества продукции. Если повысится, то насколько, какое количество ресурсов необходимо затратить, чтобы получить прибыль, что конкретно необходимо повысить в качественном плане у того или иного вида продукции, чтобы повысить прибыльность бизнеса. Все эти вопросы относятся к категории вопросов разработки и применения методик повышения качества продукции как объекта управления количественного характера.

Поэтому с точки зрения управленческой задачи вопрос повышения качества изделий можно сформулировать в виде следующего тезиса: сколько средств в денежном выражении необходимо затратить, чтобы обеспечить такое повышение качества

того или иного вида продукции, производимого предприятием, которое даст определенную прибыль?

На этот вопрос можно ответить только в том случае, если мы перейдем от общих рекомендаций к численным моделям. Численный подход в управлении качеством означает алгоритмизацию процесса определения суммы денежных средств, необходимой для повышения качества продукции.

В основе задачи повышения качества лежит тезис о том, что любое качество Q есть функция от затрат на качество  $Z_q$  и эти затраты лимитируются расходами  $C_{\max_q}$ , которые может себе позволить предприятие исходя из текущего финансового положения.

#### Анализ исходных данных

Задача повышения качества продукции в общем случае имеет два варианта решения. В первом случае для всего множества продукции  $N=\{1...n\}$ , выпускаемой предприятием, нам известно: наименование продукции  $N_i$ , обобщенные требования к качеству продукции —  $q_{ij}$ , частные параметры качества (развернутые от требований) —  $q_{ijk}$ , показатели важности требований и параметров —  $K_{q_{ijk}}$ , а также требуемый уровень качества того или иного параметра —  $R_{q_{ijk}}$ . Задача повышения качества при этом сводится к определению достаточности средств

предприятия  $C_{\max_q}$  для повышения качества продукции по известным параметрам.

Во втором случае для всего множества продукции  $N=\{1...n\}$  нам неизвестно, для каких видов продукции и до какого уровня необходимо повысить параметры качества, чтобы не превысить лимитированную сумму затрат  $C_{\max_q}$ . Этот вариант встречается чаще всего.

В общем виде методику управления качеством с помощью численного подхода можно представить в виде следующей последовательности этапов.

На *первом этапе* необходимо иметь следующие ланные:

- 1) данные по продукции своего предприятия;
- 2) требования потребителей относительно рассматриваемого вида продукции. Такие данные (на что, в первую очередь, обращает внимание покупатель при приобретении товара) получаются путем опроса потребителей, анкетирования, опроса сетей реализации продукции. Надо отметить, что данные в виде требований желательно получать не только относительно своей продукции, но также продукции конкурентов. Желательно иметь комплексную картину товара, который бы был привлекателен для каждой категории покупателей;
- 3) данные по продукции конкурентов. Эти данные необходимо иметь не только в виде требований со стороны потребителей, но также в виде тщательного анализа продукции конкурентов. Важно вы-

Сводная таблица анализа требований и качества продукции

Таблица 1

		,								
		Требо-	Коэффи- циент важ-	Требования	Коэффици- ент важности		ертная оц вня качес		Свя-	Необ- ходи-
	потреби- телей (р		ности тре- бования (ранжиро- ванный)	потребителей, развернутые до параметров продукции	параметра (ранжиро- ванный)	Про- дукция пред- приятия	Про- дукция конку- рента 1	Про- дукция конку- рента <i>s</i>	ные пара- метры	мость учета пара- метра
		Качество салона $q_{11}$	$Kq_{11} = 0.5$	Приборная панель $q_{112}$	$Kq_{111} = 0.1$ $Kq_{112} = 0.15$	70 90 	90 80 	100 90 	<i>q</i> <sub>112</sub> —	+ - 
				Кресла <i>q</i> <sub>115</sub>	$Kq_{115} = 0.07$	70	90	90	_	+
	Пара-									
	ние шума		Шумоизоляция салона $q_{1m1}$ Уровень вибрации кузова $q_{1m2}$	$Kq_{1m1} = 0.05  K_{q1m2} = 0.1$	80 80	90 80	90 90		+ +	
Номер продукта $i = 1$ (автомо-				 Уровень шума двигателя $q_{1m7}$	$Kq_{1m7} = 0.01$	 90	 80	 90		 -
биль)		Наличие лебедки	$K_{f_{11}} = 0.3$	Вал отбора мощности двигателя $f_{111}$	$K_{f_{111}} = 0.15$	0	0	0	$f_{112}$	-
	Пара- метры	$f_{11}$		Лебедка $f_{112}$	$K_{f_{112}} = 0.1$	0	0	0	$f_{111}$	
	функ-									
	нально- сти	ольно- Электро- $K_{f_c} = 0.4$		Электропривод стекол $f_{1n1}$	$K_{f_{1n1}} = 0.12$	0	90	0	$f_{1n2}$	+
		пакет $f_{1n}$		Привод стекол на приборной панели $f_{1n2}$	$K_{f_{1n2}} = 0.28$	0	80	0	$f_{1n1}$	

явить, какие параметры качества у конкурирующего товара лучше или хуже и на сколько.

На *втором этапе* необходимо провести анализ требований потребителей и продукции конкурентов. Для этого строится сводная таблица анализа требований и качества продукции (табл. 1).

Таблица является сводной в том смысле, что в ней отражены требования  $Q_i$  потребителей к качеству i-го вида продукции из всего множества продукции  $N = \{1...n\}$ , данные по собственной продукции, рассмотренные через призму этих требований, а также аналогичные данные по качеству продукции конкурентов.

Заранее надо отметить, что эта таблица содержит не только данные по качеству, но также данные по требуемой потребителем функциональности, анализ которой аналогичен анализу по качеству.

Надо отметить, что аналогичный подход к систематизации требований к продукции по тем или иным параметрам качества, через требования потребителей, встречается достаточно часто. Примером могут служить, например, разные табличные методики [5], но во всех этих случаях смысл анализа сводился к эмпирическим выводам о целесообразности повышения качества продукции.

Размерность таблицы по "вертикали" определяется либо общим числом наименований выпускаемой предприятием продукции, либо тем перечнем продукции, которая по оценке потребителей уступает по качеству аналогичным образцам продукции конкурентов. Кроме того, в общий список необходимо включать те виды продукции, по которым имеются существенные нарекания со стороны потребителей.

Каждому j-му требованию в табл. 1 сопоставлен коэффициент его значимости  $K_{q_{ij}}$ , определяемый потребителем.

Нередко значение этого коэффициента (где  $K_{q_{ij}} \in [0..1]$ ) трудно определить однозначно в процессе опроса, поскольку при большом числе требований возникают трудности с назначением  $K_{q_{ij}}$  для практически равносильных требований. В этом случае полезно провести операцию ранжирования по методике, которая подробно представлена в работе [6].

После построения таблицы необходимо провести ее анализ и дальнейшую дифференциацию требований.

Итак, имеется множество видов продукции  $N = \{1...n\}$ . Для каждого i-го вида продукции  $(i \in N)$  предъявляются требования по качеству  $Q_i$ , т. е. есть некое множество общих требований по всему множеству продуктов

$$Q = \{Q_1, ..., Q_i, ..., Q_n\}.$$
 (1)

После определения числового значения коэффициентов важности требований  $K_{q_{ij}}$  необходимо развернуть вектор требований Q до параметров продукции  $q_{ijk}$ , которые отражают эти требования:

$$Q = \{q_{ijk}\},\tag{2}$$

т. е. все множество Q надо представить в виде параметров  $q_{ijk}$ , где i — номер продукта в множестве N, j — номер требования по качеству (для каждого вида продукции может быть различное число требований), k — номер параметра качества j-го требования (также может быть различным).

Для приведенного в табл. 1 примера требование "Качество салона" продукции "Автомобиль" было развернуто на такие параметры качества, как "Дизайн салона", "Приборная панель", "Кресла".

Таким образом, при дифференциации первичного требования  $q_{ij}$  выявляются те параметры качества  $q_{ijk}$  рассматриваемого объекта (в данном случае — салона автомобиля), которые и определяют в совокупности рассматриваемое требование  $Q_i$ .

Значения коэффициентов важности  $K_{q_{ijk}}$  частных параметров  $q_{ijk}$  получаются по той же методике ранжирования, что представлена в [6], но не путем деления значения коэффициента  $K_{q_{ij}}$  на число параметров, а повторного решения задачи ранжирования с учетом наследования признака отношения между требованиями  $q_{ij}$ .

Далее по каждому параметру качества  $q_{ijk}$  необходимо проанализировать имеющийся уровень этого параметра с учетом анализа продукции конкурентов. Для этого выстраивается шкала уровня качества от 0 до 100. Значение 100 может быть присвоено лучшим образцам продукции. Определение реального значения осуществляется на основе экспертной оценки, с привлечением специалистов, которые могут однозначно определить разницу в качестве между сравниваемыми продуктами. Часто числовое значение трудно отыскать и с помощью экспертов, в этом случае можно также воспользоваться ранжированием коэффициентов сравниваемых объектов и в дальнейшем привести их значения к шкале 0...100.

Для каждого параметра  $q_{ijk}$  необходимо определить связность его с другими параметрами. Связность параметра в данном случае означает зависимость, например, параметра  $q_{ijk}$  от другого, некоего параметра  $q_{ijl}$ . При этом, если параметр  $q_{ijk}$  необходимо учитывать в мероприятиях повышения качества, и он присутствует в соответствующей численной модели, то и параметр  $q_{ijl}$  также должен быть учтен.

После определения значений всех коэффициентов  $K_{q_{iik}}$ , экспертной оценки уровня качества и

связности параметров  $q_{ijk}$  необходимо определить, какие же параметры качества  $q_{ijk}$  необходимо учесть в дальнейших мероприятиях по повышению уровня качества продукции, т. е. составить некий первоначальный вектор параметров  $Q_{ii}^0(q_{ijk})$ .

Ответ на этот вопрос дает анализ экспертной оценки уровня качества по каждому из параметров и связность этих параметров с другими в табл. 1. Формирование вектора параметров качества, используемых в дальнейшем в задаче повышения уровня качества, происходит по следующим правилам.

1. Обязательными являются те параметры, значение уровня которых согласно экспертной оценке меньше уровня конкурентов. Например, если уровень качества салона автомобиля у рассматриваемой продукции равен 70, а у конкурентов больше — 80, 90 и 100, как это видно из табл. 1, то включение этого параметра на данном этапе в  $q^0$  является обязательным, т. е.

$$q_{ijk} \in Q_{ij}^0 | R_{q_{ijk}} < R_{q_{ijk}}^v, v = 1, s,$$
 (3)

 $R_{q_{ijk}}$  — значение уровня качества параметра  $q_{ijk}$ ;  $R_{q_{ijk}}^{\nu}$  — значение уровня качества аналогичного параметра  $\nu$ -го конкурента.

Заранее отметим, что существующий на момент анализа уровень любого параметра  $q_{ijk}$  будем называть базовым и обозначать  $R^0_{q_{ijk}}$ . Для нашего числового примера (табл. 1)  $R^{\nu}_{q_{111}}=70$ .

2. Обязательными являются те параметры, которые связаны с некоторыми параметрами  $q_{ilk}$ , уже включенными в вектор  $Q^0_{ij}$  при условии, что значение уровня качества этих параметров не выше уровня любого конкурирующего продукта, т. е.

$$q_{ijk} \in Q_{ij}^0 | q_{ijk} \leftarrow q_{ilk} \vee \exists R_{q_{ijk}}^v \geqslant R_{q_{ijk}}, \ v = 1, \ s. \quad (4)$$

- 3. Могут быть дополнительно включены те параметры  $q_{ijk}$ , которые, несмотря на то, что не уступают по уровню качества аналогичным параметрам конкурентной продукции, имеют максимальный или достаточно высокий коэффициент важности среди всего множества параметров.
- 4. Не рекомендуется включение параметров, уровень качества которых выше, чем у конкурентной продукции.

Таким образом, на основе перечисленных правил, три из которых (первое, второе и четвертое) являются обязательными, а одно — по усмотрению

проектанта, формируется вектор параметров  $Q_{ij}^{0}$ , над которым нам предстоит работать далее.

Вектор параметров  $Q_{ij}^0$  в итоге дает нам множество продуктов предприятия —  $N^0 = \{1...n^0, N^0 \in N\}$ , которые на основе  $Q_{ij}^0$  подлежат повышению качества по тем или иным параметрам качества.

В данном векторе то или иное требование по качеству может быть отражено не всем составом характеристик, поскольку в  $Q_{ij}^0$ , согласно правилам отбора характеристик, входят только те, уровень качества которых требует его повышения.

Для всех частных параметров, которые были выбраны на предыдущем этапе в вектор  $Q_{ij}^0$ , необходимо определить состав технических и организационных мероприятий по повышению качества продукции (табл. 2).

Перечень таких мероприятий (доработка или переработка конструкции, организационные мероприятия, использование дополнительного оборудования или его замена и т. п.) расписывается для каждого уровня качества параметра. Таким образом, показывается, какие мероприятия должны быть осуществлены, чтобы тот или иной уровень качества мог быть достигнут. При этом очень часто состав мероприятий верхнего уровня включает в себя состав мероприятий нижнего уровня.

Кроме перечня мероприятий в табл. 2 указываются затраты  $Z_{q_{ijkr}}$  по каждому r-му уровню качества того или иного параметра качества  $q_{ijk}$ , приведенные ко всей программе выпуска изделия. Данные затраты означают — сколько необходимо затратить денежных средств, чтобы достичь требуемого уровня качества того или иного параметра  $q_{ijk}$  согласно указанному перечню технических мероприятий.

Надо отметить, что в табл. 2 указывается перечень мероприятий и затраты только для тех уровней, которые можно достичь относительно базового варианта продукции предприятия. Например, если в векторе  $Q_{ij}^0$  присутствует некий параметр  $q_{ijk}$  с уровнем качества 80 для рассматриваемого предприятия, то в таблице указываются только мероприятия и их стоимость для уровней, выше указанного, например, 90, 100.

Число возможных уровней для каждого параметра  $q_{ijk}$  обозначим  $r_{ijk}$ .

Значения затрат  $Z_{q_{ijkr}}$  являются нормируемыми, поскольку известен состав технических и организационных мероприятий.

Если по каким-либо причинам вдруг оказывается, что состав технических мероприятий не может

Номер продукта <i>і</i>	Требова- ния потре- бителей $q_{ij}$	Параметр качества <i>q<sub>ijk</sub></i>	Уровень качества $R_{q_{ijk}}$	Состав технических мероприятий по обеспечению уровня качества	Стоимость уровня на программу выпуска $Z_{q_{ijkr}}$	$\%$ повышения стоимости товара $\Delta  C_{q_{ijkr}}$
				Конструкторская переработка салона в соответствии с лучшими образцами Изменение материалов, схожих с лучшими аналогами	15	2
		Дизайн салона <i>9</i> 111	90	Дизайнерская переработка салона в соответствии с лучшими образцами Конструкторская переработка салона в соответствии с лучшими образцами Изменение материалов, схожих с лучшими аналогами	20	3
<i>i</i> = 1 (автомо- биль)	1 Качество		100	Дизайнерская переработка салона в соответствии с лучшими образцами Конструкторская перераработка салона в соответствии с лучшими образцами Изменение материалов на лучшие Оснащение салона автомобильными аксессуарами	25	6
		Шумоизо-		Конструкторская переработка стыков кузова Замена уплотнений	12	3
		ляция са- лона $q_{1m1}$	100	Конструкторская переработка стыков кузова Замена уплотнений Установка шумоизоляционных панелей	17	5

быть выполнен (невозможность выполнения ввиду отсутствия опыта, противоречия нормативного характера и пр.), то данная характеристика удаляется из вектора  $Q_{ii}^0$ .

Кроме того, в табл. 2 для каждого r-го уровня параметра имеется такой параметр, как процент повышения стоимости продукта  $\Delta C_{q_{ijkr}}$ . Это процент повышения стоимости продукции, за который потребитель готов заплатить, если улучшится данный параметр качества  $q_{ijkr}$  до указанного уровня. Этот показатель достаточно сложно определить аналитически и его оценку рекомендуется проводить на основе опроса потребителей, анализа продукции конкурентов и динамики продаж продукции с разными уровнями качества.

Таблица уровней и затрат по параметрам функциональности имеет точно такой же вид, как и рассмотренная таблица по качеству, поэтому здесь мы не станем ее рассматривать подробно.

Теперь, имея полную картину анализа требований по качеству, а также состав параметров качества в виде вектора  $Q_{ij}^0$  с перечнем мероприятий, оценкой стоимости по каждому уровню и процентом повышения стоимости продукта, можно определить, какие же затраты мы должны осуществить, чтобы получить положительный результат в задаче повышения качества продукции.

#### Математические модели управления качеством

Чтобы составить модель оптимального управления качеством на основе нашего предыдущего материала, необходимо определиться с целями моделирования, исходными данными, аксиоматикой модели и составом критериев.

Прежде всего, определимся с вопросом — что же мы хотим достичь в области повышения качества. Как ни странно, не существует единой цели и единой стратегии. Выбор целей, стратегии зависит от ситуации. В соответствии с этим и характер моделей может быть разным. Перечислим эти стратегии.

- 1. Предприятие хочет повысить качество продукции, чтобы получить дополнительную прибыль. При этом возможны следующие варианты.
- 1.1. Предприятие не может однозначно определить требуемый уровень качества  $R_q$  ни по одному из параметров вектора  $Q_{ij}^0$ . Ясно только, что повышение уровня качества хотя бы одного из этих параметров, по предварительной оценке, должно привести к повышению спроса на продукцию и увеличению объема продаж, что в свою очередь, должно привести к максимизации прибыли  $\Pi_{\text{max}}$ .
- 1.2. Предприятие хотя бы по одному из параметров может указать его требуемый уровень  $R_q$ , например, не ниже какого-либо значения.

Класс этих задач обозначим  $\Pi_{\max}|R_q\neq$ ! и  $\Pi_{\max}|R_q=$ ! для случаев 1.1. и 1.2. соответственно.

- 2. Предприятие хочет максимизировать прибыль за счет повышения уровня качества тех параметров, которым потребитель дал высокие оценки коэффициента важности  $K_q$ . В этом случае выдвигается гипотеза, что если повысить уровень качества продукции до показателей конкурентов или даже выше, то это непременно скажется на потребительском спросе и увеличении объема продаж. Класс задачи обозначим  $\Pi_{\max}$  ( $\max K_q$ ).
- 3. Предприятие не ставит целью получение явной прибыли, но пытается инвестировать в процесс повышения качества продукции в целях привлечения покупателей и завоевания рынка. При этом либо имеются определенные ограничения на инвестиционные средства в явном виде, либо эти ограничения отражаются через некоторую минимальную величину прибыли. Мы будем рассматривать два варианта таких задач, в которых целью является повышение качества при ограничениях на инвестиционные средства.
- 3.1. Вариант, когда целью является реинжиниринг продукции на основе улучшения показателей качества, обеспечивающий наилучшие интегральные показатели качества исходя из оценок важности параметров качества, полученных на основе анализа требований потребителей. Класс задачи обозначим  $\max K_a^{\Sigma}|K_a$ .
- 3.2. Вариант, когда реинжиниринг продукции предусматривает частичное повышение интегрального показателя качества в виде уровня качества либо относительно существующего варианта, либо с указанием минимального прироста интегрального

показателя. Класс задачи обозначим  $\max R_q^\Sigma |\Delta R_q^\Sigma|$ 

Остановимся подробно на рассмотрении математической модели и решении нашей первой задачи —  $\Pi_{\max}|R_q\neq$ !.

Процесс повышения качества в той постановке численной задачи, которая приведена в данной работе, является нелинейным. На рис. 1 представлена функция затрат на повышение качества, имеющая вид кусочно-постоянной функции.

На графике рис. 1 видно, что повышение затрат на качество приводит к переходу в определенных точках диапазонов качества — в точках  $r_{ijk}^{\rm H}$  — на другой уровень качества  $R_{q_{ijk}}$ . Дальнейшее повышение затрат не приводит к улучшению качества до тех пор, пока затраты не достигают верхней границы диапазона  $r_{ijk}^{\rm KH}$ , после которой качество достигает следующего уровня с соответствующими затратами  $Z_{q_{ijk}}$ . Затраты на достижение требуемого уровня качества могут расти непрерывно, но нас интересует их рост в диапазонах, который бы дал выполнимость уровня по характеристикам качества.

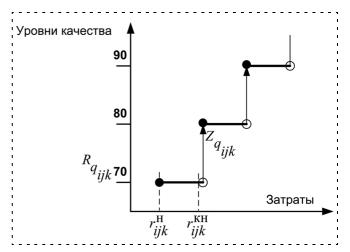


Рис. 1. Функция затрат на повышение качества

Например, если стоимость некоего k-го уровня, который является первым в таблице уровней и затрат, равна 15 денежным единицам, а (k+1)-й уровень характеризуется значением 20, то значение  $Z_{q_{ij}}=12$  нам ничего не даст, поскольку на достижение начального уровня необходима сумма затрат, равная 15 единицам. Точно так же сумма затрат, равная или меньшая 20, но большая 15, позволит достичь только первого уровня качества. Эти условия связаны в тем, что если для достижения какого-либо уровня качества  $R_{q_{ijk}}$  необходима какая-либо определенная сумма затрат, то меньшая сумма не позволит выполнить весь состав технических мероприятий, представленный в таблице уровней и затрат.

Несмотря на то, что мы имеет дело в данной модели с нелинейным процессом, саму модель можно представить в виде задачи булевого программирования. Математическая модель в этом случае будет иметь следующий вид:

$$F = \sum_{i=1}^{n^0} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{k=1}^{k_{ij}} \sum_{r_{ijk}}^{r_{ijk}} x_{ijkr} \times$$

$$\times (0.01 \Delta C_{q_{ijkr}} C_i - Z_{q_{ijkr}}) \rightarrow \max;$$
(5)

$$\sum_{i=1}^{n^0} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{k=1}^{k_{ij}} \sum_{r=1}^{r_{ijk}} x_{ijkr} Z_{q_{ijkr}} \leq C_{\max} q;$$
 (6)

$$\sum_{r=1}^{r_{ijk}} x_{ijkr} \le 1, \ i = 1, \ n^0; \ j = 1, \ m_i; \ k = 1, \ k_{ij};$$
 (7)

$$x_{ijkr} \in [0, 1]; F > 0,$$
 (8)

где  $n_0$  — число видов продуктов в рассматриваемом множестве  $N_0 = \{1...n^0\}$ ;  $m_i$  — число требований для i-го вида продукта;  $k_{ij}$  — число параметров качества в соответствующем j-м требовании i-го вида продукта;

 $C_i$  — общая стоимость i-го вида продукта, учтенная на всю программу выпуска;  $C_{\max q}$  — максимальные затраты в денежном выражении, которые допустимы для повышения качества продукции;  $\Delta$   $C_{q_{ijk}}$  — процент повышения стоимости продукта относительно его общей стоимости  $C_i$ .

Выражение (5) представляет собой критерий в виде целевой функции линейного вида. Выражение (6) представляет собой ограничение по затратам на повышение качества. Выражение (7) — это ограничение, которое гарантирует, что для какого-либо параметра  $q_{iik}$  будет учитываться только один (самый высокий) из достижимых уровней повышения качества. Выражение (8) указывает на область существования переменных. При этом выражение F > 0указывает на то, что значение целевой функции должно быть больше нуля. Если F меньше нуля, то это будет означать, что процесс повышения качества является для предприятия убыточным. В ряде случаев можно допустить, что величина F может принимать и значения, равные нулю. При этом предприятие не потерпит убытков, но и прибыли также не получит.

В результате решения такой задачи становятся известными величины  $x_{ijkr}$ , а значит, становится известным, для каких i-х видов продукции, для каких j-х требований, для каких конкретных k-х параметров качества могут быть отпущены средства  $Z_{q_{ijkr}}$ , чтобы достичь r-го уровня качества этих параметров  $x_{ijkr}$ .

Автором разработаны все математические модели согласно вариантам стратегий, перечисленным выше, но в данной статье имеет смысл ограничиться анализом лишь одной из них, поскольку остальные модели, в какой-то мере, являются производными от рассмотренной выше.

Таким образом, при решении задач управления качеством необходимо осуществить следующее:

- составить перечень продукции, выпускаемой предприятием;
- для каждого вида продукции определить требования по качеству, предъявляемые потребителем  $q_{ij}$ ;
- на основе системного подхода определить параметры качества  $q_{ijk}$ , которые отражают требования потребителей;
- определить коэффициенты важности этих параметров  $K_{q_{ijk}}$  и уровни качества  $R_{q_{ijkr}}$  рассматриваемой продукции относительно продукции конкурентов;
- определить связность параметров качества между собой и сформировать начальный вектор параметров  $Q^0_{ij}$ , принимаемый в дальнейшем во внимание:

- определить стоимости уровней качества  $Z_{q_{ijkr}}$  и возможный процент повышения стоимости товара  $\Delta \, C_{q_{iikr}}$  при достижении этих уровней;
- определить верхнюю границу инвестиций  $C_{\max q}$  в мероприятиях по улучшению качества;
- определить цели предприятия и сформировать модель оптимизации, где искомыми величинами будут булевые переменные  $x_{q_{ijkr}}$ , означающие, что параметр  $q_{ijk}$  должен быть принят во внимание для r-го уровня качества с соответствующими затратами  $Z_{q_{ijkr}}$  в задаче повышения качества, если значение  $x_{q_{ijkr}} = 1$ , или не принимается во внимание, если  $x_{q_{iikr}} = 0$ .

Как мы видим из последнего пункта рекомендаций, задачу управления качеством можно рассматривать как комбинаторную задачу, где требуется определить, какие же инвестиционные средства нужно затратить и на улучшение каких параметров качества, чтобы достичь максимума (или минимума) критерия оптимизации задачи в соответствии с поставленной целью.

В процессе решения найденные величины  $x_{q_{ijkr}}$  не только дают нам порядок затрат на мероприятия по улучшению качества продукции, но также новый вектор — вектор  $Q_{ij}^1$ , в котором существенными, по отношению к вектору  $Q_{ij}^0$ , являются те параметры  $x_{q_{iikr}}$ , значения которых отличны от нуля:

$$Q_{ij}^{1} \in Q_{ij}^{0} | x_{q_{ijkr}} > 0.$$
 (9)

Это множество (9) является директивным для последующего шага — для каждого параметра и нового достигнутого уровня качества состав технических мероприятий расписывается в виде плана работ. Для этого строится организационная таблица мероприятий по улучшению качества, которая представляет собой таблицу, где для каждого состава мероприятий расписывается подробный перечень работ с указанием их длительности (процессов), за которыми закреплен персонал предприятия (исполнители, отделы, подразделения).

После того, как определены перечень мероприятий по повышению качества и возможный уровень качества исходя из суммы отпущенных средств предприятию, необходимо этот перечень мероприятий выполнить.

Все множество мероприятий по повышению качества параметров вектора  $\mathcal{Q}_{ij}^1$  можно обозначить как

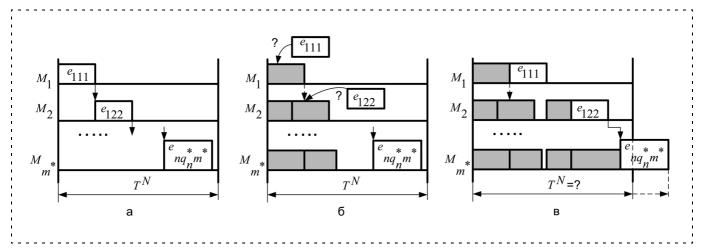


Рис. 2. Варианты диаграмм расписания работ

множество работ  $N^W = \{N_i^W, i = 1, n\}$ , где индекс i означает принадлежность к какому-либо i-му виду продукции,  $N_i^W$  — множество работ, относящихся к i-му виду продукции. Общее число работ во множестве  $N^W$  определится как  $\sum\limits_i^n q_i^*$ , где  $q_i^*$  — число работ по повышению качества, относящихся к i-му

работ по повышению качества, относящихся к i-му виду продукции.

Все исполнители мероприятий, начиная от подразделений и отделов и заканчивая конкретными специалистами, указанными в таблице мероприятий, являются обслуживающими устройствами (ОУ), которые образуют некое множество  $M = \{M_i; i=1, m^*\}$ . Сами работы обозначим  $e_{ijk}(i \in N; j=1, q_i^*; k=1, m^*)$ . Каждая работа, как сказано выше, имеет длительность ее выполнения на k-м ОУ, которую обозначим  $t_{e_{ijk}}(i \in N; j=1, q_i^*; k=1, m^*)$ . В принципе можно допустить, что план мероприятий по качеству для всего множества работ  $N^W$  является единым, не дифференцированным по виду продукции, и все работы должны закончиться к определенному сроку. Тогда введем величину, равную времени, отпущенному для выполнения этого множества работ  $N^W - T^N$ .

Множество работ можно выполнять различными способами. Самый простой способ, который обычно представлен практически во всех работах по производственному менеджменту и управлению качеством — это линейная последовательность выполнения работ. На рис. 2, а представлена диаграмма Гантта, реализующая данный метод. При этом длительность выполнения всего множества работ определяется следующим образом:

$$T = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{q_i^*} t_{e_{ijk}}.$$
 (10)

Последовательность работ  $e_{ijk}$ , когда j-я работа следует за (j-1)-й, отражается в виде матрицы условия предшествования, в которой указывается порядок следования отдельных работ между собой. Если для всего множества работ нет отношения предшествования, то общая длительность определится как

$$T = \max(t_{e_{iik}}), \tag{11}$$

но это встречается крайне редко.

На самом деле диаграмма работ так, как это показано на рис. 2, a, выглядит только в одном случае — если все исполнители не заняты работой. В действительности каждое ОУ почти всегда, на момент получения нового задания, уже имеет некоторый фронт работ (эти работы указаны на рис. 2,  $\delta$  затемненными прямоугольниками), и новые работы, увы, не всегда смогут быть выполнены в те моменты времени, как это было бы в первом случае (рис. 2,  $\delta$ ).

Поэтому диаграмма работ чаще всего выглядит так, как это представлено на рис. 2,  $\epsilon$ . При этом возникает задача размещения новых работ на временные оси ОУ так, чтобы не нарушить сроки выполнения работ, которые были назначены ранее, а также выдержать сроки выполнения нашего общего проекта  $T^N$ . При этом вероятность того, что длительность всего проекта определится согласно (11), весьма и весьма не велика.

Таким образом, возникает задача составления расписания работ, относящаяся к классу сложных комбинаторных задач [7], которые не могут быть решены без использования специальных алгоритмических и программных средств. При решении таких задач используются либо программные средства класса управления проектами — РМ (Project Management), например MS Project, либо программные средства, относящиеся к классу производственных исполнительных систем — MES (Manufac-

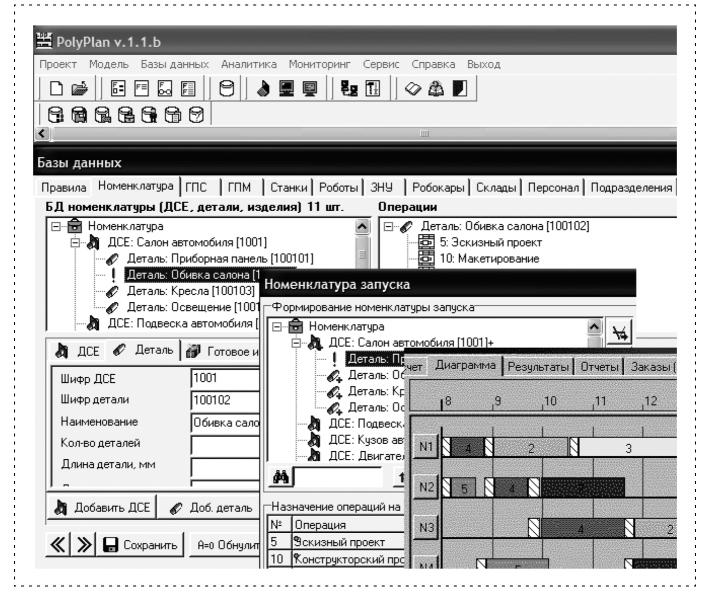


Рис. 3. Построение расписания с помощью системы PolyPlan

turing Execution Systems), имеющие мощные алгоритмические средства составления расписания [8].

На рис. 3 представлен фрагмент MES-системы PolyPlan, с помощью которой можно построить требуемое расписание.

#### Заключение

Таким образом, на основе представленного материала читатель может понять, что задача повышения качества продукции как задача управления может быть решена количественными методами и сведена к четкой последовательной методике решения ряда задач из областей системного анализа, математического программирования и теории расписаний.

#### Список литературы

- 1. **Иванов Б. В., Кане М. М. Схиртладзе А. Г.** Системы, методы и инструменты менеджмента качества. СПб.: Питер, 2009. 560 с.
- 2. **Логанина В. И., Карпова О. В., Тарасов Г. В.** Разработка системы менеджмента качества на предприятиях. Изд-во КДУ, 2008, 148 с.
- 3. **Аристов О. В.** Управление качеством М.: ИНФРА-М, 2006. 240 с.
- 4. **Новицкий Н. И., Олексюк А. В., Кривенков А. В., Пуровская Е. Э.** Управление качеством продукции. М.: Новое Знание, 2004. 337 с.
- 5. **Саливан Л.** Структурирование функции качества: принуждение к управлению качеством // Курс на качество. 1992. № 1. С. 109—116.
- 6. **Автоматизация** технологических процессов и производств: Учеб. для студентов технических вузов / В. Ц. Зориктуев, Р. Р. Загидуллин, А. Г. Лютов и др. М.: Машиностроение, 2008. 428 с.
- 7. **Конвей Р. В., Максвелл В. Л., Миллер Л. В.** Теория расписаний / Пер. с англ. М.: Наука, 1975. 359 с.
- 8. Загидуллин Р. Р. Оперативно-календарное планирование в гибких производственных системах / Под. ред. В. Ц. Зориктуева. М.: Изд-во МАИ, 2004. 208 с.

# МЕХАТРОНИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МЕДИЦИНЕ

УДК 624.8

Л. В. Беляев, аспирант,
 В. В. Морозов, д-р техн. наук, проф.,
 А. В. Жданов, канд. техн. наук, доц.,
 Владимирский государственный университет,
 mtf@vlsu.ru

# Обоснование конструкций лабораторных стендов для исследования характеристик систем вспомогательного кровообращения и искусственного сердца

Рассмотрены конструкции лабораторно-стендовых установок для исследования характеристик систем вспомогательного кровообращения и искусственного сердца на базе мехатронных модулей. Приведены взаимосвязи между основными элементами, входящими в состав систем вспомогательного кровообращения и искусственного сердца и стендовыми установками для исследования их свойств. Предложена конструкция стенда для проведения комплексных лабораторно-стендовых испытаний.

**Ключевые слова:** имплантируемые системы, вспомогательное кровообращение, искусственное сердце, мехатронный модуль, комплексные лабораторно-стендовые испытания

Испытания имплантируемых систем вспомогательного кровообращения (ВК) и искусственного сердца (ИС) обычно проходят две стадии:

- 1) испытания на специализированных стендовых установках (in-vitro tests);
- 2) проведение комплексных медико-биологических экспериментов (in-vivo studies).

На первой стадии происходят исследования технических, физических и медико-биологических процессов, протекающих при работе разработанных систем ВК и ИС. В настоящее время на этой стадии используют следующие группы стендов:

- для оценки эффективности насосной функции систем ИС и ВК;
- для изучения гидродинамических характеристик;
- для оценки гемолиза;
- для определения длительности безотказной (непрерывной) работы;
- для исследования тепловых характеристик приводов ИС и ВК.
  - В общем случае состав системы ВК следующий:

- 1) имплантируемый блок насоса, состоящий из привода, искусственного желудочка сердца (ИЖС) и камеры воздушного компенсатора;
- 2) система питания, состоящая из основного и резервного источников питания, системы передачи энергии;
  - 3) система управления (СУ).

Схема, поясняющая взаимосвязи между стендовыми установками и основными элементами имплантируемого блока-насоса, входящего в состав систем ВК и ИС, представлена на рис. 1. Стендовые установки для анализа функционирования и соответствия системы управления и системы питания требованиям ГОСТ и технического задания на схеме не показаны, так как не имеют специфических требований к конструкции и методике проведения эксперимента.

Стенды для оценки эффективности насосной функции систем ИС и ВК. Целью проведения испытаний на данных стендах является определение производительности при заданных значениях противодавления (аналога артериального давления (до 120 мм рт. ст.)), частоты пульсации и отношения длительности фаз систолы и диастолы ( $T_{\rm c}/T_{\rm n}$ ). Обычно конструкции этих стендов представляют собой два резервуара (венозный и артериальный), имитирующие большой и малый круги кровообращения, соединенные между собой с помощью трубок, длина и диаметр которых идентичны тем, которые применяются при шунтировании естественного сердца. Для измерения требуемых параметров и их изменений в конструкции стендов предусматриваются места для крепления регистрирующей аппаратуры или установки датчиков, которые будут отправлять сигналы системам сбора данных. Для регистрации производительности обычно используются ротаметры (поплавковые, электромагнитные), а противодавления — датчики давления, устанавливаемые на выходе. Уменьшение или увеличение противодавления осуществляется за счет уменьшения или увеличения гидравлического сопротивления соответственно. Жидкость, циркулирующая в стендовой установке, может представлять собой либо дистиллированную воду, либо водно-глицериновую смесь с вязкостью, близкой к вязкости крови при 37 °C. При применении дистиллированной воды для получения реальной производительности следует вы-

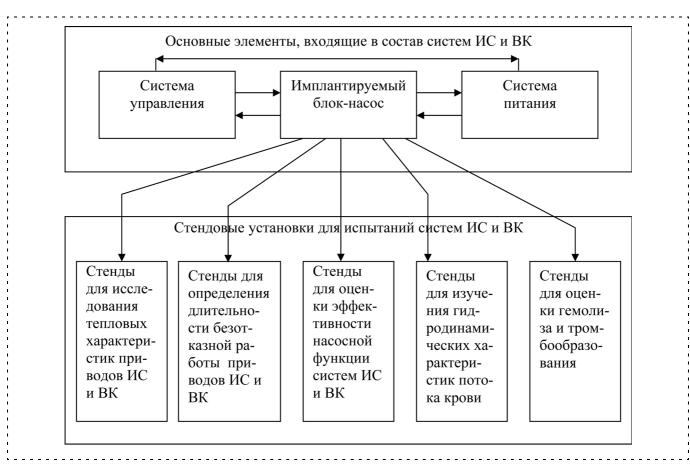


Рис. 1. Стендовые установки для испытаний систем ИС и ВК

полнять пересчет для крови по следующей зависимости [3]:

$$Q_{\rm K} = 0.2 + 8.0 Q_{\rm B},$$

где  $Q_{\rm K}$  — расход крови (мл);  $Q_{\rm B}$  — расход воды (мл).

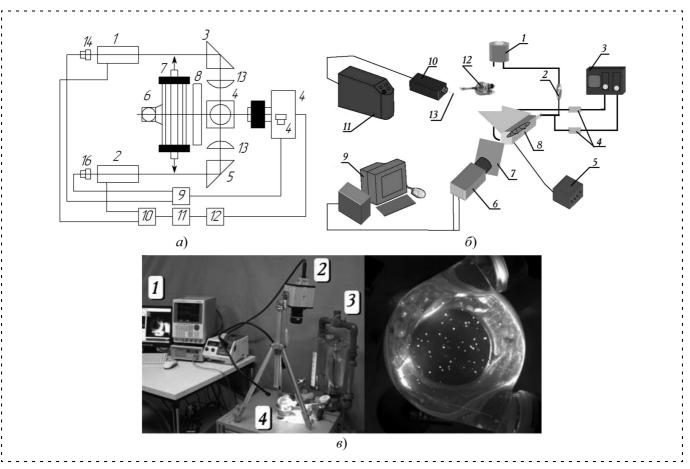
Рассмотрим конструкцию стенда для испытания насосов крови на примере определения производительности ИЖС пневматического типа на стенде ФНЦ трансплантологии и искусственных органов имени академика В. И. Шумакова (рис. 2, a, см. третью сторону обложки).

Стенд содержит венозный (1) и артериальный (3) резервуары, дроссель 5, имитирующий периферическое сопротивление, расходомер 12, демпфер 4, сглаживающий пульсацию рабочей жидкости на входе в расходомер. На входе испытываемого ИЖС 8 установлена трубка Холта 11, имитирующая эластичность сосудов. Работа ИЖС осуществлялась от системы управления 6, позволяющей изменять частоту рабочих циклов, давления в пневмополости желудочка в период систолы ( $P_{\rm c}$ ) и диастолы ( $P_{\rm d}$ ), а также соотношение времени действия этих давлений —  $T_{\rm c}/T_{\rm d}$ . Для регистрации давлений на входе и выходе ( $P_{\rm BX}$  и  $P_{\rm Bыx}$ ) ИЖС использовали индуктивные датчики давлений 9 и осциллограф 2. В качестве рабочей жидкости использовали водно-гли-

цериновую смесь с вязкостью, близкой к вязкости крови. Испытываемые ИЖС подключали к венозному и артериальному резервуарам с помощью трубок 7 и 10 длиной 30 см и внутренним диаметром 10 мм, т. е. идентичных тем, которые используются при шунтировании естественного сердца.

За рубежом, в частности, в США и Германии, наибольшее распространение вследствие своей простоты и удобства применения получили стенды, разработанные  $\Phi$ . Донованом и В. Кольфом (рис. 2,  $\epsilon$ ) и В. Кпіегbein (рис. 2,  $\epsilon$ ) соответственно [1] (см. третью сторону обложки).

Стики течения жидкости (крови), как наличие и размер застойных зон, положение точек отрыва потока, характер реверсивного течения, структуру сдвигового слоя, области смешения между основными и рециркуляторными потоками. Эти характеристик и и размер застойных зон, положение точек отрыва потока, характер реверсивного течения, структуру сдвигового слоя, области смешения между основными и рециркуляторными потоками. Эти характеристики определяют гемодинамические характеристики



**Рис. 3. Стенды для изучения гидродинамических характеристик систем ИС и ВК:** a — схема лазерной установки для изучения гидродинамики ИКС: 1, 2 — рубиновые, 3, 5 — кварцевые призмы, 4 — сечение гидроканала, 6 — осветитель, 7 — тепловой фильтр, 8 — рассеивающий экран, 9 — самописец, 10 — генератор импульсов, 11 — источник временных сдвигов, 12 — пульт управления, 13 — цилиндрические кварцевые линзы, 14, 15, 16 — фотодиоды, 17 — кинокамера; 6 — схема стенда для визуализации течения жидкости через систему Heartmate II: 1 — резервуар с прокачиваемой жидкостью, 2 — расходомер, 3 — блок обработки и визуализации сигналов с датчиков давления, 4 — датчики давления, 5 — система управления системой ВК, 6 — высокоскоростная видеокамера, 7 — оптический фильтр, 8 — система ВК Heartmate II, 9 — ЭВМ, 10 — лазер, 11 — источник питания лазера, 12 — пневматическое устройство имитации работы естественного сердца, 13 — лучепровод; 6 — фотография стенда для изучения гидродинамических характеристик ИС АСсог: 1 — ЭВМ с программным обеспечением, 2 — высокоскоростная камера, 3 — стенд для оценки эффективности насосной функции, 4 — испытываемая система ИС АСсог

искусственного кровообращения. Для регистрации указанных выше характеристик может быть применен метод фотохромной визуализации (ФХВ). В основу метода ФХВ положено явление фотохромизма в жидких фотохромных растворах. В потоке фотохромной жидкости, моделирующей кровоток в ИЖС или через клапан, под действием лазерного излучения создаются цветовые метки. Движение цветовых меток в потоке регистрируется скоростной кинокамерой. По результатам скоростной киносъемки определяются гидродинамические характеристики потока.

Примерами конструкций стендов для определения гидродинамических характеристик могут служить стенды, используемые в ФНЦ трансплантологии и искусственных органов имени академика В. И. Шумакова — стенд для изучения характеристик искусственных клапанов сердца, стенд для визуализации потоков жидкости, протекающей че-

рез устройство вспомогательного кровообращения, не пульсирующего типа американской фирмы Thoratec Heartmate II, а также стенд для исследования гидродинамических характеристик ИС АСсог (Германия) (рис. 3) [1, 2]. Особенностью стенда для исследования Heartmate II является наличие пневматического устройства, имитирующего работу естественного человеческого сердца.

Стенды для оценки гемолиза и тромбообразования. Оценка уровня гемолиза является одной из важнейших задач при проведении экспериментальных исследований. Основная травма крови при работе систем ИС и ВК происходит на клапанах. Для оценки уровня гемолиза, вызываемого искусственными клапанами сердца (ИКС), могут быть использованы две методики.

Первая методика включает эксперименты на донорской крови, при второй методике кровь заменяется пластмассовым заполнителем. Результаты

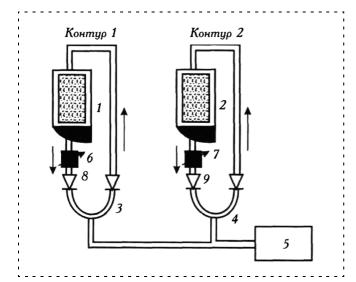


Рис. 4. Схема экспериментальной установки для оценки уровня гемолиза, вызываемого работой ИКС

исследований, проведенных с помощью этих методик, оказались идентичными. Примером может служить стенд, схема которого изображена на рис. 4 [4]. Установка включает два замкнутых контура, включающих мягкий резервуар 1, 2; искусственный желудочек сердца 3, 4, двухканальный пневматический привод 5; гидравлическое сопротивление 6, 7; систему соединительных трубок. В каждый искусственный желудочек устанавливаются на вход и выход ИКС 8, 9. Величина гемолиза крови определялась методом спектрофотометрии центрифугированных проб крови. Для оценки уровня гемолиза использовался модифицированный индекс гемолиза МІН.

Стик приводов ИС и ВК. Известно, что в ткани, окружающей имплантируемое ИС, можно без каких-либо последствий сбрасывать до 6—7 Вт тепловой энергии, а в кровяной поток с последующим рассеиванием через выделительные системы — до 20—40 Вт при производительности систем ИС и ВК от 2 до 5 л/мин. Поэтому при разработке автономных систем большее значение приобретает определение допустимых и экстремальных параметров теплового сброса, а также способов рассеивания не утилизированной энергии.

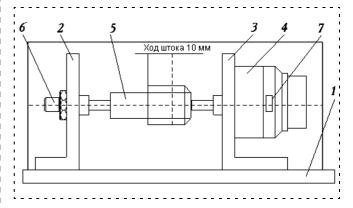
Известны различные способы отведения тепла от имплантируемых систем ИС и рассеивания их в организме. Для этого используют теплообменники, реализующие воздушное охлаждение через гортань, трахею и легкие, осуществляющие отвод тепла через мочевыделительные органы, а также в окружающие ткани или непосредственно в циркулирующую кровь. Однако наиболее эффективным теплоотведением является комбинация нескольких указанных

методов. Поэтому в свое время наибольшее распространение получили тканевые и сосудистые теплообменники, которые либо располагаются в окружающих тканях на непосредственно избранном органе, либо помещаются в кровоток.

Таким образом, одной из важнейших проблем при создании имплантируемых систем вспомогательного кровообращения является обеспечение продолжительной, непрерывной работы механической системы без нагрева выше 40 °C в условиях ограниченного теплоотвода. Целью эксперимента, проводимого на установках этого типа, является определение тепловых характеристик моноблочных приводов ИС и ВК, проверка пригодности разработанной конструкции в качестве исполнительных приводов ИС и ВК. В общем случае стендовые установки для исследования тепловых характеристик приводов ИС и ВК состоят из регистрирующей аппаратуры (термодатчиков), блока согласования и обработки сигналов, системы управления приводами, а также системы для создания силовых нагрузок, которым будут подвергаться приводы систем ВК и ИС при перекачивании крови. Для реализации последней задачи можно выделить два пути решения:

- применение стендов для определения эффективности насосной функции систем ИС и ВК;
- применение специализированных конструкций для имитации силовых воздействий, которым подвергаются системы ИС и ВК при работе.

Методика проведения эксперимента является общей для обоих подходов и заключается в определении температуры (либо поля температуры) приводов систем ИС и ВК (либо их составных частей, обеспечивающих максимальный тепловой поток). Примером стенда, выполненного с применением второго подхода, может служить стенд для испытания имплантируемых систем ВК и ИС, разработанный во ВлГУ (рис. 5) [5].



**Рис. 5. Схема экспериментального стенда:** 1 — рама; 2, 3 — опоры; 4 — моноблочный привод; 5 — нагрузочное устройство; 6 — регулировочный винт; 7 — металлополимерный термочувствительный датчик

#### Сравнительные характеристики стендовых установок

Название группы стендовых установок	Определяемая величина	Устройства, применяемые для регистрации данных	Метод измерения
1. Стенды для оценки эффективности насосной функции систем ИС и ВК	Производительность, $Q$ (л/мин)	Расходомеры, на основе различных физических явлений	Прямой, косвенной
2. Стенды для изучения гидродина- мических характеристик потока крови	Наличие и размер застойных зон, положение точек отрыва потока, характер реверсивного течения на структуру сдвигового слоя, области смешения между основными и рециркуляторными потоками	Скоростные видеокамеры	Прямой
3. Стенды для оценки гемолиза и тромбообразования	Уровень гемолиза		Косвенный с применением МІН, NІН
4. Стенды для исследования тепловых характеристик приводов ИС и ВК	Определение температуры работы приводов систем ИС и ВК, °С	Термодатчики и термопары	Прямой, косвенный

По результатам обзора стендов для исследования систем ВК и ИС можно сделать вывод о том, что базовым компонентом для всех стендовых установок является стенд для оценки эффективности насосной функции. Характеристики стендовых установок приведены в сводной таблице.

Авторами предлагается конструкция стенда для проведения комплексных лабораторных испытаний, включающих оценку эффективности насосной функции системы ИС и ВК [6], исследование тепловых характеристик приводов ИС и ВК, а также изучение гидродинамических характеристик потока крови. Такую конструкцию можно реализовать на базе систем для сбора данных фирмы National Instruments (США).

Определение производительности систем ИС и ВК предлагается проводить на двухконтурном гидродинамическом стенде, имитирующем большой и малый круги кровообращения. Каждый контур состоит из двух резервуаров, один из которых заполняется дистиллированной водой (либо водно-глицериновой смесью), в другом создается вакуум для обеспечения начального противодавления. Для визуального контроля процесса стенд выполнен из прозрачного материала (оргстекла). Также в состав стенда входят входная и выходная магистрали переменного гидравлического сопротивления, регистрирующая аппаратура (датчики давления, электромагнитные расходомеры) и система сбора данных с применением программного и аппаратного обеспечения фирмы National Instruments (США). Для анализа температурных режимов работы системы на нее устанавливаются термодатчики. При необходимости исследования наличия и размера застойных

зон, положения точек отрыва потока, характера реверсивного течения, структуры сдвигового слоя, области смешения между основными и рециркуляторными потоками предлагается применять лазерную установку на парах меди модели CVL-10 (Россия) и высокоскоростную видеокамеру модели CCD-SMOS VS-FAST (скорость съемки 5000 кадров/с, Россия). Основными преимуществами предлагаемой конструкции является:

- универсальность конструкции, позволяющая исследовать характеристики как систем ВК, так и ИС;
- наличие современных систем сбора данных, позволяющих регистрировать данные в режиме "jn-lime" и записывать их для последующего анализа.

#### Список литературы

- 1. **Kwant P. B.** Implantable electromechanical displacement blood pumps: systematic design and validation methods. 2007. 157 p. (http://darwin.bth.rwthaachen.de/opus3/volltexte/2008/2380/pdf/Kwant\_Paul.pdf).
- 2. **Snyder T. A.** Preclinical biocompatibility assessment of cardio-vascular devices. 2006. 169 p. (http://etd.library.pitt.edu/ETD/availa-ble/etd-04062006-102142/unrestricted/snyderta\_etd2006\_v2.pdf).
- 3. **Шумаков В. И.** Атлас вспомогательного кровообращения / В. И. Шумаков, В. Е. Толпекин, Т. А. Попов. Алма-Ата: Гылым, 1992, 208 с.
- 4. **Шумаков В. И., Толпекин В. Е., Шумаков Д. В.** Искусственное сердце и вспомогательное кровообращение. М.: Янус-К, 2003. 376 с.
- 5. **Морозов В. В.** и др. Имплантируемая система вспомогательного кровообращения на базе мехатронных модулей. Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2006. 134 с.
- 6. **Морозов В. В., Жданов А. В., Беляев Л. В.** Разработка мехатронного модуля имплантируемой системы искусственного сердца и его лабораторно-стендовые испытания // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 5. С. 58—61.

УДК 621.398-501(075.8)

Д. Н. Анисимов, канд. техн. наук, доц.,
Ю. Ю. Астахова, мл. науч. сотр.,
Д. В. Вершинин, аспирант,
О. С. Колосов, д-р техн. наук, проф.,
Московский энергетический институт (технический университет),

М. В. Зуева, д-р биол. наук, проф., И. В. Цапенко, канд. биол. наук, ст. науч. сотр., Московский научно-исследовательский институт глазных болезней им. Гельмгольца, AnisimovDN@mpei.ru

#### Дифференциация патологий сетчатки глаза на основе нечеткой логики\*

Обсуждается разработка алгоритма нечеткого логического вывода на основе реляционных моделей для решения задачи дифференциации патологий сетчатки глаза при анализе электроретинограмм. Оценено соответствие полученных нечетких множеств диагнозам, поставленным экспертами-физиологами, при использовании различных логических базисов.

**Ключевые слова:** электроретинограмма, ретинальная патология, нечеткий логический вывод, реляционная модель, логический базис

Данная статья посвящена исследованию и развитию теории нечетких множеств, а также временных рядов при диагностировании сложных плохо определенных (нечетких, неточных) проблемных ситуаций на основе экспертных знаний. В качестве примера рассматриваются способы диагностирования сложных патологий сетчатки.

Отличительной особенностью исследуемой проблемной области является тот факт, что помимо имеющихся объективных знаний о проблемной ситуации и возможном диагнозе, часто имеющих статистический характер, существенную роль играют также субъективные, эмпирические знания специалистов-экспертов (физиологов), отражающие накопленный ими опыт. В связи с этим представляется актуальной организация процесса сбора нечетких экспертных знаний, их анализа и последующей обработки с использованием методов искусственного интеллекта таким образом, чтобы в итоге получить достаточно формализованное описание проблемной ситуации, позволяющее с приемлемой степенью правдоподобия или даже достоверно ее диагностировать в целях последующего принятия решения о наиболее предпочтительном лечении.

В ранней и дифференциальной диагностике заболеваний сетчатки большую роль играют электроретинографические исследования. Электроретинография (от лат. retina — сетка, сетчатка и греч. grapho — пишу) — метод исследований потенциалов сетчатки, возникающих в ответ на световую стимуляцию глаза [1]. Графическая запись этих потенциалов называется электроретинограммой (ЭРГ). Характерный вид ЭРГ приведен на рис. 1.

Для решения поставленной проблемы необходимо исследование и определение набора специфических черт исходной информации для возможности идентификации и диагностики патологий сетчатки. Процесс анализа данных происходит на основе массивов показателей клинических и электроретинографических исследований больных с заболеваниями сетчатки различного генеза, а также знаний экспертов — специалистов-физиологов.

Каждый из компонентов ЭРГ генерируется различными структурами сетчатки. В основном выделяют два типа откликов с разных слоев сетчатки: a-волна и b-волна. Регистрируемая ЭРГ представляет собой смесь этих сигналов (рис. 2).

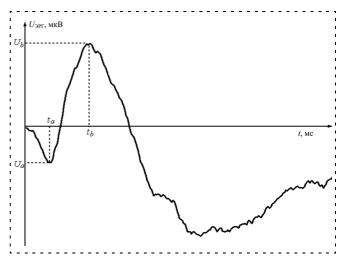


Рис. 1. Характерный вид ЭРГ

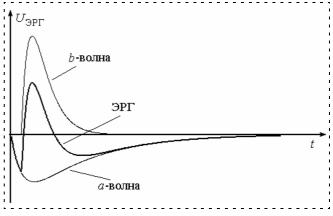


Рис. 2. Модель ЭРГ, представленной в виде смеси двух сигналов

<sup>\*</sup> Статья подготовлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект "Исследование и разработка методов и моделей диагностики сложных проблемных ситуаций на основе методов искусственного интеллекта", шифр проекта 07-01-00-762).

С точки зрения экспертов-физиологов, наибольшую информацию о характере патологии несут координаты первых двух экстремумов ЭРГ (величины  $U_a$ ,  $t_a$ ,  $U_b$ ,  $t_b$  на рис. 1):

$$\begin{split} &U_{a}=\min U_{\Im \mathrm{P}\Gamma}(t);\\ &t_{a}=\arg\min U_{\Im \mathrm{P}\Gamma}(t);\\ &U_{b}=\max U_{\Im \mathrm{P}\Gamma}(t);\\ &t_{b}=\arg\max U_{\Im \mathrm{P}\Gamma}(t). \end{split}$$

Заметим, что электроретинограммы являются не единственным источником информации о патологиях сетчатки — они используются как дополнение к другим клиническим исследованиям. Поэтому представляется целесообразным искать решение задачи в виде нечеткого множества. При этом каждому диагнозу должны приписываться некоторые степени принадлежности. Иными словами, необходимо построить нечеткую ситуационную советующую систему [2], в которой пространству предпосылок (набору значений  $U_a$ ,  $t_a$ ,  $U_b$ ,  $t_b$ ) ставится в соответствие пространство заключений (множество предположительных диагнозов).

При решении данной задачи были отобраны группы ЭРГ, соответствующие тому или иному диагнозу, и для каждой группы были определены усредненные значения  $U_a$ ,  $t_a$ ,  $U_b$ ,  $t_b$  (табл. 1).

Для построения алгоритма нечеткого логического вывода сформируем лингвистические переменные:

<"Минимум ЭРГ", 
$$A$$
, [ $-140$ ;  $0$ ]>, <"Время минимума",  $T_a$ , [ $0$ ;  $44$ ]>, <"Максимум ЭРГ",  $B$ , [ $-5$ ;  $215$ ]>, <"Время максимума",  $T_b$ , [ $0$ ;  $75$ ]>,

где  $A, T_a, B, T_b$  — терм-множества лингвистических переменных.

Число термов в терм-множествах, с одной стороны, должно быть достаточным для того, чтобы

Таблица 1 Усредненные координаты экстремумов ЭРГ для различных патологий сетчатки

No	IIIvida	Луорууда	а-вол	іна	<i>b</i> -волна		
1,415	Шифр	Диагноз	$U_a$ , мкВ	<i>t</i> <sub>a</sub> , мс	$U_b$ , мкВ	<i>t<sub>b</sub></i> , мс	
1 2	N GL	Норма Глаукома	-119 -82	17 20	106 199	36 56	
3	DRP	Ретинопатия	-23	23	159	74	
4 5	RD RP	Отслойка Ретинит	−79 −33	20 25	95 21	45 55	
6	XR	Ретиношизис	-87	18	4	34	
7	SD	Склероз	-93	18	66	37	

можно было вполне уверенно различать те или иные ретинальные патологии. Вместе с тем, оно не должно быть слишком большим, поскольку это может привести к неоправданному увеличению числа типовых ситуаций и, как следствие, существенному усложнению расчетов. Исходя из этих соображений и учитывая возможный разброс параметров, для лингвистических переменных "Минимум ЭРГ" и "Максимум ЭРГ" выберем число термов, равное трем, а для переменных "Время минимума" и "Время максимума" — равное двум:

$$A = \{NB, NM, NS\},$$
  
 $T_a = \{S, B\},$   
 $B = \{PS, PM, PB\},$   
 $T_b = \{S, B\},$ 

где S — "Малое", B — "Большое", NB — "Отрицательное большое", NM — "Отрицательное среднее", NS — "Отрицательное малое", PS — "Положительное малое", PM — "Положительное среднее", PB — "Положительное большое".

На основе данных, приведенных в табл. 1, построим функции принадлежности для каждого терма. Поскольку нет никаких априорных сведений относительно вида функций принадлежности, выберем для них самую простую форму — треугольную [3] (рис. 3—6).

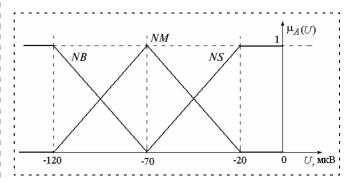


Рис. 3. Функции принадлежности термов лингвистической переменной "Минимум ЭРГ"

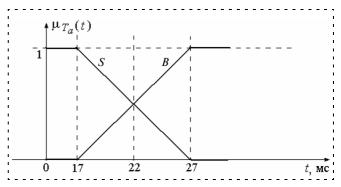


Рис. 4. Функции принадлежности термов лингвистической переменной "Время минимума"

Аналитическая форма записи функций принадлежности, приведенных на рис. 3, следующая:

$$\textit{NB: } \mu_A^{\textit{NB}}(\textit{U}) = \begin{cases} 1 \text{ при } \textit{U} < -120; \\ -0.02 \textit{U} - 1.4 \text{ при } -120 \leqslant \textit{U} \leqslant -70; \\ 0 \text{ при } \textit{U} > -70; \end{cases}$$

$$NM: \ \mu_A^{NM}(U) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ U < -120; \\ 0.02 \, U + 2.4 \ \text{при} \ -120 \leqslant U \leqslant -70; \\ -0.02 \, U - 0.4 \ \text{при} \ -70 \leqslant U \leqslant -20; \\ 0 \ \text{при} \ U > -20; \end{cases}$$

$$NS: \ \mu_A^{NS}(U) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ U < -70; \\ 0.02U + 1.4 \ \text{при} \ -70 \leqslant U \leqslant -20; \\ 1 \ \text{при} \ U > -20. \end{cases}$$

Аналитическая форма записи функций принадлежности, представленных на рис. 4, следующая:

S: 
$$\mu_{T_a}^S(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t < 17; \\ -0.1t + 2.7 & \text{при } 17 \le t \le 27; \\ 0 & \text{при } t > 27; \end{cases}$$

$$B$$
:  $\mu_{T_a}^B(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < 17; \\ 0.1t - 1.7 \text{ при } 17 \leqslant t \leqslant 27; \\ 1 \text{ при } t > 27. \end{cases}$ 

Аналитическая форма записи функций принадлежности, приведенная на рис. 5, следующая:

PS: 
$$\mu_B^{PS}(U) = \begin{cases} 1 \text{ при } U < 15; \\ -0.011U + 1.165 \text{ при } 15 \leqslant U \leqslant 105; \\ 0 \text{ при } U > 105; \end{cases}$$

$$PM: \mu_B^{PM}(U) = \begin{cases} 0 \text{ при } U < 15; \\ 0.011U - 0.165 \text{ при } 15 \leqslant U < 105; \\ -0.011U + 2.155 \text{ при } 105 \leqslant U \leqslant 195; \\ 0 \text{ при } U > 195; \end{cases}$$

$$PB: \mu_B^{PB}(U) = \begin{cases} 0 \text{ при } U < 105; \\ 0.011U - 1.155 \text{ при } 105 \leqslant U \leqslant 195; \\ 1 \text{ при } U > 195. \end{cases}$$
Аналитическая форма записи функций принал-

$$PB$$
:  $\mu_B^{PB}(U) = \begin{cases} 0 \text{ при } U < 105; \\ 0.011U - 1.155 \text{ при } 105 \leqslant U \leqslant 195; \\ 1 \text{ при } U > 195. \end{cases}$ 

Аналитическая форма записи функций принадлежности, представленных на рис. 6, следующая:

S: 
$$\mu_{T_b}^S(t) = \begin{cases} 1 \text{ при } t < 35; \\ -0.033t + 2.155 \text{ при } 35 < t < 65; \\ 0 \text{ при } t > 65; \end{cases}$$

B:  $\mu_{T_b}^B(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < 35; \\ 0.033t - 1.155 \text{ при } 35 \le t \le 65; \\ 1 \text{ при } t > 65. \end{cases}$ 

B: 
$$\mu_{T_b}^B(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < 35; \\ 0.033t - 1.155 \text{ при } 35 \leqslant t \leqslant 65; \\ 1 \text{ при } t > 65. \end{cases}$$

Алгоритм нечеткого логического вывода в данном случае целесообразно строить с использованием реляционных моделей [4—8]. Для этого необходимо составить нечеткое соответствие  $\widetilde{\Gamma} = (X, Y, \widetilde{F})$ , где X — область отправления (множество типовых ситуаций), У — область прибытия (множество воз-

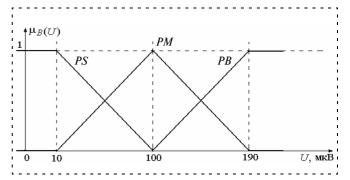


Рис. 5. Функции принадлежности термов лингвистической переменной "Максимум ЭРГ"

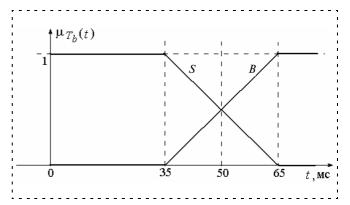


Рис. 6. Функции принадлежности термов лингвистической переменной "Время максимума"

можных диагнозов),  $\tilde{F}$  — график нечеткого соот-

Обобщенная нечеткая ситуация [7, 8] характеризуется нечетким множеством  $\widetilde{G} = \{ <\mu_G(x_i) | x_i > \},$  $x_i \in X, \ \widetilde{G} \subset X$ . Мощность этого нечеткого множества равна произведению числа термов всех лингвистических переменных (в рассматриваемом случае  $|G| = 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 36$ ). Элементы множества Gпредставляют собой все возможные сочетания тер-

$$\begin{split} x_1 &= \{A = "NB" \ \& \ T_a = "S" \ \& \ B = "PS" \ \& \ T_b = "S" \}, \\ \mu_G(x_1) &= \min(\mu_A^{NB}(U), \ \mu_{T_a}^S(t), \ \mu_B^{PS}(U), \ \mu_{T_b}^S(t)); \\ x_2 &= \{A = "NB" \ \& \ T_a = "S" \ \& \ B = "PS" \ \& \ T_b = "B" \}, \\ \mu_G(x_2) &= \min(\mu_A^{NB}(U), \ \mu_{T_a}^S(t), \ \mu_B^{PS}(U), \ \mu_{T_b}^B(t)); \end{split}$$

$$\begin{split} x_{36} &= \{A = "NS" \ \& \ T_a = "B" \ \& \ B = "PB" \ \& \ T_b = "B" \}, \\ \mu_G(x_{36}) &= \min(\mu_A^{NS}(U), \ \mu_{T_a}^B(t), \ \mu_B^{PB}(U), \ \mu_{T_b}^B(t)). \end{split}$$

№	A	$T_a$	В	$T_b$	N	GL	DRP	RD	RP	XR	SD
1	NB	S	PS	S	0	0	0	0,12	0	0,34	0,44
2	NB	S	PS	B	0	0	0	0,12	0	0	0,07
3	NB	S	PM	S	0,93	0	0	0,18	0	0	0,46
4	NB	S	PM	B	0,03	0	0	0,18	0	0	0,07 0,46 0,07 0
5	NB	S	PB	S	0,07	0,24	0	0	0	0	0
6	NB	S	PB	В	0,03	0,24	0	0	0	0	0
7	NB NB	В	PS	S	0	0	0	0,12	0	0,1	0,1 0,07
8	NB	В	PS	В	0	0	0	0,12	0	0	0,07
9	NB	В	PM	S	0	0	0	0,18	0	0	0,1 0,07
10	NB	В	PM	В	0	0	0	0,18	0	0	0,07
11	NB	В	PB	S B	0	0,24	0	0	0	0	0
12	NB	В	PB	В	0	0,24	0	0	0	0	0
13	NM	S	PS	S B	0	0	0	0,12	0,2	0,66	0,44
14	NM	S	PS	B	0	0	0	0,12	0,2	0	0,07
15	NM	S	PM	S	0,02	0	0	0,67	0,07	0	0,44 0,07 0,54 0,07
16	NM	S	PM	В	0,02	0	0,06	0,33	0,07	0	0,07
17	NM	S	PB	S	0,02	0,3	0	0	0	0	0
18	NM NM	S	PB	$B_{C}$	0,02	0,7	0,06	0		0	0
19	NM NM	$\stackrel{B}{B}$	PS PS	S	0	0	0	0,12	0,26	0,1	0,1 0,07 0,1 0,07
20	NM NM	B	PS	B S B	0	0	0	0,12	0,26	0	0,07
21 22	NM NM	В В	PM PM	S D	0	0	0,06	0,33 0,33	0,07 0,07	0	0,1
22 23	NM NM	В В	PM PB	S S	0	0,43	0,06			0	0,07
23	NM NM		PB PB	S D	0		0,06	0	0	0	0
25	NB NB	B S	PS PS	$B_{\rm c}$	0	0,43 0	0,06	0		0	0
26	NB NB	S	PS PS	S B	0	0	0	0	0,2 0,2	0	0
27	NB NB	S	PM	D C	0	0	0	0	0,2	0	0
28	NB NB	S	PM	S B	0	0	0,4	0	0,07	0	0
20	NB NB	S	PB	S	0	0	0,4	0	0,07	0	0
29 30	NB NB	S	PB	S B	0	0	0,4	0	0	0	0
31	NB NB	$\stackrel{S}{B}$	PS	S	0	0	0,4	0	0,34	0	0
32	NB NB	В	PS	S B	0	0	0	0	0,66	0	0
33	NB	В	PM	S	0	ő	ő	ő	0,07	ő	ő
34	NB	B	PM	$\stackrel{\scriptscriptstyle \mathcal{B}}{B}$	ő	ő	0,41	ő	0,07	ŏ	ő
35	NB	B	PB	Š	ő	ő	0,11	ŏ	0,07	0	0
35 36	NB	B	PB	S B	ŏ	ŏ	0,59	ŏ	ŏ	ŏ	ő
	- 12		- 2				-,-,-				

Для построения графика нечеткого соответствия  $\widetilde{F}$  удобно воспользоваться данными, приведенными в табл. 1, поскольку они характеризуют некоторые типовые ситуации. Нечеткий график нечеткого соответствия  $\widetilde{F} = \|f_{ij}\|$  в виде реляционной матрицы представлен в табл. 2.

Нечеткое множество возможных патологий  $\widetilde{H} \subset Y$ определяется как композиция входной нечеткой ситуации  $\widetilde{G}$  и нечеткого графика  $\widetilde{F}$  :

$$\widetilde{H} = \widetilde{G} \circ \widetilde{F}, \ \mu_H(y_j) = \sum_{i=1}^{36} \mu_G(x_i) Tf_{ij}.$$
 (1)

В выражении (1) символами "Т" и "S" обозначены Т- и S-нормы, которые являются нечеткими расширениями операций "И" и "ИЛИ" соответственно. В большинстве практических приложений используется максминный логический базис, для которого нечетким расширением "И" является операция взятия минимума, а расширением "ИЛИ" — операция взятия максимума [4—6]:

$$c_1 T c_2 = \min(c_1, c_2),$$
  
 $c_1 S c_2 = \max(c_1, c_2).$  (2)

Для того чтобы проверить работоспособность приведенного алгоритма, в качестве декларативных знаний [5] рассмотрим типовые ситуации, составленные по данным, приведенным в табл. 1, и оценим соответствие полученных нечетких множеств диагнозам, поставленным экспертами-физиологами. Полученные результаты приведены в табл. 3 (нечеткие множества пронормированы).

Как следует из табл. 3, большинство ретинальных патологий распознается достаточно хорошо. Исключение составляет диагноз "склероз" ("SD"). ЭРГ, соответствующая этой патологии, может быть интерпретирована и как "норма", и как "ретиношизис", и как "отслойка". Это обусловлено, с одной стороны, тем, что координаты экстремумов электроретинограмм, характерных для склероза, близки к серединам базовых шкал, с другой стороны, спецификой максминного логического базиса, который не позволяет значительной части данных влиять на результат нечеткого вывода.

Можно предложить различные пути более полного учета всей нечеткой информации, получаемой на основе ЭРГ, например, увеличить число термов лингвистических переменных или выбрать другой

Таблица 3 Соответствие полученных нечетких множеств поставленным диагнозам при использовании максминного логического базиса

Диагноз,	Нечеткое множество возможных патологий								
поставленный экспертом	N	GL	DRP	RD	RP	XR	SD		
N	1	0,08	0,06	0,19	0,02	0	0,49		
GL	0,1	1	0,09	0	0	0	0		
DRP	0,03	0,1	1	0,1	0,12	0	0,1		
RD	0,27	0	0,09	1	0,19	0,19	0,81		
RP	0,03	0	0,11	0,18	1	0,3	0,3		
XR	0	0	0	0,18	0,3	1	0,67		
SD	0,85	0	0,11	1	0,37	0,81	1		

Таблица 4 Соответствие полученных нечетких множеств поставленным диагнозам при использовании алгебраического логического базиса

Диагноз,	Нечеткое множество возможных патологий								
поставленный экспертом	N	GL	DRP	RD	RP	XR	SD		
N	1	0,05	0	0,22	0	0	0,5		
GL	0,05	1	0,09	0	0	0	Ó		
DRP	0	0,11	1	0,06	0,1	0	0,01		
RD	0,27	0	0,06	1	0,3	0,2	0,81		
RP	0	0	0,1	0,32	1	0,24	0,29		
XR	0	0	0	0,27	0,3	1	0,8		
SD	0,66	0	0	0,84	0,28	0,62	1		
	,			,	,	,			

логический базис. С точки зрения минимизации вычислительных затрат более предпочтительным представляется второй вариант. Проведем аналогичные расчеты на основе алгебраического логического базиса, для которого Т- и S-нормы задаются следующими выражениями:

$$c_1 T c_2 = c_1 c_2; c_1 S c_2 = c_1 + c_2 - c_1 c_2.$$
 (3)

Результаты, полученные на основе алгебраического базиса, приведены в табл. 4.

Сравнивая результаты, представленные в табл. 3 и табл. 4, можно сделать вывод, что использование алгебраического логического базиса дает лучшие результаты с точки зрения дифференциации ретинальных патологий. Несмотря на то, что и в этом случае некоторые патологии слабо различимы, предложенный алгоритм позволяет быстро отсечь большинство неверных диагнозов.

#### Список литературы

- 1. Анисимов Д. Н., Вершинин Д. В., Зуева И. В., Колосов О. С., Хрипков А. В., Цапенко М. В. Использование подстраиваемой динамической модели сетчатки глаза в компонентном анализе для диагностики патологий методами искусственного интеллекта // Вестник МЭИ. 2008. № 5. С. 70—74.
- 2. **Мелихов А. Н., Бирнштейн Л. С., Коровин С. Я.** Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. М.: Наука, 1990. 272 с.
- 3. **Леоненков А. В.** Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб.: БХВ-Петербург, 2003. 719 с.
- 4. **Борисов В. В., Круглов В. В., Федулов А. С.** Нечеткие модели и сети. М.: Горячая линия Телеком, 2007. 284 с.
- 5. **Прикладные** нечеткие системы: пер. с яп. / Под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. М.: Мир, 1993. 368 с.
- 6. **Анисимов Д. Н.** Использование нечеткой логики в системах автоматического управления // Приборы и системы. Управление, Контроль, Диагностика. 2001. № 8. С. 39—42.
- 7. **Анисимов Д. Н., Пискунова Ю. Ю.** Использование нефункциональных соответствий при построении нечетких систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 3. С. 18-21.
- 8. Анисимов. Д. Н. Нечеткие алгоритмы управления: Учебное пособие. М.: Издательство МЭИ, 2004. 80 с.

ИНФОРМАЦИЯ

С 21 по 23 июня 2010 г. в Самаре на базе Института проблем управления сложными системами РАН состоится

XII Международная конференция

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ (ПУМСС—21010)

#### Направления работы конференции:

- Системный анализ и теория управления
- Управление и измерения в сложных технических системах
- Реформирование государственного управления в регионе
- Новые информационные технологии в управлении
- Мультиагентные модели и системы

Подробную информацию о конференции см. на сайте http://www.iccs.ru/cscmp2010/





# Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



#### Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

#### Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В. БЕЛОКОНОВ И.В. БУКОВ В. Н. ВАСИЛЬЕВ В.И. ГОДУНОВ В. А. ГУРЕВИЧ О.С. ГУРСКИЙ Б.Г. ЕФИМОВ В.В. ЗАЙЦЕВ А.В. КРЫЖАНОВСКИЙ Г.А. HECTEPOB B.A. ОХТИЛЕВ М.Ю. ПАНКРАТОВ В. М. РАСПОПОВ В.Я. САБО Ю.И. СТЕПАНОВ О.А. СОЛДАТКИН В. М. ТЕРЯЕВ Е.Д. ФИЛИМОНОВ Н.Б.

#### Редакция:

ШИРЯЕВ В.И. ШКОЛИН В.П.

БЕЗМЕНОВА М. Ю. ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В. ЧУГУНОВА А. В.

### СОДЕРЖАНИЕ

Федунов Б. Е.	
Интеллектуальная поддержка экипажа на борту антропоцентрического объекта	2
Нагар Ю. Н., Ольшанский В. Ю., Панкратов В. М.,	
Серебряков А. В.	
Об одной модели пьезогироскопа	1
Бобков В. А., Борисов Ю. С.	
Навигация подводного аппарата на малых дистанциях по опти-	
ческой информации	5

**Б. Е. Федунов,** д-р техн. наук, нач. сектора, ГосНИИАС, Москва, boris-fed@gosniias.ru

#### Интеллектуальная поддержка экипажа на борту антропоцентрического объекта

Обсуждаются современные технические антропоцентрические объекты, действующие в сложных предметных областях (самолеты, в частности боевые самолеты, транспортные средства, операторы сложных стационарных объектов), и вопросы интеллектуальной поддержки их экипажей. Даны классификация бортовых интеллектуальных систем, облик их баз знаний, оценена возможность их совместной работы с экипажем.

**Ключевые слова:** модель для разработки, бортовые интеллектуальные системы, база знаний, эргономическое проектирование

#### Введение

В опубликованных в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" статье С. Ф. Сергеева [1] и открытом письме В. М. Лохина, М. П. Романова, С. В. Манько [2] сделана попытка системно описать бортовое алгоритмическое и индикационное обеспечение (АиИО) самолетов 5-го поколения и алгоритмов деятельности экипажей этих самолетов.

Не вдаваясь в авиационную предметную область [3, 4], затрагиваемую в упомянутых публикациях, будем рассматривать любые технические антропоцентрические объекты, в число которых входят и упомянутые авторами [1, 2] самолеты 5-го поколения.

# Антропоцентрические объекты и их модели для разработки бортового алгоритмического и индикационного обеспечения

Антропоцентрический объект (Антр/объект) включает в себя оболочку и реализованную в ней совокупность следующих макросоставляющих (борт Антр/объекта):

- бортовых измерительных устройств (иногда и бортовых комплексов измерительных устройств), получающих информацию о внешнем и внутрибортовом мире;
- *системообразующего ядра* Антр/объекта, в котором (ядре) главенствующая роль принадлежит команде операторов (экипажу);
- бортовых исполнительных устройств (бортовых комплексов исполнительных устройств), воздействующих на внешний и внутрибортовой мир. Макросоставляющие Антр/объекта показаны

на рис. 1. Кратко опишем их. Бортовые измеритель-

ные устройства (бортовые комплексы устройств) получают физические сигналы о внешнем и внутри-бортовом мире (пример характеристик последнего: отказы бортовых устройств, дееспособность экипажа и т. д.), выделяя из них полезную (для текущей задачи Антр/объекта) информацию (для первичной и вторичной обработки информации через аналоговые и цифровые алгоритмы, реализованные в бортовых цифровых вычислительных машинах (БЦВМ) измерительных устройств) и передавая ее в бортовую цифровую вычислительную систему (БЦВС) и на информационно-управляющее поле (ИУП) кабины экипажа. На ИУП поступает также информация и рекомендации из БЦВС.

Экипаж с использованием алгоритмов деятельности экипажа (АДЭ) на основе информации ИУП и/или алгоритмов, реализованных в бортовых вычислительных машинах (БЦВМ-алгоритмы), входящих в БЦВС, решает текущие задачи и результат посылает через ИУП на бортовые исполнительные устройства, которые воздействуют на внешний и внутрибортовой мир.

Информация представляется экипажу на кабинных индикаторах и приборах (информационных кадрах) и в речевых сообщениях.



Рис. 1. Антропоцентрический объект

# Концепция построения бортового алгоритмического и индикационного обеспечения Антр/объекта и алгоритмов деятельности его экипажа

Алгоритмическое и индикационное обеспечения (АиИО) включает в себя БЦВМ-алгоритмы, реализуемые в бортовых вычислительных машинах (БЦВМ) Антр/объекта, и алгоритмы деятельности экипажа (АДЭ), которые поддерживаются ИУП кабины экипажа и "Руководством экипажу по применению Антр/объекта". Современная концепция бортового АиИО Антр/объектов базируется на:

А) иерархическом построении бортового АиИО, которое работает на трех глобальных уровнях управления [4]:

- первом глобальном уровне управления (ІГлУУ), обеспечивающем решение задач оперативного целеполагания;
- втором глобальном уровне управления (ПГлУУ), обеспечивающем выбор рационального способа достижения оперативно назначенной цели;
- третьем глобальном уровне управления (ШГлУУ), обеспечивающем реализацию назначенного (выбранного) способа достижения цели.

Задачи ІГлУУ и ІІГлУУ решаются в системообразующем ядре Антр/объекта его БЦВМ-алгоритмами и АДЭ. Структура и облик этих алгоритмов тесно привязаны к особенностям предметной области и не могут быть конструктивно описаны без ориентирования на определенный класс Антр/объектов и без глубокого знания как самого Антр/объекта, так и сферы его применения. Вот почему при описании в статьях (и не только в анализируемых здесь) АиИО конкретного типа Антр/объекта, о котором авторы мало знают, приводятся примеры только алгоритмов ІІІГлУУ, где специфика предметной области отступает на второй план, а определяющую роль для выбора структуры алгоритмов играют общезначимые физические явления и процессы (например, выделение из физического сигнала его информационной составляющей, определение координат и скоростей наблюдаемого в шумах объекта; слежение за сигналами, типы которых в той или иной степени известны и т. д.);

Б) разбиении всего объема работ рассматриваемого класса Антр/объектов на конечное число сеансов функционирования с подготовкой к каждому конкретному сеансу (априорная информация) как самого Антр/объекта, так и его экипажа.

Так, в системе подготовки вылета готовится и передается на борт летательного аппарата (ЛА) каждого из готовящейся к вылету группы ЛА информация о предстоящем вылете (генеральная задача вылета = сеанс функционирования, маршрут полета, состав и задачи каждого члена группы, возможные

угрозы, доступность и характер внешней информационной поддержки, аэродромы возврата и т. д.);

В) постоянном (в течение выполняемого сеанса функционирования) согласовании АиИО (выдаваемой экипажу информации и рекомендаций по решению текущей задачи) с активизированной концептуальной моделью поведения каждого члена экипажа.

В рассматриваемом открытом письме авторы не выделили очень важные для бортовых интеллектуальных систем системообразующего ядра Антр/объекта второе и третье положения концепции.

Перенесем на все Антр/объекты классификацию по поколениям, сложившуюся для истребителей (самолетов 4-го поколения и самолетов 5-го поколения).

Антр/объекты 4-го поколения в части разработки бортового АиИО (и руководства экипажу по применению Антр/объекта) были ориентированы на модель объекта, именуемую далее "Эпизод". В данной модели в соответствии с техническим заданием (ТЗ) на разработку Антр/объекта выделяется ряд возможных эпизодов, которые могут встречаться в любом из возможных сеансов функционирования. Для каждого эпизода независимо разрабатываются его АиИО. Само понятие сеанса функционирования в такой модели отсутствует. Оно появляется только в руководстве по применению Антр/объекта, в котором экипажу "показывается, как собирать" такие эпизоды в семантическую сеть сеанса функционирования. Но уже на последних разработках Антр/объектов 4-го поколения обнаружилась недостаточность модели "Эпизод" и возникла необходимость проектировать бортовое АиИО, используя новую модель антропоцентрического объекта, называемую "Генеральная задача — ГлУУ".

#### Модель антропоцентрического объекта "Генеральная задача — ГлУУ" для разработки его бортового алгоритмического и индикационного обеспечения

Модель антропоцентрического объекта "Генеральная задача — глобальный уровень управления" ("Ген/задача — ГлУУ"), используемая для проектирования бортового АиИО, имеет три составляющие, которые включают описания [5, 6]:

- иерархии управления в Антр/объекте (модель собственно Антр/объекта);
- процесса функционирования Антр/объекта во внешней среде (модель процесса функционирования);
- функционирования группы Антр/объектов. *Модель собственно Антр/объекта* (рис. 2) описывает три оперативных ГлУУ:
- первый (ІГлУУ) назначение текущей цели выполняемого сеанса функционирования (уровень целеполагания);

- второй (ПГлУУ) выбор рационального способа достижения оперативно назначенной цели;
- третий (IIIГлУУ) реализация выбранного способа.

Задачи ІГлУУ и ІІГлУУ решаются в системообразующим ядре Антр/объекта.

Модель процесса функционирования Антр/объекта (рис. 2) содержит набор назначенных (в техническом задании на разработку Антр/объекта) к алгоритмизации сеансов функционирования (с описанием генеральной задачи каждого сеанса); представление каждого сеанса через дерево (семантическую сеть) типовых ситуаций (ТС) и представление каждой ТС, в свою очередь, через дерево (семантическую сеть) проблемных субситуаций (ПрС/С). Семантические сети строятся на основе причинноследственных отношений.

Множество ТС конечно и строится по всей совокупности заданных сеансов функционирования.

Модель функционирования группы Антр/объектов. Для разработки бортового алгоритмического и индикационного обеспечения работы группы Антр/объектов принята трехуровневая функциональная иерархия группы:

- командир первого уровня управления в группе (KI);
- командир второго уровня управления в группе (КІІ);

- командир третьего уровня управления в группе (КІІІ).
  - В группе действуют два информационных потока:
- поток управления сверху вниз (KI  $\Rightarrow$  KII  $\Rightarrow$  KIII);
- поток текущей информации (поток оповещения) снизу вверх (КІ ← КІІ ← КІІІ; КІ ← КІІІ).

Группа Антр/объектов перед сеансом функционирования готовится к выполнению одной и той же генеральной задачи сеанса, получая на борт априорную информацию по предстоящему сеансу. В процессе реализации сеанса численность группы может уменьшаться, но в оставшейся части оперативно сохраняется принятая перед сеансом функциональная иерархия группы. На каждом этапе выполнения сеанса все Антр/объекты группы находятся в одной и той же TC.

На современном уровне развития теории и практики создания бортового алгоритмического и индикационного обеспечения решение всех задач ІГлУУ доступно только экипажу. Инженеры-проектировщики АиИО для решения экипажем этих задач должны создать на ИУП легко воспринимаемую экипажем информационную модель внешней и внутрибортовой обстановки, обеспечивающую экипажу ситуационную осведомленность. Эта информационная модель реализуется бортовыми БЦВМ-алгоритмами и предъявляется экипажу на ИУП кабины экипажа.

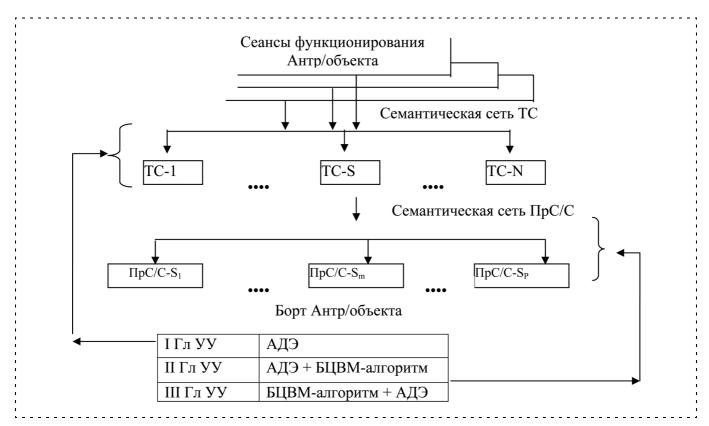


Рис. 2. Модель Антр/объекта для проектирования АиИО

Задачи ПГлУУ могут решать создаваемые в настоящее время интеллектуальные системы класса бортовых оперативно-советующих экспертных систем типовых ситуаций (БОСЭС ТС) сеансов функционирования Антр/объекта [5, 6]. Вырабатываемые ими решения предъявляются на ИУП экипажу в качестве рекомендаций. Экипаж анализирует их и санкционирует их исполнение.

Подчеркнем еще раз, что в отличие от рассмотренной модели "Ген/задача — ГлУУ" в ранее использованной модели "Эпизод" (на рис. 3, см. третью сторону обложки) представление этих моделей дано для Антр/объекта "Самолет-истребитель") не учитываются сеансы функционирования, генеральные задачи и типовые ситуации в них. В этой модели предъявляется набор не связанных друг с другом эпизодов сеансов функционирования (на рис. 3 они условно названы ПрС/С). Для каждого из них автономно разрабатывается свое АиИО.

Используя модель "Ген/задача-ГлУУ", проведем классификацию бортовых интеллектуальных систем.

# Бортовые интеллектуальные системы антропоцентрического объекта

При разработке находящихся в эксплуатации Антр/объектов 4-го поколения в силу ряда причин, анализ которых выходит за рамки этой статьи, не ставилась задача интеллектуализации борта — задача разработки бортовых оперативно работающих интеллектуальных систем (БОРИС, название и аббревиатура принадлежат А. А. Малееву). Мы будем их называть короче — бортовые интеллектуальные системы (БИС).

В то же время отличительной особенностью Антр/объектов 5-го поколения является наличие на их борту БИС и, прежде всего, БИС системообразующего ядра Антр/объекта.

В инженерной и прикладной научной практике принята следующая функциональная классификация БИС Антр/объектов.

- 1. БИС ситуационной осведомленности экипажа, обеспечивающая ему адекватное представление о внешней и внутрибортовой обстановке. Эти БИС представляют экипажу на ИУП кабины когнитивную (в ряде случаев только интегрированную) информационную модель, позволяющую экипажу оперативно назначать текущую цель сеанса функционирования в соответствии с выполняемой генеральной задачей сеанса, рангом Антр/объекта в группе и сложившейся обстановкой. БИС ситуационной осведомленности относятся к классу интеллектуальных информационных систем.
- 2. БИС решения "тактических" задач, вырабатывающих рекомендации экипажу по способу достиже-

ния оперативно назначенной цели сеанса. БИС подобной ориентации относятся к классу БОСЭС ТС.

3. БИС, обеспечивающие эффективную работу комплексов бортовой аппаратуры Антр/объекта и их составляющих. Эти БИС непосредственно не работают с экипажем. Структура их баз знаний (БЗ) определяется задачами и обликом соответствующих комплексов бортовой аппаратуры Антр/объекта.

БИС ситуационной осведомленности и БИС класса БОСЭС ТС являются вместе с АДЭ *интеллектуальной составляющей* системообразующего ядра Антр/объекта.

Для создания интеллектуальных систем системообразующего ядра Антр/объекта потребовался переход от разработки АиИО для отдельных эпизодов сеанса функционирования Антр/объекта (эта разработка обслуживалась моделью антропоцентрического объекта "Эпизод") к разработке АиИО типовых ситуаций сеанса Антр/объекта, что уже могла обеспечить только модель "Ген/задача-ГлУУ".

# Интеллектуальная система, обеспечивающая решение задач ІГлУУ

В модели "Ген/задача-ГлУУ" задачей ІГлУУ является оперативное назначение экипажем текущей ТС. Мотивация такого назначения слагается из:

- поставленной генеральной задачи сеанса функционирования, на выполнение которой нацелен экипаж;
- состояния материальной части Антр/объекта;
- возникшей или ожидаемой внешней естественной (гроза, потеря ориентировки и т. д.) или искусственной (теракт, воздушный противник и т. д.) угрозы;
- состояния экипажа;
- появления новой цели сеанса функционирования (в том числе и обеспечение физического и психологического гомеостаза).

Часть из этих мотивов слабо структурирована или даже вербально не обозначена [7]. В силу этого на Антр/объектах задачи ІГлУУ решаются только экипажем. Для бортового АиИО остается только создание на ИУП информационной модели, адекватной сложившейся внешней и внутрибортовой обстановке, позволяющей экипажу правильно (с его точки зрения) назначить текущую цель выполняемого сеанса функционирования. Авторы [1, 2] нашли емкое обозначение особенностей этой информационной модели — "обеспечить экипажу адекватный контекст".

Для Антр/объектов типа ЛА такую информационную модель создает специальная бортовая интеллектуальная система "Ситуационная осведомленность экипажа". Она относится к классу систем, не предполагающих использования диалоговых про-

цедур с пользователем. Ее база знаний имеет одноуровневую семантическую структуру с набором продукционных правил, подключающих к выполнению в зависимости от текущей обстановки группы БЦВМ-алгоритмов из следующего состава:

- 1. Определение границы контроля воздушного пространства.
- 2. Формирование множества самолетов противника, находящихся на траектории атаки каждого из самолетов своей группы.
- 3. Формирование непосредственно угрожающих воздушных целей.
- 4. Формирование непосредственно угрожающих наземных целей.
- 5. Формирование границ обстрела самолетовпротивников.
- 6. Определение зон достижимости зенитных управляемых ракет противника.
- 7. Определение рубежей досягаемости по топливу.
  - 8. Значимые отказы бортовой аппаратуры.

Перед вылетом группы самолетов (одиночного самолета) в систему "Ситуационная осведомленность экипажа" (СОЭ) вводится из "Системы подготовки вылета группы" априорная информация о генеральной задаче вылета группы, о функциональном ранге самолета в группе, информация об ожидаемом воздушном и наземном противнике, запасе топлива и видах подвесок. В процессе полета в систему СОЭ поступает текущая информация о внешней и внутрибортовой обстановке.

Выходная информация системы предъявляется летчику на индикаторах ИУП кабины и через бортовые речевые информаторы.

#### Бортовые оперативно-советующие экспертные системы типовых ситуаций сеансов функционирования Антр/объекта

Создание БЗ БОСЭС ТС — длительный и трудоемкий процесс, требующий формализации больших объемов знаний, которые в ряде случаев не всегда даже вербализованы. Для адекватного представления этих знаний в программном продукте, посредством которого БОСЭС ТС устанавливается в информационную среду Антр/объекта, требуется разработка таких математических форм представления знаний в БЗ БОСЭС, которые адекватны предметной области. Назовем найденные адекватные конкретной предметной области математические формы представления знаний в БЗ БОСЭС ТС алгоритмической оболочкой БОСЭС ТС.

Особенности БОСЭС ТС [8, 9]. "Внешним миром", в котором будет работать БОСЭС ТС, является бортовая информационная среда Антр/объекта

(рис. 4). Среда формируется выходной информацией бортовых измерительных устройств, "штатных" (не входящих в БОСЭС ТС) бортовых БЦВМ-алгоритмов и сигналов с ИУП кабины экипажа. Перед сеансом функционирования из интеллектуальной системы подготовки Антр/объекта к сеансу в базу знаний БОСЭС ТС загружается априорная информация. По каждой значимой для выполнения ПрС/С БОСЭС ТС вырабатывает для экипажа рекомендации по ее разрешению с краткими пояснениями.

Рекомендации и пояснения к ним появляются на ИУП (информационная часть) кабины экипажа. Экипаж вправе не принять предложенную БОСЭС рекомендацию и разрешить возникшую ПрС/С другим способом, ничего не сообщая об этом БОСЭС ТС. При этом следующую рекомендацию БОСЭС ТС должна будет уже выработать с учетом реализованного экипажем способа. Любое игнорирование экипажем предложенной из БОСЭС рекомендации фиксируется в бортовой системе объективного контроля (на рис. 4 "Система регистрации "отказов" экипажа от предложенных рекомендаций"), и после окончания сеанса функционирования эта информация передается во внебортовую интеллектуальную систему анализа результатов прошедшего сеанса функционирования.

Рекомендации БОСЭС должны быть постоянно согласованы с активизированной моделью поведения экипажа на концептуальном и оперативном уровнях. Экипаж, обладая профессиональной подготовкой и имея текущую и априорную информацию (самую общую о внешнем мире и конкретную о предстоящем сеансе функционирования), в рамках своей активизированной модели поведения в этой ТС каждый раз выделяет текущую проблему (ПрС/С), не сообщая об этом БОСЭС ТС. Именно по этой ПрС/С БОСЭС ТС должна дать в текущий момент обоснованную и эффективную рекомендацию по ее разрешению.

Перечислим основные особенности БОСЭС ТС. Она должна:

- решать все проблемы "своей" TC (быть замкнутой по проблемам TC);
- иметь ограниченный диалог с экипажем (ограничения по временному лимиту, отпускаемому внешней обстановкой, и по возможностям ввода информации экипажем через ИУП кабины);
- иметь алгоритмы и правила в Б3, которые должны ориентироваться на структуры ситуационного управления [9];
- быть всегда согласованной с активизированной концептуальной моделью поведения экипажа, вырабатывая рекомендации по разрешению возникшей текущей проблемы на уровне оператора-

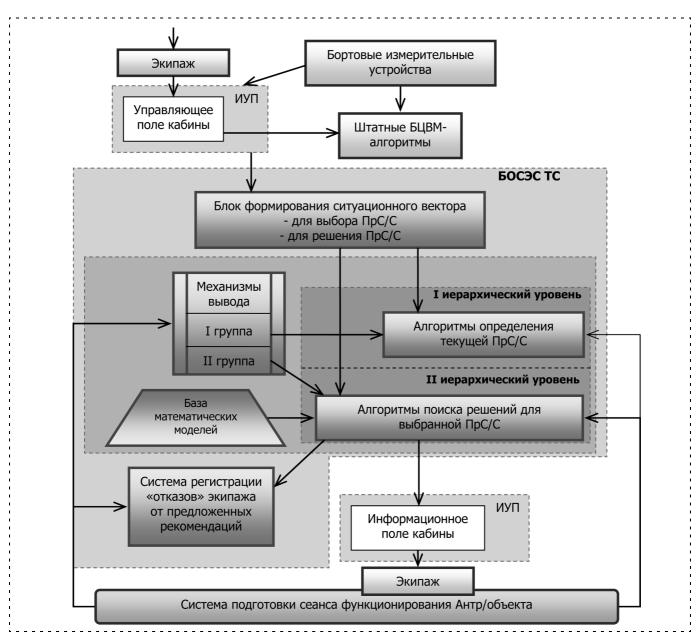


Рис. 4. БОСЭС ТС в бортовой информационной среде Антр/объекта

профессионала с достаточной для него значимостью;

• иметь "отложенную" компоненту самообучения. Структура таких БОСЭС (рис. 4) и технология их разработки обсуждалась в [6, 7, 8, 10]. Подчеркнем, что "полноразмерная" БОСЭС ТС должна разрешать все ПрС/С, которые могут возникнуть в рассматриваемой ТС как из-за "агрессивности" внешнего мира (окружающей носителя БОСЭС реальности), так и вследствие отказов бортовой измерительной и исполнительной аппаратуры.

Структура БЗ БОСЭС ТС. В базе знаний БОСЭС (рис. 4, блоки "Бортовые измерительные устройства", "Экипаж") в полной мере используются: а) априорная информация о генеральной задаче сеанса функционирования Антр/объекта и ожидаемых ус-

ловиях ее выполнения, содержащаяся в задании экипажа на предстоящий сеанс функционирования Антр/объекта; б) текущая качественная и количественная информация, поступающая от бортовых измерительных устройств, из ИУП кабины (от экипажа) и из "штатных" БЦВМ-алгоритмов.

В соответствии с моделью предметной области и на основе опыта разработки исследовательских прототипов БОСЭС ТС [8, 11—13] в ее БЗ включают (рис. 4): а) двухуровневую (по семантике) иерархическую базу механизмов вывода [14]; б) базу математических моделей; в) блок формирования комментариев к выработанным рекомендациям; г) блок регистрации отказов экипажа от рекомендаций.

Блок предъявления экипажу рекомендаций и объяснений к ним посылает экипажу на кабинные ин-

дикаторы и речевые информаторы ИУП кабины соответствующую информацию. Рекомендации экипажу предъявляются в естественном для них месте на ИУП кабины. Они кратки и мгновенно воспринимаемы экипажем.

Блок регистрации отказов экипажа от использования рекомендаций БОСЭС фиксирует в штатной бортовой системе объективного контроля (СОК) носителя БОСЭС (на рис. 4 не указан) отвергнутую рекомендацию, принятое экипажем решение, текущие условия сеанса функционирования. Блок вместе с механизмом "Листков совершенствования БЗ БОСЭС" [6] реализует компоненту отложенного "самообучения" БОСЭС.

База знаний БОСЭС относится к типу стационарных. Абсолютное время в ней реализуется: через событийную шкалу значимых событий, генерируемых математическими моделями соответствующего типа; через смену правил выработки рекомендаций при смене ПрС/С; через постоянное использование структур ситуационного управления.

Разработка практически значимых БОСЭС ТС ведется в соответствии с нормативно-технической документацией и проходит через соответствующие этапы контроля целостности и полноты ее БЗ [15, 16].

Созданная база знаний БОСЭС ТС представляется семантическим паспортом БОСЭС, по которому осуществляются экспресс-контроль полноты и глубины спроектированной базы знаний БОСЭС ТС и контроль "вписываемости" рекомендаций БОСЭС ТС в семантический облик ИУП кабины экипажа.

#### Об эргономическом проектировании Антр/объектов

В публикации С. Ф. Сергеева и в открытом письме В. М. Лохина, М. П. Романова, С. В. Манько [2] обсуждалась проблема эргономического проектирования Антр/объектов 5-го поколения.

Для обсуждения этой проблемы нужна не одна публикация, в которых следовало бы разобраться в вопросах:

- проектирования семантики ИУП (состав и содержание информации на индикаторах ИУП и в оперативных речевых сообщениях экипажу при работе его на ІГлУУ и на ІІГлУУ), что нельзя сделать без перехода на модель "Ген/задача ГлУУ";
- рациональной формы и места на ИУП предъявления этой информации (как здесь не вспомнить о когнитивной модели внешней и внутрибортовой обстановки, необходимой экипажу для решения задач ІГлУУ);

- удобства расположения и формы органов управления на ИУП в ограниченном пространстве кабины;
- среды жизнедеятельности оператора в кабине, обеспечивающей ему условия комфортной работы в кабине и ее покидания.

Здесь же мы выскажем только некоторые соображения по этой проблеме, ограничиваясь системообразующим ядром одноместного Антр/объекта 5-го поколения.

Эргономическое проектирование интеллекта системообразующего ядра Антр/объекта должно вестись: сверху вниз от первого до второго ГлУУ. На начальной стадии проектирования бортового АиИО разработка спецификации БЦВМ-алгоритмов и АДЭ должна сопровождаться оценкой временной реализации оператором состава АДЭ по каждой ТС (второй ГлУУ) [17].

#### О распределении задач системообразующего ядра между экипажем и БЦВМ-алгоритмами

Остановимся только на распределении задач системообразующего ядра:

• задачи ІГлУУ (назначение ТС). Решение задач ІГлУУ выполняется только экипажем, которому для успешного выполнения этой функции должна постоянно предъявляться на ИУП когнитивная информационная модель внешней и внутрибортовой обстановки. Информацию для такой модели целесообразно вырабатывать в бортовой информационной интеллектуальной системе "Ситуационная осведомленность экипажа". Конструирование когнитивного образа предъявления на ИУП этой информации является отдельной задачей профессионалов-пользователей и психологов.

Решения оператора задач ІГлУУ относятся, как правило, к классу эвристических решений.

• задачи ПГлУУ (конструирования фрагмента семантической сети ПрС/С). Если у организациипроектировщика есть интеллектуальные, материальные и временные ресурсы, и на борту проектируемого Антр/объекта 5-го поколения есть достаточные вычислительные мощности (в БЦВС), то решение задач ПГлУУ по каждой ТС следует поручить соответствующей БОСЭС ТС. Здесь потенциально за экипажем остается только контроль над качеством рекомендаций, выработанных соответствующей БОСЭС ТС, и принятие разрешения на их реализацию.

Проектируемые решения оператора задач IIГлУУ относятся, как правило, к классу речемыслительных решений.

#### ◆ Структура деятельности оператора в техническом антропоцентрическом объекте

Уже на начальной стадии проектирования бортового АиИО и АДЭ следует оценивать его загрузку, учитывая все составляющие деятельности оператора.

В антропоцентрическом объекте оператор в общем случае [17—22]:

- принимает решения по оперативно возникающей проблеме;
- реализует принятые решения (диспетчеризация решения);
- участвует в различных операциях слежения.

Все решения оператора классифицируются как  $\pi$ -решения (перцептивно-опознавательные),  $\rho$ -решения (речемыслительные) и  $\pi$ - $\rho$ -решения (эвристические) [18, 22].

Класс  $\pi$ -решений характеризуется временем на поиск, восприятие (число оперативных единиц восприятия) и осмысливание оператором необходимой информации.

Класс р-решений при проектировании деятельности оператора характеризуется составом информации, на основании которой оператор должен принять это решение, и алгоритмом принятия решения.

Решение характеризуется:

- входной информацией (составом информации на ИУП кабины, по которой оператор должен принимать это решение; составом и продолжительностью речевого сообщения, которое передается оператору кабинным речевым информатором и которое используется при принятии этого решения);
- структурой решения (числом оперативных единиц восприятия, составом и последовательностью элементарных актов выработки решения, представляемых через индикационную символику на кадрах кабинных индикаторов);
- выходной информацией (составом и последовательностью ручных операций, необходимых для реализации принятого решения).

При выполнении *операций слежения* предполагается, что оператор работает в дискретно-непрерывном режиме, отвлекаясь от операции слежения на время принятия и реализации решения (решений). После отвлечения оператор опять возвращается к процессу слежения. При этом состав и описание динамических звеньев этой следящей системы на рассматриваемом этапе проектирования отсутствуют. Имеется только представление о зависимости времени отработки оператором накопившейся за время его отвлечения ошибки слежения.

Глубина представления алгоритмов оператора по *диспетиеризации решений* зависит от наличия информации о топологии управляющей части ИУП и вида органов управления на ней.

# • Оценка загрузки оператора на начальных стадиях проектирования бортового AuИO [18, 24]

Оценка загрузки оператора задачами IГлУУ не подлежит аналитической оценке и выполняется на стендах с оператором, которому предъявляется в динамике спроектированная информационная модель внешней и внутрибортовой обстановки, обеспечивающая его ситуационную осведомленность на Антр/объекте.

Оценку загрузки оператора задачами *IIГлУУ* можно получить аналитически.

Для оценки загрузки оператора весь объем его работы представляется в форме графа решений оператора (ГРО), являющегося исходной информацией для оценки загрузки оператора в компьютерной системе "ГРО—оценка" [23].

Вершины графа АДЭ (решение) и АДЭ-Р (реализация решения) характеризуются временем, затрачиваемым оператором на восприятие, осмысливание, выработку решений и выполнение ручных операций. Вершина, соответствующая смене концептуальной модели поведения оператора, характеризуется временем смены этой модели. Между вершинами существуют причинно-следственные связи, на графе изображаемые дугами. Начало действий оператора должно начинаться с одной вершины (операции слежения), расположенной в корне графа; деятельность оператора разворачивается от корневой вершины к конечной (операция слежения). При этом получается граф с древовидной структурой (одно начало, множество концов).

На ГРО отмечаются плюсом ("+") места возможного (по семантике) отвлечения оператора на процесс слежения.

Все вершины типа АДЭ должны сопровождаться информацией, по которой с помощью экспериментальных данных определяется время загрузки оператора работой, помеченной этой вершиной. Должны быть предоставлены экраны-индикаторы ИУП, на основании которых нужно будет составить данные, необходимые для описания АДЭ.

Вершина, обозначающая начало слежения, должна сопровождаться таблицей или графиком зависимости времени отработки оператором накопившейся ошибки слежения от интервала времени, в течение которого оператор отвлекался от процесса слежения.

Вершина "Смена концептуальной модели поведения" характеризуется временем, затрачиваемым оператором на активизацию новой концептуальной модели поведения.

Оценка реализуемости совокупности АДЭ, вошедших в анализируемый ГРО, выносится по результатам сопоставления расчетного времени, необходимому оператору на ее реализацию, со временем, которое отпускает оператору расчетная внешняя и внутрибортовая обстановка.

#### Заключение

- 1. Сложилась определенная система взглядов на интеллектуальный облик Антр/объектов 5-го поколения и процесс его проектирования:
- необходим переход на модель "Ген/задача ГлУУ";
- системообразующее ядро Антр/объекта должно содержать два типа интеллектуальных систем: а) одну интеллектуальную информационную систему "Ситуационная осведомленность экипажа", обеспечивающую экипаж информацией для решения им задач ІГлУУ (назначения текущей цели функционирования); б) набор бортовых оперативно-советующих экспертных систем типовых ситуаций функционирования, вырабатывающие рекомендации экипажу по решению задач каждой ТС;
- интеллектуальные системы, обеспечивающие решение задач ППГлУУ должны ориентироваться на автономную работу и не требовать диалоговых процедур от экипажа.
- 2. Эргономическое проектирование системообразующего ядра Антр/объекта в части решения экипажем задач должно вестись по трем направлениям:
- семантическое проектирование АДЭ с первоначальной разработкой спецификаций БЦВМ-алгоритмов и АДЭ по первому и второму ГлУУ с оценкой возможности временной реализации АДЭ по каждой ТС [17];
- эргономичность предъявления информации на индикаторах и в речевых сообщениях (информационная составляющая ИУП);
- эргономичность расположения и форма органов управления на управленческой составляющей ИУП.

Уже на ранней стадии проектирования бортового АиИО и АДЭ должна проводиться оценка загрузки экипажа запланированной для него работой (набором АДЭ).

3. Предлагаемая авторами открытого письма [2] дискуссия по затронутым в [1, 2] темам на редколлегии журнала, а лучше на соответствующих конференциях и на страницах журнала, была бы весьма полезной.

#### Список литературы

- 1. **Сергеев С. Ф.** Методология эргономического проектирования систем искусственного интеллекта для самолетов 5-го поколения // Мехатроника, автоматизация, управление. № 11. 2007.
- 2. Лохин В. М., Романов М. П., Манько С. В. Открытое письмо с обсуждением публикации С. Ф. Сергеева "Методоло-

- гия эргономического проектирования систем искусственного интеллекта для самолетов 5-го поколения" // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008.  $\mathbb{N}$  10.
- 3. Авиация ПВО и научно-технический прогресс / Под редакцией акад. РАН Е. А. Федосова. М.: Дрофа, 2001.
- 4. Системы управления вооружением истребителей: основы интеллекта многофункционального самолета / Под ред. акад. РАН Е. А. Федосова. Российская академия ракетных и артиллерийских наук. М.: Машиностроение, 2005. 399 с.
- 5. Васильев С. Н., Жерлов А. К., Федосов Е. А., Федунов Б. Е. Интеллектное управление динамическими системами. М.: Физматлит, 2002.
- 6. **Федунов Б. Е.** Проблемы разработки бортовых оперативно-советующих экспертных систем // Изв. РАН. ТиСУ. 1996. № 5.
- 7. Стефанов В. А., Федунов Б. Е. Бортовые оперативно-советующие экспертные системы (БОСЭС) типовых ситуаций функционирования антропоцентрических (технических) объектов. М.: Изд-во МАИ, 2006. 191 с.
- 8. **Федунов Б. Е.** Бортовые оперативно-советующие экспертные системы тактических самолетов пятого поколения (обзор по материалам зарубежной печати). М.: НИЦ ГосНИИАС, 2002.
- 9. Поспелов Д. А. Ситуационное управление. Теория и практика. М.: Наука, 1986.
- 10. **Федунов Б. Е.** Базовая алгоритмическая оболочка бортовых оперативно-советующих экспертных систем типовых ситуаций функционирования объекта // Изв. РАН. ТиСУ. 2009. № 5. С. 90-101.
- 11. Демкин М. А., Тищенко Ю. Е., Федунов Б. Е. Базовая бортовая оперативно-советующая экспертная система для дуэльной ситуации дальнего воздушного боя // Изв. РАН. ТиСУ. 2008. № 4. С. 59-75.
- 12. **Федунов Б. Е., Киреев В. В., Хорькина Н. Н.** Бортовая оперативно-советующая экспертная система типовой боевой ситуации "Ввод группы в воздушный бой // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2006. Т. 4. № 8. С. 91—99.
- 13. Демкин М. А., Федунов Б. Е. Бортовая оперативно-советующая экспертная система "Противоракетный маневр" // Тр. ГосНИИАС. "Вопросы авионики". 2005. Вып. 2 (16). С. 13—38.
- 14. **Федунов Б. Е.** Механизмы вывода в базе знаний бортовых оперативно-советующих экспертных систем // Изв. РАН. ТиСУ. 2002.  $\mathbb{N}$  4.
- 15. **Козловских Б. Д., Федунов Б. Б.** Нормативно-техническая документация при разработке БОСЭС // Стандартизация и унификация АТ. Вопросы авиационной науки и техники. 1995. Вып. 1—2.
- 16. Рыбина Г. В. Теория и технология построения интегрированных экспертных систем. М.: Научтехлитиздат, 2008. 482 с.
- 17. **Федунов Б. Е.** Методика экспресс-оценки реализуемости графа решений оператора антропоцентрического объекта на этапе разработки спецификаций алгоритмов бортового интеллекта // Изв. РАН. ТиСУ. 2002. № 3.
- 18. **Основы** инженерной психологии / Под ред. Б. Ф. Ломова. М.: Высш. шк., 1977.
- 19. Введение в эргономику / Под ред. В. П. Зинченко. М.: Сов. радио, 1974.
- 20. Зараковский Г. М. Психологический анализ трудовой деятельности. М.: Наука, 1967.
- 21. **Цибулевский И. Е.** Человек как звено следящей системы. М.: Наука, 1981.
- 22. Справочник по инженерной психологии / Под ред. Б. Ф. Ломова. М.: Машиностроение, 1982.
- 23. **Абрамов А. П., Выдрук Д. Г., Федунов Б. Е.** Компьютерная система оценки реализуемости алгоритмов деятельности экипажа // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. № 4. С. 122—134.

**Ю. Н. Нагар**<sup>1</sup>, ассистент, **В. Ю. Ольшанский**<sup>2</sup>,

д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр.,

**В. М.** Панкратов<sup>2</sup>,

д-р техн. наук, зам. директора по науке, **А. В. Серебряков**<sup>1</sup>, канд. физ.-мат. наук, доц. <sup>1</sup> ЭТИ СГТУ, г. Энгельс, <sup>2</sup> ИПТМУ РАН, г. Саратов, iptmuran@san.ru, bundzin@inbox.ru

#### Об одной модели пьезогироскопа

Предложена модель устройства, в котором действующая на присоединенную массу кориолисова сила оказывает влияние на плоские деформационные волны в выполненных из пьезоматериала тонких пластинах. Полученное методом Фурье решение задачи позволило оценить величину максимальной деформации пластин в зависимости от угловой скорости подвижного объекта.

**Ключевые слова:** кориолисова сила, присоединенная масса, деформационные волны, метод Фурье

Рассматривается следующая модель устройства для измерения угловых скоростей подвижного объекта: к двум взаимно перпендикулярным плоскостям, жестко связанным с подвижной системой отсчета, прикреплены тонкие прямоугольные пластины толщиной  $\delta_i$  и площадью  $\sigma_i$ , i=2,3 (рис. 1). С пластинами постоянно в контакте находится груз M массы m. Груз закреплен так, что от груза на контактирующие с ним пластины передаются только нормальные усилия.

Пластины выполнены из пьезоматериала, сориентированного таким образом, что при их сжатии силой, перпендикулярной плоскости пластины, возникает продольный пьезоэффект [1, 2]. К пластинам

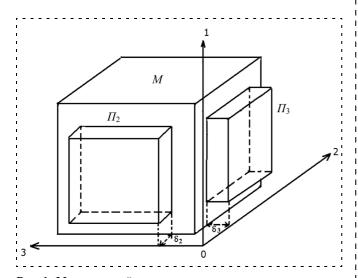


Рис. 1. Модель устройства

прикреплены электроды,  $u_i(t)$  — разность потенциалов на свободной поверхности пластины и поверхности, закрепленной на соответствующей координатной плоскости. Переменное во времени электрическое поле порождает в пьезопластине плоские деформационные волны, что вызывает движение груза M. При наличии угловой скорости объекта относительно инерциальной системы возникают кориолисовы силы инерции, действующие на груз M.

Рассмотрим простейшую математическую модель, позволяющую оценить влияние угловой скорости подвижной системы отсчета на амплитуду и другие характеристики колебаний, в целях определения по этим характеристикам самой угловой скорости.

Пусть силовое поле отсутствует, и на груз M кроме реакций связей действует сила инерции  $\mathbf{F}^c = -2m\boldsymbol{\omega}\mathbf{v}_r$ . Связь относительной деформации  $S_i$  с механическим напряжением  $T_i$  и напряженностью электрического поля  $E_i$  в пластине  $\Pi_i$  дается уравнением обратного пьезоэффекта [1, 2]

$$S_i = \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} = d_{ii}^E E_i + s_{ii}^E T_i. \tag{1}$$

Здесь  $\xi_i(x_i,t)$  — перемещение плоского слоя с координатой  $x_i$  в пластине  $\Pi_i$ ;  $T_i(x_i,t)$  — механическое напряжение в пластине  $\Pi_i$  по оси i;  $E_i(t) = U_i/\delta_i$ ;  $x_i \in [0, \delta_i]$ ;  $d_{ii}^E$  — пьезомодуль при продольном пьезоэффекте;  $s_{ii}^E$  — упругие податливости по осям i=2,3 при E= const.

Приравнивая силы, вызванные механическими напряжениями в пластине, и силы, действующие на свободную поверхность пластины со стороны груза M, получим условия

$$T_i(\sigma_i, t)\sigma_i = F_i^c + M \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, i = 2, 3.$$
 (2)

Здесь

$$F_2^c = 2m\omega_1 \frac{\partial \xi_3(\delta_3, t)}{\partial t}, \ F_3^c = -2m\omega_1 \frac{\partial \xi_2(\delta_2, t)}{\partial t}.$$
 (3)

При расчете пьезопреобразователей используется [3, 4] волновое уравнение, описывающее распространение волны в длинной линии с затуханием без искажений

$$\frac{1}{(c^E)^2} \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} + \frac{2\alpha}{C^E} \frac{\partial \xi_i}{\partial t} + \alpha^2 \xi_i = \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x_i^2}, i = 2, 3. \quad (4)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент затухания, учитывающий рассеивание энергии на тепловые потери;  $c^E$  — скорость звука в пьезокерамической пластине при E= const.

Отметим, что уравнение (4) вместе с условиями вида (1), (2) (без участия в них кориолисовых сил инерции) использовались в работах [3, 4] при построении модели электромагнитоупругого преобразователя для электромеханического привода нанои микроперемещений.

Дополним уравнения (4) следующими начальными и граничными условиями:

$$\xi_i(x_i, 0) = 0, \frac{\partial \xi_i}{\partial t}\Big|_{t=0}, i = 2, 3;$$
 (5)

$$\xi_i(0, t) = 0, i = 2, 3.$$
 (6)

Из условий (1), (2) получаем соотношения, связывающие граничные условия волновых уравнений (4):

$$\frac{\partial \xi_{2}(x_{2}, t)}{\partial x_{2}} \bigg|_{x_{2} = \delta_{2}} = d_{22}^{E} E_{2}(t) + \frac{s_{22}^{E}}{\sigma_{2}} \left[ -m \frac{\partial^{2} \xi_{2}(\delta_{2}, t)}{\partial t^{2}} + 2m\omega_{1} \frac{\partial \xi_{3}(\delta_{3}, t)}{\partial t} \right];$$

$$\frac{\partial \xi_{3}(x_{3}, t)}{\partial x_{3}} \bigg|_{x_{3} = \delta_{3}} = d_{33}^{E} E_{3}(t) + \frac{s_{33}^{E}}{\sigma_{3}} \left[ -m \frac{\partial^{2} \xi_{3}(\delta_{3}, t)}{\partial t^{2}} - 2m\omega_{1} \frac{\partial \xi_{2}(\delta_{2}, t)}{\partial t} \right].$$
(7)

Требуется найти решения  $\xi_2(x_2, t)$ ,  $\xi_3(x_3, t)$  волновых уравнений (4), удовлетворяющие начальным условиям (5) и граничным условиям (6), (7).

Рассмотрим в дальнейшем квазистационарный случай, когда кориолисово ускорение изменяется со временем значительно медленнее, чем функции  $E_i(t)$ ,  $\xi_i(x_i, t)$ . При этом будем считать  $\omega_1 = \text{const.}$  Полагаем также, что рассеивание энергии внутри пластин пренебрежимо мало, и будем считать  $\alpha = 0$ .

Перейдем к безразмерным переменным:

$$x_i = x_i^{\text{pa3M}}/\delta_2, \ \xi_i = \xi_i^{\text{pa3M}}/\delta_2, \ i = 2, 3;$$
 
$$t = t^{\text{pa3M}}c^E/\delta_2.$$

Получим волновые уравнения для описания колебаний пластин

$$\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x_i^2} \ (i = 2, 3),\tag{8}$$

начальные условия

$$\xi_i(x_i, 0) = 0, \frac{\partial \xi_i(x_i, 0)}{\partial t} = 0 \ (i = 2, 3)$$
 (9)

и граничные условия

$$\xi_i(0, t) = 0 \ (i = 2, 3);$$
 (10)

$$\frac{\partial \xi_{2}(1,t)}{\partial x_{2}} = \kappa \left[ -\frac{\partial^{2} \xi_{2}(1,t)}{\partial t^{2}} + \varepsilon \frac{\partial \xi_{3}(l,t)}{\partial t} \right] + h_{2}(t);$$

$$\frac{\partial \xi_{3}(l,t)}{\partial x_{3}} = \kappa \left[ -\frac{\partial^{2} \xi_{3}(l,t)}{\partial t^{2}} - \varepsilon \frac{\partial \xi_{2}(1,t)}{\partial t} \right] + h_{3}(t).$$
(11)

Здесь обозначено

$$\varepsilon = \frac{2\omega_1 \delta_2}{c^E}, \ \kappa = m \frac{(c^E)^2 s_{33}^E}{\delta_2 \sigma}, \ h_i = d_{33}^E E_i(t), \ l = \frac{\delta_3}{\delta_2}$$
 при  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$ .

Величина  $\varepsilon \ll 1$  может служить малым параметром. Это позволяет представить решение в виде рядов

$$\xi_{i}(x_{i}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \xi_{in}(x_{i}, t) \varepsilon^{n} \ (i = 2, 3).$$
 (12)

Подстановка рядов (12) в уравнения (8), начальные и граничные условия (9)—(11) приводит к последовательности краевых задач для функций  $\xi_{in}(x_i, t)$ .

Уравнения (8) и условия (9), (10) сохраняют свой вид для всех n. Условия (11) принимают вид

$$\frac{\partial \xi_{20}(1,t)}{\partial x_{2}} + \kappa \frac{\partial^{2} \xi_{20}(1,t)}{\partial t^{2}} = h_{2}(t);$$

$$\frac{\partial \xi_{30}(l,t)}{\partial x_{3}} + \kappa \frac{\partial^{2} \xi_{30}(l,t)}{\partial t^{2}} = h_{2}(t)$$
(13)

И

$$\frac{\partial \xi_{2n}(1,t)}{\partial x_2} + \kappa \frac{\partial^2 \xi_{2n}(1,t)}{\partial t^2} = \kappa \frac{\partial \xi_{3,n-1}(l,t)}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \xi_{3n}(l,t)}{\partial x_3} + \kappa \frac{\partial^2 \xi_{3n}(l,t)}{\partial t^2} = -\kappa \frac{\partial \xi_{2,n-1}(1,t)}{\partial t^2},$$

$$n = 1, 2, \dots$$
(14)

Рассмотрим далее случай  $E_3(t) = 0$ . Тогда

$$\xi_{2n}(x_2, t) = 0, n$$
 — нечетное;

$$\xi_{3n}(x_3, t) = 0, n - \text{четное}.$$

В качестве первого приближения были получены выражения для функций  $\xi_{20}(x_2, t)$ ,  $x_{31}(x_3, t)$ . В случае, когда напряженность электрического поля меняется по закону

$$E_2(t) = \frac{A_0}{d_{33}^E} \sin \beta t, A_0 = \frac{d_{33}^E U_0}{\delta_2},$$

#### Собственные частоты пластин

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda_i \\ \mu_i$	0,4633 0,4199	3,2135 2,6895	6,3198 5,2725	9,4493 7,8785	12,5848 10,4904	15,7227 13,1047	18,8618 15,7202	22,0017 18,3365	25,1419 20,9532	28,2825 23,5701

возможно представление

$$\xi_{20}(x_2, t) = (A_0 \sin \beta t) x_2 + \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) \sin \lambda_k x_2.$$
 (15)

Здесь  $\lambda_k$  — корни уравнения  $\operatorname{ctg} \lambda = \kappa \lambda$ .

Представление (15) позволяет удовлетворить граничным условиям при  $x_2=0,\ 1.$  Для функций  $T_k(t)$  получаем уравнения

$$\frac{d^2 T_k}{dt^2} + \lambda_k^2 T_k = \beta^2 B_k A_0 \sin \beta t, \ k = 1, 2, \dots$$
 (16)

Здесь 
$$B_k = \frac{4\sin\beta t}{2\lambda_k^2 + \lambda_k \sin 2\lambda_k}$$
 — коэффициенты раз-

ложения 
$$x_2 = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin \lambda_k x_2$$
.

Получив решения для уравнений (16) при начальных условиях (9), можно представить решение (15) в виде

$$\xi_{20}(x_2, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(t) \sin \lambda_k x_2,$$

где

$$\Phi_k(t) = A_0 B_k \frac{\lambda_k^2}{\lambda_k^2 - \beta^2} \left( \sin \beta t - \frac{\beta}{\lambda_k} \sin \lambda_k t \right), \ k = 1, 2, \dots.$$

Аналогично находится функция  $\xi_{31}(x_3, t)$ . Последнее из условий (14) принимает вид

$$\frac{\partial \xi_{31}(l,t)}{\partial x_3} + \kappa \frac{\partial^2 \xi_{31}(l,t)}{\partial t^2} = \psi(t),$$

$$\psi(t) = -\kappa \sum_{k=1}^{\infty} \Phi'_k(t) \sin \lambda_k.$$

Представим

$$\xi_{31}(x_3, t) = x_3 \psi(t) + \sum_{k=1}^{\infty} T_k^*(t) \sin \mu_k x_3 =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} (B_k^* \psi(t) + T_k^*(t)) \sin \mu_k x_3.$$
 (17)

Здесь  $\mu_k$  — корни уравнения  $\operatorname{ctg} \mu l = \kappa \mu$  и  $B_k^*$  — коэффициенты разложения

$$x_3 = \sum_{k=1}^{\infty} B_k^* \sin \mu_k x_3.$$

Выражение (17) позволяет удовлетворить граничным условиям при  $x_3 = 0$  и  $x_3 = l$ .

Функции  $T_k^*(t)$  получаем из решения уравнений

$$\frac{d^2 T_k^*}{dt^2} + \mu_k^2 T_k^* = -B_k^* \frac{d^2 \psi}{dt^2}$$

с начальными условиями

$$T_k^*(0) = 0, \ \frac{dT_k^*}{dt} = -B_k^* \frac{d\psi(0)}{dt}.$$

Окончательно, приходим к выражению

$$\xi_{31}(x_3, t) = x_3 \psi(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \left( M_k(\cos \beta t - \cos \mu_k t) + \sum_{i=1}^{\infty} P_i(\cos \lambda_i t - \cos \mu_k t) \right) \sin \mu_k x_3.$$

Здесь  $M_k$ ,  $P_i$  — известные коэффициенты.

Количественные результаты были получены при следующих характеристиках свойств материала и внешнего нагружения:

$$\delta_2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \ l = 1, 2, \ \sigma = 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$
  $c^E = 3,6 \cdot 10^3 \text{ м/c}, \ s_{33}^E = 3,5 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{H},$   $d_{33}^E = 4 \cdot 10^{-10} \text{ м/B}, \ U_0 = 400 \text{ B}, \ \beta = 2,78 \text{ МГц},$   $m = 10^{-3} \text{ кг}, \ \omega_1 = \frac{\pi}{30} \cdot 10^3 \text{ рад/c}.$ 

При этом максимальное значение  $\xi_3$  ( $\delta_3$ , t) составляет  $1,1 \cdot 10^{-5}$  м.

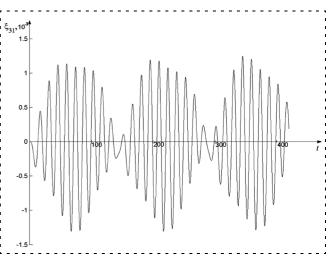


Рис. 2. Перемещение  $\xi_{31}(l, t)$ 

В таблице приведены безразмерные собственные частоты  $\lambda_i$ ,  $\mu_i$  (размерные значения могут быть получены из приведенных в таблице умножением на коэффициент  $c^E/\delta_2$ ).

На рис. 2 представлен график функции  $\xi_{31}(l,t)$  при  $\beta=0,5$  МГц, которая при малых значениях параметра  $\epsilon$  определяет перемещения свободной поверхности пластины  $\Pi 3$  (см. рис. 1).

Полученные результаты могут служить математической основой для предлагаемой модели пьезогироскопа. В дальнейшем целесообразно оценить поведение модели с учетом рассеивания энергии. При этом возможно задание частоты возбуждае-

мых вынужденных колебаний  $\beta$  равной одной из собственных частот  $\lambda_i$ ,  $\mu_i$ .

#### Список литературы

- 1. **Окадзаки К.** Технология керамических диэлектриков. М.: Энергия, 1976. С. 228—232.
- 2. **Физическая** акустика. Т. 1. Часть А. Методы и приборы ультразвуковых исследований / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1966. 592 с.
- 3. **Афонин С. М.** Параметрическая структурная схема пьезопреобразователя // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2002. № 6. С. 101-107.
- 4. **Афонин С. М.** Обобщенная структурно-параметрическая модель электромагнитоупругого преобразователя для систем управления нано- и микроперемещениями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2006. № 2. С. 158—166.

# Конференции, форумы, выставки в 2010 году

Научная конференция молодых ученых "Теория и практика системного анализа"

25—28 апреля 2010 г., г. Рыбинск, Ярославская область

http://www.isa.ru/tpsa/

**≈**†#

Промышленная автоматизация России Международная промышленная выставка ITFM

27 сентября—1 октября 2010 г., Москва

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121596

**≈**}*≶* 

Автоматизация и робототехника Международная специализированная выставка

13—15 октября 2010 г., Москва

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121610

**∞**}∅

Передовые технологии автоматизации. ПТА-2010

10-я специализированная выставка оборудования и технологий для АСУ ТП и встраиваемых систем

5-7 октября 2010 г., Москва

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121607

Автоматика. Приборостроение. Электроника. Электротехника Восьмая специализированная выставка-презентация

22-24 сентября 2010 г., Томск

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121589

**≈**}*∞* 

Автоматизация-2010 11-я специализированная выставка

16—18 ноября 2010 г., Санкт-Петербург

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121633

**◎**†∅

**Автоматика** 

Специализированная выставка систем и средств управления и автоматического регулирования, измерения и контроля, автоматизации управления предприятием и производством, промышленной автоматизации

23-26 ноября 2010 г., Красноярск

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121638

**⊗**∮∅

УкрПромАвтоматизация Международная специализированная выставка

24—27 ноября 2010 г., Киев, Украина

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121639

В. А. Бобков, д-р техн. наук, зав. лаб., Ю. С. Борисов, мл. науч. сотр., Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток, borisoff@dvo.ru

# Навигация подводного аппарата на малых дистанциях по оптической информации <sup>1</sup>

Предложен алгоритм определения параметров движения подводного аппарата и окружающей обстановки по последовательности фотоизображений при условии малых расстояний до препятствий и на небольших перемещениях. Представленный метод использует данные, получаемые одной бортовой камерой. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

**Ключевые слова:** фильтр Калмана, навигация АНПА, одновременное определение местоположения и картирование окружающей обстановки, малые дистанции

#### Введение

В настоящее время автономные необитаемые подводные аппараты (АНПА) широко используются для выполнения миссий по поиску и обследованию затонувших объектов [1]. Для навигации аппарата при этом используются показания гидроакустических приборов. Однако при попадании в сложную подводную обстановку, при наличии близких препятствий, узких коридоров, а также в условиях медленного перемещения или зависания объекта точность гидролокационных датчиков и инерциальных навигационных устройств может быть недостаточной для безопасного маневрирования аппарата. В этом случае управление движением аппарата осуществляется по данным, поступающим с бортовой видеосистемы. При телеуправлении аппарата оператор "на глаз" может определить положение аппарата и при необходимости скорректировать его движение. Но при этом целесообразным является использование алгоритма, позволяющего по фото- или видеоизображениям определять расположение аппарата по отношению к исследуемому объекту одновременно с сохранением траектории движения аппарата.

Использование видеоинформации для навигационных целей рассматривается в нескольких работах. В [2] перемещение аппарата оценивается по оптическому потоку между изображениями. В [3] описано использование стереовидения для реконструкции окружающей подводной обстановки. В ра-

ботах [4, 5] реализуется техника сшивки последовательных изображений морского дна в одно изображение для последующего определения траектории аппарата.

Предлагаемый в данной статье подход является развитием работы авторов [6] и базируется на использовании расширенного фильтра Калмана и периодической межкадровой привязки (процедуры выравнивания) для уточнения траектории движения аппарата. Отличительной особенностью разработанного алгоритма является использование единственной бортовой камеры вместо смонтированной стереопары (такая необходимость может возникать на практике при ограниченных габаритных размерах аппарата).

# Определение положения аппарата и окружающей среды

Метод восстановления траектории. Задача определения местоположения аппарата и картирования особенностей окружающей обстановки по набору фотоизображений решается с помощью предложенного авторами ранее в [6] подхода, основанного на применении расширенного фильтра Калмана [7]. Подход заключается в использовании последовательной рекурсивной процедуры оценки состояния системы с минимальной среднеквадратичной ошибкой при наличии серии наблюдений. Состояние системы описывается вектором  $(s, v, y^1, ..., y^n)$ , задающим состояние АПА (его положение и ориентацию), скорости изменения положения и ориентации  $A\Pi A$ , а также положения n характерных точек окружающей обстановки  $y^1,...,y^n$ . Состояние аппарата описывается вектором положения и ориентации, задающим координаты x, y, z и углы крена r, курса h и дифферента p:

$$s = (x, y, z, r, h, p),$$

а также скоростями изменения этих величин

$$v = (v_x, v_y, v_z, v_r, v_h, v_p).$$

Изменение состояния системы описывается динамической моделью *F*. В условиях малых перемещений хорошо работает модель "аппарат с постоянной скоростью — неподвижные особенности". Поскольку временной шаг процесса мал, то можно считать, что на каждом участке движение происходит с постоянной скоростью. Тогда модель изменения системы выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} s_{k+1} &= s_k + v_k \Delta t; \\ v_{k+1} &= v_k; \\ y_{k+1}^1 &= y_k^1; \\ & \dots \\ y_{k+1}^n &= y_k^n. \end{aligned}$$

Ускорение аппарата считается шумом процесса.

 $<sup>^1</sup>$  Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-07-99043-р\_офи) и Президиума ДВО РАН (проект 09-I- $\Pi$ 2-06).

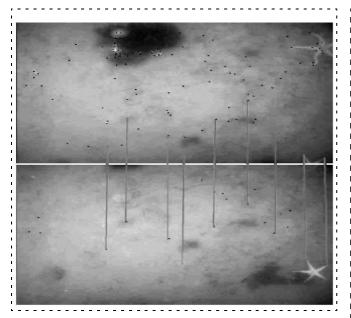


Рис. 1. Два кадра последовательности с сопоставленными особенностями

Результатом наблюдения является определение положения особенных точек (далее — особенностей) на изображении с использованием стандартной модели точечной камеры:

1. Координаты *i*-й характерной точки переводятся из мировой системы координат в координатную систему аппарата:

$$\hat{y}^i = \mathbf{M} y^i,$$

где  $\mathbf{M} = \mathbf{T}\mathbf{R}_{p}\mathbf{R}_{h}\mathbf{R}_{r}$ ;  $\mathbf{T}$  — матрица переноса,  $\mathbf{R}_{p}$ ,  $\mathbf{R}_{h}$ ,  $\mathbf{R}_{r}$  — соответствующие матрицы поворотов.

2. Рассчитывается положение образа характерной точки на изображении:

$$z_i = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 - fk_u \frac{\hat{y}_0^i}{\hat{y}_2^i} \\ v_0 - fk_v \frac{\hat{y}_1^i}{\hat{y}_2^i} \\ v_0 - fk_v \frac{\hat{y}_1^i}{\hat{y}_2^i} \end{pmatrix},$$

где  $(u_0, v_0, 1)$  — координаты центральной точки, f — фокусное расстояние,  $(k_u, k_v)$  — размеры пикселя.

Определение особенностей для одной камеры. Важной задачей является определение особенностей среды для введения их в модель. В случае с двумя камерами (стереопарой) задача решалась посредством пространственной триангуляции сопоставленной пары точек на изображениях. Точки выбирались с помощью детектора особенностей Харриса [8] и отслеживались посредством трекера Лукаса—Канаде [9] (рис. 1).

При переходе к одной камере естественно использовать два последовательных кадра, т. е. получать стереопару с синтезированной апертурой. Однако в условиях малых перемещений расстояние между двумя соседними кадрами оказывается недостаточным для формирования достаточной стереобазы, поскольку погрешность определения расстояния составляет в этом случае несколько метров. Поэтому на шаге инициализации особенности принимается допущение о непрерывности снимаемой поверхности, вследствие чего *z*-координата вновь найденной особенности полагается равной *z*-координате, ближайшей уже определенной особенности. Координаты *x* и *y* рассчитываются по пересечению луча, проходящего через центр камеры и особенность на изображении, и плоскости, находящейся на высоте *z*.

На первом шаге расположение аппарата над дном считается известным и может быть получено на реальном аппарате с помощью других навигационных приборов, например эхолота.

#### Межкадровая привязка

В результате проведения вычислительных экспериментов для сцен с текстурой, близкой к изображениям реального дна, оказалось, что на определенном шаге алгоритм начинает выдавать некорректные результаты (рис. 2).

Анализ состояния показал, что это происходит из-за неточностей определения положения особенностей, которые приводят к переходу значениями ковариационной матрицы критического порога, как описано в [10]. Предлагаемое решение заключается в периодической реинициализации данной матрицы.

Рассчитанное положение аппарата и особенностей остается известным и используется в качестве начального приближения для последующей серии кадров. Указанная модификация устраняет некорректности алгоритма, однако вследствие ошибок начальных состояний для каждой серии на каждом шаге реинициализации происходит накопление ошибки и уход определяемой траектории от реальной (рис. 3). При частой процедуре ошибка может

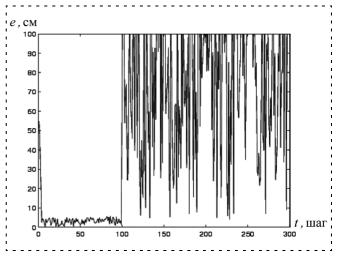


Рис. 2. Возникновение ошибки вследствие перехода ковариационной матрицей пороговых значений

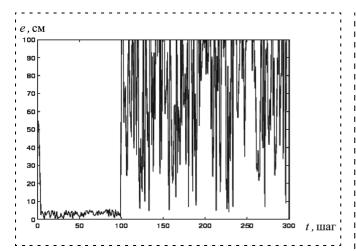


Рис. 3. Рост ошибки во время реинициализации алгоритма (отметками показаны моменты реинициализации)

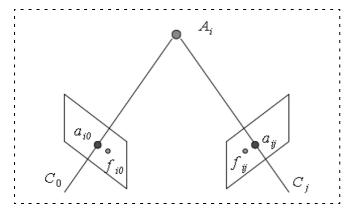


Рис. 4. Межкадровая привязка

достигать значительных величин, что приводит к непригодности алгоритма для целей точного маневрирования.

Для устранения указанной ошибки требуется дополнительное уточнение координат в начале каждой серии относительно предыдущей последовательности, которое проводится с помощью следующей процедуры межкадровой привязки (рис. 4):

- 1. Выбирается множество точек  $A_i$ , видимые на всех привязочных кадрах. Используются точки, которые максимально долго прослеживались в последовательности.
- 2. Поскольку нам неважно абсолютное положение аппарата в пространстве, расположение кадра с предыдущей серии принимается за фиксированное.
- 3. Рассчитываются проекции точек  $A_i$  на плоскости изображений  $C_i$ .
- 4. Находится норма репроекционной ошибки  $e_{ij} = |a_{ij} f_{ij}|$ , где  $a_{ij}$  рассчитанные проекции точек,  $f_{ij}$  известные образы особенностей на изображении.
- 5. Находится  $\min \sum_{C_j,A_i} e_{ij}$  при условии  $C_0 = \text{const.}$  Полученные координаты камеры  $C_j$  используются как координаты начала серии.

#### Результаты вычислительных экспериментов

Для тестирования алгоритма была реализована его версия в рамках моделирующего комплекса для исследования режимов движения автономного необитаемого подводного аппарата [11]. Рассматривался проход аппарата на одной высоте над дном. Был построен виртуальный тестовый полигон, профиль которого показан на рис. 5.

Миссия аппарата заключалась в том, чтобы пройти над дном на высоте 1 м. При проведении вычислительных экспериментов в качестве модели подводного аппарата использовалась модель аппарата CR-2 [12].

Полученная траектория аппарата для тестовых проходов показана на рис. 6.

Ошибка определения траектории сопоставима с результатами, полученными для алгоритма со стереопарой [6], и не превосходит 7 см.

Проведенные эксперименты показывают, что алгоритм оперативно реагирует на изменение расстояния до дна, включая механизм корректировки высоты, однако динамические особенности аппарата не позволяют сразу выйти на необходимую траекторию. Можно сделать вывод о том, что пред-

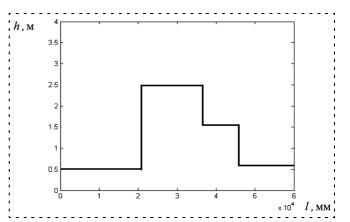


Рис. 5. Профиль тестового полигона по высоте

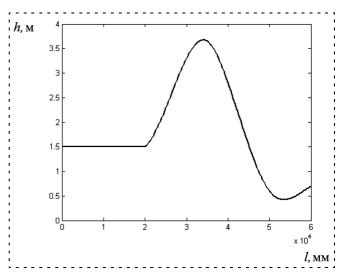


Рис. 6. Полученная траектория аппарата

лагаемый алгоритм можно использовать для целей локального маневрирования при условии, что аппарат способен быстро выходить на заданное положение.

#### Заключение

Проведенные исследования показывают, что возможно решение задач локального маневрирования для подводного аппарата по данным, получаемым с одной бортовой видеокамеры. Испытания представленного алгоритма позволяют сделать вывод, что точность и скорость работы метода позволяют использовать его для решения задач зависания и прохождения аппарата на определенной высоте. Дальнейшее исследование будет направлено на адаптацию алгоритма для решения других задач, в частности, исследования сложных подводных объектов.

#### Список литературы

- 1. **Автономные** подводные роботы: системы и технологии / М. Д. Агеев, Л. В. Киселев, Ю. В. Матвиенко и др.; под общ. ред. М. Д. Агеева. М.: Наука, 2005. 398 с.
- 2. Caccia M. Vision for estimating the slow motion of unmanned underwater vehicles // CNR-IAN NATO Grant. Report, 1999.

- 3. **Khamene A., Negahdaripour S.** Building 3-D Elevation Maps of Sea-Floor Scenes from Underwater Stereo Images // Proceedings of Oceans, 1999.
- 4. **Xu X., Negahdaripour S.** Vision-Based Motion Sensing for Underwater Navigation and Mosaicing of Ocean Floor Images // Proceedings of Oceans, 1997.
- 5. **Мун С. А., Щербатюк А. Ф.** О некоторых алгоритмах сшивки подводных фотоизображений, полученных с помощью АНПА // Матер. конф. "Технические проблемы освоения мирового океана", 2007. С. 296—301.
- 6. **Бобков В. А., Борисов Ю. С.** Восстановление траектории подводного аппарата и структуры среды по изображениям // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 9. С. 25—32. 7. **Newman P., Leonard J., Rikoski R.** Towards Constant-Time
- 7. **Newman P., Leonard J., Rikoski R.** Towards Constant-Time SLAM on an Autonomous Underwater Vehicle Using Synthetic Aperture Sonar // Proceedings of the Eleventh International Symposium on Robotics Research, Sienna, Italy, 2003.
- 8. **Harris C., Stephens M.** A combined corner and edge detector // In Proceedings of Fourth Alvey Vision Conference, 1988. C. 147–151.
- 9. Lucas B., Kanade T. An Iterative Image Registration Technique with an Application to Stereo Vision // International Joint Conference on Artificial Intelligence. 1981. P. 674—679.
- 10. **Davis A.** Mobile Robot Navigation Using Active Vision // PhD thesis, Robotics Research Group, Oxford University Department of Engineering Science, February 1998.
- 11. **Бобков В. А., Борисов Ю. С., Инзарцев А. В., Мельман С. В.** Моделирующий программный комплекс для исследования методов управления движением автономного подводного аппарата // Программирование. 2008. Т. 34. № 5. С. 257.
- 12. **Агеев М. Д., Инзарцев А. В., Киселев Л. В.** Некоторые вопросы управления АНПА при обследовании подводных гор // Морские технологии. 2000. № 3. С. 6.

### Конференции, форумы, выставки в 2010 году

Высокие технологии XXI века (ВТ XXI 2010) 11-й Международный форум 19—22 апреля 2010 г., Москва

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121435

@ \ # #

Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности Девятая международная научно-практическая конференция

22—23 апреля 2010 г., Санкт-Петербург

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121441 http://htfi.org/index.php?p=714

**≈**\*≶

Южно-Российский форум высоких технологий DiglT-2010

1—31 мая 2010 г., Ростов-на-Дону

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121465

ИНТЕРМАШ-2010

Международная техническая выставка кооперации и интеграции в оборонно-промышленном комплексе

30 июня—4 июля 2010 г., Москва

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121499

**⊗**∮∅

**MBCB-2010** 

4-й Международный салон вооружения и военной техники

30 июня—4 июля 2010 г., г. Жуковский

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121500

**∞**∮∅

Авиакосмические технологии и оборудование (АКТО)

5-я специализированная выставка

10—13 августа 2010 г., Казань

http://www.pcweek.ru/events/detail.php?ID=121502

# CONTENTS

<b>Kudinov U. I., Baykov S. V., Kudinov I. U.</b> Method and Models of the Fuzzy Predictive Control
Methods of synthesis fuzzy predictive controllers on the basis of three types of fuzzy dynamic models are analyzed Examples fuzzy predictive control of various industrial objects are brought.
Keywords: fuzzy dynamical models, sintesis of fuzzy predictive controllers.
<b>Bukov V. N., Selvesyuk N. I.</b> Robust Suppression the External Disturbances in MIMO Control System with Decentralized Coordination Control
In article the method of synthesis of decentralized state feedback regulators for MIMO linear systems with coordination control by reference model is considered. This regulator simultaneously provides robust stability of large system and suppression the external bounded disturbances. The task of system stabilization with help the regulator and the task of reference model tracking with help the prefilter solving independently. The linear matrix inequality used for synthesis of regulators. This LMI based on the quadratic Lyapunov functions. The rate of disturbance suppression is characterized by invariant set of attainability. The practical example is described.
<b>Keywords:</b> decentralized robust regulator, coordination control with reference model, invariant set of attainability linear matrix inequality.
Morzhin O. V., Tyatyushkin A. I. Approximation of Reachable and Solvability Sets of Nonlinear Controlled Differen
tial Systems
Keywords: control systems, reachable and solvability sets, approximation, examples.
<b>Gerasun V. M., Nesmiyanov I. A.</b> Manipulators Control Systems on the Base of Spatial Acting Mechanisms 24 Manipulators, having kinematic chain, spatial acting mechanisms in the form of thriangular pyramid are considered. These systems operating variant are offered and drive working equipment control programme forming algorithm is presented in article.
Keywords: manipulator, spatial mechanism, control system.
Parsheva E. A. Decentralized Robust Control System for an Multimessengers Welding Manipulator
<b>Keywords:</b> robust system, control problems, local subsystems, reference model, decentralized law, diagonal matrices, auxiliary block, compensation for disturbances.
Busurin V. I., Knyaz V. A., Khodin M. M., Skripnik N. P. Scanning Profiler for Measurement of Cylindrical Bodie Profile
Zagidullin R. R. Quantitative Approach in Quality Management to Product
In this paper are considered questions of the decision of the problems of quality management to machine-building product by means of quantitative approach. The offered methodes of the analysis and formalizations parameter quality mathematical models of the determination of the composition action on increasing quality and methods of their planning at time.
<b>Keywords:</b> quality management, quantitative approach, mathematical model, optimization, timetable, parameter quality to product.

In this publication the authors proposed to design the stand for complex laboratory tests, including evaluation of the effectiveness of the pumping function of IP systems and VC, the study of thermal characteristics of drives IP and VC, as well as to study the hydrodynamic characteristics of blood flow with the use of hardware and software company National Instruments (USA). Defining the performance of artificial hearts and circulatory support are encouraged to undertake on a two-hydrodynamic bench, simulating large and small circulation.

**Keywords:** system support of blood circulation, artificial heart, mechatronic module, artificial ventricle, management system, laboratory-bench installation.

The paper is devoted to development of fuzzy logic inference algorithm based on relational models for eye retina pathologies differentiation task solution when electroretinogram analysis. An adequacy of received fuzzy sets to diagnosis made by experts-physiologists using different logical basises was estimated.

Keywords: electroretinogram, retinal pathology, fuzzy logic inference, relational model, logical basis.

The modern technical anthropocentric objects, acting in complex application domains (the planes, in particular combat planes, transport facilities, operators into a complex stationary object), are not thought without intellectual support of their crews. It is important to note that such intellectual systems must work in coordination with actuated by conceptual model of the crew, helping him to solve the current tasks with the provision for the general problem of the session of the operation anthropocentric object. Are given the categorization of the on-board intellectual systems, look their knowledgebase, is evaluated possibility their joint work with crew.

Keywords: model for development, on-board intellectual systems, knowledgebase, ergonomic designing.

Nagar Yu. N., Olshanskiy V. Yu., Pankratov V. M., Serebryakov A. V. About a Piezogyroscope Model . . . . 71

There was suggested a model of the device where the Coriolis force affecting the associated mass influences the plane deformation waves in thin plates made of a piezomaterial. The problem solution obtained by Fourier method allowed to value the maximum plate deformation depending on the angular velocity of the moving object.

Keywords: coriolis force, associated mass, deformation waves, Fourier method.

data received by one onboard camera. Results of computing experiments are presented.

Keywords: Kalman filter, AUUV navigation, simultaneous localization and mapping, small distances.

#### Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Дизайнер T. H. Погорелова. Технический редактор E. B. Конова. Корректор E. B. Комиссарова.

Сдано в набор 30.11.2009. Подписано в печать 18.01.2010. Формат  $60 \times 88\ 1/8$ . Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Уч.-изд. л. 10,79. Заказ 105. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций Свидетельство о регистрации  $\Pi$ И № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15