

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 5 (86)

май

2008

Редакционный совет:

МАКАРОВ И. М.
МАТВЕЕНКО А. М.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.

Главный редактор:

ТЕРЯЕВ Е. Д.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Ответственный секретарь:

ПЕТРИН К. В.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БОГАЧЕВ Ю. П.
БУКОВ В. Н.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КАЛЯЕВ И. А.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛЁВИН Б. А.
ЛОХИН В. М.
НОРЕНКОВ И. П.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
РАПОПОРТ Э. Я.
РАССАДКИН Ю. И.
РАЧКОВ М. Ю.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ФУРСОВ В. А.
ЮРЕВИЧ Е. И.
ЮСУПОВ Р. М.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЛЫСЕНКО А. В.
ЧУГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Востриков А. С.** Старшая производная и большие коэффициенты в задаче управления нелинейными нестационарными объектами 2
- Французова Г. А.** Двухконтурные системы экстремального регулирования с формированием заданной динамики 7
- Феофилов С. В.** Периодические движения в релейных системах с трехпозиционным управлением и ограничителями в объекте регулирования 11

ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

- Колоколов Ю. В., Моновская А. В., Мелихов А. Ю.** Гибридный алгоритм моделирования динамики импульсных систем преобразования энергии большой размерности. Часть 2. Оптимизация гибридного алгоритма по критерию временных затрат . . . 18
- Габидулин М. А.** Синтез фотоэлектрического цифрового преобразователя угла и скорости, встраиваемого в исполнительный электродвигатель 23

МОДЕЛИРОВАНИЕ, УПРАВЛЕНИЕ И ИСПЫТАНИЕ КОЛЕСНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

- Кулешов А. С.** Математические модели движения скейтборда 28
- Калугин Ф. В.** Двухрежимный алгоритм фильтрации частоты оборотов коленчатого вала дизельного двигателя 35
- Поддубный В. И., Trächtler A., Jäker K.-P., Nachtigal V.** Определение оптимальных параметров эластичных опор электродвигателя привода колеса для улучшения динамики колесной машины 42
- Соломахо В. Л., Руктешель О. С., Кусяк В. А., Филимонов А. А., Озеров Г. С., Ефимчик И. Н.** Стендовые испытания автоматизированной системы переключения передач транспортного средства 45

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Баранов Д. Н., Ермолов И. Л., Плешаков Р. В., Подураев Ю. В.** Повышение автономности мобильного робота "Вездеход-ТМЗ" на основе бортовой системы навигации 49
- Попов А. В., Юревич Е. И.** Позиционно-силовое управление манипуляторами: состояние и перспективы 55
- Брискин Е. С.** Об управлении походкой шагающей машины "Восьминог" 55
- Шоланов К. С., Кочетков А. А.** Определение числа и места расположения приводов в механизмах и манипуляторах 55
- Казаков А. В.** Динамическая манипулятивность станочного оборудования на основе манипуляторов параллельной структуры 55
- Клевалин В. А., Поливанов А. Ю.** Цифровые методы распознавания в системах технического зрения промышленных роботов 56
- Contents** 56

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание степени доктора наук

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 004.5

А. С. Востриков, Засл. деятель науки РФ,
д-р техн. наук, проф.,
Новосибирский государственный
технический университет

Старшая производная и большие коэффициенты в задаче управления нелинейными нестационарными объектами

Рассматривается проблема синтеза алгоритмов управления нелинейными нестационарными объектами. В качестве решающего фактора достижения заданных статических и динамических свойств исследуется эффект использования обратной связи по старшей (относительной) производной выходной величины. Выясняются предельные свойства и влияние помех измерения на значения управляющих воздействий.

Введение

С начала становления новой дисциплины — теории и практики систем автоматического управления — инженеры стали изыскивать способы уменьшения ошибки регулирования и подавления действия возмущений (например, момента нагрузки на вал двигателя). Оказалось, что при наличии отрицательной обратной связи (необходимое условие) организация достаточно больших значений коэффициента усиления приводит к нужному эффекту. Этот способ сразу же стал настолько естественным при построении систем автоматического управления, что большие значения коэффициента усиления (на порядок и более превышающие остальные параметры) стали нормой практики. Естественно, при этом условия устойчивости систем выполнить сложнее, и использование форсирующих (по производным) обратных связей стало обычным приемом стабилизации систем при больших коэффициентах усиления. Впервые, видимо, регулярное исследование условий устойчивости при больших коэффициентах усиления и использовании отрицательной обратной связи по производным от выходной величины было проведено в работах М. В. Меерова [1], где были установлены основные свойства систем и разработаны основы аппарата расчета. В этой работе был предложен и способ разделения характеристического уравнения на два

полинома, соответственно для быстрых и медленных процессов. Такой прием является исключительно эффективным и для анализа нелинейных систем [2]. Хотелось бы также отметить работы Н. И. Соколова [3], где были предложены способы уменьшения зависимости свойств замкнутых систем от параметров объектов управления использованием обратных связей по производным в сочетании с организацией достаточно больших значений коэффициентов этих связей.

Развитие этих методов привело к выделению специфической обратной связи — связи по старшей (относительной) производной. Идея использовать старшую производную появилась сравнительно недавно, вначале она обсуждалась для второй производной (ускорения) в работах Г. С. Пospelova [4]. В технике управления летательными аппаратами методами использования ускорения занимался А. П. Батенко [5]. Возможности обратных связей по старшим производным рассмотрены в работах Л. М. Бойчука [6] и автора данной статьи [7]. Введение этой величины в систему понятий имеет особый смысл, поскольку именно эта производная в текущий момент времени явно зависит от управления, что и обуславливает все хорошие качества принципа управления по старшей производной. Производные более высоких порядков использовать не будем, поскольку неясно, какие новые технические свойства можно при этом получить.

Решающими, на наш взгляд, факторами, обеспечивающими независимость (инвариантность) свойств системы от свойств объекта, является использование в обратной связи старшей (относительной) производной выходной величины и организация большого коэффициента. Эти два фактора и будем далее использовать при синтезе нелинейных нестационарных систем. Однако вследствие того, что невозможно использовать аппарат передаточных функций и характеристических уравнений, исключительно удобный в теории линейных систем, придется развить эти соображения, а именно — идею старшей производной, с учетом свойств другого аппарата, пригодного для расчета нелинейных систем. В качестве метода исследования нелинейных нестационарных систем будем использовать аппарат обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом будем обсуждать многоканальные системы и вместо идеи старшей производной введем более общую идею вектора скорости изменения координат состояния.

Формулировка исследуемой задачи синтеза

В статье исследуется задача управления нелинейными нестационарными объектами, модель поведения которых имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, u); \\ y = g(t, x), \end{cases} \quad (1)$$

где $x \in R^n$; $(y, u) \in R^m$; $m \leq n$; $t \in [0, \infty)$; f и g — однозначные непрерывно дифференцируемые функции. Матрицы частных производных $B = \partial f / \partial u^T$ и $G = \partial g / \partial x^T$ имеют полный ранг (это отражает "технический" смысл задачи управления, иначе быть не может). Явная зависимость правой части (1) от t отражает действие возмущений, которые могут быть порождены как нестационарностью характеристик, так и действием аддитивных (сигнальных) возмущений (обычно это какая-либо "полезная" нагрузка на объект, ради преодоления которой и работает система).

Заметим, что в линейных системах эти два типа возмущения "входят" в уравнения по-разному:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)u + M(t); \\ y = C(t)x. \end{cases}$$

Здесь зависимость матриц $\{A, B, C\}$ от t называют нестационарностью, или параметрическим возмущением, а зависимость правой части от $M(t)$ — действием сигнальных или аддитивных возмущений. При этом M не влияет на собственные динамические свойства системы (характеристическое уравнение не зависит от M).

К сожалению, в нелинейных системах в общем случае эти возмущения разделить нельзя, и это обстоятельство является крайне важным. В частности, становится невозможным переход к уравнениям равновесия

$$0 = f(t, x, u), \quad u = \text{const},$$

решения которых относительно $x(t)$ нельзя найти, если заранее не известна зависимость уравнения объекта от t .

Цель функционирования состоит в организации свойства

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = v \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

При практическом расчете наряду с этим асимптотическим свойством необходимо задать и максимально допустимую статическую ошибку.

Динамика процесса $y(t) \rightarrow v$ должна отвечать требованиям по быстродействию и по колебательности. В соответствии с ними мы будем конструировать эталонное (заданное, желаемое) дифференциальное уравнение для y , которому и нужно подчинить движение объекта (1).

Задачей синтеза является отыскание такого закона управления $u(\cdot)$, чтобы замкнутая система

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, u(\cdot)), \\ y = g(t, x) \end{cases} \quad (2)$$

отвечала требованиям к статике и динамике.

К настоящему времени оформились два метода синтеза (скользящих режимов и больших коэффициентов), которые позволяют частично решать сформулированную задачу. Подробно с ними можно ознакомиться в работах [9]. Оба метода предполагают организацию двухэтапных процессов. На первом этапе изображающая точка выводится в окрестность некоторой поверхности пространства состояний. На втором — обеспечивается движение вдоль этой поверхности. При определенных условиях можно подобрать уравнение поверхности таким образом, что процессы вдоль нее будут инвариантны по отношению к возмущениям и, следовательно, могут быть обеспечены заданные требования.

Недостатком названных методов является то обстоятельство, что на первом этапе (при движении к поверхности) процессы полностью подвержены действию возмущений. В монографии [10] изложен новый принцип организации управления нелинейными нестационарными объектами (метод локализации), основные положения которого мы и будем обсуждать.

Далее будем исследовать условия разрешимости задачи и различные методы синтеза алгоритмов управления нелинейными нестационарными объектами. Рассмотрим приемы для линейных систем, развитие которых помогает проводить синтез нелинейных систем. Классический способ — организация отрицательной обратной связи по выходным переменным и достаточно "большого" коэффициента усиления — эффективно работает для линейных стационарных объектов. Используя "форсирующие" обратные связи, удается стабилизировать и линейные нестационарные объекты. Развивая идею форсирующих связей, заметим, что решающим обстоятельством при этом является использование старшей (высшей) производной выходной величины в цепи обратной связи. Нетрудно видеть, что если объект управления описывается уравнением вида

$$x^{(n)} = f(t, X) + b(t, X)u, \quad X \in R^n,$$

где $X = \{x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}\}$, то старшая производная $x^{(n)}$ есть явная функция возмущений от t , это объясняет физическую основу эффекта старшей производной и позволяет обсуждать возможность построения на этой основе регулярных процедур синтеза [4, 8].

Свойства задачи синтеза для линейных систем

В теории линейных систем в рамках хорошо разработанного аппарата можно выделить эффекты использования идеи старшей производной в сочетании со способом большого коэффициента, что при определенных условиях позволяет обеспечить подавление действия аддитивных возмущений и независимость (инвариантность) по отношению к параметрическим возмущениям. Это и будет содержанием данного раздела.

Расчетная схема для синтеза системы регулирования показана на рис. 1, где $W_1(p)$ — передаточная функция регулятора, $W_0(p)$ — передаточная функция объекта, h — помеха измерения, $\hat{y}$ — оценка выходной величины.

Пусть объект описывается передаточной функцией вида

$$W_0(p) = k_0 B(p) A^{-1}(p),$$

где $B(p) = p^m + b_m p^{m-1} + \dots + b_1$; $A(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1$; $m \leq n$; $(\deg A(p) - \deg B(p))$ — порядок относительной производной выхода.

В статике требуется обеспечить выполнение условия $\Delta(\infty) = y(\infty) - v \leq \bar{\Delta}$, где $\bar{\Delta}$ — заданная ошибка.

Полагаем, что должны выполняться требования к динамике, т. е. к качеству процессов регулирования, задаваемому парой (t_n, σ) , которые выражены эталонной (желаемой) передаточной функцией $W(p) = C^{-1}(p)$: $y(p) = C^{-1}(p)v$.

В идеале мы должны получить $\hat{y} = v$, т. е. $y = v - h$. Следовательно, статика может быть обеспечена не лучше, чем с ошибкой h ; $h < \bar{\Delta} \Rightarrow \max h(t) < \bar{\Delta}$.

При этих требованиях результатом синтеза должна быть передаточная функция регулятора $W_1(p)$. Точное решение сформулированной задачи можно получить из равенства

$$W(p) = \frac{W_1(p) W_0(p)}{1 + W_1(p) W_0(p)}.$$

Аналитически разрешать это выражение относительно $W_1(p)$ не очень удобно из-за громоздких соотношений, и в практике проектирования получили развитие различные приближенные методы, например частотные графические способы. Они широко представлены в учебной литературе.

Основным условием разрешимости задачи синтеза является свойство $\operatorname{Re} \lambda(B(p)) < 0$. Это условие

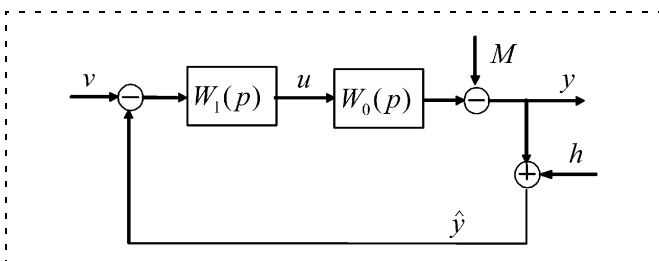


Рис. 1. Расчетная схема системы регулирования

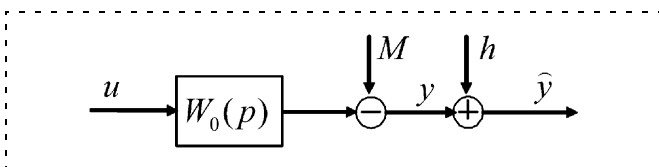


Рис. 2. Структура объекта управления

соответствует устойчивости объекта на многообразии $y(t) - v(t) = 0$. Технически это означает, что иначе мы не можем обеспечить $y = v$ на бесконечном интервале времени и, следовательно, для объектов с неустойчивым числителем нужно ослаблять требования к статике и динамике системы, что и делают на практике.

Основным техническим условием работы искомого регулятора является ограниченность значений управляющего воздействия, т. е. $u(t) \leq \bar{u}$, где $\bar{u}$ — верхняя граница u .

Управляющее воздействие должно быть в линейной зоне, только в этом случае процессы в системе будут соответствовать результатам синтеза. На участке насыщения система, по существу, разомкнута. На рис. 2 представлена структура объекта управления, для которой обсудим свойства управляющих воздействий.

Рассмотрим вначале подавление возмущения $M(t)$ при $h = 0$, когда

$$y = M + W_0(p)u, \quad y = v,$$

откуда следует

$$u = W_0^{-1}(p)v - W_0^{-1}(p)M. \quad (3)$$

При условии полной компенсации M и идеальном воспроизведении v управляющее воздействие должно определяться соотношением (3). Часть управления, которая компенсирует возмущение, имеет вид

$$u_m = k_0 \{A(p)/B^{-1}(p)\} M.$$

Как видим, управление содержит производные от возмущения M , и их порядок в худшем случае равен порядку объекта. При ступенчатом возмущении управление должно содержать пакет δ -импульсов.

В динамических системах ступенчатые скачки возмущений технически не отрабатываются, возмущение M должно отвечать условиям плавности, которые определяются относительной производной объекта $\deg A(p) - \deg B(p) = l$.

Повторим такое же рассуждение относительно помехи h при $M = 0$.

Исходным является соотношение

$$\hat{y} = h + W_0(p)u,$$

из которого находим уравнение, компенсирующее помеху,

$$u_h = -W_0^{-1}(p)h. \quad (4)$$

Как видим, идеальный регулятор должен вырабатывать составляющую, в которой будет присутствовать эффект обращения передаточной функции объекта и, следовательно, дифференцирующий эффект. Уменьшить его влияние можно только двумя способами: улучшением качества датчика или фильтрацией сигнала датчика. Понятно, что фильтр может

быть разработан вместе с датчиком или регулятором могут быть приданы фильтрующие свойства.

В предыдущих рассуждениях мы изучали свойства систем при традиционном включении регулятора (при регулировании по ошибке). Такое включение естественно использовать в тех случаях, когда $v(t)$ меняется плавно с ограничениями по производным. Это удобно для режима слежения. Чтобы сохранить нужные свойства систем при ступенчатом входе, мы можем использовать предварительный фильтр. Порядок фильтра должен быть равен старшей (относительной) производной объекта, и только при этом условии произвольное изменение входа $v(t)$ не потребует неограниченного ресурса управляющего воздействия. Если же какая-либо производная входа ограничена, то можно понизить и порядок предварительного фильтра.

Далее обсудим свойства систем, когда для сохранения рабочих свойств в режиме отработки ступенчатых входов регулятор включен в обратную связь, как показано на рис. 3.

Передаточная функция объекта имеет вид $W_0(p) = B(p)A^{-1}(p)$, полином $C(p)$ имеет порядок не меньше, чем $\deg A(p) - \deg B(p)$.

Операторное выражение для выхода имеет вид

$$y = \frac{k W_0(p)}{1 + k W_0(p) C(p)} v.$$

При $k \rightarrow \infty$ получаем $y \cong C^{-1}(p)v$. Как видим, мы имеем необходимую динамику, инвариантную к свойствам объекта.

Если $\deg C(p) < \deg A(p) - \deg B(p)$, то предыдущее утверждение является неверным при $p \rightarrow \infty$. Нетрудно убедиться, что по отношению к возмущению M рассмотренная система имеет те же свойства, что и система с регулятором в прямой цепи.

Итак, включение регулятора в обратную связь сохраняет хорошие свойства системы, но сохраняет и основную ее проблему — работу при высоких частотах.

Обратим внимание на поведение управляющего воздействия в зависимости от помехи измерения,

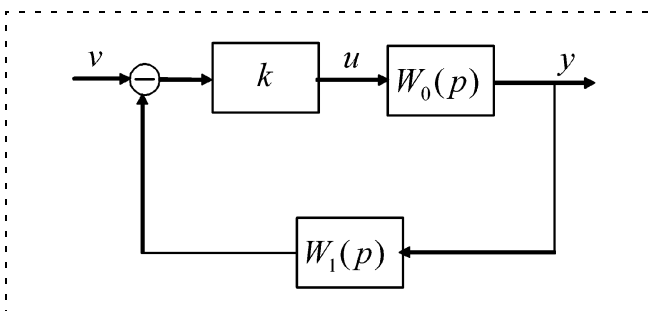


Рис. 3. Система с регулятором в обратной связи

когда $\hat{y} = y + h$. Выражение для управляющего воздействия примет вид

$$u_h = -\frac{W_0^{-1}(p)kC(p)}{W_0^{-1}(p) + kC(p)} h,$$

что при $k \rightarrow \infty$ вырождается в $u_h = -W_0^{-1}(p)h$.

Очевидно, основные (все отмеченные выше) свойства сохраняются и в нелинейных нестационарных системах, что покажем далее.

Метод локализации (управление по вектору скорости)

Обсудим теперь управление объектом типа (1), в котором для простоты соотношений и сравнений полагаем, что вектор u входит аддитивно:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x) + B(t, x)u, & x \in R^n; \\ y = g(t, x), & (u, y) \in R^m, \end{cases} \quad (5)$$

и выполняется условие $\det(GB) \neq 0$, $G = \partial g / \partial x^T$.

Организуем управление в виде $u = K(F_y - \dot{y})$. Действительное движение системы описывается уравнением

$$\dot{y} = (I + GBK)^{-1}(Gf + GBKF_y),$$

которое при естественных условиях $\det(I + GBK) \neq 0$ и $K \rightarrow \infty$ (поэлементно) вырождается в заданное:

$$\dot{y} \rightarrow F_y(y, v).$$

Очевидно, вдоль процессов системы для $u(t)$ выполняется соотношение

$$u = (I + KGB)^{-1}(KF_y - KGf),$$

которое в пределе при $K \rightarrow \infty$ принимает вид $u = (GB)^{-1}(F_y - Gf)$.

Если величина y измеряется с помехой, $\hat{y} = y + H(t)$, то для "предельного" u справедливо соотношение

$$u = (GB)^{-1}(F_y - Gf - \dot{H}).$$

Как видим, предельный (при чистом дифференцировании) вклад помехи в управляющем воздействии имеет вид

$$u_h = -(GB)^{-1}(\dot{H}). \quad (6)$$

Это соотношение эквивалентно выражению (4) для линейных систем, и его можно использовать как расчетное при проектировании. Надо понимать, что дифференцирование помехи в системах с локализацией является технической платой за возможность полного подавления возмущений и инвариантность по отношению к характеристикам объектов.

Системы в скользящем режиме

Хорошо известно [9], что при движении системы с разрывным управлением в скользящем режиме можно обеспечить свойство инвариантности к возмущениям и характеристикам объектов соответствующим выбором поверхности скольжения.

Выясним, как проявится наличие помехи изменения выходных переменных в значениях эквивалентного управления. Для того же объекта типа (5) выберем в качестве поверхности скольжения многообразие $y = g(t, x)$, которое представляет собой гиперповерхность с размерностью $n - m$. Организуем разрывное управление

$$u = K \text{sign} y,$$

где K — матрица "размахов" управляющих воздействий; $\text{sign} y$ — столбец реле $\text{sign} y_i$; i — номер выходной величины.

Полагаем, что условия скольжения выполнены, и вектор состояния x принадлежит поверхности переключения. Эквивалентное [9] управление имеет вид $u_{eq} = -(GB)^{-1}Gf$. Если величина y измеряется с помехой, $\hat{y} = y + H(t)$, то для эквивалентного u справедливо соотношение

$$u_{eq} = -(GB)^{-1}(Gf + \dot{H}).$$

Как видим, предельный (при чистом дифференцировании) вклад помехи в управляющем воздействии имеет тот же вид

$$u_h = -(GB)^{-1}(\dot{H}).$$

Обращаем внимание, что мы для организации управления не использовали операцию дифференцирования, как в методе локализации [10], и, тем не менее, получили ту же помеху. Реальный скользящий режим менее подвержен помехам, поскольку неучтенные в модели объекта малые инерционности и неидеальности фильтруют реальное управление. В методе локализации фильтрацию обеспечивают малые инерционности дифференцирующих фильтров.

Системы с большими коэффициентами

Рассмотрим объект вида

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x) + B(t, x)u; \\ y = g(t, x) \end{cases}$$

и задачу управления им обратной связью с большим коэффициентом, но не по вектору скорости, а по состоянию. Выберем вспомогательную функцию координат состояния $y = g(t, x)$, потребуем "быстрого" попадания изображающей точки в окрестность этой поверхности. Полагаем, что движение вдоль поверхности отвечает предъявляемым требованиям к динамике системы. Организуем управление в предположении, что выход измеряется с помехой:

$$u = \mu^{-1}K\hat{y}, \det K \neq 0, \hat{y} = y + H,$$

где μ^{-1} — "большой" скалярный множитель.

Уравнение системы имеет вид

$$\dot{x} = f + B\mu^{-1}K\hat{y}.$$

Расширим эту систему введением дополнительных переменных

$$u = \mu^{-1}K\hat{y}, u(0) = \mu^{-1}K(g(0, x(0)) + H),$$

в которых начальные условия зависят от параметра μ . Развитие $u(t)$ вдоль траекторий системы описывается соотношением

$$\dot{u} = \mu^{-1}K[G_t + Gf + GBu + \dot{H}],$$

где $G_t = \partial g / \partial t$.

Если теперь ввести расширенное пространство состояний $\{x, u\} \in R^{n+m}$ и "освободить" начальные условия для u , $\{x(0), u(0)\} \in R^{n+m}$, то получим стандартную систему с малым параметром при части производных:

$$\begin{cases} \dot{x} = f + Bu; \\ \mu \dot{u} = KG_t + KGf + KGBu + K\dot{H}. \end{cases}$$

Разделяя движения в этой системе устремлением $\mu \rightarrow 0$, приходим к двум независимым подсистемам медленных и быстрых процессов соответственно:

$$1) \dot{x} = f - B(GB)^{-1}[G_t + Gf + \dot{H}];$$

$$2) \mu \dot{u} = KG_t + KGf + KGBu + K\dot{H}, \quad (7)$$

$$f = \text{const}, x = \text{const}.$$

Вклад помехи тот же самый и равен $-(GB)^{-1}\dot{H}$.

Фильтрация полезного сигнала обеспечивается конечными значениями элементов матрицы K . Полоса пропускания помех определяется темпом быстрых подпроцессов точно так же, как и в предыдущих системах.

Как видим, в пределе все три класса систем одинаково подвержены влиянию помех, но их технические свойства, конечно, разные. Если учесть, что реально управляющее воздействие в системах с большими коэффициентами ограничено технически, то их свойства близки к свойствам систем со скольжением. При этом нужно иметь в виду, что разрывное управление богаче непрерывного в отношении формирования специальных движений в пространстве состояний [9].

Особенность системы (7) состоит в том, что характер ее фазового портрета не соответствует классическому случаю. В силу того, что начальное условие $u(0)$ зависит от μ , векторы фазовых скоростей x при движении вдоль поверхности $s(x) = 0$ и вне ее несоизмеримы:

$$\dot{x} = f - B(GB)^{-1}Gf \quad \forall x \in s;$$

$$\dot{x} = f + B\mu^{-1}Ks(x) \quad \forall x \notin s.$$

Следовательно, начальный участок процессов — "быстрый" по всем переменным, а потом следует "медленное" движение вдоль s [10].

Заключение

Учитывая вышесказанное, хотелось бы еще раз обратить внимание на следующее.

1. Независимо от способа формирования управляющего воздействия мы вынуждены парировать помеху измерения, и чем лучше мы это делаем, тем ближе мы к предельному влиянию помех. Это есть базовое свойство задачи синтеза, а лучшим способом решения проблемы является улучшение конструкции датчика.

2. Предельное значение помехи не зависит от алгоритма регулирования и уменьшить его влияние можно только эффективной фильтрацией полезного сигнала. С этой целью в практических задачах необходимо исследовать природу помех и погрешностей конкретных датчиков для выбора способа селекции полезной составляющей сигнала. К сожалению, только частотные модели сигналов порождают хорошо известные методы фильтрации. Для реальных сигналов можно строить хорошие интервальные модели, но по ним почти нет попыток создать реальные фильтры.

Список литературы

1. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. М.: Наука, 1967.
2. Геращенко Е. И., Геращенко С. М. Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. М.: Наука, 1975.
3. Соколов Н. И. Аналитический метод синтеза линеаризованных систем автоматического регулирования. М.: Машиностроение, 1966.
4. Поспелов Г. С. О принципах построения некоторых видов самонастраивающихся систем автоматического управления // Самонастраивающиеся системы. М.: Наука, 1964.
5. Поспелов Г. С. Реализация оптимальных программ в системах автоматического регулирования // Тр. 2-го Конгресса ИФАК. М.: Наука, 1965.
6. Батенко А. П. Управление конечным состоянием движущихся объектов. М.: Сов. радио, 1977.
7. Бойчук Л. М. Метод структурного анализа нелинейных систем автоматического управления. М.: Энергия, 1971.
8. Востриков А. С. Метод синтеза систем электропривода с заданными переходными процессами: Автореф. дис. канд. техн. наук. Свердловск, 1968.
9. Уткин В. И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981.
10. Востриков А. С. Синтез систем регулирования методом локализации. Новосибирск: Изд. НГТУ, 2007.
11. Востриков А. С., Уткин В. И., Французова Г. А. Системы с производной вектора состояния в управлении // Автоматика и телемеханика. 1982. № 3.
12. Востриков А. С., Французова Г. А. Теория автоматического регулирования. М.: Высшая школа, 2006.

УДК 004.5

Г. А. Французова, д-р техн. наук, проф.,
Новосибирский государственный
технический университет

Двухконтурные системы экстремального регулирования с формированием заданной динамики

Рассматривается синтез двухконтурных экстремальных систем для объектов с нелинейной динамической частью и статической функцией качества. Стабилизация процессов во внутреннем контуре осуществляется с помощью регулятора, основанного на методе локализации. Применение адекватной оценки градиента в совокупности с интегральным законом управления внешнего контура позволяет организовать движение к экстремуму с заданным динамическим качеством.

Введение

Среди направлений современной теории управления выделяется проблема синтеза автоматических систем в условиях неполной информации о переменных параметрах объекта и внешних возмущающих воздействиях. Она является сложной в теоретическом плане, но в то же время часто встречается в практических приложениях.

Для технических объектов, модель которых можно представить в виде совокупности динамической части и функции качества с явно выраженным экстремумом, необходимо создавать специальные системы экстремального регулирования [1, 2]. В процессе функционирования они должны обеспечивать достижение минимума или максимума функции качества при недостаточной априорной информации о характере ее изменений, а также стабилизацию относительно найденной точки экстремума.

Классическими примерами подобных объектов являются различные типы топок и нагревательных печей, где температура факела зависит от воздушно-топливного соотношения. В процессе горения требуется так оптимизировать подачу воздуха, чтобы температура факела при заданном количестве горючего оказалась наибольшей.

Вероятно, первое упоминание об экстремальных регуляторах содержится в работе [3], однако широкую известность они приобретают в середине XX в. с появлением работ [4–7]. Наиболее известные подходы к синтезу, такие как пропорциональный градиенту закон управления [1], шаговые экстремальные системы [1], различные модификации, основанные на методе усреднения с добавлением поисковых колебаний [8–10], и некоторые другие, ориентированы в основном на использование линейных моделей объекта.

В данной статье обсуждается возможность организации двухконтурного управления в экстремальных системах, функционирующих в условиях действия неконтролируемых внешних возмущений и неопределенности параметров объекта. Для обеспечения желаемой динамики во внутреннем контуре, содержащем динамическую часть, предлагается регулятор, основанный на методе локализации [11, 12]. Во внешнем контуре на основе информации о градиенте статической функции качества организуется движение к экстремуму.

Постановка задачи

Будем рассматривать одноканальные объекты управления, динамическая часть и экстремальная характеристика которых соединены последовательно (рис. 1).

Полагаем, что модель динамической части объекта имеет вид

$$y^{(n)} = f(t, y, \dots, y^{(n-1)}) + b(t, y, \dots, y^{(n-1)})u, \quad (1)$$

где u — управление, которое в реальной ситуации всегда ограничено, т. е. $|u| \leq u_{\max}$; y — выходная переменная динамической части. Описание (1) является приближенным, относительно нелинейных функций $f(\cdot)$ и $b(\cdot)$ известны только диапазоны изменения: $|f(\cdot)| \leq f_{\max}$, $0 < b_{\min} \leq |b(\cdot)| \leq b_{\max}$. Явная зависимость правой части (1) от t отражает влияние внешних неконтролируемых возмущений.

Скалярная статическая экстремальная характеристика отражает показатель качества работы, а ее упрощенная модель следующая:

$$Y = Y_0 + q(t)(y - y_0)^2, \quad (2)$$

где Y — выходная переменная объекта; q — коэффициент, который может изменяться в диапазоне $q_{\min} \leq q(t) \leq q_{\max}$.

Целью функционирования замкнутой системы является автоматическое определение положения экстремума $\{y_0; Y_0\}$. Учет взаимосвязи между выходными переменными динамической части y и статической экстремальной характеристики Y позволяет переформулировать исходную задачу [13]: для объекта (1, 2) необходимо определить такое управление $u = u(\cdot)$, которое обеспечит выполнение свойства

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_0 \quad (3)$$

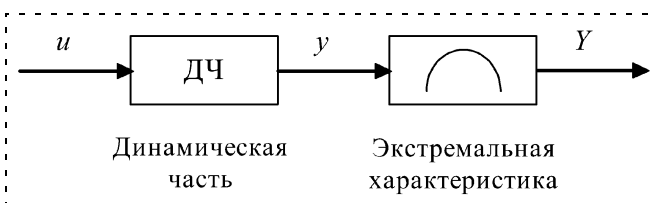


Рис. 1. Схема объекта управления

с заданными требованиями по статике и динамике. Таким образом, синтез системы экстремального регулирования сводится к обычной для теории управления задаче стабилизации. Ее особенность заключается в том, что предписанное значение y_0 заранее неизвестно и соответствует точке экстремума.

Двухконтурная система экстремального регулирования

Для решения поставленной задачи предлагается организовать двухконтурное управление (рис. 2), где внутренний контур включает в себя динамическую часть объекта (ДЧ), а внешний — его экстремальную характеристику (ЭХ). Первый регулятор (P_1) должен обеспечивать предварительную стабилизацию и заданные свойства во внутреннем контуре системы, а с помощью второго регулятора (P_2) организуем поиск экстремума функции качества во внешнем кольце управления.

В качестве дополнительного условия потребуем, чтобы процессы во внутреннем контуре системы протекали существенно быстрее, чем во внешнем. Выполнение данного условия позволит рассчитывать регуляторы P_1 и P_2 независимо друг от друга.

Свойства внутреннего контура

Рассмотрим подробнее внутренний контур системы (рис. 2). Сформируем для него закон управления на основе метода локализации [11, 12] в виде

$$u = k[F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v) - y^{(n)}], \quad (4)$$

где k — коэффициент усиления регулятора; функция $F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v)$ отражает требования к динамике внутреннего контура, ее задаем в форме линейного желаемого уравнения;

$$y^{(n)} = F(\cdot) = -c_1 y - c_2 \dot{y} - \dots - c_n y^{(n-1)} + c_0 v, \quad (5)$$

v — управляющее воздействие внешнего контура (рис. 2). Параметры $c_i > 0$, $i = \overline{0, n}$ выбираем таким образом, чтобы длительность переходных процессов во внутреннем контуре системы была существенно меньше, чем во внешнем, т. е. $t_{n1} \approx D t_{n2}$, где D — степень разделения процессов по времени (обычно достаточно обеспечить $D = 0,1$).

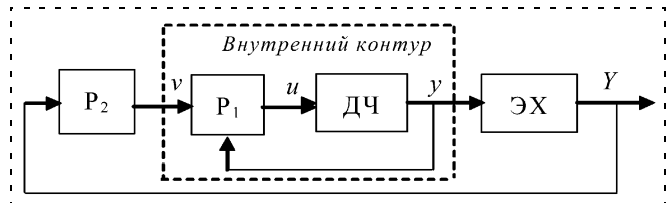


Рис. 2. Схема двухконтурной системы

Исследуем свойства внутреннего контура. Подставив (4) в уравнение динамической части (1), получим его описание в виде

$$y^{(n)} = f(\cdot) + b(\cdot)k[F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v) - y^{(n)}],$$

которое после несложных преобразований принимает форму

$$y^{(n)} = \frac{f(\cdot)}{1 + b(\cdot)k} + \frac{b(\cdot)k}{1 + b(\cdot)k} F(\cdot). \quad (6)$$

Очевидно, что с увеличением коэффициента регулятора в асимптотике при $k \rightarrow \infty$ выражение (6) вырождается в уравнение желаемой динамики (5):

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y^{(n)} = F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v).$$

В реальной ситуации при конечном коэффициенте регулятора k это свойство выполняется со следующей погрешностью:

$$\Delta = F(\cdot) - y^{(n)} = \frac{F(\cdot) - f(\cdot)}{1 + b(\cdot)k}. \quad (7)$$

При заданной погрешности Δ^* из условия $\Delta \leq \Delta^*$ с учетом (7) можно определять численные значения коэффициента k [13].

Таким образом, использование алгоритма управления (4) с соответствующим значением коэффициента k позволяет с требуемой точностью обеспечить инвариантность процессов во внутреннем контуре по отношению к неконтролируемым внешним возмущениям и нестационарным параметрам динамической части объекта. При этом в качестве модели внутреннего контура системы в дальнейшем можно рассматривать желаемое уравнение (5).

Внешний контур управления

Поскольку уравнение (5) для внутреннего контура формируется на основе условия $t_{n1} \approx Dt_{n2}$, то в соответствии с методом разделения движений [14] при расчете внешнего контура его динамику можно не учитывать, а рассматривать только равновесный режим, который соответствует описанию

$$c_1 y = c_0 v. \quad (8)$$

Следовательно, внутренний контур "вырождается" в коэффициент $d = c_0/c_1$, и схема системы принимает вид, показанный на рис. 3.

В целях организации движения к экстремуму во внешнем контуре сформируем интегральный закон управления

$$v(t) = -\alpha \int_0^t G(\tau) d\tau, \quad (9)$$

где α — коэффициент, $\alpha > 0$; G — градиент функции качества, который при известной модели (2) имеет вид $G = 2q(y - y_0)$.

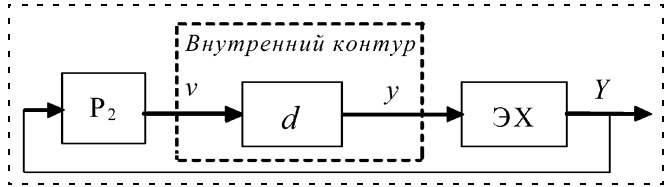


Рис. 3. Схема внешнего контура системы

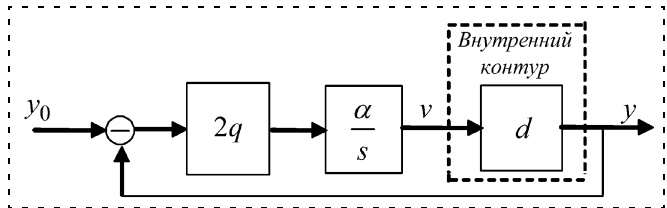


Рис. 4. "Эквивалентная" экстремальная система

В результате закон управления (9) можно записать в форме

$$v(t) = -2\alpha q \int_0^t (y(\tau) - y_0) d\tau \quad (10)$$

или в операторном виде

$$v(t) = -\frac{2\alpha q}{s} (y(\tau) - y_0).$$

Таким образом, при условии точной оценки градиента схема внешнего контура принимает вид "эквивалентной" линейной системы (рис. 4), т. е. синтез нелинейной системы экстремального регулирования сводится к расчету линейной системы стабилизации, в которой значение y_0 заранее неизвестно.

Поведение "эквивалентной" системы описывает уравнение

$$\dot{y} + 2\alpha q dy = 2\alpha q dy_0. \quad (11)$$

Как видно, положение равновесия этой системы и есть искомая точка экстремума. Следовательно, двухконтурная система обеспечивает автоматическое движение к экстремуму с требуемой точностью, а ее динамические свойства определяет "эквивалентная" линейная система.

Реализация двухконтурной системы

При реализации алгоритмов управления внутреннего (4) и внешнего (9) контуров управления следует использовать обычный для систем, основанных на методе локализации, дифференцирующий фильтр [11, 12], модель которого имеет вид следующего дифференциального уравнения:

$$\mu_1^n z^{(n)} + \mu_1^{n-1} d_n z^{(n-1)} + \dots + \mu_1 d_2 \dot{z} + z = y, \quad (12)$$

а также специальное устройство оценки частной производной [15, 16]

$$\begin{cases} \mu_2 \dot{Y}_m = (Y - Y_m) |\dot{z}|; \\ G_m = \mu_2^{-1} (Y - Y_m) \text{sign } \dot{z}. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь μ_1 и μ_2 — малые параметры, отражающие скорость процессов в дифференцирующих устройствах ($\mu_1 \ll \mu_2$); $z, \dot{z}, \dots, z^{(n)}$ — оценки выходной переменной динамической части и ее производных; Y_m и $\dot{Y}_m$ — оценки функции качества и производной; G_m — оценка градиента.

Наличие дифференцирующих устройств (12) и (13) с малыми инерционностями порождает дополнительные разнотемповые процессы, для выделения которых также используется метод разделения движений [14, 15]. Таким образом, в рассмотренных системах экстремального регулирования могут возникать до четырех видов разнотемповых движений. Сверхбыстрые процессы обусловлены наличием дифференцирующего фильтра, быстрые движения возникают во внутреннем контуре системы, среднетемповые процессы соответствуют оценке градиента, а медленные — процессу поиска экстремума, которому соответствующим выбором параметра α можно придать желаемые свойства.

Пример

Рассмотрим в качестве примера модель объекта вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = a_1(t)x_1 + a_2(t)x_2 + x_1x_2 + bu; \\ y = x_1 + x_2; \\ Y = Y_0(t) + 0,5[y - y_0(t)]^2. \end{cases}$$

Параметры произвольным образом изменяются от процесса к процессу в диапазонах: $-0,5 \leq a_1(t) \leq 0,5$; $-0,3 \leq a_2(t) \leq 0,3$; $2 \leq b \leq 5$. Положение экстремума определяют значения $\{y_0(t) = -0,4; Y_0(t) = 0\}$, а его поиск осуществляется из начального состояния $y(0) = 2, Y(0) = 2$. Движение к экстремуму должно осуществляться за время $t_n \leq 10$ с.

Поскольку динамическая часть объекта имеет относительный первый порядок, желаемое уравнение для внутреннего контура задается в виде

$$\dot{y} = F(y, v) = -cy + cv, \text{ где } c = 4.$$

В соответствии с требуемой длительностью процессов во внешнем контуре определим численные значения параметров регуляторов: $\alpha = 0,4; k = 20$. Для получения оценок производных используем

дифференцирующий фильтр первого порядка и устройство оценки частной производной, для которых выбраны параметры $\mu_1 = 0,002$ с; $\mu_2 = 0,02$ с.

Рис. 5 иллюстрирует процесс движения к экстремуму, который соответствует заданным требованиям ($t_{n2} \leq 10$) и не меняется при изменении параметров динамической части. Отметим, что этот процесс имеет две фазы: первый этап (рис. 5, а) соответствует быстрым процессам во внутреннем контуре управления (t_{n1}), вторая фаза (рис. 5, б) — движение к экстремуму согласно уравнению первого порядка для внешнего контура.

На рис. 6 показано изменение управляющих воздействий внутреннего (рис. 6, а) и внешнего (рис. 6, б), контуров соответственно.

Процессы в системе имеют четыре темпа движений: сверхбыстрые процессы $u(t)$ показаны на рис. 6, а; быстрые движения $v(t)$ иллюстрирует рис. 6, б, среднетемповые процессы $y(t)$ во внутреннем контуре приведены на рис. 5, а, и медленный процесс поиска экстремума $Y(t)$ представлен на рис. 5, б.

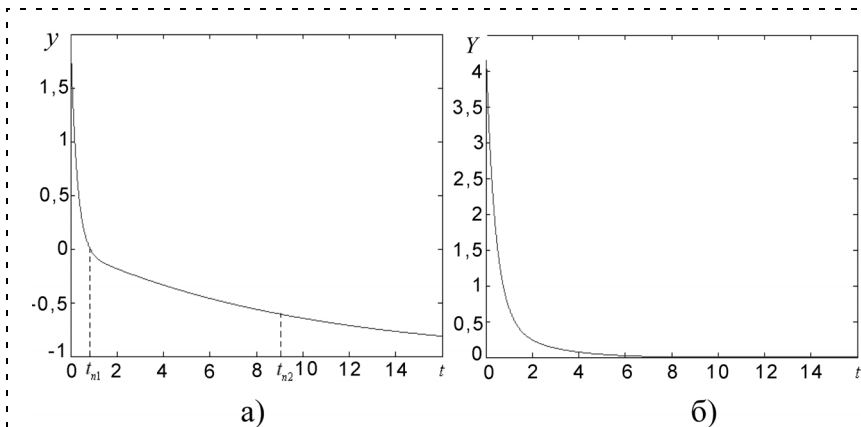


Рис. 5. Иллюстрация движения к экстремуму

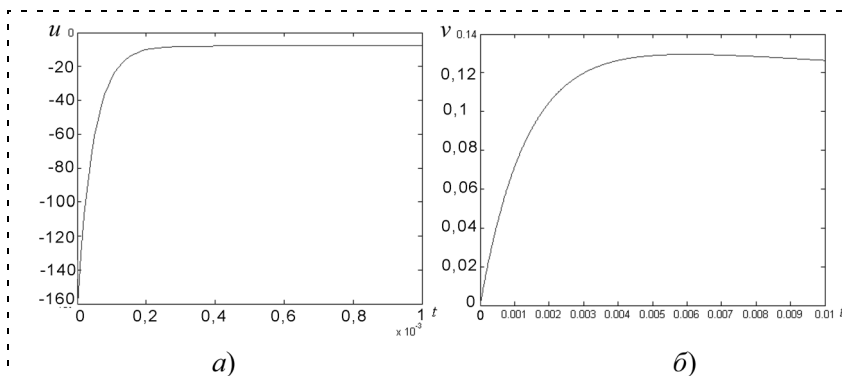


Рис. 6. Иллюстрация изменения управляющих воздействий

Заключение

Рассмотренный способ синтеза систем экстремального регулирования для класса объектов с нелинейной нестационарной динамической частью предполагает организацию двухконтурного управления. При этом с помощью регулятора, основанного на методе локализации, искусственно ускоряются процессы во внутреннем контуре. В результате применения во внешнем контуре системы интегрального регулятора процесс движения к экстремуму всегда соответствует линейному дифференциальному уравнению первого порядка. Таким образом, движение к экстремуму не зависит от исходной модели объекта и влияния внешних неконтролируемых возмущений.

Список литературы

1. Растринин Л. А. Системы экстремального регулирования. М.: Наука, 1974.
2. Krstic M., Wang H. H. Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems // Automatica. 2000. Vol. 36. P. 595—601.
3. Leblanc M. Sur l'électrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de fréquence élevée // Revue générale de l'électricité. 1922.
4. Островский Ю. И. Экстремальное регулирование // Автоматика и телемеханика. 1957. № 18. С. 900—907.

5. Казакевич В. В. Системы экстремального регулирования и некоторые способы улучшения их качества и устойчивости // Автоматическое управление и вычислительная техника. М.: Машгиз, 1958.
6. Моросанов И. С. Метод экстремального управления // Автоматика и телемеханика. 1957. № 18. С. 1077—1092.
7. Blackman P. F. Extremum-seeking regulators // An exposition of adaptive control / Ed. J. H. Westcott. NY: The Macmillan Company, 1962.
8. Banavar R. N., Chichka D. F., Speyer J. L. Functional feedback in an extremum seeking loop // Proc. 40th IEEE conf. Decision and Control. Orlando, Florida, USA, 2001. P. 1316—1321.
9. Krstic M. Towards faster adaptation in extremum seeking control // Proc. of 38th Conf. on Decision and Contr. Arizona, USA, 1999. P. 4766—4771.
10. Rotea M. A. Analysis of multivariable extremum seeking algorithms // Proc. Amer. Contr. Conf. Chicago, IL, USA, 2000. P. 433—437.
11. Востриков А. С., Французова Г. А. Теория автоматического регулирования. М.: Высшая школа, 2006. 365 с.
12. Востриков А. С. Синтез систем регулирования методом локализации. Новосибирск: НГТУ, 2007. 252 с.
13. Frantsuzova G. A. Localization Principle in the Synthesis Problem of Extremal Control System. // Proc. of the IASTED Intern. Conf. "Automation, Control and Information Technology (ACIT-2002)". Novosibirsk. 2002. P. 322—326.
14. Геращенко Е. И., Геращенко С. М. Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. М.: Наука, 1975.
15. Французова Г. А. Синтез двухконтурной астатической системы экстремального регулирования на основе принципа локализации // Сибирский журнал индустриальной математики. 2004. Т. VII. № 1 (17). С. 145—150.
16. Французова Г. А. Двухконтурные системы экстремального регулирования с предварительной стабилизацией динамической части // Автоматика. 2006. № 2. С. 29—37.

УДК 004.511.4

С. В. Феофилов, канд. техн. наук, доц.,
Тулский государственный университет

Периодические движения в релейных системах с трехпозиционным управлением и ограничителями в объекте регулирования*

Рассматривается проблема исследования периодических движений в системах с трехпозиционным релейным элементом. Основное внимание уделяется случаю, когда объект управления содержит звенья с ограничителями. Изложены вопросы нахождения автоколебаний, возникающих в системе, и определения их устойчивости.

Введение. Эффективность автоматических систем с релейным законом управления подтверждается их широким распространением в технике. Такие системы используются в различных устройствах, начиная от швейных машин и заканчивая управляемыми ре-

активными снарядами. Одним из основных свойств замкнутых автономных релейных систем является возникновение в них автоколебаний, т. е. периодических движений определенной частоты. Фундаментальными являются задачи анализа и синтеза релейных систем, другими словами, задачи нахождения периодических движений и построения систем с заданными параметрами автоколебаний. Обычно на практике эти задачи осложняются тем, что объект управления является нелинейным. В большинстве случаев эта нелинейность обусловлена наличием различного рода ограничителей. Для систем с двухпозиционным релейным элементом и объектом управления, содержащим звенья с ограничителями, на основе метода фазового годографа разработана теория, позволяющая исследовать периодические движения [1]. В данной статье эта теория распространяется на системы с трехпозиционным релейным элементом. Такие системы сложнее анализировать и проектировать, однако они обладают большей четкостью, например, позволяют изменять амплитуду автоколебаний независимо от их частоты. Указанное свойство представляет несомненный интерес для разработчиков.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-08-33506).

Фазовый годограф. Пусть движение релейной системы описывается системой уравнений

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)); \quad (1)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \sigma(x(t)); \quad (2)$$

$$u = \Phi(\varepsilon, \kappa, \lambda),$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ — n -мерный вектор состояния (фазовый вектор системы); $f(x, u) = (f_1(x, u), \dots, f_n(x, u))$ — n -мерная вектор-функция; $\sigma(x)$ — скалярная функция векторного аргумента; y, ε и u — скалярные величины: входной сигнал релейной системы, входной и выходной сигналы релейного элемента соответственно. Функция Φ задается графиком трехпозиционного релейного элемента (рис. 1).

Относительно $f(x, u)$ и $\sigma(x)$ дополнительно предположим, что для них выполняются условия нечетной симметрии

$$f(-x, -u) = -f(x, u), \quad \sigma(-x) = -\sigma(x). \quad (3)$$

В автономной системе (1)–(3) (при $y(t) \equiv 0$), как правило, возникают симметричные периодические движения, для которых $x(t+T) = -x(t)$, где $2T$ — период автоколебаний. При этом выходной сигнал релейного элемента u имеет вид, показанный на рис. 2.

Введем оператор $P = F(x^0, u(t), t)$, где $F(x^0, u(t), t)$ — решение уравнения (1) при начальном условии $x^0 = x(0)$ и $u(t) = U \cdot 1(t) - U \cdot 1(t - \gamma T)$. Здесь и далее $1(\tau)$ — единичная ступенчатая функция. Ясно, что каждому симметричному периодическому движению с параметрами γ^0 и T^0 соответствует непод-

вижная точка оператора P , которую обозначим $x^1(\gamma^0, T^0) = -Px^1(\gamma^0, T^0)$. Множество всех неподвижных точек оператора P при $T \in [0, \infty)$, $\gamma \in [0, 1]$ задает в n -мерном фазовом пространстве системы некоторую векторную функцию $x^1(\gamma, T)$, которую назовем *фазовым годографом релейной системы с трехпозиционным релейным элементом*. Фазовый годограф задает все возможные периодические движения объекта управления релейной системы и определяет фазовый вектор системы в момент переключения реле с $u = 0$ на $u = U$. Точка $x^1(\gamma, T)$ принадлежит фазовому годографу в том случае, если она является решением уравнения

$$x^1(\gamma, T) + F(x^1(\gamma, T), u(t), T) = 0, \quad (4)$$

где $F(x^1(\gamma, T), \gamma, T)$ — значение решения дифференциального уравнения (1) в момент времени $t = T$ при $u(t) = U \cdot 1(t) - U \cdot 1(t - \gamma T)$ и начальном условии $x^1(\gamma, T)$. Уравнение (4) называется основным уравнением фазового годографа релейной системы с трехпозиционным релейным элементом.

Введем вектор-функцию $x^2(\gamma, T) = F(x^1(\gamma, T), U, \gamma T)$, которая получается из $x^1(\gamma, T)$ сдвигом по траекториям движения объекта управления за время γT при $u(t) = U$ и задает значение фазового вектора в момент переключения управляющего сигнала с $u = U$ на $u = 0$.

Если построены функции $x^1(\gamma, T)$ и $x^2(\gamma, T)$, то параметры периодических движений (γ и T) в релейной системе определяются теми решениями системы нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \sigma(x^1(\gamma, T)) = -\kappa; \\ \sigma(x^2(\gamma, T)) = -\lambda\kappa, \end{cases} \quad (5)$$

в которых выполнены неравенства

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(x(t))}{dt} \Big|_{t=t^*-0} &= \frac{d\sigma(x)}{dx} \Big|_{x=x^1(\gamma, T)} f(x^1(\gamma, T), 0) < 0; \\ \frac{d\sigma(x(t))}{dt} \Big|_{t=t^{**}-0} &= \frac{d\sigma(x)}{dx} \Big|_{x=x^2(\gamma, T)} f(x^2(\gamma, T), U) > 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где t^* и t^{**} — моменты времени, которые в симметричном периодическом движении соответствуют переключениям релейного элемента с нуля на плюс и с плюса на нуль. Условия (5) называют условиями надлежащих моментов переключения, а условия (6) — условиями надлежащих направлений переключения [2].

Пусть параметры γ^0 и T^0 удовлетворяют соотношениям (5), (6). Периодическая траектория $x(t)$ определяется решением уравнения (1) при $x(0) = x^1(\gamma, T)$ и управляющем сигнале $u(t)$, показанном на рис. 2, $0 \leq t \leq 2T^0$. Далее, с помощью функции $\sigma(x(t))$ необходимо убедиться, действительно ли траектория $x(t)$ является периодическим решением

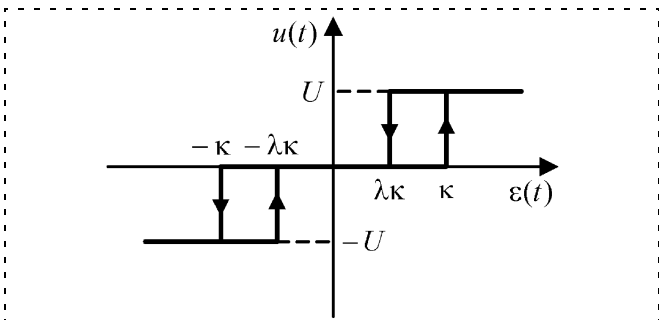


Рис. 1

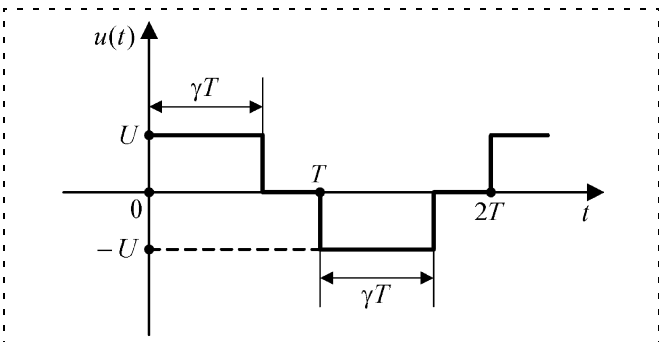


Рис. 2

системы (1), (2), т. е. не имеется ли в интервале $0 < t < 2T^0$ других переключений релейного элемента. На практике ситуация, когда найденное с помощью соотношений (5), (6) периодическое решение не подтверждается, встречается крайне редко.

Таким образом, наиболее трудоемкой задачей при исследовании автоколебаний является построение фазового годографа (функций $x^1(\gamma, T)$ и $x^2(\gamma, T)$). В случае линейного объекта управления возможно его аналитическое построение. Зависимости, задающие R -характеристики (компоненты фазового годографа) для типовых звеньев в явном виде, приведены в [3]. Для нелинейного объекта управления общего вида фазовый годограф может быть определен с помощью численного решения основного уравнения (4). Можно использовать все известные численные методы решения системы нелинейных алгебраических уравнений. Хорошо зарекомендовал себя алгоритм, названный *методом итераций с принудительным симметрированием*. Алгоритм задается равенством

$$Y^{k+1} = \frac{Y^k - F(Y^k, U_1(t) - U_1(t - \gamma T), T)}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

($Y^k \rightarrow x^1(\gamma, T)$ при $k \rightarrow \infty$). Он прост в реализации и, как показывает его практическое применение, обеспечивает быструю сходимость.

Как уже отмечалось выше, наиболее распространенным типом нелинейностей на практике являются различные ограничители. Исходя из математического описания звена с ограничителями можно разделить на два типа: ограничители в форме насыщения (рис. 3) и в форме механических упоров (рис. 4).

Движение звена первого типа задается уравнением

$$\dot{x} = \begin{cases} ku - ax, & \text{если } |x| < D \text{ или } |x| = D \\ \text{и } (ku - ax)\text{sign} x \leq 0; \\ 0, & \text{если } |x| = D \text{ и } (ku - ax)\text{sign} x > 0. \end{cases} \quad (8)$$

Движение звена с ограничителями в виде механических упоров задается уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = \begin{cases} ku - 2\alpha x_2 - \eta x_1, & \text{если } |x_1| < D \text{ или} \\ |x_1| = D \text{ и } (ku - \eta x_1)\text{sign} x_1 \leq 0; \\ 0, & \text{если } |x_1| = D \text{ и } (ku - \eta x_1)\text{sign} x_1 > 0. \end{cases} \end{cases} \quad (9)$$

Ниже всюду будем предполагать, что удары об упор являются абсолютно неупругими, т. е. в каждый момент t^* удовлетворяются условия

$$x_1(t^* + 0) = x_1(t^* - 0); \quad x_2(t^* + 0) = 0. \quad (10)$$

Сход с ограничителя является непрерывным.

Звено с ограничителями в форме механических упоров является наиболее сложным, поскольку его фазовая траектория является разрывной. Рассмотрим фазовый годограф такого звена. В [1] показано, что его фазовый годограф при двухпозиционном релейном сигнале имеет участок неоднозначности $T^3 < T < T^1$, на котором R -характеристики являются трехзначными функциями. Аналогичная ситуация имеет место и в случае трехпозиционного релейного элемента. Неоднозначность фазового годографа означает, что при любом T из указанного интервала могут иметь место три разных по форме решения $x(t)$ с одинаковым периодом $2T$. Выделение всех ветвей фазового годографа является достаточно сложной задачей, которую рассмотрим далее. На рис. 5 показан качественный вид R -характеристики $x_1^2(\gamma, T)$ при фиксированном значении γ .

На рисунке ветвь OE R -характеристики соответствует свободному движению звена (ограничители не достигаются), а точка E — движению, на котором периодическая функция $x_1(t)$ касается ограничений $x_1 - D = 0$ и $x_1 + D = 0$. Ветвь FN включает в себя периодические движения, которые имеют участок движения на ограничителях. Ветви FM и ME образованы периодическими траекториями, которые имеют только точки отражения от ограниче-

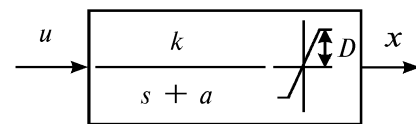


Рис. 3

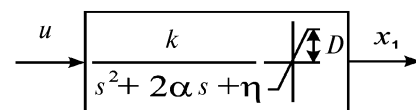


Рис. 4

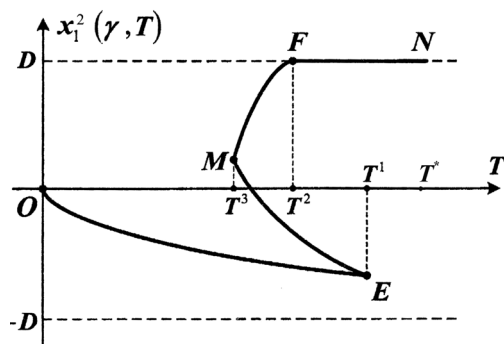


Рис. 5

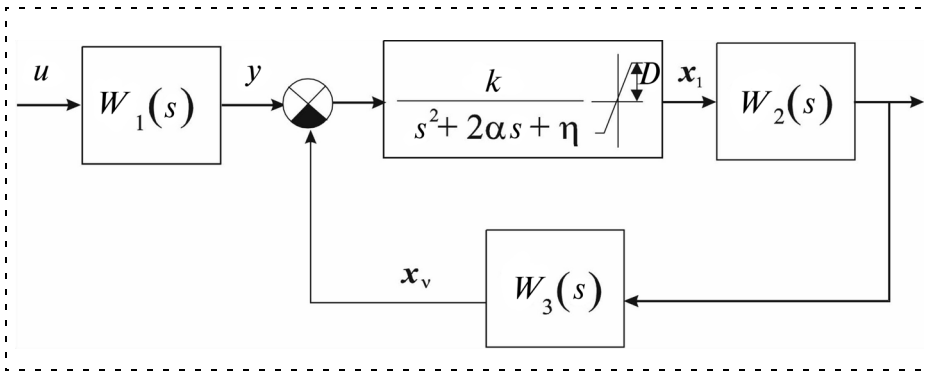


Рис. 6

ний $x_1 - D = 0$ и $x_1 + D = 0$. Движением с точками отражения будем называть периодическое решение, при котором траектория $x_1(t)$ имеет только две точки, принадлежащие ограничениям, соответственно верхнему и нижнему.

Фазовый годограф, соответствующий участкам *OE* и *FN* *R*-характеристики $x_1^2(\gamma, T)$, может быть легко выделен с помощью алгоритма (7). Для определения ветви *OE* следует применять указанный алгоритм, изменяя полупериод T от нуля до некоторого значения T^* . Построение ветви *FN* проводится аналогично, с той лишь разницей, что T необходимо изменять от T^* до 0. Таким образом, определяются точки *F* и *E*. Фазовый годограф звена, соответствующий ветви *FM*, можно найти следующим способом. Зададимся значением полупериода $T_1 = T^2 - \Delta T$, где ΔT — малое число. Проинтегрируем уравнения свободного движения звена с начальными условиями $x_1(0) = D$, $x_2(0) = 0$ и

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t < \tau; \\ -U & \text{при } \tau \leq t \leq \tau + \gamma T_1; \\ 0 & \text{при } \tau + \gamma T_1 < t < T_1. \end{cases} \quad (11)$$

В равенстве (11) $\tau < (\gamma - 1)T_1$. Параметр τ подбирается таким образом, чтобы выполнялось условие $x_1(T_1) = -D$.

Пусть при $\tau = \tau_1$ имеет место равенство (12), тогда очевидно, что

$$\begin{aligned} x^1(\gamma, T_1) &= -x(\tau_1); \\ x^2(\gamma, T_1) &= -x(\tau_1 + \gamma T). \end{aligned}$$

Задав полупериод $T_2 = T_1 - \Delta T$, указанным выше способом определяем $x^1(\gamma, T_2)$ и $x^2(\gamma, T_2)$. Точка *M* соответствует случаю, когда $\tau = 0$.

В соответствии с уравнением (9) сход с ограничения $x_1 - D = 0$ возможен как при $u = 0$, так и при $u = -U$. Для определения фазового годографа, соответствующего ветви *ME*, поступают аналогично. Полупериод T в этом случае следует изменять от T^3 до T^1 .

Дополнительные трудности при построении фазового годографа возникают в случае, когда звено с ограничителями является внутренним звеном объекта управления, как показано на рис. 6.

Неоднозначность *R*-характеристик звена с ограничителями порождает неоднозначность *R*-характеристик фазовых переменных, относящихся к передаточным функциям $W_2(s)$ и $W_3(s)$. Выделение всех

ветвей фазового годографа для таких объектов управления следует проводить по алгоритму, изложенному в [1]. Ниже приведен пример построения фазового годографа для конкретного объекта управления данного типа.

В заключение отметим, что протяженность участка неоднозначности фазового годографа зависит от параметра γ , но, как правило, является небольшой.

Устойчивость периодических движений. Предположим, что при отсутствии входного сигнала уравнения релейной системы (1), (2) имеют симметричное периодическое решение $x(t)$ с параметрами γ^0 и T^0 , которое задается точкой фазового годографа $x^1(\gamma^0, T^0)$. Пусть в невозмущенном движении начальная точка $x(0)$ принадлежит поверхности $\sigma(x) = -\kappa$, т. е. $x(0) = x^1(\gamma^0, T^0)$. Внесем в движение возмущение. Предположим, что начальное условие возмущено на некоторую малую величину $\delta x(0) = \delta x^0$.

Применим к возмущенному начальному условию $\tilde{x}(0)$ оператор $P_1 = F(x(0), U, \gamma T)$. Малое изменение начального условия приведет к малому изменению момента переключения релейного элемента с плюса на нуль, которое обозначим $\delta \tau_1$. Получим

$$\begin{aligned} x^2(\gamma^0, T^0) + \delta x^1 &= \\ &= F(x^1(\gamma^0, T^0) + \delta x^0, U, \gamma^0 T^0 + \delta \tau_1), \end{aligned} \quad (13)$$

где величина δx^1 определяется по формуле

$$\delta x^1 = \tilde{x}(\gamma^0 T^0 + \delta \tau_1) - x(\gamma^0 T^0).$$

Правую часть выражения (13) разложим в ряд Тейлора и удержим в нем только линейные члены. В результате получим

$$\begin{aligned} x^2(\gamma^0, T^0) + \delta x^1 &= F(x^1(\gamma^0, T^0), U, \gamma^0 T^0) + \\ &+ \frac{\partial F(x(0), U, t)}{\partial x(0)} \bigg|_{\substack{x(0) = x^1(\gamma^0, T^0), \\ t = \gamma^0 T^0}} \delta x^0 + \\ &+ \frac{\partial F(x(0), U, t)}{\partial t} \bigg|_{\substack{x(0) = x^1(\gamma^0, T^0), \\ t = \gamma^0 T^0}} \delta \tau_1. \end{aligned} \quad (14)$$

Принимая во внимание равенство $x^2(\gamma, T) = F(x^1(\gamma, T), U, \gamma T)$, из (14) находим

$$\delta x^1 = Q_1 \delta x^0 + h_1 \delta \tau_1, \quad (15)$$

где

$$Q_1 = \left. \frac{\partial F(x(0), U, \gamma^0 T^0)}{\partial x(0)} \right|_{x(0) = x^1(\gamma^0, T^0)}; \\ h_1 = \left. \frac{\partial F(x^1(\gamma^0, T^0), U, t)}{\partial t} \right|_{t = \gamma^0 T^0}.$$

В возмущенном движении вектор $F(x^1(\gamma^0, T^0) + \delta x^0, U, \gamma^0 T^0 + \delta \tau_1)$ лежит на плоскости $\sigma(x) = -\lambda \kappa$, т. е.

$$\sigma(F(x^1(\gamma^0, T^0) + \delta x^0, U, \gamma^0 T^0 + \delta \tau_1)) = -\lambda \kappa.$$

Разлагая левую часть последнего равенства в ряд Тейлора и учитывая очевидное равенство $\sigma(F(x^1(\gamma^0, T^0), U, \gamma^0 T^0)) = -\lambda \kappa$, получим

$$K_1 Q_1 \delta x(0) + K_1 h_1 \delta \tau_1 = 0. \quad (16)$$

В уравнении (16) введено обозначение

$$K_1 = \left. \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} \right|_{x = x^1(\gamma^0, T^0)}.$$

Из соотношения (16) определим приращение

$$\delta \tau_1 = -\frac{K_1 Q_1}{K_1 h_1} \delta x^0.$$

Подставляя найденное выражение для $\delta \tau_1$ в уравнение (15), найдем

$$\delta x^1 = \left(Q_1 - \frac{h_1 K_1 Q_1}{K_1 h_1} \right) \delta x^0. \quad (17)$$

Рассматривая величину $x^2(\gamma^0, T^0) + \delta x^1$ как возмущенное начальное условие, применим к ней оператор $P_2 = F(x(0), 0, (1 - \gamma)T)$:

$$\tilde{x}((1 - \gamma^0)T^0 + \delta \tau_2) = \\ = F(x^2(\gamma^0, T^0) + \delta x^1, 0, (1 - \gamma^0)T^0 + \delta \tau_2), \quad (18)$$

где $\delta \tau_2$ — малое изменение момента переключения релейного элемента с нуля на минус. Учитывая уравнение (18), рассмотрим результат применения оператора $P = -P_2 P_1$ к начальному условию $x^1(\gamma^0, T^0) + \delta x^0$:

$$x^1(\gamma^0, T^0) + \delta x^2 = \\ = -F(x^2(\gamma^0, T^0) + \delta x^1, 0, (1 - \gamma^0)T^0 + \delta \tau_2),$$

здесь вектор δx^2 определяет разницу между значениями вектора состояния в возмущенном и невоз-

мущенном движении релейной системы в момент переключения релейного элемента. Как и ранее, правую часть этого соотношения разложим в ряд Тейлора, в котором удержим только линейные члены. Найдем зависимость для величины δx^2 :

$$\delta x^2 = -(Q_2 \delta x^1 + h_2 \delta \tau_2), \quad (19)$$

где

$$Q_2 = \left. \frac{\partial F(x(0), 0, (1 - \gamma^0)T^0)}{\partial x(0)} \right|_{x(0) = x^2(\gamma^0, T^0)}; \\ h_2 = \left. \frac{\partial F(x^2(\gamma^0, T^0), 0, t)}{\partial t} \right|_{t = (1 - \gamma^0)T^0}.$$

Определяя линейные члены ряда Тейлора для левой части выражения

$$\sigma(F(x^2(\gamma^0, T^0) + \delta x^1, 0, (1 - \gamma^0)T^0 + \delta \tau_2)) = \kappa,$$

найдем приращение

$$\delta \tau_2 = -\frac{K_2 Q_2}{K_2 h_2} \delta x^1. \quad (20)$$

$$\text{Здесь } K_2 = \left. \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} \right|_{x = x^1(\gamma^0, T^0)}.$$

Из (19) и (20) получим

$$\delta x^2 = -\left(Q_2 - \frac{h_2 K_2 Q_2}{K_2 h_2} \right) \delta x^1. \quad (21)$$

Выражения (17) и (21) позволяют записать зависимость вектора δx^2 от начального возмущения δx^0

$$\delta x^2 = G \delta x^0,$$

где

$$G = \left(Q_2 - \frac{h_2 K_2 Q_2}{K_2 h_2} \right) \left(Q_1 - \frac{h_1 K_1 Q_1}{K_1 h_1} \right). \quad (22)$$

Если функция обратной связи $\sigma(x)$ представляет собой стационарную линейную зависимость от вектора $x(t)$

$$\sigma(x(t)) = R^T x(t),$$

то $K_1 = K_2 = R^T$, где R — n -мерный вектор коэффициентов обратных связей.

Применяя оператор P к начальным условиям $x^1(\gamma^0, T^0) + \delta x^2$, несложно получить равенство $\delta x^4 = G \delta x^2$. Продолжая этот процесс, получим систему разностных уравнений

$$\delta x((k + 1)T) = G \delta x(kT), \quad k = 1, 2, \dots \quad (23)$$

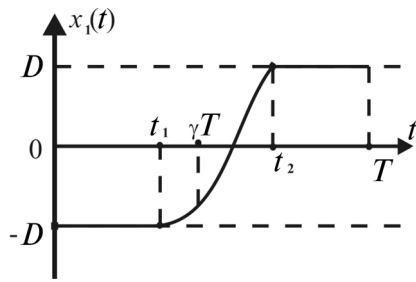


Рис. 7

Для того чтобы периодические движения были асимптотически орбитально устойчивы в малом, достаточно выполнения условия

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \delta x(kT) \rightarrow 0.$$

Таким образом, устойчивость периодических движений эквивалентна устойчивости тривиального решения $\delta x = 0$ системы разностных уравнений (23), которая определяется собственными числами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ матрицы G .

Если они удовлетворяют неравенствам

$$|\lambda_j| < 1, j = 1, 2, \dots, n, \quad (24)$$

то периодическое решение $x(t)$ асимптотически орбитально устойчиво.

Отметим, что h_1 и h_2 являются векторами фазовой скорости, которые в симметричном периодическом движении соответствуют моментам переключения релейного элемента с плюса на нуль и с нуля на минус.

Для применения на практике сформулированного алгебраического критерия устойчивости предельного цикла необходимо находить матрицы Q_1 и Q_2 , которые соответствуют линеаризованному отображению сдвига объекта управления за время $\gamma^0 T^0$ и $(1 - \gamma^0) T^0$. Рассмотрим наиболее сложную структуру объекта управления, которая показана на рис. 6.

Пусть свободное движение объекта задается в виде

$$\frac{dx}{dt} = Mx + Pu, \quad (25)$$

а движение на ограничителе — в виде

$$\frac{dx}{dt} = Nx + Pu. \quad (26)$$

Обозначим $V(t)$ ($V(t) = e^{Mt}$) и $W(t)$ ($W(t) = e^{Nt}$) нормированные фундаментальные матрицы, соответствующие однородным ($u(t) \equiv 0$) уравнениям (25) и (26).

Матрицы Q_1 и Q_2 зависят от вида периодического решения на выходе звена с ограничителями. Положим для определенности, что сигнал x_1 (рис. 6) имеет вид, представленный на рис. 7.

Вывод матриц линеаризованного отображения сдвига на отрезках $[0, t_1]$, $[t_1, \gamma T]$ и $[\gamma T, t_2]$, $[t_2, T]$ приведен в [1].

Преобразование вектора x в момент удара об упор определяется матрицей E :

$$z(t_1 + 0) = Ez(t_1 - 0).$$

Таким образом,

$$Q_1 = V(\gamma T - t_1)W(t_1);$$

$$Q_2 = W(T - t_2)Q_2^*;$$

$$Q_2^* = EV(t_2 - \gamma T) -$$

$$- \frac{(E\dot{x}(t_2 - 0) - \dot{x}(t_2 + 0))V_{x1}(t_2 - \gamma T)}{\dot{x}_1(t_2 - 0)}, \quad (27)$$

где $V_{x1}(t_2 - \gamma T)$ — строка матрицы $V(t_2 - \gamma T)$, номер которой определяется компонентой x_1 вектора x .

Рассмотрим объект управления, содержащий звено с ограничителями в форме насыщения. Предположим, что объект управления представлен структурной схемой на рис. 6, в которой звено с огра-

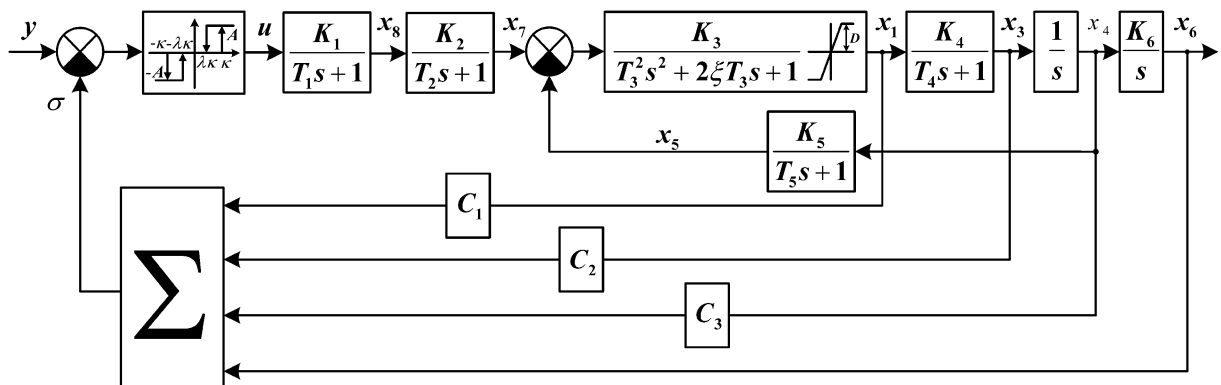


Рис. 8

нителями в форме упоров заменено на звено с ограничителями в форме насыщения (см. рис. 3). Пусть, как и выше, свободное движение объекта управления задается выражением (25), а движение на ограничителе — уравнением (26). Матрицы Q_1 и Q_2 в этом случае по-прежнему выражаются равенствами (27), в которых матрицу E следует заменить на единичную матрицу I .

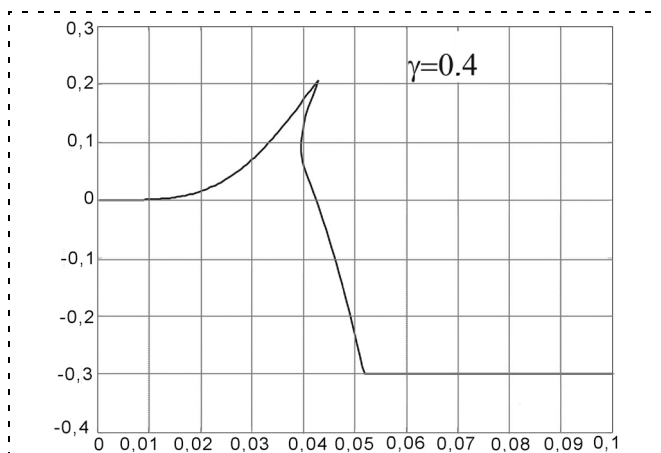


Рис. 9

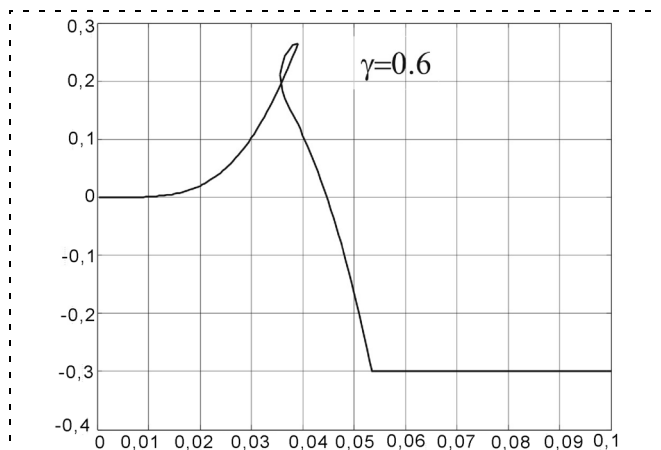


Рис. 10

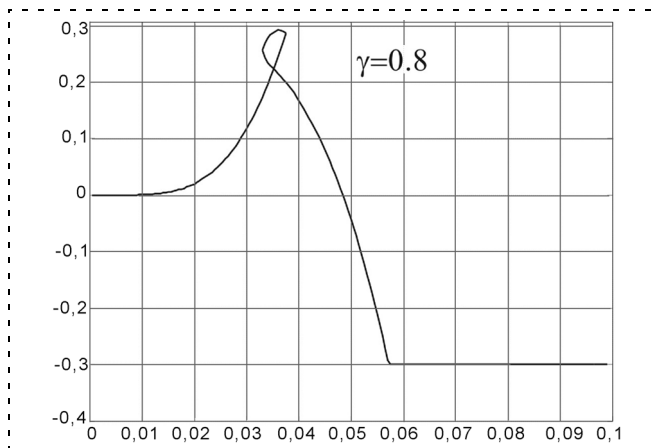


Рис. 11

Пример. На рис. 8 представлена структурная схема релейной системы, содержащей звено с ограничителями в форме механических упоров, где $A = 1$, $\kappa = 0,1$, $K_1 = 10$, $K_2 = 1$, $K_3 = 1$, $K_4 = 1$, $K_5 = 1$, $K_6 = 1$, $T_1 = 0,02$, $\xi = 0,5$, $D = 0,3$, $T_2 = 0,04$, $T_3 = 0,03$, $T_4 = 0,05$, $T_5 = 0,01$. Фазовый годограф объекта управления строился по рассмотренному алгоритму. R -характеристика $x_1^1(\gamma, T)$ при различных значениях γ приведена на рис. 9—11.

В замкнутой автономной системе с коэффициентами обратных связей $C_1 = 0,458$, $C_2 = 0,438$, $C_3 = 2,042$ возникают автоколебания с полупериодом $T^0 = 0,0625$ с. В соответствии с рис. 7 точка $x_1^1(\gamma^0, T^0)$ лежит на ограничении $x_1 = -D$. Моменты времени t_1 и t_2 соответственно равны 0,03 с и 0,0592 с. Для оценки устойчивости периодических движений определены матрицы Q_1 , Q_2 и G , которые вычислялись по формулам (27) и (22) соответственно. Матрица G имеет собственные числа $\lambda = [-0,94864329071764; -0,926808721601721; 0,095832702258396; -0,066905481802929; -0,001926648825895; 0; 0; 0]$. Поскольку они удовлетворяют неравенствам (24), то возникающее в релейной системе периодическое движение асимптотически орбитально устойчиво.

Заключение. В статье рассматриваются вопросы анализа периодических движений в релейных системах с трехпозиционным управлением. Современный уровень развития вычислительной техники позволяет с помощью метода численного моделирования достаточно просто решать указанную задачу для каждой конкретной системы. Однако при синтезе реальных устройств, как правило, приходится анализировать большое число вариантов сложной нелинейной системы. При этом метод моделирования не применим, поскольку даже современные компьютеры не позволяют решить задачу за приемлемое время. Результаты, полученные в настоящей работе, упрощают проблему. В методе фазового годографа все трудоемкие (с вычислительной точки зрения) операции, такие как построение фазового годографа, вычисление матриц линеаризованного отображения, выполняются один раз на предварительном этапе. Кроме того, поскольку фазовый годограф выделяет все возможные периодические движения, он позволяет получать системы с заданными параметрами автоколебаний.

Список литературы

1. Фалдин Н. В., Феофилов С. В. Исследование периодических движений в релейных системах, содержащих звенья с ограничителями // Изв. РАН, ТиСУ, 2007. № 2. С. 1—13.
2. Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы. М.: Наука, 1974. 576 с.
3. Фалдин Н. В. Релейные системы автоматического управления // Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под. ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. С. 573—636.

УДК 519.62: 621.313.333.2

Ю. В. Колоколов, д-р техн. наук, проф.

А. В. Моновская, канд. техн. наук, доц.,

А. Ю. Мелихов, канд. техн. наук,

Институт прикладной математики, информатики
и управления Югорского государственного
университета, г. Ханты-Мансийск

Гибридный алгоритм моделирования динамики импульсных систем преобразования энергии большой размерности

Часть 2. Оптимизация гибридного алгоритма
по критерию временных затрат*

Предлагается оптимизация узкоспециализированного "гибридного" алгоритма численного интегрирования системы импульсно-фазового управления тиристорным преобразователем напряжения асинхронного двигателя (СИФУ-ТПН-АД). Использование этого алгоритма в среде "MATLAB 7.0"® позволяет практически в два раза снизить затраты машинного времени на моделирование динамики СИФУ-ТПН-АД.

Введение

В большинстве случаев для исследования динамики моделей, представленных в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений, формулируют и решают задачу Коши с использованием одного и того же алгоритма численного интегрирования на требуемом временном интервале. Применение такого подхода к моделированию динамики нелинейных систем с переменной структурой большой размерности может оказаться неоптимальным по критерию затрат машинного времени.

В частности, в [1] на примере модели СИФУ-ТПН-АД было показано, что в зависимости от алгоритма интегрирования, длительности и характера текущего интервала постоянства структуры (ИПС) минимальное значение полного времени интегрирования (T_{total}) отличается от максимального значения в несколько раз. Было предложено сократить затраты машинного времени за счет разделения всего диапазона изменения длительности ИПС моделируемой системы на конечное число подынтервалов. Далее для каждого подынтервала выбирается такой субалгоритм, параметры которого (порядок, число ста-

дий, а также алгоритм управления шагом интегрирования) являются оптимальными по критерию минимизации временных затрат.

С этой целью предложено формирование узкоспециализированного "гибридного" алгоритма, адаптирующего метод интегрирования к текущему состоянию модели. При этом, поскольку коэффициенты алгоритмов управления длиной шага интегрирования в субалгоритмах задаются в некотором диапазоне, то в данной работе предлагается вариант организации оптимального выбора этих коэффициентов.

Математическая модель СИФУ-ТПН-АД

При составлении математической модели объектов с переменной структурой в соответствии с методом припасовывания весь интервал интегрирования разбивается на подынтервалы постоянства, внутри которых структура объекта не изменяется [2]. В модели СИФУ-ТПН-АД выделяют пять интервалов постоянства структуры (ИПС) [1]: "0" — интервал отключения АД от сети; "AB", "BC", "AC" — интервалы двухфазного (несимметричного) подключения АД к сети; "ABC" — интервал симметричного трехфазного подключения. Каждому ИПС в модели СИФУ-ТПН-АД соответствует нелинейная неавтономная система обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ), имеющая порядок $p \geq 4$ [3]. Выбор вложенных методов семейства Рунге-Кутты для интегрирования этой модели обосновывается исходя из принадлежности СОДУ к жестким уравнениям [1]. При этом

1) различный характер поведения числа жесткости в области подсинхронных скоростей обуславливает выделение двух групп моделей ИПС: моделей симметричных режимов ("0", "ABC") и моделей несимметричных режимов ("AB", "BC", "AC"). На этом основании для дальнейшего анализа выбраны две характерные СОДУ: с симметричным подключением АД к сети (режим "ABC") и с несимметричным подключением (режим "AB"). Системы уравнений для этих режимов могут быть записаны в следующей форме [3]:

$$\frac{du_i^{abc}(t)}{dt} = f_i^{abc}[u_1^{abc}, u_2^{abc}, \dots, u_n^{abc}, g(t)], u_i^{abc}(t) \in R^n, \\ t \in [t_j, t_{j+1}], u_i(0) = u_i^0, i = 1, 2, \dots, n, n = 7; \quad (1)$$

$$\frac{du_i^{ab}(t)}{dt} = f_i^{ab}[u_1^{ab}, u_2^{ab}, \dots, u_n^{ab}, g(t)], u_i^{ab}(t) \in R^n, \\ t \in [t_j, t_{j+1}], u_i(0) = u_i^0, i = 1, 2, \dots, n, n = 5, \quad (2)$$

* Часть 1 см. в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" № 1, 2008.

где $u_i^{abc}(u_i^{ab})$ — переменные состояния модели (токи и/или потокоцепления статорных и роторных обмоток АД и угловая скорость вращения ротора двигателя) режима "АВС" ("АВ"); $g(t)$ — сетевое напряжение на интервале постоянства структуры $t \in [t_j, t_{j+1}]$;

2) на основе сопоставления максимального числа жесткости, максимальной продолжительности ИПС и условий устойчивости в [1] доказываются возможность применения для интегрирования модели СИФУ-ТПН-АД любого алгоритма Рунге—Кутты с порядком аппроксимации $p \geq 2$. При этом накладывается ограничение на значение локальной погрешности интегрирования ξ_j , которая не должна превышать некоторого заданного значения $E_{tol}^{local} \in R$:

$$\xi_j \leq E_{tol}^{local}. \quad (3)$$

С помощью численного эксперимента в [1] был установлен диапазон изменения шагов интегрирования $h \in [h_{min}; h_{max}]$ модели СИФУ-ТПН-АД и проведено интегрирование алгоритмами из семейства вложенных методов Рунге—Кутты (ВМРК). Результаты, изложенные в работе [1], позволили заключить, что существуют некоторые критические значения шагов интегрирования h_{c1}^{AB}, h_{c2}^{AB} , которые выделяют в диапазоне $h_j \in [h_{min}; h_{max}]$ характерные области. Для каждой из этих областей можно указать такой алгоритм интегрирования, который будет оптимальным по критерию временных затрат. Этот результат послужил основанием для разработки "гибридного" алгоритма [1].

Постановка задачи оптимизации

Один из наиболее эффективных способов удовлетворения условия (3) при интегрировании заданной СОДУ заключается в интегрировании j -го интервала алгоритмами порядка p и $p+1$, что позволяет рассчитать локальную погрешность интегрирования на j -м шаге ξ_j . Затем величина ξ_j , а также значение текущего шага h_j и значение требуемой погрешности E_{tol}^{local} используются в специальном алгоритме для вычисления шага h_{j+1} следующей итерации. В настоящей статье исследуются три наиболее распространенных (по мнению автора работы [4]) алгоритма управления шагом интегрирования: классический алгоритм (порядковый номер $\theta = 1$), алгоритм управления с мертвой зоной ($\theta = 2$) и пропорционально-интегральный (ПИ) алгоритм ($\theta = 3$).

Идеология ВМРК основана на совмещении методов интегрирования порядков p и $p+1$ [4—7]. Такое совмещение предполагает получение коэффициентов метода порядка p , которые одновременно будут удовлетворять и методу порядка $p+1$

[4—6]. Так как число стадий s определяется наибольшим порядком аппроксимации вложенного метода, то, как правило, анализируется возможность реализации ВМРК $p-s+1(p+1-s+1)$.

Анализ условий образования ВМРК с $p=2$ и $s=3$ [4] показывает, что можно получить не более двух семейств ВМРК-2(3), которые обозначим $S_p^{ВМРК-2(3)}$, $p=1, 2$. Сопоставление условий существования МРК с $p=3$ и $s=4$ и МРК с $p=4$ и $s=4$ [5] позволило получить пять семейств ВМРК-3(4), которые обозначим $S_p^{ВМРК-3(4)}$, $p=1, 2, 3, \dots, 5$.

Анализ литературных источников [4—6] показывает, что в настоящее время не существует строгой теории, позволяющей выделить конечное множество семейств методов Рунге—Кутты с порядком $p \geq 4$. Поэтому поиск оптимальной реализации ВМРК с $p \geq 4$ для интегрирования заданной СОДУ может проводиться только путем анализа известных методов, найденных к настоящему времени [4—7]. В этом случае будет осуществляться оптимизация только коэффициентов алгоритмов управления шагом. Для семейств $S_p^{ВМРК-2(3)}$ и $S_p^{ВМРК-3(4)}$ поиск оптимальных коэффициентов необходимо проводить и среди коэффициентов алгоритмов управления шагом, и среди варьируемых коэффициентов методов семейства.

В качестве критерия оптимизации при сравнении методов с различным числом стадий s используется значение полного времени интегрирования T_{total} . Если s анализируемых алгоритмов одинаково, целесообразнее подсчитывать число расчетов правых частей интегрируемых систем уравнений k_{total} ($k_{total} \in K_{total}$). В этом случае подразумевается, что полное время интегрирования T_{total} окажется меньше для того алгоритма, который требует меньшее k_{total} для сходимости с точностью, соответствующей локальной погрешности $\xi_j \leq E_{tol}^{local}$. Целевой функционал $F(p, s, \{A_v\}, \{B_\delta\})$, зависящий от параметров алгоритмов интегрирования, будет определять число расчетов k_{total} правых частей систем уравнений (1)—(2) с условием обеспечения требуемой погрешности $E_{tol}^{local} \in E$ на текущем интервале интегрирования:

$$F(p, s, \{A_v^p\}, \{B_\delta^\theta\}): [P, S, A, B, E] \rightarrow K_{total}, \quad (4)$$

где $p \in P$ и $s \in S$ — порядок и число стадий алгоритма интегрирования соответственно; $\{A_v^p\} \in A$ — множество постоянных коэффициентов, задающих совокупность методов данного семейства интегрирования (здесь v — индекс коэффициента; p — номер семейства интегрирования); $\{B_\delta^\theta\} \in B$ — множество коэффициентов, определяющих параметры алгоритмов управления шагом данного алгоритма интегрирования (здесь δ — индекс коэффициента; θ — номер алгоритма управления шагом).

Тогда задача оптимизации формулируется в следующей форме: подобрать варьируемые коэффициенты алгоритма интегрирования и коэффициенты алгоритмов управления шагом так, чтобы при интегрировании СОДУ (1), (2) обеспечить минимизацию функционала качества (4) на множестве K_{total} с учетом ограничения (3):

$$\min[(p, s, \{A_v^p\}, \{B_s^0\}): F(p, s, \{A_v^p\}, \{B_s^0\}) = k_{total}^{\min}, p \in P, s \in S, \{A_v^p\} \in A, \{B_s^0\} \in B]. \quad (5)$$

Построение алгоритма поиска оптимальной реализации вложенных методов Рунге—Кутты

Алгоритм поиска оптимальной реализации приведен на рис. 1. В алгоритме предполагается, что каждое ρ -е семейство ВМРК имеет m варьируемых параметров. Выберем шаг h_a , с которым будет меняться k -й варьируемый параметр $\tilde{A}_k^p$ семейства S_ρ в диапазоне, принятом в теории МРК [4–7] (рис. 1, А. 1). Каждый из трех алгоритмов управления шагом интегрирования имеет множество коэффициентов $\tilde{B}_l^0$, $l = 1, 2, \dots, q$, $\theta = 1, 2, 3$, изменяемых в некотором, заданном для θ -алгоритма диапазоне (рис. 1, А. 1). Выберем шаг h_{bl} , с которым будет изменяться каждый l -й коэффициент $\tilde{B}_l^0$

θ -алгоритма, $\theta = \overline{1 \dots 3}$ (А. 1). В цикле последовательно сменяется используемое при интегрировании семейство S_ρ , ($\rho = \overline{1, 2}$ для ВМРК-2(3); $\rho = \overline{1, 2 \dots 5}$ для ВМРК-3(4)) (А. 2). Для каждого семейства определяется множество коэффициентов $\{A_v^p\}$ (А. 3). В диапазоне изменения варьируемых коэффициентов выделяются промежуточные значения $\tilde{A}_k^p = [\tilde{A}_{k, \min}^p : h_a : \tilde{A}_{k, \max}^p]$ с использованием шага h_a для каждого семейства S_ρ (А. 3). Если на этапе (А. 10) θ -алгоритма управления шагом не был запрещен (А. 4), то для него с использованием предустановленного шага h_{bl} для l -го коэффициента задается множество значений, которые этот коэффициент будет принимать в заданном диапазоне $\tilde{B}_l^0 = [\tilde{B}_{l, \min}^0 : h_{bl} : \tilde{B}_{l, \max}^0]$ (А. 5). Если θ -алгоритм запрещен, осуществляется переход к следующему алгоритму $\theta + 1$ (А. 6). Как только все коэффициенты будут определены, вычисляется решение систем уравнений (1) и (2) на очередном интервале $t \in [t_j, t_{j+1}]$ (А. 7). Полученные в результате расчета значения k_{total} для каждой СОДУ вместе с соответствующим множеством параметров $\{A_v^p\}$ семейства S_ρ и множеством параметров $\{\tilde{B}_l^0\}$ θ -алгоритма записываются в выходной массив (А. 8).

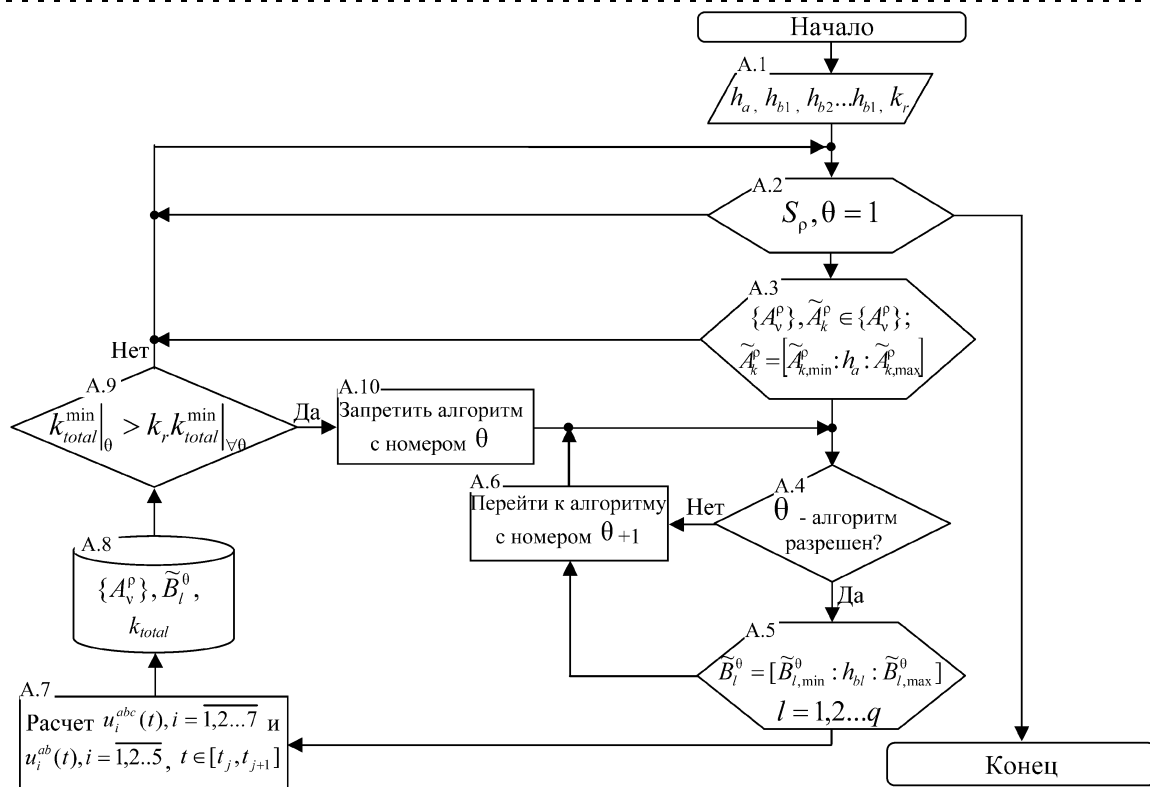


Рис. 1. Алгоритм поиска оптимальной реализации ВМРК

Таблица 1

Результаты минимизации функционала (4) с ограничением (3) для моделей (1) и (2) на семействе ВМРК-2(3)

	Модель (1) режим "ABC"			Модель (2) режим "AB"		
Алгоритм управления	$\theta = 1$	$\theta = 2$	$\theta = 3$	$\theta = 1$	$\theta = 2$	$\theta = 3$
k_{total}^{min}	6949	7267	8137	1886	2260	3664
$B_{\delta}^{\theta}(k_{total}^{min}) = \{k_1, k_2, \dots, k_j\}$	{0.95, 0.95, 0.75}	{0.02, 9.0, 0.95}	{0.7, 0.7}	{0.95, 0.75, 0.75}	{0.02, 6.0, 0.95}	{0.7, 0.7}
$\rho(S_p), F \rightarrow k_{total}^{min}$	1	1	—	1	1	—
$\tilde{A}_k^p = \{\tilde{A}_1^p, \tilde{A}_2^p, \dots, \tilde{A}_m^p\}$	{0.2, 0.6, 0.4}	{0.2, 0.8, 0}	—	{0.3, 0.9, 0}	{0.3, 0.9, 0}	—

Таблица 2

Результаты минимизации функционала (4) с ограничением (3) для моделей (1) и (2) на семействе ВМРК-3(4)

	Модель (1) режим "ABC"			Модель (2) режим "AB"		
Алгоритм управления	$\theta = 1$	$\theta = 2$	$\theta = 3$	$\theta = 1$	$\theta = 2$	$\theta = 3$
k_{total}^{min}	5708	6280	7160	3873	4075	4306
$B_{\delta}^{\theta}(k_{total}^{min}) = \{k_1, k_2, \dots, k_j\}$	{0.95, 0.9, 0.95}	{0.1, 2.5, 0.95}	{1.0, 0.75}	{0.95, 0.8, 1.0}	{0.1, 2.5, 0.95}	{1.0, 0.5}
$\rho(S_p), F \rightarrow k_{total}^{min}$	2	2	—	2	2	—
$\tilde{A}_k^p = \{\tilde{A}_1^p, \tilde{A}_2^p, \dots, \tilde{A}_m^p\}$	{0.1}	{0.3}	—	{0.1}	{0.9}	—

Для полученного значения k_{total} проверяется выполнение следующего условия (А. 9):

$$k_{total, i}^{min} \Big|_{\theta=j} \geq k_r k_{total, i}^{min} \Big|_{\forall \theta \neq j}, \theta = \overline{1..3}, k_r > 0, \quad (6)$$

где $k_{total, i}^{min}$ — минимальное число обращений к правой части интегрируемой системы уравнений на i -й итерации; k_r — коэффициент, устанавливающий кратность наилучшего результата $k_{total, i}^{min} \Big|_{\forall \theta \neq j}$ к худшему $k_{total, i}^{min} \Big|_{\theta=j}$, который был получен для всех

θ -алгоритмов на очередной i -й итерации (в данной работе коэффициент $k_r = 0,6$). Если по окончании i -й итерации выполняется условие (6) для некоторого алгоритма с номером θ , то θ -алгоритм запрещается к использованию на следующей итерации $i + 1$ (А. 10).

Циклы прекращаются, когда получены результаты по всем тестируемым семействам.

В табл. 1 и 2 представлены результаты оптимизации по критерию минимизации обращений к правым частям уравнений k_{total} для ВМРК-2(3) и ВМРК-3(4) соответственно. В табл. 1 и 2, в частности, приведены: параметры алгоритма управления шагом интегрирования $B_{\delta}^{\theta}(k_{total}^{min}) = \{k_1, k_2, \dots, k_j\}$, на которых достигается минимизация функционала (4) $\rho(S_p), F \rightarrow k_{total}^{min}$ для соответствующего семейства ВМРК с номером ρ и варьируемыми коэффициентами $\tilde{A}_k^p$.

По окончании первой итерации алгоритм с $\theta = 3$ был автоматически отключен, поскольку выполнилось условие (6) при значении коэффициента запаса $k_r = 0,6$ (сравните значение k_{total}^{min} алгоритмов с $\theta = 1$ и $\theta = 3$ в табл. 1 и 2). На этом основании

алгоритм с $\theta = 3$ не будет использоваться в дальнейшем анализе.

Аналогично были получены результаты решения оптимизационной задачи (5) для ВМРК с порядком аппроксимации $p \geq 4$ (табл. 3). Отбор ВМРК, использованных в данной статье, проводился на основе нескольких работ, посвященных вопросу разработки новых методов Рунге—Кутты [4—7]. Параметры алгоритмов управления шагом интегрирования, на которых достигалась минимизация функционала (4) при интегрировании СОДУ (1) и (2), в табл. 3 отмечены прямоугольником.

На рис. 2 приведено сравнение затрат машинного времени T_{total} на интегрирование полной мо-

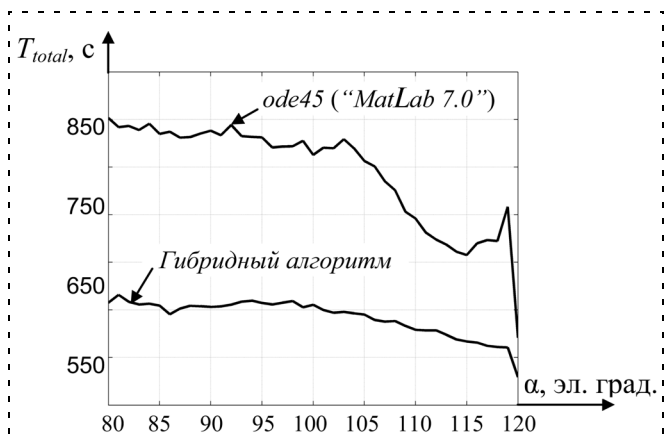


Рис. 2. График изменения затрат машинного времени на интегрирование модели СИФУ-ТПН-АД на интервале $t \in [0, T_y^{\max}]$ в функции угла управления α при использовании алгоритма *ode45* и гибридного алгоритма с оптимальными параметрами алгоритмов управления шагом

Таблица 3

Результаты минимизации функционала (4) с ограничением (3) для моделей (1) и (2) на семействе ВМРК с $p \geq 4$

ВМРК	s	θ-алгоритм	Модель (1) режим "ABC"		Модель (2) режим "AB"	
			$B_{\delta}^{\theta}(k_{total}^{\min}) = \{k_1, k_2, ..., k_j\}$	$k_{total}^{\min}$	$B_{\delta}^{\theta}(k_{total}^{\min}) = \{k_1, k_2, ..., k_j\}$	$k_{total}^{\min}$
ВМРК-4(5) Фельберга	6	1	[0.95, 0.1, 0.5]	2875	[0.9, 0.95, 0.95]	1337
ВМРК-4(5) Cash&Karp		2	[0.02, 8 0.75]	3059	[0.02, 8, 0.9]	1335
		1	[0.95, 0.1, 0.5]	2626	[0.95, 0.95, 0.9]	1134
		2	[0.02, 6, 0.95]	3046	[0.02, 9, 0.9]	1143
ВМРК-4(5) Дормана—Принса	7	1	[0.85, 0.1, 0.7]	2849	[0.95, 0.95, 0.95]	1259
		2	[0.02, 4, 0.95]	2963	[0.02, 5, 0.9]	1267
ВМРК-5(6) Фельберга	8	1	[0.8, 0.1, 0.5]	2962	[0.9, 0.75, 0.95]	1111
		2	[0.02, 7, 0.7]	2988	[0.02, 12, 0.9]	1109
		1	[0.85, 0.1, 0.7]	2729	[0.9, 0.65, 0.95]	1111
ВМРК-5(6) Вернера		2	[0.02, 5, 0.9]	2910	[0.02, 12, 0.9]	1109
		1	[0.75, 0.1, 0.85]	2638	[0.95, 0.45, 0.95]	978
ВМРК-5(6) Вернера (оптимальный)		2	[0.02, 7, 0.65]	2845	[0.2, 12, 0.9]	980
		1	[0.75, 0.75, 0.55]	3631	[0.95, 0.95, 0.9]	1096
ВМРК-5(6) Хайрера		2	[0.02, 3, 0.7]	3648	[0.02, 11, 0.85]	1104
	ВМРК-5(6) Бутчера	1	[0.7, 0.1, 0.85]	2481	[0.95, 0.9, 0.95]	967
2		[0.02, 7, 0.65]	2886	[0.02, 12, 0.9]	968	

дели СИФУ-ТПН-АД на интервале $t \in [0, T_y^{\max}]$ (где $T_y^{\max}$ — наибольшая длительность переходного процесса для всех $\alpha \in [80, 120]$) с использованием встроенной функции *ode45* ("MATLAB 7.0"®) и гибридного алгоритма с оптимальными параметрами алгоритмов управления шагом.

При проведении численного эксперимента диапазон изменения угла управления $\alpha \in [80; 120]$ совпадает с типичным диапазоном изменения угла управления в симметричном ТПН с синхронизацией по напряжению сети [1]. Параметры схемы замещения соответствуют АД 4A225M4Y3 (номинальная мощность $P_{\text{ном}} = 55$ кВт). Графики, приведенные на рис. 2, демонстрируют сокращение временных затрат на моделирование динамики СИФУ-ТПН-АД с использованием гибридного алгоритма с оптимизированными коэффициентами по сравнению со временем решения аналогичной задачи при использовании встроенной функции *ode45*. В зависимости от значения угла управления α затраты машинного времени могут быть сокращены с 23,3 до 46,5 % при среднем значении 42,1 % на интервале $\alpha \in [80, 120]$.

Заключение

Применение гибридного алгоритма с оптимизированными законами управления шагом каждого субалгоритма позволяет существенно сократить время интегрирования полной модели СИФУ-ТПН-АД

по сравнению с результатом решения аналогичной задачи с использованием встроенной функции *ode45* ("MATLAB 7.0"®). В первую очередь, это достигается за счет аргументированного выбора коэффициентов алгоритмов управления шагом интегрирования для каждой конкретной СОДУ. В связи с этим развитие гибридных алгоритмов представляется перспективным и может, например, проходить в направлении применения более производительных алгоритмов оптимизации по сравнению с методом линейного поиска, использованного в данной работе.

Список литературы

1. Колоколов Ю. В., Моновская А. В., Мелихов А. Ю. Гибридный алгоритм моделирования динамики импульсных систем преобразования энергии большой размерности. Часть 1. Разработка гибридного алгоритма // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 1. С. 27—34.
2. Nonlinear phenomena in power electronics. Attractors, bifurcation, chaos, and nonlinear control / Edited by S. Banerjee, G. Verghese. IEEE Press, New York, 2001. 441 p.
3. Колоколов Ю. В., Мелихов А. Ю., Цуканов В. Г. Математическая модель асинхронного двигателя при несимметричном подключении к сети. // Матер. 2-й междунар. науч.-техн. конф. "Информационные технологии в науке, образовании и производстве". 25—26 мая 2006 г. Орел, 2006. С. 67—69.
4. Butcher J. C. Numerical Methods for Ordinary Differential Equations Chichester: John Wiley & Sons, 2003. 425 p.
5. Verner J. A. Classification Scheme for Studying Explicit Runge-Kutta Pairs Canada: Queen's University at Kingston, 1992. 25 p.
6. Hoffman D. Numerical Methods for Engineers and Scientists. New York: Marcal Dekker. Inc., 2001. 823 p.
7. Vemer J. A. Contrast of a New RK56 pair with DP56 Canada: Department of Mathematics. PIMS. Simon Fraser University, 2005. 14 p.

УДК 004.325.3

М. А. Габидулин, канд. техн. наук, доц.,
МИРЭА (ТУ), Москва

Синтез фотоэлектрического цифрового преобразователя угла и скорости, встраиваемого в исполнительный электродвигатель

Решена задача проектирования фотоэлектрического цифрового преобразователя угла и скорости на основе растрового синусно-косинусного преобразователя. Получены соотношения, обеспечивающие компенсацию влияния вариации зазора между растрами и минимизацию внутришаговой погрешности из-за неортогональности и неравенства амплитуд синусного и косинусного сигналов. Это позволяет разработать встроенную в исполнительный электродвигатель конструкцию датчика, малочувствительную к погрешностям изготовления и эксплуатации.

Введение

Повышение эффективности производственных процессов требует модернизации и разработки новых, более совершенных средств автоматизации, к числу которых относятся металлорежущие станки с ЧПУ, промышленные роботы и манипуляторы, транспортные системы и другие компоненты гибкого автоматизированного производства. Особую актуальность приобретают вопросы повышения точности, динамических, надежностных, массогабаритных и других параметров цифровых электроприводов, являющихся одним из важнейших и ответственных элементов систем управления технологическим оборудованием. Создание таких приводов предъявляет повышенные требования ко всем компонентам, в том числе и к преобразователям перемещений.

Одним из направлений в совершенствовании цифровых электроприводов является создание датчиков обратной связи по положению и скорости, конструктивно объединенных с исполнительным электродвигателем в информационно-силовой модуль [1]. Для этих целей значительный интерес представляют инкрементные фотоэлектрические цифровые преобразователи перемещений, превосходящие другие типы преобразователей по точности, быстродействию и технологичности [2–4]. Однако теоретические основы проектирования таких преобразователей до сих пор не разработаны, что препятствует их созданию [5, 6].

Для измерительных элементов, интегрируемых с силовыми элементами, актуально создание встроенной конструкции датчика угла, малочувствительной к технологическим погрешностям. В данной статье указанная задача решается путем оптимизации геометрии и параметров считывающей систе-

мы фотоэлектрического цифрового преобразователя угла и скорости, построенного на основе растрового синусно-косинусного преобразователя. Полученные соотношения обеспечивают компенсацию влияния вариации зазора между растрами и минимизацию внутришаговой погрешности из-за неортогональности и неравенства амплитуд синусного и косинусного сигналов. Это позволяет разработать встроенную конструкцию датчика, малочувствительную к погрешностям, возникающим при изготовлении и эксплуатации, и, в частности, к радиальному и осевому биению подшипников исполнительного электродвигателя.

Обобщенная структура преобразователя

Формирование канала преобразования скорости при использовании инкрементных преобразователей угла базируется на дифференцировании угла по времени, которое может быть выполнено методами прямой или обратной функций преобразования [3]. Однако в случае формирования канала за счет умножения пространственной частоты сигналов растрового синусно-косинусного преобразователя (СКП) более целесообразно аналого-цифровое преобразование угловой скорости методом прямой функции. Его преимуществами являются постоянство частоты дискретизации отсчетов скорости и простота реализации [7].

Обобщенная структурная схема фотоэлектрического цифрового преобразователя угла и скорости, разработанная [8] с учетом максимального совмещения функций блоков для их использования, как в канале преобразования угла, так и скорости показана на рис. 1. Она состоит из растрового СКП, датчика маркерных импульсов (ДМИ), умножителя пространственной частоты (УПЧ), формирователя импульсов единичных приращений (ФЕП) и блока стробирования (БС) [9–11].

Преобразователь работает следующим образом. Блок СКП формирует на своих выходах пространственные синусно-косинусные сигналы $U_s = U_0 \sin \varphi$ и $U_c = U_0 \cos \varphi$, где U_0 — амплитуда, $\varphi = N_\pi \alpha$ — пространственная фаза сигналов; α — преобразуемое угловое перемещение; N_π — коэффициент элек-

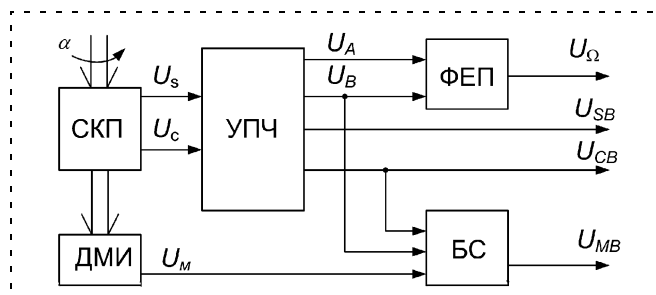


Рис. 1. Структурная схема фотоэлектрического цифрового преобразователя угла и скорости

трической редукции СКП, равный числу штрихов измерительного раstra.

Блок УПЧ преобразует синусно-косинусные сигналы СКП в сигналы U_A и U_B прямоугольной формы, сдвинутые друг относительно друга по фазе на 90° . Их пространственная частота превышает пространственную частоту сигналов СКП в $N_{УПЧ}$ раз, где $N_{УПЧ}$ — коэффициент умножения пространственной частоты. Выходные сигналы блока УПЧ поступают на блок ФЕП, формирующий импульсы единичных приращений U_Ω на каждое приращение угла α , равное шагу квантования угла в канале преобразования скорости. Сигнал U_Ω является выходным сигналом канала преобразования скорости.

Кроме того, блок УПЧ вырабатывает еще два ортогональных сигнала прямоугольной формы U_{SB} и U_{CB} с коэффициентом умножения пространственной частоты, равным единице. Эти два сигнала являются выходными сигналами канала инкрементного преобразования угла. Выходным сигналом канала преобразования угла является также маркерный сигнал U_{MB} , фиксирующий нулевое положение вала. Данный сигнал образуется путем стробирования первичного маркерного сигнала U_M , формируемого ДМИ, импульсными сигналами U_{SB} и U_{CB} .

Для обеспечения заданного числа импульсов на оборот N преобразователя скорости должно выполняться соотношение $N = N_\Pi N_{УПЧ} N_{ФЕП}$, где $N_{УПЧ}$ — коэффициент умножения пространственной частоты; $N_{ФЕП}$ — коэффициент формирования импульсов единичных приращений.

Параметры $N_{УПЧ}$ и $N_{ФЕП}$ определяются числом уровней квантования АЦП пространственной фазы (АЦПФ), используемого для построения блока УПЧ, равным $N_A = N_{УПЧ} N_{ФЕП}$. Поскольку для достижения максимального быстродействия целесообразно использовать параллельный АЦПФ, для обеспечения приемлемой сложности блока УПЧ должно соблюдаться условие $N_A \leq 100$ [4]. Выбор N_Π проводится исходя из компромисса между требованиями к разрешающей способности преобразователя и требованиями к быстродействию фотодетекторов и погрешностям изготовления датчика.

Анализ технологических погрешностей и точностный синтез СКП

В целях выбора основных геометрических параметров СКП рассмотрим функцию пропускания растрового сопряжения по первой гармонике [12], имеющую вид

$$\tau_{p.c} = \frac{a_2 \tau_1}{T_{p.лин.2}} + A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{p.лин.1}} \left(x_0 - x_{0c} \left(1 - \frac{h}{L}\right) - x_{0и} \frac{h}{L}\right)\right), \quad (1)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{2a_2 \tau_1}{T_{p.лин.2}} Sa(\pi \tau_1) Sa(\pi \tau_2) Sa(\pi \tau_3) \frac{\sin \pi \tau_4}{r \sin \frac{\pi \tau_4}{r}} -$$

амплитуда первой гармоники функции пропускания; τ_1 — относительное значение ширины a_1 штриха измерительного раstra, $\tau_1 = \frac{a_1}{T_{p.лин.1}}$; τ_2 — относительное значение ширины a_2 штриха индексного раstra, $\tau_2 = \left(1 - \frac{h}{L}\right) \frac{a_2}{T_{p.лин.1}}$; τ_3 — коэффициент влияния протяженности $a_{и}$ источника излучения вдоль направления перемещения, $\tau_3 = \frac{a_{и} h}{L T_{p.лин.1}}$; τ_4 — коэффициент влияния разности шагов измерительного и индексного растров (с учетом эффекта ноууса), $\tau_4 = r \left(\Delta_\Pi - h \frac{1 + \Delta_\Pi}{L}\right)$; $T_{p.лин.1}$, $T_{p.лин.2}$ — значения линейного шага штрихов измерительного и индексного растров; x_0 , x_{0c} , $x_{0и}$ — смещение вдоль направления перемещения измерительного, индексного растров и источника излучения соответственно; h — зазор между растрами; r — число штрихов индексного раstra; $\Delta_\Pi = \frac{T_{p.лин.2} - T_{p.лин.1}}{T_{p.лин.1}}$; L — расстояние между источниками излучения и индексным растром.

Проанализируем влияние измерения зазора Δh на амплитуду первой гармоники функции пропускания (1). Нетрудно показать, что в первом приближении амплитуда описывается выражением

$$A_1 \approx A_{10} \left(1 - \frac{\pi^2}{3} (\tau_3 \Delta \tau_3 + \tau_4 \Delta \tau_4)\right), \quad (2)$$

где A_{10} — амплитуда при номинальном значении зазора $h = h_0$; $\Delta \tau_3$, $\Delta \tau_4$ — приращение τ_3 и τ_4 за счет приращения h на величину Δh ; $\Delta \tau_3 = \frac{a_{и} \Delta h}{L T_{p.лин.1}}$; $\Delta \tau_4 = -\frac{r(\Delta_\Pi + 1)}{L} \Delta h$. Отсюда получаем условие инвариантности величины A_1 по отношению к изменению зазора:

$$\tau_3 \Delta \tau_3 + \tau_4 \Delta \tau_4 = 0$$

или

$$r \tau_4 = \frac{a_{и} \tau_3}{T_{p.лин.1}}. \quad (3)$$

Таким образом, выбор параметров в соответствии с (3) позволяет устранить (в первом приближении)

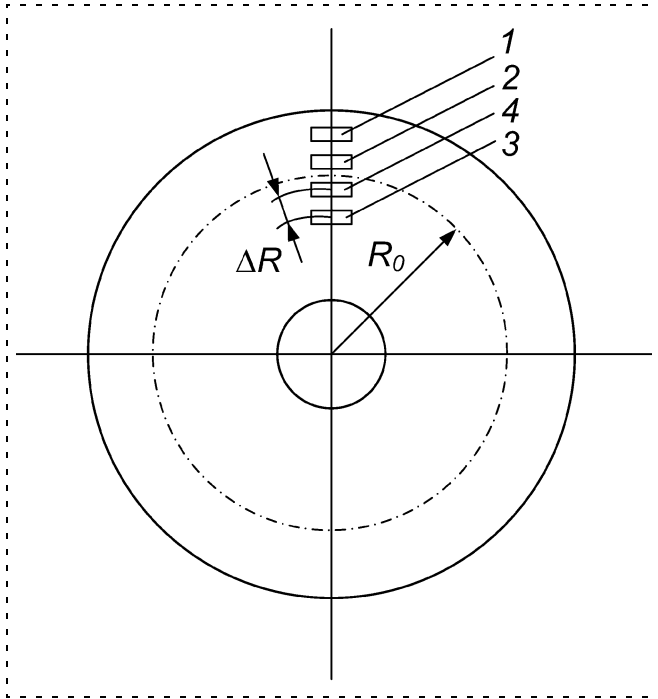


Рис. 2. Расположение растровых сопряжений на индексном растре СКП:
1, ..., 4 — окна считывающих диафрагм растровых сопряжений 1, ..., 4

влияние вариации зазора на изменение амплитуды первой гармоники функции пропускания (1).

Рассмотрим влияние технологических погрешностей на фазовую погрешность СКП. Для случая расположения растровых сопряжений, показанного на рис. 2, имеем согласно (1), (2) и (3)

$$\tau_{p.ci} = \frac{a_2}{T_{p.лин.2}} + A_{10} \cos \frac{N_{\pi}}{R_i} \left(x_{0i} - x_{0ci} \left(1 - \frac{h_i}{L} \right) - x_{0и} \frac{h_i}{L} \right), \quad (4)$$

где

$$h_i = h_0 + \Delta h_0 + R_i (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi}); \quad (5)$$

$$x_{0i} = R_i \alpha + e_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_e), \quad x_{0ci} = x_{0c.pi} + e_{\pi}; \quad (6)$$

$$x_{0c.pi} = \frac{\pi(i-1)R_i}{2N_{\pi} \left(1 - \frac{h_0}{L} \right)}; \quad R_i = R_0(1 + \delta R_i). \quad (7)$$

Здесь α — величина преобразуемого углового перемещения измерительного растра; Δh_0 — осевой люфт; γ_{π} , γ_{π} — угловой перекося (неперпендикулярность) плоскости подвижного измерительного растра к оси вращения; e_{π} , e_{π} — эксцентриситет измерительного растра и проекция эксцентриситета индексного растра на ось, перпендикулярную линии считывания; α_{π} , α_e — начальная фаза

перекося и эксцентриситета измерительного растра; $x_{0c.pi}$ — расчетное смещение индексного растра i -го сопряжения, обеспечивающее требуемый сдвиг по фазе; R_0 , δR_i — начальное значение радиуса и относительное отклонение среднего радиуса расположения i -го растрового сопряжения относительно начального значения.

Подставляя (5)–(7) в (4), имеем

$$\tau_{p.ci} \approx \frac{a_2 \tau_1}{T_{p.лин.2}} + A_{10} \cos \left(N_{\pi} \left(\alpha + \frac{1 - \delta R_i}{R_0} \left(e_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_e) - e_{\pi} \left(1 - \frac{h_0 - \Delta h_0}{L} \right) \right) - x_{0и} \frac{h_0 - \Delta h_0}{L} \right) + \frac{e_{\pi} - x_{0и}}{L} (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi}) \right) - \frac{\pi}{2} (i-1) \left(1 - \frac{\Delta h_0 + R_0 (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi})}{L} \right). \quad (8)$$

Выходные сигналы СКП могут быть представлены в виде

$$U_s = C(\tau_{p.c2} - \tau_{p.c4});$$

$$U_c = C(\tau_{p.c1} - \tau_{p.c3})$$

или с учетом (8)

$$U_s = 2CA_{10} \cos \left(N_{\pi} \frac{\delta R_4 - \delta R_2}{2} \Delta_e - \frac{\pi}{2} \frac{\Delta h_0 + R_0 (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi})}{L} \right) \sin \left(N_{\pi} \left(\alpha + \left(1 - \frac{\delta R_2 + \delta R_4}{2} \right) \Delta_e + \frac{e_{\pi} - x_{0и}}{L} (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi}) \right) + \pi \frac{\Delta h_0 + R_0 (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi})}{L} \right); \quad (9)$$

$$U_c = 2CA_{10} \cos \left(N_{\pi} \frac{\delta R_3 - \delta R_1}{2} \Delta_e - \frac{\pi}{2} \frac{\Delta h_0 + R_0 (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi})}{L} \right) \cos \left(N_{\pi} \left(\alpha + \left(1 - \frac{\delta R_1 + \delta R_3}{2} \right) \Delta_e + \frac{e_{\pi} - x_{0и}}{L} (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi}) \right) + \pi \frac{\Delta h_0 + R_0 (\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi})}{L} \right), \quad (10)$$

где C — постоянный коэффициент; $\Delta_e =$

$$= \frac{1}{R_0} (e_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_e) - e_{\pi} \left(1 - \frac{h_0 + \Delta h_0}{L} \right) - x_{0и} \frac{h_0 + \Delta h_0}{L}).$$

Анализ выражений (9)–(10) показывает, что рассматриваемые источники приводят к неортогональности пространственных фаз и неравенству амплитуд сигналов СКП, что порождает вторую гармонику внутришаговой составляющей его погрешности преобразования с частотой $\omega_{\pi} = 2N_{\pi}$.

Неортогональность пространственных фаз сигналов минимизируется при соблюдении соотношения $\delta R_1 + \delta R_3 = \delta R_2 + \delta R_4$ и составляет величину $\Delta\varphi_{sc} = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta h_0 + R_0(\gamma_{\pi} \sin(\alpha + \alpha_{\pi}) - \gamma_{\pi})}{L}$, а относительное неравенство амплитуд сигналов СКП — величину $\delta A = (N_{\pi} \Delta_e \delta R)^2$, где $\delta R = \frac{\Delta R}{R_0}$; ΔR — радиальный шаг расположения индексных растровых сопряжений вдоль линии считывания. Отсюда найдены соотношения для оценивания максимальных их значений и для выбора оптимального значения среднего радиуса $R_{0\text{опт}}$.

Максимальные значения $\Delta\varphi_{scm}$ и δA_m определяются выражениями

$$\Delta\varphi_{scm} = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta h_0 + 2 R_0 \gamma_m}{L}; \quad (11)$$

$$\delta A_m = \left(\frac{2 N_{\pi} e_m \Delta R}{R_0^2} \right)^2, \quad (12)$$

где e_m, γ_m — максимальные значения эксцентриситета и перекаса измерительного и индексного растров.

Известно [4], что $\Delta\varphi_{sc}$ и δA_m вызывают внутришаговую погрешность преобразования с пространственной частотой $\omega_{\pi} = 2N_{\pi}$ и максимальной амплитудой

$$\Delta_{\alpha\pi} = \frac{1}{N_{\pi}} \sqrt{\Delta\varphi_{scm}^2 + \delta A_m^2}. \quad (13)$$

Крупнопериодная составляющая погрешности СКП (амплитуда переменной составляющей среднего значения фазовой погрешности сигналов U_s и U_c), согласно (9)–(10), составляет

$$\Delta_{\alpha\kappa} \approx \frac{e_m}{R_0} + \frac{3\pi}{4N_{\pi}L} (\Delta h_0 + 2R_0\gamma_m). \quad (14)$$

Отсюда общая погрешность канала преобразования угла

$$\Delta_{\alpha} = \Delta_{\alpha\kappa} + \Delta_{\alpha\pi} + \frac{q}{2}, \quad (15)$$

где $\Delta_{\alpha\kappa}$ — крупнопериодная составляющая; $\Delta_{\alpha\pi}$ — внутришаговая составляющая; $q = \frac{2\pi}{N_{\pi}N_{\text{ФЕП}}}$ — шаг квантования в канале преобразования угла.

Погрешность канала преобразования скорости включает инструментальную составляющую, вызываемую погрешностью СКП, и погрешность дискретности:

$$\Delta\Omega = \Omega \max \frac{d\Delta_{\alpha\pi}}{d\alpha} + \Omega q, \quad (16)$$

где $\max \frac{d\Delta_{\alpha\pi}}{d\alpha} \approx Sa^2(N_{\pi}\Omega T)\omega_{\pi}\Delta_{\alpha\pi}$ — инструментальная погрешность для случая дифференцирования угла по времени методом прямой функции и ступенчатого восстановления отсчетов скорости; $\Omega q = \frac{\alpha q}{T}$ — шаг квантования угловой скорости; $\alpha q = \frac{2\pi}{N_{\pi}N_{\text{УПЧ}}N_{\text{ФЕП}}}$ — шаг квантования угла в канале преобразования скорости; T — шаг временной дискретизации отсчетов.

Анализ выражения (16) показывает, что наиболее сильно влияние инструментальной погрешности $\Delta_{\alpha\pi}$ будет сказываться на низких скоростях, где $Sa(N_{\pi}\Omega T) \approx 1$. Найдем оптимальное значение R_0 , соответствующее минимальному значению погрешности $\Delta_{\alpha\pi}$, определяющей погрешность измерения скорости. С этой целью необходимо решить уравнение

$$(\Delta_{\alpha\pi}(R_0))'_{R_0} = 0. \quad (17)$$

После подстановки в (17) выражения (13) с учетом (11), (12) и необходимых преобразований получим

$$R_0^{10} + aR_0^9 - b = 0, \quad (18)$$

$$\text{где } a = \frac{\Delta h_0}{2\lambda_m}, \quad b = (2N_{\pi}e_m\Delta R)^4 \left(\frac{2L}{\gamma_m\pi} \right)^2.$$

Разработанная теория позволяет целенаправленно осуществлять выбор параметров конструкции и точностной синтез СКП при проектировании, как показано на примере разработки преобразователя с разрешающей способностью в каналах преобразования угла и скорости 2500/100 000 имп/об.

Проектирование преобразователя с разрешающей способностью в каналах преобразования угла и скорости 2500/100 000 имп/об

Численное решение уравнения (18) путем вычисления корней многочлена $x^{10} + ax^9 - b$ с помощью функции *roots* системы *MatLab* для случая $\Delta h_0 = 0,1$ мм, $\gamma_m = 0,001$, $N_{\pi} = 2500$, $e_m = 25$ мкм, $\Delta R = 1$ мм, $L = 13,6$ мм дало значение $R_{0\text{опт}} = 38,9$ мм. Выбор параметров, входящих в выражения для коэффициентов a и b , проведен исходя из точностного синтеза.

Рассмотрим порядок выбора остальных геометрических параметров СКП. Шаг штрихов измерительного раstra выбирается согласно

$$T_{\text{р. лин. 1}} = \frac{2\pi R_{0\text{опт}}}{N_{\pi}},$$

что составляет $T_{\text{р. лин. 1}} = 97,8$ мкм.

Значение зазора h_0 выбирается из уравнения $h_0 = \frac{L T_{р.лин.1} \tau_3}{a_{и}}$. Принимая $\tau_3 = \frac{1}{3}$, что обеспечивает подавление третьей пространственной гармоники сигналов СКП, и учитывая, что $a_{и} = 1$ мм, имеем $h_0 = 0,44$ мм.

Число штрихов индексного раstra r выбирается в соответствии с выражением $r = \frac{\tau_3 a_{и}}{\tau_4 T_{р.лин.1}}$. Принимая $\tau_4 = 0,2$, что обеспечивает подавление пятой пространственной гармоники, имеем $r = 17$.

Величина $T_{р.лин.2}$ определяется по формуле

$$T_{р.лин.2} = T_{р.лин.1}(1 + \Delta_{п}),$$

где $\Delta_{п} \approx \frac{h_0}{L} + \frac{\tau_4}{r}$, и равна $T_{р.лин.2} = 102,1$ мкм.

Значения τ_1 и τ_2 выбираются одинаковыми и равными $\tau_1 = \tau_2 = 0,5$, что обеспечивает двукратное подавление четных гармоник сигналов СКП, при этом

$$a_1 = \tau_1 T_{р.лин.1}, a_2 = \frac{\tau_2 T_{р.лин.1}}{1 - \frac{h_0}{L}}. \text{ Отсюда } a_1 = 48,9 \text{ мкм},$$

$$a_2 = 50,5 \text{ мкм}.$$

Выполнение равенства $\delta R_1 + \delta R_3 = \delta R_2 + \delta R_4$ обеспечивается распределением радиусов расположения растровых сопряжений, как показано на рис. 2: $\delta R_1 = -\delta R_3 = 1,5\delta R$, $\delta R_2 = -\delta R_4 = 0,5\delta R$.

С учетом полученных значений параметров рассчитываются значения линейных смещений индексных растров $x_{0с.рi}$.

На рис. 3 приведен график зависимости индекса m амплитудной модуляции от зазора h . График

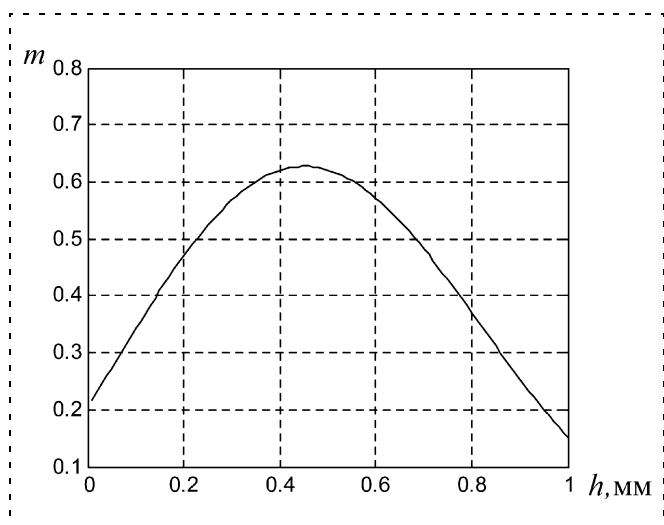


Рис. 3. Зависимость индекса m амплитудной модуляции от зазора h

имеет четко выраженный экстремум в точке $h_0 = 0,44$ мм, где нестабильность амплитуды не превышает $\pm 2,2$ % при вариациях зазора в пределах $0,34 \dots 0,54$ мм.

В канале преобразования угла для выбранных значений параметров наиболее значимыми являются крупнопериодная погрешность 2,3' и погрешность дискретности 1,1'. Отсюда общая погрешность согласно расчету не должна превышать 3,4'.

В канале преобразования скорости наиболее сильное влияние внутришаговой составляющей. Она в $2N_{п}$ раз больше по величине, чем в канале преобразования угла, и определяет относительную погрешность на низких и инфранизких скоростях, не превышающую для выбранных значений параметров 0,02. При $\Omega > 0,2 \text{ с}^{-1}$ погрешность определяется практически только погрешностью дискретности канала.

Список литературы

1. Домрачев В. Г., Смирнов Ю. С. Цифроаналоговые системы позиционирования (Электромехатронные преобразователи). М.: Энергоатомиздат, 1990.
2. Фотоэлектрические преобразователи информации / Л. Н. Преснухин, В. С. Шаньгин, С. А. Майоров, И. В. Мескин. Под ред. Л. Н. Преснухина. М.: Машиностроение, 1974.
3. Вульвет Дж. Датчики в цифровых системах / Пер. с англ. под ред. А. С. Яроменка. М.: Энергоиздат, 1981.
4. Высокоточные преобразователи угловых перемещений / Э. Н. Асиновский, А. А. Ахметжанов, М. А. Габидулин и др. Под общ. ред. А. А. Ахметжанова. М.: Энергоатомиздат, 1986.
5. Домрачев В. Г. и др. Схемотехника цифровых преобразователей перемещений: Справоч. пособ. М.: Энергоатомиздат, 1987.
6. Габидулин М. А., Гольденберг М. П., Коломиец Л. Н., Лейбович И. Д. Разработка и исследование фотоэлектрических преобразователей угла и скорости для электроприводов систем цифровой магнитной записи // Тезисы докл. Всесоюз. н.-т. семинара по электромехатронике. Л.: ЛЭТИ, 1989. С. 79–80.
7. Новицкий П. В., Кнорринг В. Г., Гутников В. С. Цифровые приборы с частотными датчиками. Л.: Энергия. Ленингр. отд-ние, 1978.
8. Габидулин М. А., Арутюнян В. Ш., Лейбович И. Д., Михалев Ю. Н., Панин Г. Д., Титов С. В. Фотоэлектрический цифровой преобразователь угла и угловой скорости // Координатно-чувствительные фотоприемники и оптико-электронные устройства на их основе. Сб. тез. докл. 4-го Всесоюз. совещ. Барнаул: АлтПИ, 1987. Ч. II. С. 185.
9. А. С. 1443176 (СССР). Преобразователь перемещения в код / М. А. Габидулин, И. А. Погосян, А. С. Даниэлян, С. С. Карапетян, И. Д. Лейбович, А. В. Арутюнян // БИ. 1988. № 45.
10. А. С. 887929 (СССР). Устройство для измерения перемещения объектов / М. А. Габидулин, Г. Е. Рязанцев, А. М. Чентемиров // БИ. 1981. № 45.
11. А. С. 1248066 (СССР). Преобразователь перемещения в код / М. А. Габидулин, И. Д. Лейбович, А. П. Соловьев, И. С. Дуб, А. М. Чентемиров // БИ. 1986. № 28.
12. Габидулин М. А., Лейбович И. Д. Расчет функции преобразования четырехфазной считывающей системы растрового синусно-косинусного преобразователя угловых перемещений // Фотоэлектрические цифровые преобразователи угловых и линейных перемещений. Сб. тез. докл. Всесоюз. совещ.-семинара. Горис: АН АрмССР, 1988. С. 32–33.

УДК 519.8:62-56

А. С. Кулешов,
МГУ им. М. В. Ломоносова

Математические модели движения скейтборда

Построено несколько математических моделей, описывающих движение человека на роликовой доске — скейтборде в предположении, что управление скейтбордом со стороны райдера — человека, катающегося на скейтборде, отсутствует. Уравнения движения каждой модели построены в форме уравнений Аппеля. Проведен анализ этих уравнений, в частности, для каждой из моделей скейтборда изучено влияние различных параметров модели на ее динамику.

Введение

В настоящее время скейтбординг — искусство катания на скейтборде — является одним из самых популярных видов спорта [1]. Тем не менее, серьезных исследований, касающихся динамики и устойчивости движения скейтборда, практически нет. В конце 70-х — начале 80-х годов прошлого века появились две статьи М. Хаббарда [2, 3], в которых были построены и исследованы несколько математических моделей, описывающих движение райдера

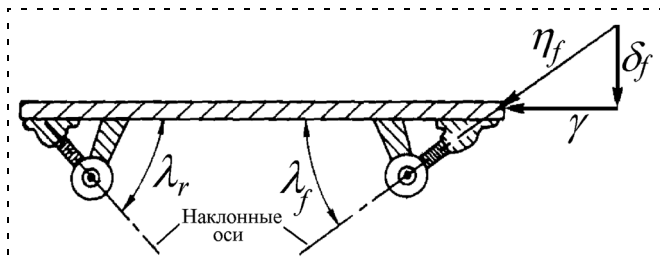


Рис. 1. Скейтборд: вид сбоку

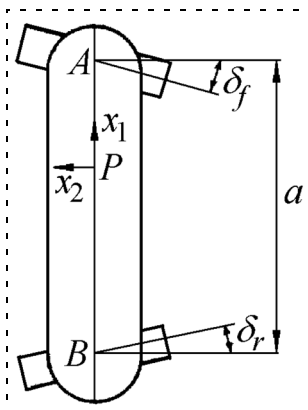


Рис. 2. Скейтборд: вид сверху

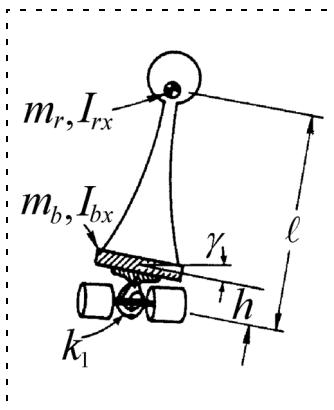


Рис. 3. Скейтборд: вид сзади

на скейтборде. Для получения уравнений движения в этих работах использовались общие теоремы динамики. В данной статье развиваются и уточняются модели скейтборда, предложенные в [2, 3], с использованием уравнений Аппеля.

Помимо исследований, проведенных в [2, 3], следует упомянуть также статью Ю. Г. Исполова и Б. А. Смольникова [4], а также появившуюся сравнительно недавно работу [5], в которой также были рассмотрены различные математические модели скейтборда. Однако предложенная в [4] модель скейтборда является двумерной, тогда как в работах [2, 3] рассматривались исключительно трехмерные модели, представляющие больший интерес. Что же касается работы [5], то в ней дан лишь краткий обзор результатов, полученных в [2, 3].

Обычный скейтборд состоит из доски, двух подвесок, соединяющих колеса с доской, и четырех колес (рис. 1). Современные доски обычно имеют размеры 78...83 см в длину, 17...21 см в ширину и толщину 1...2 см. Кроме размеров доски различаются по конкейву (прогибу), которым определяется, для каких целей предназначен скейтборд. Если основная цель заключается в возможности выполнять сложные трюки, то лучше использовать более гибкую доску. Более жесткую доску следует использовать при катании на больших скоростях (например, при скатывании с горы).

Колеса скейтборда обычно изготавливаются из уретана, обеспечивающего хорошее взаимодействие с асфальтом даже при наличии выбоин. Колеса укреплены на осях с помощью подшипников для уменьшения трения качения.

Наиболее существенными элементами скейтборда являются подвески, с помощью которых оси колес крепятся к доске. Вращение как передней, так и задней колесной пары происходит вокруг соответствующих наклонных осей — пивотов (рис. 1). Это приводит к тому, что всякий раз, когда доска не параллельна плоскости движения, колесные пары поворачиваются на соответствующие углы относительно вертикальной оси, перпендикулярной плоскости движения (рис. 2). Райдер управляет скейтбордом, используя эту зависимость между углом наклона доски и углами поворота колесных пар. Ниже мы дадим более точное описание данного эффекта. Предположим также, что в случае наклона доски возникает восстанавливающий момент, приводящий доску в первоначальное положение и пропорциональный углу наклона доски. Такой момент может возникать, например, если доска соединена с колесами с помощью торсионных пружин (рис. 3).

Простейшая модель скейтборда с одной степенью свободы

Предположим, что райдер, стоящий на скейтборде, представляет собой твердое тело, остающееся перпендикулярным к плоскости доски во все время движения. Следовательно, при наклоне доски на некоторый угол γ райдер отклоняется от вертикали на тот же угол (рис. 3).

Введем неподвижную систему координат $OXYZ$ с началом в некоторой точке O плоскости, по которой движется скейтборд, и осью OZ , перпендикулярной плоскости движения. Единичные векторы системы $OXYZ$ обозначим соответственно e_X, e_Y, e_Z .

Пусть точки A и B — середины осей передних и задних колес скейтборда. Пусть расстояние $AB = a$ (рис. 2, 4). Положение отрезка AB относительно неподвижной системы координат $OXYZ$ определяется координатами X, Y его середины и углом θ , который данный отрезок образует с неподвижной осью OX (рис. 4).

При наклоне доски на угол γ ось передней колесной пары поворачивается на угол δ_f по часовой стрелке, а ось задней колесной пары поворачивается на угол δ_r против часовой стрелки (см. рис. 2). Предположим, что скейтборд движется таким образом, что его колеса не могут проскальзывать в направлении, перпендикулярном плоскости колеса. Это требование приводит к тому, что на систему накладываются две неголономные связи, подобные тем, что имеют место при движении саней Чаплыгина [4, 6, 7]:

$$\begin{aligned} -\dot{X} \sin(\theta - \delta_f) + \dot{Y} \cos(\theta - \delta_f) + \frac{a}{2} \dot{\theta} \cos \delta_f &= 0; \\ -\dot{X} \sin(\theta + \delta_r) + \dot{Y} \cos(\theta + \delta_r) - \frac{a}{2} \dot{\theta} \cos \delta_r &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Разрешив уравнения связей (1) относительно $\dot{X}$ и $\dot{Y}$, получим

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -\frac{a\dot{\theta}}{2\sin(\delta_f + \delta_r)} [\cos \delta_f \cos(\theta + \delta_r) + \cos \delta_r \cos(\theta - \delta_f)]; \\ \dot{Y} &= -\frac{a\dot{\theta}}{2\sin(\delta_f + \delta_r)} [\cos \delta_f \sin(\theta - \delta_r) + \cos \delta_r \sin(\theta - \delta_f)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Скорости точек A и B при этом будут направлены горизонтально и перпендикулярно осям колес. Покажем, что в таком случае на отрезке AB существует точка P , скорость которой направлена вдоль прямой AB . Для этого введем три единичных вектора e_1, e_2 и e_3 : вектор e_1 направлен по прямой AB в сторону движения, вектор e_3 совпадает по направлению с вектором e_Z неподвижной системы координат, а вектор e_2 направлен перпендикулярно e_1 так, чтобы векторы e_1, e_2 и e_3 образовывали правую

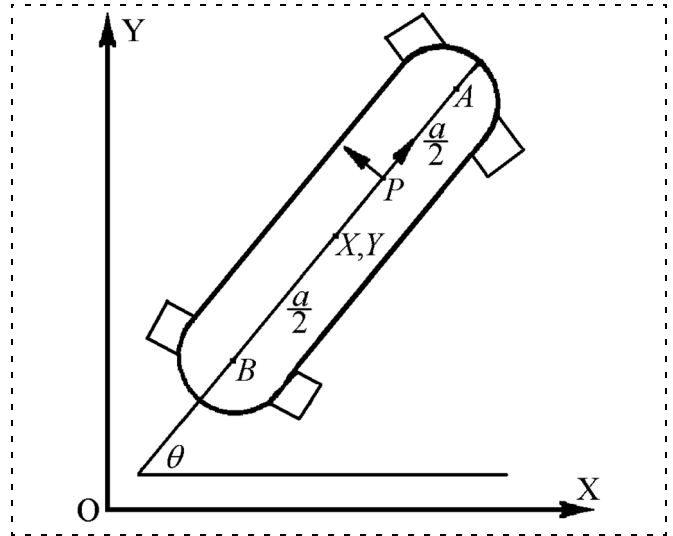


Рис. 4. Система координат $OXYZ$

тройку. Скорость точки A в разложении по векторам e_1, e_2, e_3 имеет вид

$$\begin{aligned} V_A &= (\dot{X} \sin \theta + \dot{Y} \cos \theta) e_1 + \\ &+ \left(\dot{Y} \cos \theta - \dot{X} \sin \theta + \frac{a}{2} \dot{\theta} \right) e_2. \end{aligned}$$

Пусть искомая точка P расположена на некотором расстоянии z от точки A , а модуль ее скорости равен u . Тогда по формуле Эйлера имеем

$$\begin{aligned} V_P + [\bar{\omega}, \overline{PA}] &= V_A; \\ ue_1 + \dot{\theta} ze_2 &= (\dot{X} \sin \theta + \dot{Y} \cos \theta) e_1 + \\ &+ \left(\dot{Y} \cos \theta - \dot{X} \sin \theta + \frac{a}{2} \dot{\theta} \right) e_2. \end{aligned}$$

Здесь $\bar{\omega} = \dot{\theta} e_3$ — угловая скорость репера e_1, e_2, e_3 . Отсюда следует, что

$$u = \dot{X} \sin \theta + \dot{Y} \cos \theta, \quad \dot{\theta} z = \dot{Y} \cos \theta - \dot{X} \sin \theta + \frac{a}{2} \dot{\theta}.$$

Подставляя в данные соотношения выражения (2) для $\dot{X}$ и $\dot{Y}$, окончательно получим

$$\begin{aligned} z &= \frac{a \sin \delta_f \cos \delta_r}{\sin(\delta_f + \delta_r)}, \quad u = -\frac{a \dot{\theta} \cos \delta_f \cos \delta_r}{\sin(\delta_f + \delta_r)}, \\ \text{т. е. } \dot{\theta} &= -\frac{u \sin(\delta_f + \delta_r)}{a \cos \delta_f \cos \delta_r}. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, мы показали, что между точками A и B действительно существует точка P , скорость которой направлена вдоль прямой AB . Поместим начала векторов e_1, e_2 и e_3 в точку P . Полученную таким образом систему координат обозначим

$Px_1x_2x_3$. В дальнейшем мы будем рассматривать движение скейтборда относительно системы $Px_1x_2x_3$.

Основываясь на конструктивных особенностях скейтборда, предположим, что угол γ наклона доски, а также углы δ_f и δ_r являются малыми, так что приближенно можно считать

$$\cos \gamma \approx 1, \cos \delta_f \approx 1, \cos \delta_r \approx 1, \\ \sin \gamma \approx \gamma, \sin \delta_f \approx \delta_f, \sin \delta_r \approx \delta_r$$

С учетом данных предположений можно переписать формулы (3) следующим образом:

$$z = \frac{a\delta_f}{\delta_f + \delta_r}, u = -\frac{a\dot{\theta}}{\delta_f + \delta_r}, \text{ т. е. } \dot{\theta} = -\frac{u(\delta_f + \delta_r)}{a}. \quad (4)$$

Заметим, что поскольку углы δ_f и δ_r не являются постоянными, то расстояние z изменяется, т. е. точка P может перемещаться по отрезку AB .

Выведем теперь соотношения, связывающие угол наклона доски с углами поворота колесных осей. Для этого воспользуемся теорией бесконечно малых поворотов, изложенной, например, в книге [8]. Рассмотрим переднюю подвеску скейтборда (см. рис. 1). Предположим, что мы осуществили бесконечно малый поворот $\bar{\eta}_f$ оси колес относительно наклонной оси — пивота. При этом ось колес повернется на угол $-\gamma$ вокруг вектора e_1 и на угол $-\delta_f$ вокруг e_3 так, как показано на рис. 1. Учитывая, что бесконечно малые повороты складываются по обычному правилу сложения векторов [8], получаем

$$\bar{\eta}_f = -\gamma e_1 - \delta_f e_3,$$

$$\text{т. е. } -\eta_f \cos \lambda_f e_1 - \eta_f \sin \lambda_f e_3 = -\gamma e_1 - \delta_f e_3,$$

где λ_f — угол наклона пивота относительно горизонтали (см. рис. 1). Из этого соотношения находим

$$\delta_f = \gamma \operatorname{tg} \lambda_f. \quad (5)$$

Аналогично для задней подвески

$$\delta_r = \gamma \operatorname{tg} \lambda_r. \quad (6)$$

С учетом связей (5) и (6) для расстояния z от точки A до точки P получаем

$$z = \frac{a\delta_f}{\delta_f + \delta_r} = \frac{a\gamma \operatorname{tg} \lambda_f}{\gamma(\operatorname{tg} \lambda_f + \operatorname{tg} \lambda_r)} = \frac{a\operatorname{tg} \lambda_f}{\operatorname{tg} \lambda_f + \operatorname{tg} \lambda_r},$$

т. е. при малых углах δ_f , δ_r и γ расстояние z можно считать постоянным, зависящим только от углов λ_f и λ_r наклона переднего и заднего пивотов к горизонтали.

Предположим, что доска скейтборда расположена на расстоянии h от прямой AB (см. рис. 3). Поскольку при наклоне доски на угол γ происходит вращение всей конструкции (доски и стоящего на ней райдера) вокруг прямой AB , то наклон доски приводит также к смещению ее продольной оси от-

носительно прямой AB . Радиус-вектор точки D на продольной оси доски, до наклона располагавшейся над точкой P , будет иметь вид

$$\overline{PD} = h \cos \gamma e_3 - h \sin \gamma e_2.$$

С учетом малости γ можно сделать вывод о том, что при наклоне доски на угол γ ее продольная ось смещается на расстояние $h\gamma$ в направлении, противоположном вектору e_2 . При малом γ выражение для радиус-вектора точки D имеет вид

$$\overline{PD} = h e_3 - h \gamma e_2.$$

Будем считать, что длина доски также равна a , центр масс C доски расположен на ее продольной оси посередине между точками крепления подвесок. Таким образом, если доска не наклонена, то ее центр масс C расположен над серединой отрезка AB на высоте h . Вектор $\overline{DC}$ из точки D в центр масс имеет вид

$$\overline{DC} = \frac{a \sin(\delta_f - \delta_r)}{2 \sin(\delta_f + \delta_r)} e_1.$$

Для нахождения абсолютной скорости центра масс доски воспользуемся формулой сложения скоростей. Радиус-вектор точки C относительно системы координат $Px_1x_2x_3$ имеет вид

$$\overline{PC} = \overline{PD} + \overline{DC} = \frac{a \sin(\delta_f - \delta_r)}{2 \sin(\delta_f + \delta_r)} e_1 - h \sin \gamma e_2 + h \cos \gamma e_3.$$

При малом γ имеем

$$\overline{PC} = \frac{a(\operatorname{tg} \lambda_f - \operatorname{tg} \lambda_r)}{2(\operatorname{tg} \lambda_f + \operatorname{tg} \lambda_r)} e_1 - h \gamma e_2 + h e_3.$$

Переносная скорость точки C имеет вид

$$V_C^{\text{пер}} = V_P + [\bar{\omega}, \overline{PC}],$$

следовательно, получаем

$$V_C^{\text{пер}} = u e_1 - \frac{u \gamma}{2} (\operatorname{tg} \lambda_f - \operatorname{tg} \lambda_r) e_2.$$

Относительная скорость точки C равна

$$V_C^{\text{отн}} = -h \dot{\gamma} e_2.$$

Таким образом, абсолютная скорость точки C определяется формулой

$$V_C = u e_1 - \left[\frac{u \gamma}{2} (\operatorname{tg} \lambda_f - \operatorname{tg} \lambda_r) + h \dot{\gamma} \right] e_2. \quad (7)$$

Перейдем к вычислению скорости центра масс райдера. Для большей общности предположим, что

райдер стоит не в центре доски, а на ее продольной оси в точке E на расстоянии d от переднего конца доски. Пусть центр масс райдера находится в точке R , высота которой над точкой P равна l . Вектор $\overline{DE}$ имеет вид

$$\overline{DE} = \frac{(a-d)\sin\delta_f\cos\delta_r - d\sin\delta_r\cos\delta_f}{\sin(\delta_f + \delta_r)} \mathbf{e}_1.$$

Следовательно, радиус-вектор точки R равен

$$\overline{PR} = \frac{(a-d)\sin\delta_f\cos\delta_r - d\sin\delta_r\cos\delta_f}{\sin(\delta_f + \delta_r)} \mathbf{e}_1 - l\sin\gamma \mathbf{e}_2 + l\cos\gamma \mathbf{e}_3.$$

При малом γ имеем

$$\overline{PR} = \frac{(a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r}{\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r} \mathbf{e}_1 - l\gamma \mathbf{e}_2 + l\mathbf{e}_3.$$

Переносная скорость точки R выражается формулой

$$\mathbf{V}_R^{\text{пер}} = u\mathbf{e}_1 - \frac{u\gamma}{a}((a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r)\mathbf{e}_2.$$

Относительная скорость этой точки равна

$$\mathbf{V}_R^{\text{отн}} = -l\dot{\gamma} \mathbf{e}_2,$$

и, следовательно, абсолютная скорость точки R

$$\mathbf{V}_R = u\mathbf{e}_1 - \left[\frac{u\gamma}{a}((a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r) + l\dot{\gamma} \right] \mathbf{e}_2. \quad (8)$$

Угловая скорость райдера, согласно постановке задачи, совпадает с угловой скоростью доски и равна

$$\bar{\Omega} = \dot{\gamma} \mathbf{e}_1 + \dot{\theta} \mathbf{e}_3 \approx \dot{\gamma} \mathbf{e}_1 - \frac{u\gamma}{a}(\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r)\mathbf{e}_3.$$

Уравнения движения данной системы построим в форме уравнений Аппеля [8, 9]. В качестве псевдоскоростей выберем переменные u и $\dot{\gamma}$. Построим теперь функцию Аппеля (энергию ускорений) данной системы. При этом воспользуемся формулой, приведенной в книге [8]:

$$S = \frac{m}{2} \mathbf{W}_C^2 + \frac{1}{2} (\Theta_C \dot{\bar{\Omega}} \dot{\bar{\Omega}}) + ([\dot{\bar{\Omega}}, \bar{\Omega}] \Theta_C \bar{\Omega}). \quad (9)$$

Здесь m — масса тела, $\mathbf{W}_C$ — ускорение центра масс тела, Θ_C — тензор инерции тела относительно центра масс, $\bar{\Omega}$ и $\dot{\bar{\Omega}}$ — угловая скорость и угловое ускорение тела соответственно. Будем считать, что направления главных осей инерции как доски, так и райдера определяются единичными векторами $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3$ системы координат $Px'_1x'_2x'_3$, получающей-

ся из системы $Px_1x_2x_3$ поворотом на угол γ вокруг вектора $\mathbf{e}_1$. Единичные векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ и $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3$ связаны между собой соотношениями $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}'_1$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}'_2\cos\gamma - \mathbf{e}'_3\sin\gamma$, $\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}'_2\sin\gamma + \mathbf{e}'_3\cos\gamma$.

Тензоры инерции доски и райдера в главных осях инерции имеют вид

$$\Theta_b = \begin{pmatrix} I_{bx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{by} & 0 \\ 0 & 0 & I_{bz} \end{pmatrix}; \quad \Theta_r = \begin{pmatrix} I_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & I_{rz} \end{pmatrix}.$$

Используя формулы (7) и (8) для абсолютной скорости центра масс доски и центра масс райдера, можно вычислить абсолютные ускорения этих точек. С учетом малости γ ускорение центра масс доски записывается следующим образом:

$$\mathbf{W}_C = \dot{u} \mathbf{e}_1 - \left[\frac{u^2\gamma}{a}(\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r) + \frac{\dot{u}\gamma + u\dot{\gamma}}{2}(\operatorname{tg}\lambda_f - \operatorname{tg}\lambda_r) + h\ddot{\gamma} \right] \mathbf{e}_2.$$

Аналогично ускорение центра масс райдера имеет вид

$$\mathbf{W}_R = \dot{u} \mathbf{e}_1 - \left[\frac{u^2\gamma}{a}(\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r) + \frac{\dot{u}\gamma + u\dot{\gamma}}{a}((a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r) + l\ddot{\gamma} \right] \mathbf{e}_2.$$

Угловое ускорение системы можно записать так:

$$\dot{\bar{\Omega}} = \ddot{\gamma} \mathbf{e}_1 - \frac{\dot{u}\gamma + u\dot{\gamma}}{a}(\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r)\mathbf{e}_3.$$

Используя формулы, связывающие векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ с векторами главных осей $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3$, получим для $\dot{\bar{\Omega}}$ выражение

$$\dot{\bar{\Omega}} = \ddot{\gamma} \mathbf{e}'_1 - \frac{\dot{u}\gamma + u\dot{\gamma}}{a}(\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r)\mathbf{e}'_3.$$

Подставляя все полученные выражения в формулу (9) для энергии ускорений, получим

$$S = \frac{m_b + m_r}{2} \dot{u}^2 + \frac{I_{bx} + I_{rx} + m_b h^2 + m_r l^2}{2} \ddot{\gamma}^2 + \frac{u^2}{a} (m_b h + m_r l)(\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r) \ddot{\gamma} \gamma + \left[\frac{m_b h}{2}(\operatorname{tg}\lambda_f - \operatorname{tg}\lambda_r) + \frac{m_r l}{a}((a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r) \right] (\dot{u}\gamma + u\dot{\gamma}) \ddot{\gamma}.$$

Здесь m_b — масса доски, а m_r — масса райдера. Потенциальная энергия системы состоит из потенциала сил тяжести доски и райдера и потенциала упругих сил, возникающего за счет наличия торсионной пружины жесткости k_1 , соединяющей ось колес с подвеской. Таким образом,

$$V = \frac{k_1 \gamma^2}{2} + m_b g h \cos \gamma + m_r g l \cos \gamma \approx (m_b h + m_r l) g + \frac{k_1 - m_b g h - m_r g l}{2} \gamma^2.$$

Уравнения Аппеля, описывающие динамику данной модели скейтборда, имеют вид

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{u}} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial \dot{\gamma}} = -\frac{\partial V}{\partial \dot{\gamma}}.$$

В явном виде эти уравнения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= 0; \\ (I_{bx} + I_{rx} + m_b h^2 + m_r l^2) \ddot{\gamma} + \left[\frac{m_b h}{2} (\operatorname{tg} \lambda_f - \operatorname{tg} \lambda_r) + \right. \\ &+ \left. \frac{m_r l}{a} ((a-d) \operatorname{tg} \lambda_f - d \operatorname{tg} \lambda_r) \right] u \dot{\gamma} + \left[\frac{u^2}{a} (m_b h + \right. \\ &+ \left. m_r l) (\operatorname{tg} \lambda_f + \operatorname{tg} \lambda_r) + k_1 - (m_b h + m_r l) g \right] \gamma = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Следовательно, в предположении, что γ — малый угол, мы можем считать скорость u точки P постоянной и рассматривать ее как параметр во втором уравнении, описывающем закон изменения γ . Заметим, что коэффициент при $\dot{\gamma}$ включает в себя все несовершенства конструкции: с одной стороны, несимметричность подвесок скейтборда (множитель $\operatorname{tg} \lambda_f - \operatorname{tg} \lambda_r$), с другой — несимметричность постановки райдера (множитель $(a-d) \operatorname{tg} \lambda_f - d \operatorname{tg} \lambda_r$). При симметричных подвесках ($\lambda_f = \lambda_r = \lambda$) и симметричной постановке райдера ($d = a/2$) этот коэффициент обращается в нуль.

Устойчивость движения модели скейтборда с одной степенью свободы

Исследуем вопрос об устойчивости движения данной модели скейтборда. Рассмотрим второе уравнение системы (10). Для того чтобы все корни соответствующего ему характеристического уравнения имели отрицательные вещественные части, коэффициенты при γ и $\dot{\gamma}$ должны быть положи-

тельны. Таким образом, условия устойчивости движения скейтборда имеют вид

$$\left[\frac{m_b h}{2} (\operatorname{tg} \lambda_f - \operatorname{tg} \lambda_r) + \frac{m_r l}{a} ((a-d) \operatorname{tg} \lambda_f - d \operatorname{tg} \lambda_r) \right] u > 0; \quad (11)$$

$$\frac{u^2}{a} (m_b h + m_r l) (\operatorname{tg} \lambda_f + \operatorname{tg} \lambda_r) + k_1 - (m_b h + m_r l) g > 0. \quad (12)$$

Получим некоторые простейшие выводы об устойчивости движения данной модели скейтборда из анализа условий (11)–(12). Поскольку в условие (11) скорость u точки P входит как множитель, то можно сделать вывод, что устойчивость движения скейтборда зависит от направления движения. Если в одном направлении движение скейтборда будет устойчивым, то в другом — обязательно неустойчивым. Такое поведение присуще неголономным системам (см., например, [10, 11]). Если скорость точки P равна нулю, то коэффициент при $\dot{\gamma}$ обращается в нуль и второе уравнение системы (10) принимает вид

$$(I_{bx} + I_{rx} + m_b h^2 + m_r l^2) \ddot{\gamma} + [k_1 - (m_b h + m_r l) g] \gamma = 0.$$

Очевидно, что все решения данного уравнения будут иметь колебательный характер, если коэффициент упругости торсионной пружины достаточно велик, чтобы компенсировать дестабилизирующий эффект действия моментов силы тяжести.

Если скорость u не равна нулю, однако система симметрична ($\lambda_f = \lambda_r = \lambda$, $d = a/2$), то коэффициент при $\dot{\gamma}$ также обращается в нуль, а второе уравнение системы (10) принимает вид

$$(I_{bx} + I_{rx} + m_b h^2 + m_r l^2) \ddot{\gamma} + \left[k_1 + (m_b h + m_r l) \left(\frac{2u^2}{a} \operatorname{tg} \lambda - g \right) \right] \gamma = 0.$$

Таким образом, ненулевая скорость u оказывает стабилизирующее влияние на движение скейтборда. Если скейтборд статически неустойчив ($k_1 < (m_b h + m_r l) g$), то скорость u может стабилизировать его, если превысит некоторое критическое значение

$$u > u_* = \sqrt{\frac{a((m_b h + m_r l) g - k_1) \operatorname{ctg} \lambda}{2(m_b h + m_r l)}}.$$

Предположим, что $\lambda_f = \lambda_r = \lambda$, и неравенство (12) выполнено. Тогда, как следует из неравенства (11), устойчивость движения скейтборда зависит от того, где стоит райдер. Если он стоит ближе к передней подвеске ($d < a/2$), то движение будет устойчивым, а если ближе к задней подвеске ($d > a/2$) — то неустойчивым.

Модель скейтборда с двумя степенями свободы

Сделаем следующий шаг в усложнении построенной модели скейтборда. Предположим теперь, что наклон доски и наклон райдера определяются двумя независимыми координатами — углами γ и φ (рис. 5). Предположим также, что райдер соединен с доской с помощью торсионной пружины, которая создает восстанавливающий момент, по модулю равный $T = k_2(\gamma - \varphi)$. Поскольку нами исследуется случай, когда управление скейтбордом со стороны райдера отсутствует, то можно принять именно такой принцип взаимодействия райдера с доской.

Формулы для скорости и ускорения центра масс доски, а также для ее угловой скорости в данном случае будут такими же, как в системе с одной степенью свободы. Предположим, как и раньше, что райдер стоит в точке E на продольной оси доски на расстоянии d от ее переднего конца. Центр масс райдера расположен в точке R , причем расстояние $ER = l'$. Тогда радиус-вектор центра масс райдера описывается формулой

$$\overline{PR} = \frac{(a-d)\sin\delta_f\cos\delta_r - d\sin\delta_r\cos\delta_f}{\sin(\delta_f + \delta_r)} \mathbf{e}_1 - (h\sin\gamma + l'\sin\varphi)\mathbf{e}_2 + (h\cos\gamma + l'\cos\varphi)\mathbf{e}_3.$$

Считая угол φ , как и γ , малым, получаем для $\overline{PR}$ приближенное выражение

$$\overline{PR} = \frac{(a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r}{\operatorname{tg}\lambda_f + d\operatorname{tg}\lambda_r} \mathbf{e}_1 - (h\gamma + l'\varphi)\mathbf{e}_2 + l\mathbf{e}_3.$$

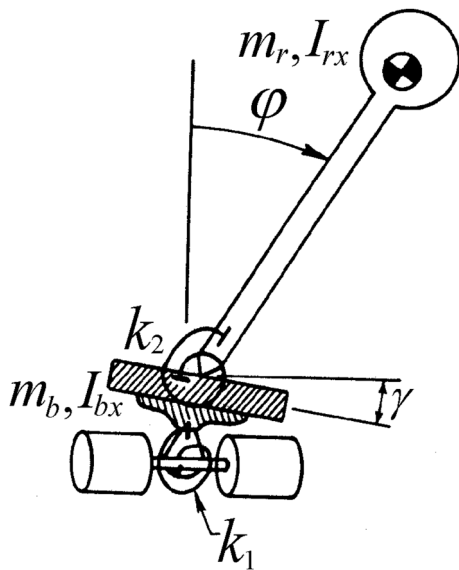


Рис. 5. Модель скейтборда с двумя степенями свободы

Переносная скорость центра масс райдера равна

$$\mathbf{V}_R^{\text{пер}} = u\mathbf{e}_1 - \frac{u\gamma}{a}((a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r)\mathbf{e}_2,$$

а его относительная скорость

$$\mathbf{V}_R^{\text{отн}} = -(h\dot{\gamma} + l'\dot{\varphi})\mathbf{e}_2.$$

Таким образом, абсолютная скорость точки R имеет вид

$$\mathbf{V}_R = u\mathbf{e}_1 - \left[\frac{u\gamma}{a}((a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r) + h\dot{\gamma} + l'\dot{\varphi} \right] \mathbf{e}_2.$$

Угловая скорость райдера в данной модели уже не совпадает с угловой скоростью доски и равна

$$\bar{\Omega}_r = \dot{\varphi}\mathbf{e}_1 + \dot{\theta}\mathbf{e}_3.$$

Зная абсолютную скорость центра масс райдера, нетрудно найти также и выражение для абсолютного ускорения центра масс:

$$\mathbf{W}_R = \dot{u}\mathbf{e}_1 - \left[\frac{u^2\gamma}{a}(\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r) + \frac{\dot{u}\gamma + u\dot{\gamma}}{a}((a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r) + h\ddot{\gamma} + l'\ddot{\varphi} \right] \mathbf{e}_2.$$

С учетом этого выражение для функции Аппеля (энергии ускорений) в данной задаче имеет вид

$$\begin{aligned} S = & \frac{m_b + m_r}{2} \dot{u}^2 + \frac{I_{bx} + (m_b + m_r)h^2}{2} \ddot{\gamma}^2 + \\ & + \frac{I_{rx} + m_r l'^2}{2} \ddot{\varphi}^2 + m_r h l' \ddot{\gamma} \ddot{\varphi} + \\ & + \frac{u^2\gamma}{a}(\operatorname{tg}\lambda_f + \operatorname{tg}\lambda_r)(m_r l' \ddot{\varphi} + (m_b + m_r)h\ddot{\gamma}) + \\ & + \frac{m_b h}{2}(\operatorname{tg}\lambda_f - \operatorname{tg}\lambda_r)(\dot{u}\gamma + u\dot{\gamma})\ddot{\gamma} + \\ & + \frac{m_r}{a}((a-d)\operatorname{tg}\lambda_f - d\operatorname{tg}\lambda_r)(\dot{u}\gamma + u\dot{\gamma})(h\ddot{\gamma} + l'\ddot{\varphi}). \end{aligned}$$

Потенциальная энергия системы состоит из потенциала сил тяжести доски и райдера и потенциала упругих сил за счет воздействия двух торсионных пружин. Таким образом,

$$\begin{aligned} V = & \frac{k_1\gamma^2}{2} + \frac{k_2(\gamma - \varphi)^2}{2} + (m_b + m_r)gh\cos\gamma + \\ & + m_r g l' \cos\varphi \approx ((m_b + m_r)h + m_r l')g + \\ & + \frac{k_1 + k_2 - (m_b + m_r)gh}{2}\gamma^2 - k_2\gamma\varphi + \frac{k_2 - m_r g l'}{2}\varphi^2. \end{aligned}$$

Уравнения Аппеля в данном случае будут записываться следующим образом:

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{u}} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial \dot{\gamma}} = -\frac{\partial V}{\partial \gamma}, \quad \frac{\partial S}{\partial \dot{\varphi}} = -\frac{\partial V}{\partial \varphi}.$$

Перепишем полученные уравнения в явном виде:

$$\dot{u} = 0; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & (I_{bx} + (m_b + m_r)h^2)\ddot{\gamma} + \left[\frac{m_b}{2}(\text{tg}\lambda_f - \text{tg}\lambda_r) + \right. \\ & + \frac{m_r}{a}((a-d)\text{tg}\lambda_f - d\text{tg}\lambda_r) \left. \right] hu\dot{\gamma} + \left[k_1 + k_2 + (m_b + m_r) \times \right. \\ & \times \left(\frac{u^2}{a}(\text{tg}\lambda_f + \text{tg}\lambda_r) - g \right) h \left. \right] \gamma + m_r h l' \ddot{\varphi} - k_2 \varphi = 0; \quad (14) \\ & (I_{rx} + m_r l'^2)\ddot{\varphi} + m_r h l' \ddot{\gamma} + \\ & + \frac{m_r l'}{a}((a-d)\text{tg}\lambda_f - d\text{tg}\lambda_r)u\dot{\gamma} + \\ & + \left[\frac{m_r l' u^2}{a}(\text{tg}\lambda_f + \text{tg}\lambda_r) - k_2 \right] \gamma + (k_2 - m_r g l')\varphi = 0. \quad (15) \end{aligned}$$

Из уравнения (13) следует, что $u = \text{const}$, и поэтому в уравнениях (14)–(15) скорость u можно считать параметром. В дальнейшем объектом нашего исследования будет именно система (14)–(15).

Устойчивость движения модели скейтборда с двумя степенями свободы

Исследуем вопрос об устойчивости нулевого решения системы (14)–(15). Ее характеристическое уравнение имеет вид

$$\det \begin{pmatrix} As^2 + Bus + C + Du^2 & Es^2 + H \\ Es^2 + H + Jus + Ku^2 & Fs^2 + G \end{pmatrix} = 0.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$A = I_{bx} + (m_b + m_r)h^2;$$

$$B = \left[\frac{m_b}{2}(\text{tg}\lambda_f - \text{tg}\lambda_r) + \frac{m_r}{a}((a-d)\text{tg}\lambda_f - d\text{tg}\lambda_r) \right] h;$$

$$E = m_r h l'; \quad C = k_1 + k_2 - (m_b + m_r)gh;$$

$$D = \frac{(m_b + m_r)h}{a}(\text{tg}\lambda_f + \text{tg}\lambda_r);$$

$$F = I_{rx} + m_r l'^2; \quad H = -k_2; \quad G = k_2 - m_r g l';$$

$$J = \frac{m_r l'}{a}((a-d)\text{tg}\lambda_f - d\text{tg}\lambda_r); \quad K = \frac{m_r l'}{a}(\text{tg}\lambda_f + \text{tg}\lambda_r).$$

Перепишем характеристическое уравнение системы (14)–(15) в явном виде:

$$b_0 s^4 + b_1 s^3 + b_2 s^2 + b_3 s + b_4 = 0; \quad (16)$$

$$b_0 = AF - E^2; \quad b_1 = (BF - JE)u;$$

$$b_2 = (DF - KE)u^2 + AG + CF - 2HE;$$

$$b_3 = (BG - HJ)u; \quad b_4 = (DG - HK)u^2 + CG - H^2.$$

Заметим, что структура коэффициентов b_1 и b_3 позволяет сделать вывод, что устойчивость движения данной модели скейтборда снова будет зависеть от направления движения. С помощью критерия Рауса-Гурвица находим условия того, что все корни характеристического уравнения (16) имеют отрицательные вещественные части:

$$b_0 > 0, \quad b_1 > 0, \quad b_2 > 0, \quad b_3 > 0, \quad b_4 > 0,$$

$$b_1 b_2 b_3 - b_0 b_3^2 - b_1^2 b_4 > 0.$$

Первое из этих условий $b_0 > 0$ всегда выполняется; действительно,

$$b_0 = AF - E^2 =$$

$$= I_{rx}(I_{bx} + (m_b + m_r)h^2) + (I_{bx} + m_b h^2)m_r l'^2 > 0.$$

Оставшиеся пять условий имеют довольно громоздкий вид. Их анализ представляет собой отдельную, весьма сложную задачу, которая здесь рассматриваться не будет.

Список литературы

1. Турскова Т. Ролики. М.: Вече, 2002. 383 с.
2. Hubbard M. Lateral Dynamics and Stability of the Skateboard // Journal of Applied Mechanics. 1979. Vol. 46. P. 931–936.
3. Hubbard M. Human Control of the Skateboard // Journal of Biomechanics. 1980. Vol. 13. P. 745–754.
4. Ispolov Yu. G., Smolnikov B. A. Skateboard Dynamics // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1996. Vol. 131. P. 327–333.
5. Wisse M., Schwab A. L. Skateboards, Bicycles and Three-dimensional Biped Walking Machines: Velocity-dependent Stability by means of Lean-to-yaw Coupling // The International Journal of Robotics Research. 2005. Vol. 24. P. 417–429.
6. Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика негोलомных систем. М.: Наука, 1967. 519 с.
7. Caratheodory C. Der Schlitten // Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Mechanik. 1933. Bd. 13. S. 71–76.
8. Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1961. 824 с.
9. Appell P. Sur une forme generale des equations de la Dynamique // Comptes Rendus hebdomadaires des Seances de l'Academie des Sciences. 1899. T. 129. P. 423–427.
10. Карапетян А. В. Устойчивость стационарных движений // М.: Эдиториал УРСС, 1998. 165 с.
11. Карапетян А. В., Кулешов А. С. Методы исследования устойчивости и бифуркации стационарных движений консервативных негोलомных систем // Проблемы механики. Сб. статей. К 90-летию со дня рождения А. Ю. Ишлинского. М.: Физматлит, 2003. С. 429–464.

УДК 621.431.73

Ф. В. Калугин,
Институт программных систем
Российской академии наук

Двухрежимный алгоритм фильтрации частоты оборотов коленчатого вала дизельного двигателя

Рассмотрен двухрежимный алгоритм фильтрации, учитывающий динамику частоты вращения коленчатого вала дизельного двигателя. Алгоритм функционирует в составе контура микропрограммного управления, способен гасить автоколебания и отличается от фильтрации методом скользящего среднего улучшенными показателями, которые позволяют более качественно управлять работой двигателя.

Введение

В настоящее время микропроцессорные системы применяются в самых различных областях, в том числе и в автомобилестроении. Большая работа по разработке системы микропроцессорного управления дизельным двигателем и фильтрации сигналов частоты выполняется на Ярославском заводе дизельной аппаратуры (ЯЗДА). Одной из актуальных задач является управление частотой вращения коленчатого вала дизельного двигателя. Колебания частоты вращения влияют на экономические и экологические показатели двигателя, регламентированные рядом международных стандартов (Евро-3 и Евро-4). Существенную роль здесь играют характеристики используемого цифрового фильтра частоты, расположенного в контуре управления, на который накладываются жесткие требования. Фильтр должен обнаруживать тенденции изменения частоты вращения для своевременного сглаживания и выработки управления. Однако применяемые в настоящий момент алгоритмы цифровой фильтрации сигнала частоты не позволяют с достаточной точностью получить адекватную реакцию системы на

изменение частоты вращения коленчатого вала дизельного двигателя. Особенно данная проблема характерна для V-образных шестицилиндровых двигателей (ЯМЗ-656, КамАЗ-740).

Предлагаемый в данной статье алгоритм фильтрации разработан ИПС РАН по заказу ЯЗДА и отличается от экспериментального алгоритма фильтрации методом скользящего среднего (прогнозирующая модель авторегрессии), используемого на ЯЗДА [1], и улучшенными характеристиками.

Требования к алгоритму фильтрации

Алгоритм фильтрации частоты вращения коленчатого вала дизельного двигателя работает в режиме реального времени. Вследствие неравномерности крутящего момента дизельного двигателя, конструктивных особенностей установки датчика частоты вращения и параметров самого датчика снимаемый сигнал представляет собой сложную характеристику (рис. 1), а с учетом его дискретности и накладывающихся шумов получается низкое качество регулирования.

В связи с этим к алгоритму фильтрации предъявляются следующие требования:

- отсутствие вложенных циклов;
- ограниченное использование тригонометрических, логарифмических и степенных функций;
- ограниченный объем занимаемой памяти — порядка нескольких килобайтов;
- высокая скорость вычислений: время обработки одного сигнала алгоритмом на 16-разрядном микроконтроллере семейства Siemens — порядка 10^{-4} с, при рабочей частоте вращения измерительного колеса $600...3000 \text{ мин}^{-1}$;
- удаление составляющих сигнала частотой более $\omega/2$ Гц, связанных с погрешностью измерения времени прохода зубьев измерительного колеса, неравномерностью и нестабильностью цикловой подачи, неравномерностью чередования вспышек в цилиндрах двигателя, периодичностью рабочего процесса, где ω — частота вращения коленчатого вала двигателя, с^{-1} .

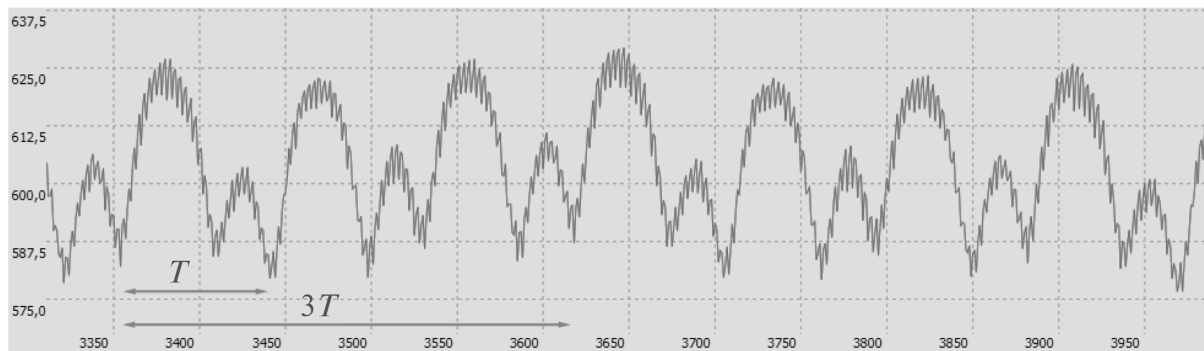


Рис. 1. Вид сигнала на входе фильтра (по оси абсцисс откладывается номер точки отсчета, а по оси ординат — время прохода зуба измерительного колеса, мкс)

Ограничения, предъявляемые к алгоритму фильтрации частоты вращения коленчатого вала, вызваны особенностями алгоритма регулирования частоты вращения, конструктивными особенностями индуктивного датчика, снимающего данные о прохождении каждого зубца коленчатого вала, и использованием 16-битного встроенного микропроцессора семейства Siemens [2].

Описание алгоритма фильтрации

Использование классических методов, таких как дискретное преобразование Фурье [3] или вейвлеты [4], в контуре управления двигателя невозможно в силу предъявляемых жестких требований к быстродействию алгоритма. Алгоритм фильтрации должен учитывать тенденции изменения частоты вращения как можно более быстрым откликом и достаточным сглаживанием. Предварительные испытания в программной среде показали неэффективность фильтров низких частот. Их использование затруднительно в связи с необходимостью вычисления всех предыдущих отсчетов, а также жесткими требованиями к объему занимаемой памяти и скорости вычислений.

В случае когда происходит отклик системы управления на неравномерность входных данных, возможно появление автоколебаний. Автоколебания возникают в силу запаздывания работы алгоритмов фильтрации и регулирования частоты, а также запаздывания срабатывания топливной аппаратуры. Следствием запаздываний является повышенная

(или пониженная) подача топлива в момент совпадения требуемой и фактической частот оборотов.

Предложенный алгоритм является двухрежимным, учитывающим динамику частоты вращения коленчатого вала. Укрупненная блок-схема алгоритма фильтрации представлена на рис. 2.

Первый режим работы фильтра соответствует наличию автоколебаний, а второй — их отсутствию. На исходном сигнале можно выделить периоды T и $3T$ (рис. 1). Период $3T$ соответствует полному обороту коленчатого вала.

Автоколебания имеют место при выполнении условия

$$[(\Omega_1 > J) \wedge (\Omega_2 < -J)] \vee [(\Omega_1 < -J) \wedge (\Omega_2 > J)],$$

где $\Omega_1 = \frac{\Omega_a(t, 3T) - \Omega_a(t-w, 3T)}{2}$ — приращение

средней частоты, вычисляемой за прошедший период $3T$ на промежутке w (для 132 зубцов коленчатого вала $w \sim 9$); $\Omega_a(t, nT)$ — средняя частота за период

$$[t - nT, t], n \in \{1, 3\} \text{ в момент } t - \frac{nT}{2}; \Omega_2 = \frac{\Omega_a(t-2T, 3T) - \Omega_a(t-2T-w, 3T)}{2} \text{ — приращение}$$

средней частоты, вычисляемой за период $3T$ со сдвигом (запаздыванием) на $2T$; J — порог (устанавливается экспериментально, $J \sim 8$).

В алгоритме фильтрации используются следующие переменные, определяющие характер работы дизеля:

- 1) $\Omega_f(t, T, w)$ — частота оборотов за период $[t - T, t]$ в момент t ;
- 2) $\Omega_f(t, 3T, w)$ — частота оборотов за период $[t - 3T, t]$ (при отсутствии автоколебаний) в момент t ;
- 3) $\Omega_g(t, 3T, w)$ — частота оборотов за период $[t - 3T, t]$ с учетом автоколебаний в момент t .

Имея среднюю частоту в момент $t - \frac{nT}{2}$, для получения частоты, близкой к реальной в момент t , корректируем усредненную частоту добавлением половины среднего приращения частоты за прошедший период. На рис. 3 показаны частота в момент $t - \frac{nT}{2}$ и скорректированная частота в момент t (сплошной и прерывистыми линиями соответственно), а также приращение средней частоты $\Delta\Omega_a = \Omega_a(t, w) - \Omega_a(t - nT, w)$.

Таким образом, первая и вторая переменные $\Omega_f(t, nT, w)$ вычисляются в момент t на основе данных за промежуток $[t - nT, t]$ по формуле

$$\Omega_f(t, nT, w) = \Omega_a(t, nT) + \frac{\Omega_a(t, w) - \Omega_a(t - nT, w)}{2}$$

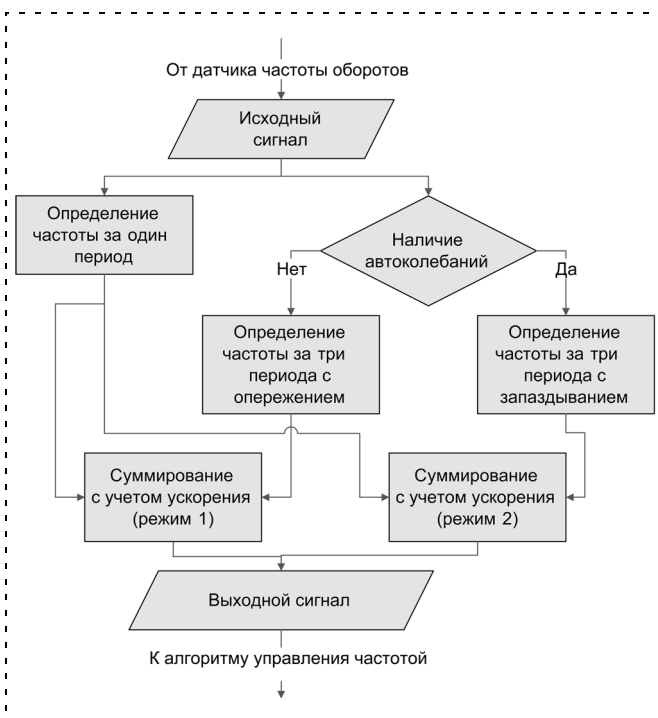


Рис. 2. Блок-схема алгоритма фильтрации

при $n = 1$ и $n = 3$ соответственно. Третья переменная вычисляется в момент t на основе данных за промежутки $[t - 3T, t]$ следующим образом:

$$\Omega_g(t, 3T, w) = \Omega_a(t, T) - \frac{\Omega_a(t, w) - \Omega_a(t - 3T, w)}{2}.$$

Для расчета частоты, близкой к реальной в момент t , целесообразно использовать аддитивную свертку двух переменных:

а) в первом режиме:

$$\Omega_r(t, T, w) = k_1 \Omega_f(t, T, w) + k_2 \Omega_g(t, 3T, w);$$

б) во втором режиме:

$$\Omega_r(t, T, w) = k_1 \Omega_f(t, T, w) + k_2 \Omega_g(t, 3T, w).$$

Коэффициенты k_1 и k_2 с учетом ускорения частоты выбираются равными $k_1 = \sin^2 \alpha$, $k_2 = \cos^2 \alpha$, где α есть наибольший угол, определяемый приращениями средних частот оборотов двигателя за дискретные промежутки времени T и $3T$ (ускорение частоты оборотов):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha = \\ = \max \left(\frac{\Omega_a(t, T) - \Omega_a(t - w, T)}{w}, \frac{\Omega_a(t, 3T) - \Omega_a(t - w, 3T)}{w} \right). \end{aligned}$$

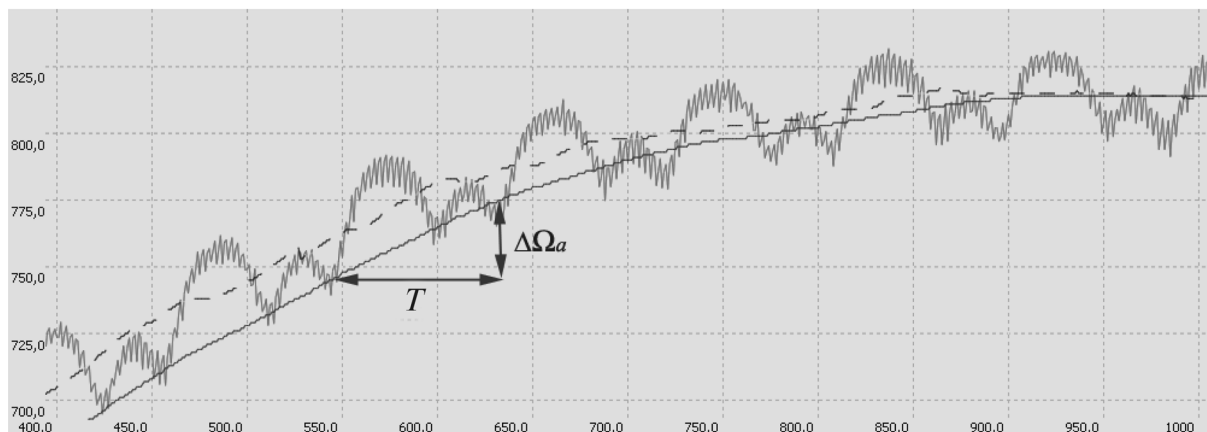
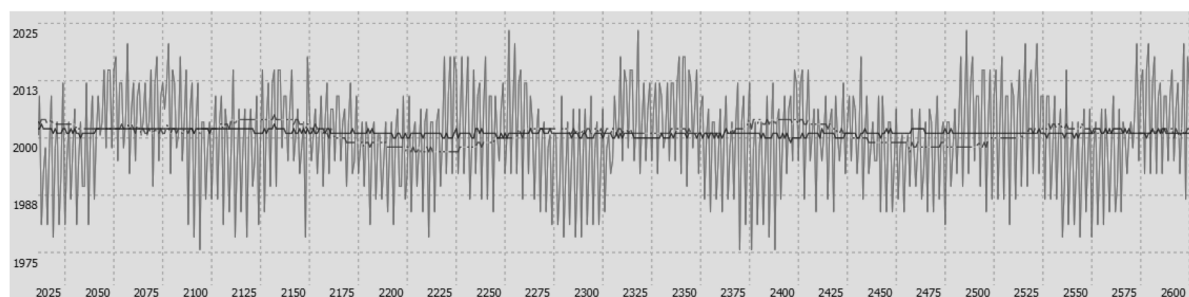


Рис. 3. Коррекция усредненной частоты



а)



б)

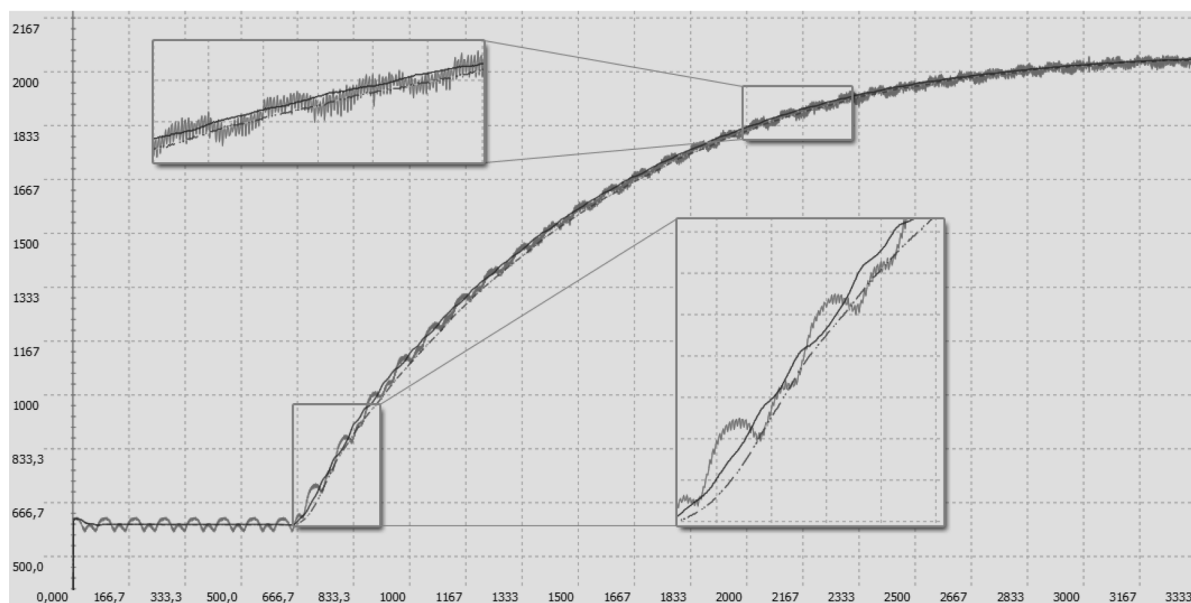
Рис. 4. Работа алгоритмов фильтрации на стабильном участке:

а — на минимальных оборотах двигателя; б — на максимальных оборотах двигателя

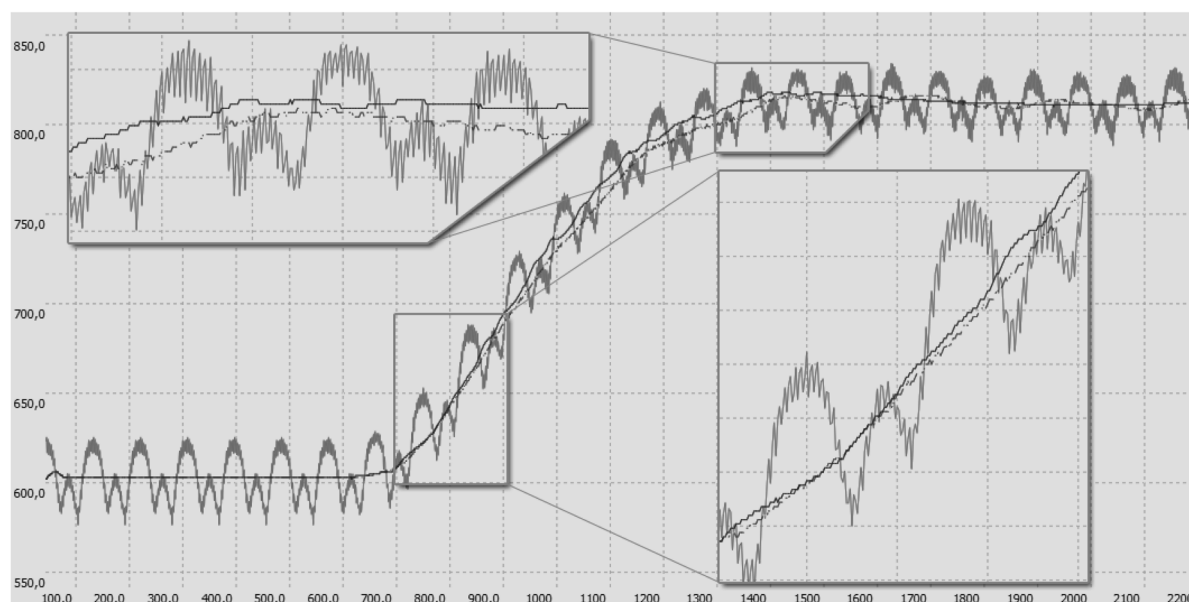
Алгоритм обеспечивает "гладкое переключение" с режима определения частоты сигнала по периоду T на период $3T$, и наоборот. Предложенный фильтр сглаживает колебания с периодом, меньшим $3T$, при равномерной нагрузке и, что особенно важно, — на холостом ходу двигателя. В случае начала подъема (или спада) частоты вращения коленчатого вала он достаточно быстро реагирует на изменения, плавно подстраивая весовые коэффициенты, отвечающие за периоды T и $3T$.

При известном значении $\operatorname{tg} \alpha$ весовые коэффициенты целесообразно вычислять следующим образом: $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$, $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$. Для коррект-

ной работы алгоритма фильтрации частоты двигателя, содержащего 132 зубца на коленчатом вале, достаточно держать в буфере памяти микропроцессора 512 значений входного сигнала. При работе с двигателями, содержащими большее число зуб-



а)



б)

Рис. 5. Работа алгоритмов фильтрации на участке разгона:

а — разгон в диапазоне частот 600–2000; б — разгон в диапазоне частот 600–850

цов, возможно увеличение объема информации в буфере данных до 1024 отсчетов, но при этом необходимо учитывать реальный размер памяти микропроцессора.

Экспериментальные исследования

Исследования проводились на основе сравнения разработанного алгоритма с алгоритмом, используемым на ЯЗДА. Ранее применялись следующие способы фильтрации сигнала частоты вращения:

1) усреднение по одному периоду: $n_f(t, T, T_1, \alpha) = (1 - \alpha)n_0 + \alpha n_1$, где n_f — фильтрованная частота вращения; n_0 — среднее значение частоты на промежутке времени $[t - T_1; t]$; n_1 — среднее на про-

межутке $[t - T - T_1; t - T]$; T — период оборота коленчатого вала (большой период); T_1 — малый период;

2) метод скользящего среднего по трем периодам (более точный способ): $n_f(t, T, \alpha_1, \alpha_2) = (1 - \alpha_1 - \alpha_2)n_0 + \alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2$, где n_0 — средняя частота на промежутке $[t - T; t]$; n_1 — на промежутке $[t - 2T; t - T]$; n_2 — на промежутке $[t - 3T; t - 2T]$; α_1, α_2 — параметры фильтра; T — период времени, кратный четверти оборота коленчатого вала.

На рис. 4—12 показаны результаты сравнения алгоритмов. Сплошной и пунктирной линиями показаны соответственно результаты работы нового и ранее используемого алгоритмов.

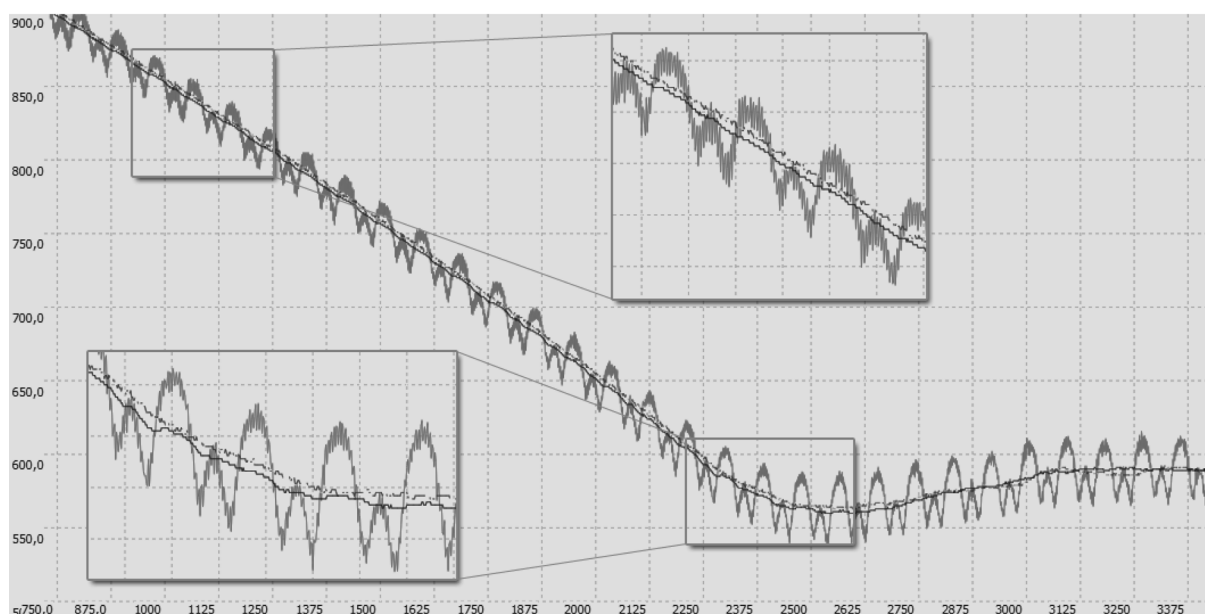


Рис. 6. Работа алгоритмов фильтрации на участке торможения

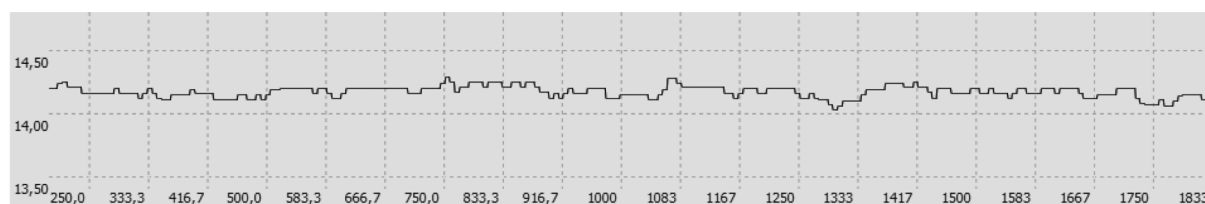


Рис. 7. Положение рейки на 1800 оборотах (новый алгоритм)

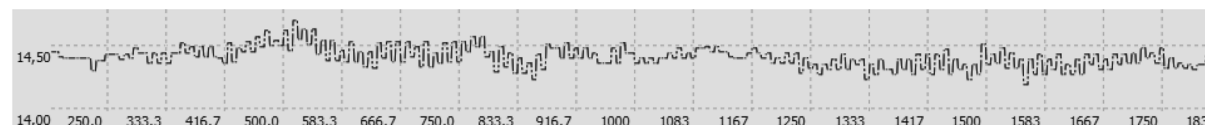


Рис. 8. Положение рейки на 1800 оборотах (алгоритм усреднения за три периода)

Как видно на рис. 13, автоколебания "штрафуются", но не всегда, а тогда, когда уровень автоколебаний достигнет определенного значения. Испытания на тестовом стенде показывают, что введение режима гашения автоколебаний обеспечивает приемлемый уровень управления.

Стенд позволяет:

- обновлять микропрограмму контролера;
- управлять двигателем;
- определять объем подачи топлива;

- увеличивать и уменьшать полезную нагрузку двигателя;
 - контролировать различные данные, характеризующие работу двигателя, в том числе: время прохода зуба измерительного колеса (мкс), частоту вращения двигателя (мин^{-1}), заданное положение рейки (%), реальное положение рейки (%).
- Визуальное сравнение результатов работы алгоритмов показывает, что новый алгоритм срабатывает быстрее (т. е. с опережением) при изменении входных данных, обеспечивая при этом достаточное

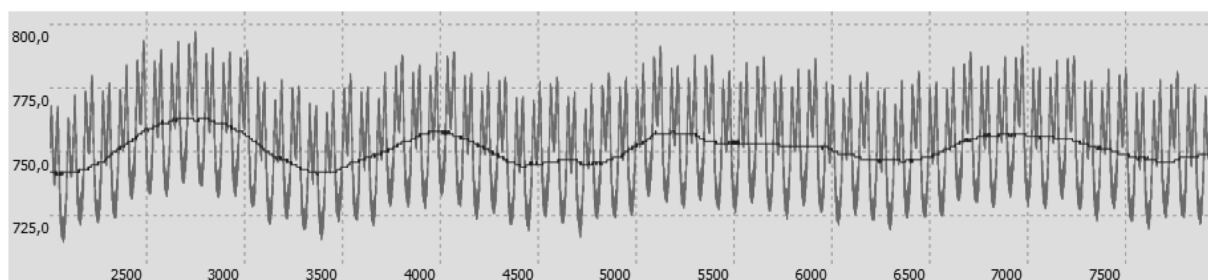


Рис. 9. Работа алгоритма фильтрации на холостом ходу (новый алгоритм)

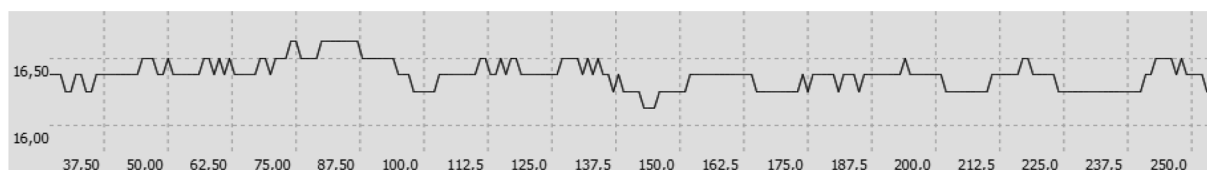


Рис. 10. Положение рейки во времени (с) на холостом ходу (новый алгоритм)

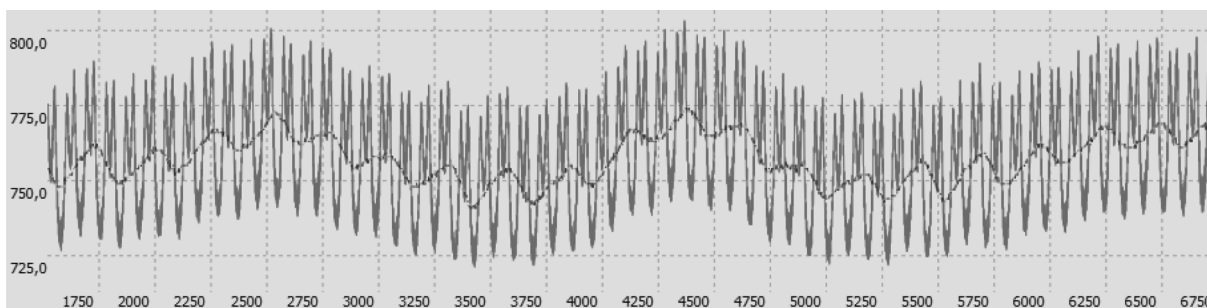


Рис. 11. Работа алгоритма фильтрации на холостом ходу (алгоритм усреднения)

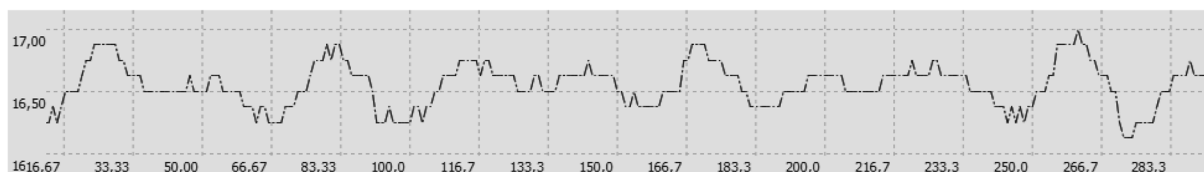


Рис. 12. Положение рейки во времени (с) на холостом ходу (алгоритм усреднения)

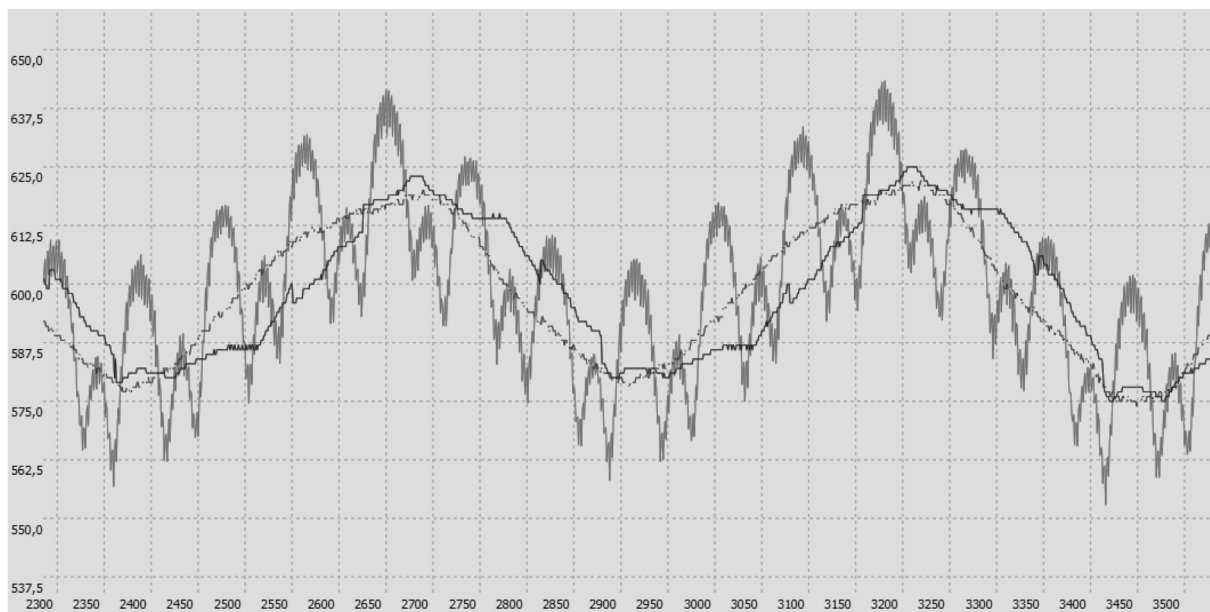


Рис. 13. Тестирование гашения автоколебаний в разомкнутой системе на холостом ходу

сглаживание отфильтрованных данных. Тестирование на испытательном стенде подтвердило, что предложенный алгоритм работает лучше ранее использованных алгоритмов для всех исследованных режимов работы дизельного двигателя. По такому показателю качества, как дисперсия отклонения реального положения рейки, управляющей подачей топлива, от задаваемого, предложенный алгоритм лучше алгоритма вычисления методом скользящего среднего по трем периодам примерно в три раза и лучше алгоритма усреднения данных по одному периоду в десять раз.

Описание программной среды и испытательного стенда

Для тестирования и отладки алгоритмов фильтрации сигнала частоты была разработана программная среда, которая позволяет:

- 1) считывать данные из файлов, сохраняемых непосредственно при испытаниях на тестовом стенде;
- 2) отображать график сигнала с координатной сеткой;
- 3) подключать различные реализации алгоритмов, выполненные в виде отдельных модулей.

Программная среда имеет удобный интерфейс, который показан на рис. 14 (см. вторую сторону обложки).

Испытательный стенд [5] представляет собой изолированный бокс, в котором установлен двигатель ЯМЗ-656, нагрузка, система управления и контроля на базе персональной ЭВМ.

Заключение

В данной статье рассмотрен двухрежимный алгоритм с плавным переключением и гашением автоколебаний, удовлетворяющий всем предъявляемым требованиям и ограничениям. Алгоритм отличается от алгоритма фильтрации с использованием скользящего среднего тем, что обеспечивает "гладкое" переключение с режима определения частоты оборотов по периоду T на период $3T$. Вследствие этого он обладает улучшенными показателями, которые позволяют более качественно управлять частотой вращения коленчатого вала двигателя. Данный алгоритм допускает различные модификации с проведением предварительного тестирования в разработанной программной среде, что предоставляет возможности дальнейшего его усовершенствования.

Список литературы

1. Скурыгин Е. Ф. Об алгоритмах регулирования частоты вращения коленчатого вала автомобильного дизеля // Сб. тр. XX междунар. науч. конф. "Математические методы в технике и технологиях". Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2007. С. 309—310.
2. Кругов В. И. Электронные системы регулирования и управления двигателями внутреннего сгорания. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1991.
3. Сато Ю. Обработка сигналов. Первое знакомство. М.: Додэка, 2002.
4. Чарльз К. Ч. Введение в вейвлеты. М.: Мир, 1997.
5. Экспериментальная установка и измерительная аппаратура для стендовых испытаний дизеля. <http://savonin.chat.ru/disper/VAT2.htm>

УДК 621.01:531.3

В. И. Поддубный, канд. техн. наук, доц.,
Алтайский государственный технический
университет им. И. И. Ползунова,
A. Trächtler, prof. Dr.-Ing., **K. P. Jäker**, Dr.-Ing.,
V. Nachtigal, Dipl.-Ing.
Regelungstechnik und Mechatronik (RtM),
Universität Paderborn (Deutschland)

Определение оптимальных параметров эластичных опор электродвигателя привода колеса для улучшения динамики колесной машины

Рассмотрена задача по определению оптимальных жесткостных и демпфирующих свойств упругих опор крепления электродвигателя привода колеса автомобиля для минимизации уровня вертикальных колебаний колеса и кузова автомобиля. Разработаны механико-математическая модель с последующей реализацией в MatLab и мехатронная модель четвертой части автомобиля с использованием прикладного пакета для моделирования и симуляции динамических систем CAMeL-View. Определены оптимальные параметры опор, предложены конкретные рекомендации для реализации поставленной цели.

Постановка задачи

Одним из перспективных направлений автомобилестроения является разработка автомобилей с электрическим приводом. Работы в этой области ведутся в ведущих автомобильных компаниях мира. Целесообразным является применение раздельного привода каждого колеса автомобиля [1]. В этом случае возможно управление значением момента, подводимого к колесу, на основе анализа сил в контакте колеса с опорой. Путем варьирования сил в контакте каждого колеса можно получить оптимальное управляющее воздействие на автомобиль при движении и добиться улучшения его устойчивости и управляемости.

В данной статье приводятся результаты научной работы, проведенной автором во время научной стажировки в техническом университете города Падерборн (Германия) совместно с учеными кафедры автоматизации и техники регулирования в рамках проекта "Хамелеон". Цель проекта — разработка и создание экспериментального автомобиля "Хамелеон" с раздельным электрическим приводом и управлением для всех колес, который предназначен для апробации и развития различных функций регулирования в целях улучшения динамики, управляемости и комфорта современных автомобилей. В процессе работы над проектом была предложена идея использовать массу приводного электродви-

гателя, установленного на нижнем рычаге подвески, как динамический гаситель вертикальных колебаний. Для использования массы приводного электродвигателя как динамического гасителя необходимо обеспечить допустимые по амплитуде с конструктивной точки зрения вертикальные колебания электродвигателя относительно рычага подвески. С этой целью крепление электродвигателя к нижнему рычагу подвески предложено осуществить с помощью эластичных элементов, которые должны обеспечивать максимальный угол поворота корпуса приводного электродвигателя до 5° при действии приводного момента на колесо и максимально возможное демпфирование вертикальных колебаний колеса и кузова.

Механико-математическая модель

Для решения этой задачи на первом этапе была разработана механико-математическая модель системы, состоящей из колеса, нижнего рычага подвески и приводного электродвигателя с редуктором. Расчетная схема представлена на рис. 1 (см. третью сторону обложки). На схеме изображены колесо массы m_1 , электродвигатель массы m_2 . Коэффициенты жесткости и демпфирования шины колеса равны k_1 и $\tilde{n}_1$, для эластичных элементов крепления электродвигателя соответственно k_2 и $\tilde{n}_2$. В контакте колеса с опорной поверхностью действует возмущающая сила P_1 . Расстояния от центров масс колеса и электродвигателя до оси нижнего рычага подвески равны l_1 и l_2 .

Для системы с двумя степенями свободы были составлены уравнения Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \left(\frac{\partial T}{\partial x_1}\right) = \theta_{x1}; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) - \left(\frac{\partial T}{\partial x_2}\right) = \theta_{x2}, \quad (1)$$

где T — кинетическая энергия системы; x_1 и x_2 — обобщенные координаты; $\dot{x}_1$ и $\dot{x}_2$ — обобщенные скорости; θ_{x1} и θ_{x2} — обобщенные силы.

В качестве обобщенных координат были приняты вертикальные деформации шины колеса x_1 и x_2 эластичных элементов крепления приводного электродвигателя, отсчитываемые относительно положения статического равновесия колеса и электродвигателя.

Кинетическая энергия системы складывается из энергии колеса с нижним рычагом подвески и энергии приводного мотора. Кинетическую энергию колеса с рычагом подвески определяли во вращательном движении относительно кузова при вертикальных колебаниях. Энергию мотора определяли как энергию точки, участвующей в двух движениях — вместе с рычагом подвески и относительно рычага при деформации эластичных элементов крепления. Составленные уравнения Лагранжа представ-

ляют систему двух дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} \left(\frac{I_1}{l_1^2} + \frac{m_2 l_2^2}{l_1^2} \right) \ddot{x}_1 + \frac{m_2 l_2}{l_1} \ddot{x}_2 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = P_1; \\ \frac{m_2 l_2}{l_1} \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где I_1 — момент инерции колеса с нижним рычагом подвески относительно оси вращения, проходящей через резинометаллические шарниры рычага.

Из аналитического решения системы были получены выражение амплитуды вынужденных вертикальных колебаний A_1 при действии в контакте колеса вертикальной возмущающей силы P_1 , изменяющейся по гармоническому закону, и коэффициент динамичности

$$\eta = \frac{A_1}{A_0},$$

где A_0 — вертикальная деформация колеса при статическом действии на колесо амплитуды возмущающей силы. Коэффициент динамичности зависит от многих параметров. Путем их варьирования можно получить его минимальное значение, что означает хорошее демпфирование колеса. Практический интерес представляет определение оптимальных значений коэффициента жесткости k_2 и коэффициента демпфирования c_2 упругих элементов крепления приводного мотора, обеспечивающих лучшее вертикальное демпфирование колеса при действии периодической возмущающей силы. Для решения этой задачи был разработан сценарий в MatLab и определяли значения коэффициента динамичности при различных комбинациях k_2 и c_2 . Результаты моделирования представлены на рис. 2 (см. третью сторону обложки).

Минимальное значение коэффициента динамичности достигается при значении коэффициента жесткости 49 000 Н/м и коэффициента демпфирования 460 Н·с/м. Полученные оптимальные значения коэффициентов носят предварительный характер, так как не принималось во внимание влияние кузова.

Моделирование в CAMeL-View

Для более точного определения оптимальных характеристик опор двигателя с помощью прикладного пакета для моделирования и симуляции динамических систем CAMeL-View [2] была разработана мехатронная модель четвертой части автомобиля "Хамелеон". На рис. 3 (см. третью сторону обложки) изображена 3D-модель четвертой части автомобиля.

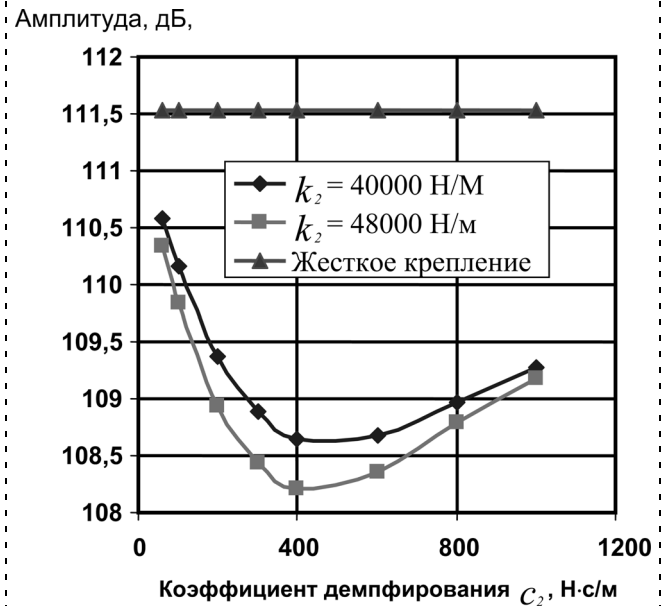


Рис. 4. Амплитуда $20 \lg (F_z/T_z)$ при резонансной частоте колеса в зависимости от коэффициента демпфирования c_2

В модели крепление приводного электродвигателя осуществлялось с помощью четырех упругих опор (резиновых подушек), разнесенных по высоте для более эффективного восприятия приводного момента. Моделировали вертикальное движение четверти автомобиля при вертикальном возмущении в контакте 1 см.

С использованием пакета анализа CAMeL-View были получены логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) колеса и кузова при варьировании коэффициентов жесткости и демпфирования подушек крепления электродвигателя и определены резонансные частоты. На рис. 4 изображена зависимость локальных максимумов (при резонансной частоте колеса) ЛАЧХ "вертикальная сила в контакте/вертикальное возмущение в контакте" (F_z/T_z) от суммарного коэффициента демпфирования c_2 . В качестве упругих опор электродвигателя рассматривались подушки 3911 413 и 3911 431 с суммарными коэффициентами жесткости в вертикальном направлении 40 000 и 48 000 Н/м.

Можно сделать вывод о том, что минимальный уровень колебаний вертикальной силы в контакте (рис. 4) достигается при коэффициентах жесткости 48 000 Н/м и демпфирования 400...600 Н·с/м. Для лучшего демпфирования колеса оптимальное значение коэффициента демпфирования материала подушек $c_2 = 600$ Н·с/м (рис. 5). Из рассмотрения ЛАЧХ "вертикальное ускорение колеса/вертикальное возмущение в контакте" и "вертикальное ускорение кузова/вертикальное возмущение в контакте" при креплении с помощью подушки 3911 431 с оптимальными параметрами (рис. 6) следует, что применение

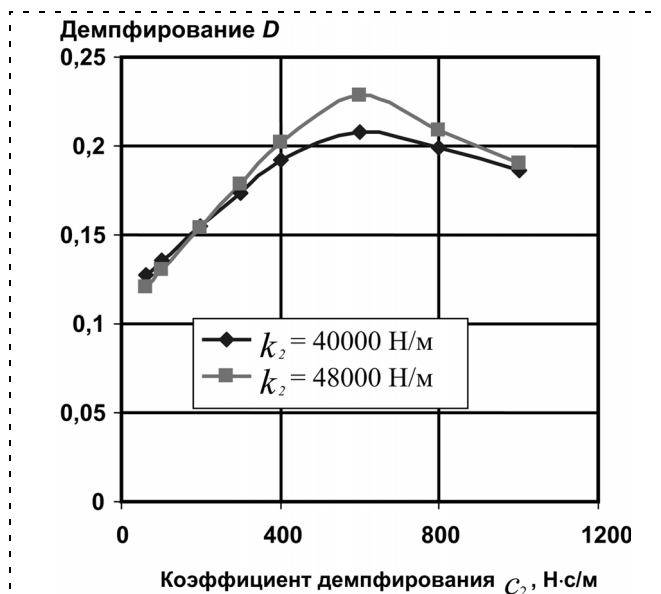


Рис. 5. Демпфирование колеса в зависимости от коэффициента демпфирования c_2 подушек

подушки в качестве элемента крепления дает хорошие результаты при частоте колеса (10... 20 Гц).

Выводы и рекомендации

По результатам моделирования можно сделать вывод, что лучшее демпфирование колеса и кузова дает применение упругого элемента крепления с суммарными коэффициентами жесткости $k_2 = 48\ 000$ Н/м и демпфирования $c_2 = 500$ Н·с/м. Оптимальный суммарный коэффициент жесткости обеспечивают четыре подушки 3911 431. Максимальный угол поворота корпуса электромотора при действии приводного момента 50 Н·м составляет в этом случае $3,6^\circ$ что является допустимым. Для точного определения коэффициентов жесткости и демпфирования подушек был проведен эксперимент. При эксперименте масса 11 кг (соответ-

ствующая массе электромотора привода с редуктором) была закреплена между двумя пластинами с помощью четырех подушек. Массе сообщалось ускорение 20 м/с^2 (такое ускорение получает мотор при действии вертикального возмущения в контакте 1 см). Регистрировали вертикальные колебания массы. На основании рассмотрения колебаний была получена кривая, ограничивающая область затухающих колебаний. Аппроксимация этой кривой дает значение коэффициента затухания $n = 3,174$. Из формулы $n = c_2/2m$ получаем коэффициент демпфирования $c_2 = 69,89$. Точное значение суммарного коэффициента жесткости k_2 следует из формулы $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k_2}{m} - n^2}}$. При $T = 0,083$ с и $m = 11$ кг

получаем $k_2 = 63\ 180$ Н/м.

Экспериментальные исследования показали, что реальное значение жесткости подушек и значение, взятое по каталогу, различаются. Это означает, что предварительно механические свойства подушек в случае их применения должны проверяться экспериментально. Вышеупомянутые подушки дают недостаточное значение коэффициента демпфирования (70 вместо 500). Испытуемые подушки изготовлены из материала с твердостью 45 и демпфированием 0,022. Для повышения коэффициента демпфирования целесообразно применять подушки, изготовленные из материала с условной твердостью 70 и демпфированием $D = \frac{n}{k_2} = 0,069$. В этом случае

ожидается увеличение суммарного коэффициента демпфирования до 210 Н·с/м. Увеличение коэффициента демпфирования до необходимого значения может быть достигнуто применением небольшого амортизатора с малым значением коэффициента демпфирования.

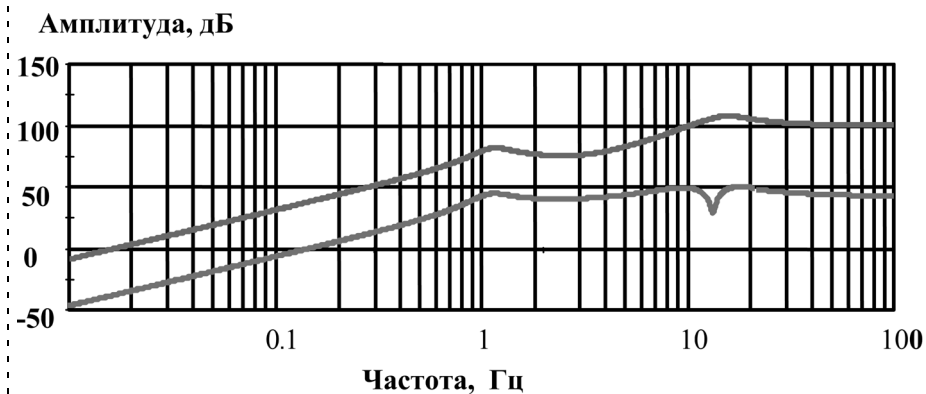


Рис. 6. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика колеса (верхняя линия) и кузова (нижняя линия) при коэффициентах жесткости $k_2 = 48\ 000$ Н/м и демпфировании $c_2 = 500$ Н·с/м

Список литературы

1. Wheel Motor Supporting Structure. B60K 7/100 B60K 17/14. Application Number: 2003410819. Date of filing 09.12.03. Japanese Patent Office. Publication number 2005170150 A. Date of publication of application 30.06.05.
2. Ein Objektmodell für den Mechatronikentwurf. Anwendung in der objektorientierten Modellbildung mechatronischer Systeme unter Verwendung von Mehrkörpersystemformalismen. Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) dem Fachbereich 10 Maschinentechnik der Universität-Gesamthochschule Paderborn von Dipl.-Ing. Martin Hahn — 1999, Paderborn.

УДК 629.113-585

В. Л. Соломахо, д-р техн. наук, проф.,**О. С. Руктешель**, д-р техн. наук, проф.,**В. А. Кусяк**, канд. техн. наук, **А. А. Филимонов**,

Белорусский национальный

технический университет

Г. С. Озеров, канд. техн. наук, доц., **И. Н. Ефимчик**,

ООО "Западная Инженерная компания"

Стендовые испытания автоматизированной системы переключения передач транспортного средства

Представлен стенд, предназначенный для отладки и настройки автоматизированной системы трогания с места и переключения передач в трансмиссии с сухим фрикционным сцеплением и механической коробкой. Приведены принципиальная схема стенда и описание его работы. Рассмотрена структура информационно-управляющей системы с открытой архитектурой. Представлены отдельные результаты записи процесса трогания при широтно-импульсном управлении включением сцепления.

В экономически развитых странах Западной Европы около 80 % всех грузоперевозок осуществляется автомобильным транспортом. Высокая скорость доставки, возможность транспортировки груза "от двери до двери" без использования промежуточных складских помещений, отсутствие затрат на погрузку — разгрузку при комбинированной транспортной схеме обуславливают широкое применение данного вида транспорта.

Появившиеся с 1996 года автоматизированные системы переключения передач (ZF Friedrichshafen AG, Германия), разработанные на базе механической трансмиссии со ступенчатой коробкой передач (КП) и сухим фрикционным сцеплением, позволили существенно снизить себестоимость автомобильных перевозок. Современные системы Mercedes Telligent, Scania Opticruise, Iveco Euro Tronic automated, Volvo Geartronic, Volvo I-Shift, ZF AS-Tronic, Eaton Fuller AutoShift (UltraShift) серийно устанавливаются на автопоезда полной массой до 52 т, улучшая их тягово-скоростные показатели и топливную экономичность [1—6].

Кафедра "Автомобили" БНТУ совместно со специалистами ООО "Западная Инженерная компания" разработали, создали и оснастили контрольно-измерительной аппаратурой стенд для отладки автоматизированной системы переключения передач (АСПП). АСПП позволяет осуществлять трогание автомобиля с места, переключение передач, выбор передачи после торможения или движения накатом, остановку автомобиля, автоматическое поддержа-

ние скорости. Принципиальная схема стенда изображена на рис. 1.

Стенд инерционный разомкнутого типа включает силовой агрегат, маховую массу, порошковый электромагнитный тормоз (ПЭТ), пневматическую питающую часть и информационно-управляющую систему (ИУС).

Силовой агрегат состоит из дизельного двигателя КамАЗ-740, двухдискового сцепления, 10-ступенчатой коробки передач КамАЗ-14 с двухступенчатым делителем.

Двигатель имеет механическое управление топливоподачей (рис. 1). Рычаг регулятора частоты вращения топливного насоса высокого давления (ТНВД) перемещается пневматическим силовым цилиндром 6. Соответствие угла поворота рычага и положения педали подачи топлива обеспечивается контроллером АСПП с помощью пропорционального клапана 8 и датчиков 4, 20.

В качестве исполнительного механизма привода сцепления использован штатный цилиндр пневмогидроусилителя. Управление сцеплением осуществляется с помощью пропорционального электромагнитного клапана 28.

Коробка передач оборудована исполнительным механизмом 27 переключения передач с пневматическим приводом. Блок 11 двухпозиционных электромагнитных клапанов управляет наполнением полостей силовых цилиндров исполнительного механизма. Выбор и включение передачи происходят за счет сброса давления воздуха в соответствующих полостях. Установка нейтрали обеспечивается подачей воздуха во все полости силовых цилиндров при обесточенных клапанах. Переключение ступеней делителя осуществляется клапанами 10 и двухпозиционным пневмоцилиндром 33.

Управление моторным тормозом и останов двигателя осуществляются клапаном 25, подающим сжатый воздух через двухмагистральный клапан 32 в пневмоцилиндры 31 управления заслонкой моторного тормоза и пневмоцилиндр 3 выключения подачи топлива. Моторный тормоз также используется при переключении на высшую передачу для выравнивания угловых скоростей синхронизируемых элементов КП. В этом случае сжатый воздух в пневмоцилиндры подается электромагнитным клапаном 2.

Управление стендом осуществляется оператором с пульта управления 21. На пульте, имитирующем рабочее место водителя, расположены органы управления узлами стенда и контрольные приборы, позволяющие следить за состоянием двигателя, сцепления, коробки передач, порошкового тормоза и АСПП.

Имитация сопротивления движению автомобиля осуществляется порошковым электромагнитным тормозом 17, имеющим автономное охлаждение [7]. Обмотки электромагнитного тормоза питаются от сети переменного тока через тиристорный преоб-

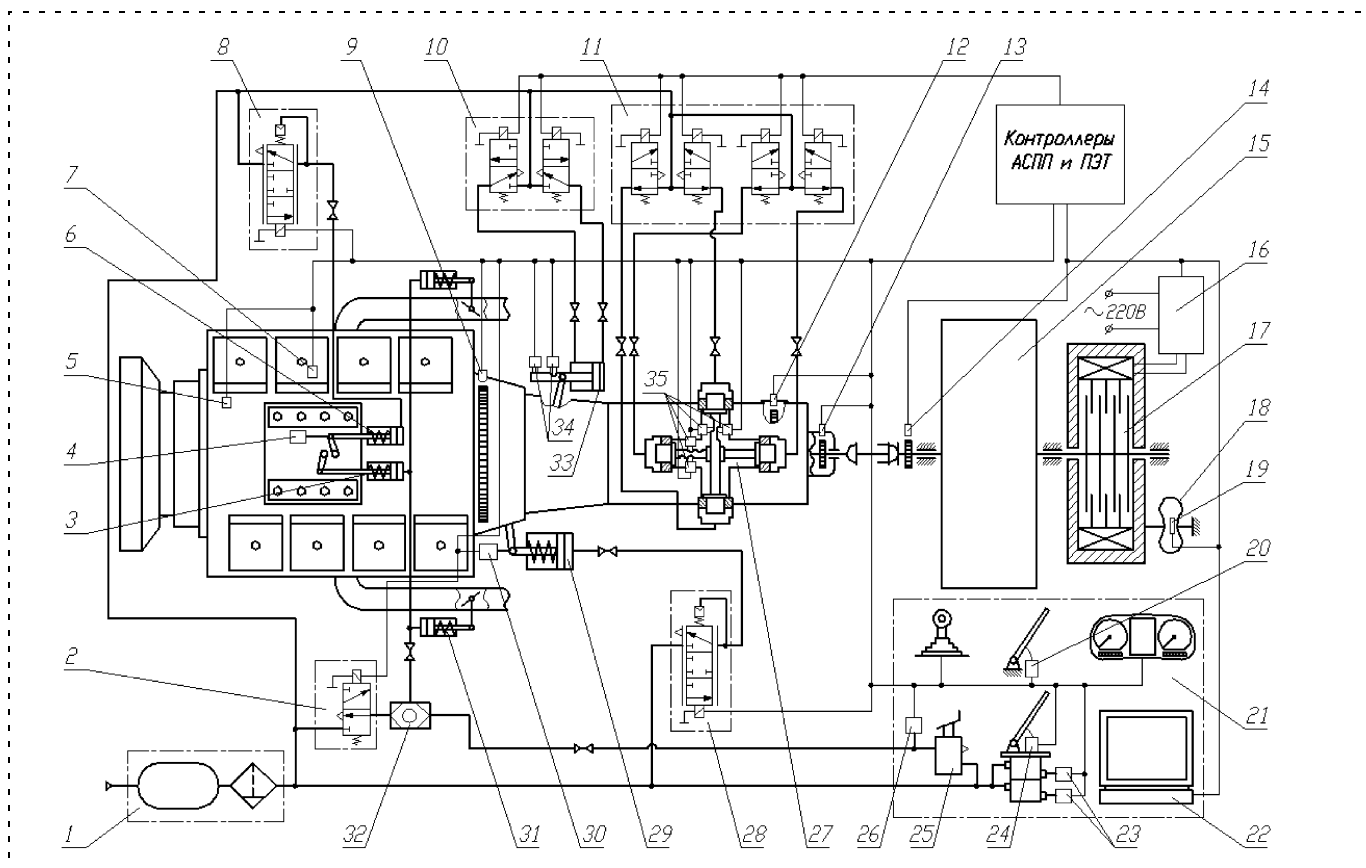


Рис. 1. Принципиальная схема стенда с АСПП:

1 — питающая часть пневмопривода; 2 — клапан управления моторным тормозом и выключением подачи топлива; 3, 6, 31 — исполнительные механизмы выключения подачи топлива, рычага топливоподачи и моторного тормоза соответственно; 4, 19, 20, 24, 30 — датчики перемещения; 5 — датчик температуры; 7, 23, 26 — датчики давления; 8, 28 — пропорциональные клапаны управления соответственно топливоподачи и сцеплением; 9, 12, 13, 14 — датчики частоты вращения; 10 — клапаны управления делителем; 11 — клапаны управления исполнительным механизмом КР; 15 — маховая масса; 16 — блок управления ПЭТ; 17 — ПЭТ; 18 — скоба динамометрическая; 19 — датчик деформации скобы; 21 — пульт управления стендом; 22 — ПК; 25 — клапан включения моторного тормоза; 27 — исполнительный механизм КР; 29 — исполнительный механизм привода сцепления; 32 — двухмагистральный клапан; 33 — исполнительный механизм делителя; 34, 35 — концевые выключатели

разователь блока управления 16. Тормозной момент регулируется автоматически за счет изменения управляющего напряжения при подаче сигнала от контроллера ПЭТ на преобразователь. Деформация динамометрической скобы 18, пропорциональная развиваемому тормозному моменту, фиксируется тарированным датчиком 19, что позволяет ввести обратную связь в системе управления ПЭТ. Моментная характеристика порошкового тормоза изменяется в зависимости от скорости вращения маховой массы, задаваемого значения дорожного сопротивления и давления в контурах рабочей тормозной системы.

Информационно-управляющая система (ИУС) стенда представляет собой распределенную масштабируемую систему с открытой архитектурой (рис. 2). Для обмена информационными потоками используются две независимые помехозащищенные CAN-ШИНЫ, выполненные в соответствии с международным стандартом ISO 11898. В зависимости

от CAN-конфигурации скорость передачи данных находится в пределах от 10 Кбит/с (низкоскоростная сеть) до 1 Мбит/с (высокоскоростная сеть) [8]. Максимальная длина шины составляет 10000 м и 50 м соответственно, а число узлов в ней — 32 и более.

ИУС АСПП поддерживает протоколы типа "мастер — подчиненный" стандарта CANopen [9, 10] и стандарта SAE J 1939, регламентирующего формирование локальных сетей для подвижных транспортных средств [11]. Посредством второй шины возможно подключение к контроллеру дизельного двигателя с электронным управлением топливоподачи EDC (Electronic Diesel Control), антиблокировочной и другим электронным системам транспортного средства, обмен информацией и управление их работой в соответствии с заданным алгоритмом. Кроме того, наличие второй шины обеспечивает аппаратное резервирование, позволяющее переадресовывать информационные потоки при физических повреждениях первой шины.

Аппаратную основу ИУС составляют типовые CAN-модули. Каждый модуль имеет 12 или 16 каналов ввода/вывода аналоговой и дискретной информации.

Интеллектуальные модули, построенные на высокоскоростном микропроцессоре, программируются в соответствии со стандартом IEC 61131-3 и обеспечивают реализацию функций ввода и обработки полученных данных. Их вычислительные и аппаратные ресурсы достаточны для исполнения алгоритмов управления реальным временем и формирования выходных сигналов, которые могут быть дискретными или могут использовать широтно-импульсную модуляцию с обратной связью по потребляемому току. Максимальная нагрузка на канал составляет 4 А.

Модули ввода/вывода, работающие под управлением интеллектуальных модулей, осуществляют только ввод данных и вывод управляющих сигналов.

Диапазон измерения входных аналоговых сигналов по току находится в пределах от 4 до 20 мА, по напряжению — от 0 до 30 В. Максимальная частота опроса для каждого канала составляет 50 Гц. Кроме того, в интеллектуальных модулях предусмотрено измерение частотных сигналов, которые изменяются от 100 до 10000 Гц. Входы аналоговых каналов защищены от короткого замыкания и перегрузки.

Дискретные каналы ввода выполняют функции приема пороговых значений от соответствующих датчиков, сигналов от концевых выключателей и органов управления (кнопок, переключателей, "сухих" контактов и т. д.). При этом значению логической единицы соответствует напряжение питания. Число таких каналов может варьироваться от 4 до 16 в зависимости от типа CAN-модуля и его конфигурации.

ИУС АСПП сохраняет работоспособность в диапазоне температур $-40...+85\text{ }^{\circ}\text{C}$. Для отдельных датчиков, расположенных в зонах с высокими температурами, верхняя граница температурного диапазона достигает $+125\text{ }^{\circ}\text{C}$. Составные части ИУС выполнены в пылевлагозащищенных корпусах, обладают

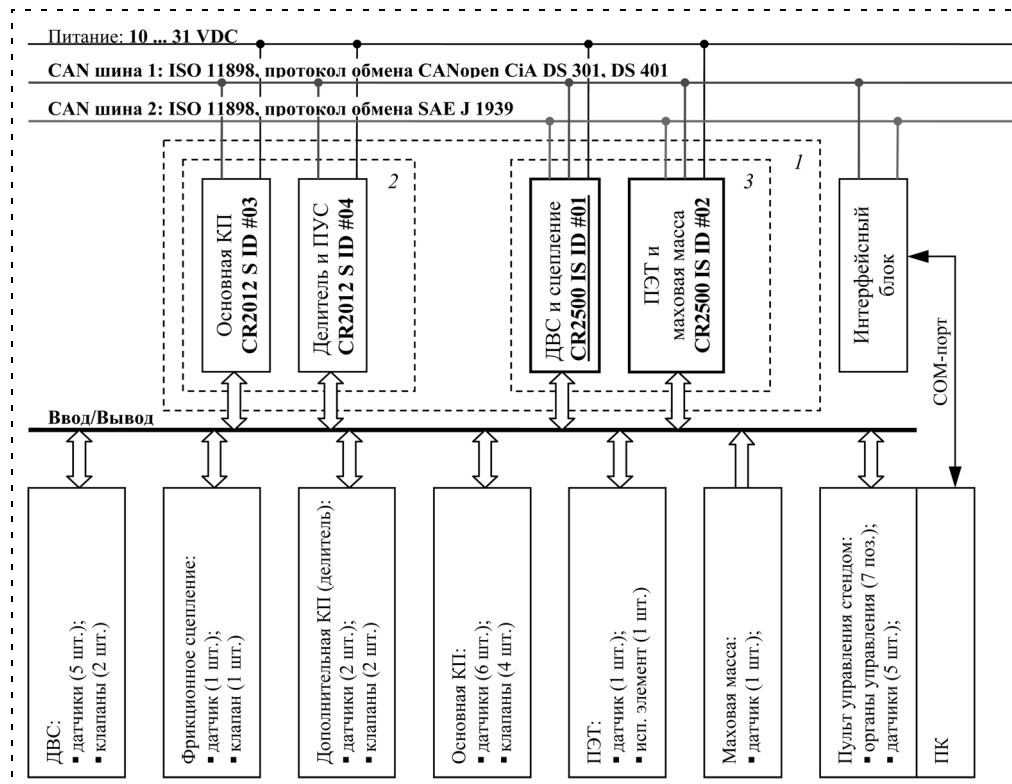


Рис. 2. Структурная схема информационно-управляющей системы стенда с АСПП:

1 — масштабируемый набор модулей (ID #01...ID #32, CAN 2.0B, ISO 11898) ввода/вывода, обработки и управления; 2 — модули CR2012 с программируемой структурой каналов ввода/вывода; 3 — модули CR2500 (смарт-контроллер, интеллектуальный модуль) обработки и управления

высокой вибро- и удароустойчивостью, невосприимчивы к воздействию электромагнитных помех и изменению полярности напряжения питания.

Комплект датчиков ИУС АСПП, при необходимости, может дополняться другими первичными преобразователями информации. Основная погрешность применяемых датчиков не превышает 1 %.

Для тестирования работоспособности составных частей, а также регистрации данных, циркулирующих в CAN-сети, для ИУС разработан специализированный комплект программно-аппаратных средств. Этот комплект состоит из интерфейсного блока и инструментальной среды или CAN-монитора.

Интерфейсный блок позволяет подключать персональный компьютер (ПК), работающий под управлением операционной системы Windows, через последовательный порт к CAN-сети.

Инструментальная среда обеспечивает мониторинг сети, регистрацию и хранение данных, построение цифровых "осциллограмм" и их отображение в графическом виде на экране дисплея ПК с пояснительными надписями и шкалами в физических единицах. Кроме того, предусмотрена побитовая расшифровка поступающих сообщений и формирование сценариев. Они представляют собой совокупность разнообразных CAN-объектов или посылок, последовательно транслирующихся в сеть.

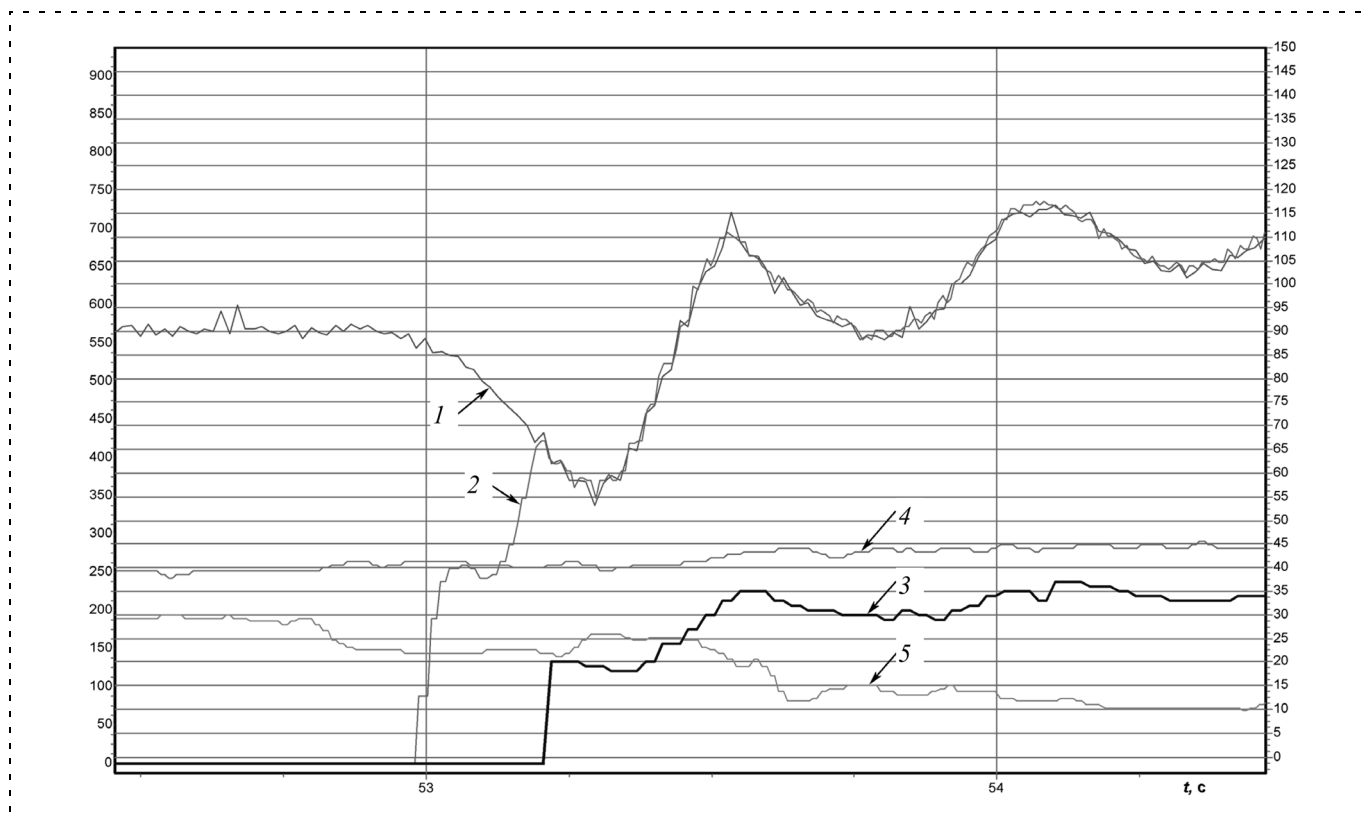


Рис. 3. Запись процесса трогания при широтно-импульсном управлении включением сцепления:

1 — угловая скорость маховика в приводе к промежуточному валу коробки передач, мин^{-1} ; 2 — угловая скорость промежуточного вала КП, мин^{-1} ; 3 — угловая скорость маховой массы, мин^{-1} ; 4 — ток в обмотке пропорционального клапана управления топливopодачей, $5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$; 5 — ток в обмотке пропорционального клапана управления сцеплением, $1 \cdot 10^{-1} \text{ A}$

Результаты записи процесса трогания при широтно-импульсном управлении сцеплением представлены на рис. 3.

В зависимости от типа трансмиссии среднестатистическое время переходного процесса при трогании грузового автомобиля с места находится в пределах $0,8..2 \text{ c}$ [12]. При этом обеспечиваются приемлемые энергетические, динамические показатели качества процесса и его плавность. На представленном графике длительность процесса трогания составляет $0,25 \text{ c}$, а усредненное значение производной угловой скорости промежуточного вала КП — 178 c^{-2} . В перспективе в цепь управления включением сцепления предполагается ввести пропорционально-интегральный регулятор с обратной связью по оборотам промежуточного вала. Наряду с оптимизацией характеристик исполнительных механизмов и учетом их дрейфа это позволит существенно улучшить качество переходного процесса.

Список литературы

1. Соломахo В. Л., Руктешель О. С., Кусяк В. А., Филимонов А. А. Тенденции развития автоматизированных систем

управления механическими коробками передач грузовых автомобилей // Известия НАН Беларуси, сер. физ.-техн. наук. 2006. № 2. С. 50—54.

2. Соломахo В. Л., Руктешель О. С., Филимонов А. А., Кусяк В. А. Сравнительные показатели коробок передач грузовых автомобилей // Грузовик &. 2006. № 12. С. 21—27.

3. Тарасик В. П., Рынкевич С. А. Интеллектуальные системы управления транспортными средствами: Монография / Мн.: УП "Технопринт", 2004. 512 с.

4. The automatic transmission systems for heavy trucks / ZF Tech. information, Sheet-No. 1328 757 101b, ZF Friedrichshafen AG, 2001, Germany.

5. Automated Mechanical Transmissions / Eaton-Fuller Tech. information. Condensed specifications TRSL-0285, -0281 7/01, 10/01 10M/WP, Eaton Corporation, 2001, USA.

6. Eaton-Fuller UltraShift Transmissions. TRDR-2500, Eaton and Dana Corporation, 2004, USA.

7. Коновалов Г. Ф., Коноваленко О. Б. Системы автоматического управления с электромагнитными порошковыми муфтами / М.: Машиностроение, 1986. 157 с.

8. ISO CD 11992: Road vehicles — Interchange of digital information on electrical connections between towing and towed vehicles. Part 2, Part 3 and Part 4.

9. CiA DS-301, Version 4.01: CANopen application layer and communication profile.

10. CiA DR-303-2, Version 1.1: CANopen representation of SI units and prefixes.

11. SAE J1939/71: Vehicle Application Layer.

12. Руктешель О. С. Анализ и синтез систем автоматического управления переключением передач автотранспортных средств: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.03. Мн., 1987. 503 л.

УДК 621.865.8

Д. Н. Баранов,
И. Л. Ермолов, канд. техн. наук, **Р. В. Плешаков,**
Ю. В. Подураев, д-р техн. наук, проф.,
Московский государственный
технологический университет "СТАНКИН"

Повышение автономности мобильного робота "Вездеход-ТМЗ" на основе бортовой системы навигации

Описано создание блока навигационного оборудования для мобильного робототехнического комплекса "Вездеход-ТМЗ". Решена задача защиты робота от столкновения с препятствиями. Реализована функция контроля устойчивости движения робота по пересеченной местности. Разработан протокол обмена данными и алгоритм комплексирования данных.

Мобильные робототехнические комплексы для выполнения гуманитарных операций

В мировой литературе под термином "робототехнические комплексы для выполнения гуманитарных операций" понимают роботы, применяемые спецслужбами для обеспечения безопасности граждан.

При существующих тенденциях развития мирового сообщества безопасность граждан не может быть надежно обеспечена. С ростом информационного обеспечения всех слоев населения (прежде всего за счет дальнейшего развития сети Интернет) технологии, ранее бывшие достоянием только военных и спецслужб, сегодня становятся доступными многим.

Террористические акты, произошедшие в России, странах Европы и США, показали, что сегодня могут быть атакованы любые группы населения, в любом месте и в любое время. Поэтому существует необходимость обеспечения большей защиты граждан от таких атак. Фактически каждый крупный город должен иметь группы быстрого реагирования, способные оперативно сработать в случае внезапной террористической атаки.

В современной концепции обеспечения безопасности значительная роль уделяется применению мобильных робототехнических средств. Это вызвано как возможностью круглосуточной готовности таких роботов, возросшей ценностью человеческой жизни в сознании общества, так и удешевлением самих роботов.

В той или иной степени применение мобильных роботов в интересах спецслужб возможно при прове-

дении операций различных типов. Однако наиболее целесообразно использование роботов при проведении взрывотехнических работ и антитеррористических операций, а также при охране важных объектов.

При этом применение роботов возможно для решения следующих тактических задач:

- ♦ при проведении взрывотехнических работ для
 - поиска и диагностики взрывных устройств;
 - уничтожения или эвакуации взрывных устройств;
 - расснаряжения или обезвреживания взрывных устройств;
 - проведения химической и радиационной разведки объектов и территорий;
- ♦ при проведении антитеррористических операций для
 - постановки радиоэлектронных помех, дымовых и специальных завес;
 - доставки и применения спецсредств нелетального действия;
 - скрытого проникновения на захваченные и охраняемые объекты;
 - ведения радиоэлектронной аудио- и видеоразведки объектов и территорий;
 - разрушения преград (дверей, стен);
- ♦ при охране объектов для
 - патрулирования территории или периметра объекта;
 - пресечения попыток проникновения на объект;
 - нейтрализации нарушителей.

Указанные операции проводятся на разных объектах и в разнообразных условиях:

- на объектах общественного транспорта (городском, железнодорожном, авиационном, морском, автомобильном);
- в местах проживания и жизнедеятельности людей (в квартирах, домах, офисах и др.);
- на промышленных объектах (объектах химической промышленности, ядерного технологического цикла и пр.);
- на объектах городской инфраструктуры (водопровод, теплостанции, канализации т. п.);
- на открытой местности, на сильно пересеченной местности, в лесах и т. д.

Специфика операций, условия эксплуатации и функциональное назначение мобильного робота определяют его конструктивные особенности, степень сложности системы управления, массогабаритные характеристики и состав специального оборудования.

К мобильным роботам таких типов предъявляются следующие общие требования:

- ♦ робот должен иметь высокие подвижность и проходимость в городских условиях, внутри зданий и сооружений, в зонах разрушений, на пересе-

ченной местности, как на твердых гладких покрытиях, так и на деформируемых грунтовых основаниях;

- ♦ робот должен надежно действовать как в неподготовленных естественных условиях, так и в среде, специально приспособленной для обитания человека (внутри домов, в транспортных коммуникациях), вписываться в городские транспортные потоки или двигаться в составе транспортных колонн;
- ♦ конструкция робота должна обеспечивать его высокую мобильность и быстрое развертывание при выполнении спецопераций.

Далее приведены некоторые образцы мобильных робототехнических комплексов, разработанных в различных странах.

"Вездеход-ТМЗ" (рис. 1, см. вторую сторону обложки) — один из образцов, относящийся к роботам сверхлегкого класса, основным назначением которых является визуальная и акустическая разведка местности, помещений, транспортных средств, осмотр труднодоступных мест, обнаружение и уничтожение взрывных устройств. Он разработан при участии НИИСМ МГТУ им. Н. Э. Баумана и выпускался серийно на Ковровском машиностроительном заводе.

Мобильный робот **"Вездеход-ТМЗ"** способен передвигаться по слабопересеченной местности, преодолевать пороговые препятствия, водные преграды, двигаться по снегу и траве. Для повышения маневренности при работе робота в стесненном пространстве (внутри зданий и сооружений) используется бортовой способ разворота. Рабочее оборудование робота включает в себя манипулятор, обладающий двумя степенями свободы, двухступенные механизмы наведения видеокамер и гидродинамический разрушитель. Выдвижение телескопической штанги позволяет обследовать труднодоступные места (днище автомобиля, урны и т. п.), исследовать и уничтожать подозрительные объекты.



Рис. 2. Мобильный робот НОВО

Многофункциональный мобильный робот НОВО (рис. 2) фирмы *Kentree* (Ирландия) предназначен, в первую очередь, для применения в составе подразделений силовых структур при выполнении взрывотехнических работ и проведении антитеррористических операций. Возможно использование робота при борьбе с огнем, а также на предприятиях атомной энергетики и химической промышленности для работ с радиоактивными и ядовитыми веществами и отходами производства.

Робот построен по модульному принципу, что облегчает его обслуживание и перенастраиваемость. Транспортный модуль **НОВО** имеет шесть колес. Для повышения адаптации машины к поверхности сложного профиля ее корпус выполнен в виде секций, соединенных специальными шарнирами, обеспечивающими возможность поворота крайних осей относительно продольной оси корпуса машины. При этом все колеса являются ведущими. Энергообеспечение осуществляется от аккумуляторов (время непрерывной работы не менее 2 ч); возможна работа от сети переменного тока напряжением 110 или 220 В. Модуль манипулятора **НОВО** имеет гидравлический привод, что обеспечивает максимальную грузоподъемность до 75 кг.

Малогабаритный мобильный робот RASCAL (рис. 3) той же фирмы используется совместно с более тяжелыми машинами в составе взрывотехнических подразделений. Малая масса робота (всего 33 кг) и небольшие габаритные размеры делают возможным его переноску силами одного человека.

Робот управляется по радио на расстоянии до 250 м, однако при необходимости работы в режиме радиомолчания возможно управление по кабелю. Пульт управления мобильного робототехнического комплекса (МРК) **RASCAL** может быть использован для управления другими роботами фирмы *Kentree*, что очень удобно, когда для выполнения работ требуется применять роботы различных размеров и назначения.



Рис. 3. Мобильный робот RASCAL

Особенности управления мобильными робототехническими комплексами

Отличительной особенностью большинства мобильных робототехнических комплексов является принцип использования человека-оператора для управления роботом. Это вызвано, в первую очередь, тем, что в отличие от роботов, применяемых в промышленности, мобильные роботы, применяемые спецслужбами, как правило, работают в высоко неопределенных средах.

Однако управление такими роботами является достаточно сложным, требует высокой квалификации оператора, что ограничивает применимость таких роботов, равно как и повышает стоимость их применения.

В связи с этим становится актуальным повышение степени автономности мобильных робототехнических комплексов, т. е. обеспечения возможности их функционирования без взаимодействия с человеком-оператором.

Степень автономности робота будет определяться его способностью функционировать в изменяющихся временных и пространственных координатах, а также в неопределенных средах или при изменяющихся задачах робота.

Такая автономность обеспечивается рядом мер в информационной, интеллектуальной и материально-технической структурах робота. Одной из них является автоматизация выполнения операций роботом.

Поскольку создание робототехнического комплекса, способного функционировать в полностью автоматическом режиме, пока не представляется возможным, предложено решение по созданию системы, обеспечивающей автоматическое выполнение отдельных операций.

Представляется целесообразным, в первую очередь, автоматизировать те операции, выполнение которых не связано напрямую с возможностью несанкционированного срабатывания взрывных устройств или которые легче поддаются автоматизации.

Проведенный анализ показал, что одной из таких операций является транспортное перемещение робота от места выгрузки до зоны, непосредственно

прилегающей к взрывоопасному объекту. Дополнительно введено ограничение, что такое движение будет осуществляться по прямой в рамках директрисы, указанной оператором перед началом движения.

Поскольку такое движение может происходить по местности пересеченного профиля или/и с наличием препятствий, в том числе подвижных, для обеспечения устойчивого движения робота и защиты его от столкновения с препятствиями было решено разработать блок навигационного комплекса.

Блок бортового навигационного оборудования для мобильных роботов

Структурная схема навигационного комплекса, включающего в себя персональный компьютер, блок бортового навигационного оборудования и комплект датчиков, показана на рис. 4.

Персональный компьютер выполняет роль системы управления верхнего уровня, главной задачей которой является обработка получаемых данных о состоянии робота и среды, а также принятие решений о дальнейших действиях робототехнической системы.

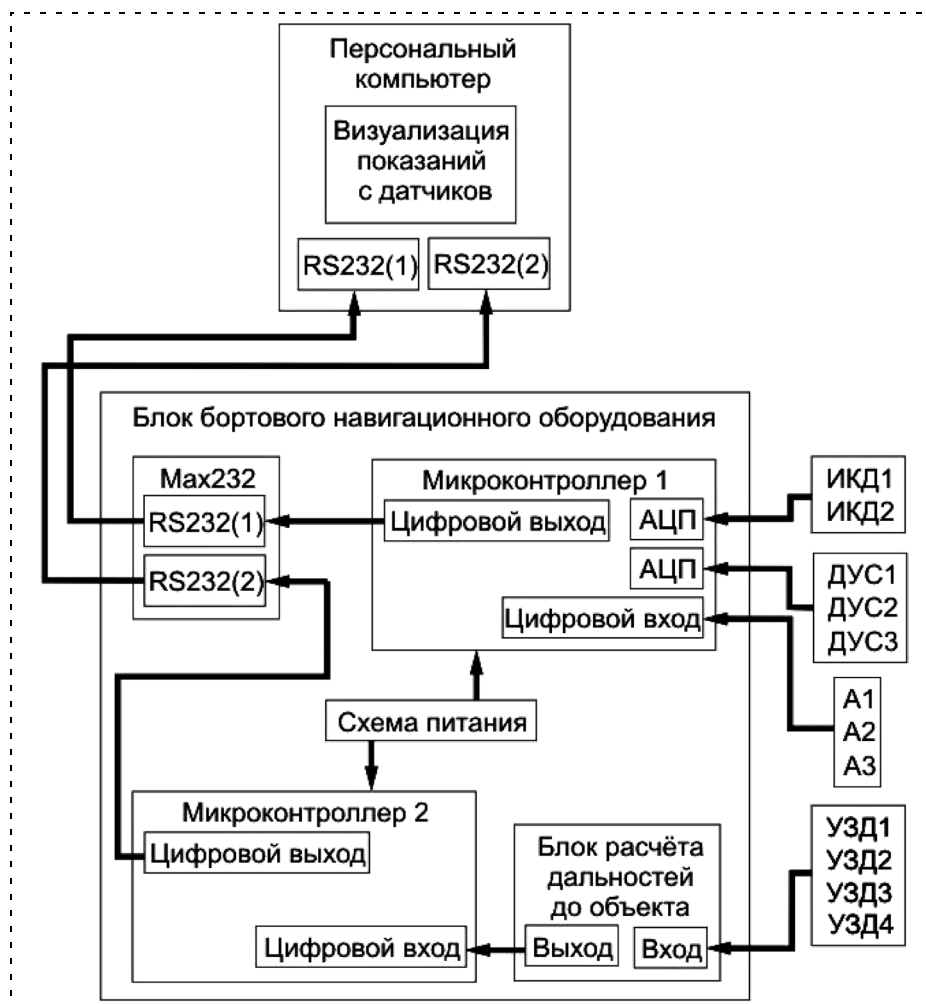


Рис. 4. Структурная схема навигационного комплекса

Ко вторичной задаче можно отнести визуализирующие функции, позволяющие оператору наглядно оценить показания датчиков системы, а на этапе разработки осуществлять калибровку и настройку системы.

Блок бортового навигационного оборудования (ББНО) предназначен для непрерывного считывания показаний с датчиков, обработки полученных значений на низком уровне и формирования пакетов измерительных данных для системы верхнего уровня.

Комплект датчиков осуществляет непосредственное измерение физических величин и передачу полученных значений в ББНО в аналоговом либо цифровом виде.

Первой задачей, решаемой навигационной системой, было создание системы защиты от столкновения с препятствиями.

Для решения задачи обнаружения препятствий и объектов на пути движения мобильного робота было принято решение использовать набор ультразвуковых датчиков УЗД1-4 (рис. 4).

Набор состоит из четырех датчиков, два из которых направлены вперед и два развернуты под углами 45° влево и вправо (рис. 5). Такая структура относительного расположения ультразвуковых датчиков позволяет покрыть всю переднюю полусферу в направлении движения робота. Построение данной подсистемы осуществлялось на базе автомобильного парковочного радара Challenger PM-V8 с учетом следующих преимуществ: 1) относительно низкой стоимости; 2) наличия в комплекте блока расчета дальностей до объекта; 3) отсутствия необходимости калибровки и настройки каждого датчика в отдельности. Таким образом, была получена подсистема, способная определять препятствия в радиусе $0,4...2,0$ м передней полусферы с частотой 20 Гц и диапазоном рабочих температур от -20°C до $+60^\circ\text{C}$, что позволяет применять рассматриваемую подсистему вне помещений в холодное время года. Выходным сигналом с блока расчета дальностей является цифровая последовательность данных

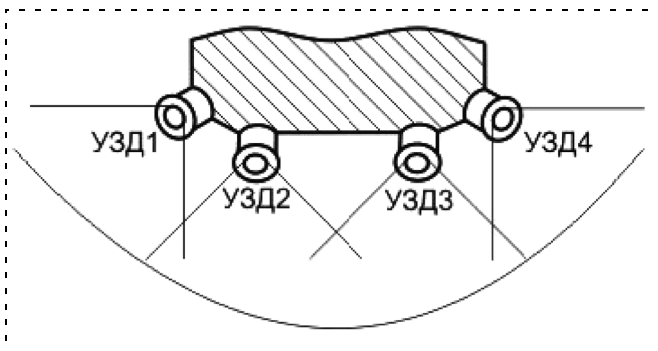


Рис. 5. Схема взаимного расположения ультразвуковых датчиков

парковочного радара, которая указывает направление наличия препятствия и расстояние до него.

В зависимости от ситуации и выполняемых операций время от времени роботу необходимо осуществлять движение задним ходом. Таким образом, в своем арсенале роботу необходимо иметь подсистему, информирующую его о препятствиях, расположенных позади него. Как правило, для большинства случаев это маневры поворота, разворота или отъезда на небольшую дистанцию, поэтому для решения такой задачи достаточно использование более простой системы, чем было рассмотрено ранее. Подсистема, контролирующая ситуацию позади робота при движении задним ходом, состоит из двух оптических датчиков расстояния ИКД1, ИКД2 (см. рис. 4), расположенных позади робота в крайнем правом и крайнем левом положениях. В рассматриваемой системе применяются инфракрасные датчики фирмы *Sharp GP2D120*. Данный датчик позволяет обнаружить препятствие на расстоянии $4...30$ см и на выходе имеет аналоговый сигнал с нелинейной характеристикой в зависимости от расстояния до объекта.

Второй задачей являлось создание системы для контроля устойчивости движения робота по пересеченной местности. Для этого было принято решение контролировать углы тангажа, дифферента и рыскания.

Для этого была применена подсистема, состоящая из трех акселерометров А1-3 (см. рис. 4), ортогонально расположенных друг относительно друга. Такое расположение позволяет осуществлять измерение проекций вектора ускорения робота на оси декартовой системы координат (рис. 6, а). Следовательно, в любой момент времени можно рассчитать модуль и направление вектора ускорения, а также определить углы крена и тангажа мобильного робота.

В рассматриваемой системе в качестве датчиков ускорения были выбраны акселерометры ADXL202Е фирмы *Analog Devices*. ADXL202Е — низкопотребляющий законченный двухосевой измеритель ус-

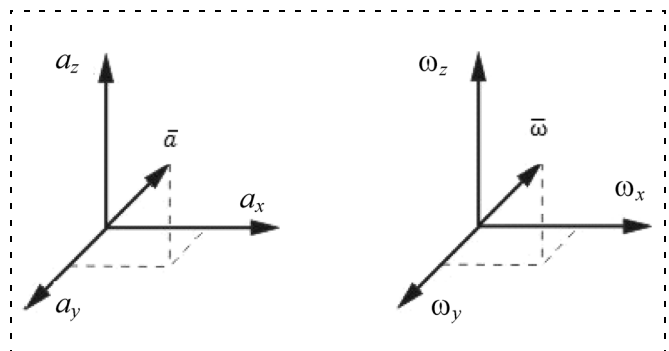


Рис. 6. Схема измерения:
а — вектора ускорения; б — вектора угловой скорости

корения с цифровым выходным сигналом в одной ИС. Таким образом, для измерения трех проекций было достаточно двух датчиков. ADXL202E имеет диапазон измерения ускорения $\pm 2 g$, может измерять как динамическое ускорение, например вибрацию, так и статическое ускорение, например гравитационную постоянную. Датчик имеет цифровые (ШИМ) информационные выходы. Информационные выходы прибора можно подключать к микропроцессорам напрямую без связующей логики. Период ШИМ-сигнала может иметь значение от 0,5 до 10 мс и задается внешним резистором. Типовой шумовой порог датчика — 200 мкд/ $\sqrt{\text{Гц}}$, что позволяет измерять ускорение менее 2 м. Ширина полосы пропускания данного датчика ускорения задается двумя внешними конденсаторами и изменяется в диапазоне 10...5000 Гц. Также надо отметить маленькие габаритные размеры данного датчика — $5 \times 5 \times 2$ мм в сверхминиатюрном корпусе, что немаловажно в современных робототехнических системах.

Последней группой датчиков нашей системы являются датчики угловых скоростей ДУС1-3 (см. рис. 4). Они также расположены ортогонально друг относительно друга (рис. 6, б), что позволяет вычислять модуль и направление вектора угловой скорости робота. В нашей системе для измерения угловых скоростей применяются пьезогироскопы ENV-05G фирмы *Murata*, с возможностью измерения угловой скорости до $\pm 60^\circ/\text{с}$. Данные датчики имеют аналоговый выходной сигнал с линейной характеристикой в зависимости от угловой скорости.

Далее рассмотрим более подробно вычислительное обеспечение блока бортового навигационного оборудования.

ББНО состоит из двух микроконтроллеров, схемы их питания, блока расчета дальностей и микросхемы, преобразующей уровень информационных сигналов до стандартных значений протокола RS232 (см. рис. 4).

Микроконтроллер 1 (см. рис. 4) осуществляет непрерывное считывание аналоговых измерительных сигналов с трех датчиков угловой скорости ДУС1-3, двух оптических датчиков расстояния ИКД1-2 и пяти ШИМ-сигналов с двух датчиков ускорения А1-3. При этом для входных аналоговых сигналов осуществляется 8-битное аналого-цифровое преобразование, а для ШИМ-сигналов — преобразование в 16-битное цифровое значение. Данные операции позволяют получить преобразование входных величин в цифровые значения со следующей точностью: для измеряемых угловых скоростей — $\pm 0,25^\circ/\text{с}$, для измеряемых ускорений $\pm 1 \text{ mg}$, для измеряемых расстояний — $\pm 0,5 \text{ мм}$. После опроса датчиков и оцифровки их входных величин микроконтроллер формирует пакет данных, который он передает на компьютер верхнего уров-

ня через последовательный порт № 1 со скоростью 115200 бит/с. В рассматриваемой системе для выполнения данной задачи был выбран микроконтроллер PIC16F77 фирмы *Microchip*. PIC16F77 имеет 8-разрядную, высокопроизводительную и полностью статическую RISC-архитектуру с флэш-памятью. Максимальная частота работы 20 МГц, диапазон рабочих температур от -40°C до $+80^\circ\text{C}$. Для выполнения вышеперечисленных операций была написана низкоуровневая программа, которая в сочетании с выбранным микроконтроллером реализовала систему реального времени. Полученная система осуществляет полный цикл работы за 10 мс, т. е. с частотой 100 Гц.

Микроконтроллер 2 (см. рис. 4) осуществляет непрерывное считывание цифровых данных с блока расчета дальностей. Входной информационный сигнал вместе с полезными данными содержит множество лишней информации, которую необходимо отфильтровать. Для этого была написана низкоуровневая программа, осуществляющая фильтрацию входных данных, их преобразование и пересылку на компьютер верхнего уровня по средствам последовательного порта № 2 со скоростью 57 600 бит/с. Для решения данной задачи был выбран микроконтроллер PIC16F627. Он имеет такую же архитектуру, как и PIC16F77, но с меньшим числом портов и отсутствием АЦП. Максимальная частота его работы составляет 20 МГц, но для решения поставленной задачи достаточно частоты 10 МГц. Данный микроконтроллер в сочетании с программой выполняет полный цикл обработки за 50 мс, т. е. с частотой 20 Гц.

Таким образом, в схеме блока бортового навигационного оборудования явно прослеживается параллельная работа двух подсистем. Данная структура построения системы была выбрана по следующей основной причине. Скорость опроса всех датчиков (десять входных сигналов) первой подсистемы составляет 10 мс, а скорость получения пакета данных (один входной сигнал) второй подсистемы от блока расчета дальностей составляет 50 мс. Это объясняется низкой скоростью работы ультразвуковых датчиков по своей природе. Если эти две подсистемы реализовать на одном микроконтроллере, то резко снизится скорость работы всего комплекса. При этом программа микроконтроллера значительно усложнится, что приведет к повышению вероятности возникновения ошибки и увеличению времени ее выполнения. Двойная структура с двумя независимыми параллельно выполняемыми процессами позволяет комплексу быть более гибким для применения в различных системах с различными требованиями и значительно повышает надежность и скорость ее работы. Одним из явных недостатков двойной структуры является необходимость использования двух параллельных портов.

Комплексирование данных, поступающих в блок навигации

Под комплексированием данных понимают процесс получения информации из более чем одного источника данных. Как правило, к этому приходится прибегать в случае, если данные из одного источника не обладают достаточной информативностью или надежностью.

Особенностью примененных акселерометров являлось то, что показания данной модели датчика могут быть вызваны как ускорением движения самого робота, так и ускорением свободного падения (при крене датчика относительно горизонтальной оси). Для их разделения было применено комплексирование данных, поступающих от акселерометров и гироскопов.

Алгоритм комплексирования приведен на рис. 7.

В качестве устройства для осуществления комплексирования данных предназначалась управляющая ЭВМ верхнего уровня.



Рис. 7. Блок-схема фрагмента комплексирования данных, поступающих от акселерометров и гироскопов

Выводы

Мобильные робототехнические комплексы активно применяются спецслужбами для обеспечения защиты гражданского населения от террористических атак. Для обеспечения более широкого применения робототехнических устройств в данной области необходимо сделать их более автономными.

Среди мер по повышению автономности мобильных технологических комплексов целесообразно, в первую очередь, автоматизировать наиболее простые операции.

В рамках проведенных исследований создан навигационный блок для обеспечения режимов транспортного движения мобильного робототехнического комплекса "Вездеход-ТМЗ" в автоматическом режиме без необходимости постоянного вмешательства со стороны человека-оператора.

Часть исследований, описанных в данной статье, выполнялась в рамках НИР "Магеллан", "Разработка программно-аппаратных средств навигации мобильных робототехнических комплексов". Головным исполнителем выступал НУЦ "Робототехника" МГТУ имени Н. Э. Баумана, а заказчиком — ФСБ РФ.

Список литературы

1. Подураев Ю. В. Мехатроника: основы, методы, применение: Учебн. пос. М.: Машиностроение, 2006.
2. Интеллектуальные системы автоматического управления // Под ред. И. М. Макарова, В. М. Лохина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
3. Зенкевич С. Л., Назарова А. В. Система управления мобильного робота // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Приборостроение. 2006. С. 31—51.
4. Зенкевич С. Л., Минин А. А. Построение плоской карты мобильным роботом // Мобильные роботы и мехатронные системы. Тр. Всеросс. школы-конф. М., 2006. С. 161—173.
5. Градецкий В. Г., Вешников В. Б., Калиниченко С. В., Кравчук Л. Н. Управляемое движение мобильных роботов по произвольно ориентированным в пространстве поверхностям. М.: Наука, 2001.
6. Яценков В. С. Микроконтроллеры microchip. Практ. рук. М.: Горячая линия. — Телеком, 2002.
7. Ульрих В. А. Микроконтроллеры pic16x7xx. М.: СОЛОН-Пресс, 2005.
8. Граф Р., Шнитс В. Энциклопедия электронных схем. М.: МДК-пресс, 2003.
9. <http://www.sharp.co.jp/ecg/>.
10. <http://www.analog.com>.
11. <http://www.murata.com>.

УДК 004.896

А. В. Попов, канд. техн. наук,
Е. И. Юревич, д-р техн. наук, проф.,
ЦНИИ РТК, г. Санкт-Петербург

Позиционно-силовое управление манипуляторами: состояние и перспективы

Обсуждается назначение, классификация и алгоритмы позиционно-силового управления манипуляторами, а также перспективы и актуальные задачи развития соответствующих систем управления. Акцентируется внимание на проблеме определения координат рабочего органа манипулятора и усилий его взаимодействия с объектами внешней среды.

*Полный текст статьи опубликован
в Приложении к журналу*

УДК 629.1.033.3

Е. С. Брискин, д-р физ.-мат. наук, проф.,
Волгоградский государственный
технический университет

Об управлении походкой шагающей машины "Восьминог"

Рассматриваются шагающие машины с цикловыми движителями курсового движения. Введение дополнительных подъемных движителей дифференциалов и управляемых тормозов в приводе курсового движения позволяет управлять походкой машины, что способствует увеличению профильной проходимости.

*Полный текст статьи опубликован
в Приложении к журналу*

УДК 621.01

К. С. Шоланов, д-р техн. наук, проф. **А. А. Кочетков**,
Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева

Определение числа и места расположения приводов в механизмах и манипуляторах

Рассматриваются вопросы автоматизации анализа и синтеза пространственных механизмов и манипуляторов с применением аппарата комбинаторной топологии и преобразованием систем координат. Разработанная программа позволяет решать задачи определения числа подвижностей, определения числа избыточных связей, устранения избыточных связей и построения рациональных механизмов, определения числа и места расположения приводов.

Полный текст статьи опубликован в Приложении к журналу

УДК 621.001.06

А. В. Казаков,
ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН, Москва

Динамическая манипулятивность станочного оборудования на основе манипуляторов параллельной структуры

Формулируется критерий динамической манипулятивности для механизмов параллельной структуры. Приводится расчет динамической манипулятивности для манипулятора робота — станка со встроенными дополнительными приводами в сочленения механизма.

Полный текст статьи опубликован в Приложении к журналу

УДК 621.007.52

В. А. Клевалин, д-р техн. наук, проф., **А. Ю. Поливанов**, канд. техн. наук, доц.,
МГТУ "СТАНКИН", Москва

Цифровые методы распознавания в системах технического зрения промышленных роботов

Проведен анализ цифровых методов распознавания в системах технического зрения (СТЗ) промышленных роботов. К робототехническим комплексам с СТЗ предъявляются повышенные требования по быстродействию — 0,1...1 с, точности, определяемой погрешностью в пределах нескольких процентов, и достоверности распознавания на уровне 0,9...0,99. Указанным требованиям отвечают рассмотренные в статье методы. Приводятся области использования для каждого метода, а также примеры их программной реализации.

Полный текст статьи опубликован в Приложении к журналу

CONTENTS

Vostrikov A. S. High Derivative and High-Gain in the Synthesis Problem for Nonlinear No Stationary Objects	2
Frantsuzova G. A. Two-Contour Systems of Extreme Control with Formation of Given Dynamics	7
Feofilov S. V. Periodic Movements in Relay Systems with Three-Position Control and Limiters in Regulating object	11
Kolokolov Yu. V., Monovskaya A. V., Melikhov A. Yu. A Hybrid Algorithm for Dynamic Simulation of a High-Order Pulse Energy Conversion System. Path 2. Optimization of a Hybrid Algorithm with Time Reduction Criterion	18
Gabidulin M. A. Synthesis of a Built-in Photoelectric Digitizer of an Angle and the Speed	23
Kuleshov A. S. Matematical Models of Skaybord Movement	28
Kalugin F. V. Adaptive Algorithm of the Diesel Engine Crankshaft Speed Filtration	35
Poddubny W. I., Trächtler A., Jäker K.-P., Nachtigal V. Definition of Optimum Parameters of Elastic Support of the Electric Motor of a Drive of a Wheel for Improvement of Dynamics of the Wheel Machine	42
Solomakhov V. L., Rukteshel O. S., Kussyak V. A., Filimonov A. A., Ozerov G. S., Efimchik I. N. Atand Research of Vehicle Gearshift Automated System	45
Baranov D. N., Ermolov I. L., Pleshakov R. V., Poduraev Yu. V. Increase of the Autonomy of Mobil Robot Everywhere TM3" on the base of the Boarding Navigation System	49
Popov A. V., Yurevich E. I. Positsonal-Power Control by Manipulators: State and Perspectives.	55
Briskin E. S. On the Control of the Walk of Step Machine "Eight-Feet".	55
Sholanov K. S., Kochetkov A. A. Determination of Numbers and Destination Places of Drives in Mschineries and Manipulators	55
Klevalin V. A., Polivanov A. Yu. Digital Methods of Recognition in Visual Technical Systems for Industrial Robots.	55
Kazakov A. V. Dynamic Manipulability of Machine Tool Equipment Based on Parallel Manipulators	56

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4/1

Телефон редакции журнала: **(495) 269-5397**, тел./факс: **(495) 269-5510**

Дизайнер *Т.Н. Погорелова*. Художник *В.Н. Погорелов*.
Технический редактор *О.А. Ефремова*. Корректор *З.В. Наумова*.

Сдано в набор 05.03.2008. Подписано в печать 14.04.2008. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 6,86. Уч.-изд. л. 7,85. Заказ 360. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15