

# СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ CAD-SYSTEMS

УДК 004.9:658.512

DOI: 10.17587/it.27.283-290

**А. В. Щекин**, зав. науч.-иссл. лаб. "Автоматизация программирования станков с ЧПУ",  
e-mail: schekin@inbox.ru,

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева

## Алгебра элементов технологического процесса

*Представлен формальный аппарат моделирования структуры технологического процесса механической обработки на основе алгебры конструкторско-технологических элементов. Дано расширенное определение понятия «конструкторско-технологический элемент» с учетом объемного характера обработки материала в процессе изготовления детали. Конструкторско-технологический элемент рассматривается как совокупность геометрической области обработки и применяемой к ней траектории движения инструмента, задаваемой набором технологических параметров. Алгебра технологического процесса включает в себя операцию сложения (добавления элемента в структуру технологического процесса) и операцию умножения (слияния элементов). Множество элементов обработки образует ассоциативную и в общем случае некоммутативную алгебраическую группу. Показана возможность применения данной алгебры в задачах автоматизации синтеза структуры технологического процесса.*

**Ключевые слова:** технологический процесс, автоматизация, план обработки, САМ-система, САПР ТП, конструкторско-технологический элемент

### Введение

Проектирование технологических процессов механической обработки на современных промышленных предприятиях реализуется системами подготовки управляющих программ для станков с ЧПУ (САМ-системами) и выпуска технологической документации (САПР ТП). Но несмотря на активное внедрение указанных систем в информационное пространство предприятий уровень автоматизации технологической подготовки производства остается недостаточно высоким и не позволяет создавать технологические процессы полностью в автоматическом режиме. В значительной степени это обусловлено наличием в технологическом проектировании такой трудно формализуемой и многовариантной задачи, как построение структуры технологического процесса и планов обработки на отдельных операциях. В связи с этим разработка научно-обоснованных подходов к синтезу структуры технологического процесса продолжает оставаться актуальной проблемой автоматизации машиностроения.

Начало разработки методов автоматизированного проектирования технологических процессов приходится на 70–80-е годы 20 века. Тогда были сформулированы основные принципы построения САПР ТП, обозначены перспективные задачи в области автоматизации

технологического проектирования, разработаны первые диалоговые САПР [1]. В отечественной науке совершенствование технологической подготовки производства развивалось преимущественно в направлении унификации деталей, стандартизации средств технологического оснащения и типизации технологических процессов, т. е. в основном в рамках вариантного подхода. Во второй половине прошлого столетия сформировался основной набор математических методов для моделирования технологических процессов на базе теории множеств, теории графов, логики предикатов первого порядка, теории автоматов. Эти методы используются и в настоящее время для формализованного описания и решения задач технологического проектирования [2–5]. Для моделирования маршрутных процессов наиболее активно применяются графы, которые наглядно отображают альтернативные варианты технологического процесса.

В зарубежных САПР автоматизация технологического проектирования изначально развивается преимущественно по пути генеративного подхода. Этот подход подразумевает моделирование обработки деталей в САМ-системах на основе конструктивных элементов и получение управляющих программ, ассоциативно связанных с этими элементами [6–10]. В зарубежной литературе конструктивные

элементы обозначаются термином *features* [11] и представляют собой наборы из одной или нескольких поверхностей детали. В отечественной терминологии аналогом слова *feature* в контексте технологического проектирования является термин "конструкторско-технологический элемент". При этом проблема структурного синтеза технологического процесса решается на этапе интеграции САМ-систем с системами конструкторского проектирования САД и сводится к двум основным задачам: распознаванию конструктивных элементов (задача *feature recognition* [6–7]) и составлению последовательности их обработки (задача *САРР-планирования* [8, 9]).

В ходе синтеза структуры технологической операции формируется исходное множество проектных альтернатив, выполняется отсев нерациональных вариантов и выбор оптимальной последовательности переходов. В качестве критерия оптимальности могут приниматься различные целевые функции, например, максимум производительности процесса, минимум приведенных затрат или различные комплексные подходы [1]. Для поиска оптимального маршрута обработки обычно применяются алгоритмы вычисления кратчайших путей на графах. При этом в качестве вершин графа рассматриваются отдельные поверхности детали, а в качестве ребер — связи между поверхностями (например, время обработки). Далее в статье показано, что если учитывать пересечения элементов обработки, то в зависимости от маршрута движения по графу весовые коэффициенты ребер могут принимать переменные значения. Это обстоятельство делает проблематичным применение стандартных алгоритмов поиска оптимального пути на графе. В настоящей работе предлагается оригинальный подход для моделирования структуры технологического процесса на основе алгебры конструкторско-технологических элементов. Этот формальный аппарат можно использовать для анализа и синтеза планов обработки в рамках генеративного подхода.

### **1. Формальная модель конструкторско-технологического элемента**

Понятие конструкторско-технологического элемента (КТЭ) в литературе часто определяется как совокупность поверхностей детали, характеризующих общностью применяемых методов формообразования [11, 12]. Но это определение не учитывает, что в процессе получения отдельных поверхностей детали происходит удаление

припуска, который представляет собой объем материала между заготовкой и указанными поверхностями. Поэтому дадим расширенное определение понятию КТЭ.

**Определение 1.** Конструкторско-технологический элемент — это замкнутая в пространстве геометрическая область, ассоциативно связанная с конструктивными элементами детали и характеризующаяся набором технологических параметров, задающих способ ее обработки.

В этом определении, во-первых, присутствует объемный характер изготовления детали, во-вторых, подчеркивается ассоциативная связь с ее конструктивными элементами и, в-третьих, предусматривается технологическая составляющая.

В общем случае КТЭ — это трехмерный объем удаляемого материала. Например, при объемной фрезерной обработке (рис. 1, см. вторую сторону обложки) КТЭ представляет собой твердое тело в пространстве, расположенное внутри тела заготовки и граничащее с его оболочкой (при этом под заготовкой понимается текущая форма детали перед началом обработки данного КТЭ). В некоторых случаях можно использовать упрощенные модели КТЭ, например, для токарных переходов КТЭ достаточно описать плоскими фигурами (рис. 2, см. вторую сторону обложки).

Ассоциативность является необходимым условием повторного использования конструкторско-технологических проектов [13]. Ассоциативность реализуется через наследование информации, которое означает не просто передачу данных от детали в систему технологической подготовки, а наличие в этом процессе "родителей" и "потомков". В общем случае КТЭ может унаследовать от конструктивных элементов детали не только геометрию, но и дополнительные данные, например, аннотации и свойства поверхностей. Некоторые аспекты наследования информации в интеграции систем конструкторско-технологической подготовки производства описаны в работах [14, 15]. Ассоциативная связь КТЭ с обрабатываемой деталью реализуется через ссылки на опорные объекты 3D-модели, в качестве которых могут использоваться грани, ребра или вершины детали, а также дополнительные операции построения в дереве модели.

Технологическая часть КТЭ — это набор движений режущего инструмента по заданной траектории. Для обозначения технологической составляющей будем использовать термин "траектория", подразумевая под ним всю совокупность числовых параметров, описывающих свойства инструмента, параметры траектории

и режимы резания. Далее для обозначения КТЭ будем использовать также сокращенный термин "элемент обработки". В формулах элемент обработки будем изображать символами  $MF$  (от англ. *manufacturing feature*).

Таким образом, КТЭ представляет собой совокупность обрабатываемой геометрической области и применяемой к ней траектории обработки. Формально КТЭ можно определить формулой

$$MF = \{Feature, Trajectory\},$$

где *Feature* — это геометрическая область обработки, которая включает в себя ее форму, расположение и ориентацию в пространстве. Для описания формы могут применяться различные способы математического описания: для трехмерных областей, например, Вреп-представление, для 2D-областей — описания контурами или регионами.

*Trajectory* — это набор числовых параметров, задающих траекторию внутри элемента обработки. В состав *Trajectory* могут входить также номер инструментальной позиции при обработке на станке с ЧПУ, параметры инструмента и режимы обработки. *Trajectory* зависит от геометрии элемента обработки, т. е. представляет собой функцию *Trajectory(Feature)*.

К *Feature* и к *Trajectory* применимы операции над множествами.

Формирование набора КТЭ в различных системах технологического проектирования может осуществляться разными способами: ручным выбором обрабатываемых поверхностей, автоматизированным или автоматическим их распознаванием по геометрии детали. Для построения траекторий обработки с учетом текущей формы заготовки необходимо, чтобы область обработки замыкалась на геометрию, которую имеет заготовка перед началом обработки данного элемента. Замыкание элемента на заготовку представляет собой отдельную задачу в процессе формирования КТЭ и может выполняться разными способами, например, касательным продолжением контуров или граней элемента. Далее процедуру замыкания элемента на заготовку будем обозначать функцией *Extension(Feature)*.

Согласно ГОСТ 3.1109—82 "ЕСТД" [11] технологический процесс состоит из операций, установов, позиций, переходов и т. д. Однако первичными элементами структуры технологического процесса следует считать не переходы, а КТЭ. Любой объект структуры технологического процесса, который связан с удалением материала с заготовки (переход, операция или технологический процесс в целом), всегда имеет геометрическую область. Поэтому первич-

ной структурой технологического процесса является структура, составленная из элементов обработки. Первичная структура может быть отображена в другие способы описания технологического процесса, в том числе и в терминах ЕСТД. Для составления первичной структуры технологического процесса предлагается алгебра на множестве элементов обработки.

## 2. Алгебра технологического процесса

Алгебра технологического процесса имеет следующий вид:  $A = \{E, \Omega\}$ , где  $E$  — множество элементов обработки;  $\Omega$  — множество алгебраических операций, обозначаемых набором операторов  $\{+, -, \times, /\}$ .

Операция сложения элементов обработки обозначается знаком  $+$ . Поскольку результат технологического процесса механической обработки представляет собой также элемент обработки, то операция сложения одновременно является и операцией добавления элемента в структуру технологического процесса. Операция сложения выполняется согласно следующим правилам:

$$MF_1 + MF_2 = MF_3;$$

$$Feature_3 = Feature_1 \cup Feature_2; \quad (1)$$

$$Trajectory_3 = Trajectory_1 \cup Trajectory_2 (Feature_2 \setminus Feature_1); \quad (2)$$

$$Feature_2 = Feature_2 \setminus Feature_1. \quad (3)$$

В результате операции сложения происходит объединение геометрических областей элементов. Траектория суммарного элемента представляет собой множество не зависящих друг от друга траекторий элементов (на рис. 3, *a* (см. вторую сторону обложки) показан первый элемент и его траектория, на рис. 3, *б* — второй элемент в исходном состоянии). При этом область второго элемента отсекается областью первого элемента (рис. 3, *в*, см. вторую сторону обложки).

**Аксиома 1.** Операция сложения элементов обработки ассоциативна:

$$MF_1 + (MF_2 + MF_3) = (MF_1 + MF_2) + MF_3.$$

**Утверждение 1.** Любая непустая структура технологического процесса может быть представлена суммой ее элементов обработки, равной результирующему элементу обработки всего технологического процесса:

$$MF_{ТП} = MF_1 + MF_2 + MF_3 + \dots \\ \dots + MF_i + \dots + MF_n.$$

Порядок записи элементов в сумме задает последовательность обработки элементов в структуре технологического процесса. Аксиома 1 следует из индуктивного соображения, что расстановка скобок внутри суммы не меняет порядок изготовления элементов, скобки позволяют просто группировать некоторые элементы в наборы.

**Утверждение 2.** Операция сложения элементов в общем случае не коммутативна:

$$MF_1 + MF_2 \neq MF_2 + MF_1.$$

Коммутативность операции сложения означает, что можно изменить порядок изготовления элементов. Множество элементов обработки может содержать как коммутирующие, так и некоммутирующие элементы по операции сложения. Сочетаемость элементов определяется большим числом различных факторов (геометрических, технологических, организационно-экономических), главным из которых является геометрическая доступность элемента.

**Определение 2.** Нейтральным элементом множества элементов обработки является такой нулевой элемент, у которого не задана либо область обработки ( $Feature = \emptyset$ ), либо траектория ( $Trajectory = \emptyset$ ).

**Теорема 1.** Сложение элемента обработки с самим собой и его умножение на число равно этому элементу:

$$MF + MF + MF + \dots = n \cdot MF = MF. \quad (4)$$

**Доказательство.** Результат выполнения формул (1) и (2) с двумя элементами показывает, что повторная обработка по ранее обработанной области не добавляет новых элементов:

$$\begin{aligned} Feature \cup Feature &= Feature; \\ Trajectory(Feature) \cup Trajectory(Feature \setminus Feature) &= \\ &= Trajectory \cup \emptyset = Trajectory. \end{aligned}$$

Операция вычитания элементов обработки обозначается знаком  $-$ . Операция вычитания одновременно является и операцией удаления элемента из структуры технологического процесса. Результирующая область обработки замыкается операцией *Extension* на область заготовки. Операция вычитания выполняется согласно следующим правилам:

$$MF_1 - MF_2 = MF_3; \quad (5)$$

$$Feature_3 = Extension(Feature_1 \setminus Feature_2); \quad (5)$$

$$Trajectory_3 = Trajectory_1 \setminus Trajectory_2. \quad (6)$$

Обратный элемент обработки  $MF^{-1}$  для операции сложения представляет собой этот же элемент со знаком минуса.

**Теорема 2.** Сложение элемента с его обратным элементом равно нулевому элементу:

$$MF + (-MF) = MF - MF = \emptyset.$$

Доказательство этой теоремы следует из формул (5) и (6).

На множестве элементов обработки были определены операция сложения, нулевой элемент и обратный элемент. Таким образом, множество элементов обработки представляет собой алгебраическую группу  $G^+$ . В общем случае эта группа некоммутирующая и может содержать как коммутирующие, так и некоммутирующие элементы. Подмножество коммутирующих элементов внутри группы  $G^+$  образует абелеву группу  $G_a^+$ , которая задает множество всех допустимых перестановок в структуре технологического процесса. Поэтому для анализа и синтеза плана обработки в первую очередь представляет интерес свойство коммутативности операции сложения элементов обработки.

Первым и главным фактором, влияющим на сочетаемость элементов, является геометрическая доступность области обработки элемента. Очевидно, что нельзя поменять местами точение наружной поверхности резьбы и собственно нарезание резьбы, точно так же нельзя изготовить внутреннюю канавку, не подготовив соответствующего отверстия. Но геометрически независимые элементы (если на них не влияют дополнительные факторы) вполне могут являться коммутирующими. Например, растачивание и наружное точение можно переставить местами, можно также изменить последовательность сверления и наружного точения. Выявление геометрических и технологических факторов, влияющих на сочетаемость элементов в операции сложения, требует отдельного исследования и будет представлено в следующих публикациях.

Операция умножения элементов обработки обозначается знаком  $\times$ . Операция умножения представляет собой слияние элементов, в результате которого объединяются геометрические области обработки, а параметры траектории результирующего элемента приравниваются к параметрам траектории первого элемента (на рис. 4,  $a$  и  $4, b$  — исходные элементы, на рис. 4,  $v$  — результат умножения (см. вторую сторону обложки)). В результате операции умножения второй элемент полностью поглощается первым элементом. Операция умножения имеет приоритет над операцией сложения. Операция умножения выполняется согласно следующим правилам:

$$MF_1 \times MF_2 = MF_3;$$

$$Feature_3 = Feature_1 \cup Feature_2;$$

$$Trajectory_3 = Trajectory_1.$$

**Аксиома 2.** Операция умножения элементов обработки ассоциативна:

$$MF_1 \times (MF_2 \times MF_3) = (MF_1 \times MF_2) \times MF_3.$$

**Утверждение 3.** Операция умножения элементов в общем случае не коммутативна:

$$MF_1 \times MF_2 \neq MF_2 \times MF_1.$$

Необходимым условием коммутативности операции умножения двух элементов является пересечение допустимых интервалов числовых значений параметров их траекторий, т. е. условие  $Trajectory_1 \cap Trajectory_2 \neq \emptyset$ .

Так же, как и для операции сложения, множество элементов обработки для операции умножения представляет собой алгебраическую группу  $G^x$  (в общем случае не коммутативную), в которой определены операция умножения, обратный элемент  $MF^{-1}$ , получаемый через операцию деления, и нейтральный элемент  $I$ .

Операция деления обозначается знаком / и выполняется согласно следующим правилам:

$$MF_1/MF_2 = MF_3;$$

$$Feature_3 = Feature_1 \setminus Feature_2;$$

$$Trajectory_3 = Trajectory_1.$$

Исходными данными для практического применения алгебры являются таблицы Кэли ее операций, которые отображают структуру алгебраической системы, применимость операций к парам элементов и их свойство коммутативности. Автоматическому составлению таблиц Кэли предшествует декомпозиция области обработки технологического процесса (эта область получается вычитанием детали из заготовки) на множество исходных элементов. На данном множестве для каждой пары исходных элементов выполняется проверка применимости операций и их свойства коммутативности, в результате которой окончательно формируются таблицы Кэли.

Применение операций алгебры к каждой паре элементов позволяет:

- с учетом свойства коммутативности получить комбинации элементов обработки в виде алгебраических формул и одновременно провести проверку корректности

структурной упорядоченности элементов алгебраическими методами;

- на базе совокупности полученных алгебраических формул сформировать граф возможных структур технологического процесса, который в дальнейшем можно использовать для поиска оптимального плана обработки.

### 3. Пример использования алгебры технологического процесса

Рассмотрим пример, который демонстрирует возможность применения алгебры технологического процесса в задаче синтеза плана обработки. На рис. 5 показано ступенчатое отверстие, состоящее из трех элементов  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Декомпозиция области обработки между деталью и заготовкой на исходные элементы выполнена исключительно из геометрических соображений (кавалитеты и шероховатости отверстий не учитывались). Все исходные элементы замкнуты на заготовку. Для отверстий  $A$  и  $B$  требуется предварительное центрование (элемент  $f$  на рис. 5). Отверстие  $C$  растачивается после предварительного засверливания с диаметром не менее 14 мм (элемент  $d$ ). Локальные планы обработки отверстий имеют вид:

$$A = f + a, B = f + b, C = d + c.$$

Целью решения данной задачи является выбор оптимального плана изготовления отверстий по критерию минимального суммарного времени их обработки.

Составим таблицу Кэли для операции сложения по элементам  $A$ ,  $B$  и  $C$  (табл. 1). В данном случае все три элемента образуют коммутативную группу, на базе которой можно составить  $3! = 6$  вариантов плана обработки.

Алгебра технологического процесса позволяет вывести конечные формулы вариантов плана обработки из комбинаций элементов  $A$ ,  $B$  и  $C$  в комбинации локальных элементов

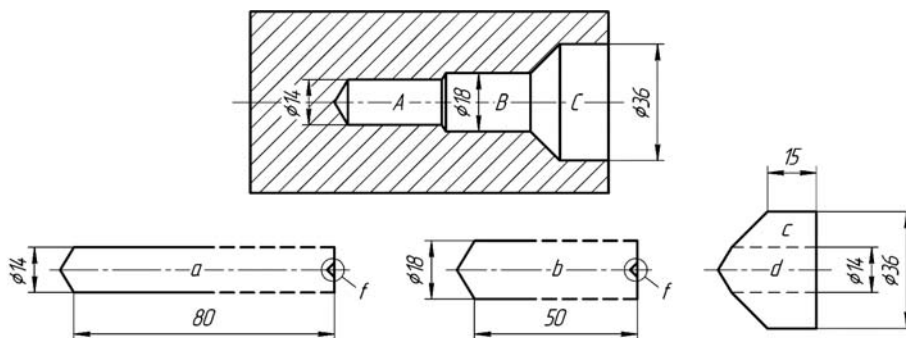


Рис. 5. Исходные элементы ступенчатого отверстия

Таблица 1

Таблица Кэли для операции сложения по элементам *A*, *B* и *C*

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A + B</i>	<i>A + C</i>
<i>B</i>	<i>B + A</i>	<i>B</i>	<i>B + C</i>
<i>C</i>	<i>C + A</i>	<i>C + B</i>	<i>C</i>

Таблица 2

Таблица Кэли для операции сложения по локальным элементам

	<i>f</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f + a</i>	<i>f + b</i>	<i>f + d</i>	<i>f + c</i>
<i>a</i>	—	—	<i>a + b</i>	<i>a</i>	<i>a + c</i>
<i>b</i>	—	<i>b + a</i>	—	<i>b</i>	<i>b + c</i>
<i>d</i>	$-(d)$	<i>d + a</i>	<i>d + b</i>	<i>d</i>	<i>d + c</i>
<i>c</i>	$-(c)$	<i>c + a</i>	<i>c + b</i>	—	—

с использованием простых символьных преобразований. Для парных сложений локальных элементов будем использовать таблицу Кэли по операции сложения (табл. 2).

При составлении табл. 2 учитывались формулы (1) и (3) для операции сложения и выше определенные геометрические правила определения коммутативности двух элементов. Для некоммутирующих элементов, а также элементов, области которых не пересекаются, в ячейки таблицы записываем полное обозначение суммы, для остальных пересекающихся элементов записываем результат их сложения. Например, поскольку элементы *a* и *d* находятся в разных планах обработки *A* и *C*, которые можно переставить местами, то *a* и *d* являются также коммутирующими элементами. При этом элемент *a* в результате прибавления к нему элемента *d* в силу формул (1) и (3) поглощает элемент *d* (в результате сложения *a + d* из формулы (3) следует, что элемент *d* вообще перестает существовать), и в соответствующую ячейку таблицы Кэли записываем сразу результат их сложения, равный *a*. Но при обратном сложении *d + a* элемент *d* полностью не исчезает, а только вычитается из области *a*, поэтому для *d + a* записывается полное обозначение суммы. Аналогично и для элементов *b* и *d*. Жесткое следование *a* после *f* задано в локальном плане *A*, поэтому *f* и *a* являются некоммутирующими элементами. Диагональные элементы таблицы показывают возможность повторного выполнения элементов при отсутствии других элементов. Например, центрование *f* может быть выполнено повторно много раз без получения при этом новых результатов, кроме пустой траты времени станка. Поэтому

из формулы (4) следует, что  $f + f = f$ . Аналогично и для элемента *d*. Элементы *a* и *b* не могут быть выполнены без предварительного центрования, как и элемент *c* без засверливания, поэтому диагональные ячейки таблицы для элементов *a*, *b* и *c* остаются пустыми.

Отдельно остановимся на сумме *d + f*. Геометрическая область элемента *f* находится внутри элемента *d*, и в результате прибавления *f* к *d* из формулы (3) следует, что элемент *f* перестает существовать, и их сумма становится равной *d*. Таким образом, если исходить только из геометрических соображений, то получается, что сверление отверстия *d* заменяет центрование отверстий *a* и *b*. Оценить, хватит ли жесткости сверла для отверстия *d* для обеспечения точности расположения центрального отверстия по оси заготовки, можно только в том случае, если учесть дополнительные технологические факторы, такие как соотношение длины и диаметра сверла. Технологические факторы — это второй уровень факторов, влияющих на свойство коммутативности элементов. В данном примере будем считать, что жесткости сверла не хватает, чтобы заменить центрование, и тогда пары элементов *f* и *d*, а также *f* и *c* перестают быть коммутирующими.

Используя таблицу Кэли для операции сложения, получаем преобразования формул из комбинаций элементов *A*, *B* и *C* в комбинации локальных элементов (табл. 3). Две последние комбинации являются некорректными, так как содержат неприменимую операцию  $c + f$ .

Выбор оптимальной формулы осуществлялся путем перестроения плана обработки и рас-

Таблица 3

Формулы плана обработки

Комбинации	Формулы преобразования	Время, мин
<i>A + B + C</i>	$(f + a) + (f + b) + (d + c) =$ $= 2f + a + b + d + c =$ $= f + a + (b + d) + c = f + a + b + c$	2,41
<i>A + C + B</i>	$(f + a) + (d + c) + (f + b) =$ $= 2f + a + d + c + b =$ $= f + (a + d) + c + b = f + a + c + b$	2,47
<i>B + A + C</i>	$(f + b) + (f + a) + (d + c) =$ $= 2f + b + a + d + c =$ $= f + b + (a + d) + c = f + b + a + c$	2,03
<i>B + C + A</i>	$(f + b) + (d + c) + (f + a) =$ $= 2f + b + d + c + a =$ $= f + (b + d) + c + a = f + b + c + a$	2,03
<i>C + A + B</i>	$(d + c) + (f + a) + (f + b) = d + c + 2f +$ $+ a + b = d + (c + f) + a + b = \emptyset$	—
<i>C + B + A</i>	$(d + c) + (f + b) + (f + a) = d + c + 2f +$ $+ b + a = d + (c + f) + b + a = \emptyset$	—

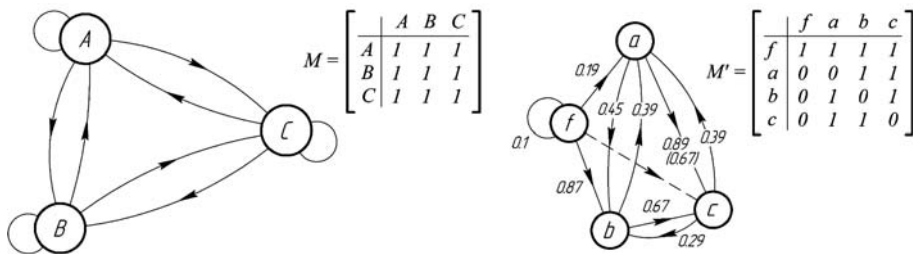


Рис. 6. Граф технологической структуры и его матрица смежности

чета каждого варианта в САМ-системе, разрабатываемой автором данной статьи для САПР-платформы КОМПАС-3D [16, 17]. Для расчета режимов резания использовались возможности конструкторско-технологической параметризации, встроенной в состав САМ-системы [18]. В результате численного эксперимента были получены две оптимальные формулы плана обработки  $f + b + a + c$  и  $f + b + c + a$  с временем обработки 2,03 мин (табл. 2).

Табл. 1 эквивалентна ориентированному графу и его матрице смежности  $M$  (рис. 6). Ребра графа обозначают операцию сложения двух элементов, вес ребра равен времени обработки второго элемента. Наличие петли у элемента означает, что данный элемент может присутствовать независимо от других элементов. Если вершина графа имеет петлю, то соответствующий диагональный элемент матрицы  $M$  равен 1, если петля отсутствует, то этот элемент равен 0. Отсутствие петли у вершины означает также, что элемент не может быть первым в плане обработки. Анализируя полученные формулы, можно построить граф по локальным элементам  $f$ ,  $a$ ,  $b$  и  $c$  и его матрицу смежности  $M'$  (рис. 6).

В общем случае время обработки отдельного элемента зависит от его места внутри последовательности обработки. Поэтому при движении по разным маршрутам веса некоторых ребер могут принимать переменные значения. Например, в маршрутах  $f + a + c + b$  и  $f + b + a + c$  вес ребра  $a + c$  различный. Это объясняется тем, что во втором маршруте начальный диаметр растачивания отверстия  $c$  больше, чем в первом, и соответственно время обработки элемента  $c$  уменьшается. Динамический характер весовых коэффициентов ребер графа отражает тот факт, что при изменении последовательности обработки пересекающихся элементов происходит не только перестановка элементов в маршруте обработки, но и их геометрическая и технологическая трансформация. Данное обстоятельство делает затруднительным применение известных алгоритмов оптимизации на графах. Таким образом, поиск оптимального маршрута сводится к прямому перебору возможных ва-

риантов с их расчетом в системе технологического проектирования. В связи с этим возникает потребность в разработке способов минимизации как исходного числа допустимых формул плана обработки, так и времени их вычисления. В этом смысле применение алгебры технологического процесса совместно с ее таблицами Кэли позволяет под-

готовить исходное множество вариантов с использованием простых символьных вычислений.

## Заключение

Алгебра технологического процесса представляет собой формальный аппарат для моделирования структуры технологического процесса, который можно использовать в задачах анализа и синтеза планов механической обработки. Практическая ценность предлагаемого подхода заключается в возможности его применения для автоматизации структурного синтеза технологических процессов. Алгебраическая запись маршрутов обработки отражает не только последовательность обрабатываемых элементов, но и характер связей между ними, и позволяет осуществлять преобразование формул посредством простых символьных вычислений. Этот подход в дальнейшем планируется развивать в составе интегрированной САМ-системы для платформы КОМПАС-3D. Программная реализация подсистемы автоматического синтеза структуры технологического процесса повышает эффективность проектируемых технологических процессов.

## Список литературы

1. Корчак С. Н., Кошин А. А., Ракович Ф. Г., Синицын Б. И. Системы автоматизированного проектирования технологических процессов, приспособлений и режущих инструментов. Учеб. для вузов / Под общ. ред. С. Н. Корчака. М.: Машиностроение, 1988. 352 с.
2. Кузьмин В. В. Выбор технологических баз при обработке корпусных деталей // Вестник МГТУ "Станкин". 2008. № 2. С. 10–14.
3. Чигиринский Ю. Л. Возможность формализованного решения задач технологического проектирования // СТИН. 2009. № 12. С. 26–29.
4. Митин С. Г., Бочкарев П. Ю., Азиков Н. С. Метод генерации структур технологических операций для оборудования сверлильной группы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 2. С. 69–74.
5. Mitin S., Bochkarev P. Mathematical modelling in the computer-aided process planning // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 124 (2016) 012077.
6. Babic B., Nestic N., Miljkovic Z. A Review of Automated Feature Recognition with Rule-Based Pattern Recognition // Computers in Industry. 2008. Vol. 59, Iss. 4. P. 321–337.
7. Mesbahi A. E., Jaider O., Rechia A. Automatic Recognition of Isolated and Interacting Manufacturing Features in Milling

Process // International Journal of Engineering Research and Applications. 2014. Vol. 4, Iss. 10. P. 57–72.

8. **Xun Xu, Lihui Wang, Stephen T. Newman.** Computer-aided process planning — A critical review of recent developments and future trends // International Journal of Computer Integrated Manufacturing. 2011. Vol. 24, N. 1. P. 1–31.

9. **Yusof Y., Latif K.** Survey on computer-aided process planning // International journal of advanced manufacturing technology. 2014. N. 75. P. 77–89.

10. **Sanfilippo E. M., Borgo S.** What are Features? An Ontology-Based Review of the Literature // Computer-Aided Design. 2016. Vol. 80. P. 9–18.

11. **ГОСТ 3.1109-82.** Единая система технологической документации (ЕСТД). Термины и определения основных понятий (с Изменением N 1).

12. **Зиннатуллин И. А., Горяинов Д. С.** Метод автоматизированного распознавания конструкторско-технологических элементов детали // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2016. Т. 18, № 4 (2). С. 257–261.

13. **Щекин А. В., Сульдин С. П.** Ассоциативность траекторий в САМ-приложении "Модуль ЧПУ. Токарная обработка" // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 8. С. 570–575.

14. **Щекин А. В.** Автоматизация получения параметров детали для задач конструкторско-технологической параметризации // Инженерные технологии и системы. 2019. Т. 29, № 3. С. 345–365. DOI: 10.15507/2658-4123.029.201903.345-365.

15. **Щекин А. В.** Особенности наследования информации в задачах интеграции систем технической подготовки производства // Онтология проектирования. 2020. Т. 10, № 2(36). С. 201–217. DOI: 10.18287/2223-9537-2020-10-2-201-217.

16. **Модуль ЧПУ. Токарная обработка.** URL: <https://kompas.ru/kompas-3d/application/machinery/module-chpu>.

17. **Модуль ЧПУ. Фрезерная обработка.** URL: <https://kompas.ru/kompas-3d/application/machinery/module-chpu-fo>.

18. **Щекин А. В.** Конструкторско-технологическая параметризация в составе интегрированной САМ-системы // Информационные технологии. 2019. № 7. С. 34–54.

**A. V. Shchekin**, Chief of the Research Laboratory "Automation of CNC Programming",

e-mail: [schekin@inbox.ru](mailto:schekin@inbox.ru),

N. P. Ogarev Mordovia State University, Saransk, 430005, Russian Federation

## Algebra of Technological Process

*A formal apparatus for modeling the structure of the technological process of mechanical processing based on the algebra of design and technological elements is presented. Design and technological element (manufacturing feature) is considered as a set of geometric processing area and the tool trajectory applied to it, set by a set of technological parameters. Algebra includes an addition operation (adding an element to the process structure) and a multiplication operation (merging elements). The set of processing elements forms an associative and generally noncommutative algebraic group. The possibility of using algebra for analysis and synthesis of technological process structures is shown.*

**Keywords:** processing plan, CAM system, CAD TP, COMPASS-3D, 3D model, design and technological element

DOI: 10.17587/it.27.283-290

### References

1. **Korchak S. N., Koshin A. A., Rakovich F. G., Sinicyn B. I.** Computer-aided design systems for technological processes, fixtures and cutting tools, Moscow, Mashinostroenie, 1988, 352 p. (in Russian).

2. **Kuzmin V. V.** Selection of Technological Bases for Handling Details, *Vestnik MGTU "Stankin"*, 2008, no. 2, pp. 10–14 (in Russian).

3. **Chigirinskij Yu. L.** Possibility of formalized solution of technological design problems, *STIN*, 2009. no. 12, pp. 26–29 (in Russian).

4. **Mitin S. G., Bochkarev P. Y., Azikov N. S.** The technique for generating structures of manufacturing operations for equipment for a drilling group, *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2018. vol. 47, no. 2, pp. 181–186 (in Russian).

5. **Mitin S., Bochkarev P.** Mathematical modelling in the computer-aided process planning, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 124 (2016), 012077.

6. **Babic B., Nesic N., Miljkovic Z.** A Review of Automated Feature Recognition with Rule-Based Pattern Recognition, *Computers in Industry*, 2008, vol. 59, iss. 4, pp. 321–337.

7. **Mesbahi A. E., Jaider O., Rechia A.** Automatic Recognition of Isolated and Interacting Manufacturing Features in Milling Process, *International Journal of Engineering Research and Applications*, 2014, vol. 4, iss. 10, pp. 57–72.

8. **Xun Xu, Lihui Wang, Stephen T. Newman.** Computer-aided process planning — A critical review of recent developments and future trends, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2011, vol. 24, no. 1, pp. 1–31.

9. **Yusof Y., Latif K.** Survey on computer-aided process planning, *International journal of advanced manufacturing technology*, 2014, no. 75, pp. 77–89.

10. **Sanfilippo E. M., Borgo S.** What are Features? An Ontology-Based Review of the Literature, *Computer-Aided Design*, 2016, vol. 80, pp. 9–18.

11. **ГОСТ 3.1109-82.** Unified system of technological documentation (ESTD). Terms and definitions of basic concepts (with Amendment N 1) (in Russian).

12. **Zinnatullin I. A., Goryainov D. S.** Automated feature recognition method, *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2016, vol. 18, no. 4(2), pp. 257–261 (in Russian).

13. **Schekin A. V., Suldin S. P.** Associativity of the Tool Paths in the CAM-Application CNC-Module. Lathe Operation. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 8, pp. 570–575 (in Russian).

14. **Shchekin A. V.** Automation of Obtaining the Detail Parameters for Tasks of Design-Technological Parametrization, *Inzhenernyye tekhnologii i sistemy=Engineering Technologies and Systems*, 2019, vol. 29, no. 3. pp. 345–365, DOI: 10.15507/2658-4123.029.201903.345-365 (in Russian).

15. **Shchekin A. V.** The specifics of information inheritance in CAD/CAM-integration, *Ontology of designing*, 2020, vol. 10, no. 2, pp. 201–217, DOI: 10.18287/2223-9537-2020-10-2-201-217 (in Russian).

16. **Module** Computer numerical control. Turning, available at: <https://kompas.ru/kompas-3d/application/machinery/module-chpu> (in Russian).

17. **Module** Computer numerical control. Milling, available at: <https://kompas.ru/kompas-3d/application/machinery/module-chpu-fo> (in Russian).

18. **Shchekin AV.** Design and technological parametrization as a part of an integrated CAM System, *Informatsionnyye Tehnologii*, 2019, vol. 25, no. 7, pp. 34–54 (in Russian).



Рисунки к статье А. В. Щекина

## «АЛГЕБРА ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА»

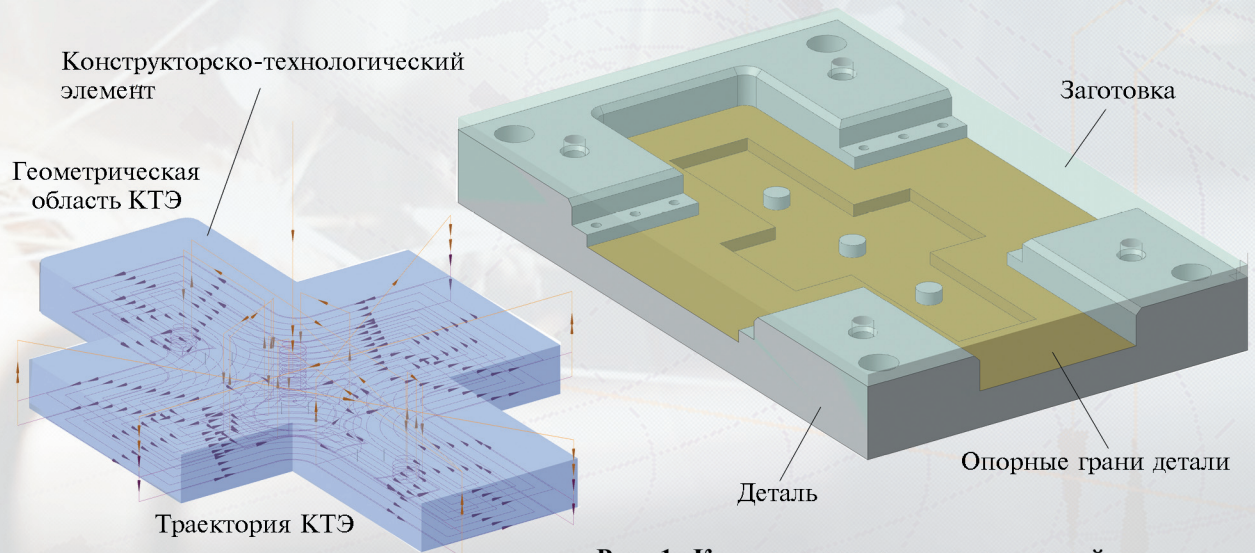
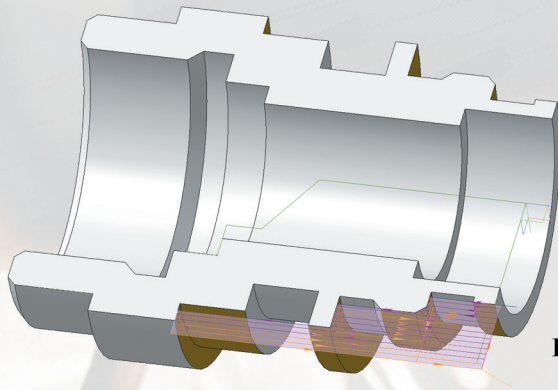


Рис. 1. Конструкторско-технологический элемент (КТЭ) фрезерной обработки



КТЭ = {Геометрическая область обработки,  
Траектория обработки}

Рис. 2. КТЭ токарной обработки

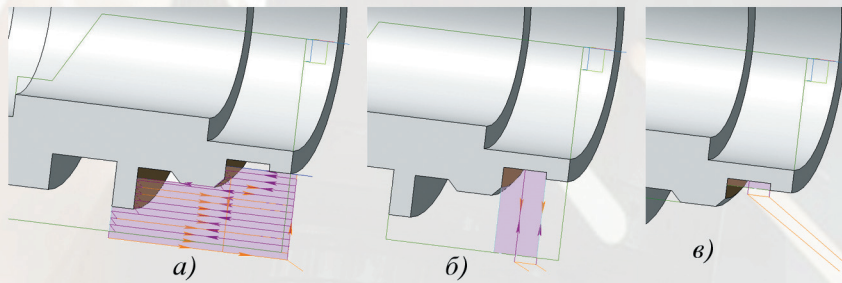


Рис. 3. Сложение двух элементов обработки

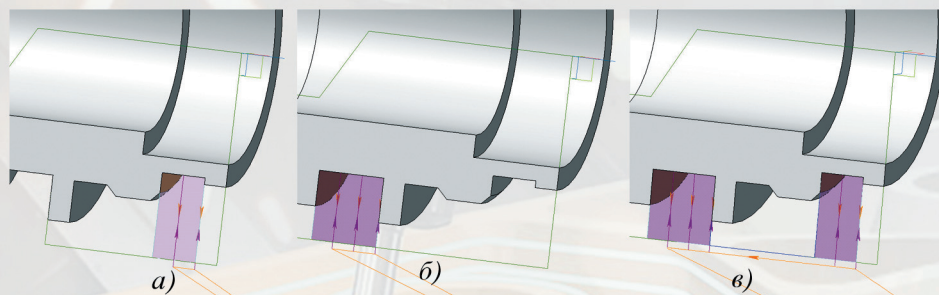


Рис. 4. Умножение двух элементов обработки