

С. М. Сидоров, ст. преп., e-mail: xaevec@mail.ru,
Севастопольский государственный университет, г. Севастополь

Скрытая марковская модель двухкомпонентной системы с групповым мгновенно пополняемым резервом времени¹

Обсуждается решение задачи оценки согласованности модели с полученными данными (сигналами), уточнения модели и ее параметров на основе теории скрытых марковских моделей. На основе полумарковской модели с общим фазовым пространством состояний двухкомпонентной системы с групповым мгновенно пополняемым резервом времени построена скрытая марковская модель двухкомпонентной системы с групповым мгновенно пополняемым резервом времени. Чтобы перейти от полумарковской модели системы к ее скрытой марковской модели, предлагается сначала укрупнить полумарковскую модель, используя алгоритм стационарного фазового укрупнения. Построенная модель используется для оценки характеристик и прогнозирования состояний рассматриваемой системы на основе полученного вектора сигналов. Показано влияние резерва времени на вероятность появления полученного вектора сигналов.

Ключевые слова: полумарковская модель, резерв времени, скрытая марковская модель, алгоритм фазового укрупнения, вектор сигналов, оценка характеристик, прогнозирование состояний

Введение

Для моделирования систем различного назначения широко используются полумарков-

ские процессы [1—4, 7, 12]. Временное резервирование [5—7, 11] представляет собой один из методов повышения надежности и эффективности систем. В монографии [13] указывается, что временное резервирование является недостаточно изученным. Важной составной частью полумарковского процесса является вло-

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований № 18-01-00392а.

женная цепь Маркова (ВЦМ), которая отвечает за переходы между состояниями системы. Фазовое пространство состояний ВЦМ совпадает с фазовым пространством состояний полумарковского процесса. Однако во время функционирования систем, для которых построена полумарковская модель, не всегда удается при изменениях ее состояний полностью получить информацию, содержащуюся в кодировке состояний, а есть только возможность получить некоторый сигнал (информацию), связанный с состояниями ВЦМ (полумарковского процесса). Например, в фазовом состоянии полумарковского процесса для каждого элемента системы указано, находится ли он в рабочем состоянии или на восстановлении, а при использовании системы можно получить сигнал только о числе работоспособных элементов. При использовании систем бывает сложно или невозможно получить значения дополнительных непрерывных компонент. В этих случаях состояния ВЦМ можно считать скрытыми (ненаблюдаемыми). Следовательно, необходимо оценить, насколько построенная модель согласуется с полученными результатами функционирования системы, уточнить модель и параметры модели на основе полученного вектора сигналов. Одним из подходов к решению этих задач является использование теории скрытых марковских моделей [8–11].

В данной работе рассматривается методика построения скрытой марковской модели (СММ) на примере полумарковской модели с общим фазовым пространством состояний системы с групповым мгновенно пополняемым резервом времени, приведенной в работе [7]. Сначала строится укрупненная полумарковская модель этой системы (для случая $N = 2$), используя алгоритм стационарного фазового укрупнения [1, 2]. На основе укрупненной модели строится СММ двухкомпонентной системы с групповым мгновенно пополняемым резервом времени. Построенная СММ используется для оценки характеристик и прогнозирования состояний укрупненной модели на основе полученного вектора сигналов.

1. Построение укрупненной полумарковской модели

Опишем, следуя работе [7], полумарковскую модель системы с групповым мгновенно пополняемым резервом времени. Рассмотрим систему S (случай $N = 2$), состоящую из элементов

K_i , времена безотказной работы которых — случайные величины (СВ) α_i с функциями распределения (ФР) $F_i(t)$, а времена восстановления элементов — СВ β_i с ФР $G_i(t)$, $i = 1, 2$. СВ α_i , β_i , предполагаются независимыми в совокупности, имеющими конечные математические ожидания; ФР $F_i(t)$ и $G_i(t)$ предполагаются имеющими конечные плотности $f_i(t)$ и $g_i(t)$. Система становится неисправной, если отказали $p = 2 = N$ элементов системы (параллельное соединение). Отказ системы S наступает тогда, когда неисправность длится время, большее чем $h > 0$ (h — групповой мгновенно пополняемый резерв времени), и продолжается до восстановления одного из отказавших элементов; при этом резерв времени становится равным h .

Для построения полумарковской модели системы S в монографии [7] используется полумарковский процесс $\xi(t)$ с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний E [1, 2, 4, 7]:

$$E = \{1110x_2, 211x_10, 1010x_2, 201x_10, 1100x_2, 210x_10, 1000x_2, 200x_10, 1\bar{0}\bar{0}0x_2, 2\bar{0}\bar{0}x_10\},$$

где x_k указывает время до очередного отказа или восстановления элемента с номером k .

Рассмотрим содержательный смысл кодов состояний:

- $1110x_2$ — элемент K_1 восстановился, K_2 продолжает работу, $x_2 > 0$ — время до отказа элемента K_2 ;
- $211x_10$ — элемент K_2 восстановился, K_1 продолжает работу, $x_1 > 0$ — время до отказа элемента K_1 ;
- $1010x_2$ — элемент K_1 отказал, K_2 продолжает работу, $x_2 > 0$ — время до отказа элемента K_2 ;
- $201x_10$ — элемент K_2 восстановился и начал работать, K_1 продолжает восстановление, $x_1 > 0$ — время до восстановления элемента K_1 ;
- $1100x_2$ — элемент K_1 восстановился и начал работать, K_2 продолжает восстановление, $x_2 > 0$ — время до восстановления элемента K_2 ;
- $210x_10$ — элемент K_2 отказал, K_1 продолжает работу, $x_1 > 0$ — время до отказа элемента K_1 ;
- $1000x_2$ — элемент K_1 отказал, K_2 восстанавливается, система функционирует за счет резерва времени, $x_2 > 0$ — время до восстановления элемента K_2 ;
- $200x_10$ — элемент K_2 отказал, K_1 восстанавливается, система функционирует за счет резерва времени, $x_1 > 0$ — время до восстановления элемента K_1 ;
- $1\bar{0}\bar{0}0x_2$ — время восстановления элементов K_1 и K_2 превысило значение резерва време-

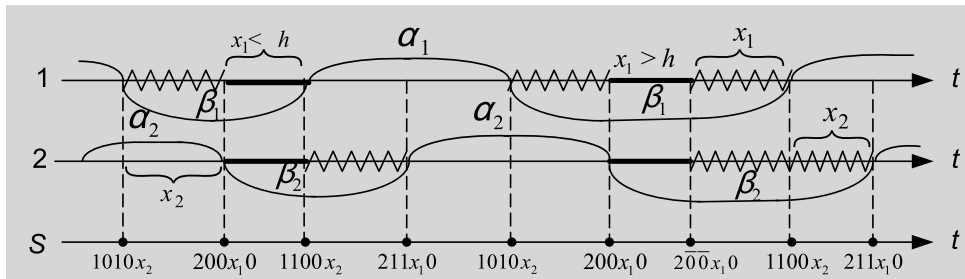


Рис. 1. Временная диаграмма функционирования системы

ни h , система в отказе, $x_2 > 0$ — время до восстановления элемента K_2 ;

- $2\bar{0}\bar{0}x_10$ — время восстановления элементов K_1 и K_2 превысило значение резерва времени h , система в отказе, $x_1 > 0$ — время до восстановления элемента K_1 .

Временная диаграмма функционирования системы S изображена на рис. 1. На временной диаграмме ломаной линией показан отказ элементов, а жирной линией — функционирование элементов системы за счет резерва времени.

В монографии [7] показано, что стационарное распределение ВЦМ полумарковского процесса $\xi(t)$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \rho(1110x_2) &= \rho(1010x_2) = \rho_0 \bar{F}_2(x_2), \\
 \rho(211x_10) &= \rho(210x_10) = \rho_0 \bar{F}_1(x_1), \\
 \rho(1100x_2) &= \rho(1000x_2) = \rho_0 \bar{G}_2(x_2), \\
 \rho(201x_10) &= \rho(200x_10) = \rho_0 \bar{G}_1(x_1), \\
 \rho(1\bar{0}\bar{0}\bar{0}x_2) &= \rho_0 \bar{G}_1(h) \bar{G}_2(x_2), \\
 \rho(2\bar{0}\bar{0}x_10) &= \rho_0 \bar{G}_2(h) \bar{G}_1(x_1),
 \end{aligned} \quad (1)$$

где постоянная ρ_0 находится из условия нормировки. Здесь и далее $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$.

В целях упрощения модели системы S построим укрупненную полумарковскую модель системы, используя алгоритм стационарного фазового укрупнения, предложенный в работах [1, 2]. Для построения укрупненной полу-

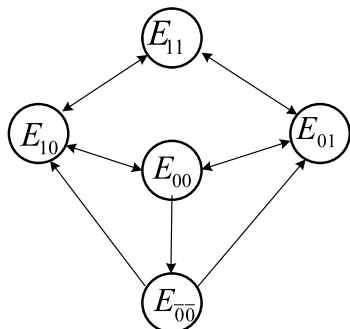


Рис. 2. Граф переходов укрупненной системы

марковской модели необходимо [2]: определить укрупненное фазовое пространство состояний \hat{E} в соответствии с исходным; вычислить вероятности перехода между состояниями, входящими в \hat{E} , и средние времена пребывания в этих состояниях.

Отметим, что укрупненная полумарковская модель приближенно описывает поведение исходной системы в установившемся режиме. Для систем с быстрым восстановлением (время безотказной работы значительно (в 10 и более раз) больше времени восстановления элементов) потеря точности составляет менее 2...3 %.

Разобьем фазовое пространство состояний E исходной модели на $N = 5$ классов:

$$\begin{aligned}
 E_{11} &= \{1110x_2, 211x_10\}, \\
 E_{10} &= \{1100x_2, 210x_10\}, E_{01} = \{1010x_2, 201x_10\}, \\
 E_{00} &= \{1000x_2, 200x_10\}, E_{\bar{0}\bar{0}} = \{1\bar{0}\bar{0}\bar{0}x_2, 2\bar{0}\bar{0}x_10\},
 \end{aligned} \quad (2)$$

каждый из которых "склеивается" в одно состояние укрупненной модели. Фазовое пространство состояний \hat{E} укрупненной модели имеет вид

$$\hat{E} = \{11, 10, 01, 00, \bar{0}\bar{0}\}. \quad (4)$$

Физический смысл состояний укрупненной модели следующий:

- 11 — оба элемента функционируют;
- 01 — элемент K_1 восстанавливается, K_2 функционирует;
- 10 — элемент K_1 функционирует, K_2 восстанавливается;
- 00 — оба элемента восстанавливаются;
- $\bar{0}\bar{0}$ — отказ системы.

Граф переходов укрупненной системы представлен на рис. 2.

Отметим, что фазовое пространство полумарковских состояний получается добавлением к кодам физических состояний совокупности непрерывных компонент, фиксирующих остаточные времена действия факторов, изменяющих состояния системы. Эти непрерывные компоненты и желательно укрупнять, оставляя только дискретное множество физических состояний. Разбивать фазовое пространство состояний E исходной модели на классы можно

различными способами, используя основную идею: в классы объединяются однотипные состояния по определенному признаку, общему для них всех.

Определим вероятности перехода \hat{p}_k^r ВЦМ и средние времена пребывания в состояниях \hat{m}_k укрупненной модели, которые согласно работам [1, 2] находятся по формулам

$$\hat{p}_k^r = \int_{E_k} \rho(de)P(e, E_r)/\rho(E_k), \quad k, r = \overline{1, N};$$

$$\hat{m}_k = M\hat{\theta}_k = \int_{E_k} \rho(de)m(e)/\rho(E_k), \quad k = \overline{1, N}, \quad (5)$$

где $\rho(d_e)$ — стационарное распределение ВЦМ, определяемое формулами (1); $m(e)$ — средние времена пребывания в состояниях исходной модели; $P(e, E_r)$ — вероятности перехода ВЦМ.

Используя формулы (5), (1) и полумарковскую модель системы S , приведенную в работе [7], найдем вероятности перехода ВЦМ укрупненной модели, которые будут использованы при построении скрытой марковской модели:

$$\hat{p}_{11}^{10} = \frac{M\alpha_1}{M\alpha_1 + M\alpha_2}, \quad \hat{p}_{11}^{01} = \frac{M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2},$$

$$\hat{p}_{10}^{11} = \frac{M\alpha_1}{M\alpha_1 + M\beta_2}, \quad \hat{p}_{10}^{00} = \frac{M\beta_2}{M\alpha_1 + M\beta_2},$$

$$\hat{p}_{01}^{11} = \frac{M\alpha_2}{M\alpha_2 + M\beta_1}, \quad \hat{p}_{01}^{00} = \frac{M\beta_1}{M\alpha_2 + M\beta_1},$$

$$\hat{p}_{00}^{10} = \frac{\int_0^\infty \bar{G}_2(y)dy \int_0^y g_1(h+t)dt + \int_0^\infty \bar{G}_1(y)dy \int_y^\infty g_2(h+t)dt}{\bar{G}_1(h)M\beta_2 + \bar{G}_2(h)M\beta_1},$$

$$\hat{p}_{00}^{01} = \frac{\int_0^\infty \bar{G}_2(y)dy \int_y^\infty g_1(h+t)dt + \int_0^\infty \bar{G}_1(y)dy \int_0^y g_2(h+t)dt}{\bar{G}_1(h)M\beta_2 + \bar{G}_2(h)M\beta_1}, \quad (6)$$

$$\hat{p}_{00}^{\bar{00}} = \frac{\bar{G}_1(h) \int_h^\infty \bar{G}_2(t)dt + \bar{G}_2(h) \int_h^\infty \bar{G}_1(t)dt}{M\beta_1 + M\beta_2},$$

$$\hat{p}_{00}^{01} = \frac{\bar{G}_1(h) \int_0^h \bar{G}_2(t)dt + \bar{G}_2(h) \int_0^h \bar{G}_1(t)dt}{M\beta_1 + M\beta_2},$$

$$\hat{p}_{00}^{10} = \frac{\bar{G}_1(h) \int_0^\infty \bar{G}_2(t)dt + \bar{G}_2(h) \int_0^h \bar{G}_1(t)dt}{M\beta_1 + M\beta_2},$$

остальные $\hat{p}_k^r = 0$.

Используя формулы (5), (1) и полумарковскую модель системы S , приведенную в работе

[7], найдем средние времена пребывания в состояниях укрупненной модели:

$$\hat{m}_{11} = \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2}, \quad \hat{m}_{10} = \frac{M\alpha_1 M\beta_2}{M\alpha_1 + M\beta_2},$$

$$\hat{m}_{01} = \frac{M\alpha_2 M\beta_1}{M\alpha_2 + M\beta_1}, \quad \hat{m}_{00} = \frac{M\beta_1 M\beta_2}{M\beta_1 + M\beta_2},$$

$$\hat{m}_{00} = \frac{\bar{G}_2(h)M\beta_1 \bar{G}_1(h)M\beta_2}{\bar{G}_2(h)M\beta_1 + \bar{G}_1(h)M\beta_2}.$$

Зная $\hat{E}, \hat{p}_k^r, \hat{m}$, можно построить укрупненную модель. Отметим, что укрупненная модель также является полумарковской. Средние времена пребывания в состояниях укрупненной модели не будут учитываться в дальнейшем для построения СММ.

2. Скрытая марковская модель на основе укрупненной полумарковской модели

Для полного описания СММ [9, 10] необходимо определить:

1. Множество состояний модели.

В нашем случае множество состояний модели соответствует множеству (4) состояний укрупненной модели.

2. Алфавит наблюдаемой последовательности (множество сигналов).

Предположим, что при функционировании системы S состояния ВЦМ укрупненной модели не наблюдаются (скрытые состояния), а наблюдаются только число работоспособных элементов во время смены состояний ВЦМ. Введем следующее множество сигналов:

$$J = \{0, 1, 2\}, \quad (7)$$

где

- 0 — оба элемента восстанавливаются;
- 1 — работоспособен один элемент;
- 2 — оба элемента работоспособны.

Множество сигналов можно выбирать по-разному. Множество сигналов J (7) выбрано в таком виде, так как "точную" информацию о числе работоспособных элементов можно получить практически для любой системы. Оно соответствует физическому описанию состояний модели с учетом числа работоспособных элементов системы.

3. Матрицу переходных вероятностей между состояниями системы.

Пусть $\{X_n, n = 1, 2, \dots\}$ — ВЦМ укрупненной модели, вероятности переходов которой опре-

деляются формулами (6). Для нашей модели матрица переходных вероятностей состоит из переходных вероятностей (6) укрупненной полумарковской модели.

4. Связь состояний модели с сигналами.

Рассмотрим связь между состояниями ВЦМ укрупненной модели и сигналами (7), т.е. определим функцию связи $R(s | \mathbf{x})$ [8, 9]:

$$R(s | \mathbf{x}) = P(S_n = s | X_n = \mathbf{x}),$$

$$\mathbf{x} \in E, s \in J, \sum_{s \in J} R(s | \mathbf{x}) = 1, \quad (8)$$

где S_n — n -й сигнал.

Функция $R(s | \mathbf{x})$ связи состояний ВЦМ укрупненной модели с сигналами представлена в табл. 1.

Таблица 1

Функция связи $R(s | \mathbf{x})$ состояний ВЦМ укрупненной модели с сигналами

Состояние \mathbf{x}	Сигнал s		
	$s = 0$	$s = 1$	$s = 2$
11	0	0	1
10	0	1	0
01	0	1	0
00	1	0	0
$\bar{00}$	1	0	0

5. Начальное распределение вероятностей модели.

Будем считать, что в начальный момент времени укрупненная модель находится в состоянии 11. Следовательно, СММ в начальный момент времени с вероятностью 1 находится в состоянии 11, с нулевой вероятностью — в остальных состояниях.

СММ на основе укрупненной полумарковской модели построена.

3. Анализ характеристик и прогнозирование состояний укрупненной полумарковской модели

Следуя работам [8, 9], перейдем к анализу характеристик укрупненной полумарковской модели, используя построенную СММ.

Пусть $\bar{S}^n = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ — случайный вектор первых n сигналов. Для полученного вектора сигналов $\bar{s}_n = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ пусть $\bar{s}_k = (s_1, s_2, \dots, s_k)$, $k \leq n$. Требуется оценить ха-

рактеристики ВЦМ укрупненной (скрытой) модели на основе полученного вектора сигналов \bar{s}_n . Предполагается, что в начальный момент времени модель находится в состоянии 11.

Введем функции $F_k(i)$ (прямые переменные) [8, 9]:

$$F_k(i) = P(\bar{S}^k = \bar{s}_k, X_k = i), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Для этих функций справедлива следующая рекуррентная формула [8, 9]:

$$F_k(i) = R(s_k | i) \sum_j F_{k-1}(j) P_j^i;$$

$$F_1(i) = R(s_1 | i) p_i,$$

где P_j^i — вероятности перехода ВЦМ укрупненной модели, определенные формулами (6); (p_i) — распределение начального состояния ВЦМ.

Рассмотрим также функции $B_k(i)$ (обратные переменные) [8, 9]:

$$B_k(i) = P(S_{k=1} = s_{k=1}, \dots, S_n = s_n | X_k = i),$$

$$k = \overline{1, n-1},$$

для которых справедлива рекуррентная формула [8, 9]:

$$B_k(i) = \sum_j R(s_{k+1} | j) B_{k+1}(j) P_i^j,$$

$$B_{n-1}(i) = \sum_j P_i^j R(s_n | j).$$

Функции $F_k(i)$, $B_k(i)$ играют важную роль при использовании скрытых марковских моделей для анализа функционирования систем.

Перейдем к анализу динамики укрупненной полумарковской модели на основе построенной СММ.

В качестве примера рассмотрим систему S , для которой перед началом ее функционирования принято, что СВ $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ имеют распределение Эрланга IV порядка и $M\alpha_1 = 28,57$ ч, $M\alpha_2 = 25$ ч, $M\beta_1 = 2$ ч, $M\beta_2 = 1,6$ ч. Групповой мгновенно пополняемый резерв времени $h = 1,5$ ч.

Предположим, что в результате функционирования системы S получен следующий вектор сигналов:

$$\bar{s}_7 = (2, 1, 0, 1, 2, 1, 0), \quad n = 7.$$

4. Задачи по оценке характеристик скрытой марковской модели

Рассмотрим задачи по оценке характеристик СММ с учетом введенных параметров.

1. Определим вероятности состояний скрытой модели в момент испускания седьмого сигнала. Воспользуемся формулой [8, 9]

$$P(X_n = i | \bar{S}^n = \bar{s}_n) = \frac{F_n(i)}{\sum_j F_n(j)}. \quad (11)$$

В результате получаем, что на седьмом шаге укрупненная модель с вероятностью 1 находилась в состоянии 00. Для состояний 11, 10, 01, $\bar{00}$ эта вероятность равна нулю.

2. Найдем вероятности, с которыми скрытая модель осуществит переход в состояния на следующем восьмом шаге. Для этого используем формулу [8, 9]

$$P(X_{n+1} = j | \bar{s}_n) = \sum_i P(X_n = i | \bar{s}_n) P_i^j, \quad (12)$$

Получаем следующие вероятности перехода скрытой модели на восьмом шаге: в состояние 10 — с вероятностью 0,3369, 01 — 0,5100, $\bar{00}$ — 0,1531; во все остальные — с нулевой вероятностью.

3. Определим вероятности появления сигналов на следующем восьмом шаге, применив формулу [4, 5]

$$P(S_{n+1} = s_{n+1} | \bar{s}_n) = \sum_i P(X_{n+1} = i | \bar{s}_n) R(s_{n+1} | i), \quad (13)$$

при этом используется формула (12).

Получаем следующие вероятности появления сигналов на восьмом шаге: сигнал 1 с вероятностью 0,8469, 0 — 0,1531, 2 — 0.

4. Найдем вероятность появления (испускания) полученного вектора сигналов \bar{s}_7 .

Для этого можно использовать формулы [8, 9]

$$P(\bar{S}^n = \bar{s}_n) = \sum_i F_n(i) = \sum_i R(s_1 | i) B_1(i) p_i, \quad (14)$$

а также

$$P(\bar{S}^n = \bar{s}_n) = \sum_i F_k(i) B_k(i), \quad (15)$$

при любом фиксированном k .

Таким образом, вероятность появления полученного вектора сигналов \bar{s}_7 , вычисленная по формулам (14), (15), равна 0,0031.

5. Прогнозирование состояний скрытой модели по полученному вектору сигналов.

Наиболее вероятные состояния скрытой модели на переходах

Номер перехода	1	2	3	4	5	6	7
Наиболее вероятное состояние	11	01	00	01	11	01	00
Вероятность состояния	1,000	0,550	1,000	0,597	1,000	0,550	1,000

Таблица 3

Вероятность появления \bar{s}_7 при различных значениях резерва времени

Вероятность	Резерв времени h , ч			
	1,5	1,1	0,7	0,3
$P(\bar{S}^n = \bar{s}_n)$	0,0031	0,0025	0,0016	0,0006

На основании полученного вектора сигналов \bar{s}_7 необходимо найти наиболее вероятные состояния скрытой модели на переходах. Для решения этой задачи используется формула [8, 9]

$$P(X_k = i | \bar{S}^k = \bar{s}_k) = \frac{F_k(i) B_k(i)}{\sum_j F_k(j) B_k(j)}. \quad (16)$$

Таким образом, необходимо найти i , которое максимизирует выражение $F_k(i) B_k(i)$.

В табл. 2 указаны наиболее вероятные состояния скрытой модели на указанных в ней переходах и вероятности этих состояний.

Покажем влияние значения группового мгновенно пополняемого резерва времени на вероятность появления полученного вектора сигналов $\bar{s}_7 = (2, 1, 0, 1, 2, 1, 0)$. Результаты представлены в табл. 3.

Из табл. 3 видно, что при уменьшении резерва времени вероятность появления вектора сигналов \bar{s}_7 уменьшается. Это объясняется тем, что при уменьшении резерва времени увеличивается вероятность отказа системы, а поскольку полученный вектор сигналов не содержит отказа (двух последовательных нулей), то, следовательно, вероятность такой цепочки уменьшается.

Используя алгоритм Баума—Велша [8, 9], можно уточнить начальные параметры модели, чтоб они наиболее точно согласовывались с полученным вектором сигналов.

Применяя этот алгоритм, получаем уточненную матрицу переходных вероятностей для рассматриваемой системы:

$$P_i^j = \begin{pmatrix} 0 & 0,5333 & 0,4667 & 0 & 0 \\ 0,9470 & 0 & 0 & 0,0530 & 0 \\ 0,9260 & 0 & 0 & 0,0740 & 0 \\ 0 & 0,3369 & 0,5100 & 0 & 0,1531 \\ 0 & 0,4221 & 0,5779 & 0 & 0 \end{pmatrix} —$$

исходная матрица переходных вероятностей P_i^j ;

$$\bar{P}_i^j = \begin{pmatrix} 0 & 0,4500 & 0,5500 & 0 & 0 \\ 0,3094 & 0 & 0 & 0,6906 & 0 \\ 0,3517 & 0 & 0 & 0,6483 & 0 \\ 0 & 0,4032 & 0,5968 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} —$$

уточненная матрица переходных вероятностей \bar{P}_i^j .

Применяя алгоритм Витерби [8, 9] к уточненной модели, определяем наиболее вероятную цепочку состояний для полученного вектора сигналов: 11, 10, 00, 01, 11, 10, 00.

Заключение

На основе укрупненной полумарковской модели двухкомпонентной системы с групповым мгновенно пополняемым резервом времени построена СММ двухкомпонентной системы с групповым мгновенно пополняемым резервом времени. Полученная СММ используется для оценки характеристик рассматриваемой системы и прогнозирования ее состояний на основе полученного вектора сигналов. Проведен анализ влияния значения группового мгновенно пополняемого резерва времени на вероятность испускания полученного вектора сигналов.

В дальнейшем предполагается использование рассмотренного в работе подхода к ана-

лизу функционирования многокомпонентных систем с различными стратегиями использования и видами резерва времени.

Список литературы

1. **Королюк В. С., Турбин А. Ф.** Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. Киев: Наук. Думка, 1982, 236 с.
2. **Korolyuk V. S., Korolyuk V. V.** Stochastic Models of Systems. Dordrecht: Springer Science + Business Media, 1999, 185 p.
3. **Grabski F.** Semi-Markov Processes: Applications in System Reliability and Maintenance. Amsterdam: Elsevier Science, 2014, 270 p.
4. **Obzherin Yu. E., Boyko E. G.** Semi-Markov Models: Control of Restorable Systems with Latent Failures. London: Elsevier Academic Press, 2015, 214 p.
5. **Черкесов Г. Н.** Надежность технических систем с временной избыточностью. Москва: Сов. Радио, 1974, 296 с.
6. **Креденцер Б. П.** Прогнозирование надежности систем с временной избыточностью. Киев: Наук. Думка, 1978, 240 с.
7. **Копп В. Я., Обжерин Ю. Е., Песчанский А. И.** Стохастические модели автоматизированных производственных систем с временным резервированием. Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000, 284 с.
8. **Ross S. M.** Introduction to Probability Models, 9th ed. Elsevier Academic Press, USA, 2006. 800 p.
9. **Rabiner L. R.** A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition // PROC. IEEE. 1989. Vol. 77, N. 2. P. 257–286.
10. **Kobayashi H., Mark B., Turin W.** Probability, Random Processes, and Statistical Analysis: Applications to Communications, Signal Processing, Queueing Theory and Mathematical Finance. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 812 p.
11. **Obzherin Y. E., Sidorov S. M., Nikitin M. M.** Hidden Markov Model of Information System with Component-Wise Storage Devices // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 11965 LNCS (2019). P. 354–364.
12. **Obzherin Y. E., Sidorov S. M.** Semi-markov model and phase-merging scheme of a multi-component system with the group instantly replenished time reserve // International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering. 2019. Vol. 26, N. 3. Art, no. 1950014.
13. **Ushakov I. A.** Probabilistic Reliability Models. San Diego, California: Wiley-Blackwell, 2012. 248 p.

S. M. Sidorov, Senior Lecturer, e-mail: xaevec@mail.ru,

Sevastopol State University, Higher Mathematics Department, Sevastopol, 299053, Russian Federation

Hidden Markov Model of Two-Component System with Group Instantly Replenished Time Reserve

Most systems allow the construction of a semi-Markov model. However, during the operation of the system, full information contained in the state encoding is not always available, but it is possible to obtain some signal (information). Tasks arise to assess the consistency of the model with the received data (signals), to refine the model and its parameters. Such parameters can be characteristics of random values characterizing system operation, time reserve value, etc. The theory of hidden Markov models allows solving these problems. In order to move from a semi-Markov model of the system to its hidden Markov model, it is proposed to first the semi-Markov model merge using a stationary phase merging algorithm. In this paper, on the basis of the semi-Markov model with a common phase state space of a two-component system with a group instantly replenished time

reserve, we construct a hidden Markov model of a two-component system with a group instantly replenished time reserve. It is used to evaluate the characteristics and predict the states of the system in question based on the received vector of signals. The influence of the time reserve value on the probability of occurrence of the obtained vector of signals is shown.

Keywords: semi-Markov model, time reserve, hidden Markov model, phase merging algorithm, vector of signals, characteristic estimation, state prediction

DOI: 10.17587/it.27.64-71

References

1. **Korolyuk V. S., Turbin A. F.** Markovian restoration processes in the problems of system reliability, Kiev, Nauk. Dumka, 1982, 236 p. (in Russian).
2. **Korolyuk V. S., Korolyuk V. V.** Stochastic Models of Systems, Dordrecht, Springer Science + Business Media, 1999, 185 p.
3. **Grabski F.** Semi-Markov Processes: Applications in System Reliability and Maintenance, Amsterdam, Elsevier Science, 2014, 270 p.
4. **Obzherin Yu. E., Boyko E. G.** Semi-Markov Models: Control of Restorable Systems with Latent Failures, London, Elsevier Academic Press, 2015, 214 p.
5. **Cherkesov G. N.** Reliability of technical systems with time redundancy, Moscow, Sovetskoe Radio, 1974, 296 p. (in Russian).
6. **Kredentser B. P.** Prediction of reliability of systems with time redundancy, Kiev, Nauk. Dumka, 1978, 240 p. (in Russian).
7. **Kopp V. Y., Obzherin Yu. E., Peschanskiy A. I.** Stochastic models of automatized system with time reservation, Sevastopol, Publishing house of SevGTU, 2000, 284 p. (in Russian).
8. **Ross S. M.** Introduction to Probability Models, 9th ed., Elsevier Academic Press, USA, 2006, 800 p.
9. **Rabiner L. R.** A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition, *PROC. IEEE*, 1989, vol. 77, no. 2, pp. 257–286.
10. **Kobayashi H., Mark B., Turin W.** Probability, Random Processes, and Statistical Analysis: Applications to Communications, Signal Processing, Queueing Theory and Mathematical Finance, Cambridge, Cambridge University Press, 2011, 812 p.
11. **Obzherin Y. E., Sidorov S. M., Nikitin M. M.** Hidden Markov model of information system with component-wise storage devices, *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 2019, vol. 11965, pp. 354–364.
12. **Obzherin Y. E., Sidorov S. M.** Semi-Markov model and phase-merging scheme of a multi-component system with the group instantly replenished time reserve, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 2019, vol. 26, no. 3, art. no. 1950014.
13. **Ushakov I. A.** Probabilistic Reliability Models, San Diego, California, Wiley-Blackwell, 2012, 248 p.



31 мая – 02 июня 2021 г.

в Санкт-Петербурге
на базе ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
состоится



XXVIII Санкт-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам

Тематика конференции

- Инерциальные датчики, системы навигации и ориентации
- Интегрированные системы навигации и управления движением
- Глобальные навигационные спутниковые системы
- Средства гравиметрической поддержки навигации

В рамках каждого направления рассматриваются:

- схемы построения и конструктивные особенности;
- методы и алгоритмы;
- особенности разработки и применения для различных подвижных объектов и условий движения (аэрокосмические, морские, наземные, подземные);
- испытания и метрология.

Контактная информация:

Тел.: +7 (812) 499 82 10 +7 (812) 499 81 57

Факс: +7 (812) 232 33 76 E-mail: icins@eprib.ru