УДК 004.942 DOI: 10.17587/it.26.625-630

О. М. Полещук, д-р техн. наук, проф., e-mail: olga.m.pol@yandex.ru,
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

Модель принятия решений на основе *Z*-информации

Разработана модель многокритериального принятия решений с учетом достоверности полученных данных. Для формализации информации, содержащей данные и оценки их достоверности, используются Z-числа, определение которых было дано Лотфи Заде в 2011 г. Большинство известных моделей принятия решений на основе Z-чисел ограничены предположением о вероятностной оценке достоверности данных, что значительно сужает область их применения. Настоящая статья частично ликвидирует ограничительные требования при работе с Z-числами. Для компонент Z-чисел с помощью α-уровневых множеств вычисляются агрегирующие показатели, на основе которых определяется показатель сходства между Z-числами. Выбор лучшей альтернативы осуществляется на основе минимума показателя сходства с идеальной альтернативой. Приведен числовой пример, который показывает работу модели и ее эффективность в условиях многокритериального выбора.

Ключевые слова: *Z-число, Z-информация, принятие решений, достоверность*

Введение

В 2011 г. профессором Калифорнийского университета г. Беркли Лотфи Заде было дано определение *Z*-числа, которое позволило обрабатывать нечеткую информацию, учитывая ее достоверность (надежность) [1]. Это определение было логичным и актуальным результатом исследований в рамках мягких вычислений, которое вывело оперирование с неопределенностью типа нечеткости на новый, более высокий уровень. Лотфи Заде определил *Z*-число как пару нечетких чисел, идущих в определенной последовательности. Первое нечеткое число является оценкой некоторой характеристики (параметра, объекта), а второе нечеткое число является оценкой достоверности первого числа. Информация с *Z*-числами получила название *Z*-информации [2]. С 2011 г. исследования, связанные с Z-числами [2], и презентации *Z*-чисел на мировых симпозиумах занимали большую часть научных интересов профессора Лотфи Заде вплоть до его смерти 6 сентября 2017 г.

За прошедшие годы число публикаций, связанных с *Z*-числами, неуклонно растет. Существенный вклад в развитие теоретических основ *Z*-чисел и их практических применений внес профессор Р. А. Алиев (Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, г. Баку) вместе со своими учениками [3—11]. В своих работах они ограничиваются предположением, что вторая компонента *Z*-чисел является нечетким расширением вероятностной меры. В работах [3, 4, 6—8] авторы рассматривают задачи принятия решений на основе *Z*-чисел и применяют арифметические операции над *Z*-числами. В работе [9] предлагается модель формализации групповой экспертной информации на основе *Z*-чисел. В статье [11] строится первая регрессионная модель на основе исходной *Z*-информации.

В более поздних работах [5, 10] Р. А. Алиев вместе с соавторами разрабатывает теоретические основы оперирования дискретными и непрерывными *Z*-числами при условии вероятностной трактовки второй компоненты.

Дискретным *Z*-числом [5] называется пара нечетких чисел $Z = (\tilde{A}, \tilde{C})$, где $\tilde{A}$ — дискретное нечеткое число с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x) : X \to [0,1]$ (нечеткое расширение значений некоторой действительной переменной) и $\tilde{C}$ — дискретное нечеткое число с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{C}}(x) : [c_1, \ldots, c_n] \to [0,1]$, $c_1, \ldots, c_n \subset [0,1]$, которое является нечетким расширением вероятности *C* нечеткого числа $\tilde{A} : P(\tilde{A}) = C$ [12].

Дискретным нечетким числом $\tilde{A}$ называется пара $\{x, \mu_A(x)\}, x \in X$, где $\mu_A(x) : X \to [0,1]$ — дискретная функция принадлежности $\tilde{A}$ [11]. Дискретное нечеткое число имеет дискретное универсальное множество *X* (подмножество действительной прямой) [5].

Непрерывным Z-числом [10] называется пара нечетких чисел $Z = (\tilde{A}, \tilde{C})$, где $\tilde{A}$ — непрерывное нечеткое число с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x) : X \to [0,1]$ (нечеткое расширение значений некоторой действительной переменной) и $\tilde{C}$ — непрерывное нечеткое число с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{C}}(x) : [c_1, \ldots, c_n] \to [0,1]$, $c_1, \ldots, c_n \subset [0,1]$, которое является нечетким расширением вероятности C нечеткого числа $\tilde{A} : P(\tilde{A}) = C$ [12].

Непрерывным нечетким числом $\tilde{A}$ называется пара $\{x, \mu_A(x)\}, x \in X$, где $\mu_A(x) : X \to [0,1]$ — непрерывная функция принадлежности $\tilde{A}$. Непрерывное нечеткое число имеет непрерывное универсальное множество X (подмножество действительной прямой) [10].

Нетривиальность определения арифметических операций при условии вероятностной природы второй компоненты состоит в том, что исходная функция распределения вероятностей неизвестна, а известно нечеткое расширение некоторых ее значений, поэтому неизбежны ограничительные предположения. В случае дискретных Z-чисел предполагается, что значения вероятностей связаны некоторой линейной зависимостью [5]. Аналогичного подхода придерживаются авторы работы [13]. В случае непрерывных Z-чисел предполагается, что нормальное распределение является исходным распределением вероятностей первой компоненты [4]. В работе [14], опираясь на определение Z-числа с вероятностной трактовкой [10], авторы разработали модель многокритериального принятия решений для непрерывных Z-чисел при отсутствии предположений о нормальном исходном распределении первой компоненты. В работе [15] Z-числа используются для формализации приближенных рассуждений. В статье [16] авторы предлагают оперировать с Z-числами, преобразуя их в одно нечеткое число, в работе [17] они используют свой подход для решения задач поддержки принятия решений.

В работе [18] рассмотрение Z-чисел не ограничивается вероятностной трактовкой второй компоненты, но ограничивается рассмотрением только треугольных нечетких чисел (нечетких чисел, графиком функции принадлежности которых является треугольник). Авторы преобразуют вторую компоненту в обычное число по методу центра тяжести [19]. Это число используется для определения арифметических операций над Z-числами, ранжирования Z-чисел и расстояния между двумя Z-числами.

Таким образом, к настоящему времени хорошо разработаны вопросы оперирования Z-числами и их использования в задачах принятия решений при условии вероятностной трактовки вторых компонент. Работы, которые занимаются теоретическими и практическими исследованиями общего случая Z-чисел, немногочисленны, но при этом ограничены рассмотрением только треугольных нечетких чисел в качестве компонент Z-чисел.

Поэтому представленные в настоящей статье исследования, связанные с использованием Z-чисел в задачах принятия решений, являются актуальными.

1. Необходимые понятия и определения

Профессор Лотфи Заде дал следующее *определение Z-числа* [1]:

Z-числом называется упорядоченная пара нечетких чисел $Z = (\tilde{A}, \tilde{R})$, где $\tilde{A}$ — нечеткое число с функцией принадлежности $\mu_A(x) : X \to [0,1]$, которое является нечетким расширением значений действительной переменной X, а $\tilde{R}$ — нечеткое число с функцией принадлежности $\mu_R(x) : [0,1] \to [0,1]$, которое является нечетким расширением значений меры достоверности первой компоненты $\tilde{A}$, такой как надежность, уровень доверия, вероятность, возможность.

В этом оригинальном определении подчеркивается, что оценки достоверности данных могут иметь разную природу, не ограниченную только вероятностной мерой.

В качестве компонент Z-чисел будем рассматривать треугольные и трапецеидальные нечеткие числа, графиками функций принадлежности которых являются соответственно треугольники и трапеции. Трапецеидальные нечеткие числа определяются четырьмя параметрами (абсциссы, соответственно, левой и правой вершин верхнего основания трапеции и длины, соответственно, левого и правого крыльев трапеции). Треугольное нечеткое число является частным случаем трапецеидального нечеткого числа, у которого первые два параметра равны. Поэтому треугольное нечеткое число определяется тремя параметрами.

Согласно работе [20] лингвистической переменной называется пятерка

$$\{X, T(X), U, V, S\},$$

где X — название переменной; $T(X) = \{X_i, i = \overline{1, m}\}$ — терм-множество переменной X; V — синтаксическое правило, порождающее названия значений лингвистической переменной X; S — семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной с названием из $T(X)$ нечеткое подмножество универсального множества U.

Семантическим пространством называется лингвистическая переменная с фиксированным терм-множеством.

Лингвистические переменные, функции принадлежности $\mu_l(x), l = \overline{1,m}$, которых удовлетворяют сформулированным ниже требованиям, получили название полных ортогональных семантических пространств [21].

1. Для каждого понятия $X_l, l = \overline{1,m}$, существует $\widehat{U}_l \neq \varnothing$, где $\widehat{U}_l = \{x \in U : \mu_l(x) = 1\}$ есть точка или отрезок.

2. Пусть $\widehat{U}_l = \{x \in U : \mu_l(x) = 1\}$, тогда $\mu_l(x)$, $l = \overline{1,m}$, не убывает слева от $\widehat{U}_l$ и не возрастает справа от $\widehat{U}_l$.

3. $\mu_l(x), l = \overline{1,m}$, имеют не более двух точек разрыва первого рода.

4. Для каждого $x \in U$ $\sum_{l=1}^{m} \mu_l(x) = 1$.

Для нечетких чисел находятся агрегирующие показатели в виде обычных чисел (по аналогии с числовыми характеристиками для случайных величин). Один из самых известных показателей находится по методу центра тяжести [19] на основе функции принадлежности и является аналогом математического ожидания для случайной величины. Нечеткое число может быть задано с помощью функции принадлежности или с помощью α-уровневых множеств. Последнее особенно актуально, когда не известен аналитический вид функции принадлежности, и, соответственно, актуально определение агрегирующих показателей для нечетких чисел на основе α-уровневых множеств.

Рассмотрим нечеткое число $\tilde{A}$ с функцией принадлежности $\mu_A(x) = (a_1, a_2, a_L, a_R)$ и определим его α-уровневое множество:

$$A_\alpha = \{x \in R : \mu_A(x) \geqslant \alpha\} = [A_\alpha^1, A_\alpha^2] =$$
$$= [a_1 - (1-\alpha)a_L, a_2 + (1-\alpha)a_R],\ \alpha \in [0,1].$$

В работе [22] для треугольного числа $\tilde{A}$ дано определение взвешенной точки Θ как агрегирующего показателя этого числа:

$$\Theta = \int_0^1 \left(\frac{a - (1-\alpha)a_L + a + (1-\alpha)a_R}{2} \right) 2\alpha d\alpha =$$
$$= a + \frac{1}{6}(a_R - a_L).$$

Взвешенная точка находится интегрированием середин α-уровневых множеств, умноженных на весовую функцию 2α.

Определим взвешенную точку для трапецеидального числа с функцией принадлежности $\mu_A(x) = (a_1, a_2, a_L, a_R)$ аналогичным образом:

$$\Theta = \int_0^1 \left(\frac{a_1 - (1-\alpha)a_L + a_2 + (1-\alpha)a_R}{2} \right) 2\alpha d\alpha =$$
$$= \frac{1}{2}(a_1 + a_2) + \frac{1}{6}(a_R - a_L)$$

Рассмотрим два Z-числа $Z_1 = (\tilde{A}_1, \tilde{C}_1)$, $Z_2 = (\tilde{A}_2, \tilde{C}_2)$, где $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{C}_1, \tilde{C}_2$ — трапецеидальные числа с функциями принадлежности соответственно $\mu_{A_i}(x) = (a_1^i, a_2^i, a_L^i, a_R^i)$, $\mu_{C_i}(x) = (c_1^i, c_2^i, c_L^i, c_R^i)$, $i = \overline{1,2}$. Обозначим взвешенные точки для чисел $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{C}_1, \tilde{C}_2$ соответственно θ_1, θ_2, ϑ_1, ϑ_2.

Найдем взвешенные точки ξ_1, ξ_2 для нечетких чисел $\vartheta_1\tilde{A}_1, \vartheta_2\tilde{A}_2$, которые получаются умножением нечетких данных $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2$ на агрегирующие показатели (взвешенные точки) достоверности этих данных:

$$\xi_1 = \int_0^1 \vartheta_1 \left(\frac{a_1^1 - (1-\alpha)a_L^1 + a_2^1 + (1-\alpha)a_R^1}{2} \right) 2\alpha d\alpha =$$
$$= \vartheta_1 \left(\frac{1}{2}(a_1^1 + a_2^1) + \frac{1}{6}(a_R^1 - a_L^1) \right) = \vartheta_1\theta_1.$$

Аналогично можно показать, что $\xi_2 = \vartheta_2\theta_2$.

Определим показатель сходства между Z_1, Z_2 следующим образом:

$$\rho(Z_1, Z_2) =$$
$$= \sqrt{(\theta_1 - \theta_2)^2 + (\theta_1\vartheta_1 - \theta_2\vartheta_2)^2 + (\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}.$$

2. Постановка задачи и методы ее решения

Пусть $V = \{V_1, V_2, \ldots, V_m\}$ — множество альтернатив, $Y = \{Y_1, \ldots, Y_n\}$ — множество критериев (характеристик). Каждая альтернатива $V_j, j = \overline{1,m}$, оценивается в рамках каждого критерия $Y_i, i = \overline{1,n}$, с некоторым уровнем достоверности (надежности). Эксперт оценивает альтернативу $V_j, j = \overline{1,m}$, в рамках критерия $Y_i, i = \overline{1,n}$, используя лингвистическую шкалу [23].

Ставится задача выбора лучшей альтернативы по результатам многокритериального оценивания. Под лучшей альтернативой понимается та альтернатива, которая в определенном смысле наиболее близка к некоторой идеальной альтернативе V^{id}.

Решение задачи на первом этапе включает в себя разработку модели формализации экспертной информации с учетом ее достоверности (надежности) на основе Z-чисел. Результаты экспертных данных представляются в виде $Z_{ji} = (\tilde{A}_{ji}, \tilde{C}_{ji})$, $j = \overline{1,m}$, $i = \overline{1,n}$, где $\tilde{A}_{ji}$, $j = \overline{1,m}$, $i = \overline{1,n}$ — нечеткие числа, формализующие термы полных ортогональных семантических пространств с именами $Y_1,\ldots,Y_n$; $\tilde{C}_{ji}$, $j=\overline{1,m}$, $i=\overline{1,n}$, — нечеткие числа, формализующие термы полного ортогонального пространства с именем "Достоверность". Построение полных ортогональных семантических пространств осуществляется на основе статистических данных или прямого экспертного опроса. Методы построения подробно изложены в работе [21].

Обозначим $Z_j=((\tilde{A}_{j1},\tilde{C}_{j1}),(\tilde{A}_{j2},\tilde{C}_{j2}),\ldots,$ $\ldots,(\tilde{A}_{jn},\tilde{C}_{jn}))$, $j=\overline{1,m}$, — оценки альтернативы V_j в рамках критериев Y_i, $i=\overline{1,n}$, а $Z^{id}=$ $=((\tilde{A}_1^{id},\tilde{C}_1^{id}),(\tilde{A}_2^{id},\tilde{C}_2^{id}),\ldots,(\tilde{A}_n^{id},\tilde{C}_n^{id}))$ — оценки идеальной альтернативы.

Обозначим $\mu_{ji}(x)=(a_{ji1},a_{ji2},a_{jiL},a_{jiR})$, $\eta_{ji}(x)=$ $=(c_{ji1},c_{ji2},c_{jiL},c_{jiR})$, $\mu_i^{id}(x)=(a_{i1}^{id},a_{i2}^{id},a_{iL}^{id},a_{iR}^{id})$, $\eta_i^{id}(x)=(c_{i1}^{id},c_{i1}^{id},c_{iL}^{id},c_{iR}^{id})$, $i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}$, — функции принадлежности соответственно нечетких чисел $\tilde{A}_{ji},\tilde{C}_{ji},\tilde{A}_i^{id},\tilde{C}_i^{id}$, $i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}$.

Вычислим взвешенные точки $\theta_{ji},\vartheta_{ji},\theta_i^{id},\vartheta_i^{id}$, $i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}$, соответственно для нечетких чисел $\tilde{A}_{ji},\tilde{C}_{ji},\tilde{A}_i^{id},\tilde{C}_i^{id}$, $i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}$.

Определим показатель сходства $\rho(V_j,V^{id})$ между альтернативой $V_j, j=\overline{1,m}$, и идеальной альтернативой V^{id} следующим образом:

$$\rho(V_j,V^{id})=$$
$$=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\omega_i((\theta_{ji}-\theta_i^{id})^2+(\theta_{ji}\vartheta_{ji}-\theta_i^{id}\vartheta_i^{id})^2+(\vartheta_{ji}-\vartheta_i^{id})^2)},$$

где $\omega_i, i=\overline{1,n}$, — весовые коэффициенты критериев $Y_i, i=\overline{1,n}$.

Если $\rho(V_k,V^{id})=\min\limits_{j=\overline{1,m}}\rho(V_j,V^{id})$, то альтернатива V_k является лучшей.

2. Вычислительный эксперимент

В качества примера рассмотрим вопрос принятия решений о модернизации оборудования на предприятии, выпускающим некоторую продукцию.

Пусть $V=\{V_1, V_2, V_3\}$ — множество альтернатив, где V_1 — "Модернизация не требуется"; V_2 — "Требуется модернизация без расширения производственных площадей"; V_3 — "Требуется модернизация с расширением производственных площадей".

Пусть $Y=\{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$ — множество критериев, где Y_1 — "Снижение себестоимости продукции (в процентах)"; Y_2 — "Увеличение продаж (в процентах)"; Y_3 — "Риски (продление модернизации, увеличение реальных затрат на модернизацию, неэффективность,...)"; Y_4 — "Улучшение качества продукции". Построим лингвистические шкалы в виде полных ортогональных семантических пространств для критериев Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 с термами VL — "Очень низкое", L — "Низкое", M — "Среднее", H — "Высокое", VH — "Очень высокое" [21, 23]. Универсальные множества для шкал выбираются на основе мнений экспертов и ожидаемых результатов. Обозначим функции принадлежности термов для критериев Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 соответственно $\mu_{ik}(x), i=\overline{1,4}, k=\overline{1,5}$. Тогда

$$\mu_{11}=(0,0,15),\mu_{12}=(15,15,10),$$
$$\mu_{13}=(25,10,15),\mu_{14}=(40,15,10),\mu_{15}=(50,10,0),$$
$$\mu_{21}=(0,0,25),\mu_{22}=(25,25,20),$$
$$\mu_{23}=(45,20,30),\mu_{24}=(75,30,25),\mu_{25}=(100,25,0),$$
$$\mu_{31}=(0,0,0.25),\mu_{32}=(0.25,0.25,0.25),$$
$$\mu_{33}=(0.5,0.25,0.25),\mu_{34}=(0.75,0.25,0.25),$$
$$\mu_{35}=(1,0.25,0),$$
$$\mu_{41}=(0,0,6.25),\mu_{42}=(6.25,0,6.25),$$
$$\mu_{43}=(12.5,6.25,6.25),\mu_{44}=(18.75,6.25,6.25),$$
$$\mu_{45}=(25,6.25,0).$$

Построим лингвистическую шкалу в виде полного ортогонального пространства с именем "Достоверность", термами: U — "Не уверен"; NVL — "Не очень уверен"; L — "Уверен"; VL — "Очень уверен"; EL — "Полностью уверен" и их функциями принадлежности:

$$\mu_U=(0,0,0.25),\mu_{NVL}=(0.25,0.25,0.25),$$
$$\mu_L=(0.5,0.25,0.25),\mu_{VL}=(0.75,0.25,0.25),$$
$$\mu_{EL}=(1,0.25,0).$$

В таблице представлены данные по оценкам альтернатив.

Оценки альтернатив

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
V_1	VL,L	L,L	VL,EL	L,VL
V_2	H,VL	H,VL	M,L	H,EL
V_3	H,EL	VH,VL	H,VL	H,EL

Пусть оценки идеальной альтернативы выглядят следующим образом:

$$V^{id}=((VH,VL),(VH,EL),(VH,VL),(H,EL)).$$

Для вычислений $\rho^2(V_j,V^{id}), j=\overline{1,3}$, отобразим универсальные множества значений критериев на отрезок [0, 1]. Соответственно преобразуются функции принадлежности термов лингвистических шкал, используемых для оценки критериев. Например, для критерия Y_1 функции принадлежности будут выглядеть следующим образом:

$$\mu_{11} = (0, 0, 0.3), \mu_{12} = (0.3, 0.3, 0.2),$$
$$\mu_{13} = (0.5, 0.2, 0.3), \mu_{14} = (0.8, 0.3, 0.2),$$
$$\mu_{15} = (1, 0.2, 0).$$

Взвешенные точки для нечетких чисел с такими функциями принадлежности соответственно будут равны 0.05, 0.283, 0.517, 0.783, 0.967.

Будем предполагать, что все критерии имеют равные весовые коэффициенты. Вычислим $\rho^2(V_j, V^{id}), j = \overline{1,3}$. Получим:

$$\rho(V_1, V^{id}) = 1.257;\ \ \rho(V_2, V^{id}) = 0.459;$$
$$\rho(V_3, V^{id}) = 0.343.$$

Лучшая альтернатива V_3 — "Требуется модернизация с расширением производственных площадей".

Заключение

Оценка достоверности поступающей информации играет существенную роль в задачах поддержки принятия решений. Однако долгие годы эта оценка не учитывалась должным образом из-за отсутствия адекватного математического аппарата. Как правило, эта оценка проводилась методами теории вероятностей, поэтому из всех типов неопределенности учитывалась только неопределенность случайного характера. Переломным моментом этой ситуации стало определение *Z*-числа, данное профессором Лотфи Заде в 2011 г., которое открыло дверь в мир новых возможностей для обработки информации с неопределенностью разных типов.

С 2011 г. начались исследования, связанные с оперированием *Z*-числами, их ранжированием, анализом, прогнозом и использованием в задачах принятия решений. К настоящему времени не существует единого подхода в рамках этих исследований. Каждый из известных подходов имеет свои недостатки, поэтому дальнейшие исследования, связанные с теоретическими основами *Z*-чисел и их практическими применениями, актуальны и своевременны.

В настоящей работе решается задача поддержки принятия решений при отсутствии ограничений на вторую компоненту *Z*-чисел, что дает новые возможности для обработки *Z*-информации с разными типами неопределенности. Оценки альтернатив по каждому критерию представляются в виде *Z*-чисел, а сами альтернативы в условиях многокритериальности формализуются в виде совокупности *Z*-чисел. Оригинальное определение агрегирующих показателей для компонент *Z*-чисел, основанное на учете всех α-уровневых множеств, легло в основу определения показателя сходства между *Z*-числами и показателя сходства между альтернативами.

Выбор лучшей альтернативы в условиях многокритериальности осуществляется на основе минимума показателя сходства между альтернативами и идеальной альтернативой.

Приведенный числовой пример показывает простоту использования и эффективность решения задачи принятия решений по выбору лучшей альтернативы в условиях *Z*-информации.

Список литературы

1. **Zadeh L. A.** A Note on Z-numbers // Information Sciences. 2011. Vol. 181, N. 14. P. 2923—2932.
2. **Zadeh L. A**. Methods and Systems for Applications with Z-Numbers. United States Patent, Patent No.: US 8,311,973 B1, Date of Patent: Nov. 13, 2012.
3. **Aliev R. A., Huseynov O. H., Zeinalova L. M.** Decision-making under Z-information // Human-centric decision-making models for social sciences. 2013. Springer-Verlag. P. 233—252.
4. **Gardashova L. A.** Application of Operational Approaches to Solving Decision Making Problem Using Z-Numbers // Applied Mathematics**.** 2014. Vol. 5, N. 9. P. 1323—1334.
5. **Aliev R. A., Alizadeh A. V., Huseynov O. H.** The arithmetic of discrete Z-numbers // Information Sciences. 2015. Vol. 290, N. 1. P. 134—155.
6. **Aliyev R. R.** Similarity based multi-attribute decision making under Z-information // Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control. 2015. P. 33—39.
7. **Aliyev R. R., Talal Mraizid D. A., Huseynov O. H.** Expected utility based decision making under Z-information and its application // Computational Intelligence and Neuroscience. 2015. Vol. 3. P. 364512.
8. **Sharghi P., Jabbarova K.** Hierarchical decision making on port selection in Z-environment // Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control. 2015. P. 93—104.
9. **Aliev R. K., Huseynov O. H., Aliyeva K. R.** Aggregation of an expert group opinion under Z-information // Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control. 2015. P. 115—124.
10. **Aliev R. A., Huseynov O. H., Zeinalova L. M.** The arithmetic of continuous Z-numbers // Information Sciences. 2016. Vol. 373. P. 441—460.
11. **Zeinalova L. M., Huseynov O. H., Sharghi P.** A Z-Number Valued Regression Model and its Application // Intelligent Automation and Soft Computing. 2017. Vol. 24. P. 187—192.
12. **Zadeh L. A.** Probability measures of fuzzy events // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 1968. Vol. 23, N. 2. P. 421—427.
13. **Shahila Bhanu M., Velammal G.** Operations on Zadeh's Z-numbers // *IOSR* Journal of Mathematics. 2015. Vol. 11, N. 3. P. 88—94.
14. **Poleshchuk O.** Novel approach to multicriteria decision making under Z-information // Proceedings of the 2019 International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2019. P. 8867607—8867612.
15. **Yager R. R.** On Z-valuations using Zadeh`s Z-numbers // International Journal of Intelligent Systems. 2012. Vol. 27, N. 3. P. 259—278.
16. **Kang B., Wei D., Li Y., Deng Y.** A method of converting Z-number to classical fuzzy number // Journal of Information and Computational Science. 2012. Vol. 9, N. 3. P. 703—709.
17. **Kang B., Wei D., Li Y., Deng Y.** Decision making using Z-numbers under uncertain environment // Journal of Information and Computational Science. 2012. Vol. 8, N. 7. P. 2807—2814.

18. **Wang, F., Mao, J.** Approach to multicriteria group decision making with Z-numbers based on Topsis and Power Aggregation Operators // Mathematical problems in Engineering. 2019. P. 1—18.

19. **Yager R. R., Filev D. P.** On the issue of defuzzification and selection based on a fuzzy set // Fuzzy Sets and Systems. 1993. Vol. 55, N. 3. P. 255—272.

20. **Zadeh L. A**. The Concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning // *Information Sciences*. 1975. Vol. 8. P. 199—249.

21. **Poleshchuk O., Komarov E.** Expert Fuzzy Information Processing // Studies in Fuzziness and Soft Computing. 2011. Vol. 268. P. 1—239.

22. **Chang Y.-H.** Hybrid fuzzy least- squares regression analysis and its reliability measures // Fuzzy Sets and Systems. 2001. N. 119. P. 225—246.

23. **Poleshchuk O.** Creation of linguistic scales for expert evaluation of parameters of complex objects based on semantic scopes // Proceedings of the 2018 International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2018. P. 8501686—8501691.

O. M. Poleshchuk, D.Sc., Professor, e-mail: olga.m.pol@yandex.ru,
Moscow Bauman State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Decision Making Model Based on the Z-Information

A model of multicriteria decision making is developed taking into account the reliability of the data obtained. To formalize the information containing the data and assess their reliability, Z-numbers are used, the definition of which was given by Lotfie Zadeh in 2011. Most of the well-known decision models based on Z-numbers are limited by the assumption of a probabilistic assessment of the reliability of the data, which significantly narrows the scope of these models. This article partially removes the restrictive requirements when working with Z-numbers. For components of Z-numbers, aggregate indicators are calculated using α*-cuts, based on which the similarity indicator between Z-numbers is determined. Choosing the best alternative is based on the minimum indicator of similarity with the ideal alternative. A numerical example is presented that shows the operation of the model and its effectiveness under conditions of multi-criteria selection.*

Keywords: *Z-number, Z-information, decision making, reliability*

DOI: 10.17587/it.26.625-630

References

1. **Zadeh L. A**. A Note on Z-numbers, *Information Sciences*, 2011, vol. 181, no. 14, pp. 2923—2932.

2. **Zadeh L. A**. Methods and Systems for Applications with Z-Numbers, *United States Patent,* Patent No.: US 8,311,973 B1, Date of Patent: Nov. 13, 2012.

3. **Aliev R. A., Huseynov O. H., Zeinalova L. M.** Decision-making under Z-information, Human-centric decision-making models for social sciences, 2013, Springer-Verlag, pp. 233—252.

4. **Gardashova L. A.** Application of Operational Approaches to Solving Decision Making Problem Using Z-Numbers, *Applied Mathematics*, 2014, vol. 5 (9), pp. 1323—1334.

5. **Aliev R. A., Alizadeh A. V., Huseynov O. H.** The arithmetic of discrete Z-numbers, *Information Sciences*, 2015, vol. 290 (1), pp. 134—155.

6. **Aliyev R. R.** Similarity based multi-attribute decision making under Z-information, *Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control*, 2015, pp. 33—39.

7. **Aliyev R. R., Talal Mraizid D. A., Huseynov O. H.** Expected utility based decision making under Z- information and its application, *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2015, vol. 3, p. 364512.

8. **Sharghi P., Jabbarova K.** Hierarchical decision making on port selection in Z-environment, *Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control,* 2015, pp. 93—104.

9. **Aliev R. K., Huseynov O. H., Aliyeva K. R.** Aggregation of an expert group opinion under Z-information, *Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control,* 2015, pp. 115—124.

10. **Aliev R. A., Huseynov O. H., Zeinalova L. M.** The arithmetic of continuous Z-numbers, *Information Sciences*, 2016, vol. 373, pp. 441—460.

11. **Zeinalova L. M., Huseynov O. H., Sharghi P.** A Z-Number Valued Regression Model and its Application, *Intelligent Automation and Soft Computing*, 2017, vol. 24, pp. 187—192.

12. **Zadeh L. A.** Probability measures of fuzzy events, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1968, vol. 23 (2), pp. 421—427.

13. **Shahila Bhanu M.**, **Velammal G.** Operations on Zadeh's Z-numbers, *IOSR Journal of Mathematics*, 2015, vol. 11 (3), pp. 88—94.

14. **Poleshchuk O.** Novel approach to multicriteria decision making under Z-information, *Proceedings of the 2019 International Russian Automation Conference*, *RusAutoCon — 2019*, pp. 8867607—8867612.

15. **Yager R. R.** On Z-valuations using Zadeh`s Z-numbers, *International Journal of Intelligent Systems*, 2012, vol. 27 (3), pp. 259—278.

16. **Kang B., Wei D., Li Y., Deng Y.** A method of converting Z-number to classical fuzzy number, *Journal of Information and Computational Science*, 2012, vol. 9(3), pp. 703—709.

17. **Kang B., Wei D., Li Y., Deng Y.** Decision making using Z-numbers under uncertain environment, *Journal of Information and Computational Science*, 2012, vol. 8 (7), pp. 2807—2814.

18. **Wang F., Mao J.** Approach to multicriteria group decision making with Z-numbers based on Topsis and Power Aggregation Operators, *Mathematical problems in Engineering*, 2019, pp. 1—18.

19. **Yager R. R., Filev D. P.** On the issue of defuzzification and selection based on a fuzzy set, *Fuzzy Sets and Systems,* 1993, vol. 55 (3), pp. 255—272.

20. **Zadeh L. A**. The Concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, *Information Sciences*, 1975, vol. 8, pp. 199—249.

21. **Poleshchuk O., Komarov E.** Expert Fuzzy Information Processing, *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2011, vol. 268, pp. 1—239.

33. **Chang Y.-H.** Hybrid fuzzy least- squares regression analysis and its reliability measures, *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, № 119, pp. 225—246.

23. **Poleshchuk O.** Creation of linguistic scales for expert evaluation of parameters of complex objects based on semantic scopes, *Proceedings of the 2018 International Russian Automation Conference*, *RusAutoCon — 2018*, pp. 8501686—8501691.