

Ю. А. Мезенцев, д-р техн. наук, e-mail: mesyan@yandex.ru,
Ю. Л. Короткова, e-mail: juliapetrulina@yandex.ru,
И. В. Эстрайх, e-mail: ive7@yandex.ru,
Новосибирский государственный технический университет

Задача и инструменты оптимального регулирования расписаний флота авиакомпании^{1,2}

Рассматривается задача оптимального регулирования назначений воздушных судов по рейсам авиакомпании. Оптимальное управление расписаниями заключается в таком составлении или изменении расписаний, которое минимизирует увеличение общей длины расписания либо потери системы от нарушений заданных графиков вылета воздушных судов. Данная задача является NP-трудной и не имеет эффективных алгоритмов точного решения. Приведен подробный обзор подходов к решению модификаций этой задачи и смежных задач управления флотом. Представлены оригинальные формальная постановка задачи и способы решения. Приведена статистика тестирования программных реализаций ее решения, доказывающая фактическую эффективность разработанного инструментария.

Ключевые слова: оптимальное регулирование расписаний, критерий быстродействия, алгоритм бинарных отсечений и ветвлений

Введение

Проблема назначения воздушных судов (ВС) заключается в принятии решения о том,

какой борт должен быть назначен на каждый рейс (так называемый сегмент или плечо) в расписании. Сегменты, назначенные на одно ВС, представляют собой набор последовательных перелетов с попарной стыковкой в аэропортах вылета и прилета и называются графиком движения ВС. На момент принятия решения о назначении бортов тип ВС для

¹Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 19-37-90012.

²Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ, проект FSUN-2020-0009.

каждого рейса уже определен. Распределение типов ВС по направлениям — это отдельная задача, решаемая на этапе стратегического планирования расписания исходя из ожидаемого спроса на направления и ограничений по парку ВС (Fleet Assignment Modeling). Основные ограничения, которые необходимо учитывать при назначении самолета на рейсы — это ограничения по периодичности технического обслуживания (ТО) и ограничения, связанные с наличием допусков на полеты того или иного типа ВС в заданный аэропорт.

Задача назначения ВС на рейсы является лишь одной из больших и сложных задач планирования, решаемых коммерческими авиакомпаниями на регулярной основе. Так, один из средних авиаперевозчиков РФ выполняет и планирует около 360 рейсов в день в 80 городов 40 стран, используя около 100 самолетов 11 различных типов.

Задачи, связанные с планированием и управлением расписаниями авиакомпаний, могут быть разделены на последовательные подзадачи [1]:

- синтез расписания;
- назначение типов ВС по направлениям;
- маршрутизация ВС;
- планирование экипажей.

Процесс назначения ВС на рейсы выполняется, как правило, на этапе формирования тактического плана выполнения полетов (маршрутизации ВС). Однако, когда происходит отклонение фактического графика полетов от запланированного, необходимо оперативное принятие решения о корректировке (восстановлении) расписания.

1. Подходы к решению задач, связанных с переназначением ВС и отработкой нарушений планового расписания

Исследование задач восстановления расписаний авиарейсов в случаях отклонения от заданного плана началось в 1980-х гг. Так, D. Teodorović и S. Guberinic были одними из первых, кто в 1984 г. исследовал задачу назначения ВС по рейсам и восстановления расписания при отклонении от планового графика в целях минимизации задержек пассажиров. Решение было основано на применении метода ветвей и границ [2].

В 1990 г. D. Teodorović, G. Stojkovic применили жадный эвристический алгоритм для формирования нового суточного плана полетов

с учетом проблемы нехватки ВС по критерию минимизации числа отмененных рейсов и задержек [3]. Они разработали эвристический алгоритм, который протестировали на маленькой выборке из 14 ВС и 80 рейсов. Спустя 5 лет [4] авторы расширили задачу, включив в рассмотрение ограничения по экипажам. Они разработали эвристический алгоритм, основанный на принципе FIFO при планировании рейсов и динамическом программировании.

В 1993 г. A. I. Z. Jarrah и др. разработали систему поддержки принятия решений для авиадиспетчеров ЦУП авиакомпании United Airlines [5]. В основу были положены две сетевые модели, содержащие в себе дуги, соответствующие рейсам, обслуживанию ВС на земле, а также ночевкам в базовых аэропортах. Одна модель была использована для определения необходимости отмены рейса, другая — для определения изменения времени вылета и прилета рейсов. Принятие решение основывалось на минимизации расходов, связанных с задержками и отменами рейсов. Идеи A. I. Z. Jarrah находят продолжение в работах J. M. Cao и A. Kanafani, которые занимались разработкой системы принятия решений, способной работать в режиме реального времени [6]. Подход к решению заключался в поиске компромисса между отменой и задержкой рейса с учетом функции максимизации выручки за вычетом расходов на задержки и отмены. При решении рассматривались варианты с заменой типа ВС на рейсе или необходимостью перегона ВС к месту назначения из другого аэропорта.

Стоит отметить исследования K. T. Talluri [7] в 1996 г. (разработка эвристического алгоритма принятия решений о замене типа ВС на рейсе по критерию минимизации расходов), S. Yan и D.-H. Yang (формирование графика рейсов после нарушения расписания при использовании симплекс-метода и лагранжевой релаксации [8]), а также S. Yan и Y. P. Tu (отработка нарушений планового расписания при выполнении многоплечевых рейсов для парка с несколькими типами ВС [9]).

Одна из интересных работ с точки зрения выбранной целевой функции была представлена в 1997 г. S. Lou, G. Yu [10]. Они занимались проблемой регулярности и сформулировали ее как задачу целочисленного программирования по критерию минимизации процента рейсов с задержкой более 15 минут. Решение было основано на использовании LP-релаксации.

В 1997 г. М. F. Argüello et al. разработали эвристический алгоритм жадного случайного поиска новых маршрутов ВС в случае задержки в целях минимизации расходов, связанных с переназначениями и отменами рейсов [11]. При этом в основу решения была заложена сеть, содержащая два измерения — временные интервалы и аэропорты (Time-Band Network). В 2000 г. авторы использовали метод ветвей и границ и LP-релаксацию для минимизации расходов, связанных с задержками и отменами [12]. В этом же году часть команды исследователей (G. E. Bard, G. Yu) в соавторстве с В. G. Thengvall представили еще один подход к решению задачи восстановления расписания, в котором задержки и отмены используются для решения проблемы нехватки воздушных судов таким образом, чтобы значительная часть первоначальных маршрутов воздушных судов оставалась нетронутой. Модель была уникальной в той части, что позволяла пользователям самостоятельно задавать цель. Для решения применялся метод LP-релаксации, а в случае, когда оптимальное решение не находилось, использовалась эвристика. Тестирование показало, что в большинстве случаев решения были близкими к оптимальным [13].

В 2003 г. J. M. Rosenberger и др. [14] предложили очередной эвристический алгоритм для синтеза графиков движения ВС в рамках каждого типа ВС в отдельности. Алгоритм получил название ASR (Aircraft Selection Heuristic). В качестве целевой функции была выбрана минимизация расходов, связанных с переназначениями, задержками и отменами рейсов.

В 2004 г. Т. Andersson и Р. Varbrand [15] представили решение задачи управления задержками рейсов в целях максимизации доходов от продажи билетов. Для решения использовался метод Генерации столбцов. Тестирование осуществлялось на данных реальной авиакомпании Швеции, и результаты показали, что система может быть использована для принятия решений в режиме реального времени.

Однако нужно отметить, что большинство ранних исследований были сосредоточены на отдельных задачах, как правило, нацеленных на минимизацию расходов в случае отклонения расписания от планового. Дальнейшие исследования были направлены на решение комплексных задач, связанных не только с построением оптимального графика для ВС, но и с разрешением проблем с пассажирскими стыковками, доступностью экипажей и пр.

В 2009 г. N. Eggenberg et al. [16] применили динамическое программирование и метод Ге-

нерации столбцов для решения задачи синтеза графиков движения ВС с учетом планов по техническому обслуживанию и планируемых стыковок пассажиров по критерию минимизации расходов (операционных, а также расходов на ситуации, связанные со сбоем расписания (сбойные ситуации)).

В 2010 г. N. Jafari et al. [17] представили задачу смешанно-целочисленного программирования, цель решения которой заключалась в том, чтобы одновременно разрешить вопросы восстановления расписания и пассажирских стыковок после сбойной ситуации. Решить задачу удалось лишь на небольшом тестовом наборе данных, который содержал данные по 13 самолетам 2 типов.

В 2012 г. Bisailon et al. [18] разработали эвристический алгоритм решения задачи управления расписанием в сбойной ситуации, сочетающую перераспределение и ВС, и пассажиров с одной целью — минимизировать эксплуатационные расходы и влияние на пассажиров. Подход к решению был улучшен в более поздних работах К. Sinclair [19, 20].

Одними из последних являются работы Y. Hu и соавторов. Еще в 2011 г. Y. Hu et al. [21] сформулировали задачу целочисленного программирования, направленную на минимизацию задержек и расходов, связанных с отменами рейсов и обслуживанием пассажиров в сбойных ситуациях. Решение выполнялось путем LP-релаксации с последующим применением эвристического алгоритма. Эта модель была протестирована на данных, которые включали 16 самолетов и 70 рейсов. В 2019 г. была опубликована статья, в которой был рассмотрен подход к решению комплексной задачи восстановления расписания и пассажирских маршрутов (при условии, что пассажир сможет сам выбрать один из вариантов — вернуть билет или изменить маршрут). В качестве целевой функции предложена минимизация общих расходов, связанных с переназначением ВС по рейсам, и затрат, связанных с изменением маршрутов по пассажирам [22].

Исходя из анализа существующих подходов к решению поставленной задачи можно сделать вывод о том, что существующие подходы к решению не гарантируют получения оптимального решения даже при обособленном рассмотрении задачи переназначения ВС. Отсутствует алгоритм нахождения оптимальных назначений для каждого ВС с доказанной эффективностью, что говорит об актуальности настоящего исследования.

2. Постановка задачи оптимального регулирования расписаний флота авиакомпании

Потребность в регулировании расписаний возникает из-за появления непредвиденных задержек вылета рейсов. Прикладная задача оптимального (оперативного) регулирования текущих графиков вылета ВС повседневно актуальна для любой авиакомпании и требует многократного решения в течение суток в реальном масштабе времени. В отличие от общей задачи составления расписаний вылетов на относительно длительный период *задача оптимального регулирования действующего расписания*, с одной стороны, имеет меньшую размерность, но с другой стороны, для регулирования расписания устанавливаются значительно более жесткие временные рамки. Ее содержательную постановку можно описать следующим образом.

Рассмотрим множество запланированных рейсов авиакомпании, которые необходимо переназначить множеству ВС (бортов) разных типов при известных (различных) длительностях всех операций (включая обслуживание в аэропортах и перелеты) таким образом, чтобы минимизировать суммарное отклонение времени выполнения всех рейсов от планового расписания (либо минимизировать максимальное отклонение по всем рейсам от исходного планового расписания).

На момент корректировки расписания известны времена выполнения и текущие задержки начала выполнения рейсов. Значения таких задержек различны для разных ВС и разных рейсов. Содержательно задача составления расписаний вылетов на сезон и задача оптимального оперативного регулирования действующего расписания мало отличаются одна от другой. Отличия касаются в основном средств решения для обеспечения должной точности и быстродействия. Поэтому рассматриваемая ниже формальная постановка задачи, по сути, является универсальной и для случая составления сезонного расписания, и для случая оперативного регулирования действующего расписания.

Существует несколько формальных постановок и подходов к решению данной задачи, в том числе предложенные авторами формализация и алгоритм решения близкой задачи с рекурсиями в условиях [23].

В данной статье описан другой альтернативный новый подход на основе формализа-

ции задачи с дизъюнкциями в ограничениях. Далее также показано его существенные преимущества в быстродействии и точности (близости к оптимумам получаемых расписаний) в сравнении с другими существующим подходами.

Примем следующие обозначения. Пусть $t_{i,j}$ — заданное время обслуживания рейса i ВС j , $T = \|t_{i,j}\|$, $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, I}$; b_j и \bar{b}_j — соответственно минимальное и максимальное числа рейсов, назначаемых ВС j (здесь и далее $\|\cdot\|$ обозначает вектор, матрицу или тензор соответствующей контексту размерности); $\tau_{i,j}^0$ — задержка начала выполнения i -го рейса воздушным судном j .

Если упорядочить рейсы для каждого ВС авиакомпании по возрастанию $\tau_{i,j}^0$, то $T^0 = \|\tau_{i,j}^0\|$, $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, I}$ (I — общее число рейсов, J — число ВС) можно интерпретировать как расписание на входе каждого из ВС.

Обозначим $x_{i,j}$ — булевы переменные — назначения рейса i ВС j , подлежащие определению.

Введем непрерывные переменные $C_{i,j} \geq \tau_{i,j}^0$ — время вылета рейса i при назначении на ВС j , и определим номер фиктивного завершающего рейса \bar{i} для каждого ВС j , $j = \overline{1, J}$, а также булевы переменные $w_{i,k,j}$ с истинностью условия следования рейса k непосредственно за рейсом i для ВС j :

$$\sum_{j=1}^J x_{i,j} = 1, \quad i = \overline{1, I}; \quad (1)$$

$$\underline{b}_j \leq \sum_{i=1}^I x_{i,j} \leq \bar{b}_j, \quad j = \overline{1, J}; \quad (2)$$

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если рейс } i \text{ назначен ВС } j, \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (3)$$

$$C_{i,j} - C_{k,j} + t_{i,j}x_{i,j} - Mw_{i,k,j} \leq 0, \quad C_{i,j} \geq \tau_{i,j}^0; \quad (4)$$

$$C_{k,j} - C_{i,j} + t_{k,j}x_{k,j} + Mw_{i,k,j} \leq M, \quad (5)$$

$$i \neq k, i, k = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J};$$

$$w_{i,k,j} = \begin{cases} 1, & \text{если рейс } i \text{ предшествует } k \\ & \text{для борта } j, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (6)$$

Условия (1)–(3) характерны для задачи о назначениях: (1) обеспечивают назначения любого рейса единственному ВС; (2) — назначения не менее b_j и не более \bar{b}_j рейсов любому ВС j .

Ограничения (4)–(6) обуславливают выбор кратчайших путей посредством определения $w_{i,k,j}$ (с учетом назначений $x_{k,j}$) на полных графах связей между рейсами для каждого ВС.

Условия (4), (5) определяют, что рейсы i и k выполняются не одновременно бортом j . С их помощью реализуются логические операции "или" при выборе вариантов последовательностей выполнения рейсов. В соотношениях (4), (5) M — большое положительное число.

Для завершающего рейса каждого ВС будем иметь:

$$C_{\bar{i},j} + t_{\bar{i},j}x_{\bar{i},j} \leq C_{\max}, \quad j = \overline{1, J}, \quad (7)$$

где \bar{i} — номер завершающего рейса для ВС j ,

$$C_{\max} \rightarrow \min. \quad (8)$$

Условие (8) определяет критерий эффективности расписания, известный как критерий быстрогодействия системы параллельных несвязанных приборов с общеупотребимым обозначением C_{\max} .

Расписание, синтезируемое посредством решения задачи (1)—(8), полностью определяется оптимальными назначениями $x_{i,j}$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$, и фактическими значениями времени вылета каждого рейса при таких назначениях, вычисляемыми как $C_{i,j}^*x_{i,j}^*$, где $C_{i,j}^*$ — значения $C_{i,j}$ в оптимальном решении.

Определим класс и актуальные для практики размерности задачи оперативного регулирования графиков вылетов флота авиакомпании.

Класс задачи определить несложно, поскольку даже при существенном упрощении путем исключения условий (4)—(6) и, соответственно, переменных $w_{i,k,j}$ получается задача оптимизации расписаний несвязанных параллельных машин по критерию C_{\max} . Такая упрощенная задача, тем не менее, является NP-трудной, что показано, например, в работах [24—26].

В задаче (1)—(8) содержится IJ булевых переменных $x_{i,j}$ и IJ непрерывных переменных $C_{i,j}$. Соотношения (4), (5) и (6) добавляя $IJ \binom{2}{I} = JI^2(I-1)/2$ переменных $w_{i,k,j}$ и $2IJ \binom{2}{I} = JI^2(I-1)$ ограничений (здесь $\binom{2}{I}$ — число сочетаний из I по 2). Приведенные оценки числа переменных и ограничений формальной постановки с дизъюнкциями в ограничениях показывают, что даже без учета сложности условий (4)—(6) они многократно утяжеляют исходно труднорешаемую задачу (1)—(3), (7), (8).

Относительно актуальных размерностей реализаций задачи оптимального оперативного регулирования расписания приведем следующие оценки. Для среднего размера авиаком-

пании актуальные размерности реализаций рассматриваемой задачи лежат в интервалах: $J \in [10, 30]$, $I \in [100, 300]$. Отсюда получаем оценку числа булевых переменных $JI^2(I-1)/2 + 2IJ = 30 \cdot 300^2 \cdot 299/2 + 30 \cdot 300 = 403\,659\,000$, т.е. более 400 миллиардов.

По этой причине использование постановки (1)—(8) для построения расписаний даже после элиминации части переменных с применением точных алгоритмов весьма затруднительно, а для задач реальной размерности невозможно из-за фактически бесконечного времени счета, что подтверждается вычислительными экспериментами с IBM CPLEX.

3. Релаксация с априорным назначением последовательностей обслуживания

Для каждого ВС упорядочиваем рейсы по возрастанию заданных задержек $\tau_{i,j}^0$. Всякую такую последовательность считаем последовательностью возможного выполнения рейсов каждым воздушным судном.

Вместо условий (4)—(6) применим следующие условия:

$$C_{i,j} \geq \tau_{i,j}^0 x_{i,j}, \quad (9)$$

где $C_{i,j}$ — время вылета рейса i ВС j , $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$,

$$C_{i,j} + t_{i,j}x_{i,j} \leq C_{k,j}, \quad (10)$$

если рейс i непосредственно предшествует k .

Сформулированную задачу обозначим как (1)—(3), (7)—(10).

Докажем эквивалентность постановок задачи (1)—(8) и (1)—(3), (7)—(10) при условии упорядочения рейсов для всех бортов по возрастанию исходных задержек $\tau_{i,j}^0$.

1. Рассмотрим случай $\tau_{i,j}^0 = 0$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$. При таких условиях оптимальное решение $C_{\max} = \lambda$, $x_{i,j}^*$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$, не зависит от порядка следования рейсов, поскольку ограничения (10) и (7) для $x_{i,j}^*$ справедливы при любом порядке следования, а условия (9) означают $C_{i,j} \geq 0$.

Действительно, $C_{i,j} + t_{i,j}x_{i,j}^* = C_{k,j}$, если рейс i непосредственно предшествует k . И тогда время завершения последнего рейса любого ВС

$j = \overline{1, J}$ составит величину $C_j = \sum_{i=1}^I t_{i,j}x_{i,j}^* \leq C_{\max}$. Это непосредственно означает, что при $\tau_{i,j}^0 = 0$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$, решения задач (1)—(3), (4)—(8) и (1)—(3), (7)—(10) совпадают.

2. Рассмотрим систему из одного ВС и упорядочим список рейсов по возрастанию величин $\tau_i^0 > 0, i = \overline{1, I}$ ($0 \leq \tau_1^0 \leq \tau_2^0 \leq \dots \leq \tau_i^0 \leq \tau_k^0 \leq \dots \leq \tau_I^0$). Рассмотрим последовательно координаты решения $C_1 = \tau_1^0, C_2 = \tau_1^0 + t_1 x_1, C_3 = \max\{\tau_2^0, C_2\} + t_2 x_2, C_{i+1} = \max\{\tau_i^0, C_i\} + t_i x_i, i = \overline{1, I}$. В общем случае, если рейс i непосредственно предшествует k , то $\max\{\tau_i^0, C_i\} + t_i x_i = C_k$. Очевидно, что для завершающего рейса I $C_I = C_{\max}$.

Изменим порядок следования рейсов i и k на обратный (k непосредственно предшествует i). Не теряя общности, будем полагать выполнение условий $\tau_k^0 \geq \tau_i^0 > C_i$. Тогда $C'_i = \tau_k^0 + t_k x_k = C_k$ и $C'_{k+1} = C'_i + t_i x_i$, откуда непосредственно следует $C'_{\max} = C_{\max} + t_i x_i$.

Если же $C_i > \tau_k^0 \geq \tau_i^0$, то значения τ_i^0 и τ_k^0 условно можно считать равными нулю. Как показано выше, в этом случае изменение порядка следования рейсов (10) не приводит к изменению значения C_{\max} ($C'_{\max} = C_{\max}$).

3. Таким образом, любая замена порядка следования рейсов ВС, отличным от заданного с последовательностью $0 \leq \tau_1^0 \leq \tau_2^0 \leq \dots \leq \tau_i^0 \leq \tau_k^0 \leq \dots \leq \tau_I^0$ может привести только к увеличению общего времени обслуживания C_{\max} .

4. Распространим результат на общий случай $\tau_{i,j}^0 \geq 0, i = \overline{1, I}, j = \overline{1, J}$. Упорядочим задержки для каждого ВС $0 \leq \dots \leq \tau_{i,j}^0 \leq \tau_{k,j}^0 \leq \dots \leq \tau_{I,j}^0, j = \overline{1, J}$. Тогда для любого ВС замена порядка следования рейсов отличным от заданного, как это следует из п. 2, может привести только к увеличению общей длины расписания C_{\max} . Откуда непосредственно следует эквивалентность постановок (1)–(3), (4)–(8) и (1)–(3), (7)–(10).

В заключение раздела отмечаем снижение на много порядков размерностей задачи в актуальных приложениях. Для сравнения оценим число булевых переменных в реализации задачи: $J \in [10, 30], I \in [100, 300]; IJ = 300 \cdot 30 = 9000$.

4. Средства реализации и алгоритмы решения

Существует множество алгоритмов решения модификаций рассмотренной задачи с использованием нескольких формальных постановок. Для поиска решений используются различные подходы — от разновидностей локального поиска [24–26], аппроксимационных алгоритмов [26, 27], программирования в ограничениях [29] до точных алгоритмов, включая динамическое программирование и методы ветвей и отсечений [23, 30, 31]. Однако, несмотря на принад-

лежность к классу NP, неплохие результаты показывает применение точных численных методов оптимизации. Это относится, в частности, к развиваемому авторами алгоритму бинарных отсечений и ветвлений (АБОВ) [32, 33] и набору "классических" средств решения *milp*, реализованных в IBM CPLEX optimization studio и GURUBI optimization. Практические результаты применения АБОВ для решения задачи оптимизации расписаний несвязанных параллельных приборов с задержками начала обслуживания по критерию C_{\max} в постановке с рекурсиями для относительно небольших размерностей (от 5×100 до 30×100) представлены в работе [31]. В этой работе также приведено сравнение применений АБОВ с параметрическими алгоритмами на основе динамического программирования с отсевом локально наилучших расписаний на каждом шаге динамического программирования, которое выявило полное преимущества АБОВ на задачах таких размерностей. В настоящей же статье далее приведены результаты тестирования модели в постановке (1)–(3), (7)–(10) посредством набора компонент IBM CPLEX optimization studio.

Тестирования модели для составления оптимальных расписаний флота авиакомпании проведено на сгенерированных исходных данных, максимально приближенных к реальным размерностям.

Использованы две группы тестов по 10 в каждой группе [34]. Первая группа содержит данные для 500 рейсов, осуществляемых 10 бортами, вторая — для 300 рейсов осуществляемых 30 бортами. Границы 10 и 30 бортов соответствуют среднему и максимальному числу ВС одного типа реальной авиакомпании. Верхние границы 300 и 500 рейсов существенно превосходят существующие потребности оперативного регулирования реальной авиакомпании. В тестах учтено, что воздушные суда могут обладать одинаковой вместимостью, но разным временем выполнения рейсов за счет различий в скорости и времени обслуживания на земле.

Структуру данных и результатов счета тестов можно описать посредством небольшого иллюстративного примера теста на составление расписания выполнения 10 рейсов тремя бортами. Исходные данные примера содержатся в табл. 1–3. Табл. 4–6 отображают оптимальное решение.

Результаты счета обеих групп тестов отражены соответственно в табл. 7 и табл. 8. В обеих таблицах графы "время" отображают время счета в формате "часы:минуты:секунды".

Таблица 1

Данные о времени $t_{i,j}$ выполнения рейсов ВС

$j \setminus i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	1	9	7	9	6	7	3	3
2	1	4	3	5	3	8	3	4	5	3
3	6	1	3	1	3	6	3	4	6	9

Таблица 2

Данные о задержках рейсов $\tau_{i,j}^0$ без упорядочения

$j \setminus i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6	10	14	2	6	13	11	5	12	3
2	9	10	14	7	3	3	6	14	7	0
3	12	11	0	10	13	14	12	12	11	15

Таблица 3

Порядок $L_j = \|L_j\|_j$ следования задержек рейсов по возрастанию $\tau_{i,j}^0$

$j \setminus i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	10	8	1	5	2	7	9	6	3
2	10	5	6	7	4	9	1	2	3	8
3	3	4	2	9	1	7	8	5	6	10

Таблица 4

Оптимальные назначения рейсов $x_{i,j}^*$

$j \setminus i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
2	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
3	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0

Таблица 5

Оптимальное время вылетов $C_{i,j}^*$

$j \setminus i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	12	12	15	0	12	15	12	5	12	5
2	14	15	15	14	3	6	14	15	14	0
3	12	11	0	10	15	15	12	15	12	15

Таблица 6

Время начала выполнения назначенных рейсов $C_{i,j}^* x_{i,j}^*$

$j \setminus i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	5	12	5
2	14	0	0	0	3	6	0	0	0	0
3	0	11	0	10	0	0	12	0	0	0

Графы C_{\max} содержат достигнутые значения критерия эффективности для каждого теста. Графы "Макс. откл." отражают максимальное возможное отклонение полученного решения от оптимума в процентах значения C_{\max} .

Таблица 7

Результаты счета тестовых задач (500 рейсов 10 ВС)

Номер теста	Имя теста	Время (ч:мм:сс)	C_{\max}	Макс. откл. (%)
1	500101	0:11:39	727	0,5
2	500102	0:25:10	717	0,5
3	500103	0:01:42	709	0,5
4	500104	0:00:20	733	0,5
5	500105	0:09:01	709	0,5
6	500106	0:01:00	700	0,5
7	500107	0:03:14	697	0,5
8	500108	0:02:30	723	0,5
9	500109	0:00:35	704	0,5
10	500110	0:02:36	710	0,5

Таблица 8

Результаты счета тестовых задач (300 рейсов 30 ВС)

Номер теста	Имя теста	Время (ч:мм:сс)	C_{\max}	Макс. откл. (%)
1	300301	0:00:07	225	0,5
2	300302	0:47:18	170	2,5
3	300303	0:30:49	163	2,2
4	300304	0:28:44	172	2,4
5	300305	0:16:09	171	2,5
6	300306	0:12:29	166	0,5
7	300307	0:00:01	172	0,5
8	300308	0:08:00	160	0,5
9	300309	0:56:38	167	2,7
10	300310	0:37:36	174	1,7

5. Результаты тестирования модели программными средствами оптимизации расписаний

Результаты экспериментально доказывают перспективность внедрения разработанного инструментария для реальных авиакомпаний. Первая группа тестов (10 бортов, 500 рейсов) гарантирует отклонение от оптимума не более полупроцента значения критерия, что практически можно считать точным результатом. Время решения находится в интервале от 20 с до 25 мин 10 с. Десятиминутный интервал счета превышен для двух тестов из 10.

Вторая группа тестов (30 бортов, 300 рейсов) ожидаемо показала ухудшение гарантированной точности (в интервале от 0,5 до 2,7 % максимального отклонения от оптимума). Продолжительность решения находится в интервале от 1 с до 56 мин 38 с. Получасовой интервал превышен только для трех тестов из 10. В целом констатируем вполне обнадеживающие результаты исследований и разработок, относящихся к разряду фундаментальных, и перспективы их прикладного применения.

Заключение

Основными результатами явились разработка, программная реализация и сравнительный анализ свойств моделей и модификаций инструментальных средств поиска приближений к оптимальным решениям NP-трудной задачи составления расписаний системы несвязанных параллельных приборов с задержками начала обслуживания по критерию быстродействия. Экспериментально доказана практическая ценность результатов применительно к задаче оптимального оперативного регулирования назначений и графиков вылетов воздушных судов флота авиакомпании.

Результаты исследования программных реализаций алгоритмов на быстродействие и близость к оптимумам синтезируемых расписаний на тестах, соответствующих реальным размерностям реализаций задачи, позволяют сделать вывод о непосредственной применимости разработанного инструментария к потребностям практики.

Список литературы

1. Chiraphadhanakul V. Routing and Scheduling Models for Robust Allocation of Slack. Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2010.
2. Teodorović D., Guberinić S. Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation // *European Journal of Operational Research*. 1984. P. 178—182.
3. Teodorović D., Stojković G. Model for Operational Daily Airline Scheduling // *Transportation Planning and Technology*. 1990. Vol. 14. P. 273—285.
4. Teodorović D., Stojković G. Model for operational daily airline scheduling // *Transportation Planning and Technology*. 1995. P. 273—285.
5. Jarrah A. I. Z., Yu G., Krishnamurthy N., Rakshit A. A Decision Support Framework for Airline Flight Cancellations and Delays // *Transportation Science*. 1993. Vol. 27, N. 3. P. 266—280.
6. Cao J. M., Kanafi A. Real-time decision support for integration of airline flight cancellations and delays. part I: Mathematical formulation // *Transportation Planning and Technology*. 1997. Vol. 20. P. 183—199.
7. Talluri K. T. Swapping Applications in a Daily Airline Fleet Assignment // *Transportation Science*. 1996. Vol. 30, N. 3. P. 237—248.
8. Yan S., Yang D.-H. A decision support framework for handling schedule Perturbation // *Transportation Research B*. 1996. Vol. 30, N. 6. P. 405—419.
9. Yan S., Tu Y. P. Multifleet Routing and Multistop Flight Scheduling for Schedule Perturbation // *European Journal of Operational Research*. 1996. Vol. 103. P. 155—169.
10. Lou S., Yu G. On the Airline Schedule Perturbation Problem Caused by the Ground Delay Program // *Transportation Science*. 1997. Vol. 31, N. 4. P. 298—311.
11. Arguello M. F., Bard J. F., Yu G. A GRASP for Aircraft Routing in Response to Grounding and Delays // *Journal of Combinatorial Optimization*. 1997. Vol. 5. P. 211—228.
12. Bard J. F., Yu G., Arguello M. F. Optimizing Aircraft Routings in Response to Groundings and Delays // *IEEE Transactions*. 2000. Vol. 33. P. 931—947.
13. Thengvall B. G., Bard J. F., Yu G. Balancing User Preferences for Aircraft Schedule Recovery During Irregular Operations // *IEEE Transactions*. 2000. Vol. 32. P. 181—193.
14. Rosenberger J. M., Johnson E. L., Nemhauser G. L. Re-routing Aircraft for Airline Recovery // *Transportation Science*. 2003. Vol. 37, N. 4. P. 408—421.
15. Andersson T., Varbrand P. The Flight Perturbation Problem // *Transportation Planning and Technology*. 2004. Vol. 27, N. 2. P. 91—118.
16. Eggenberg N., Salani M., Bierlaire M. Constraint-specific recovery network for solving airline recovery problems // *Computers and Operations Research*. 2010. Vol. 37. P. 1014—1026.
17. Jafari N., Zegordi S. H. Simultaneous recovery model for aircraft and passengers // *Journal of the Franklin Institute*. 2010. P. 20—22.
18. Bisailon S., Cordeau J.-F., Laporte G., Pasin F. A large neighborhood search heuristic for the aircraft and passenger recovery problem // *4OR—A Quarterly Journal of Operations Research*. 2011. Vol. 9, N. 2. P. 139—157.
19. Sinclair K., Cordeau J.-F., Laporte G. Improvements to a large neighborhood search heuristic for an integrated aircraft and passenger recovery problem // *European Journal of Operational Research*. 2014. Vol. 233, N. 1. P. 234—245.
20. Sinclair K., Cordeau J.-F., Laporte G. A column generation post-optimization heuristic for the integrated aircraft and passenger recovery problem // *Computers & Operations Research*. 2016. Vol. 65. P. 42—52.
21. Hu Y., Xu B., Gao M., Chi H. The study on the aircraft recovery with consideration of passenger transiting // *The Fifth International Conference on Management Science and Engineering Management*. 2011. P. 3—7. Macau, China: World Academic Press, World Academic Union.
22. Yang T., Hu Y. Considering Passenger Preferences in Integrated Postdisruption Recoveries of Aircraft and Passengers // *Research Article. Open Access Vol.* 2019. Article ID 9523610 <https://doi.org/10.1155/2019/9523610>
23. Mezentsev Y. A., Estraykh I. V. An optimal fleet assignment and flight scheduling problem for an airline company // 2018 CEUR Workshop Proceedings. № 2098. P. 277—290, EID: 2-s2.0-85048025360. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2098/paper24.pdf>
24. Lin Y. K., Hsieh H. T., Hsieh F. Y. Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem Using an Ant Colony Optimization Approach // *World Academy of Science, Engineering and Technology*. 2012. Vol. 6. P. 1798—1803.
25. Lin Y. K. Particle Swarm Optimization Algorithm for Unrelated Parallel Machine Scheduling with Release Dates // *Mathematical Problems in Engineering*. Vol. 2013. Article ID 409486. 9 p.
26. Lee W. C., Wu C. C., Chen P. A simulated annealing approach to makespan minimization on identical parallel ma-

chines// International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2006. Vol. 31, N. 3–4. P. 328–334.

27. **Lenstra J. K., Shmoys D. B., Tardos E.** Approximation algorithms for scheduling unrelated parallel machines. Report OS-R8714, Centre for Mathematics and Computer Science, Amsterdam. 1987.

28. **Vazirani V.** Approximation Algorithms. Springer, 2001. 375 p.

29. **Kaabi J., Harrath Y.** A Survey of Parallel Machine Scheduling under Availability Constraints// International Journal of Computer and Information Technology. 2014. Vol. 03, Iss. 02. P. 238–245.

30. **Avdeenko T. V., Mezentsev Y. A., Estraiikh I. V.** Heuristic approach to unrelated parallel machines scheduling under availability and resource constraints// IFAC-Papers Online. 2017. Vol. 50, Iss. 1. P. 13096–13101.

31. **Mezentsev Y. A., Estraykh I. V., Chubko N. Y.** Implementation of an efficient parametric algorithm for optimal scheduling

on parallel machines with release dates // Journal of Physics: Conference Series № 1333 (2019) 022002. P. 1–7. DOI: 10.1088/1742-6596/1333/2/022002.

32. **Mezentsev Y. A.** Binary Cut-and-Branch Method for Solving Linear Programming Problems with Boolean Variables // CEUR Workshop Proceedings. 2016. Vol. 1623. P. 72–85.

33. **Mezentsev Y.** Binary cut-and-branch method for solving mixed integer programming problems Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V. F. Demyanov) // CNSA. 2017. URL:<https://doi.org/10.1109/cnsa.2017.7973989>

34. **Link** to tests and best solutions achieved. URL:<https://drive.google.com/drive/folders/16ez7NQd1cPPIymf0ALYnJzgzquGBXHga?ogsrc=32>

Yu. A. Mezentsev, Dr. Tech. Sc., Professor, e-mail: mesyan@yandex.ru,
Yu. L. Korotkova, Postgraduate Student, e-mail: juliapetrulina@yandex.ru,
I. V. Estraiikh, Senior Lecturer, e-mail: ive7@yandex.ru,
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

Problem and Tools for Optimal Regulation of Airline Fleet Schedules

The problem of optimal regulation of aircraft assignments for airline flights is considered. Optimal schedule management consists in setting or changing schedules in such a way that minimizes the increase in the total length of the schedule or the loss of the system from violations of the specified departure schedules of aircraft. This problem is NP-hard and does not have effective algorithms for exact solution. A detailed review of approaches to solving its modifications and related fleet management problems is given. The original formal formulation and solutions are presented. The article presents statistics on testing software implementations of modifications of its solution tools, proving the actual effectiveness of the developed tools.

Keywords: optimal regulation schedules, the criterion of performance, the binary cut and branch algorithm

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 19-37-90012; this work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of Russia, project no. FSUN-2020-0009.

DOI: 10.17587/it.26.450-459

References

1. **Chiraphadhanakul V.** Routing and Scheduling Models for Robust Allocation of Slack. Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2010.

2. **Teodorović D., Guberinić S.** Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation, *European Journal of Operational Research*, 1984, pp. 178–182.

3. **Teodorović D., Stojković G.** Model for Operational Daily Airline Scheduling, *Transportation Planning and Technology*, 1990, vol. 14, pp. 273–285.

4. **Teodorović D., Stojković G.** Model for operational daily airline scheduling, *Transportation Planning and Technology*, 1995, pp. 273–285.

5. **Jarrah A. I. Z., Yu G., Krishnamurthy N., Rakshit A.** A Decision Support Framework for Airline Flight Cancellations and Delays, *Transportation Science*, 1993, vol. 27(3), pp. 266–280.

6. **Cao J. M., Kanafi A.** Real-time decision support for integration of airline flight cancellations and delays. part I: Mathematical formulation, *Transportation Planning and Technology*, 1997, vol. 20, pp. 183–199.

7. **Talluri K. T.** Swapping Applications in a Daily Airline Fleet Assignment, *Transportation Science*, 1996, vol. 30(3), pp. 237–248.

8. **Yan S., Yang D-H.** A decision support framework for handling schedule Perturbation, *Transportation Research B*, 1996, vol. 30(6), pp. 405–419.

9. **Yan S., Tu Y. P.** Multifleet Routing and Multistop Flight Scheduling for Schedule Perturbation, *European Journal of Operational Research*, 1996, vol. 103, pp. 155–169.

10. **Lou S., Yu G.** On the Airline Schedule Perturbation Problem Caused by the Ground Delay Program, *Transportation Science*, 1997, vol. 31(4), pp. 298–311.

11. **Arguello M. F., Bard J. F., Yu G.** A GRASP for Aircraft Routing in Response to Grounding and Delays, *Journal of Combinatorial Optimization*, 1997, vol. 5, pp. 211–228.

12. **Bard J. F., Yu G., Arguello M. F.** Optimizing Aircraft Routings in Response to Groundings and Delays, *IEEE Transactions*, 2000, vol. 33, pp. 931–947.

13. **Thengvall B. G., Bard J. F., Yu G.** Balancing User Preferences for Aircraft Schedule Recovery During Irregular Operations, *IEEE Transactions*, 2000, vol. 32, pp. 181–193.

14. **Rosenberger J. M., Johnson E. L., Nemhauser G. L.** Re-routing Aircraft for Airline Recovery, *Transportation Science*, 2003, vol. 37, no. 4, pp. 408–421.

15. **Andersson T., Varbrand P.** The Flight Perturbation Problem, *Transportation Planning and Technology*, 2004, vol. 27, no. 2, pp. 91–118.

16. **Eggenberg N., Salani M., Bierlaire M.** Constraint-specific recovery network for solving airline recovery problems, *Computers and Operations Research*, 2010, vol. 37, pp. 1014–1026.
17. **Jafari N., Zegordi S. H.** Simultaneous recovery model for aircraft and passengers, *Journal of the Franklin Institute*, 2010, pp. 20–22.
18. **Bisailon S., Cordeau J.-F., Laporte G., Pasin F.** A large neighbourhood search heuristic for the aircraft and passenger recovery problem, *4OR—A Quarterly Journal of Operations Research*, 2011, vol. 9, no. 2, pp. 139–157.
19. **Sinclair K., Cordeau J.-F., Laporte G.** Improvements to a large neighborhood search heuristic for an integrated aircraft and passenger recovery problem, *European Journal of Operational Research*, 2014, vol. 233, no. 1, pp. 234–245.
20. **Sinclair K., Cordeau J.-F., Laporte G.** A column generation post-optimization heuristic for the integrated aircraft and passenger recovery problem, *Computers & Operations Research*, 2016, vol. 65, pp. 42–52.
21. **Hu Y., Xu B., Gao M., Chi H.** The study on the aircraft recovery with consideration of passenger transiting, *The Fifth International Conference on Management Science and Engineering Management*, 2011, pp. 3–7, Macau, China: World Academic Press, World Academic Union.
22. **Yang T., Hu Y.** Considering Passenger Preferences in Integrated Postdisruption Recoveries of Aircraft and Passengers/ Research Article, Open Access, vol. 2019, Article ID 9523610, available at: <https://doi.org/10.1155/2019/9523610>
23. **Mezentsev Y. A., Estraykh I. V.** An optimal fleet assignment and flight scheduling problem for an airline company, *2018 CEUR Workshop Proceedings*, no. 2098, pp. 277–290, EID: 2-s2.0-85048025360, available at: <http://ceur-ws.org/Vol-2098/paper24.pdf>
24. **Lin Y. K., Hsieh H. T., Hsieh F. Y.** Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem Using an Ant Colony Optimization Approach, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2012, vol. 6, pp. 1798–1803.
25. **Lin Y. K.** Particle Swarm Optimization Algorithm for Unrelated Parallel Machine Scheduling with Release Dates, *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, Article ID 409486, 9 p.
26. **Lee W. C., Wu C. C., Chen P.** A simulated annealing approach to makespan minimization on identical parallel machines, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2006, vol. 31, no. 3–4, pp. 328–334.
27. **Lenstra J. K., Shmoys D. B., Tardos E.** Approximation algorithms for scheduling unrelated parallel machines. Report OS-R8714, Centre for Mathematics and Computer Science, Amsterdam, 1987.
28. **Vazirani V.** Approximation Algorithms, Springer, 2001, 375 p.
29. **Kaabi J., Harrath Y.** A Survey of Parallel Machine Scheduling under Availability Constraints, *International Journal of Computer and Information Technology*, 2014, vol. 03, iss. 02, pp. 238–245.
30. **Avdeenko T. V., Mezentsev Y. A., Estraykh I. V.** Heuristic approach to unrelated parallel machines scheduling under availability and resource constraints, *IFAC-Papers Online*, 2017, vol. 50, iss. 1, pp. 13096–13101.
31. **Mezentsev Y. A., Estraykh I. V., Chubko N. Y.** Implementation of an efficient parametric algorithm for optimal scheduling on parallel machines with release dates, *Journal of Physics: Conference Series № 1333*, 2019, 022002, p. 1–7, DOI: 10.1088/1742-6596/1333/2/022002
32. **Mezentsev Y. A.** Binary Cut-and-Branch Method for Solving Linear Programming Problems with Boolean Variables, *CEUR Workshop Proceedings*, 2016, vol. 1623, pp. 72–85.
33. **Mezentsev Y.** Binary cut-and-branch method for solving mixed integer programming problems Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V. F. Demyanov), *CNSA 2017*, available at: <https://doi.org/10.1109/cnsa.2017.7973989>
34. **Link** to tests and best solutions achieved, available at: <https://drive.google.com/drive/folders/16ez7NQd1cPPIymf0ALYnJgzqzqGBXHga?ogsrc=32>

20—22 октября 2020 года в Москве состоится

**Третья Международная научно-техническая конференция
«СОВРЕМЕННЫЕ СЕТЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»
(MoNeTec- 2020)**

Председатель программного комитета:

Р. Л. Смелянский, чл.-корр. РАН, профессор, МГУ им. М. В. Ломоносов

Основные темы конференции

- Архитектура и протоколы для автоматизации управления сетями и оркестрации в облачных инфраструктурах
- Инновационные технологии для облаков, интернета, компьютерных сетей
- Новые парадигмы в организации и функционирования сетей, например, Intent Based Network, Information Centric Network, Content Centric Network т.п.
- Подходы, методы и средства для управления качеством сервиса и распределения ресурсов в сетях и облачных средах
- Применение больших данных и машинного обучения для повышения эффективности функционирования сетей, облачных платформ и управления ими
- Проблемы безопасности сетей и облачных платформ
- Применение сетевых облачных технологий к обработке больших данных, Интернета вещей, сетей беспроводной и мобильной связи
- Вопросы архитектуры программно-управляемого телекоммуникационного оборудования

Подробная информация о конференции, размещена на официальном сайте
<http://www.monetec.ru>