

А. С. Нефедов, аспирант, ассистент кафедры, e-mail: Domino1991@rambler.ru,
В. А. Шакиров, канд. техн. наук, декан, e-mail: mynovember@mail.ru,
Братский государственный университет

Автоматизация процедуры заполнения матриц парных сравнений альтернатив по критериям при использовании метода анализа иерархий

Рассматриваются основные этапы метода анализа иерархий, обсуждаются преимущества и недостатки. Предлагается модификация одного из этапов метода, связанная с заполнением матриц парных сравнений альтернатив по критериям. Новая процедура позволяет значительно снизить число запросов к лицу, принимающему решения, обеспечить высокую согласованность предпочтений, выраженных при парных сравнениях, учесть изменения предпочтений на протяжении всего оценочного интервала критерия. Применение модифицированной процедуры рассматривается на примере выбора площадки размещения электростанции.

Ключевые слова: метод анализа иерархий, парные сравнения, модель предпочтений, оценка альтернатив

Введение

На текущий момент разработано свыше 70 методов многокритериального анализа [1–5], которые помогают лицу, принимающему решения (ЛПР), осуществлять выбор лучшей альтернативы. Можно разделить методы на следующие крупные группы: многокритериальная теория полезности MAUT (Multi-attribute utility theory); метод анализа иерархий АНР (Analytic hierarchy process); группа пороговых методов ELECTRE (Elimination Et Choix Traduisant la REalite); методы вербального анализа решений; группа методов PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluation).

Каждая группа методов имеет эффективную область применения в зависимости от числа альтернатив, критериев, способа описания критериев, полноты и точности информации. Метод АНР в настоящее время вырос в обширный междисциплинарный раздел теории принятия решений, имеющий убедительные математическое и психофизическое обоснования и многочисленные приложения. На основе АНР разработана широко известная программная система Expert Choice [6]. Более 40 лет АНР используется для поиска решений в самых различных профессиональных областях: промышленности, здравоохранении, образовании, энергетике и т. д. [7–10]. Для данного метода характерно иерархическое представление структуры анализируемой системы, элементы которой находятся во взаимосвязи друг с другом. При использовании данного ме-

тода происходит попарное сравнение критериев и альтернатив по критериям, затем определяются коэффициенты важности (локальные приоритеты) сравниваемых элементов, определяются итоговые приоритеты альтернатив и находится лучшее решение.

Оригинальный АНР, предложенный Т. Саати, на основе аддитивной свертки критериев и альтернатив имеет следующие достоинства [11, 12]:

- удобство для ЛПР парных сравнений альтернатив и критериев, возможность проверки согласованности ЛПР с помощью специального показателя;
- отсутствие необходимости назначения абсолютных оценок альтернативам;
- наличие шкалы, позволяющей оценивать как количественные, так и качественные величины;
- возможность работы с несколькими экспертами путем декомпозиции первоначальной задачи на подзадачи для конкретных экспертов в своих областях.

К недостаткам АНР можно отнести следующие:

- проблема согласованности суждений ЛПР при заполнении матриц парных сравнений при значительном числе альтернатив и критериев [12];
- проблема Rank reversal (изменение ранга) — изменение ранжирования альтернатив ввиду удаления или добавления новых альтернатив [3, 13–17];
- ограничение на число сравниваемых критериев и альтернатив до семи в связи с ростом загрузки ЛПР и несогласованности его ответов.

В ряде работ АНР подвергается критике за проблему rank reversal [13, 14, 17], а также за использование аддитивной свертки локальных показателей важности матриц парных сравнений альтернатив [18, 19]. Но также существует ряд работ, направленных на объяснение [16, 20–24] и устранение этих недостатков [13, 25, 26]. В частности, приводятся примеры, когда смена ранга при добавлении альтернативы закономерна. Для ситуаций, когда необходимо сохранение ранга, может использоваться модификация Ideal mode АНР [13], отличающаяся способом вычисления ценности локальных приоритетов.

Части указанных проблем также можно избежать при использовании мультипликативного АНР, предложенного Ф. Лутсмой [14, 27, 28]. Так, при заполнении матриц парных сравнений может быть обеспечена идеальная согласованность матриц парных сравнений альтернатив по критериям [29]. Проблема rank reversal для мультипликативного метода не характерна [14, 27]. Вместе с тем в работах [21, 22] мультипликативный АНР критикуется за вид свертки, который в ряде примеров приводит к неоднозначным результатам. Также мультипликативному АНР свойственна переоценка и недооценка альтернатив по критериям ввиду использования предложенной шкалы для субъективного измерения различных факторов.

В данной статье предлагается модификация одного из этапов оригинального АНР — заполнение матриц парных сравнений альтернатив по критериям, которая позволяет значительно снизить число запросов к ЛПР при обеспечении высокой согласованности, учитывает предпочтения ЛПР относительно оценок альтернатив по критериям на протяжении всего оценочного интервала. Проводится апробация модификации АНР на примере выбора площадки размещения электростанции.

1. Этапы оригинального метода анализа иерархий

АНР предполагает последовательную реализацию этапов выбора наилучшей альтернативы [11].

На первом этапе (рис. 1) происходит структуризация рассматриваемой задачи. ЛПР формулирует цель задачи и набор критериев $K_1, \dots, K_n$ и альтернатив $A_1, \dots, A_m$. Проводится оценка альтернатив по критериям $x_{11}, \dots, x_{nm}$ [11].

На втором этапе (рис. 1) формируются матрицы парных сравнений критериев и альтернатив. Для этого ЛПР предлагается с помо-

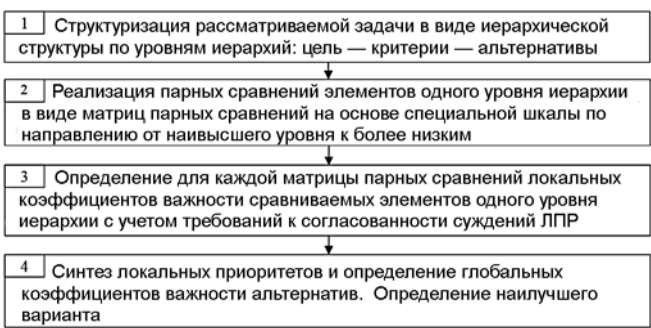


Рис. 1. Основные этапы реализации АНР

щью шкалы сравнительной важности (табл. 1) попарно оценить альтернативы по каждому из критериев, а также критерии между собой.

В результате попарной оценки формируются матрицы парных сравнений с оценками c_{ij} (табл. 2). Данные матрицы являются обратно симметричными.

Следующим этапом (рис. 1) является определение для каждой матрицы локальных коэффициентов важности сравниваемых элементов [11], например, для матрицы парных сравнений альтернатив по одному из критериев:

$$v_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^m d_i}, \tag{1}$$

где d_i — элемент собственного вектора матрицы.

Элемент собственного вектора матрицы, например, парных сравнений альтернатив [11] равен

$$d_i = \sqrt[m]{\prod_{j=1}^m c_{ij}}. \tag{2}$$

Таблица 1
Фундаментальная шкала для оценки силы суждений [11]

Степень важности	Оценка сравнительной важности элемента иерархии
Равная важность	1
Умеренное превосходство	3
Существенное превосходство	5
Большое превосходство	7
Абсолютное превосходство	9

Таблица 2
Матрица парных сравнений альтернатив по критерию

	A_1	...	A_j	...	A_m
A_1	1	...	c_{1j}	...	c_{1m}
...	...	...	...	...	...
A_j	c_{j1}	...	1	...	c_{jm}
...	...	...	...	...	...
A_m	c_{m1}	...	c_{mj}	...	1

Далее оценивается согласованность суждений ЛПР при реализации попарных сравнений. Под согласованностью понимается соблюдение на приемлемом уровне принципа, который соответствует количественному представлению транзитивности суждений ЛПР [12].

Для определения степени согласованности суждений ЛПР используют индекс согласованности [11]:

$$I_h = \frac{\lambda_{\max} - h}{h - 1}, \quad (3)$$

где h — число сравниваемых объектов; $\lambda_{\max}$ — максимальное собственное значение матрицы парных сравнений.

Величина $\lambda_{\max}$ определяется для каждого уровня иерархической структуры следующим образом [11]:

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^h c_i d_i; \quad (4)$$

$$c_i = \sum_{j=1}^h c_{ij}. \quad (5)$$

Желательный уровень $I_h < 0,1$. Если значение не удовлетворяет уровню согласованности, ЛПР необходимо осуществить переоценку парных сравнений альтернатив или критериев.

На последнем этапе (рис. 1) проводится синтез локальных приоритетов и определяют показатели важности (глобальные приоритеты) каждой альтернативы [11]:

$$V_j = \sum_{i=1}^n w_i v_{ij}, \quad (6)$$

где V_j — показатель важности j -й альтернативы; w_i — вес i -го критерия; v_{ij} — вес j -й альтернативы по i -му критерию.

Альтернатива с максимальным показателем важности считается лучшим решением.

Далее предлагается рассмотреть модификацию 2-го этапа (рис. 1) — реализацию парных сравнений альтернатив по критериям с помощью модифицированной процедуры.

2. Модифицированная процедура заполнения матриц парных сравнений альтернатив по критерию

Заполнение матриц парных сравнений альтернатив по критериям является наиболее трудозатратным для ЛПР. Число запросов к ЛПР в оригинальном АНР при сравнении альтер-

натив по критериям определяется следующим выражением:

$$R = \left(\frac{m^2}{2} - \frac{m}{2} \right) n. \quad (7)$$

Ряд исследований был направлен на снижение загрузки ЛПР на этом этапе. В работе [30] предложена методика снижения числа парных сравнений путем неполного заполнения матриц парных сравнений. Основой подхода является допущение случаев, когда ЛПР не может выразить свои предпочтения по некоторым альтернативам. В исследовании [31] предлагался подход, в основе которого лежало закрепление отдельных частей иерархии за различными респондентами, с учетом того, что люди, которые проводят большое число сравнений, становятся менее последовательными. Т. Саати для снижения числа запросов к ЛПР предложил подход, основанный на формировании кластеров альтернатив [12, 32]. В работе [3] предложен способ построения матриц парных сравнений альтернатив по критерию на основе элементов первой строки, требующий выполнения $(m - 1)n$ запросов к ЛПР. В работах [33, 34] предложен подход, основанный на использовании однокритериальных функций ценности для выявления предпочтения в отношении альтернатив и заполнения матриц парных сравнений, требующий $3n$ запросов к ЛПР.

Предлагаемая в настоящей работе модификация заключается в построении модели предпочтений ЛПР в отношении пар оценок по критерию. Модель учитывает различную ценность для ЛПР оценок по критерию в начале и конце шкалы.

Шаг 1. ЛПР предоставляется возможность ознакомиться с фундаментальной шкалой для оценки силы суждений, представленной в табл. 1. При ознакомлении со шкалой ЛПР должен осознавать, что оценка сравнительной важности c_{ij} — это степень превосходства альтернативы с оценкой x_i над альтернативой с оценкой x_j по критерию.

Для формирования модели предпочтений ЛПР ему задаются следующие вопросы:

- оценки альтернатив по критерию изменяются от x_a до x_b . При этом оценка x_b превосходит оценку x_a с оценкой 9 по шкале (табл. 1). Пусть имеется альтернатива с оценкой x_a . Альтернатива с какой оценкой x'_a могла бы характеризоваться оценкой 3 по шкале (табл. 1) "умеренное превосходство" по отношению к x_a ? Ответ ЛПР определяет $\Delta x_1^3 = x'_a - x_a$;

- пусть имеется альтернатива с оценкой x_b . Альтернатива с какой оценкой x'_b могла бы характеризоваться оценкой "3" по отношению к x_b ? Ответ ЛПР определяет $\Delta x_2^3 = x'_b - x_a$. Вторым вопросом позволяет проверить корректность суждений ЛПР относительно шкалы сравнительной важности (табл. 1). Если x'_a превосходит x_a с оценкой сравнительной важности "3", то x_b должна превосходить x'_a также с оценкой "3", так как x_b превосходит x_a в 9 раз. Поэтому если Δx_1^3 отличается от Δx_2^3 , ЛПР неточно выражает свои предпочтения, и неточность может количественно характеризоваться разницей между Δx_1^3 и Δx_2^3 .

Шаг 2. После выявления предпочтений ЛПР, соответствующих оценке "3", другие его предпочтения, соответствующие оценкам 5, 7, 9, определяются без его участия. Оценки определяются так же — относительно худшей и лучшей оценок x_a и x_b — с использованием следующей системы:

$$\begin{cases} x^1 = x_a; \\ x^3 = x^1 + \Delta x^3; \\ x^5 = x^3 + \Delta x^3 t; \\ x^7 = x^5 + \Delta x^3 t^2; \\ x^9 = x^7 + \Delta x^3 t^3 = x_b. \end{cases} \quad (8)$$

На основании ответов ЛПР могут быть построены модели предпочтений следующего характера, показанные на рис. 2.

При идеальном восприятии ЛПР шкалы сравнительной важности (табл. 1) и точных суждениях относительно пар сравниваемых альтер-

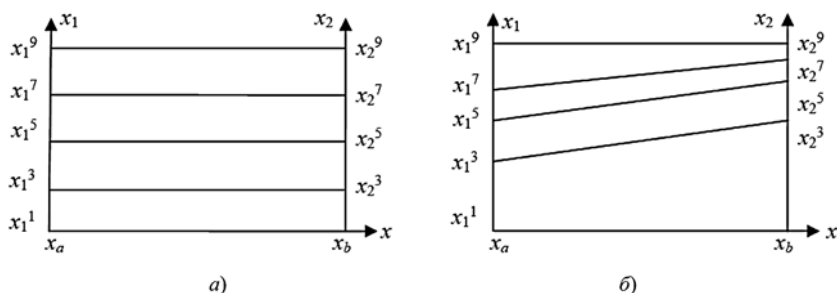


Рис. 2. Модель предпочтений ЛПР относительно пар сравниваемых альтернатив по критерию

натив в результате его ответов будет получено, что $x_1^3 = x_2^3$, и, соответственно, модель предпочтений будет характеризоваться рис. 2, а. Но также ввиду характера человеческого мышления может быть получена модель, представленная на рис. 2, б, которая выражает неточность суждений ЛПР относительно оценок сравниваемых альтернатив с использованием шкалы сравнительной важности. Дальнейшие этапы модифицированной процедуры предлагается рассматривать на примере идеализированной модели предпочтений ЛПР (рис. 2, а). Однако необходимо отметить, что все рассуждения могут быть распространены и на предпочтения, выражаемые моделью рис. 2, б. Итак, при выявлении предпочтений ЛПР вдоль шкалы критерия может быть получена одна из моделей предпочтений, показанных на рис. 3.

Шаг 3. Проводится сравнительная оценка пар альтернатив по критериям.

Элемент матрицы парных сравнений альтернатив x_i и x_j любого иерархического уровня определяется выражением [11]

$$c_{ij} = s(x_i)/s(x_j), \quad (9)$$

где $s(x_i)$, $s(x_j)$ — соответственно показатель сравнительной важности оценки x_i и x_j в от-

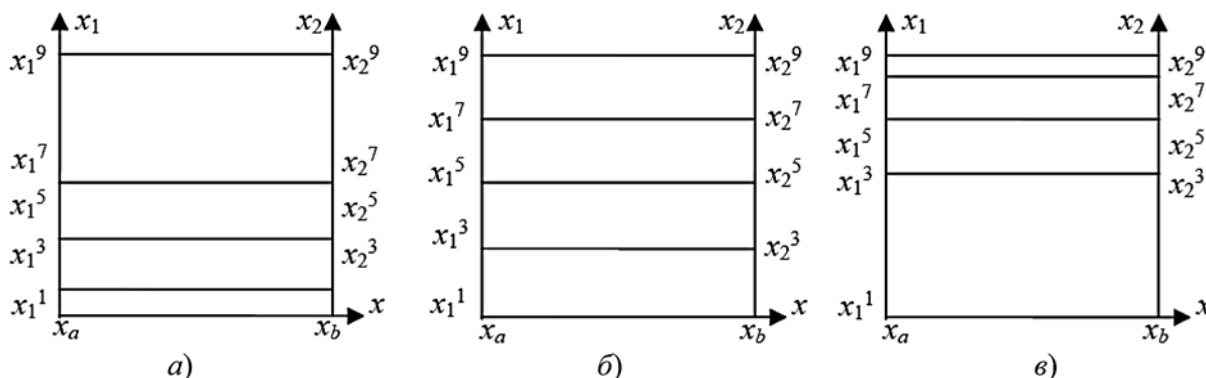


Рис. 3. Модели с различным характером предпочтений ЛПР вдоль шкалы критерия при сравнении пар альтернатив:

а — при убывающих предпочтениях; б — при равных предпочтениях; в — при возрастающих

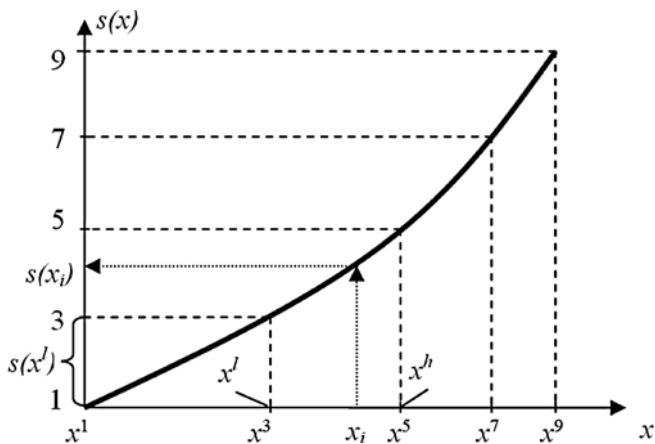


Рис. 4. Определение сравнительной важности альтернативы x_i

ношении x_a . Оценки $s(x_i)$, $s(x_j)$ определяются по формуле (рис. 4)

$$s(x_i) = s(x^l) + \frac{2(x_i - x^l)}{x^h - x^l}, \quad (10)$$

где $s(x^l)$ — оценка относительной важности, соответствующая оценке по критерию x^l ; x^l , x^h — оценки по критерию, определяемые выражением (8), такие что выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned} x^l < x_i < x^h; \\ s(x^h) - s(x^l) &= 2. \end{aligned} \quad (11)$$

Так, становится возможным определение оценок сравнительной важности $s(x_1)$, ..., $s(x_m)$ для m альтернатив и затем заполнение матрицы парных сравнений альтернатив по критерию на основании формулы (9) (табл. 3).

При определении c_{ij} по формуле (9) $s(x_1)$ играет роль "образца", с которым будут сравниваться остальные элементы $s(x_2)$, ..., $s(x_m)$. Данное заполнение матриц парных сравнений аналогично построению на основе элементов первой строки, предложенному в работе [3], при котором матрица будет всегда согласованной (индекс согласованности равен 0).

Таблица 3

Матрица парных сравнений альтернатив по критерию при использовании процедуры автоматизированного заполнения

	A_1	A_2	...	A_m
A_1	1	$c_{12} = s(x_1)/s(x_2)$	...	$c_{1m} = s(x_1)/s(x_m)$
A_2	$c_{21} = s(x_2)/s(x_1)$	1	...	$c_{2m} = s(x_2)/s(x_m)$
...	...	...	1	...
A_m	$c_{m1} = s(x_m)/s(x_1)$	$c_{m2} = s(x_m)/s(x_2)$	...	1

Модифицированный АНР позволяет значительно сократить число запросов к ЛПР и учесть предпочтения относительно оценок альтернатив по критериям в интервале оценок от x_a до x_b .

Число запросов к ЛПР для заполнения всех матриц парных сравнений альтернатив по критериям составляет $2n$, однако при реализации процедуры могут быть дополнительно заданы вопросы, позволяющие установить, что модель предпочтений сформирована корректно.

3. Применение автоматизированного заполнения матриц парных сравнений при выборе площадки размещения электростанции

В качестве иллюстрации применения автоматизированной процедуры заполнения матриц парных сравнений альтернатив по критериям предлагается рассмотреть фрагменты решения следующей задачи. Предположим, что при участии ЛПР сформулированы следующие критерии оценки для выбора площадки размещения электростанции: K_1 — чистый дисконтированный доход (ЧДД) в результате строительства и эксплуатации электростанции на выбранной площадке в течение 5 лет; K_2 — экологическая эффективность площадки размещения электростанции; K_3 — социальная оценка в отношении выбранной площадки размещения электростанции.

В качестве альтернатив предлагаются площадки различной удаленности от населенного пункта в диапазоне от 5 до 50 км. Для рассмотрения ЛПР формируется набор альтернатив, представленный в табл. 4.

Таблица 4

Исходные данные для анализа

Альтернативы — удаленность, км	Чистый дисконтированный доход в результате эксплуатации электростанции, млн руб.	Экологическая эффективность, %	Социальная оценка, балл
5	620	20	4
15	470	40	6
25	340	60	8
35	260	80	9
50	90	100	10

Предположим, что при оценке альтернатив по критериям ЛПР руководствовался следующими положениями:

- по критерию "ЧДД станции" для ЛПР необходимо, чтобы прибыль от проекта составила не менее 500 млн руб., т. е. предпочтения ЛПР имеют возрастающий характер;
- при рассмотрении критерия "Экологическая эффективность" ЛПР удовлетворяют оценки станции, расположенной не менее чем в 20 км от населенного пункта, т. е. оцен-

ки экологической эффективности станции, расположенной ближе 20 км, имеют существенную значимость для ЛПР. Характер предпочтений ЛПР вдоль шкалы — убывающий.

Рассмотрим процесс формирования модели предпочтений ЛПР, формулировки запросов к нему и его ответы:

- по критерию "ЧДД станции" оценки альтернатив изменяются от 90 до 620 млн руб. Пусть имеется альтернатива с оценкой 90 млн руб. Альтернатива с какой оценкой могла бы характеризоваться оценкой "3" по шкале относительной важности (см. табл. 1) по отношению к альтернативе 90 млн руб.? Ответ ЛПР: 400 млн руб.;
- по критерию "ЧДД станции" какой должна быть альтернатива, чтобы по сравнению с ней оценка в 620 млн руб. имела оценку "3" по шкале (см. табл. 1)? Ответ ЛПР: 400 млн руб.;
- по критерию "Экологическая эффективность" оценки альтернатив изменяются от 20 до 100 %. Пусть имеется альтернатива с оценкой 20 %. Альтернатива с какой оценкой могла бы характеризоваться оценкой "3" по шкале относительной важности по отношению к альтернативе 20 %. Ответ ЛПР: 25 %;
- по критерию "Экологическая эффективность" какой должна быть альтернатива, чтобы по сравнению с ней альтернатива с оценкой 100 % имела оценку "3" по шкале относительной важности (см. табл. 1)? Ответ ЛПР: 25 %.

В результате ответов формируются модели предпочтений ЛПР относительно критериев. На рис. 5 сплошными линиями представлены соответствующие модели и графики оценок относительной важности. Штриховыми линиями показаны модели предпочтений и графики оценок для случая, когда предпочтения ЛПР вдоль шкалы критерия имеют линейный характер.

На основе данных моделей предпочтений (рис. 5) по формуле (9) формируются матрицы пар-

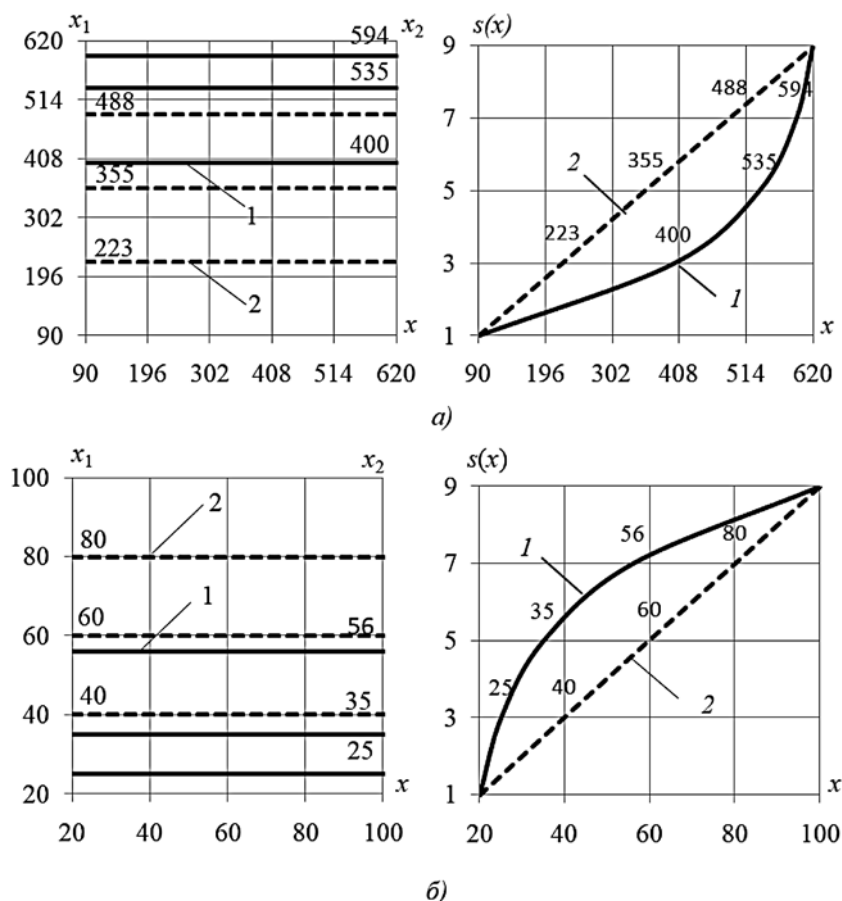


Рис. 5. Модели предпочтений ЛПР и графики зависимости оценок сравнительной важности от оценок по критериям:
а — "ЧДД станции"; б — "Экологическое воздействие"

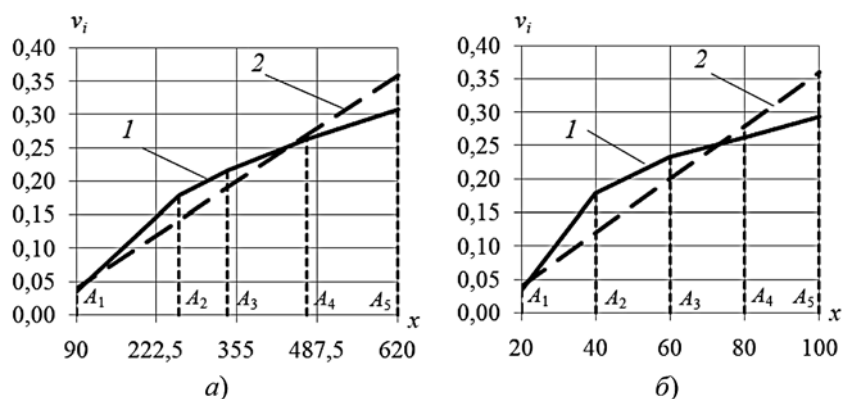


Рис. 6. Зависимость локальных приоритетов от оценок альтернатив по критериям:
а — "ЧДД станции"; б — "Экологическая эффективность"

Таблица 5

Матрица парных сравнений альтернатив по критерию "ЧДД станции"

K_1	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	Локальные приоритеты (v_i)	$\lambda_{\max}$	I_h
A_1	1	2,23	3,44	4,29	9,00	0,4801	5	0
A_2	0,45	1	1,55	1,93	4,04	0,2153		
A_3	0,29	0,65	1	1,25	2,61	0,1394		
A_4	0,23	0,52	0,80	1	2,10	0,1118		
A_5	0,11	0,25	0,38	0,48	1	0,0533		

Таблица 6

Матрица парных сравнений альтернатив по критерию "Экологическое воздействие"

K_2	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	Локальные приоритеты (v_i)	$\lambda_{\max}$	I_h
A_1	1	0,18	0,14	0,12	0,11	0,0325	5	0
A_2	5,48	1	0,76	0,68	0,61	0,1781		
A_3	7,18	1,31	1	0,89	0,80	0,2336		
A_4	8,09	1,48	1,13	1	0,90	0,2631		
A_5	9,00	1,64	1,25	1,11	1	0,2927		

Таблица 7

Матрица парных сравнений альтернатив по критерию "ЧДД станции" при линейном характере предпочтений ЛПР

K_1	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	Локальные приоритеты (v_i)	$\lambda_{\max}$	I_h
A_1	1	1,33	1,88	2,52	9,00	0,3585	5	0
A_2	0,75	1	1,41	1,89	6,74	0,2686		
A_3	0,53	0,71	1	1,34	4,79	0,1907		
A_4	0,40	0,53	0,75	1	3,58	0,1424		
A_5	0,11	0,15	0,21	0,28	1	0,0398		

Таблица 8

Матрица парных сравнений альтернатив по критерию "Экологическое воздействие" при линейном характере предпочтений ЛПР

K_2	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	Локальные приоритеты (v_i)	$\lambda_{\max}$	I_h
A_1	1	0,33	0,20	0,14	0,11	0,04	5	0
A_2	3,00	1	0,60	0,43	0,33	0,12		
A_3	5,00	1,67	1	0,71	0,56	0,2		
A_4	7,00	2,33	1,40	1	0,78	0,28		
A_5	9,00	3,00	1,80	1,29	1	0,36		

ных сравнений по критериям в первом случае (табл. 5, 6) и во втором случае — при линейном характере предпочтений (табл. 7, 8).

Проведем сравнительный анализ полученных локальных приоритетов в первом и во втором случаях (рис. 6).

На рис. 6 видно, что при линейной структуре предпочтений наблюдается линейная зависимость локальных приоритетов от оценок альтернатив (графики 2). При нелинейной структуре предпочтений, рассмотренных в первом случае, зависимость локальных приоритетов отражает соответствующие предпо-

чтения (графики 1). Так, улучшение оценок в начале шкалы критерия "Экологическая эффективность" сказывается на оценке сравнительной важности в большей мере, чем улучшение оценок в конце шкалы. По критерию "ЧДД станции" наблюдается противоположная зависимость.

При использовании процедуры автоматизированного заполнения матриц парных сравнений альтернатив по трем критериям потребовалось шесть запросов к ЛПР. При использовании стандартной процедуры потребуется 30 запросов.

Заключение

В статье были рассмотрены разновидности метода АНР, показаны их достоинства и недостатки, рассмотрены основные этапы оригинального АНР.

Предложена модификация одного из этапов оригинального АНР — процедура автоматизированного заполнения матриц парных сравнений альтернатив по критериям, которая позволяет значительно снизить число запросов к ЛПР при обеспечении высокой согласованности, а также учитывает предпочтения ЛПР относительно оценок альтернатив по критериям на протяжении всего оценочного интервала.

Представлен пример использования процедуры автоматизированного заполнения матриц парных сравнений на примере отдельных фрагментов задачи многокритериального выбора площадки размещения электростанции.

Предложенная процедура автоматизированного заполнения матриц парных сравнений может использоваться при построении систем поддержки принятия решений в различных областях.

Список литературы

1. **Кравченко Т. К., Дружаев А. А.** Адаптация методов семейства ELECTRE для включения в экспертную систему поддержки принятия решений // Бизнес-информатика. 2015. № 2 (32). С. 69—78.
2. **Рыбак В. А., Шокр А.** Аналитический обзор и сравнение существующих технологий поддержки принятия решений // Системный анализ и прикладная информатика. 2016. № 3. С. 12—18.
3. **Ногин В. Д.** Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2004. Т. 44. № 7. С. 1261.
4. **Sun X.** Multiple criteria decision analysis techniques in aircraft design and evaluation processes: Diss. ... Dr.-Ing. / Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Lufttransportsysteme, Hamburg. Köln: DLR, Bibliotheks- und Informationswesen, 2013. 181 p.
5. **Aouam T., Chang S. I., Lee E. S.** Fuzzy MADM: An outranking method // European Journal of Operational Research. 2003. Vol. 145. P. 317—328.
6. **Ishizaka A., Labib A.** Analytic Hierarchy Process and Expert Choice: Benefits and Limitations // ORInsight. 2009. N. 22(4). P. 201—220.
7. **Li B., Chang X.** Application of Analytic Hierarchy Process in the Planning of Energy Supply Network for Electric Vehicles // Energy Procedia. 2011. N. 12. P. 1083—1089.
8. **Amiri M. P.** Project selection for oil-fields development by using the AHP and fuzzy TOPSIS methods. Expert Systems with Applications. 2010. N. 37(9). P. 6218—6224.
9. **Saracoglu B. O.** "Selecting industrial investment locations in master plans of countries" // European Journal of Industrial Engineering. Inderscience Enterprises Ltd. 2013. N. 7 (4). P. 416—441.
10. **Fabio De Felice, Antonella Petrillo, Thomas Saaty.** Applications and Theory of Analytic Hierarchy Process. Publisher: InTech, Chapters published, August 31, 2016. 320 p.
11. **Петровский А. Б.** Теория принятия решений. М.: Издательский центр "Академия", 2009. 400 с.
12. **Саати Т.** Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. 278 с.
13. **Belton V., Gear T.** On a Short-Coming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies // Omega. 1983. Vol. 11.
14. **Triantaphyllou E.** Two New Cases of Rank Reversals when the AHP and Some of its Additive Variants are Used that do not Occur with the Multiplicative AHP // Journal Of Multi-Criteria Decision Analysis. 2001. Vol. 10. P. 11—25.
15. **Saaty T. L.** Axiomatic foundations of the analytic hierarchy process // Management Science. 1983. Vol. 32. P. 841—855.
16. **Saaty T. L.** Rank generation, preservation, and reversal in the analytic hierarchy process // Decision Sciences. 1987. Vol. 18. P. 157—177.
17. **Dyer J. S.** Remarks on the analytic hierarchy process // Management Science. 1990. Vol. 36. P. 249—258.
18. **Подinovский В. В., Подinovская О. В.** О некорректности метода анализа иерархий // Проблемы управления. 2011. № 1. С. 8—13.
19. **Подinovский В. В., Подinovская О. В.** Еще раз о некорректности метода анализа иерархий // Проблемы управления. 2012. № 4. С. 75—78.
20. **Saaty T. L., Vargas L. G.** The legitimacy of rank reversal // Omega. 1984. Vol. 12, Iss. 5. P. 513—516.
21. **Saaty T. L.** Making and validating complex decisions with the AHP/ANP // Journal of Systems Science and Systems Engineering. 2005. Vol. 14, Iss. 1. P. 1—36.
22. **Vargas L. G.** Comments on Barzilai and Lootsma. Why the Multiplicative AHP Is Invalid: A Practical Counterexample // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. 1997. Vol. 6. P. 169—170.
23. **Tversky A., Simonson L.** Context-dependent preferences // Manag. Set. 1994. N. 39. P. 1124—1131.
24. **Митихин В. Г.** К вопросу анализа задач принятия решения с иерархической структурой // Международный научно-исследовательский журнал. 2015. № 8—2 (39). С. 110—114.
25. **Покровский А. М.** К вопросу о корректности метода анализа иерархий в сравнительной оценке инновационных проектов // Экономика, статистика и информатика // Вестник УМО. 2010. № 5. С. 137—143.
26. **Ying-Ming Wang, Taha M. S.** Elhag. An approach to avoiding rank reversal in AHP // Decision Support Systems. December 2006. Vol. 42, Iss. 3. P. 1474—1480.
27. **Lootsma F. A.** Scale Sensitivity in the Multiplicative AHP and SMART // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. 1993. Vol. 2. P. 87—110.
28. **Lootsma F. A.** Context-Related Scaling of Human Judgment in the Multiplicative AHP, SMART, and ELECTRE // IIASA Working Paper. IIASA, Laxenburg, Austria: WP-93-039. 1993.
29. **Keeney R., Raiffa H.** Decisions with Multiple Objectives; Preferences and Values Tradeoffs. New York: Wiley, 1976.
30. **Harker P. T.** Alternative modes of questioning in the analytic hierarchy process // Mathematical Modelling. 1987. Vol. 9. P. 41—46.
31. **Weiss E. N., Rao V. R.** AHP design issues for large-scale systems // Decision Science. 1987. Vol. 8. P. 43—68.
32. **Islam R., Biswal M. P., Alam S. S.** Clusterization of alternatives in the analytic hierarchy process // Military Operations Research. 1997. Vol. 3. N. 1. P. 69—78.
33. **Шакиров В. А., Панкратьев П. С.** Выбор пункта строительства электростанции в условиях риска методом анализа иерархий // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2014. № 4 (44). С. 141—147.
34. **Шакиров В. А., Панкратьев П. С.** Поддержка принятия решений на стадии предпроектных исследований на основе двухуровневого многокритериального анализа // Прикладная информатика. 2013. № 6 (48). С. 111—121.

A. S. Nefedov, Assistant at the Department of Industrial heat and power engineering,

e-mail: Domino1991@rambler.ru,

V. A. Shakirov, Dean of faculty of Energy engineering and automation, e-mail: mynovember@mail.ru.

Bratsk State University (BrSU), Bratsk, 665709, Russian Federation

Automation of the Procedure for Filling Matrices of Pairwise Comparison of Alternatives by Criteria when using the Analytic Hierarchy Process

The main stages of analytic hierarchy process are considered, advantages and disadvantages are presented. A modification of one of the stages of the method is proposed. It is associated with filling in the matrices of pairwise comparisons of alternatives by criteria. The modification consists in constructing a model of preferences of the decision maker regarding pairs of evaluations by criterion, taking into account different values for the decision maker, evaluations by criterion at the beginning and end of the scale. A preference model is formed on the basis of a comparison of one pair of alternatives according to the criterion by which the preferences match with the assessment of the scale of relative importance. The answer obtained allows us to make an assumption that the scale scores correspond to other pairwise comparisons of alternatives by criterion. The new procedure allows to significantly reduce the number of requests to the decision maker, to ensure a high consistency of preferences expressed in pairwise comparisons, to take into account changes in preferences throughout the entire evaluation interval of the criterion. The application of the modified procedure is considered on the example of choosing the site for a power plant.

Keywords: analytic hierarchy process, pair comparisons, model of preferences, evaluation of alternatives.

DOI: 10.17587/it.25.331-339

References

1. Kravchenko T. K., Druzhaev A. A. *Biznes-informatika*, 2015, no. 2(32), pp. 69–78 (in Russian).
2. Rybak V. A., Shokr A. *Sistemnyi analiz i prikladnaya informatika*, 2016, no. 3, pp. 12–18 (in Russian).
3. Nogin V. D. *Zhurnal Vychislitel'noi Matematiki I Matematicheskoi Fiziki*, 2004, vol. 44, no. 7, pp. 1194–1202 (in Russian).
3. Sun X. Multiple criteria decision analysis techniques in aircraft design and evaluation processes: Diss. ... Dr.-Ing. / Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Luft-transportssysteme, Hamburg, Köln: DLR, Bibliotheks- und Informationswesen, 2013, 181 p.
5. Aouam T., Chang S. I., Lee E. S. *European Journal of Operational Research*, 2003, vol. 145, pp. 317–328.
6. Ishizaka A., Labib A. Analytic Hierarchy Process and Expert Choice: Benefits and Limitations, *ORInsight*, 2009, no. 22(4), pp. 201–220.
7. Li B., Chang X. *Energy Procedia*, 2011, no. 12, pp. 1083–1089.
8. Amiri M. P. *Expert Systems with Applications*, 2010, no. 37(9), pp. 6218–6224.
9. Saracoglu B. O. *European Journal of Industrial Engineering*. Inderscience Enterprises Ltd., 2013, no. 7 (4), pp. 416–441.
10. Fabio De Felice, Antonella Petrillo, Thomas Saaty. *Applications and Theory of Analytic Hierarchy Process*, Publisher: InTech, Chapters published August 31, 2016, 320 p.
11. Petrovskii A. B. *Decision-making theory*, Moscow, Publishing Center "Academy", 2009, 400 p. (in Russian).
12. Saati T. *The analytic hierarchy process*, Moscow, Radio and communication, 1993, 278 p.
13. Belton V., Gear T. *Omega*, 1983, vol. 11.
14. Triantaphyllou E. *Journal Of Multi-Criteria Decision Analysis*, 2001, vol. 10, pp. 11–25.
15. Saaty T. L. *Management Science*, 1983, vol. 32, pp. 841–855.
16. Saaty T. L. *Decision Sciences*, 1987, vol. 18, pp. 157–177.
17. Dyer J. S. *Management Science*, 1990, vol. 36, pp. 249–258.
18. Podinovskii V. V., Podinovskaya O. V. *Problemy Upravleniya*, 2011, no. 1, pp. 8–13 (in Russian).
19. Podinovskii V. V., Podinovskaya O. V. *Problemy Upravleniya*, 2012, no. 4, pp. 75–78 (in Russian).
20. Saaty T. L., Vargas L. G. *Omega*, 1984, vol. 12, iss. 5, pp. 513–516.
21. Saaty T. L. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 2005, vol. 14, iss. 1, pp. 1–36.
22. Vargas L. G. *Journal Of Multi-Criteria Decision Analysis*, 1997, vol. 6, pp. 169–170.
23. Tversky A., Simonson L. *Manag. Set.*, 1994, no. 39, pp. 1124–1131.
24. Mitikhin V. G. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal*, 2015, no. 39, pp. 110–114.
25. Pokrovskii A. M. *Ekonomika, statistika i informatika. Vestnik UMO*, 2010, no. 5, pp. 137–143 (in Russian).
26. Ying-Ming Wang, Taha M. S. *Decision Support Systems*, December 2006, vol. 42, iss. 3, pp. 1474–1480.
27. Lootsma F. A. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 1993, vol. 2, pp. 87–110.
28. Lootsma F. A. Context-Related Scaling of Human Judgment in the Multiplicative AHP, SMART, and ELECTRE. IIASA Working Paper. IIASA, Laxenburg, Austria, 1993, WP-93-039.
29. Keeney R., Raiffa H. *Decisions with Multiple Objectives; Preferences and Values Tradeoffs*, Wiley, New York, 1976.
30. Harker P. T. *Mathematical Modelling*, 1987, vol. 9, pp. 41–46.
31. Weiss E. N., Rao V. R. *Science*, 1987, vol. 8, pp. 43–68.
32. Islam R., Biswal M. P., Alam S. S. *Military Operations Research*, 1997, vol. 3, no. 1, pp. 69–78.
33. Shakirov V. A., Pankrat'ev P. S. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovaniye*, 2014, no. 44, pp. 141–147 (in Russian).
34. Shakirov V. A., Pankrat'ev P. S. *Prikladnaya Informatika*, 2013, no. 48, pp. 111–121 (in Russian).