

Д. А. Алдунин¹, аспирант, e-mail: daldunin@hse.ru,

Г. Г. Федин^{1, 2}, аспирант, стажер-исследователь, e-mail: gfedin@hse.ru

¹Аспирантская школа по компьютерным наукам НИУ ВШЭ,

²Международная научно-учебная лаборатория анализа и выбора решений, НИУ ВШЭ

Математическая модель для построения оптимальной индивидуальной образовательной траектории обучающегося при изучении массовых открытых онлайн-курсов

Рассматривается задача формирования оптимальной индивидуальной образовательной траектории обучающегося при обучении на площадках массовых открытых онлайн-курсов на основании имеющихся знаний и навыков обучающегося и знаний и навыков, которые он хочет приобрести. Предложена математическая модель и сформулированы задачи целочисленного программирования, позволяющие найти оптимальную индивидуальную траекторию при различных предпочтениях обучающегося.

Ключевые слова: электронное обучение, математическое моделирование, целочисленное программирование, индивидуальная образовательная траектория, оптимизация

Введение

Электронное образование дает доступ к лучшим образовательным курсам и программам для тех, кто не имеет возможности учиться в лучших школах и университетах (или университетах вообще). Вместе с тем необходимо учитывать ограничения, вызванные цифровой трансформацией процесса обучения. Дистанционное обучение имеет недостатки, связанные с отсутствием тьютора и аутодидактичностью процесса, что может вызвать разочарование обучающегося в непонятных ситуациях и привести к отказу от выбранных курсов. Однако цифровизация образовательного процесса несет и возможность сделать электронное образование во многом более привлекательным, чем традиционное. По словам доктора Барбары Оукли, автора самого популярного в мире массового открытого онлайн-курса (МООК) "Learning How to Learn" [1], "МООК могут быть художественно и технически увлекательными и иметь потрясающие педагогические преимущества" [2]. Примером такого преимущества может являться построение индивидуальной образовательной траектории (ИОТ). Действительно, сложно представить, чтобы реальная учебная часть планировалась ИОТ для каждого обучающегося с учетом

его или ее предыдущего опыта и предпочтений. Это возможно для частного обучения, но не для массового образования. В то же время в процессе электронного обучения формирование ИОТ может быть автоматизировано с использованием математического моделирования и информационных технологий.

Целью данной статьи является построение инструмента для автоматического формирования оптимальной ИОТ на основе: а) знаний и навыков обучающегося; б) информации о том, какие знания и навыки он или она желает приобрести в ходе обучения; в) информации о том, какие знания и навыки требуются для успешного изучения предлагаемых курсов; г) информации о том, какие знания и навыки обучающийся может получить в процессе изучения предлагаемых курсов.

Представленная модель позволит поставщикам МООК выстраивать свои бизнес-процессы в рамках клиентоцентричного подхода, который является ключом к зрелости бизнеса согласно концепции Modeling Maturity Levels [3], что обуславливает ее актуальность в условиях быстрого роста рынка онлайн-образования, где зрелость сервиса может являться решающим конкурентным преимуществом. Кроме того, прозрачность процесса получения желаемой

компетенции очень важна для обучающегося как участника рынка труда, где его набор компетенций связан с успешной карьерой и, как следствие, развитием компании-работодателя [4].

Представленный подход опирается на следующие преимущества, обеспечиваемые цифровой трансформацией процесса обучения:

- возможность оценки времени, необходимого для успешного освоения курса обучающимся, за счет анализа исторических данных о прежнем образовательном опыте обучающихся методами машинного обучения;
- возможность составления индивидуального расписания для каждого обучающегося;
- доступ к обширной библиотеке курсов.

Предлагаемая модель может стать основой для разработки полноценного рекомендательного сервиса для формирования оптимальных ИОТ на основе МООК, агрегированных с различных платформ, для реальных обучающихся.

Статья организована следующим образом. В первом разделе представлен обзор литературы, в котором приведены ссылки и дано описание наиболее релевантных работ, как относящихся к изучению явления МООК, так и связанных с применением математического моделирования процессов обучения в общем и онлайн-обучения в частности. Во втором разделе формулируется математическая модель задачи формирования оптимальной ИОТ. В заключении отражены основные результаты работы и описаны направления дальнейшего исследования.

Хотя построение ИОТ является очень перспективным направлением исследований, на эту тему была опубликована только одна значимая зарубежная работа с применением математического моделирования [5]. Однако авторы в основном сконцентрировались на использовании теории очередей (теории массового обслуживания) для описания процесса обслуживания множества учеников одним настоящим тьютором и их взаимодействия в течение одного курса.

Необходимо также отметить работу [6], предлагающую алгоритмическое решение для задачи Top-N рекомендаций курсов для обучающихся. Авторы предлагают использовать алгоритм Sparse Linear Method (SLIM), эффективный для работы с разреженными матрицами, возникающими в рекомендательных системах.

Наиболее близкой среди отечественных работ является работа [7], также использующая аппарат математического моделирования. Однако моделирование проводится на уровне отдельных обучающих модулей (тем) и тестирования знаний по ним, т. е. на уровне содержа-

ния курса. Отличается также математический аппарат: авторы предлагают использовать семантическую сеть в виде И/ИЛИ-графа.

В работе [8] рассматривается применение для адаптации контента двух технологий: semantic web (семантическая сеть) и intelligent agents (умные агенты). Использование онтологии с семантическими сервисами позволяет быстрее и удобнее подбирать образовательные материалы. Умные агенты позволяют предоставлять обучающимся виртуальных персональных ассистентов для поддержки в образовательном процессе с учетом стиля обучения и уровня знаний. В этой статье представлена онтология предметной области, которая подходит для адаптивных электронных образовательных сред. Онтология описывает объекты обучения, которые составляют курс, а также учащихся и их стили обучения.

Согласно статье [9] электронное образование сталкивается не только с ограничениями, обусловленными культурными различиями и отсутствием живого тьютора, но и с техническими ограничениями, например, мобильных устройств. В статье представлен проект многоагентной системы для адаптации учебного контента к компетенциям обучающегося в контексте его/ее индивидуальных особенностей и используемого мобильного устройства. В статье также подробно описывается прототип, разработанный для тестирования предложенного проекта.

Как мы видим, тема моделирования процесса электронного образования активно исследуется, и предлагаются решения, использующие самые разные подходы: от семантических сетей до многоагентных систем. Однако авторам не удалось найти работ, в которых задача формирования оптимальной индивидуальной образовательной траектории формулировалась бы в виде задачи математического программирования. Кроме того, работы, связанные с рекомендательными сервисами, посвящены только ранжированию доступных курсов согласно предпочтениям обучающегося. Таким образом, существует необходимость в разработке инструмента формирования оптимальной ИОТ для обучающихся МООК.

1. Математическая модель

Представленная ниже модель позволяет найти оптимальную ИОТ для слушателя МООК. Под оптимальной ИОТ понимается набор курсов, оптимизирующий одну из целевых функций, рассмотренных далее, который

будет предложен слушателю для прохождения. Кроме самой ИОТ, модель позволяет получить набор компетенций, которыми будет обладать обучающийся в результате освоения предложенного набора курсов.

Модель описывает набор знаний и навыков (в данной работе данные понятия не разделяются и предполагается, что в процессе обучения обучающийся может получить как знания, так и навыки), которыми обладает обучающийся до начала прохождения ИОТ, и набор новых знаний и навыков, которые обучающийся хочет получить в результате прохождения ИОТ как подмножества множества всех знаний и навыков (примером такого множества могут служить профессиональные стандарты из Реестра профессиональных стандартов, разработанного Министерством труда и социальной защиты Российской Федерации¹). Также модель включает в себя множество курсов, доступных для включения в ИОТ. Эти курсы характеризуются: а) набором знаний и навыков пререквизитов, которыми обучающийся должен обладать для успешного освоения курса; б) набором знаний и навыков постреквизитов, которые обучающийся приобретет в результате освоения курса; в) временем, которое обучающийся предположительно должен будет затратить для успешного освоения курса; г) ценой курса, которую обучающийся должен будет заплатить для получения доступа к курсу. Предполагается, что обучающийся может начать изучать курс только тогда, когда он обладает всеми знаниями и навыками, входящими в набор знаний и навыков пререквизитов данного курса.

Время, необходимое для освоения курса, как правило, определяется методистами и авторами курсов при публикации на платформах МООС. В дальнейшем планируется предложить метод более точного индивидуального прогнозирования времени, необходимого для освоения курса, на основании исторических данных о том, как с этим курсом справлялись обучающиеся, обладающие сходным набором знаний и навыков.

Задача определения исходного набора знаний и навыков обучающегося может быть решена следующими способами: опросом (обучающийся сам помечает знания и навыки как имеющиеся), тестированием, анализом данных о предыдущем образовательном опыте (приложения к дипломам, сертификаты о прохождении курсов и т. п.) и т. д.

¹<http://profstandart.rosmintrud.ru/obshchiy-informatsionnyy-blok/natsionalnyy-reestr-professionalnykh-standartov/reestr-professionalnykh-standartov/>

Рассматривается задача отыскания набора курсов, необходимых для получения желаемых знаний и навыков.

Пусть

N — число курсов, доступных для изучения;

Z — общее число знаний и навыков;

K — множество номеров знаний и навыков;

S — число знаний и навыков обучающегося до начала прохождения ИОТ;

K^S — множество номеров знаний и навыков обучающегося до начала прохождения ИОТ;

F — число знаний и навыков, которые обучающийся желает получить в результате прохождения ИОТ;

K^F — множество номеров знаний и навыков, которые обучающийся желает получить в результате прохождения ИОТ;

K_i^{Pre} — множество номеров знаний и навыков, необходимых для успешного прохождения курса i (пререквизиты курса), $i = 1, \dots, N$;

K_i^{Post} — множество номеров знаний и навыков, которые обучающийся получит в результате успешного прохождения курса i (постреквизиты курса), $i = 1, \dots, N$;

C_j^{Post} — множество номеров курсов, в которых знание или навык j входит в множество постреквизитов, $j = 1, \dots, Z$;

P_i — цена курса с номером i для обучающегося, $i = 1, \dots, N$;

T_i — время, необходимое обучающемуся для изучения курса с номером i , $i = 1, \dots, N$;

c_i — булева переменная, принимающая значение 1, если курс с номером i включен в ИОТ, и значение 0 иначе, $i = 1, \dots, N$;

k_j — булева переменная, принимающая значение 1, если обучающийся будет обладать знанием или навыком с номером j в результате прохождения ИОТ, и значение 0 в противном случае, $j = 1, \dots, Z$.

Используя представленные обозначения, можем записать систему ограничений, определяющую множество допустимых ИОТ, следующим образом:

$$k_j = 1, \forall j \in K^S; \quad (1)$$

$$k_j = 1, \forall j \in K^F; \quad (2)$$

$$|K_i^{Pre}| c_i \leq \sum_{j \in K_i^{Pre}} k_j, \forall i = 1, \dots, N; \quad (3)$$

$$k_j \leq \sum_{i \in C_j^{Post}} c_i, \forall j \in K \setminus K^S; \quad (4)$$

$$c_i \in \{0, 1\}, \forall i \in \overline{1, N}; \quad (5)$$

$$k_j \in \{0, 1\}, \forall j \in K, \quad (6)$$

где $|\cdot|$ — мощность множества.

Ограничения в данной системе имеют следующий смысл: (1) — знания и навыки, имеющиеся до начала освоения ИОТ, известны; (2) — желаемые знания и навыки должны быть получены; (3) — курс может быть освоен, только если обучающийся обладает всеми знаниями и навыками, входящими во множество его пререквизитов; (4) — все знания и навыки (кроме имеющихся до начала прохождения ИОТ) считаются известными только после прохождения хотя бы одного курса, в котором данные знания и навыки входят в множество постреквизитов; (5) и (6) — ограничения на булевость переменных модели.

Для выбора конкретной ИОТ из множества доступных, определенного системой ограничений (1)–(4), необходимо определить целевую функцию.

В качестве целевых функций могут быть рассмотрены следующие варианты:

- минимизация числа курсов в ИОТ

$$\sum_{i=1}^N c_i \rightarrow \min; \quad (7)$$

- минимизация общей стоимости обучения

$$\sum_{i=1}^N P_i c_i \rightarrow \min; \quad (8)$$

- минимизация ожидаемого суммарного времени прохождения всех курсов

$$\sum_{i=1}^N T_i c_i \rightarrow \min; \quad (9)$$

- минимизация общей стоимости и ожидаемого суммарного времени прохождения всех курсов

$$\sum_{i=1}^N ((P_i + \alpha T_i) c_i) \rightarrow \min, \quad (10)$$

где α — это коэффициент с размерностью $\frac{\text{деньги}}{\text{время}}$, отражающий степень готовности обучающегося платить за сокращение затрат времени. Данный коэффициент может быть определен на основании предпочтений обучающегося с использованием методов, описанных в работе [10].

Кроме целевой функции (10) могут быть использованы и другие линейные комбинации целевых функций (7), (8) и (9) с соответствующими коэффициентами.

Для практического применения предложенной выше модели удобнее модифицировать систему ограничений (1)–(6), уменьшив число переменных. Так как ограничения (1) и (2) фик-

сируют значения части булевых переменных k_j , эти переменные могут быть исключены из модели, а их вхождения заменены на значения из ограничений (1) и (2). Тогда модифицированная система ограничений будет иметь вид

$$\left| K_i^{Pre} \setminus (K^S \cup K^F) \right| c_i - \sum_{j \in K_i^{Pre} \setminus (K^S \cup K^F)} k_j \leq 0, \forall i = 1, \dots, N; \quad (11)$$

$$k_j - \sum_{i \in C_j^{Post}} c_i \leq 0, \forall j \in K \setminus (K^S \cup K^F); \quad (12)$$

$$- \sum_{i \in C_j^{Post}} c_i \leq -1, \forall j \in K^F; \quad (13)$$

$$c_i \in \{0, 1\}, \forall i \in \overline{1, N}; \quad (14)$$

$$k_j \in \{0, 1\}, \forall j \in K \setminus (K^S \cup K^F), \quad (15)$$

где ограничение (11) соответствует ограничению (3), а ограничения (12) и (13) являются частными случаями ограничения (4).

Пусть $x = (c, k)$, а $Ax \leq b$ описывает систему ограничений (11)–(13). Тогда выпуклый многогранник Π , задаваемый этой системой ограничений, может быть записан как

$$\Pi = \{x \mid Ax \leq b\},$$

а множество V , задаваемое ограничениями (11)–(15), может быть записано как

$$V = \Pi \cap (\bar{C} \times \bar{K}),$$

где

$$\bar{C} = \{0, 1\}^N; \\ \bar{K} = \left\{ \{0, 1\}^{|K \setminus (K^S \cup K^F)|} \right\};$$

$\{0, 1\}^N$ — единичный куб размерности N .

Если ввести обозначения

$$l^* = (1_N, 0_k); \\ p^* = (p, 0_k); \\ t^* = (t, 0_k); \\ s^* = (p + \alpha t, 0_k),$$

где (\cdot, \cdot) — вектор, состоящий из элементов двух векторов; 1_N — единичный вектор размера N ; 0_k — нулевой вектор размера $|K \setminus (K^S \cup K^F)|$, то оптимизационные задачи с целевыми функциями (7), (8), (9), (10) и ограничениями (11)–(15) могут быть записаны в векторно-матричной форме как

$$\min_{x \in V} \langle l^*, x \rangle; \quad (16)$$

$$\min_{x \in V} \langle p^*, x \rangle; \quad (17)$$

$$\min_{x \in V} \langle t^*, x \rangle; \tag{18}$$

$$\min_{x \in V} \langle s^*, x \rangle, \tag{19}$$

где $\langle \cdot \rangle$ — скалярное произведение.

Задачи (16)–(19) являются задачами целочисленного программирования с линейными ограничениями, в которых все целочисленные переменные — булевы. Таким образом, эта задача является задачей булевого программирования, а значит, NP-трудной [11]. Такие задачи достаточно хорошо решаются стандартными пакетами для решения задач оптимизации, например, CPLEX, Gurobi, CBC и др. Сравнение различных пакетов представлено в работе [12].

2. Пример использования различных целевых функций для отыскания оптимальной ИОТ

Для тестирования модели и сравнения различных целевых функций был составлен модельный пример. Данный пример включает пять курсов ($N=5$) и шесть компетенций ($Z=6$). Информация о курсах (список пререквизитов курса, список постреквизитов курса, стоимость курса, время прохождения курса) приведена в табл. 1. Предполагается, что до начала обучения обучающийся владеет знанием или навыком k_1 и хочет овладеть знаниями или навыками k_5 и k_6 в результате обучения.

В векторно-матричной форме данный пример будет иметь вид

$$\langle a, (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, k_2, k_3, k_4)^T \rangle \rightarrow \min, \tag{20}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, k_2, k_3, k_4)^T \in \{0,1\}^8,$$

где a — это один из векторов l^* , p^* , t^* , s^* , которые в данном примере принимают вид

$$l^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0),$$

$$p^* = (10, 20, 15, 5, 25, 0, 0, 0),$$

$$t^* = (20, 10, 15, 25, 20, 0, 0, 0),$$

$$s^* = (30, 30, 30, 30, 45, 0, 0, 0) \text{ при } \alpha = 1.$$

Информация о курсах

Курс (c_i)	Пререквизиты курса (K_i^{Pre})	Постреквизиты курса (K_i^{Post})	Стоимость курса (P_i , \$)	Время прохождения курса (T_i , ч)
c_1	$\{k_1\}$	$\{k_2, k_3\}$	10	20
c_2	$\{k_1, k_2\}$	$\{k_4, k_5\}$	20	10
c_3	$\{k_3\}$	$\{k_5\}$	15	15
c_4	$\{k_3, k_5\}$	$\{k_6\}$	5	25
c_5	$\{k_4\}$	$\{k_5, k_6\}$	25	20

Таблица 2

Значения целевых функций для оптимальных ИОТ

Набор курсов в ИОТ	Число курсов в ИОТ	Суммарная стоимость курсов в ИОТ (\$)	Ожидаемое суммарное время обучения (ч)	Линейная комбинация стоимости и времени ($\alpha = 1$) (\$)
c_1, c_2, c_5	3	55	50	105
c_1, c_3, c_4	3	30	60	95

Система неравенств (20) была получена из системы ограничений (11), (12) и (13). Первые три неравенства системы (20) получены из ограничения (12), четвертое и пятое неравенства получены из ограничения (13), оставшиеся неравенства с шестого по девятое получены из ограничения (11).

Можно заметить, что при фиксированном наборе курсов и знаний и навыков упомянутая выше матрица задачи A зависит исключительно от знаний и навыков обучающегося до начала прохождения ИОТ и знаний и навыков, которые обучающийся желает получить в результате прохождения ИОТ.

Для решения приведенной в качестве примера задачи использовалась функция *intlinprog*², входящая в пакет MATLAB. В табл. 2 приведены оптимальные значения целевых функций (7)–(10) и ИОТ, на которых эти оптимальные значения достигаются в данном примере.

Из табл. 2 видно, что для различных целевых функций оптимальными могут быть различные ИОТ. ИОТ, оптимальные для различных целевых функций, приведены в табл. 3.

Так как предложенная модель является статической, т. е. в ней отсутствует состояние во времени, важным ограничением применимости модели является требование отсутствия ситуаций, в которых знания и навыки связаны между собой циклически через один или несколько курсов, так как такие ситуации могут быть неразрешимы: модель не учитывает то, какие зна-

²<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/mixed-integer-linear-programming-algorithms.html>

Таблица 3

Оптимальные ИОТ для различных целевых функций

Целевая функция	Оптимальная траектория
Минимизация числа курсов, освоение которых требуется (7)	c_1, c_2, c_5 и c_1, c_3, c_4
Минимизация стоимости предлагаемых курсов (8)	c_1, c_3, c_4
Минимизация ожидаемого времени обучения (9)	c_1, c_2, c_5
Минимизация линейной комбинации из времени и стоимости с единичными коэффициентами	c_1, c_3, c_4
Минимизация линейной комбинации из времени, стоимости и числа курсов с единичными коэффициентами	c_1, c_3, c_4

ния и навыки будут изучены раньше или позже, и в такой ситуации может предложить такой набор курсов, для которого невозможно будет построить последовательность изучения курсов (в качестве пререквизита будет требоваться знание или навык, который еще не изучен). Такие циклические связи могут быть выявлены при анализе ориентированного графа, множество вершин которого определено множествами курсов и знаний и навыков, а дуги — отношениями "быть пререквизитом" и "быть постреквизитом", до решения задачи. Задача определения оптимального набора курсов может быть решена, а полученное решение проверено на вхождение таких связей. В этом случае лицо, принимающее решения, может быть извещено о наличии связей, мешающих решению задачи, чтобы определить, какие связи должны быть удалены.

Заключение

Для решения поставленной задачи создания инструмента для оптимального выбора курсов для ИОТ на основании знаний и навыков обучающегося и его образовательных целей была предложена математическая модель, рассматривающая данную задачу как задачу оптимизации. Предложенная модель позволяет оптимальным образом выбрать курсы из агрегированного пула курсов с учетом предпочтений обучающегося в отношении времени, стоимости обучения и числа курсов в ИОТ. Сформулированная задача может быть эффективно решена с помощью стандартных математических пакетов на данных реального размера.

Модель была протестирована на модельных данных. Тестирование показало адекватность получаемых результатов, а также в ходе тестирования был продемонстрирован процесс применения предлагаемого инструмента для фор-

мирования оптимального набора курсов для ИОТ обучающегося.

В качестве направлений дальнейшего исследования предполагаются:

- задача формирования оптимальной последовательности курсов из входящего в ИОТ набора (расписания слушателя) с учетом возможности одновременного изучения заданного числа курсов, а также временных промежутков, в которые доступны курсы;
- задача разработки программной системы, реализующей сбор и анализ данных платформ MOOK для создания актуальной базы курсов и знаний и навыков, и реализации на ее основе с использованием предложенного в данной работе подхода полноценной рекомендательной системы для формирования ИОТ на основе MOOK, агрегированных с различных платформ, для реальных обучающихся.

Список литературы

1. **Markoff J.** The Most Popular Online Course Teaches You to Learn // New York Times. 29.12.2015. URL: <https://bits.blogs.nytimes.com/2015/12/29/the-most-popular-online-course-teaches-you-to-learn/?mcubz=0> (дата обращения 01.08.18).
2. **Oakley B.** Why Virtual Classes Can Be Better Than Real Ones // Nautilus Magazine. 29.10.2015. URL: <http://nautilus.us/issue/29/scaling/why-virtual-classes-can-be-better-than-real-ones> (дата обращения 01.08.18).
3. **The journey toward greater customer centricity** // Ernst & Young LLP. 2013. URL: [http://www.ey.com/Publication/vwLUAssets/The_journey_toward_greater_customer_centricity_-_US/\\$FILE/Customer_Centricity_Paper_29_April_Final_US.pdf](http://www.ey.com/Publication/vwLUAssets/The_journey_toward_greater_customer_centricity_-_US/$FILE/Customer_Centricity_Paper_29_April_Final_US.pdf) (Дата обращения 01.08.18)
4. **Sandberg J.** Understanding of work: the basis for competence development // International Perspectives on Competence in the Workplace, ed. C. R. Velde, Springer, Berlin. 2009. P. 3—20.
5. **Rózewski P., Zaikin O.** Integrated mathematical model of competence-based learning-teaching process // Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences. 2015. N. 1 (63). P. 245—259. doi: 10.1515/bpasts-2015-0029
6. **Jinjiao Lin, Haitao Pu, Yibin Li, Jian Lian.** Intelligent Recommendation System for Course Selection in Smart Education // Procedia Computer Science. 2018. Vol. 129. P. 449—453. doi: 10.1016/j.procs.2018.03.023
7. **Норенков И. П., Соколов Н. К.** Синтез индивидуальных маршрутов обучения в онтологических обучающих системах // Информационные технологии. 2009. № 3. С. 74—77.
8. **Dung P. Q., Florea A. M.** Adaptation to learners' learning styles in a multi-agent e-learning system // Internet Learning. 2013. Vol. 1. P. 11—20.
9. **Garcia-Gabot A.** A proposal of a multi-agent system for adapting learning contents to user competencies, context and mobile device // Research Papers Faculty of Materials Science and Technology Slovak University of Technology, Bratislava. 2013.
10. **Подиновский В. В.** Теория важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений при неопределенности. II. Задачи с количественной информацией о важности критериев и вероятностях значений неопределенного фактора // Информационные технологии моделирования и управления. 2012. № 2 (74). С. 131—137.
11. **Karp R. M.** Reducibility Among Combinatorial Problems // In R. E. Miller and J. W. Thatcher (editors). Complexity of Computer Computations. New York: Plenum. 1972. P. 85—103.
12. **Latest Benchmarks of Optimization Software** // INFORMS Annual Meeting 2017. 23.10.2017. URL: <http://plato.asu.edu/bench.html> (дата обращения 01.08.18).

D. A. Aldunin, Ph. D. student in Computer Science at Higher School of Economics, Moscow, Russian Federation, e-mail: daldunin@hse.ru,

G. G. Fedin, Ph. D. student in Computer Science at Higher School of Economics, Moscow, Russian Federation, e-mail: gfedin@hse.ru

Mathematical Modelling of Building Individual Educational Trajectory for Studying MOOCs

Distant learning has weaknesses related to missing tutor and kind of auto didacticism of the process, which may cause learner's frustration in uncertain situations and force him or her to drop the learning course. Inasmuch as it is very important to help learner to select a set of needed courses, the article deals with the task of forming the optimal individual educational trajectory of a learner when studying massive open online courses on the basis of knowledge and skills of the learner, knowledge and skills he or she wants to acquire and prerequisite and postrequisite skills and knowledge of available courses. The mathematical model is proposed, and problems of integer programming are formulated, which allow to find the optimal individual educational trajectory for different preferences of the learner.

Keywords: e-learning, mathematical modeling, integer programming, individual educational trajectory, optimization

DOI: 10.17587/it.25.250-256

References

1. **Markoff J.** The Most Popular Online Course Teaches You to Learn, *New York Times*, 29.12.2015, available at: <https://bits.blogs.nytimes.com/2015/12/29/the-most-popular-online-course-teaches-you-to-learn/>
2. **Oakley B.** Why Virtual Classes Can Be Better Than Real Ones, *Nautilus Magazine*, 29.10.2015, available at: <http://nautilus.us/issue/29/scaling/why-virtual-classes-can-be-better-than-real-ones>
3. **The journey** toward greater customer centricity, Ernst & Young LLP, 2013. available at: [http://www.ey.com/Publication/vwLUAssets/The_journey_toward_greater_customer_centricity_-_US/\\$FILE/Custom_Centricity_Paper_29_April_Final_US.pdf](http://www.ey.com/Publication/vwLUAssets/The_journey_toward_greater_customer_centricity_-_US/$FILE/Custom_Centricity_Paper_29_April_Final_US.pdf)
4. **Sandberg J.** Understanding of work: the basis for competence development, *International Perspectives on Competence in the Workplace*, C. R. Veldeed., Springer, Berlin, 2009, pp. 3–20.
5. **Różewski P., Zaikin O.** Integrated mathematical model of competence-based learning-teaching process, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 2015, no. 1 (63), pp. 245–259, doi: 10.1515/bpasts-2015-0029
6. **Jinjiao Lin, Haitao Pu, Yibin Li, Jian Lian.** Intelligent Recommendation System for Course Selection in Smart Education, *Procedia Computer Science*, 2018, vol. 129, pp. 449–453, doi: 10.1016/j.procs.2018.03.023
7. **Norenkov I. P., Sokolov N. K.** Creation of Individual Learning Routes in Ontology Education Systems, *Informacionnie Tekhnologii*, 2009, vol. 3, pp. 74–77 (in Russian).
8. **Dung P. Q., Florea A. M.** Adaptation to learners' learning styles in a multi-agent e-learning system, *Internet Learning*, 2013, vol. 1, pp. 11–20.
9. **Garcia-Gabot A. A.** proposal of a multi-agent system for adapting learning contents to user competencies, context and mobile device, *Research Papers Faculty of Materials Science and Technology Slovak University of Technology, Bratislava*, 2013.
10. **Podinovskiy V. V.** Teoriya vazhnosti kriteriev v mnogokriterialnyh zadachah prinyatiya reshenij pri neopredelennosti. II. Zadachi s kolichestvennoji nformaciej o vazhnosti kriteriev i veroyatnostyah znachenijne opredelennogo faktora, *Informacionnye tekhnologii modelirovaniya i upravleniya*, vol. 2 (74), 2012, pp. 131–137 (in Russian).
11. **Karp R. M.** Reducibility Among Combinatorial Problems, In R. E. Miller and J. W. Thatcher (editors), *Complexity of Computer Computations*, New York, Plenum, 1972, pp. 85–103.
12. **Latest** Benchmarks of Optimization Software, *INFORMS Annual Meeting 2017*, 23.10.2017, available at: <http://plato.asu.edu/bench.html>

Адрес редакции:

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала (499) 269-5510

E-mail: it@novtex.ru

Технический редактор *Е. В. Конова*.

Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 08.02.2019. Подписано в печать 26.03.2019. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ ИТ419. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-15565 от 02 июня 2003 г.

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".

119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.