

# КОДИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

## CODING AND SIGNAL PROCESSING

УДК 004.052.32 + 681.518.5

DOI: 10.17587/it.25.26-34

**Д. В. Ефанов**, д-р техн. наук, доц., e-mail: TrES-4b@yandex.ru,  
ООО "ЛокоТех-Сигнал", Российский университет транспорта (МИИТ), Москва

### Двухмодульные коды с суммированием — эффективный класс разделимых кодов для синтеза диагностического обеспечения устройств и систем управления

*Обсуждаются результаты исследования эффективных способов модификации классических кодов с суммированием. Проведен анализ способов построения кодов с суммированием, описаны принципы формирования значений разрядов контрольных векторов, дана классификация кодов с суммированием единичных информационных разрядов. Подробно описаны двухмодульные коды с суммированием единичных информационных разрядов, в том числе установлены некоторые новые свойства данного класса кодов, а также отмечены преимущества и недостатки данных кодов с позиции обнаружения ошибок различных видов и кратностей в информационных векторах.*

**Ключевые слова:** код с суммированием единичных разрядов, код Бергера, модульный код с суммированием, код Боуза—Лина, двухмодульный код с суммированием, характеристики обнаружения ошибок, свойства кода, классификация кодов

#### Введение

Современной тенденцией в области развития техники и систем автоматического управления является внедрение компьютерных технологий — от использования простейших микроэлектронных и микропроцессорных компонентов до создания сложных киберфизических систем [1—5]. Системы управления становятся более сложными с позиции технической реализации, расширяется их функционал, а также растет степень автоматизации процессов управления. Это все происходит на фоне уменьшения габаритных размеров устройств, увеличения плотности интеграции элементов, централизации функций и оборудования в отдельных узлах систем и т. д.

Развитие техники и вычислительных технологий требует от разработчика все большего внимания к проблеме организации надежной и безопасной передачи данных, своевременного тестирования компонентов и парирования опасных отказов [6—12]. Важным вопросом в связи с этим является использование избыточного кодирования для поддержания высокого уровня надежности и отказоустойчивости аппаратно-программных средств. Кодирование данных в системах управления используется повсеместно [13], а применяемые коды —

крайне разнообразны: от простейших кодов с обнаружением ошибок (кодов с контролем четности комбинаций (кодов паритета) и кодов с суммированием) до более сложных кодов с корректирующими возможностями (кодов Хэмминга, Рида — Соломона, БЧХ-кодов и т. д.) [14].

Ряд критически важных приложений теории кодирования, к слову, не требует корректировки возникающих искажений, а ориентирован только на фиксацию возникшего дефекта и блокировку неверно функционирующего блока системы управления [15]. Подобное обстоятельство говорит о том, что применение весьма избыточных кодов для решения задачи обнаружения ошибок (кодов, ориентированных на исправление ошибок) стало бы невыгодным с позиции аппаратных затрат на реализацию дополнительного оборудования обнаружения некорректно функционирующих блоков, а также создавало бы условия для маскирования неисправностей и их накопления. Таким образом, отдельным направлением развитие в теории кодирования является изучение простейших кодов, ориентированных на обнаружение ошибок и имеющих малую избыточность [16].

Данная статья посвящена описанию результатов исследований автора в области получе-

ния эффективных модификаций классических кодов с суммированием единичных информационных разрядов, или  $(m, k)$ -кодов ( $m$  и  $k$  — длины информационных и контрольных векторов соответственно).

### 1. Принципы построения кодов с суммированием единичных информационных разрядов

Принципы построения  $(m, k)$ -кодов основаны на применении операции суммирования в кольце вычетов по заранее установленному модулю. При этом если речь идет о классических кодах Бергера [17], то при определении значений разрядов контрольного вектора предварительно суммируется число единичных информационных разрядов в кольце вычетов по модулю  $M = m + 1$ , а затем полученное число представляется в бинарной форме и записывается в разряды контрольного вектора. Число разрядов в контрольных векторах кодов Бергера определяется величиной  $k = \lceil \log_2(m + 1) \rceil$ . Уменьшение значения модуля и выбор его из множества  $M \in \{2; 3; \dots; M\}$  дает возможность построения так называемых модульных кодов с суммированием с уменьшенной избыточностью по сравнению с кодами Бергера (остаточных кодов с суммированием) [18]. При модификации классических кодов с суммированием выделяются две и более групп информационных разрядов, объединяемые в векторы, для которых отдельно определяются значения сумм единичных разрядов в кольце вычетов по заранее установленному модулю, а затем полученные числа представляются в бинарной форме и записываются в разные разряды контрольных векторов [19].

**Алгоритм 1.** Обобщенный алгоритм построения кодов с суммированием единичных информационных разрядов:

1. Множество разрядов информационных векторов разбивается на  $t$  подмножеств  $D_1, D_2, \dots, D_t$ .
2. Устанавливаются значения модулей  $M_1, M_2, \dots, M_t$  ( $M_i \in \{2; 3; \dots; m_i + 1\}$ , где  $m_i$  — число разрядов в  $i$ -м подмножестве).
3. Определяются наименьшие неотрицательные вычеты сумм единичных разрядов в каждом подмножестве  $D_i$  по соответствующему модулю  $M_i$ .
4. Полученные числа представляются в бинарной форме и записываются последовательно в разряды контрольного вектора.

На рис. 1 иллюстрируется работа алгоритма при построении одного из так называемых трехмодульных кодов с суммированием единичных информационных разрядов. В представлен-

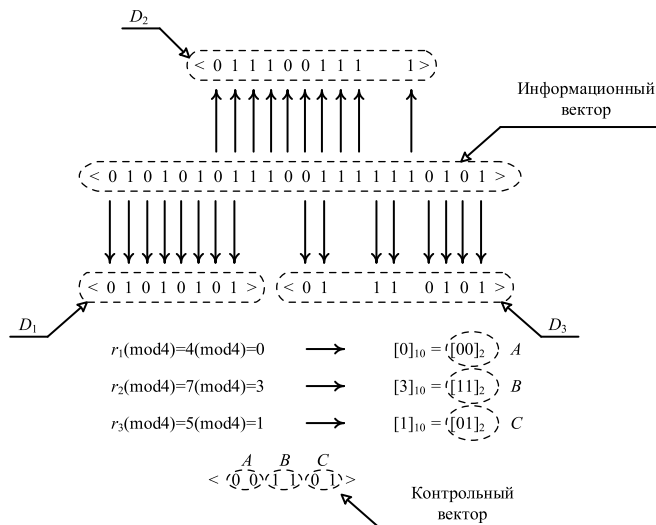


Рис. 1. Получение значений разрядов контрольных векторов для трехмодульного кода

ном коде выделено три подмножества информационных разрядов —  $D_1, D_2$  и  $D_3$ . Установлены следующие значения модулей подсчета суммарного числа единичных разрядов:  $M_1 = M_2 = M_3 = 4$ . Для каждого подмножества определяется наименьший неотрицательный вычет суммы показанных на рисунке разрядов — чисел  $r_1(\text{mod}4), r_2(\text{mod}4)$  и  $r_3(\text{mod}4)$ . Значения вычетов в бинарной форме записываются последовательно в разряды контрольного вектора.

Как следует из алгоритма и из представленного примера, существует громадное число способов построения кодов с суммированием. Оно определяется не только числом подмножеств и разрядов в каждом из них, но и различными сочетаниями конкретных разрядов информационного вектора и значений допустимых модулей.

Остановимся на рассмотрении первой модификации классических кодов с суммированием — кодах, при построении которых выделяются только два подмножества информационных разрядов [20]. Такие коды назовем *двухмодульными кодами с суммированием единичных информационных разрядов* и обозначим  $TM(m, k)$ -коды. Двухмодульные коды являются более простыми, чем иные модификации с большим числом подмножеств разрядов информационных векторов. Кроме того, даже при малых значениях  $m$  могут быть построены двухмодульные коды, сравнимые по избыточности с классическими и модульными кодами с суммированием [21].

### 2. Классификация кодов с суммированием

Все многообразие кодов с суммированием единичных информационных разрядов, или

$(m,k)$ -кодов, может быть классифицировано согласно принципу выделения подмножеств разрядов, для которых отдельно считается значение наименьшего неотрицательного вычета веса по заранее установленному модулю, а также согласно числу разрядов в контрольных векторах.

Целесообразно рассматривать такие коды с суммированием, у которых избыточность не превосходит избыточности классических кодов Бергера ( $k \leq \lceil \log_2(m+1) \rceil$ ). Естественно, существуют коды и с большим числом контрольных разрядов, но во многих случаях они имеют более сложные устройства кодирования и декодирования, чем коды с обозначенным ограничением избыточности. В зависимости от значения  $m$  могут быть построены одно-модульные и многомодульные коды.

Под *одно-модульными* кодами понимаются такие коды, для которых подсчитываются наименьшие неотрицательные вычеты по заранее установленному модулю по всем разрядам информационного вектора. Такие коды известны как классические коды Бергера и модульные коды с суммированием (остаточные коды или коды Боуза — Лина [22, 23]), достаточно глубоко исследованы и широко внедрены в прак-

тику. Данные коды обозначены как  $S(m,k)$ - и  $SM(m,k)$ -коды. Вопросам исследования характеристик классических и модульных кодов с суммированием посвящено множество работ, в том числе работы [24, 25].

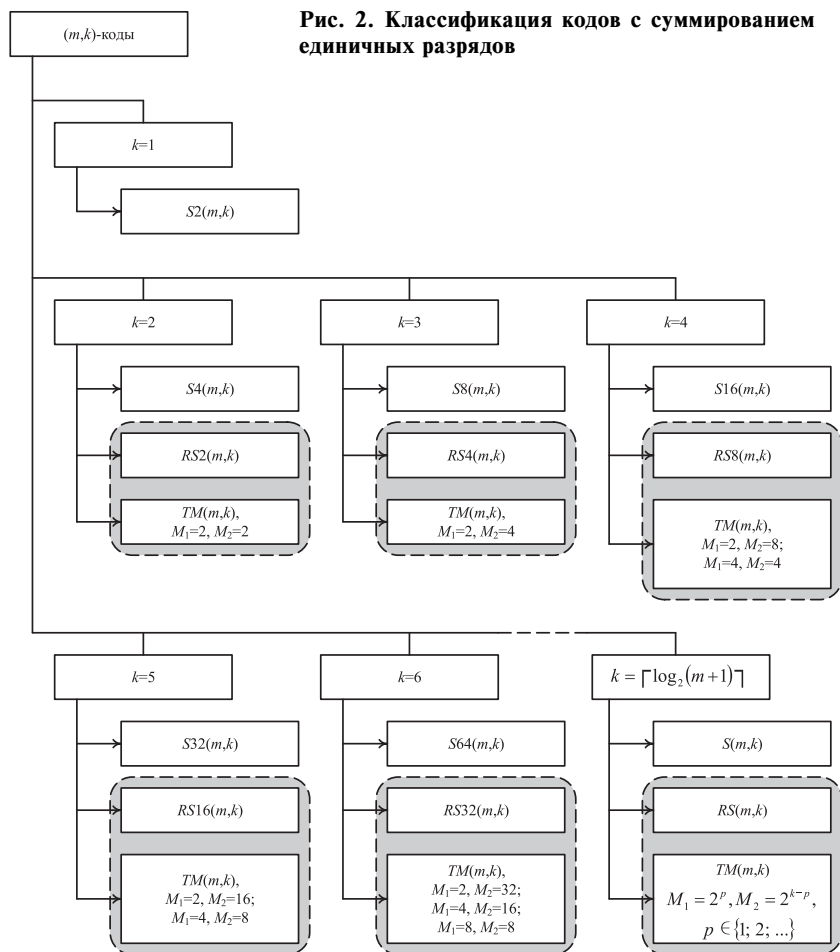
*Многомодульные коды* — это коды, для которых подсчитываются сразу же несколько наименьших неотрицательных вычетов веса части информационных разрядов по заранее установленным модулям. Для кодов с суммированием единичных разрядов данный принцип применен в работе [26], где построено семейство  $RS(m,k)$ -кодов. В статье [27] этот же принцип распространен на модификацию модульных кодов с суммированием и на получение  $RSM(m,k)$ -кодов. Для малых значений длин информационных векторов ( $m \leq 20$ ) эффективной модификацией кодов с суммированием единичных разрядов оказывается модификация, связанная с выделением двух частей информационного вектора для контроля и построение класса *двухмодульных* кодов, или описываемых здесь  $TM(m,k)$ -кодов [20]. Двухмодульными кодами также являются и  $RS(m,k)$ - и  $RSM(m,k)$ -коды. Также возможно построение кодов с тремя и большим числом подмножеств контролируемых групп разрядов информационных векторов [19].

На рис. 2 приведена классификация кодов с суммированием единичных информационных разрядов, охватывающая все виды известных кодов с суммированием. В классификации коды систематизированы по числу разрядов в контрольных векторах, а также по типу — одно- или двухмодульные коды.

### 3. Характеристики обнаружения ошибок двухмодульными кодами

Как отмечается в работе [20], для каждого значения  $m$  может быть построено целое семейство двухмодульных кодов с различными подмножествами разрядов информационных векторов, для которых вычисляются суммы в кольце вычетов по модулям  $M_1$  и  $M_2$ . Для описания свойств кодов далее будем рассматривать двухмодульный код, получаемый по следующему алгоритму (частный случай).

**Алгоритм 2.** Алгоритм построения двухмодульных кодов с суммированием единичных информацион-



ных разрядов с "половинным" разбиением разрядов на группы:

1. Множество разрядов информационных векторов разбивается на два подмножества  $D_1$  и  $D_2$ , причем в подмножество  $D_1$  включается  $\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$  младших разрядов информационного вектора, а в подмножество  $D_2 - \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$  старших разрядов информационного вектора.

2. Устанавливаются значения модулей  $M_1$  и  $M_2$ , выбираемые из множества  $M_i \in \{2; 4; 8; \dots; 2^{\lceil \log_2(m_i+1) \rceil}\}$ , где  $m_i$  — число разрядов в  $i$ -м подмножестве.

3. Определяются наименьшие неотрицательные вычеты сумм единичных разрядов в каждом из подмножеств  $D_1$  и  $D_2$  по соответствующим модулям  $M_1$  и  $M_2$ .

4. Полученные числа представляются в бинарной форме и записываются последовательно в разряды контрольного вектора.

**Утверждение.** Двухмодульный код, построенный по алгоритму 2, будет обнаруживать любые ошибки нечетных кратностей.

Справедливость формулировки утверждения вытекает из особенностей построения  $TM(m,k)$ -кода. Согласно алгоритму 2  $D_1 \cap D_2 = \emptyset$ . Таким образом, каждому из разрядов информационного вектора принадлежит только одна часть контрольного вектора, соответствующая либо подмножеству  $D_1$ , либо подмножеству  $D_2$ . Так как модуль для каждого подмножества является степенью числа 2, младшие разряды в каждом из подвекторов контрольного вектора, соответствующих подмножествам  $D_1$  и  $D_2$ , будут описываться функцией сложения по модулю два значений всех разрядов каждого из подмножеств. Отсюда как раз и следует, что построенный таким образом код будет обнаруживать любые ошибки с нечетными кратностями.

Рассмотрим три семейства  $TM(m,k)$ -кодов:

1)  $TM(m,k)$ -коды со значениями  $M_1 = 4$ ,  $M_2 = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 2}$ ;

2)  $TM(m,k)$ -коды со значениями  $M_1 = M_2 = 4$ ;

3)  $TM(m,k)$ -коды со значениями  $M_1 = 4$ ,  $M_2 = 2$ .

Коды с меньшим числом контрольных разрядов рассматривать не имеет смысла, так как они относятся к классическим и модифицированным кодам паритета.

Сравним между собой  $TM(m,k)$ -коды и известные классические коды Бергера ( $S(m,k)$ -коды), модульные коды ( $SM(m,k)$ -коды), модифицированные классические и модульные коды ( $RS(m,k)$ - и  $RSM(m,k)$ -коды). При этом будем анализировать характеристики кодов с одинаковой избыточностью:

1)  $TM(m,k)$ -коды со значениями  $M_1 = 4$ ,  $M_2 = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 2}$  сравним с  $S(m,k)$ - и  $RS(m,k)$ -кодами ( $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$ );

2)  $TM(m,k)$ -коды со значениями  $M_1 = M_2 = 4$  — с  $S16(m,k)$ - и  $RS8(m,k)$ -кодами ( $k = 4$ );

3)  $TM(m,k)$ -коды со значениями  $M_1 = 4$ ,  $M_2 = 2$  — с  $S8(m,k)$ - и  $RS4(m,k)$ -кодами ( $k = 3$ ).

С позиции задач технической диагностики для любого  $(m,k)$ -кода важными являются показатели обнаружения ошибок в целом (общее число необнаруживаемых ошибок  $N_{m,k}$ ), а также по видам и кратностям (наличие и общее число необнаруживаемых монотонных, симметричных и асимметричных ошибок различных кратностей [28]).

Для оценки эффективности обнаружения ошибок в информационных векторах  $(m,k)$ -кодов в общем (без выделения различных видов ошибок и кратностей) удобно использовать коэффициент  $\xi_{m,k}$ , показывающий, насколько близок рассматриваемый  $(m,k)$ -код по своим характеристикам к такому разделимому коду, который имеет минимальное общее число необнаруживаемых ошибок в информационных векторах ( $N_{m,k}^{\min}$ ) [26]. Минимальное общее число необнаруживаемых  $(m,k)$ -кодом ошибок определяется по следующей формуле:

$$N_{m,k}^{\min} = 2^m(2^{m-k} - 1). \quad (1)$$

Исходя из формулы (1), можно заключить, что для каждой пары значений  $m$  и  $k$  существует свое число  $N_{m,k}^{\min}$ , по отношению к которому можно вычислить коэффициент  $\xi_{m,k}$ . Значение коэффициента  $\xi_{m,k}$  вычисляется как отношение:

$$\xi_{m,k} = \frac{N_{m,k}^{\min}}{N_{m,k}} \cdot 100 \%. \quad (2)$$

Для кодов с одинаковыми значениями  $m$  и  $k$  сравнимы и соответствующие коэффициенты  $\xi_{m,k}$ . Значение  $\xi_{m,k}$  лежит в диапазоне от 0 до 100 %, и чем ближе оно к 100 %, тем эффективнее рассматриваемый  $(m,k)$ -код использует свои контрольные разряды с позиции обнаружения общего числа ошибок в информационных векторах.

На рис. 3 представлены графики зависимости значений  $\xi_{m,k}$  от числа разрядов в информационных векторах для классических и модифицированных кодов Бергера.  $TM(m,k)$ -коды в диапазоне значений  $m = 4..7$  обнаруживают большее число ошибок, чем классические  $S(m,k)$ -коды, но меньшее, чем их модификация  $RS(m,k)$ -коды. Такое обстоятельство объясняется следующими фактами. У  $RS(m,k)$ - и  $TM(m,k)$ -кодов распределение информаци-

онных векторов между всеми контрольными векторами является более сбалансированным, чем у  $S(m,k)$ -кодов. У  $S(m,k)$ -кодов распределение информационных векторов между контрольными векторами крайне неравномерно, что определяется принципами построения кода [24]. Неравномерность распределения информационных векторов между контрольными в  $RS(m,k)$ - и  $TM(m,k)$ -кодах сглаживается за счет определения двух групп наименьших неотрицательных вычетов весов информационных векторов и отдельного их контроля в рядах контрольных векторов. Преимущество же  $RS(m,k)$ -кодов перед  $TM(m,k)$ -кодами в обозначенном диапазоне длин информационных векторов связано с тем, что сами  $RS(m,k)$ -коды являются частным случаем  $TM(m,k)$ -кодов, а контроль по модулю  $M = 4$  в первых осуществляется по всем разрядам информационных векторов, а во вторых — только по половине.

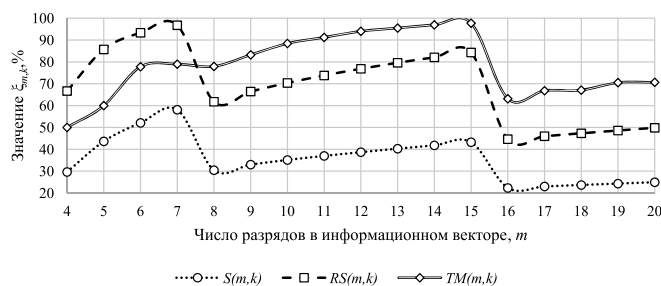


Рис. 3. Значения коэффициентов  $\xi_{m,k}$  для кодов с числом контрольных разрядов  $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$

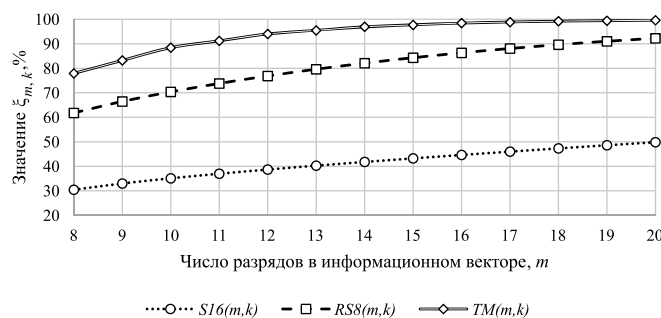


Рис. 4. Значения коэффициентов  $\xi_{m,k}$  для кодов с числом контрольных разрядов  $k = 4$

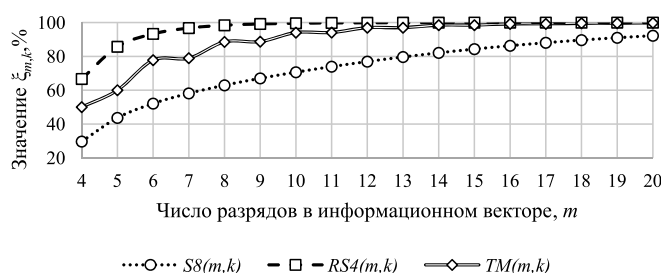


Рис. 5. Значения коэффициентов  $\xi_{m,k}$  для кодов с числом контрольных разрядов  $k = 3$

При значениях  $m \geq 8$   $TM(m,k)$ -коды обнаруживают большее число ошибок, чем  $S(m,k)$ - и  $RS(m,k)$ -коды, причем двухмодульные коды в данном диапазоне значений  $m$  более чем вдвое эффективнее классических кодов Бергера. Подобное преимущество  $TM(m,k)$ -кодов связано с изменениями значений модулей —  $M_1$  остается равным четырем, тогда как  $M_2$  становится равным четырем, а при достижении значений  $m = 16, 32, \dots$  принимает значения  $M_2 = 8, 16, \dots$ . С каждым достижением значения  $m = 2^a$ ,  $a \in \{2; 3; \dots\}$  значения коэффициента  $\xi_{m,k}$  падают для всех трех кодов по отношению к значениям при  $m = 2^a - 1$ . Это обуславливается появлением нового контрольного разряда у всех кодов. С дальнейшим увеличением значения  $m$  до ближайшей степени числа 2 наблюдается постепенное увеличение значений  $\xi_{m,k}$  для всех трех кодов.

На рис. 4 приводятся зависимости значения коэффициента  $\xi_{m,k}$  от значения  $m$  для кодов с числом контрольных разрядов  $k = 4$ . Здесь на всех значениях  $m$  преимущество в обнаружении ошибок принадлежит  $TM(m,k)$ -кодам. С увеличением длины информационного вектора все коды с разной скоростью приближаются к коду с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок.

На рис. 5 даны зависимости для кодов с числом контрольных разрядов  $k = 3$ . Для сравниваемых кодов наихудшим с позиции эффективности обнаружения общего числа ошибок является модульный код  $S8(m,k)$ , тогда как наиболее эффективным является код  $RS4(m,k)$ . С увеличением длины информационного вектора по показателю  $\xi_{m,k}$   $TM(m,k)$ -код приближается к  $RS4(m,k)$ -коду гораздо быстрее, чем  $S8(m,k)$ -код. Следует отметить, что двухмодульный код и  $RS4(m,k)$  — это коды из одного семейства, в котором  $M_1 = 4$ , а  $M_2 = 2$ .

Показатель  $\xi_{m,k}$  является, однако, только общим коэффициентом, никак не характеризующим  $(m,k)$ -код по обнаружению им ошибок конкретной кратностью  $d$  и конкретных видов (монотонных, симметричных или асимметричных [28]).

Так как рассмотренные выше  $TM(m,k)$ -коды со значениями  $M_1 = 4$ ,  $M_2 = 2$  являются известными модификациями кода  $RS(m,k)$ , а также явно не обнаруживают большее число ошибок в информационных векторах, чем последние (рис. 5), далее их рассматривать не будем. Также не будем рассматривать и  $TM(m,k)$ -коды со значениями  $M_1 = M_2 = 4$ , так как в диапазоне длин информационных векторов  $m = 8 \dots 15$  это как раз и есть двухмодульные коды с  $M_1 = 4$ ,  $M_2 = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 2}$ . Таким образом, приведем

Показатели обнаружения ошибок в информационных векторах  $TM(m,k)$ -кодов

$m$	$k$	Число необнаруживаемых ошибок					
		Всего	Монотонных	Симметричных	Асимметричных	Двукратных	Четырехкратных
4	3	32	8	20	4	24	8
5	3	160	48	88	24	112	48
6	3	576	96	336	144	288	288
7	3	2432	400	1272	760	960	1280
8	4	4928	66	4646	216	1536	2560
9	4	19 072	404	17 148	1520	4096	9216
10	4	72 960	1480	62 680	8800	10 240	30 720
11	4	285184	6320	232 120	46 744	25 600	97 280
12	4	1 111 040	22 560	858 392	230 088	61 440	291 840
13	4	4 384 768	84 800	3 211 024	1 088 944	147 456	849 920
14	4	17 289 216	300 160	12 027 232	4 961 824	344 064	2 379 776
15	4	68 657 152	1 058 096	45 462 032	22 137 024	802 816	6 537 216
16	5	212 476 928	576 706	165 571 366	46 328 856	1 835 008	16 859 136
17	5	803 276 800	1 197 476	625 608 364	176 470 960	4 194 304	43 810 816
18	5	3 200 913 408	4 311 432	2 363 642 904	832 959 072	9 437 184	113 836 032
19	5	12 179 943 424	9 936 720	8 982 319 272	3 187 687 432	21 233 664	286 654 464
20	5	48 626 032 640	33 165 600	34 133 803 160	14 459 063 880	47 185 920	723 517 440

здесь более подробные характеристики сравнимого с классическим и модифицированным кодами Бергера  $TM(m,k)$ -кода с  $M_1 = 4$ ,  $M_2 = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 2}$ .

В табл. 1 приводятся рассчитанные значения числа необнаруживаемых  $TM(m,k)$ -кодами ошибок в информационных векторах. При этом выделено общее число необнаруживаемых ошибок по видам, а также дано число необнаруживаемых ошибок малой кратностью ( $d = 2$  и  $d = 4$ ) — наиболее вероятные искажения.

Необнаруживаемые  $TM(m,k)$ -кодами ошибки распределяются по видам так, как это показано на рис. 6. Наименьший процент в общем числе необнаруживаемых ошибок имеют монотонные ошибки (показатель  $\nu_{m,k}$ ), несколько больший — асимметричные ошибки (показатель  $\alpha_{m,k}$ ), наибольшую долю необнаруживаемых ошибок составляют симметричные ошибки (показатель  $\sigma_{m,k}$ ). До величины  $m = 8$  в классе необнаруживаемых монотонные ошибки имеют существенную долю — около 20...30 %, что сказывается и на доле симметричных необнаруживаемых ошибок — она составляет примерно 50...60 %. Для  $TM(m,k)$ -кодов с числом разрядов в информационных векторах  $m = 4...7$  значения модулей  $M_1 = 4$ ,  $M_2 = 2$ . Именно значение второго модуля и оказывает столь существенное влияние на наличие монотонных необнаруживаемых ошибок в информационных векторах. По достижении значе-

ния  $m = 8$  значение второго модуля изменяется ( $M_2 = 4$ ). Это приводит к резкому уменьшению доли монотонных необнаруживаемых ошибок и к соответствующему увеличению доли симметричных необнаруживаемых ошибок. С увеличением значения  $m$  от величины  $m = 8$  до  $m = 15$  наблюдается постепенное уменьшение значения величины  $\sigma_{m,k}$ , тогда как величина  $\alpha_{m,k}$ , наоборот, возрастает. При этом значение  $\nu_{m,k}$  незначительно изменяется, оставаясь в пределах 1,3...2,2 %. По достижении значения  $m = 16$  увеличивается значение второго модуля ( $M_2 = 8$ ). Это обуславливает небольшое изменение в распределении необнаруживаемых ошибок по видам: вновь увеличивается доля необнаруживаемых симметричных ошибок и снижаются доли необнаруживаемых монотон-

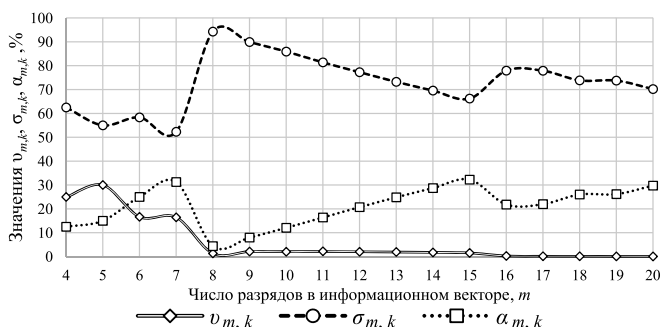


Рис. 6. Распределение необнаруживаемых  $TM(m,k)$ -кодами ошибок по видам

Показатели обнаружения ошибок  $TM(m,k)$ -кодами по кратностям

$m$	$k$	$\gamma_{m,k}$	Значения величин $\beta_{m,d}$ , %																	
			2	4	6	8	10	12	14	16	18	20								
4	3	13,333	25	50																
5	3	16,129	35	30																
6	3	14,286	30	30	0															
7	3	14,961	35,714	28,571	21,429															
8	4	7,549	21,429	14,286	10,714	25														
9	4	7,29	22,222	14,286	11,905	13,889														
10	4	6,965	22,222	14,286	11,905	13,889	0													
11	4	6,803	22,727	14,394	12,284	12,879	11,364													
12	4	6,624	22,727	14,394	12,284	12,879	11,364	25												
13	4	6,535	23,077	14,51	12,471	12,646	12,238	13,462												
14	4	6,441	23,077	14,51	12,471	12,646	12,238	13,462	0											
15	4	6,394	23,333	14,615	12,587	12,572	12,413	12,692	11,667											
16	5	4,947	23,333	14,135	10,992	9,62	8,55	7,993	6,927	14,063										
17	5	4,676	23,529	14,044	10,761	9,364	8,354	7,752	7,142	7,445										
18	5	4,658	23,529	14,191	11,058	9,626	8,604	7,943	7,335	7,445	0									
19	5	4,431	23,684	14,106	10,846	9,4	8,412	7,765	7,255	7,029	6,291									
20	5	4,423	23,684	14,241	11,107	9,64	8,634	7,945	7,412	7,13	6,476	13,281								

ных и асимметричных ошибок. С увеличением значения  $m$  сохраняется тенденция для диапазона  $m = 8...15$ .

В табл. 2 приводятся рассчитанные значения долей необнаруживаемых  $TM(m,k)$ -кодами ошибок от общего их числа (показатель  $\gamma_{m,k}$ ) и долей необнаруживаемых ошибок кратностью  $d$  от общего числа ошибок данной кратностью (показатель  $\beta_{m,d}$ ). В диапазоне длин информационных векторов  $m = 4...7$  значение  $\gamma_{m,k}$  превышает 10 %, а значения величин  $\beta_{m,d}$  находятся в пределах 20...50 %. В данном диапазоне длин информационных векторов  $TM(m,k)$ -коды не обнаруживают значительное число ошибок, однако меньшее, чем классические коды Бергера [24]. Для  $TM(m,k)$ -кодов со значениями длин информационных векторов  $m \geq 8$  наблюдается улучшение показателей обнаружения ошибок: значение  $\gamma_{m,k}$  становится меньше 10 % и с увеличением  $m$  уменьшается. Доли необнаруживаемых ошибок по кратностям также уменьшаются: в диапазоне  $m = 8...20$  значения  $\beta_{m,2} = 21...24$  %,  $\beta_{m,4} = 14...15$  %,  $\beta_{m,6} = 10...13$  % и т. д.

На рис. 7 и рис. 8 зависимости для  $\gamma_{m,k}$  и  $\beta_{m,2}$  от значения  $m$  иллюстрируются графиками, а также дается сравнение с известными  $S(m,k)$  и  $RS(m,k)$  кодами.  $TM(m,k)$ -коды имеют явное преимущество перед известными кодами с суммированием единичных информационных разрядов по показателям обнаружения

ошибок в общем в диапазоне  $m = 8...20$ . Стоит отметить, что в данном диапазоне значения величин  $\beta_{m,2}$  для  $TM(m,k)$ - и  $RS(m,k)$ -кодов одинаковы.

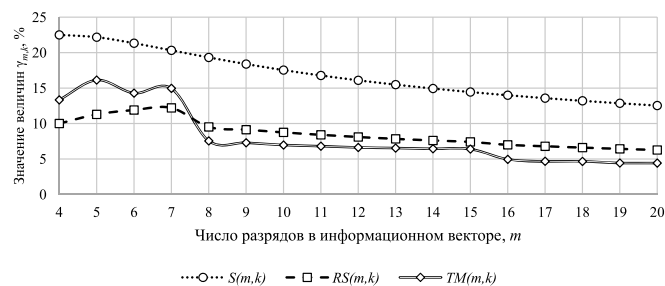


Рис. 7. Значения показателей  $\gamma_{m,k}$  для различных кодов с суммированием

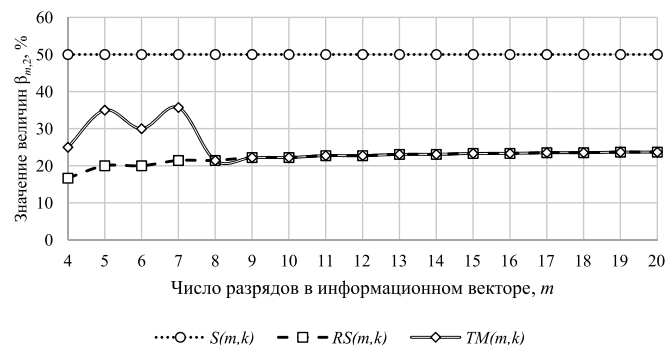


Рис. 8. Значения показателей  $\beta_{m,2}$  для различных кодов с суммированием

Недостатком  $TM(m,k)$ -кодов является присутствие в классе необнаруживаемых монотонных ошибок с кратностями  $d = 2, 4, \dots$  при  $m = 4..7$  и монотонных ошибок с кратностями  $d = 4, 8, \dots$  при  $m = 8..20$ . Например,  $S(m,k)$ -коды обнаруживают все монотонные ошибки, а  $RS(m,k)$ -коды — в диапазоне  $m = 4..7$  не обнаруживают часть монотонных ошибок кратностью  $d = 4$ , в диапазоне  $m = 8..15$  —  $d = 8$ , в диапазоне  $m = 15..20$  — кратностью  $d = 16$  [19]. Эти особенности в распределениях необнаруживаемых ошибок  $TM(m,k)$ -кодами следует учитывать при их использовании для решения задач синтеза систем с обнаружением неисправностей [29].

### Заключение

Представленные в статье двухмодульные коды с суммированием единичных информационных разрядов — это расширенный класс известных ранее модификаций классического кода Бергера, обладающий улучшенными характеристиками обнаружения ошибок как в целом, так и по кратностям. Важным преимуществом перед другими кодами с суммированием является то, что двухмодульный код обнаруживает гораздо большее число симметричных ошибок в информационных векторах.

Следует, однако, учитывать тот факт, что распределение необнаруживаемых ошибок по видам в двухмодульных кодах определяется значениями устанавливаемых модулей при построении кода. В зависимости от этих значений находится и тот факт, будет ли двухмодульный код обнаруживать все монотонные ошибки конкретной кратностью  $d$  или нет (аналогичное обстоятельство имеет место для асимметричных ошибок). Это, в свою очередь, определяет принципы использования двухмодульных кодов при решении задач синтеза систем с обнаружением неисправностей.

### Список литературы

1. Ubar R., Raik J., Vierhaus H.-T. Design and Test Technology for Dependable Systems-on-Chip (Premier Reference Source). — Information Science Reference, Hershey — New York, IGI Global, 2011, 578 p.
2. Dikmen M., Burns C. Trust in Autonomous Vehicles: The Case of Tesla Autopilot and Summon // IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 5–8 October 2017, Banff, AB, Canada, pp. 1093–1098.
3. Kharchenko V., Kondratenko Yu., Kasprzyk J. Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures // Springer Book series "Studies in Systems, Decision and Control". 2017. Vol. 74. 305 p.
4. Brogi A., Forti S. QoS-Aware Deployment of IoT Applications Through the Fog // IEEE Internet of Things Journal, 2017, Vol. 4, Issue 5, pp. 1185–1192.

5. Naharov V. Cyber Physical Computing for IoT-driven Services. — New York, Springer International Publishing AG, 2018, 279 p.
6. Стемковский А. Л., Тельпухов Д. В., Соловьев Р. А., Мячиков М. В., Тельпухова Н. В. Разработка технологически независимых метрик для оценки маскирующих свойств логических схем // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 2. С. 53–62.
7. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Securing Test Infrastructure of System-on-Chips // Proceedings of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016), Yerevan, Armenia, October 14–17, 2016, p. 29–32.
8. Степченко Ю. А., Каменских А. Н., Тюрин С. Ф., Рождественский Ю. В. Модели отказоустойчивых самосинхронных схем // Системы и средства информатики. 2016. Т. 26, № 4. С. 19–30.
9. Стемковский А. Л., Тельпухов Д. В., Соловьев Р. А., Тельпухова Н. В. Исследование вероятностных методов оценки логической уязвимости комбинационных схем // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС), Россия, М.: ИППМ РАН, 2016. № 4. С. 121–126.
10. Sklyar V., Kharchenko V., Bardis N. G. Assurance Case for Green IT Applications: Proof of Compliance with Power Consumption Claims // 4th International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and in Industry (MCSI), 24-27 August 2017, Corfu, Greece, pp. 124–127.
11. Matrosova A., Mitrofanov E., Ostanin S., Kirienko I. Trojan Circuits Preventing and Masking in Sequential Circuits // Proceedings of 23rd IEEE On-Line Testing and Robust System Design (IOLTS'2017), Thessaloniki, Greece, 3-5 July 2017, pp. 213–214.
12. Dautov R., Mosin S. A Technique to Aggregate Classes of Analog Fault Diagnostic Data Based on Association Rule Mining // 19th International Symposium on Quality Electronic Design (ISQED), 13-14 March 2018, Santa Clara, CA, USA, pp. 238–243.
13. Fujiwara E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. — John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
14. Ryan W. E., Lin S. Channel Codes: Classical and Modern. Cambridge University Press, 2009, 708 p.
15. Дрозд А. В., Харченко В. С., Антошук С. Г., Дрозд Ю. В., Дрозд М. А., Сулима Ю. Ю. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / Под ред. А. В. Дрозда и В. С. Харченко. Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", 2012, 614 с.
16. Piestrak S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. — Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
17. Berger J. M. A Note on Error Detecting Codes for Asymmetric Channels // Information and Control. 1961. Vol. 4. Iss. 1. P. 68–73.
18. Sapozhnikov V., Sapozhnikov V., Efanov D. Modular Sum Code in Building Testable Discrete Systems // Proceedings of 13th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2015), Batumi, Georgia, September 26–29, 2015, pp. 181–187.
19. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov V. Generalized Algorithm of Building Summation Codes for the Tasks of Technical Diagnostics of Discrete Systems // Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, September 29 — October 2, 2017, pp. 365–371.
20. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I. V. Two-Modulus Codes with Summation of One-Data Bits for Technical Diagnostics of Discrete Systems // Automatic Control and Computer Sciences. 2018. Vol. 52. Iss. 1. P. 1–12.
21. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников В. В. Исследование двухмодульных кодов с суммированием единичных разрядов со счетом по модулю четыре // Электронное моделирование. 2018. Т. 40, № 4. С. 29–54.
22. Согомонян Е. С., Слабаков Е. В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989. 208 с.
23. Das D., Toubia N. A. Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes // Journal



of Electronic Testing: Theory and Applications. 1999. Vol. 15. Iss. 1—2. P. 145—155.

24. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. 2010. № 6. С. 155—162.

25. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Применение модульных кодов с суммированием для построения систем функционального контроля комбинационных логических схем // Автоматика и телемеханика. 2015. № 10. С. 152—169.

26. Блюдов А. А., Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Построение модифицированного кода Бергера с минимальным числом необнаруживаемых ошибок инфор-

мационных разрядов // Электронное моделирование. 2012. Т. 34. № 6. С. 17—29.

27. Блюдов А. А., Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. О кодах с суммированием единичных разрядов в системах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. 2014. № 8. С. 131—145.

28. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов // Известия вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 5. С. 333—343.

29. Ефанов Д. В. Синтез самопроверяемых комбинационных устройств на основе кодов с эффективным обнаружением симметричных ошибок // Труды СПИИРАН. 2018. № 4. С. 62—91.

D. V. Efanov, DSc, Associate Professor, Head of the Direction of monitoring and diagnosis systems department of "LocoTech-Signal" LLC, Professor of Russian university of transport, Moscow

## Two-Modulus Codes with Summation — an Effective Class of Separable Codes for the Synthesis of Diagnostic Support for Devices and Control Systems

*This article is devoted to the presentation of the results of the research of effective methods of classical sum code modification. The article analyzed the methods for sum code constructing, described the principles of the formation of number of bits in check vectors, codes with summation of ones data bits classification is given. Two-modulus codes with summation of ones data bits are described in detail, in particular, some new properties of this class of codes are identified, and also advantages and disadvantages of these codes are noted from the positions of any type and multiplicity error detection in data vectors.*

**Keywords:** code with summation ones bits; Berger code; two-modulus sum code; error detection properties; code properties; code classification

DOI: 10.17587/it.25.26-34

### References

1. Ubar R., Raik J., Vierhaus H.-T. Design and Test Technology for Dependable Systems-on-Chip (Premier Reference Source), Information Science Reference, Hershey — New York, IGI Global, 2011, 578 p.

2. Dikmen M., Burns C. Trust in Autonomous Vehicles: The Case of Tesla Autopilot and Summon, *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 5—8 October 2017, Banff, AB, Canada, pp. 1093—1098.

3. Kharchenko V., Kondratenko Yu., Kacprzyk J. Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, *Springer Book series "Studies in Systems, Decision and Control"*, 2017, vol. 74, 305 p.

4. Brogi A., Forti S. QoS-Aware Deployment of IoT Applications Through the Fog, *IEEE Internet of Things Journal*, 2017, vol. 4, iss. 5, pp. 1185—1192.

5. Hahanov V. Cyber Physical Computing for IoT-driven Services, New York, Springer International Publishing AG, 2018, 279 p.

6. Stempkovsky A. L., Telpukhov D. V., Solovjov R. A., Myachikov M. V., Telpukhova N. V. *Razrabotka tekhnologicheskoi nezavisimyh metrik dlya ocenki maskiruyushchih svoystv logicheskikh skhem* (The development of technology-independent metrics for evaluation of the masking properties of logic), *Vychislitelnyye Tekhnologii*, 2016, vol. 21, iss. 2, pp. 53—62 (in Russian).

7. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Securing Test Infrastructure of System-on-Chips, *Proceedings of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016)*, Yerevan, Armenia, October 14—17, 2016, p. 29—32.

8. Stepchenkov Yu. A., Kamenskikh A. N., Tyurin S. F., Rozhdestvenskiy Yu. V. *Modeli otkazoustojchivyyh samosinhronnykh*

*skhem* (Models of fault-tolerant self-timed circuits), *Sistemy i Sredstva Informatiki*, 2016, vol. 26, iss. 4, pp. 19—30 (in Russian).

9. Stempkovsky A. L., Telpukhov D. V., Solovjov R. A., Telpukhova N. V. *Issledovanie veroyatnostnykh metodov ocenki logicheskoy uyazvimosti kombinacionnykh skhem* (Probabilistic methods for reliability evaluation of combination circuits), *Problemy razrabotki perspektivnykh mikro- i nanoehlektronnykh sistem (MES)*, Moscow, Russia, IPPM RAS, 2016, iss. 4, pp. 121—126 (in Russian).

10. Sklyar V., Kharchenko V., Bardis N. G. Assurance Case for Green IT Applications: Proof of Compliance with Power Consumption Claims, *4th International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and in Industry (MCSI)*, 24—27 August 2017, Corfu, Greece, pp. 124—127.

11. Matrosova A., Mitrofanov E., Ostanin S., Kirienko I. Trojan Circuits Preventing and Masking in Sequential Circuits, *Proceedings of 23rd IEEE On-Line Testing and Robust System Design (IOLTS'2017)*, Thessaloniki, Greece, 3—5 July 2017, pp. 213—214.

12. Dautov R., Mosin S. A Technique to Aggregate Classes of Analog Fault Diagnostic Data Based on Association Rule Mining, *19th International Symposium on Quality Electronic Design (ISQED)*, 13—14 March 2018, Santa Clara, CA, USA, pp. 238—243.

13. Fujiwara E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications, John Wiley & Sons, 2006, 720 p.

14. Ryan W. E., Lin S. Channel Codes: Classical and Modern, Cambridge University Press, 2009, 708 p.

15. Drozd A. V., Kharchenko V. S., Antoshchuk S. G., Drozd Yu. V., Drozd M. A., Sulima Yu. Yu. *Rabochee diagnostirovanie bezopasnykh informatsionno-upravlyayustchikh sistem* (Objects and Methods of On-Line Testing for Safe Instrumentation and Control Systems), Kharkov, National Aerospace University "KhAI", 2012, 614 p. (in Russian).

16. **Piestrak S. J.** Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes, Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
17. **Berger J. M.** A Note on Error Detecting Codes for Asymmetric Channels, *Information and Control*, 1961, vol. 4, iss. 1, pp. 68–73.
18. **Sapozhnikov V., Sapozhnikov VI., Efanov D.** Modular Sum Code in Building Testable Discrete Systems, *Proceedings of 13th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2015)*, Batumi, Georgia, September 26–29, 2015, pp. 181–187.
19. **Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov VI.** Generalized Algorithm of Building Summation Codes for the Tasks of Technical Diagnostics of Discrete Systems, *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017, pp. 365–371.
20. **Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov VI. V.** Two-Modulus Codes with Summation of One-Data Bits for Technical Diagnostics of Discrete Systems, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2018, vol. 52, iss. 1, pp. 1–12.
21. **Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov VI. V.** The research of two-modulus codes with summation of ones in data bits with calculation by modulo "four", *Electronic Modeling*, 2018, vol. 40, iss. 4, pp. 29–54 (in Russian).
22. **Sogomonyan E. S., Slabakov E. V.** *Samoproverjaemye ustrojstva i otkazoustojchivyye sistemy* (Self-checking devices and fault-tolerant systems), Radio & Svyaz', Moscow, 208 p. (in Russian).
23. **Das D., Touba N. A.** Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes, *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1999, vol. 15, iss. 1–2, pp. 145–155.
24. **Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov VI. V.** *O svoystvakh koda s summirovaniem v skhemakh funkcional'nogo kontrol'ya* (On Sum Code Properties in Concurrent Error Detection Systems), *Avtomatika i telemekhanika*, 2010, iss. 6, pp. 155–162 (in Russian).
25. **Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov VI. V.** *Primenenie modul'nykh kodov s summirovaniem dlya postroeniya sistem funkcional'nogo kontrol'ya kombinatsionnykh logicheskikh skhem* (Application of Modular Summation Codes to Concurrent Error Detection Systems for Combinational Boolean Circuits), *Avtomatika i telemekhanika*, 2015, iss. 10, pp. 152–169 (in Russian).
26. **Blyudov A. A., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov VI. V.** *Postroenie modifitsirovannogo koda Bergera s minimal'nym chislom neobnaruzhivaemykh oshibok informatsionnykh razryadov* (Formation of the Berger Modified Code with Minimum Number of Undetectable Errors of Data Bits), *Electronnoye Modelirovanje*, 2012, vol. 34, iss. 6, pp. 17–29 (in Russian).
27. **Blyudov A. A., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov VI. V.** *O kodah s summirovaniem edinichnykh razryadov v sistemah funkcional'nogo kontrol'ya* (On Codes with Summation of Data Bits in Concurrent Error Detection Systems), *Avtomatika i telemekhanika*, 2014, no. 8, pp. 131–145. (in Russian).
28. **Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov VI. V., Efanov D. V.** *Klassifikatsiya oshibok v informatsionnykh vektorakh sistematsicheskikh kodov* (Errors Classification in Information Vectors of Systematic Codes), *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, 2015, vol. 58, iss. 5, pp. 333–343 (in Russian).
29. **Efanov D. V.** *Sintez samoproveryaemykh kombinatsionnykh ustrojstv na osnove kodov s ehffektivnym obnaruzheniem simmetrichnykh oshibok* (The Synthesis of Self-Checking Combinational Devices on the Basis of Codes with the Effective Symmetrical Error Detection), *Trudy SPIIRAN*, 2018, iss. 4, pp. 62–91 (in Russian).

УДК 621.391

DOI: 10.17587/it.25.35-40

**С. В. Дворников**, д-р техн. наук, проф., e-mail: practicsdv@yandex.ru,  
**А. В. Пшеничников**, канд. техн. наук, доц., e-mail: siracooz77@mail.ru,  
**С. С. Манаенко**, канд. техн. наук, e-mail: manaenkoss@mail.ru,

Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С. М. Буденного, г. Санкт-Петербург

## Статистические характеристики помехозащищенных радиолиний с управлением частотным ресурсом

Приведены результаты исследования статистических характеристик помехозащищенных радиолиний, функционирующих в условиях неоднородности сигнальной и помеховой обстановки на рабочих частотах. Предлагается реализация принципов адаптивной помехозащищенной радиосвязи. Доказана гипотеза об изменении функции плотности распределения превышения уровня сигнала над уровнем помех в помехозащищенных радиолиниях с адаптивным управлением. Обоснована необходимость разработки методов оценки вероятностно-временных характеристик таких радиолиний.

**Ключевые слова:** помехозащищенные режимы функционирования, адаптивное управление, частотный ресурс, статистические характеристики

### Введение

Существенное увеличение возможностей средств преднамеренного деструктивного воздействия на ресурсы радиолиний обуславливает поиск новых подходов к обеспечению помехозащищенности их функционирования.

В настоящее время большинство технических решений по реализации помехозащищенных режимов ограничивается применением алгоритмов медленной программной перестройки рабочей частоты (ППРЧ) в совокупности с помехоустойчивыми видами модуляционных форматов [1–7].