УДК 338.24 DOI: 10.17587/it.25.650-657

А. Д. Цвиркун, д-р. техн. наук, зав. лабораторией, e-mail: tsvirkun@ipu.ru,
В. В. Топка, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., e-mail: topka3@mail.ru,
ФГБУН Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва

Равномерное распределение невозобновимого ресурса в крупномасштабных инновационных проектах

Рассматривается задача равномерного распределения по минимаксному критерию невозобновимого ресурса по работам инновационного проекта. Применяется лексикографический метод упорядочивания данных минимаксных критериев. Для решения задачи по одному критерию разработан жадный алгоритм отыскания максимального пути на ациклическом орграфе с двойными весами на дугах, имеющий квадратичную по числу дуг вычислительную трудоемкость. Полученное решение позволяет построить календарный план проекта с четырьмя видами временных резервов при неточных исходных данных.

Ключевые слова: *крупномасштабный инновационный проект, календарное планирование, показатель надежности работ проекта, жадный алгоритм, максимальный путь с двойными весами на дугах*

Введение

В имеющихся программных системах управления проектами существуют модули, выполняющие оценку таких параметров, как риск стоимости и риск расписания. Вместе с тем для моделирования неопределенности и оценки риска проектов может быть предложен подход на основе понятий теории надежности.

В теории надежности показатель надежности сети определяется вероятностью ее связности. Для связности требуется, чтобы нашелся хотя бы один путь, связывающий начало и конец сети. Однако в управлении проектами в сети типа PERT для надежного выполнения проекта необходимо выполнение всех работ, входящих в проект. В этом случае ставится задача оценки не только связности начала и конца сети, но и полноты реализации проекта.

В информационных системах управления проектами количественная оценка риска расписания (Risk of Schedule) и риска стоимости (Risk of Cost) выполняется на основе моделирования методом Монте-Карло.

Предлагаемый подход позволяет выполнить анализ риска исполнения (Risk of Performance) [1] проекта, аппарат для которого не разработан. Оценка риска исполнения, т. е. того факта, выполнена ли требуемая миссия по завершении работы, иными словами, достигнуты ли заданные тактико-технические характеристики (ТТХ), основана на кумулятивной вероятности благоприятного/неблагоприятного исходов. Вероятность успеха проекта — это вероятность того, что при исполнении данного проекта отказ не произойдет, а вероятность безотказного исполнения принята за показатель надежности выполнения. Преимущество предлагаемого подхода состоит в том, что он дает инструмент для работы в неисследованной области оценивания риска исполнения проекта.

Для анализа параметра риска исполнения проекта в данной работе будем учитывать показатели надежности работ и надежности проекта в целом. В этих целях инновационный проект рассматривается как сложная техническая система, в которой в выполнении проекта задействованы машины, механизмы, оборудование с участием людей, обеспеченных необходимыми ресурсами.

Для работ инновационных проектов с высокой степенью неопределенности для получения характеристик случайных величин их выполнения — вероятности достижения цели, т. е. для построения функции распределения такой случайной величины, можно использовать эмпирические данные, или данные, полученные в результате активного эксперимента, в котором в результате моделирования методом Монте-Карло получена функция распределения вероятности технического успеха работ — степень достижения заданных ТТХ данной разработки в виде монотонно возрастающей с насыщением функции затраченных ресурсов [2].

Вероятность выполнения работы к некоторому времени характеризует возможность достижения определенных технических показателей результата работы при условии, что предшествующие работы, обеспечивающие ее начало, выполнены. Эта вероятность зависит от объема тех или иных израсходованных ресурсов, которые имеют стоимостное выражение.

Развиваемый в статье подход направлен на разработку количественных методов оценки и оптимизации характеристик проекта с учетом критерия равномерного распределения невозобновимого (складируемого) ресурса при ограничении на показатель надежности проекта.

Показатели надежности работ и проекта в целом

Ранее для описания выполнения инновационных проектов использовались целочисленные, линейные и некоторые нелинейные модели [3]. Будем моделировать [4] зависимость вероятности технического успеха (показателя надежности) работ проекта от затраченного однородного невозобновимого ресурса u двухпараметрическими степенными вогнутыми функциями вида

$$p_j(u_j) = \frac{u_j^{\alpha_j}}{u_j^0} \in [\varepsilon, 1],\ \varepsilon \to +0;$$
$$u_j \in [\varepsilon, (u_j^0)^{1/\alpha_j}],\ j = 1, \ldots, n, \qquad (1)$$

где $0 < \alpha_j < 1$ — параметр формы, $u_j^0 > 0$ — параметр масштаба. Пусть задан ациклический ориентированный граф $G(E, \Gamma)$, где E — множество вершин, соответствующих работам проекта (представление *Activity-on-Node*), а $\Gamma \subseteq E \times E$ — множество дуг, задающих отношения частичного порядка непосредственного технологического предшествования работ. Сеть $G(E, \Gamma)$ имеет одну конечную и одну начальную вершины, n — конечная вершина (последний номер среди всех вершин проекта), и фиктивную вершину 0, означающую запуск проекта.

Таким образом, имеем ациклический ориентированный граф $G(E, \Gamma)$, в вершинах которого задан показатель надежности разработки, удовлетворяющий соотношению (1). Будем задавать надежность проекта вероятностью его технического успеха (степенью достижения заданных ТТХ проекта) к определенному допустимому сроку, т. е. оценкой надежности проекта в самом неблагоприятном случае. В теории надежности такая оценка определяется слабейшим звеном, т. е. наихудшей из технологических цепочек из вершины нижнего уровня в конечную вершину

$$P_n(u) = \min_{\mu_i} \prod_{(j,k)\in\mu_i} w_{jk} \frac{u_j^{\alpha_j}}{u_j^0} \in [\varepsilon, 1],\ \varepsilon \to +0;$$
$$\alpha_j \in (0, 1),\ w_{jk} \in [e_0, 1],\ u_j^0 > 0;\ \forall \mu_j, \qquad (2)$$

где $w_{jk} \in [\varepsilon_0, 1]$, $\varepsilon_0 > 0$ — коэффициент надежности дуги (j, k) (входящей в матрицу путей по дугам сети $G(E, \Gamma)$: $(l_{j,k})$, $(j, k) \in \mu_i$) передачи результата j-й работы посредством дуги (j, k) для выполнения k-й работы (подобно передаточной функции соединения звеньев в теории автоматического управления). Через μ_i обозначен путь с № $i = 1, ..., m$ на сети из начальной вершины в конечную вершину n. При решении задач по планированию проекта в условиях степенной модели [5] не учитывается временна́я переменная. В статье будем рассматривать детерминированную сетевую модель проекта с дизъюнктивными входными дугами ИЛИ или с конъюнктивными входными дугами И, обладающими тем свойством, что для показателя надежности проекта выполняется оценка снизу (2) [5]. Таким образом, будем говорить о p_i из (1) как о показателе надежности работы, а о P_n из (2) — как об оценке показателя гарантированной надежности выполнения проекта. В модели для представления сетевых ограничений будем использовать в качестве характеристической функции системы ограничений матрицу путей (по дугам) сети $G(E, \Gamma)$: $(l_{j,k})$, $(j, k) \in \mu_i$, которая строится на основе списка дуг сети. В сетевой модели проекта $G(E, \Gamma)$ каждый путь $\mu_i = (0, 1, ..., j, k, ..., n)$ из начальной вершины в конечную однозначно представляется строкой специально построенной матрицы путей (по дугам) $(l_{j,k})$, $(j, k) \in \mu_i$, в которой ее элементы — дуги — стоят в i-й строке только в том случае, когда (j, k)-я дуга принадлежит i-му пути $(j, k) \in \mu_i$. Всем остальным случаям, когда $(j, k) \notin \mu_i$, соответствуют пустые клетки.

Задача последовательного равномерного распределения невозобновимого ресурса по критерию Чебышева

Пусть $u = (u_1, u_2, ..., u_n)$ — вектор невозобновимого ресурса, выделяемого для выполнения всех работ проекта $G(E, \Gamma)$. В качестве критерия распределения ресурсов будем использовать равномерный, или чебышевский, критерий в виде

$$\max_{j\in E} u_j \to \inf_{u\in U}, u_j \geqslant 0, \ j = 1, \ldots, n. \qquad (3)$$

Задачу вида (3) принято называть задачей дискретного минимакса.

Данная задача дискретного минимакса рассматривается в виде задачи гладкой условной минимизации:

$$u^0 \to \inf_{(u^0,u_j)\in U},$$

$$U = \begin{cases} u_j \leqslant u^0, \ \forall j = 1, \ldots, n; \\ \prod\limits_{(j,k)\in\mu_i} w_{jk} \dfrac{u_j^{\alpha_j}}{u_j^0} \geqslant p_0 \in [\varepsilon, 1], \forall \mu_i, i = 1, \ldots, m; \\ u_j \in U_0 = [\varepsilon, (u_j^0)^{1/\alpha_j}], j = 1, \ldots, n. \end{cases} \qquad (4)$$

Логарифмируя вторую группу ограничений задачи и принимая во внимание первую, получим

$$u^0 \to \min_{(u^0,u_j)\in U}, \qquad (5)$$

$$U = \begin{cases} \ln u^0 \geqslant \dfrac{\sum\limits_{(j,k)\in\mu_i} \ln u_j^0 - \sum\limits_{(j,k)\in\mu_i} \ln w_{jk} + \ln p_0}{\sum\limits_{(j,k)\in\mu_i} \alpha_j}; \\ u_j \in U_0. \end{cases} \qquad (6)$$

Пусть ограничения задачи совместны, и здесь и в дальнейшем $U \neq \varnothing$. В силу неравенства (6), следствия исходной постановки, учитывая сетевую специфику задачи, будем искать ее решение в виде максимального пути с двойными весами на дугах, когда оптимальное решение задачи (5), (6) реализуется на пути (возможно, множестве путей) со значением λ^0 таким, что

$$\lambda^0 = \max_{\mu_i} \frac{\sum\limits_{(j,k)\in\mu_i} \ln u_j^0 - \sum\limits_{(j,k)\in\mu_i} \ln w_{jk} + \ln p_0}{\sum\limits_{(j,k)\in\mu_i} \alpha_j} = \max_{\mu_i} \frac{\sum\limits_{(j,k)\in\mu_i} \sigma_{jk}}{\sum\limits_{(j,k)\in\mu_i} \alpha_j}.$$

При этом $\min\limits_{(u^0,u_j)\in U} u^0 = \exp\lambda^0$. Поэтому необходимо найти множество максимальных путей с двойными весами на дугах в ациклическом ориентированном графе $G(E, \Gamma)$.

$$\mu^{0*} = \operatorname{Arg}\max_{\mu_i} \lambda(\mu_i),$$

$$u_j^* = u^0 = \exp\lambda^0 = \exp\lambda(\mu^{0*}), \ j \in \mu^{0*}.$$

Будем полагать, что параметры задачи таковы, что здесь и в дальнейшем условие $u \in U_0$ выполняется. Получили *ресурсный критический путь* с максимальным расходом невозобновимого ресурса. Пусть $\mu^{0*} = \operatorname{Arg}\max\limits_{\mu_i} \lambda(\mu_i)$ найдено. Распределение ресурсов по минимаксному критерию продолжаем последовательно, до тех пор пока на каком-то этапе q (q — индикатор множества) не получим область определения задачи $E = E^q \cup ... \cup E^r \cup ... \cup E^0$ и

$$u_j^{q*} = u^q = \exp\lambda^q(\mu^{q*}) \to \text{fixed},$$

$$E^q = \left\{ j \,\middle|\, j \in \mu^{q*} \setminus \bigcup_0^{q^*-1} \mu^r \right\} \to \text{fixed}, E = \bigcup_0^q E^r \qquad (7)$$

(fixed — зафиксированные значения).

Общая задача решается последовательной оптимизацией оставшегося подграфа по минимаксному критерию на каждом этапе, как в лексикографическом методе упорядочивания решения задач многокритериальной оптимизации. Данная процедура сходится за конечное число этапов. Такое лексикографическое разложение, по сути, представляет собой декомпозиционную процедуру и подходит для планирования проектов большой размерности.

Для нахождения пути максимальной эффективности в работе [6, с. 13] предложен алгоритм переборного типа (с экспоненциальной трудоемкостью), сводящийся к отысканию максимального пути в сети. В работе [7, с. 192] для отыскания в графе с двойными весами цикла с минимальным значением используется алгоритм обнаружения в графе цикла отрицательного веса (при условии, что для всех циклов сумма весов в знаменателе положительна). Решение данной задачи с двойными весами с помощью предложенного алгоритма требует $O\left(|E|^3 \log\frac{1}{\eta}\right)$ операций, где η — погрешность (слабополиномиальный алгоритм), $|E|$ — число вершин в сети. В работе [8] предложен общий метод решения задачи о среднем в линейных пространствах. Из него в качестве частного случая следует сильнополиномиальный алгоритм нахождения минимального в среднем контура в слабосвязном ориентированном графе, имеющий трудоемкость $O(|E|^3|\Gamma|)$. Для решения задачи отыскания максимального пути с двойными весами в ациклическом орграфе $G(E, \Gamma)$ предлагается жадный эвристический алгоритм, для которого справедлива, как будет показано ниже, оценка $O(|\Gamma|^2)$ его вычислительной трудоемкости. Его преимущество по сравнению с приведенными выше алгоритмами состоит в более низкой трудоемкости.

Алгоритм отыскания максимального пути в орграфе с двойными весами на дугах

Построение множества путей $M = \{\mu_s\}$, с весами σ_{ji} и α_j на дугах l_{ji} $(j, i) \in \Gamma$, орграфа $G(E, \Gamma)$ покрывающего все его вершины E.

Начальный шаг. Просмотренные дуги $L := \varnothing$, вершины $E' := \varnothing$, номер пути $s: = 1$.

1. *Выбор дуги на множестве непросмотренных дуг* $\tilde{\Gamma} = \Gamma \backslash L$. *В* ациклическом орграфе $G(E, \Gamma)$ выберем дугу l_{ji}, $(j, i) \in \Gamma$, оптимальную п локальному критерию

$$l_{ji} = \operatorname{Arg} \max_{(j,i)\in\Gamma} \frac{\sigma_{ji}}{\alpha_j}.$$

В массив L заносим дугу l_{ji}: $L := l_{ji}$.

2. *Построение пути.*

2.1. *Добавление новых дуг.*

Построим путь μ_s из начальной вершины $j = 1$: $\Gamma_j^{-1} = \varnothing$ в конечную вершину $j = n$: $\Gamma_j = \varnothing$ по локальному критерию, т. е. для дуги l_{ji} выбираются смежные дуги l_{kj} и l_{it} из условий

$$l_{kj} = \operatorname{Arg} \max_{k\in\Gamma_j^{-1}} \frac{\sigma_{kj} + \sum\limits_{(j,i)\in L} \sigma_{ji}}{\alpha_k + \sum\limits_{j\in L} \alpha_j};$$

$$l_{it} = \operatorname{Arg} \max_{t\in\Gamma_i} \frac{\sum\limits_{(j,i)\in L} \sigma_{ji} + \sigma_{it}}{\sum\limits_{j\in L} \alpha_j + \alpha_i},$$

которые добавляются к имеющейся дуге $L := l_{ji}$, образуя путь $\mu_s := \{...l_{kj} \cup L \cup l_{it} ...\}$ с двойными весами, где $\sum\limits_{(j,i)\in L} \sigma_{ji}$ и $\sum\limits_{j\in L} \alpha_j$ — значения суммарных весов для пути, найденного на предыдущем этапе. Положив $\Delta_\mu^s := 1$, для построенного таким образом пути μ_s определим величину $\lambda^s(\mu_s)$, $s = 1, 2, ...$:

$$\max_\mu \frac{\sum\limits_{(j,i)\in\mu} \sigma_{ji}}{\sum\limits_{(j,i)\in\mu} \alpha_j} \Delta_\mu^s = \lambda^s(\mu_s).$$

Список просмотренных дуг — $L: = \{...l_{kj} \cup \cup L \cup l_{it} ...\}$; для просмотренных вершин — $E^s = \{j | j \in \mu_s\}$; $E': = E' \cup E^s$.

2.2. *Недопущение зацикливания алгоритма на просмотренных путях.*

Для того чтобы не допустить зацикливания алгоритма вдоль просмотренного пути μ_s, в дальнейшем будем вычислять значение индикатора Δ_μ^{s+1}. Если для непросмотренных вершин $E \backslash E' \neq \varnothing$, то пусть $k \in E \backslash E'$. Положим

$$\delta_k = \begin{cases} 1, \text{ если } k \in E', \\ 0, \text{ если } k \in E \backslash E'. \end{cases}$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} \prod\limits_{k\in\mu} \delta_k = 1, \forall k \in E'; \\ \prod\limits_{k\in\mu} \delta_k = 0, \exists k_0 \in \mu : k_0 \in E \backslash E'. \end{cases}$$

В этом случае положим

$$\Delta_\mu^{s+1} = \begin{cases} -\infty, \text{ если } \prod\limits_{k\in\mu} \delta_k = 1, \\ 1, \text{ если } \prod\limits_{k\in\mu} \delta_k = 0, \end{cases}$$

и тогда в дальнейшем последовательно будем определять

$$\max_\mu \frac{\sum\limits_{(j,i)\in\mu} \sigma_{ji}}{\sum\limits_{(j,i)\in\mu} \alpha_j} \Delta_\mu^{s+1} = \lambda^{s+1}(\mu_{s+1}),$$

$\lambda^{s+1}(\mu_{s+1}) > -\infty$ только для новых путей μ_{s+1}, не совпадающих с $\{\mu_s\}$, $s = 1, 2, ...$.

3. *Цикл.* Если для непросмотренных дуг $\tilde{\Gamma} \neq \varnothing$, то цикл по $s: = s + 1$ и переход к п. 1. Иначе: просмотр построенного множества путей $\{\mu_{s+1}\}$ и определение оптимального пути(-ей) с двойными весами $\mu^{0*} = \operatorname{Arg} \max\limits_s \lambda^s(\mu_s)$, $s = 1,2$. Для первого этапа (5), (6) задачи: $\lambda^0 = \lambda(\mu^{0*})$, а для последующих — $\lambda^r = \lambda(\mu^{r*})$, $r = 1, ..., q$. В алгоритме просмотр дуг для построения множества путей осуществляется от Γ до $\varnothing$, что позволяет избежать полного перебора путей, а введение счетчика $\Delta_\mu^s \neq -\infty$ для путей, имеющих хотя бы одну непросмотренную дугу, устраняет зацикливание алгоритма на одном и том же старом пути.

Изложенный алгоритм проходил обсуждение на международной конференции MLSD'2016 [9], где положительно оценен и рекомендован к включению в состав разрабатываемой диалоговой интегрированной системы управления и проектирования исследований и разработок — ДИСУПИР [10].

Трудоемкость алгоритма оценивается следующим образом. Выбор исходной локально-оптимальной дуги l_{ji} требует $|\Gamma|$ операций, построение пути μ из начальной вершины в конечную — еще порядка $D|\Gamma|$ операций, где D — максимальная степень вершин графа $G(E, \Gamma)$. Построение всех таких путей для каждой из $|\Gamma|$ дуг повторяется порядка $O[(|\Gamma| + D|\Gamma|)|\Gamma|]$ раз плюс последующий отбор λ-оптимального пути, потребует порядка $|\Gamma|$ операций. Поэтому трудоемкость составляет $O[(|\Gamma| + D|\Gamma|)|\Gamma| + |\Gamma|] \sim O(|\Gamma|^2)$ операций. А для полного вершинного покрытия потребуется повторить такой алгоритм порядка $|\Gamma|$ раз, тогда всего потребуется $O(|\Gamma|^3)$ операций.

Для наглядности проиллюстрируем (табл. 1) нахождение первого максимального пути с двойными весами на дугах путем просчета всех имеющихся путей и выбора из них максимального.

Таблица 1

Нахождение первого максимального пути

Номер пути	Значения с двойными весами на путях для $\ln u^0$	Номер пути	Значения с двойными весами на путях для $\ln u^0$
1	**4,0628**	11	2,2212
2	2,3828	12	2,2322
3	2,7416	13	2,2010
4	2,3891	14	2,5093
5	2,9082	15	2,3978
6	2,1519	16	2,2619
7	2,3016	17	2,7578
8	2,1389	18	3,1007
9	2,8276	19	2,3034
10	2,5899	20	2,2053

Таблица 2

Верхняя граница ub для $\ln u^0$

№ j	Верхняя граница ub для $\ln u^0$	Параметр формы α_j	Параметр масштаба u_j^0
0		0,3000	0,5100
1	4,3944	0,2500	0,6000
2	4,1650	0,2200	0,5000
3	0	0,2400	0,5000
4	0	0,2500	0,5000
5	0	0,2800	0,4800
6	4,3565	0,2300	0,4780
7	0	0,2330	0,4750
8	0	0,2350	0,4600
9	0	0,2380	0,4550
10	0	0,2400	0,4500
11	0	0,3000	0,4480
12	0	0,3200	0,4460
13	0	0,3500	0,4450
14	0	0,3800	0,4420
15	0	0,4000	0,4400
16	0	0,4200	0,4300
17	0	0,4300	0,4200
18	0	0,4400	0,4000
19	0	0,4420	0,3800
20	0	0,4450	0,3500
21	0	0,4460	0,3200
22	0	0,4480	0,3000
23	0	0,4500	0,2400
24	0	0,4550	0,2380
25	0	0,4600	0,2350
26	0	0,4750	0,2330
27	0	0,4780	0,2300
28	0	0,4800	0,2800
29	0	0,5000	0,2500
30	4,4742	0,2800	0,7000
31	0	0,5000	0,3200
32	4,1759	0,3000	0,7000

Таблица 3

Численное решение задачи (4) в целом

№ j	$\ln u_j$	Ограничения c	Верхняя ub	Форма α_j	Параметр масштаба u_j^0
0	3,12	25,000	3,1203	0,300	0,510
1	4,39	4,1021	4,3944	0,250	0,600
2	4,16	3,7607	4,1650	0,220	0,500
3	3,81	3,4393	3,8179	0,240	0,500
4	3,66	3,2914	3,6652	0,250	0,500
5	**0,29**	0,0444	3,1267	0,280	0,480
6	**0,29**	0,0444	4,3565	0,230	0,478
7	**0,29**	0,0394	3,7124	0,233	0,475
8	**0,29**	0,0444	3,5443	0,235	0,460
9	**0,29**	0,1276	3,4537	0,238	0,455
10	**0,29**	0,0444	3,3789	0,240	0,450
11	**0,29**	0,0444	2,6883	0,300	0,448
12	**0,29**	0,0444	2,5063	0,320	0,446
13	1,75	1,4512	2,2850	0,350	0,445
14	**0,29**	0,0444	2,0868	0,380	0,442
15	**0,29**	0,0444	1,9711	0,400	0,440
16	**0,29**	0,0444	1,8225	0,420	0,430
17	1,24	0,9752	1,7254	0,430	0,420
18	1,57	1,2756	1,5753	0,440	0,400
19	**0,29**	0,0444	1,4522	0,442	0,380
20	1,25	0,9652	1,2576	0,445	0,350
21	**0,29**	0,0307	1,0538	0,446	0,320
22	0,90	0,6127	0,9051	0,448	0,300
23	0,40	0,1128	0,4052	0,450	0,240
24	0,38	0,0899	0,3823	0,455	0,238
25	0,35	0,0582	0,3506	0,460	0,235
26	0,32	0,0291	0,3215	0,475	0,233
27	**0,2924**	0	0,2924	0,478	0,230
28	0,7010	0,4086	0,7010	0,480	0,280
29	0,4463	0,1539	0,4463	0,500	0,250
30	4,4742	4,1818	4,4742	0,280	0,700
31	0,9400	0,6476	0,9400	0,500	0,320
32	4,1759	3,8835	4,1759	0,300	0,700

Тестовая сеть, состоящая из 32 вершин-работ, взята из известной библиотеки сетевых моделей проектов — http://www.om-db.wi.tum.de/psplib/, с матрицей "столбцы — вершины" × × "строки — пути по вершинам", которая задает характеристическую функцию системы ограничений. Параметры заданы в последних двух столбцах табл. 2 и табл. 3, принято $p_0 = 0{,}97$.

Тогда для (5) имеем $u^0 = 1{,}3396$.

Если решать рассматриваемую задачу (4) в целом как задачу математического программирования готовыми программными средствами, то получим численное решение, представленное в табл. 3.

Для $w_{jk} \in [\varepsilon_0, 1]$, $\varepsilon_0 > 0$ — коэффициента надежности дуги (j, k) (из матрицы путей по дугам сети $G(E, \Gamma)$: $(l_{j,k})$, $(j, k) \in \mu_i$) передачи результата j-й работы посредством дуги (j, k) для выполнения k-й работы (подобно передаточной функции соединения звеньев в теории автоматического управления) имеем следующую таблицу значений (табл. 4).

Таблица 4

Коэффициенты надежности дуг

Γ^0	Дуги	Значение w_{jk}
1	(5,20)	0,95
2	(11,20)	0,95
3	(18,20)	0,95
4	(16,22)	0,95
5	(17,22)	0,95
6	(18,22)	0,95
7	(10,25)	0,95
8	(15,25)	0,95
9	(20,25)	0,95

Для всех остальных дуг сети

$$w_{jk} = 1 \ \forall w_{jk} \in \Gamma^1 = \Gamma \backslash \Gamma^0.$$

Определение календарного плана при неточных исходных данных

Поскольку значения параметров модели календарного планирования

$$\alpha_j \in (0, 1),\ w_{jk} \in [\varepsilon_0, 1],\ \varepsilon_0 > 0,\ u_j^0 > 0,$$
$$j, k = 1, ..., n,\ (j, k) \in \Gamma \subset G(E, \Gamma)$$

известны с определенной погрешностью, алгоритм распределения ресурсов, а также физический объем работ v [руб·ч] и найденный в результате решения рассмотренной задачи объем невозобновимого ресурса, имеющего стоимостное выражение u [руб], являются приближенными, то временны́е параметры проекта — продолжительности выполнения работ $t_j^* = v_j / u_j^{r*}$, $r = 0, 1, ..., q$; $j = 1, ..., n$, и резервы работ определяются путем обработки чисел, известных с погрешностью. Полученное решение задачи (3), (7) вместе с надежностными ограничениями — вектор

$$u^* = \{u_j^{r*}\},\ u_j^{r*} > 0,\ j = 1, \ldots, n,$$
$$r = 0, 1, \ldots, q, \{r\} \subset \{j\}, q \ll n$$

таково, что (опуская индекс r)

$$u_j^* = \{u_j^*(\delta_0) | u_j^*(\delta_0) \in [[u_j^*] + \Delta u_j^*]\}. \tag{8}$$

Обозначая неточно заданные величины времени как $t(\delta)$, с помощью действий над приближенными числами [11] можно получить приближенные параметры оптимального календарного плана. Для этого вычисляем за один проход в прямом и обратном направлениях детерминированное расписание проекта на основе полученных оптимальных (с приведенной погрешностью) продолжительностей работ проекта $t_j^*(\delta_0)$, стартуя с начальных работ проекта. Метод критического пути с величинами, заданными неточно (8), с помощью действий над приближенными числами [11] позволяет рассчитать также и поздние сроки выполнения работ проекта обратным проходом по сети, начиная от установленной даты завершения проекта (вычисленной путем прямого прохода по сети), а также позволяет вычислить временны́е резервы работ (англ. slacks) [11]: общий (полный) резерв, свободный (локальный) резерв, безопасный резерв, независимый резерв.

Заключение

В статье рассматривается детерминированная сетевая модель проекта, в которой для показателя надежности проекта в целом справедлива его оценка снизу в виде слабейшего звена — наихудшей технологической цепочки из начальной вершины проекта в конечную. Для показателя надежности работы-вершины проекта используется степенная вогнутая модель в зависимости от затраченного невозобновимого (складируемого) ресурса. Особенностью модели являются взвешенные дуги сети, которые задают коэффициент надежности дуги (j, k), передачи результата j-й работы посредством дуги (j, k) для выполнения k-й работы.

В этих условиях рассматривается задача календарного планирования проектов на основе последовательно применяемого минимаксного критерия по типу лексикографического упорядочивания критериев в задачах многокритериальной оптимизации. Такое лексикографическое разложение, по сути, представляет декомпозиционную процедуру и подходит для планирования проектов большой размерности. Для решения задачи равномерного распределения невозобновимого ресурса разработан жадный алгоритм отыскания максимального пути с двойными весами на дугах ациклического орграфа, с квадратичной по числу дуг вычислительной трудоемкостью, который позволяет получить *ресурсный критический путь* с максимальным расходом невозобновимого ресурса. После этого определяется календарный план проекта, включающий его временной критический путь при неточных данных. Рассмотренный алгоритм был эффективно использован при решении ряда практических задач по управлению проектами. Предложенная модель и эффективный метод ее решения дают существенный вклад в анализ малоисследованного параметра Risk of Performance в интересах планирования крупномасштабных инновационных проектов. Практические расчеты для рассматриваемой выпуклой задачи (4) можно выполнять с помощью готовых программных средств, а полученное жадное решение задачи-следствия (5), (6) имеет теоретическое значение в теории графов. Представленный в статье материал создает теоретические основы для дальнейшего развития функционального наполнения диалоговой интегрированной системы управления и проектирования исследования и разработок [10].

Список литературы

1. **The Owner's** Role in Project Risk Management. Washington, D. C.: The National Academies Press, 2005.
2. **Elkjaer M.** Stochastic Budget Simulation // Intern. J. Project Management. 2000. Vol. 18, N. 2. P. 139—147.
3. **Rabbani M., Tavakkoli Moghaddam R., Jolai F. and Ghorbani H. R.** A Comprehensive Model for R&D Project Portfolio Selection with Zero-One Linear Goal-Programming // IJE Transactions A. Basics. 2006. Vol. 19, N. 1. P. 55—66.
4. **Цвиркун А. Д., Акинфиев В. К., Коновалов Е. Н.** Моделирование и управление инновационными программами в крупномасштабных технических системах. М.: Препринт ИПУ, 1991.
5. **Топка В. В.** Минимизация времени и стоимости с учетом показателя надежности в дизъюнктивной модели проекта // А и Т. 2012. № 7. С. 78—88.
6. **Бурков В. Н., Заложнев А. Ю., Новиков Д. А.** Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001. 124 с.
7. **Кристофидес И.** Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978. 432 с.
8. **Карзанов А. В.** О минимальных по среднему весу разрезах и циклах ориентированного графа // Качественные и приближенные методы исследования операторных уравнений. Ярославль: ЯрГУ, 1985. С. 72—83.
9. **Топка В. В., Цвиркун А. Д., Юркевич Е. В.** Жадный алгоритм в календарном планировании инновационных проектов // Тр. 9-й Междунар. конф. "Управление развитием крупномасштабных систем" (MLSD' 2016, Москва). М.: ИПУ РАН, 2016. Т. 1. С. 216—227.
10. **Топка В. В.** Диалоговая интегрированная система управления и проектирования исследований и разработок (ДИСУПИР 3.2). Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617277. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 06 июля 2015 г.
11. **Топка В. В.** Лексикографическое решение двухкритериальной задачи планирования проекта при ограничении на показатель его надежности // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 6. С. 105—123.

A. D. Tsvirkun, Head the Department, Chief Researcher Scientist, e-mail: tsvirkun@ipu.ru,
V. V. Topka, Senior Researcher Scientist, e-mail: topka3@mail.ru,
Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

Even Allocation of Non-Renewable Resource in Large-Scale Innovative Projects

The problem of even allocation according to the minimax criterion of a non-renewable resource of an innovative project's activities is considered. A lexicographic method of ordering these minimax criteria is used. To solve the problem — one criterion — developed a greedy algorithm for finding the maximum path on an acyclic digraph with double weights on arcs. The obtained solution allows to build a project resources plan and schedule with four types of temporary slacks with inaccurate initial data. The proposed approach allows performing an analysis of the project Risk of Performance parameter, for which the apparatus for its analysis has not been developed. These include the risks that the project when complete fails to perform as intended or fails to meet the mission or business requirements that generated the justification for the project. Performance risks are based on the probability distribution function of a favorable / unfavorable outcome. For these: the probability of a project's success is the probability that a failure will not occur during the execution of this project, and the probability of failure-free execution is taken as a measure of reliability of performance. By virtue of the inequality of the problem, the consequence of the initial statement, taking into account the network specificity, we will seek solution of that problem-consequence in the form of a maximal path with double weights or an λ *— optimal path. The complexity of the algorithm outlined is evaluated as* $O[(|\Gamma| + D|\Gamma|)|\Gamma| + |\Gamma|] \sim O(|\Gamma|^2)$ *operations. And for a complete vertex coverage, you need to repeat this algorithm* $|\Gamma|$ *more than once, then all* $O(|\Gamma|^3)$ *operations will be required. The general problem is solved by successive optimization of the remaining subgraph by the minimax criterion at each* *stage. This procedure converges in a finite number of stages. Such lexicographic disintegration is a decomposition procedure and is suitable for planning and scheduling large-scale projects. Practical calculations for the convex problem in the initial statement have been performed with the help of ready-made software, and the obtained greedy solution of the problem-consequence has theoretical significance in graph theory.*

Keywords: *large-scale innovation project, even allocation of resource, risk of performance, reliability index of the project's activities, concave reliability function, inaccurate schedule, inaccurate slacks, greedy algorithm, maximum path with double weights on arcs*

DOI: 10.17587/it.25.650-657

References

1. **The Owner's** Role in Project Risk Management, Washington, D. C., The National Academies Press, 2005, available at: www.nap.edu.
2. **Elkjaer M.** *Int. J. Project Management,* 2000, vol. 18, no. 2, pp. 139—147.
3. **Rabbani M., Tavakkoli Moghaddam R., Jolai F., Ghorbani H. R.** *IJE Transactions A. Basics,* 2006, vol. 19, no. 1, pp. 55—66.
4. **Tsvirkun A. D., Akinfiyev V. K., Konovalov Ye. N.** Modeling and management of innovative programs in large-scale technical systems, Moscow, Preprint / ICS, 1991 (in Russian).
5. **Topka V. V.** *Automation and Remote Control*, 2012, vol. 73, no. 7, pp. 1173—1180 (in Russian).
6. **Burkov V. N., Zalozhnev A. Yu., Novikov D. A.** Graph theory in the management of organizational systems, Moscow, Sinteg, 2001, 124 p. (in Russian).
7. **Christofides N.** Graph theory: an algorithmic approach. Computer science and applied mathematics, Academic Press, 1975.
8. **Karzanov A. V.** On the minimum mean weight sections and cycles of an oriented graph, In: Qualitative and approximate methods for investigating operator equations, Yaroslavl, Yar SU, 1985, pp. 72—83 (in Russian).
9. **Topka V. V.** *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2014, vol. 53, no. 6, pp. 877—895 (in Russian).
10. **Topka V. V.** Dialogue integrated system for the management and design of research and development (DISUPIR 3.2). Certificate of state registration of computer programs No. 2015617277. The date of state registration in the Register of computer programs July 6, 2015 (in Russian).
11. **Topka V. V.** The lexicographic solution of the two-criteria problem of project planning with a restriction on the indicator of its reliability, Izv. RAS. TiSU, 2014, no. 6, pp. 105—123 (in Russian).

УДК 004.3.02 DOI: 10.17587/it.25.657-662

А. Д. Иванников, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., e-mail: ADI@ippm.ru,
Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, Зеленоград, Москва

Теоретические основы выбора множества отладочных тестов проектов цифровых систем на основе алфавита выполняемых функций[1]

Рассматриваются цифровые системы управления объектами, функционирование которых может быть представлено как последовательность выполнения функций из конечного алфавита. Последовательности выполняемых функций представлены как их произведения, показано, что они образуют частичную полугруппу. При отладке проектов цифровых систем методом моделирования для проверки правильности проекта используются отладочные тесты проектов, которые должны наиболее полно проверить правильность выполнения всех функций проектируемой системой. Рассмотрены методы составления и модификации разработчиком перечня выполняемых функций наиболее удобным для проверки образом. Кроме того, рассматривается разбиение каждой функции цифровой системы на подфункции в целях проверки правильности функционирования различных режимов аппаратного обеспечения и ветвей программ. Формализованно описывается последовательность действий разработчика при формировании множества отладочных тестов цифровых систем.

Ключевые слова: *моделирование цифровых систем, отладка проектов, отладочные тесты, алфавит функций цифровой системы*

Введение

При разработке проектов цифровых систем на основе средств микроэлектроники важным этапом является проверка правильности проекта методом моделирования на ЭВМ [1—4]. Это позволяет выявить ошибки и неточности проекта цифровой системы и исключить необходимость перевыполнения проекта при обнаружении ошибок в уже изготовленной системе. Процесс выявления и устранения ошибок как в проекте

[1] Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-07-00683.