УДК 519.876.5 DOI: 10.17587/it.25.579-584

А. В. Медведев, д-р техн. наук, проф., e-mail: saor_medvedev@sibsau.ru,
Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева,
Д. И. Ярещенко, старший преподаватель, e-mail: yareshenkodi@yandex.ru,
Сибирский федеральный университет

Непараметрическое моделирование Т-процессов в условиях неполной информации

Работа посвящена построению нового класса моделей в условиях неполной информации. Речь идет о многомерных безынерционных объектах для случая, когда компоненты вектора выходов стохастически зависимы, причем характер этой зависимости априори неизвестен. Построение модели многомерного безынерционного объекта в случае, когда векторы входов и выходов стохастически зависимы (в частности, мультиколлинеарны), приводит к необходимости решения системы неявных функций, что и является ключевым компонентом на пути рассмотрения данной задачи.

Ключевые слова: *идентификация, дискретно-непрерывные процессы, математическое моделирование, Т-модели, Т-процессы*

Введение

Идентификация многомерных стохастических процессов является довольно актуальной проблемой для многих технологических, производственных процессов дискретно-непрерывного характера. В многочисленных многомерных реальных процессах выходные переменные доступны измерению не только в различные моменты времени, но и через большие промежутки времени. Это приводит к необходимости рассмотрения динамических по своему характеру процессов как безынерционных с запаздыванием. Например, при измельчении каких-либо материалов (клинкер, уголь и др.) постоянная времени составляет 5...10 мин, а контроль выходной переменной, например тонкости измельчения, выполняется раз в два часа. В этом случае исследуемый процесс естественно представить как безынерционный с запаздыванием. Если выходные переменные объекта каким-то образом стохастически зависимы, а зависимость эта неизвестна, то подобные процессы мы и называем Т-процессами. Подобные процессы требуют специального взгляда на проблему идентификации, несколько отличающегося от общепринятых. Главное здесь состоит в том, что идентификация подобных объектов должна осуществляться не традиционным для существующей теории идентификации путем. Кратко этот путь будет намечен в настоящей статье. Обратим специальное внимание на то, что термин "процессы" ниже трактуется не как процессы вероятностной природы, о которых, например, говорится в работе [1] (такие как стационарные, гауссовские, марковские, мартингалы и др.), а процессы, реально протекающие в технических, технологических, производственных и других системах.

Последнее подчеркивает важность задачи идентификации для многих реально действующих процессов дискретно-непрерывного характера [2]. Особенностью таких процессов является то, что вектор выходных переменных $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$, состоящий из n компонент, таков, что компоненты этого вектора стохастически зависимы неизвестным заранее образом. Обозначим вектор входных компонент $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \ldots, u_m(t))$. Такая постановка вопроса приводит к тому, что математическое описание объекта представляется в виде некоторой системы неявных функций вида $F_j(u(t), x(t)) = 0$, $j = \overline{1, n}$. Основная особенность настоящей задачи моделирования состоит в том, что класс зависимостей $F(\cdot)$

неизвестен. Из-за недостатка априорной информации отсутствует параметрический класс вектор-функций $F_j(u(t), x(t), \alpha)$, $j = \overline{1, n}$, где α — вектор параметров, что не позволяет использовать методы параметрической идентификации [3, 4], поскольку класс функций с точностью до параметров не может быть заранее определен, и известные методы идентификации в данном случае не пригодны [3, 4]. В результате вышеизложенного задача идентификации сводится к задаче решения системы нелинейных уравнений

$$F_j(u(t), x(t)) = 0,\ j = \overline{1, n}, \tag{1}$$

относительно компонент вектора $x(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))$ при известных значениях $u(t)$. В этом случае целесообразно использовать методы непараметрической статистики [5, 6] или теорию непараметрических систем [7].

1. Т-процессы

В настоящее время повышается роль идентификации безынерционных систем с запаздыванием [8]. Еще раз заметим, что контроль некоторых, наиболее важных выходных переменных динамического объекта осуществляется через большие промежутки времени, значительно превосходящие постоянную времени объекта. В частности, для широко распространенных на практике процессов измельчения постоянная времени объекта составляет 4...5 мин, что соответствует примерно 20 мин окончанию переходного процесса, а контроль тонкости измельчения осуществляется раз в два часа, раз в смену и более. Собственно, это и приводит к необходимости рассматривать динамический объект как безынерционный с запаздыванием.

Особенностью моделирования многомерного объекта является тот факт, что исследуемый процесс описывается системой неявных стохастических уравнений:

$$F_j(u(t-\tau),\ x(t),\ \xi(t)) = 0,\ j = \overline{1, n}, \tag{2}$$

где $F_j(\cdot)$ — неизвестны; $\xi(t)$ — случайное возмущение, действующее на объект; τ — запаздывание по различным каналам многомерной системы. Поскольку по различным каналам вектор запаздывания τ хотя и различен, но известен, в дальнейшем из-за соображений простоты τ будет опущен.

В общем виде исследуемая многомерная система, реализующая Т-процесс, может быть представлена в виде, показанном на рис. 1. На рис. 1 приняты следующие обозначения: $u(t) = (u_1(t), \ldots, u_m(t))$ — m-мерный вектор входных переменных; $x(t) = (x_1(t), \ldots, x_n(t))$ — n-мерный вектор выходных переменных. По различным каналам исследуемого процесса зависимость j-й компоненты вектора x может быть представлена в виде некоторой зависимости от тех или иных компонент вектора u: $x^{<j>} = f_j(\overline{u}^{<j>})$, $j = \overline{1, n}$, где $\overline{x}^{<\cdot>}$, $\overline{u}^{<\cdot>}$ — составные векторы [4].

Каждый j-й канал зависит от нескольких компонент вектора u, например $u^{<5>}(t) = (u_1(t), u_3(t), u_6(t))$, где $u^{<5>}$ означает составной вектор. При построении моделей реальных технологических и производственных процессов (комплексов) чаще всего векторы x и u используются в виде тех или иных составных векторов. Составной вектор — это вектор, составленный из некоторых компонент соответствующего вектора, в частности $x^{<j>}(t) = (u_2(t), u_5(t), x_2(t), x_7(t), x_8(t))$, либо другой набор. В этом случае система уравнений (2) примет вид

$$F_j(u^{<j>}(t), x^{<j>}(t)) = 0,\ j = \overline{1, n}, \tag{3}$$

где $u^{<j>}(t)$, $x^{<j>}(t)$ — составные векторы.

Заметим, однако, что вид уравнений $F_j(\cdot)$, $j = \overline{1, n}$, продолжает оставаться неизвестным и не может интерпретироваться как модель исследуемого процесса. Наша же задача состоит именно в моделировании подобных процессов, т. е. Т-процессов.

2. Моделирование Т-процессов

Как было отмечено выше, процессы, выходные переменные которых имеют неизвестные стохастические связи, были названы Т-процессами, а их модели, соответственно, Т-моделями. Анализируя вышесказанное, можно увидеть, что описание процесса, показанного на рис. 1, может быть принято в виде (3). При этом особенностью моделирования подобного процесса в условиях непараметрической не-

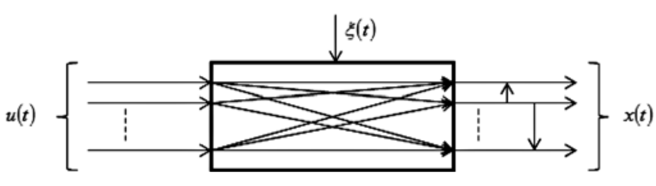

Рис. 1. Многомерный объект

определенности является тот факт, что вид функций (3) $F_j(u^{<j>}(t), x^{<j>}(t)) = 0,\ j = \overline{1,n}$, неизвестен. Система моделей исследуемого процесса может быть представлена в следующем виде:

$$\widehat{F}_j(u^{<j>}(t), x^{<j>}(t), \tilde{x}_s, \tilde{u}_s) = 0,\ j = \overline{1,n}, \quad (4)$$

где $\tilde{x}_s, \tilde{u}_s$ — временные векторы (набор данных, поступивший к s-му моменту времени), в частности $\tilde{x}_s = (x_1, \ldots, x_s) = (x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1s}, \ldots, \ldots, x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2s}, \ldots, x_{n1}, x_{n2}, \ldots, x_{ns})$, но и в этом случае $\widehat{F}_j(\cdot)$, $j = \overline{1,n}$, продолжают оставаться неизвестными. В теории идентификации подобные задачи не только не рассматриваются, но и не ставятся. Обычно идут по пути выбора параметрической структуры (3), но, к сожалению, преодоление этого этапа затруднено из-за недостатка априорной информации. И требуется длительное время для определения параметрической структуры, т. е. представления модели в виде

$$F_j(u^{<j>}(t), x^{<j>}(t), \alpha) = 0,\ j = \overline{1,n}, \quad (5)$$

где α — вектор параметров. Далее следует процедура оценки параметров по элементам обучающей выборки $u_i, x_i,\ i = \overline{1,s}$, и последующего решения системы нелинейных взаимосвязанных соотношений (5). Успех построения модели в данном случае будет зависеть от качественной параметризации системы (3).

Рассмотрим задачу построения Т-моделей в условиях непараметрической неопределенности, т. е. в условиях, когда система (5) неизвестна с точностью до параметров и, таким образом, задача моделирования Т-процессов сводится к прогнозу значений выходных переменных x при известных входных u.

В дальнейшем будет широко использоваться непараметрическая оценка функции регрессии по наблюдениям, которая имеет вид

$$x_s(u) = \frac{\sum_{i=1}^{s} x_i \prod_{k=1}^{n} \Phi\left(\frac{u_k - u_{ki}}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{n} \Phi\left(\frac{u_k - u_{ki}}{c_s}\right)}, \quad (6)$$

где выборка $x_i,\ u_{ki},\ i = \overline{1,s},\ k = \overline{1,n}$, содержит измерения входных u и выходных x переменных, а $u_k,\ i = \overline{1,s}$, — текущая переменная. Колоколообразные функции $\Phi\left(\frac{u_k - u_{ki}}{c_s}\right)$ и параметр размытости c_s удовлетворяют следующим условиям [5]:

$$\Phi(\cdot) < \infty; \quad (7)$$

$$c_s^{-1} \int_{\Omega(u)} \Phi(c_s^{-1}(u_k - u_{ki}))du = 1; \quad (8)$$

$$\lim_{s\to\infty} c_s^{-1} \Phi(c_s^{-1}(u_k - u_{ki})) = \delta(u - u_i); \quad (9)$$

$$\lim_{s\to\infty} c_s = 0; \quad (10)$$

$$\lim_{s\to\infty} s c_s^n = \infty. \quad (11)$$

Асимптотические свойства непараметрических оценок класса (6) достаточно подробно исследованы в работе [5]. В дальнейшем эти оценки будут использованы для моделирования Т-процессов и прогноза значений выходных переменных x при известных значениях входных переменных u. В последующих непараметрических алгоритмах индексы < > означают составные векторы, k и j — компоненты соответствующих векторов; n — размерность вектора u; i — индекс наблюдений; s — объем выборки.

Итак, пусть на вход объекта поступают входные переменные, значения которых, конечно же, измерены. Имеем обучающую выборку $x_i, u_i,\ i = \overline{1,s}$. В этом случае оценка компонент вектора выходных переменных x при известных значениях u, как уже было отмечено выше, приводит к необходимости решать систему уравнений (4).

Задача сводится к тому, что при заданном значении вектора входных переменных $u = u'$ необходимо решить систему (4) относительно вектора выходных переменных x. Общая схема решения такой системы сводится к следующему:

- сначала вычисляется невязка по формуле

$$\varepsilon_{ij} = \widehat{F}_j(u^{<j>}, x^{<j>}(i), \tilde{x}_s, \tilde{u}_s),\ j = \overline{1,n}, \quad (12)$$

где $\widehat{F}_j(u^{<j>}, x^{<j>}(i), \tilde{x}_s, \tilde{u}_s)$ находится с использованием непараметрической оценки функции регрессии Надарая—Ватсона [5]:

$$\varepsilon_j(i) = \varphi_{\varepsilon j}(u^{<j>}, x_j(i)) = x_j(i) - \frac{\sum_{i=1}^{s} x_j[i] \prod_{k=1}^{<n>} \Phi\left(\frac{u'_k - u_k[i]}{c_{su_k}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{<n>} \Phi\left(\frac{u'_k - u_k[i]}{c_{su_k}}\right)}, \quad (13)$$

где $j = \overline{1,n}$, $<m>$ — размерность составного вектора u_k, $<m> \leqslant m$, в дальнейшем это обозначение используется и для других переменных;

- следующий шаг состоит в оценивании условного математического ожидания:

$$x_j = M\{x_j | u^{<j>}, \varepsilon = 0\},\ j = \overline{1, n}. \quad (14)$$

В качестве оценки (13) примем непараметрическую оценку регрессии [5]:

$$\hat{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{s} x_j[i] \prod_{k_1=1}^{<n>} \Phi\left(\frac{u_{k_1} - u_{k_1}[i]}{c_{su}}\right) \prod_{k_2=1}^{<m>} \Phi\left(\frac{\varepsilon_{k_2}[i]}{c_{s\varepsilon}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k_1=1}^{<n>} \Phi\left(\frac{u_{k_1} - u_{k_1}[i]}{c_{su}}\right) \prod_{k_2=1}^{<m>} \Phi\left(\frac{\varepsilon_{k_2}[i]}{c_{s\varepsilon}}\right)}, \quad (15)$$

$j = \overline{1, n}$,

где колоколообразные функции $\Phi(\cdot)$ примем в виде треугольного ядра:

$$\Phi\left(\frac{u_{k_1} - u_{k_1}[i]}{c_{su}}\right) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\left|u_{k_1} - u_{k_1}[i]\right|}{c_{su}}, & \dfrac{\left|u_{k_1} - u_{k_1}[i]\right|}{c_{su}} < 1; \\ 0, & \dfrac{\left|u_{k_1} - u_{k_1}[i]\right|}{c_{su}} \geqslant 1, \end{cases}$$

а

$$\Phi\left(\frac{\varepsilon_{k_2}[i]}{c_{s\varepsilon}}\right) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\left|\varepsilon_{k_2}[i]\right|}{c_{s\varepsilon}}, & \dfrac{\left|\varepsilon_{k_2}[i]\right|}{c_{s\varepsilon}} < 1; \\ 0, & \dfrac{\left|\varepsilon_{k_2}[i]\right|}{c_{s\varepsilon}} \geqslant 1. \end{cases}$$

Осуществляя эту процедуру, получаем значения выходных переменных x при входных воздействиях на объект $u = u'$ (а в этом и состоит основное назначение искомой модели), которые в дальнейшем могут быть использованы в различных системах управления, в том числе организационных [9].

Точность моделирования оцениваем по следующей формуле:

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^{s} \left|x_i - x_s(u_i)\right|}{\sum_{i=1}^{s} \left|x_i - \hat{x}\right|}, \quad (16)$$

где x_i — наблюдения на объекте; $x_s(u_i)$ — прогноз выхода объекта; $\hat{x}$ — среднее значение по каждой компоненте вектора x.

3. Вычислительный эксперимент

Для вычислительного эксперимента был взят объект с пятью входными переменными $u(t) = (u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t), u_5(t))$, принимающими случайные значения в интервале $u(t) \in [0, 3]$, и тремя выходными переменными $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$, принимающими значения в интервалах: $x_1(t) \in [-2; 11]$, $x_2(t) \in [-1; 8]$, $x_3(t) \in [-1; 8]$. Для данного объекта сформируем выборку входных и выходных переменных исходя из системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1(t) - 2u_1(t) + 1,5\sqrt{u_2(t)} - u_5^2(t) - 0,3x_3(t) = 0; \\ x_2(t) - 1,5u_4(t) - 0,3\sqrt{u_5(t)} - 0,6 - 0,3x_1(t) = 0; \\ x_3(t) - 2u_2(t) + 0,9\sqrt{u_3(t)} - 4u_5(t) - 6,6 + \\ + 0,5x_1(t) - 0,6x_2(t) = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Еще раз обратим внимание на то, что система уравнений (17) имитирует объект, который исследователю неизвестен. В результате получим выборку измерений $\tilde{u}_s, \tilde{x}_s$, где $\tilde{u}_s, \tilde{x}_s$ — временные векторы. Процесс, описываемый системой (17), необходим только для получения обучающих выборок, другой информации об исследуемом процессе нет. Имея дело с реальным объектом, обучающую выборку можно формировать в результате измерений, осуществляющихся имеющимися средствами контроля. В случае стохастической зависимости между выходными переменными процесс естественно описать, например, следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \hat{F}_{x1}(x_1(t), x_3(t), u_1(t), u_2(t), u_5(t)) = 0; \\ \hat{F}_{x2}(x_1(t), x_2(t), u_4(t), u_5(t)) = 0; \\ \hat{F}_{x3}(x_1(t), x_2(t), x_3(t), u_2(t), u_3(t), u_5(t)) = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Система уравнений (17) являет собой соотношения, которые, в отличие от системы (18), неизвестны из-за недостатка априорных данных.

После того как мы получили выборку наблюдений, можно приступать к исследуемой задаче — нахождению прогноза значений выходных переменных x при известных входных u. Для начала вычисляются невязки (13) по методике, описанной выше. Представим невязки в виде системы:

$$\begin{cases} \varepsilon_1(i) = \hat{F}_1(x_1^i(t), x_3^i(t), u_1^l(t), u_2^l(t), u_5^l(t)); \\ \varepsilon_2(i) = \hat{F}_2(x_1^i(t), x_2^i(t), u_4^l(t), u_5^l(t)); \\ \varepsilon_3(i) = \hat{F}_3(x_1^i(t), x_2^i(t), x_3^i(t), u_2^l(t), u_3^l(t), u_5^l(t)). \end{cases} \quad (19)$$

где $\varepsilon_j, j = \overline{1,3}$, — невязки, соответствующие компоненты вектора выхода которых не могут быть определены из соответствующих параметрических уравнений.

Прогноз выходных переменных x вычисляется в результате решения системы (18) согласно формулам (13)—(15) для каждой компоненты выхода объекта $\hat{x}_1(t)$, $\hat{x}_2(t)$ и $\hat{x}_3(t)$. Еще раз обратим внимание на то, что система (17) не была известной, и необходима лишь для формирования обучающей выборки.

Сначала приведем результаты вычислительного эксперимента без помех. В этом случае в алгоритмах (13) и (15) используются элементы обучающей выборки $\tilde{u}_s, \tilde{x}_s$, а для экзамена на вход объекта подаются значения входных переменных u'_k из обучающей выборки. Можно было бы отдельно сгенерировать выборки $u(t)$, $x(t)$, специально предназначенные для проведения экзамена, т. е. не входящие в обучающую выборку, которую в реальных задачах предварительно целесообразно нормировать и центрировать, чтобы в дальнейшем использовать скалярный параметр размытости, или провести экзамен в скользящем режиме. Настраиваемым параметром будет параметр размытости c_s, который в данном случае возьмем равным 0,4 (значение было определено в результате многочисленных экспериментов в целях уменьшения квадратичной ошибки между выходом модели и объекта), параметр размытости примем одинаковым при подсчете в формулах (13) и (15), объем выборки $s = 500$. Приведем графики для выходов объекта $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$ (рис. 2—4, см. вторую сторону обложки).

На рис. 2—4 "точкой" обозначены значения выхода переменных, а "крестиком" — значения выхода модели. На данных рисунках продемонстрировано сравнение истинных значений тестовой выборки компонент вектора выхода и их прогнозных значений, полученных с помощью алгоритма (13)—(15) (для удобства представления результатов на рисунках были приведены первые 20 прогнозов вектора x при заданных значениях соответствующих входных переменных).

Приведем результаты еще одного вычислительного эксперимента, при этом помеха $\xi(t)$ накладывается на значения компонент вектора x выхода объекта. Условия эксперимента: объем выборки $s = 500$, помеха, действующая на компоненты вектора выхода объекта, $\xi(t) = 5$ %, параметр размытости $c_s = 0{,}4$ (рис. 5—7, см. вторую сторону обложки).

На рис. 5—7 "точкой" обозначены значения выхода переменных, а "крестиком" значения выхода модели. Таким образом, проведенные вычислительные эксперименты подтвердили эффективность предложенных Т-моделей, которые представляют собой не общепринятые в теории идентификации моделей, а некоторую методику (цепочку алгоритмов) прогноза выходных переменных объекта при известных входных переменных $u = u'$.

Заключение

В настоящей работе была рассмотрена задача идентификации безынерционных многомерных объектов с запаздыванием при неизвестных стохастических связях компонент вектора выхода. Здесь возникает ряд особенностей, которые состоят в том, что задача идентификации рассматривается в условиях непараметрической неопределенности и, как следствие, не может быть представлена с точностью до набора параметров. На основании имеющихся априорных гипотез записывается система уравнений, описывающих процесс с помощью составных векторов x и u, но функции $F(\cdot)$ продолжают оставаться неизвестными. В статье рассмотрена методика расчета выходных переменных объекта при известных входных, что позволяет их использовать в компьютерных системах различного назначения.

Проведенные вычислительные эксперименты показали достаточно высокую эффективность Т-моделирования. При этом исследовали не только вопросы, связанные с введением помех разного уровня, различных объемов обучающих выборок, но и объектов различных размерностей.

Список литературы

1. **Дуб Дж. Л.** Вероятностные процессы. М.: Изд-во иностранной литературы, 1956. 605 с.
2. **Медведев А. В.** Основы теории адаптивных систем. Красноярск: изд. Сиб. гос. аэрокосмич. ун-та. 2015. 526 с.
3. **Эйкхофф П.** Основы идентификации систем управления / Пер. с англ. В. А. Лотоцкого, А. С. Манделя. М.: Мир, 1975. 7 с.
4. **Цыпкин Я. З.** Основы информационной теории идентификации. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 320 с.
5. **Надарая Э. А.** Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии. Тбилиси: Изд-во Тбилисского ун-та, 1983. 194 с.
6. **Васильев В. А., Добровидов А. В., Кошкин Г. М.** Непараметрическое оценивание функционалов от распределений стационарных последовательностей. М.: Наука, 2004. 508 с.
7. **Медведев А. В.** Теория непараметрических систем. Управление 1 // Вестник СибГАУ. 2010. № 4 (30). С. 4—9.
8. **Медведев А. В.** Непараметрические системы адаптации. Новосибирск: Наука, 1983.
9. **Медведев А. В., Ярещенко Д. И.** О моделировании процесса приобретения знаний студентами в университете // Высшее образование сегодня. 2017. Вып. 1. С. 7—10.

A. V. Medvedev, Professor, e-mail: saor_medvedev@sibsau.ru,
Siberian State University of Science and Technology named after academician M. F. Reshetnev,
D. I. Yareshchenko, Teacher Lection, e-mail: yareshenkodi@yandex.ru,
Siberian Federal University

Nonparametric Modeling of T-Processes under Incomplete Information

This work is devoted to building a new class of models in the context of incomplete information. We are talking about multidimensional inertialess objects for the case when the components of the output vector are stochastically dependent, and the nature of this dependence is a priori unknown. Building a model of a multidimensional inertia-free object in the case when the vectors of inputs and outputs are stochastically dependent (in particular, multicollinear), necessitates solving a system of implicit functions, which is a key component in the way of considering this problem.

Keywords: *identification, discrete-continuous processes, mathematical modeling, T-models, T-processes*

DOI: 10.17587/it.25.579-584

References

1. **Dub Dzh. L.** Probabilistic process, Moscow, Inostrannoj literatury Publ., 1956, 605 p. (in Russian).
2. **Medvedev A. V.** Fundamentals of adaptive systems theory, Krasnoyarsk, Sibirskij gosudarstvennyj aehrokosmicheskij universitet, 2015, 526 p. (in Russian).
3. **Ehjkhoff P.** Basics of identification of control systems, Moscow, Mir Publ., 1975, 7 p. (in Russian).
4. **Cypkin Ya. Z.** Fundamentals of information theory of identification, Moscow, Nauka Publ., 1984, 320 p. (in Russian).
5. **Nadaraya Eh. A.** Nonparametric estimation of probability density and regression curve, Tbilisi, Tbilisskij universitet Publ., 1983, 194 p. (in Russian).
6. **Vasil'ev V. A., Dobrovidov A. V., Koshkin G. M.** Nonparametric estimation of functionals of stationary sequences distributions, Moscow, Nauka Publ., 2004, 508 p. (in Russian).
7. **Medvedev A. V.** The theory of non-parametric systems, Krasnoyarsk, *Vestnik SibGAU*, 2010, no. 4 (30), pp. 4—9 (in Russian).
8. **Medvedev A. V.** Nonparametric adaptation systems, Novosibirsk, Nauka Publ., 1983 (in Russian).
9. **Medvedev A. V., Yareshchenko D. I.** About modeling of process of acquisition of knowledge by students at University, Moscow, *Vysshee Obrazovanie Segodnya*, 2017, no. 1, pp. 7—10 (in Russian).

УДК 004.942 + 519.624.3 + 621.373.132 DOI: 10.17587/it.25.584-590

М. М. Гурарий, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., e-mail: gourary@yandex.ru,
Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН

Эффективный алгоритм моделирования кольцевых генераторов методом гармонического баланса

Моделирование кольцевых генераторов (КГ) в частотной области встречает трудности, связанные с несходимостью процесса решения. Показано, что причиной несходимости является существование нескольких решений системы уравнений гармонического баланса для КГ. Предложено включение в процесс моделирования предварительного этапа, учитывающего только первую гармонику решения, что не только кардинально повысило надежность сходимости, но и обеспечило ускорение расчетов.

Ключевые слова: *автоматизация проектирования, схемотехническое моделирование, кольцевой генератор, гармонический баланс, продолжение по параметру, итерационные методы*

Введение

Автогенераторы являются важными компонентами, встречающимися практически в любой электронной системе для формирования периодических сигналов. Разработка современных автогенераторов требует проведения анализа поведения нелинейной схемы в периодическом режиме, для чего может использоваться моделирование методом гармонического ба-