

И. П. Денисова, д-р физ.-мат. наук, проф., kaf.pmitet.mai@yandex.ru,
Ю. А. Костиков, канд. физ.-мат. наук, доц., kaf.pmitet.mai@yandex.ru,
М. В. Лебедева, ст. преподаватель, kaf.pmitet.mai@yandex.ru,
М. А. Пасисниченко, ассистент, kaf.pmitet.mai@yandex.ru

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Математическое, алгоритмическое и программное обеспечение системы лазерной локации космических аппаратов с использованием подвижного телескопа

Построена математическая модель локации космического аппарата, обращающегося по круговой орбите, с использованием лазерной станции, находящейся на поверхности вращающейся Земли.

Разработаны алгоритм и программное обеспечение для проведения лазерной локации при наличии подвижного приемного телескопа. Показано, что если двигать приемный телескоп так, чтобы в него попадали центры отраженных импульсов, то эффективность локации значительно возрастает по сравнению с использованием неподвижного телескопа.

Ключевые слова: математическая модель лазерной локации, ретрорефлектор, алгоритм, программное обеспечение, базы данных, система Глонавс, принятие решения

Введение

В последнее время в научной литературе [1–4] активно обсуждаются различные аспекты использования лазерных систем в космических исследованиях. Это связано в основном с тем, что лазерная локация космических аппаратов позволяет обеспечить повышенную точность измерений по сравнению с радиолокацией [5]. Поэтому в научной литературе не только изучаются возможности использования лазерных систем для определения дальности в привычном проектно-математическом облике лазерных станций, но и рассматриваются математические модели [6–9], необходимые для создания лазерных станций нового поколения и лазерных систем, предназначенных для выполнения операций сближения и стыковки [10–12] космических аппаратов.

Для высокоточного контроля параметров орбит космических аппаратов требуется прецизионная система наведения лазерного луча на отражатели космического аппарата, а также наличие достаточного количества отраженных световых импульсов в приемном телескопе лазерной станции. На космических аппаратах для отражения световых импульсов используют ретрорефлекторы [13]. Ретрорефлектор в системе отсчета, в которой он покоится, отражает световые импульсы в направлениях, прямо противоположных направлениям, по которым они приходят к ретрорефлектору. Так как лазерная станция находится в неинерци-

альной системе отсчета, а ретрорефлектор движется, то в силу основных принципов общей теории относительности Эйнштейна закон отражения световых импульсов будет другим [14, 15]. Как показано в работах [6, 16], угол между лучом, по которому световой импульс приходит к ретрорефлектору искусственного спутника Земли (ИСЗ), и лучом, по которому отраженный импульс возвращается к Земле, в общем случае должен быть не равен нулю (так называемая скоростная абберация). Поэтому центр пятна, образованного на поверхности Земли отраженным световым импульсом, даже если пренебречь вращением Земли, в общем случае будет двигаться по поверхности Земли [8, 9], находясь на некотором расстоянии от оси приемного телескопа лазерной станции. Вращение Земли вокруг своей оси также вносит свой вклад в этот эффект. Интенсивность отраженного светового импульса в его поперечном сечении убывает при удалении от его центра к периферии [17] по закону

$$\sigma(\eta) = \sigma_0 \left(\frac{2J_1(\eta)}{\eta} \right)^2, \quad (1)$$

где $J_1(\eta)$ — функция Бесселя первого порядка, $\eta = \pi D \sin \alpha / \lambda$; α — угол между исследуемым лучом и центральным лучом отраженного пучка лучей; λ — длина волны лазерного излучения; D — диаметр выходной апертуры отражателя. Поэтому согласно выражению (1) на приемный

телескоп лазерной станции при локации высокоорбитальных ИСЗ попадает лишь малая часть отраженного импульса, недостаточная для регистрации времени его прибытия.

Особенности лазерной локации космических аппаратов с использованием подвижного телескопа

Значение принимаемой световой энергии можно увеличить, если приемный телескоп отделить от лазерной станции и передвигать его за центрами пятен отраженных импульсов. Лазерных станций с подвижным телескопом в настоящее время не существует, ведется лишь математическое моделирование этого нового способа локации, выясняются преимущества и недостатки, а также прорабатываются вопросы, необходимые для создания компьютерных систем управления. Предполагается, что в этой лазерной станции нового поколения система формирования лазерного импульса и система регистрации времени его излучения вместе с передающим телескопом находятся в покое на локационном полигоне. Приемный же телескоп вместе с системой регистрации времени прихода отраженных импульсов размещается на специальной платформе, которая может передвигаться по локационному полигону в зависимости от движения центров пятен отраженных световых импульсов. Для управления движением этой платформы и регистрации координат точек приема и времени приема отраженных световых импульсов необходимо создать адекватную компьютерную систему с программным обеспечением. Эта задача и решается в данной работе.

Таким образом, процесс лазерной локации космического аппарата с использованием подвижного приемного телескопа может быть описан кратко: лазерный луч, выпущенный из неподвижного передающего телескопа лазерной станции, попадает на ретрорефлектор космического аппарата, отражается и принимается уже подвижным приемным телескопом, после чего сигнал обрабатывается на компьютере.

Используя предварительные результаты, полученные в работах [6—9] при исследовании некоторых частных вопросов, построим математическую модель и опишем программный комплекс, необходимый для реализации этого нового способа лазерной локации, который

можно использовать при создании лазерных станций нового поколения.

Математическая модель процесса лазерной локации с подвижным приемным телескопом

Предположим, что лазерная станция находится на поверхности Земли в точке со сферическими координатами R_0 , θ_0 и φ_0 . Введем топоцентрическую систему отсчета, поместив начало системы координат в эту точку, направив ось OZ по местной вертикали, ось OX — по касательной к меридиану, ось OY — по касательной к параллели. Эта система отсчета является неинерциальной.

Предположим далее, что лазерная станция испустила световой импульс в направлении космического аппарата, находящегося на круговой орбите радиуса R_s . Этот импульс в некоторый момент времени отражается от ретрорефлекторов космического аппарата, после чего возвращается на Землю и образует на ее поверхности пятно некоторого радиуса r_0 . В процессе локации последовательностью импульсов, выпущенных лазерной станцией, центры этих пятен будут попадать в разные точки земной поверхности, образуя прерывистую кривую.

Целью расчетов являются определение координат центров этих пятен в топоцентрической системе отсчета и вычисление скорости их движения по поверхности Земли.

Приведем основные уравнения математической модели, необходимые для решения поставленной задачи. Ими являются уравнения движения испущенных и отраженных лазерных импульсов, а также закон движения космического аппарата по круговой орбите.

В топоцентрической системе отсчета распространение электромагнитных сигналов согласно работам [8, 9] описывается уравнениями, вытекающими из уравнений общей теории относительности:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2K\dot{y} \cos \theta_0 - K^2[x \cos \theta_0 + (z + R_0) \sin \theta_0] \cos \theta_0 &= 0; \\ \ddot{y} + 2K[\dot{x} \cos \theta_0 + \dot{z} \sin \theta_0] - K^2 y &= 0; \\ \ddot{z} - 2K\dot{y} \sin \theta_0 - K^2[x \cos \theta_0 + (z + R_0) \sin \theta_0] \sin \theta_0 &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где точкой обозначена производная по $x^0 = ct$, $K = \frac{\Omega}{c}$, Ω — угловая скорость вращения Земли.

Эта система уравнений имеет, как известно, первый интеграл:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + K^2\{[x \cos \theta_0 + (z + R_0) \sin \theta_0]^2 + y^2\} - 2K\{\dot{x}y \cos \theta_0 - y[x \cos \theta_0 + (z + R_0) \sin \theta_0] + \dot{z}y \sin \theta_0\} = 1. \quad (3)$$

Решение уравнений (2)—(3) имеет различный вид для испущенных и отраженных лазерных импульсов вследствие разных начальных условий.

Движение космического аппарата по круговой орбите радиуса R_s в топоцентрической системе отсчета описывается следующими уравнениями [18, 19]:

$$\begin{aligned} x_s(t) &= R_s\{\cos(\omega t + \psi_0) \cos(\Omega t + \varphi_0 - \varphi) + \\ &+ \cos \theta \sin(\omega t + \psi_0) \sin(\Omega t + \varphi_0 - \varphi)\} \cos \theta_0 - \\ &- \sin \theta \sin \theta_0 \sin(\omega t + \psi_0); \\ y_s(t) &= R_s\{\cos \theta \sin(\omega t + \psi_0) \cos(\Omega t + \varphi_0 - \varphi) - \\ &- \cos(\omega t + \psi_0) \sin(\Omega t + \varphi_0 - \varphi)\}; \\ z_s(t) &= R_s\{\sin \theta \cos \theta_0 \sin(\omega t + \psi_0) + \\ &+ [\cos(\omega t + \psi_0) \cos(\Omega t + \varphi_0 - \varphi) + \\ &+ \cos \theta \sin(\omega t + \psi_0) \sin(\Omega t + \varphi_0 - \varphi)] \sin \theta_0\} - R_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\omega = \sqrt{GM/R_s^3}$ — угловая скорость обращения космического аппарата по круговой орбите; GM — произведение гравитационной постоянной и массы Земли; θ — наклонение орбиты; φ — долгота восходящего узла; ψ_0 — угловое расстояние космического аппарата в момент времени $t = 0$ от узла.

Для уменьшения погрешностей, вносимых неоднородностью атмосферы, рабочими при лазерной локации считаются участки небесной сферы, расположенные на 20° выше местного горизонта. Условие локации на 20° выше местного горизонта в топоцентрической системе отсчета принимает вид:

$$z_s(t) > \sqrt{x_s(t)^2 + y_s(t)^2 + z_s(t)^2} \cos 70^\circ. \quad (5)$$

Используя уравнения (3), (4), найдем движение лазерного импульса к космическому аппарату. Предположим, что космический аппарат появляется в области локации (5) в момент времени t_b . Тогда момент времени, в который лазерная станция испустит N -й световой импульс, будет определяться соотношением:

$$t_N = t_b + N\Delta T,$$

где ΔT — промежуток времени между излучением двух последовательных импульсов, а $N = 1, 2, 3, \dots$

Следуя работе [9], запишем решение уравнений (3)—(4) в виде пучка лучей, выходящих в момент времени $t = t_N$ из лазерной станции:

$$\begin{aligned} x_L(t) &= R_0 \sin \theta_0 \cos \theta_0 [\cos \Omega(t - t_N) - 1] + \\ &+ c(t - t_N)\{[n_x \cos[\Omega(t - t_N) + \varphi_0]] + \\ &+ n_y \sin[\Omega(t - t_N) + \varphi_0]\} \cos \theta_0 - n_z \sin \theta_0; \\ y_L(t) &= -R_0 \sin \theta_0 \sin \Omega(t - t_N) - \\ &- c(t - t_N)[n_x \sin[\Omega(t - t_N) + \varphi_0] - \\ &- n_y \cos[\Omega(t - t_N) + \varphi_0]]; \\ z_L(t) &= R_0 \sin^2 \theta_0 [\cos \Omega(t - t_N) - 1] + \\ &+ c(t - t_N)\{[n_x \cos[\Omega(t - t_N) + \varphi_0] + \\ &+ n_y \sin[\Omega(t - t_N) + \varphi_0]] \sin \theta_0 + n_z \cos \theta_0\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где n_x, n_y, n_z — постоянные интегрирования, определяющие ориентацию луча в пространстве. Подставляя выражения (6) в первый интеграл (3), получим условие, которому они должны удовлетворять:

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1. \quad (7)$$

В некоторый момент времени $t = t_r$ один из лучей (6) попадает на ретрорефлектор космического аппарата. Это означает, что в этот момент времени должно выполняться равенство:

$$x_L(t_r) = x_s(t_r), y_L(t_r) = y_s(t_r), z_L(t_r) = z_s(t_r).$$

Решим эти уравнения относительно n_x, n_y, n_z :

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{1}{c(t_r - t_N)} \{R_s[\cos(\Omega t_N - \varphi) \cos(\omega t_r + \psi_0) + \\ &+ \sin(\Omega t_N - \varphi) \sin(\omega t_r + \psi_0) \cos \theta] - \\ &- R_0 \sin \theta_0 \cos \varphi_0\}; \\ n_y &= \frac{1}{c(t_r - t_N)} \{R_s[\cos(\Omega t_N - \varphi) \times \\ &\times \sin(\omega t_r + \psi_0) \cos \theta - \sin(\Omega t_N - \varphi) \times \\ &\times \cos(\omega t_r + \psi_0)] - R_0 \sin \theta_0 \sin \varphi_0\}; \\ n_z &= \frac{R_s \sin \theta \sin(\omega t_r + \psi_0) - R_0 \cos \theta_0}{c(t_r - t_N)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставим эти соотношения в выражение (7). В результате получим уравнение:

$$\begin{aligned} c^2(t_r - t_N)^2 &= R_s^2 + R_0^2 - 2R_s R_0 \{\sin \theta_0 \times \\ &\times [\cos(\omega t_r + \psi_0) \cos(\Omega t_N + \varphi_0 - \varphi) + \\ &+ \cos \theta \sin(\omega t_r + \psi_0) \sin(\Omega t_N + \varphi_0 - \varphi)] + \\ &+ \cos \theta_0 \sin \theta \sin(\omega t_r + \psi_0)\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Решая численно это трансцендентное уравнение, найдем момент времени $t = t_r$ отражения N -го лазерного импульса от космического аппарата.

Рассмотрим теперь отражение лазерного импульса от движущегося к Земле космического аппарата. В работе [16] было показано, что в геоцентрической невращающейся системе отсчета вектор скорости отраженного светового импульса $\mathbf{V}_{ref}$ определяется следующим образом:

$$\mathbf{V}_{ref} = 2\mathbf{V}_r - 2(\mathbf{V}_{(ph)}\mathbf{V}_r)\mathbf{V}_{(ph)}/c^2 + O(\mathbf{V}_r^2/c^2)\mathbf{V}_{(ph)}, \quad (10)$$

где $\mathbf{V}_r$ — вектор скорости космического аппарата; $\mathbf{V}_{(ph)}$ — вектор скорости импульса, испущенного лазерной станцией.

Именно в силу этого релятивистского соотношения [20] и возникают угловые искажения [21] в законе отражения движущегося ретро-рефлектора. Поэтому перейдем от координат x, y, z топоцентрической системы отсчета к координатам $x^{(4)}, y^{(4)}, z^{(4)}$ невращающейся геоцентрической системы отсчета:

$$\begin{aligned} x^{(4)} &= [x \cos \theta_0 + (z + R_0) \sin \theta_0] \cos(\Omega t + \varphi_0) - y \sin(\Omega t + \varphi_0); \\ y^{(4)} &= [x \cos \theta_0 + (z + R_0) \sin \theta_0] \sin(\Omega t + \varphi_0) + y \cos(\Omega t + \varphi_0); \\ z^{(4)} &= -x \sin \theta_0 + (z + R_0) \cos \theta_0. \end{aligned}$$

Подставляя эти соотношения в выражения (6), найдем в невращающейся геоцентрической системе отсчета уравнение луча, по которому световой импульс движется от лазерной станции к космическому аппарату:

$$\begin{aligned} x_L^{(4)}(t) &= R_0 \sin \theta_0 \cos(\Omega t_N + \varphi_0) + c(t - t_N)[n_x \cos \Omega t_N - n_y \sin \Omega t_N]; \\ y_L^{(4)}(t) &= R_0 \sin \theta_0 \sin(\Omega t_N + \varphi_0) + c(t - t_N)[n_x \sin \Omega t_N + n_y \cos \Omega t_N]; \\ z_L^{(4)}(t) &= R_0 \cos \theta_0 + c(t - t_N)n_z, \end{aligned}$$

где компоненты вектора $\mathbf{n}$ заданы выражениями (8).

Компоненты вектора скорости лазерного импульса $\mathbf{V}_{(ph)}$ в этой системе отсчета в момент времени $t = t_r$ определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} V_{(ph)}^x(t_r) &= \frac{dx_L^{(4)}(t)}{dt} \Big|_{t=t_r} = \\ &= \frac{1}{(t_r - t_N)} \{ R_s [\cos \varphi \cos(\omega t_r + \psi_0) - \\ &- \sin \varphi \sin(\omega t_r + \psi_0) \cos \theta] - \\ &- R_0 \sin \theta_0 \cos(\Omega t_N + \varphi_0) \}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_{(ph)}^y(t_r) &= \frac{dy_L^{(4)}(t)}{dt} \Big|_{t=t_r} = \\ &= \frac{1}{(t_r - t_N)} \{ R_s [\sin \varphi \cos(\omega t_r + \psi_0) + \\ &+ \cos \varphi \sin(\omega t_r + \psi_0) \cos \theta] - \\ &- R_0 \sin \theta_0 \sin(\Omega t_N + \varphi_0) \}; \\ V_{(ph)}^z(t_r) &= \frac{dz_L^{(4)}(t)}{dt} \Big|_{t=t_r} = \\ &= \frac{R_s \sin \theta \sin(\omega t_r + \psi_0) - R_0 \cos \theta_0}{(t_r - t_N)}. \end{aligned}$$

Найдем теперь закон движения космического аппарата по круговой орбите в невращающейся геоцентрической системе отсчета:

$$\begin{aligned} x_S^{(4)}(t) &= R_S [\cos \varphi \sin(\omega t + \psi_0) - \\ &- \sin \varphi \cos \theta \sin(\omega t + \psi_0)]; \\ y_S^{(4)}(t) &= R_S [\sin \varphi \cos(\omega t + \psi_0) + \\ &+ \cos \varphi \cos \theta \sin(\omega t + \psi_0)]; \\ z_S^{(4)}(t) &= R_S \sin \theta \sin(\omega t + \psi_0)]. \end{aligned}$$

Компоненты вектора скорости космического аппарата $\mathbf{V}_r$ в этой системе отсчета можно найти, дифференцируя эти выражения по времени и подставляя в них $t = t_r$:

$$\begin{aligned} V_r^x(t_r) &= -\omega R_S [\cos \varphi \sin(\omega t_r + \psi_0) + \\ &+ \sin \varphi \cos \theta \cos(\omega t_r + \psi_0)]; \\ V_r^y(t_r) &= \omega R_S [\cos \varphi \cos \theta \cos(\omega t_r + \psi_0) - \\ &- \sin \varphi \sin(\omega t_r + \psi_0)]; \\ V_r^z(t_r) &= \omega R_S \sin \theta \cos(\omega t_r + \psi_0). \end{aligned} \quad (12)$$

Эти соотношения позволяют получить явный вид для компонент вектора скорости отраженного лазерного импульса $\mathbf{V}_{ref}$ в невращающейся геоцентрической системе отсчета.

Рассмотрим теперь движение отраженного лазерного импульса от космического аппарата к Земле. В невращающейся геоцентрической системе отсчета свет распространяется, как известно, прямолинейно.

Движение центра отраженного светового импульса в этой системе отсчета будет происходить вдоль вектора скорости $\mathbf{V}_{ref}$, начинаясь при $t = t_r$ в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_s^{Geo}(t_r)$:

$$\begin{aligned} x_{ref}^{(4)}(t) &= x_S^{(4)}(t_r) + V_{ref}^x(t_r)(t - t_r); \\ y_{ref}^{(4)}(t) &= y_S^{(4)}(t_r) + V_{ref}^y(t_r)(t - t_r); \\ z_{ref}^{(4)}(t) &= z_S^{(4)}(t_r) + V_{ref}^z(t_r)(t - t_r). \end{aligned}$$

Используя соотношения

$$\begin{aligned}x &= [x^{(4)} \cos(\Omega t + \varphi_0) + \\&+ y^{(4)} \sin(\Omega t + \varphi_0)] \cos \theta_0 - z^{(4)} \sin \theta_0; \\y &= -x^{(4)} \sin(\Omega t + \varphi_0) + y^{(4)} \cos(\Omega t + \varphi_0); \\z &= [x^{(4)} \cos(\Omega t + \varphi_0) + \\&+ y^{(4)} \sin(\Omega t + \varphi_0)] \sin \theta_0 + z^{(4)} \cos \theta_0 - R_0,\end{aligned}$$

связывающие координаты x, y, z топоцентрической системы отсчета с координатами $x^{(4)}, y^{(4)}, z^{(4)}$ невращающейся геоцентрической системы отсчета, найдем закон движения $r = r_{ref}(t) = \{x_{ref}(t), y_{ref}(t), z_{ref}(t)\}$ центра отраженного лазерного импульса в системе отсчета, связанной с лазерной станцией:

$$\begin{aligned}x_{ref}(t) &= R_S \{ [\cos(\omega t_r + \psi_0) \cos(\Omega t + \varphi_0 - \varphi) + \\&+ \cos \theta \sin(\omega t_r + \psi_0) \sin(\Omega t + \varphi_0 - \varphi)] \cos \theta_0 - \\&- \sin \theta \sin \theta_0 \sin(\omega t_r + \psi_0) + (t - t_r) \{ [V_{(ref)}^x(t_r) \times \\&\times \cos(\Omega t + \varphi_0) + V_{(ref)}^y(t_r) \sin(\Omega t + \varphi_0)] \cos \theta_0 - \\&- V_{(ref)}^z(t_r) \sin \theta_0 \}; \\y_{ref}(t) &= R_S [\cos \theta \sin(\omega t_r + \psi_0) \cos(\Omega t + \varphi_0 - \varphi) - \\&- \cos(\omega t_r + \psi_0) \sin(\Omega t + \varphi_0 - \varphi)] + (t - t_r) \times \\&\times [V_{(ref)}^y(t_r) \cos(\Omega t + \varphi_0) - V_{(ref)}^x(t_r) \sin(\Omega t + \varphi_0)]; \\z_{ref}(t) &= R_S \{ \sin \theta \cos \theta_0 \sin(\omega t_r + \psi_0) + \\&+ [\cos(\omega t_r + \psi_0) \cos(\Omega t + \varphi_0 - \varphi) + \\&+ \cos \theta \sin(\omega t_r + \psi_0) \sin(\Omega t + \varphi_0 - \varphi)] \sin \theta_0 \} + \\&+ (t - t_r) \{ [V_{(ref)}^x(t_r) \cos(\Omega t + \varphi_0) + V_{(ref)}^y(t_r) \times \\&\times \sin(\Omega t + \varphi_0)] \sin \theta_0 + V_{(ref)}^z(t_r) \cos \theta_0 \} - R_0.\end{aligned} \quad (13)$$

В некоторый момент времени $t = t_f(N)$ центр N -го лазерного импульса достигнет поверхности Земли и его расстояние от центра Земли будет равно радиусу Земли. В топоцентрической системе отсчета это условие дает уравнение:

$$x_{ref}(t_f(N))^2 + y_{ref}(t_f(N))^2 + [z_{ref}(t_f(N)) + R_0]^2 = R_0^2.$$

Подставляя в это уравнение соотношения (16), приведем его к виду:

$$\begin{aligned}&c^2(t_f(N) - t_r)^2 + \\&+ 2(t_f(N) - t_r) R_S \{ V_{(ref)}^z(t_r) \sin \theta \sin(\omega t_r + \psi_0) + \\&+ V_{(ref)}^x(t_r) [\cos \varphi \cos(\omega t_r + \psi_0) - \\&- \sin \varphi \cos \theta \sin(\omega t_r + \psi_0)] + \\&+ V_{(ref)}^y(t_r) [\sin \varphi \cos(\omega t_r + \psi_0) + \\&+ \cos \varphi \cos \theta \sin(\omega t_r + \psi_0)] \} + R_S^2 - R_0^2 = 0.\end{aligned} \quad (14)$$

Решая численно это уравнение относительно $t_f(N)$ и выбирая из двух его корней наименьший, найдем время $t_f(N)$ достижения центром отраженного светового импульса точки поверхности Земли, ближайшей к космическому аппарату.

Квадрат расстояния R^2 от лазерной станции ($x = 0, y = 0, z = 0$) до центра пятна $x = x_{ref}(t_f(N)), y = y_{ref}(t_f(N)), z = z_{ref}(t_f(N))$, образуемого отраженным световым импульсом на поверхности Земли, можно найти по формуле

$$R^2 = [x_{ref}(t_f(N))]^2 + [y_{ref}(t_f(N))]^2 + [z_{ref}(t_f(N))]^2. \quad (15)$$

Полученные формулы позволяют найти и скорости движения центров пятен по поверхности Земли. Так как локация космических аппаратов проводится импульсными лазерами [6] с частотой повторения импульсов до 10^3 Гц, то между излучением двух последовательных импульсов проходит время $\Delta T = 10^{-3}$ с. Поэтому центры пятен, создаваемых отраженными от космического аппарата импульсами, будут двигаться по поверхности Земли не непрерывно, а дискретно. В качестве скорости движения центров световых импульсов по поверхности Земли примем отношение разности координат центров пятен, образуемых на Земле двумя последовательными импульсами N -м и $(N + 1)$ -м, к промежутку времени между их прибытиями:

$$\begin{aligned}V_x &= \frac{x_{ref}(t_f(N + 1)) - x_{ref}(t_f(N))}{[t_f(N + 1) - t_f(N)]}; \\V_y &= \frac{y_{ref}(t_f(N + 1)) - y_{ref}(t_f(N))}{[t_f(N + 1) - t_f(N)]}; \\V_z &= \frac{z_{ref}(t_f(N + 1)) - z_{ref}(t_f(N))}{[t_f(N + 1) - t_f(N)]}.\end{aligned} \quad (16)$$

Именно с такой средней скоростью должен двигаться по поверхности Земли приемный телескоп из точки $r_{ref}(t_{N+1})$ в точку $r_{ref}(t_N)$, чтобы в него попадали центры пятен этих двух импульсов.

Построенная математическая модель (3)—(16) лазерной локации с поверхности вращающейся Земли дает все необходимое для разработки компьютерной системы управления работой лазерной станции с подвижным телескопом.

Алгоритмическое обеспечение процесса лазерной станции с подвижным приемным телескопом

Приведем кратко пошаговый алгоритм для созданной математической модели.

1. Ввод исходных данных.
2. Определение момента времени t_b появления космического аппарата в области локации с использованием формул (4), (5).
3. Определение момента времени t_1 запуска первого светового импульса ($N = 1$) из формулы $t_N = t_b + N\Delta T$ при заданном ΔT .
4. Решая численно уравнение (9), находим момент времени t_r отражения первого импульса от ретрорефлектора.
5. По формуле (11) определяем компоненты вектора скорости лазерного импульса в невращающейся геоцентрической системе отсчета.
6. По формуле (12) определяем компоненты вектора скорости космического аппарата в этой же системе отсчета.
7. По формуле (10) вычисляем компоненты вектора скорости отраженного светового импульса в геоцентрической невращающейся системе отсчета.
8. Численно решая относительно $t_f(N)$ уравнение (14), находим два корня и, выбирая из двух корней наименьший, найдем время $t_f(N)$ достижения центром отраженного импульса точки поверхности Земли, ближайшей к космическому аппарату.
9. После этого, подставляя в выражение (13) $t = t_f(N)$, найдем координаты $x_{ref}(t = t_f(N))$, $y_{ref}(t = t_f(N))$, $z_{ref}(t = t_f(N))$ центра пятна первого и последующих импульсов: $N = 1, 2, \dots$.
10. t_N , x_{ref} , y_{ref} , z_{ref} передаем на дисплей водителя подвижной части телескопа. По формуле (16) определяем минимально необходимую скорость для того, чтобы прибыть в точку к приходу следующего отраженного импульса раньше его.
11. Водитель, используя Глонасс, перемещает автомобиль в точку с координатами x_{ref} , y_{ref} , z_{ref} , после чего в момент времени $t_f(N)$ подвижный телескоп принимает отраженный световой импульс и регистрирует время его прихода по всемирному времени UT. После этого для определения места нахождения подвижного телескопа в точке, куда должен попасть центр второго отраженного импульса, вся процедура повторяется заново. Для какого-то импульса с номером N условие локации (5) перестает выполняться и, используя формулы (4), (5), определяется момент времени следующего появления космического аппарата в области локации. На этом данный сеанс локации заканчивается.

Программное обеспечение процесса лазерной станции с подвижным приемным телескопом

Для проведения численных расчетов по описанному алгоритму был создан программный комплекс. Компонентами этого комплекса являются:

1. LRPROG1. Эта компонента реализована на языке программирования C++. Данная компонента проводит расчет времени вхождения космического аппарата в зону видимости лазерной станции, проводит расчет времени и координат прихода центров отраженных пятен.

2. LRPROG2. Эта компонента реализована на языке программирования Qt. Регистрирует время старта каждого лазерного импульса с записью в базу данных.

3. LRPROG3. Эта компонента реализована на языке программирования Qt. Компонента опрашивает систему Глонасс и определяет координаты и время текущего местоположения подвижного телескопа, просчитывает маршрут к центру первого пятна, дает команду исполнительному устройству на начало движения и контролирует процесс движения, используя связь с Глонасс. Далее регистрирует время прихода каждого отраженного импульса и прокладывает маршрут движения подвижного телескопа к последующему N -му центру пятна. Все полученные данные хранит в базе данных подвижного телескопа.

Апробация разработанного алгоритма и программного обеспечения системы лазерной локации методом компьютерного моделирования

С использованием разработанной компьютерной системы были проведены имитационные эксперименты по принятию решений на осуществление требуемого местоположения подвижного телескопа лазерной станции при локации космических аппаратов, показавшие хорошие результаты. В качестве высокоорбитального ИСЗ [22] при проведении численных расчетов был выбран ИСЗ "Compass-MS2" (высота орбиты 21 528 км, наклонение 55°), имеющий на внешних панелях угловые лазерные отражатели. В качестве низкоорбитального ИСЗ был выбран "Larets" (высота орбиты 691 км, наклонение 98,204°). В качестве лазерных станций были выбраны Качивели (44,3932° северной широты, 33,9701° восточной долготы,

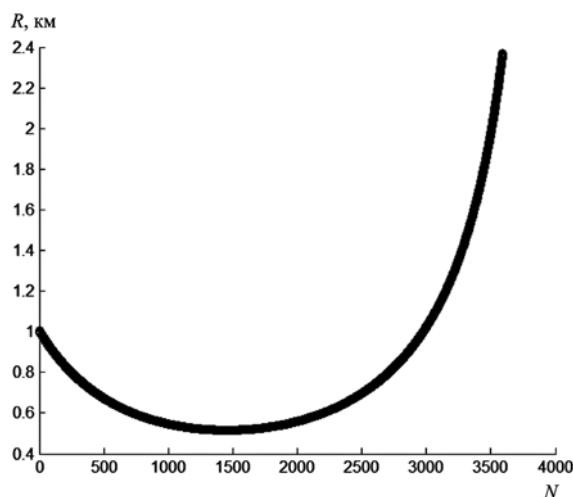


Рис. 1. Расстояние R между неподвижной лазерной станцией и подвижным телескопом (в км) в зависимости от номера импульса N при локации ИСЗ "Compass-MS2"

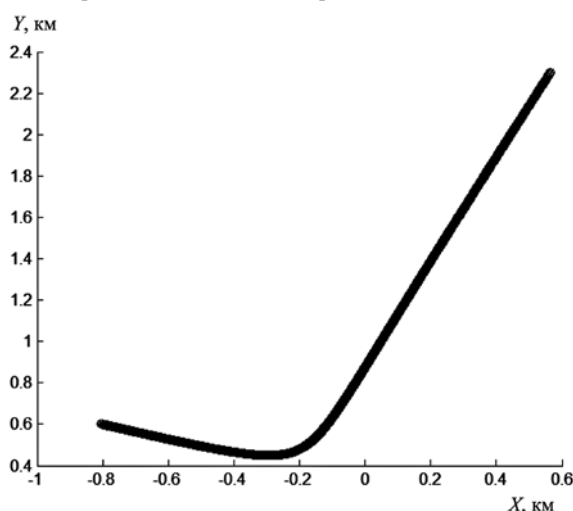


Рис. 2. Траектория на поверхности Земли (в плоскости XOY) центров пятен отраженных световых импульсов при локации ИСЗ "Compass-MS2". Расстояния вдоль осей даны в километрах

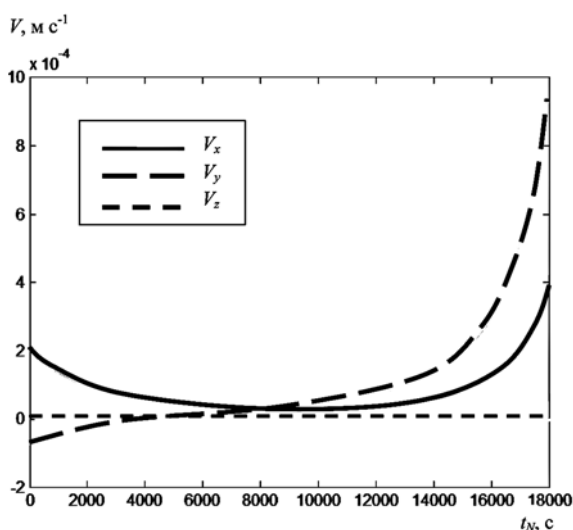


Рис. 3. Зависимость компонент скорости центров пятен (в м/с) от времени t_N в пределах одного сеанса локации ИСЗ "Compass-MS2"

высота над уровнем геоида 68,7 м) и Светлое (60,5332° северной широты, 29,7805° восточной долготы, высота над уровнем геоида 69 м).

Как показали расчеты, существенное влияние на значение отклонения центра пятна от лазерной станции (16) оказывает радиус орбиты космического аппарата. Так, например, при локации ИСЗ "Compass-MS2" в зависимости от положения ИСЗ в области локации (3) это расстояние изменяется от 200 до 1100 м (рис. 1).

Для низкоорбитальных ИСЗ расстояние от центров пятен отраженных световых импульсов до лазерной станции оказывается меньше, чем для высокоорбитальных ИСЗ, — от 50 до 200 м.

Линия, образованная центрами отраженных световых импульсов на поверхности Земли при локации ИСЗ "Compass-MS2", показана на рис. 2.

Некоторая асимметрия графиков для высокоорбитальных космических аппаратов вызывается тем, что за время нахождения аппарата в области локации Земля совершает поворот вокруг своей оси на угол $\Delta\varphi = \Omega(T_2 - T_1)/(2\pi)$, где T_2 — момент входа аппарата в область (3), а T_1 — момент его выхода из этой области.

Поэтому графики не обладают осью симметрии относительно линии времени $t = (T_2 - T_1)/2$.

Скорость движения центров пятен при локации космических аппаратов не превышает 8 км/ч. График зависимости компонентов скорости от времени приведен на рис. 3.

Имитационные эксперименты по локации космических аппаратов с подвижным приемным телескопом показали хорошие результаты.

Преимущества предложенного подхода к управлению подвижного телескопа лазерной станции заключаются в том, что система работает в режиме реального времени и не накапливает ошибок вычислений.

Заключение

Проведенный анализ показал техническую реализуемость предлагаемого нового способа локации. При таком методе проведения локации космических аппаратов принимаемый поток энергии от отраженных импульсов значительно увеличивается. Максимальная скорость движения центров пятен отраженных световых импульсов по поверхности Земли не превышает 8 км/ч. Поэтому обеспечить движение подвижного телескопа за ними по поверхности Земли технически возможно. При таком способе локации ИСЗ потребуется изменение

приемной и передающей аппаратуры, системы регистрации и программного обеспечения. Как показал анализ, принципиально невыполнимых требований к технике и программному обеспечению не возникает.

В результате же область уверенного приема отраженных импульсов при лазерной локации высокоорбитальных ИСЗ значительно увеличится.

Список литературы

1. **Salvoldi M., Choukroun D.** AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. <<Intersatellite Laser Ranging and Attitude Robust Measurement Planning>>. San Diego, California, USA. 2016. <https://doi.org/10.2514/6.2016-2094>
2. **Ales F., Gath P. F., Johann U., Braxmaier C.** Modeling and Simulation of a Laser Ranging Interferometer Acquisition and Guidance Algorithm. // Journal of Spacecraft and Rockets. January 2014. Vol. 51, N. 1. P. 226–238. [<https://doi.org/10.2514/1.A32567>]
3. **Schumacher P. W., Gilbreath G. C., Davis M. A., Lydick E. D.** Precision of Satellite Laser Ranging Calibration of the Naval Space Surveillance System // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. September 2001. Vol. 24, N. 5. P. 925–932. URL: <https://doi.org/10.2514/2.4829>
4. **Buccino D. R., Seubert J. A., Asmar S. W., Park R. S.** Optical Ranging Measurement with a Lunar Orbiter: Limitations and Potential // Journal of Spacecraft and Rockets. May 2016. Vol. 53, N. 3. P. 457–463. URL: <https://doi.org/10.2514/1.A33415>
5. **Hough M. E.** Precise Orbit Determination Using Satellite Radar Ranging // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. July 2012. Vol. 35, N. 4. P. 1048–1058. URL: <https://doi.org/10.2514/1.56873>
6. **Денисов М. М.** Исследование погрешности определения углового положения космического аппарата при лазерной локации // Измерительная техника. 2009. № 11. С. 22–25.
7. **Денисов М. М.** Линейное отклонение отраженных лазерных импульсов при локации геостационарного ИСЗ // Электросвязь. 2010. № 10. С. 42–45.
8. **Денисов М. М.** Исследование линейной девиации при лазерной локации космических аппаратов на круговых орбитах // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. Т. 10, № 4. С. 29–37.
9. **Денисов М. М., Денисова И. П., Пасисниченко М. А.** Математическое моделирование движения отраженных импульсов по поверхности Земли при лазерной локации космических аппаратов, находящихся на круговых орбитах // Электромагнитные волны и электронные системы. 2016. Т. 21, № 4. С. 3–10.
10. **Старовойтов Е. И., Савчук Д. В.** Программа "МИТРА" для моделирования характеристик бортовых лазерных локационных систем космических аппаратов // Труды МАИ. Электронный журнал. 2014. Вып. № 75. С. 1–17.
11. **Старовойтов Е. И., Зубов Н. Е.** Прикладные вопросы разработки бортовой лазерной локационной аппаратуры // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. Электронный журнал. 2015. № 9. С. 81–105.
12. **Старовойтов Е. И., Зубов Н. Е.** Анализ погрешностей и оптимизация приемного тракта бортовой лазерной локационной аппаратуры при измерении средних дальностей до космических объектов // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 4. С. 115–128.
13. **Мурашкин В. В., Садовников М. А., Соколов А. Л., Шаргородский В. Д.** Исследование диаграммы направленности угловых отражателей с различным покрытием граней // Электромагнитные волны и электронные системы. 2011. Т. 16, № 3. С. 47–50.
14. **Останина М. В., Пасисниченко М. А., Ростовский В. С.** Математическое моделирование релятивистского эффекта при лазерной локации искусственных спутников Земли // Вестник Московского университета. Физика. Астрономия. 2013. № 6. С. 42–46.
15. **Ashby N., Bertotti B.** Relativistic effects in local inertial frames // Physical Review. 1986. Vol. 34, N. 8. P. 2246–2258.
16. **Денисов М. М.** Закон отражения лазерного импульса от ретрорефлектора, установленного на космическом аппарате // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. Т. 15, № 4. С. 33–39.
17. **Degnan J. A.** Tutorial on Retroreflectors and Arrays for SLR // Presentation and paper from ILRS Technical Laser Workshop "Satellite, Lunar and Planetary Laser Ranging: Characterizing the Space Segment, INFN-LNF, Frascati, Italy, 2012. November 05–09.
18. **Дубошин Г. Н.** Небесная механика. М.: Наука, 1968. 800 с.
19. **Shatina A. V., Sherstnyov E. V.** Satellite motion in the gravitational field of a viscoelastic planet with a core // Cosmic Research. 2015. Vol. 53, N. 2. P. 163–170.
20. **Денисов М. М.** Математическое моделирование релятивистских поправок при лазерной локации космических аппаратов // Математическое моделирование. 2008. Т. 20, N. 6. С. 57–66.
21. **Denisov V. I., Denisov M. M.** Mathematical Modeling of Angular Distortions in Laser Ranging of the Radio Astron Satellite // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2008. Vol. 48, iss. 8. P. 1418–1427.
22. **International Laser Ranging Service** A service of the International Association of Geodesy. URL: <http://ilrs.gsfc.nasa.gov>

I. P. Denisova, D. Sc., Professor, e-mail: kaf.pmitet.mai@yandex.ru,
Yu. A. Kostikov, Ph. D., Professor, e-mail: kaf.pmitet.mai@yandex.ru,
M. V. Lebedeva, Senior Lecturer, e-mail: kaf.pmitet.mai@yandex.ru,
M. A. Pasisnichenko, Assistant, e-mail: kaf.pmitet.mai@yandex.ru
Moscow Aviation Institute (National Research University),

Mathimatical, Algorithmic and Software Support for a Spacecraft Laser-Ranging System Using a Movable Telescope

A mathematical model of the laser-ranging of the circular orbiting spacecraft was developed using a laser station located on the surface of the rotating Earth. This model is based on the equations of motion of light pulses in a non-inertial rotating reference frame, deriving from the equations of Einstein's Theory of General Relativity.

Numerical calculations and laser ranging practice have shown that the centers of the spots formed by the reflected from the spacecraft retroreflector light pulses, move across the Earth surface. During a single location's session, their distance from the laser station varies from several hundred meters to a dozen meters. Therefore, the receiving telescope of the laser station is located on the periphery of the spot.

The intensity of the reflected light pulse decreases in its cross-section with the distance from the center to the periphery. Therefore, only a small part of the flow of the light energy of the reflected pulse reaches the receiving telescope. The speed of the spots' centers movement on the Earth surface is not more than ten miles per hour.

In the paper a new method of carrying out laser ranging was proposed, when the receiving telescope separated from the laser station by a special device follows the centers of the spots formed by the light pulses reflected from the spacecraft.

The aim of this work is the development of an algorithm and software that are essential for the new method of carrying out spacecraft laser ranging. A set of programs designed to implement the method is described. A computational experiment aimed at the study of evaluation of effectiveness of the proposed method on high-orbital as well as low-orbital spacecrafts ranging was accomplished. This experiment has shown good results. Therefore, this new laser ranging approach can be recommended as a possible basis for creation of the next generation intelligent laser stations.

Keywords: mathematical model of laser location, a retroreflector, an algorithm, a database, The GLONASS System, the decision-making

DOI: 10.17587/it.24.573-581

References

1. Salvoldi M., Choukroun D. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Intersatellite Laser Ranging and Attitude Robust Measurement Planning, San Diego, California, USA, 2016. [https://doi.org/10.2514/6.2016-2094]
2. Ales F., Gath P. F., Johann U., Braxmaier C. Modeling and Simulation of a Laser Ranging Interferometer Acquisition and Guidance Algorithm, *Journal of Spacecraft and Rockets*, January 2014, vol. 51, no. 1, pp. 226–238, URL: https://doi.org/10.2514/1.A32567
3. Schumacher P. W., Gilbreath G. C., Davis M. A., Lydick E. D. Precision of Satellite Laser Ranging Calibration of the Naval Space Surveillance System, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, September 2001, vol. 24, no. 5, pp. 925–932. URL: https://doi.org/10.2514/2.4829
4. Buccino D. R., Seubert J. A., Asmar S. W., Park R. S. Optical Ranging Measurement with a Lunar Orbiter: Limitations and Potential, *Journal of Spacecraft and Rockets*, May 2016, vol. 53, no. 3, pp. 457–463, URL: https://doi.org/10.2514/1.A33415
5. Hough M. E. Precise Orbit Determination Using Satellite Radar Ranging, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, July 2012, vol. 35, no. 4, pp. 1048–1058, URL: https://doi.org/10.2514/1.56873
6. Denisov M. M. Issledovanie pogreshnosti opredeleniya uglovogo polozheniya kosmicheskogo apparata pri lazernoj lokacii, *Izmeritel'naja tehnika*, 2009, no. 11, pp. 22–25 (in Russian).
7. Denisov M. M. Linejnoe otklonenie otrazhennykh lazernykh impul'sov pri lokacii geostacionarnogo ISZ, *Jelektrosvjaz'*, 2010, no. 10, pp. 42–45 (in Russian).
8. Denisov M. M. Issledovanie linejnoi deviacii pri lazernoj lokacii kosmicheskikh apparatov na krugovykh orbitah, *Informacionno-izmeritel'nye i upravljajushhie sistemy*, 2012, vol. 10, no. 4, pp. 29–37 (in Russian).
9. Denisov M. M., Denisova I. P., Pasisnichenko M. A. Matematicheskoe modelirovanie dvizheniya otrazhennykh impul'sov po poverhnosti Zemli pri lazernoj lokacii kosmicheskikh apparatov, nahodjashchih na krugovykh orbitah, *Jelektromagnitnye volny i jelektronnye sistemy*, 2016, vol. 21, no. 4, pp. 3–10 (in Russian).
10. Starovojtov E. I., Savchuk D. V. Programma "MITRA" dlja modelirovanija harakteristik bortovykh lazernykh lokacionnykh sistem kosmicheskikh apparatov, *Trudy MAI, Jelektronnyj zhurnal*, 2014, is. 75, pp. 1–17 (in Russian).
11. Starovojtov E. I., Zubov N. E. Prikladnye voprosy razrabotki bortovoj lazernoj lokacionnoj apparatury, *Nauka i obratovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N. Je. Bauman. Jelektron. zhurn.*, 2015, no. 9, pp. 81–105 (in Russian).
12. Starovojtov E. I., Zubov N. E. Analiz pogreshnostej i optimizacija priemnogo trakta bortovoj lazernoj lokacionnoj apparatury pri izmerenii srednih dal'nostej do kosmicheskikh ob'ektov, *Vestnik MGTU im. N. Je. Bauman. Ser. Priborostroenie*, 2016, no. 4, pp. 115–128 (in Russian).
13. Murashkin V. V., Sadovnikov M. A., Sokolov A. L., Sharгородskij V. D. Issledovanie diagrammy napravlenosti ugol'kovykh otrazhatelej s razlichnym pokrytiem granej, *Jelektromagnitnye volny i jelektronnye sistemy*, 2011, vol. 16, no. 3, pp. 47–50 (in Russian).
14. Ostanina M. V., Pasisnichenko M. A., Rostovskij V. S. Matematicheskoe modelirovanie reljativistskogo jeffekta pri lazernoj lokacii iskusstvennykh sputnikov Zemli, *Vestnik Moskovskogo universiteta. Fizika. Astronomija*, 2013, no. 6, pp. 42–46 (in Russian).
15. Ashby N., Bertotti B. Relativistic effects in local inertial frames, *Physical Review*, 1986, vol. 34, no. 8, pp. 2246–2258.
16. Denisov M. M. Zakon otrazhenija lazernogo impul'sa ot retroreflektora, ustanovlennogo na kosmicheskom apparate, *Jelektromagnitnye volny i jelektronnye sistemy*, 2010, vol. 15, no. 4, pp. 33–39 (in Russian).
17. Degnan J. A Tutorial on Retroreflectors and Arrays for SLR, Presentation and paper from ILRS Technical Laser Workshop "Satellite, Lunar and Planetary Laser Ranging: Characterizing the Space Segment", INFN-LNF, Frascati, Italy, November 05–09, 2012.
18. Duboshin G. N. *Nebesnaja mehanika*. Moscow, 1968. 800 p. (in Russian).
19. Shatina A. V., Sherstnyov E. V. Satellite motion in the gravitational field of a viscoelastic planet with a core, *Cosmic Research*, 2015, vol. 53, no. 2, pp. 163–170.
20. Denisov M. M. Matematicheskoe modelirovanie reljativistskikh popravok pri lazernoj lokacii kosmicheskikh apparatov, *Matematicheskoe modelirovanie*, 2008, vol. 20, no. 6, pp. 57–66.
21. Denisov V. I., Denisov M. M. Mathematical Modeling of Angular Distortions in Laser Ranging of the RadioAstron Satellite, *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2008, vol. 48, iss. 8, pp. 1418–1427.
22. International Laser Ranging Service A service of the International Association of Geodesy, available at: http://ilrs.gsfc.nasa.gov