

Л. Е. Назаров, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., e-mail: nazarov@ire.rssi.ru, Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, г. Фрязино
П. В. Шишкин, нач. сектора, e-mail: p_v_s@bk.ru,
АО "Информационные спутниковые системы" им. академика М. Ф. Решетнева, г. Железногорск

Характеристики помехоустойчивых блочных турбокодов на основе низкоплотных кодов

Приведены результаты исследований характеристик блочных турбокодов, формируемых с использованием составляющих низкоплотных кодов на основе конечной Евклидовой геометрии. Показано, что при приеме этих турбокодов можно применить алгоритмы итеративного приема, разработанные для общего класса низкоплотных кодов. Даны результаты моделирования алгоритмов итеративного приема для ряда рассматриваемых турбокодов.

Ключевые слова: помехоустойчивые коды, турбокоды, низкоплотные коды, конечная Евклидова геометрия, алгоритмы итеративного приема

Введение

Помехоустойчивые коды используют в цифровых системах связи в целях повышения надежности передачи информации по радиоканалам [1]. Кодовые конструкции под общим названием блочные турбокоды рассматриваются как одни из наиболее перспективных относительно вероятностных характеристик и сложности алгоритмов приема [2]. Данные турбокоды являются базовыми для ряда протоколов передачи информации, например для протоколов IESS-15, IESS-315, IESS-316e, разработанных для спутниковой системы связи Intelsat.

Рассматриваемые турбокоды формируются на основе последовательного объединения составляющих блочных кодов [2]. Суть алгоритмов приема этих кодов — декомпозиция оптимального правила приема на совокупность этапов обработки, соответствующих составляющим кодам, что приводит к существенному упрощению результирующих процедур приема [2, 3].

Класс известных составляющих кодов ограничен — используются блочные коды Хэмминга, простые коды с обобщенной проверкой на четность [2–4]. Актуальной является проблема разработки и исследования характеристик блочных турбокодов на основе составляющих кодов из других классов с простыми алгоритмами приема. В работе рассматриваются турбокоды, формируемые с использованием составляющих низкоплотных кодов

на основе конечных геометрий [1, 5, 6]. Для этих кодов известны алгоритмы формирования и приема, характеризующиеся низкой сложностью реализации [1, 5–7]. Приведены алгоритмы итеративного приема данных кодовых конструкций и результаты их компьютерного моделирования при наличии канального аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ).

1. Постановка задачи

Блочный турбокод на основе составляющих двоичных кодов C_1 , C_2 с параметрами (n_1, k_1) и (n_2, k_2) эквивалентен двумерной матрице [1, 2]. Строки матрицы — кодовые слова кода C_1 , столбцы матрицы — кодовые слова кода C_2 . Здесь n , k — длительность и информационный объем кодовых слов. Длительность кодовых слов кода-произведения равна $N = n_1 n_2$, объем информационного блока $K = k_1 k_2$, скорость кода $R = K/N$.

Алгоритмы оптимального приема сигналов, соответствующих помехоустойчивым кодам, основаны на вычислении множества 2^K корреляций входной реализации с этими сигналами [1, 6]. Для $K \gg 1$ реализация алгоритмов оптимального приема представляет трудноразрешимую проблему.

Для рассматриваемых турбокодов, формируемых с использованием простых составляющих блочных кодов (коды Хэмминга, коды с обобщенной проверкой на четность), разработаны

алгоритмы итеративного приема [2–7]. Эти алгоритмы характеризуются существенно меньшей сложностью реализации при незначительных энергетических потерях по отношению к оптимальному приему. Итерация итеративного приема включает выполнение двух этапов. На первом этапе на основе отсчетов входной реализации и априорных вероятностей относительно кодовых символов вычисляются апостериорные вероятности приема для символов кода C_1 (прием по горизонтали) [8]. Функционалы от вычисленных апостериорных вероятностей принимаются как априорные вероятности для кодовых символов, используемые на втором этапе итерации при вычислении апостериорных вероятностей символов кода C_2 (прием по вертикали). После выполнения задаваемого числа итераций принимаются решения относительно кодовых символов турбокода с использованием вычисленных апостериорных символьных вероятностей.

Теоретический анализ и моделирование алгоритмов итеративного приема рассматриваемых турбокодов показали их эффективность относительно вероятностных характеристик по сравнению с известными схемами помехоустойчивого кодирования, включая сверточные коды в сочетании с алгоритмом приема Витерби [9]. При увеличении информационных объемов турбокодов достигаются вероятностные характеристики при приеме, близкие к предельным теоретическим характеристикам [5].

Для рассматриваемых турбокодов, формируемых с использованием составляющих низкоплотностных кодов, можно применить алгоритмы итеративного приема, разработанные для общего класса низкоплотностных кодов. Обоснование этого подхода основано на том факте, что эти турбокоды также входят в класс низкоплотностных кодов [1]. Ниже рассматриваются составляющие низкоплотностные коды на основе конечной Евклидовой геометрии [1, 10], которые входят в класс циклических кодов и характеризуются низкой сложностью алгоритмов формирования и итеративного приема.

Суть задачи — разработка и исследование вероятностных характеристик алгоритмов итеративного приема турбокодов, формируемых с использованием составляющих низкоплотностных кодов на основе конечной Евклидовой геометрии.

2. Низкоплотностные коды на основе конечной Евклидовой геометрии и блочные турбокоды на их основе

Пусть $EG(m, 2^s)$ — m -мерная конечная Евклидова геометрия над полем $GF(2^s)$, m, s — положительные целые числа [1]. Эта геометрия со-

держит 2^{ms} точек в виде векторов с m компонентами поля $GF(2^s)$. $EG(m, 2^s)$ содержит $2^{(m-1)s} \times (2^{ms} - 1)/(2^s - 1)$ линий с 2^s точками в своем составе.

Геометрию $EG(m, 2^s)$ можно рассматривать как расширение поля $GF(2^{ms})$ над $GF(2^s)$ [1, 10]. Пусть α — примитивный элемент этого поля, множество элементов $0, \alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^{2^{ms}-2}$ эквивалентно 2^{ms} точкам геометрии $EG(m, 2^s)$, а α^i, α^j — линейно независимые точки в $EG(m, 2^s)$. Множество точек, задаваемых соотношениями $\{\alpha^i + \beta\alpha^j; \beta \in GF(2^s)\}$, определяет линию инцидентности, проходящую через α^i . Пусть $H_{EG}(m, s)$ — матрица с элементами из $GF(2)$, строки которой эквивалентны линиям инцидентности геометрии $EG(m, 2^s)$, не проходящим через 0. Эта матрица является проверочной матрицей низкоплотностного кода на основе геометрии $EG(m, 2^s)$. Матрица $H_{EG}(m, s)$ содержит $J = (2^{(m-1)s} - 1)/(2^s - 1)$ строк и $n = 2^{ms} - 1$ столбцов, строки матрицы имеют вес Хэмминга $J_N = 2^s$, столбцы имеют вес Хэмминга $J_D = (2^{ms} - 1)/(2^s - 1) - 1$.

Низкоплотностные коды на основе Евклидовой геометрии $EG(m, 2^s)$ являются циклическими кодами с порождающим многочленом $g_{EG}(x)$ [1]. Длина кодовых слов равна $n = 2^{ms} - 1$, минимальный вес Хэмминга $d_{\min} \geq J_D + 1$, размерность k определяется степенью порождающего многочлена $g_{EG}(x)$. Пусть α — примитивный элемент поля $GF(2^{ms})$, элемент α^h является корнем $g_{EG}(x)$ тогда и только тогда, когда выполняется условие [1]:

$$0 < \max_{0 \leq l < s} (W_{2^s}(h^{(l)})) \leq (m-1)(2^s - 1); \quad (1)$$

$$W_{2^s}(h) = \delta_0 + \delta_1 + \dots + \delta_{m-1}; \quad (2)$$

$$h = \delta_0 + \delta_1 2^s + \dots + \delta_{m-1} 2^{(m-1)s}, \quad (3)$$

$$0 \leq \delta_i < 2^s, 0 \leq i < m,$$

где $0 \leq \delta_i < 2^s, 0 \leq i < m$ — коэффициенты при разложении (3) показателя степени h элемента α ; $h^{(l)}$ — остаток величины $h2^l$ по модулю $(2^{ms} - 1)$.

В табл. 1 приведены параметры n, k, J_N, J_D , а также показатели степеней примитивного элемента α для порождающих многочленов, полученные с использованием соотношений (1)–(3) для ряда кодов на основе Евклидовой

Таблица 1

Параметры низкоплотностных кодов $EG(m, 2^s)$ (α — примитивный элемент поля $GF(2^{ms})$)

$(m, 2^s)$	n	k	d_{\min}	J_N	J_D	Показатели степеней α^i
$(2, 2^2)$	15	7	5	4	4	1, 3
$(2, 2^3)$	63	37	9	8	8	1, 3, 5, 7, 21
$(2, 2^4)$	255	175	17	16	16	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 37, 45

Таблица 2

Параметры блочных турбокодов, формируемых с использованием низкоплотных кодов $EG(m, 2^s)$

$(m, 2^s)$	n	k	d_{\min}	J_N	J_D	$R = k/n$
$(2, 2^2)$	225	49	25	4	8	0,22
$(2, 2^3)$	3969	1369	81	8	16	0,34
$(2, 2^4)$	65 025	30 625	289	16	32	0,47

геометрии $EG(m, 2^s)$ [7]. В табл. 2 приведены параметры n, k, J_N, J_D для блочных турбокодов на основе этого ряда низкоплотных кодов.

Приведем описание алгоритма итеративно-го приема ВР (*belief propagation*) низкоплотных кодов [5, 6, 10].

Обозначим $H = (h_{ij}; 0 \leq l < n - k; 0 \leq i < n)$ проверочную матрицу низкоплотного кода с параметрами (n, k) , n — длительность кодовых слов $\mathbf{V} = (b_0, b_1, \dots, b_{n-1})$, k — размерность кода. Пусть $\mathbf{Y} = (y_0, y_1, \dots, y_{n-1})$ — дискретная реализация с выхода демодулятора сигналов, поступающая на вход декодера, отсчеты реализации \mathbf{Y} задаются в виде $y_i = s_i + n_i$, где s_i — сигнальные составляющие; n_i — помеховые составляющие, $i = 0, 1, \dots, n - 1$. Введем обозначение $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ — последовательность "жестких" решений, т.е. $x_i = 0$ при условии $y_i \geq 0$ и $x_i = 1$ — в противном случае.

Рассматриваемые низкоплотные коды на основе конечных геометрий обладают свойством организации множества ортогональных проверочных соотношений для каждого кодового символа b_i кодовых слов \mathbf{V} [1, 6]. Пусть $N(m) = (i: h_{mi} = 1)$ — множество номеров позиций кодовых символов объемом $J_N(m)$, образующих m -е проверочное соотношение; $N(m)/l$ — множество $N(m)$ без l -го символа; $D(l) = (m: h_{ml} = 1)$ — множество проверочных ортогональных соотношений относительно кодового символа b_l объемом $J_D(l)$; $D(l)/m$ — множество ортогональных проверок $D(l)$ без m -й проверки. Рассматриваемые низкоплотные коды являются регулярными, т.е. выполняются условия $J_N(m) = J_N$ и $J_D(l) = J_D$ для всех m, l .

Алгоритм итеративного приема ВР использует описание низкоплотных кодов в виде двуслойного графа Таннера, задаваемого проверочной матрицей H [11]. Вершины первого



Рис. 1. Вид графа Таннера для низкоплотного кода $EG(2, 2^2)$ с параметрами $J_N = J_D = 4$ (\oplus — сложение в поле $GF(2)$)

слоя графа соответствуют кодовым символам, вершины второго слоя — ортогональным проверочным соотношениям. На рис. 1 в качестве примера приведен вид графа, соответствующего низкоплотному коду $(15, 7)$ с параметрами $J_N = J_D = 4$.

Алгоритм ВР включает инициализацию и три этапа обработки при выполнении итерации [1, 6, 10].

Инициализация. Устанавливаются начальные значения величин $z_{mi} = y_i, m \in J_D(i); i = 0, 1, \dots, n - 1$.

Шаг 1. Вычисляется последовательность "жестких" решений

$$\sigma_{mi} = \begin{cases} 1, & z_{mi} > 0, \\ 0, & z_{mi} \leq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Для каждой ортогональной проверки m вычисляются величины σ_m, L_{mi}

$$\sigma_m = \sum_{i \in N(m)} \sigma_{mi} \pmod{2}; \quad (5)$$

$$L_{mi} = (-1)^{\sigma_m \oplus \sigma_{mi} \oplus 1} \min_{i' \in N(m)/i} (|z_{mi'}|). \quad (6)$$

Шаг 2. На основе значений L_{mi} вычисляются величины z_{mi} для последующей итерации

$$z_{mi} = y_i + \sum_{m' \in D(i)/m} L_{m'i} \quad (7)$$

Шаг 3. При невыполнении требуемого числа итераций выполняется шаг 1 последующей итерации, иначе принимается решение относительно передаваемых кодовых символов b_i с использованием величин z_i

$$z_i = y_i + \sum_{m \in D(i)} L_{mi}. \quad (8)$$

Принимается решение $b_i = 0$, если $z_i \geq 0$, иначе $b_i = 1$.

Приведенный алгоритм итеративного приема ВР осуществляет параллельное использование величин L_{mi} для вычисления значений z_{mi} при реализации соотношения (7), т.е. на шаге 1 вычисляется полное множество $\{L_{mi}\}$ и после этого реализуется шаг 2. Модификация этого алгоритма (m -ВР) заключается в реализации последовательного использования величин L_{mi} при вычислении z_{mi} , т.е. шаг 2 реализуется после вычисления очередного значения $L_{mi}, i = 0, 1, \dots, n - 1$, не требуя вычисления полного множества $\{L_{mi}\}$ [12].

Рассматриваемые турбокоды, формируемые с использованием низкоплотных кодов с параметрами J_N и J_D , входят в класс низкоплотных кодов с параметрами J_N и $2J_D$ [1], поэтому при их приеме применяется приведенный алгоритм итеративного приема ВР (4)–(8).

3. Результаты моделирования

На рис. 2—4 приведены результаты моделирования алгоритмов итеративного приема для ряда рассматриваемых блоковых турбокодов

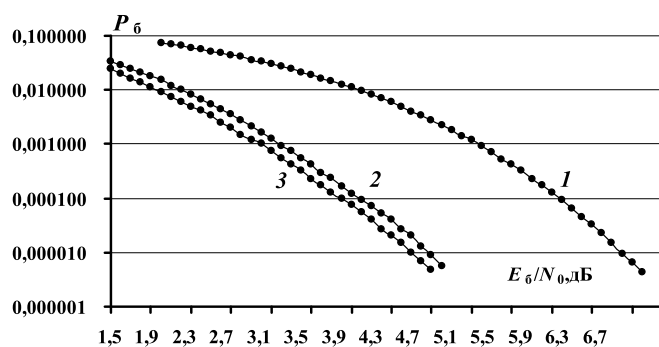


Рис. 2. Вероятности ошибки на бит итеративного приема турбокода, формируемого на основе низкоплотного кода (15,7) (длина кодовых слов $n = 225$, размерность $k = 49$, кодовая скорость $R = 0,22$):

1 — 2 итерации; 2 — 5 итераций; 3 — 10 итераций

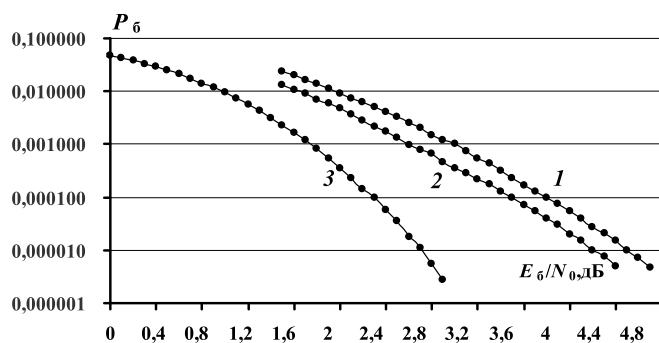


Рис. 3. Вероятности ошибки на бит итеративного приема турбокода, формируемого на основе низкоплотного кода (15,7) (длина кодовых слов $n = 225$, размерность $k = 49$, кодовая скорость $R = 0,22$, 10 итераций):

1 — алгоритм итеративного приема ВР; 2 — алгоритм итеративного приема m -ВР; 3 — граница вероятности P_6 случайного кодирования

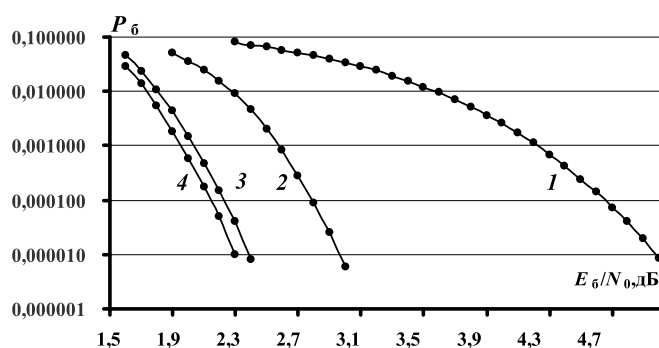


Рис. 4. Вероятности ошибки на бит итеративного приема турбокода, формируемого на основе низкоплотного кода (63,37) (длина кодовых слов $n = 3969$, размерность $k = 1369$, кодовая скорость $R = 0,34$):

1 — 2 итерации; 2 — 5 итераций; 3 — 10 итераций; 4 — 15 итераций

на основе низкоплотных кодов, параметры которых приведены в табл. 2. Кривые соответствуют зависимостям вероятности ошибки на бит P_6 от параметра сигнал/помеха при наличии АБГШ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Параметр сигнал/помеха определяется как E_6/N_0 , где E_6 — энергия сигналов на информационный бит. Число испытаний при моделировании ограничивалось достижением не менее 500 ошибок.

На рис. 2 приведены вероятности P_6 для разного числа итераций алгоритма ВР для турбокода, формируемого на основе низкоплотного кода (15,7) (длина кодовых слов $n = 225$, размерность $k = 49$, кодовая скорость $R = 0,22$). Кривые 1, 2 и 3 соответствуют применению двух, пяти и 10 итераций. Кривая 3 также соответствует применению 15 итераций, поэтому применение 10 итераций обеспечивает сходимость итеративного приема. При применении 10 итераций значение $P_6 = 10^{-5}$ достигается при $E_6/N_0 = 4,5$ дБ.

На рис. 3 приведены вероятности P_6 при реализации 10 итераций итеративного приема рассматриваемого турбокода. Кривая 1 соответствует алгоритму ВР, кривая 2 — алгоритму итеративного приема m -ВР, кривая 3 — известной границе P_6 случайного кодирования [1, 9] для данного турбокода, которая показывает существование кода с параметрами (n, k) и граничными вероятностными характеристиками. Видно, что применение алгоритма m -ВР определяет энергетический выигрыш до 0,2 дБ по отношению к алгоритму приема ВР. Видно также, что вероятностная кривая для алгоритма приема m -ВР близка к теоретической границе P_6 случайного кодирования — для $P_6 = 10^{-5}$ различие не превышает 1,5 дБ.

На рис. 4 приведены вероятности P_6 для разного числа итераций алгоритма ВР для турбокода, формируемого на основе низкоплотного кода (63,37) (длина кодовых слов $n = 3969$, размерность $k = 1369$, кодовая скорость $R = 0,34$). Кривые 1, 2, 3 и 4 соответствуют применению двух, пяти, 10 и 15 итераций. Видно, что кривые 3 и 4 практически совпадают (энергетические отличия не превышают 0,1 дБ), поэтому применение 10 итераций практически обеспечивает сходимость итеративного приема. При применении 10 итераций значение $P_6 = 10^{-5}$ достигается при $E_6/N_0 = 2,4$ дБ.

На рис. 5 приведены вероятности P_6 при реализации 10 итераций итеративного приема рассматриваемого турбокода (см. рис. 4). Кривая 1 соответствует алгоритму ВР, кривая 2 соответствует алгоритму итеративного приема m -ВР. Кривая 3 соответствует границе P_6 случайного кодирования для данного турбокода.

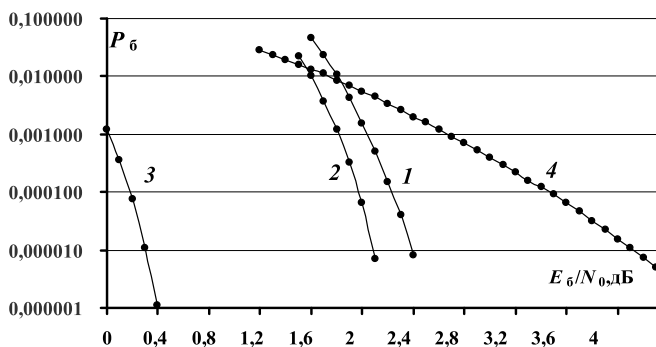


Рис. 5. Вероятности ошибки на бит итеративного приема турбокода, формируемого на основе низкоплотного кода (63,37) (длина кодовых слов $n = 3969$, размерность $k = 1369$, кодовая скорость $R = 0,34$, 10 итераций):

1 — алгоритм итеративного приема VR; 2 — алгоритм итеративного приема m -VR; 3 — граница вероятности P_b случайного кодирования; 4 — вероятность ошибки сверточного кода с кодовой скоростью $1/3$ (длина кодового ограничения 7, алгоритм приема Витерби)

Видно, что применение алгоритма m -VR также определяет энергетический выигрыш до 0,2 дБ по отношению к алгоритму приема VR. Видно также, что вероятностная кривая для алгоритма приема m -VR близка к теоретической границе P_b случайного кодирования — для $P_b = 10^{-5}$ различие не превышает 1,8 дБ. Вероятностная кривая 4 соответствует сверточному коду с эквивалентной кодовой скоростью $R = 1/3$ (длина кодового ограничения 7, алгоритм приема Витерби) [9]. Для $P_b = 10^{-5}$ энергетический выигрыш рассматриваемого турбокода с использованием алгоритма итеративного приема m -VR по отношению к сверточному коду составляет 2 дБ.

Заключение

Объект настоящих исследований — блочные турбокоды, особенность которых заключается в том, что они формируются с использованием составляющих низкоплотных кодов и также являются низкоплотными кодами. Вследствие этого при приеме данных турбокодов можно применить алгоритмы итеративного приема, разработанные для общего класса низкоплотных кодов, в частности алгоритм VR и его модификацию m -VR.

Приведены результирующие характеристики рассматриваемых турбокодов (длительность кодовых слов, информационный объем, кодовая скорость, вероятностные характеристики при приеме), формируемых с использованием ряда составляющих низкоплотных кодов на основе конечной Евклидовой геометрии, которые входят в класс циклических кодов и характеризуются низкой сложностью алгоритмов формирования и итеративного приема.

Для ряда рассматриваемых турбокодов проведено моделирование алгоритмов приема VR и m -VR, при использовании которых не требуется знания относительно значений энергетического параметра канала сигнал/помеха. Путем моделирования показано, что алгоритм m -VR более эффективен по сравнению с алгоритмом VR (энергетический выигрыш достигает 0,2 дБ).

Путем компьютерного моделирования показано, что энергетический выигрыш для турбокода по отношению к сверточному коду с эквивалентными кодовыми скоростями $R \approx 1/3$ для $P_b = 10^{-5}$ составляет 2 дБ.

Анализ характеристик турбокодов, формируемых с использованием класса составляющих низкоплотных кодов на основе конечной проективной геометрии в дополнение к конечной Евклидовой геометрии, представляет перспективное направление исследований.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 16-07-00746).

Список литературы

1. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976. 594 с.
2. Pyndiah R. M. Near-optimum decoding of product-codes: block turbo-codes // IEEE Transactions on Communications. 1998. Vol. 46, N. 8. P. 1003—1010.
3. Головкин И. В., Назаров Л. Е. Разработка и реализация алгоритмов итеративного декодирования блочных турбокодов // Цифровая обработка сигналов. 2009. № 4. С. 37—40.
4. Назаров Л. Е., Батанов В. В., Кузнецов О. О. Алгоритмы итеративного посимвольного приема блочных турбокодов на основе кодов с проверкой на четность. // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). 2014. № 9. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/sep14/1/text.pdf>.
5. MacKay D. J. C., Neal R. M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes // Electronics Letters. 1997. Vol. 33. P. 457—458.
6. Johnson S. J. Iterative Error Correction: Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes. Cambridge: Univ. Press, 2010. 335 p.
7. Назаров Л. Е., Щеглов М. А. Характеристики полных и укороченных помехоустойчивых низкоплотных кодов на основе конечных геометрий // Успехи современной радиоэлектроники. 2017. № 6. С. 23—30.
8. Назаров Л. Е. Алгоритмы посимвольного приема сигналов // Информационные технологии. 2010. № 2. С. 53—55.
9. Зюко А. Г., Фалько А. И., Панфилов И. П., Банкет В. Л., Ивашенко П. В. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации. М.: Радио и связь, 1985. 272 с.
10. Liu Z., Pados D. A. A decoding algorithms for finite-geometry LDPC codes. // IEEE Transactions on Communications. 2005. Vol. 53, N. 3. P. 415—421.
11. Tanner R. M. A recursive approach to low complexity codes // IEEE Transactions on Information Theory. 1981. Vol. 27, N. 9. P. 533—547.
12. Назаров Л. Е., Щеглов М. А. Вероятностные характеристики итеративного приема дискретных сигналов на основе помехоустойчивых блочных низкоплотных кодов // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). 2015. № 4. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/apr15/5/text.pdf>.

L. E. Nazarov, D. Sc., Leading Researcher, e-mail: nazarov@ire.rssi.ru,
Kotel'nikov Institute of Radio-Engineering and Electronics of RAS, Fryazino
P. V. Shishkin, e-mail: p_v_s@bk.ru,
JSC Academician M. F. Reshetnev "Information Satellite Systems", Zheleznogorsk

The Characteristics of Error-Correcting Block Turbo-Codes Based on Low-Density Parity-Check Codes

The focus of this paper is directed towards the investigation of the characteristics of error-correcting block turbo-codes which enable communication at relatively low received signal/noise and provide very high power efficiency. Specific feature of investigated turbo-codes is construction with usage of low-density parity-check codes (LDPC) and these turbo-codes are in the class of LDPC too. According to this fact the considered turbo-codes have symbol-by-symbol decoding algorithms developed for total class LDPC codes, namely, BP (belief propagation) and BP modification (mBP) decoding algorithms. The BP and mBP decoding algorithms are iterative and for that implementation the signal/noise is not required. The resulted characteristics of turbo-codes constructed with usage of LDPC based on Euclidean geometry (namely, duration of code words, information volume, code rate, error performances) are presented in this paper. These component LDPC codes are cyclic and have encoding and decoding algorithms with low complexity implementation. The computer simulations for encoding and iterative decoding algorithms for the number of turbo-codes with different code rate and information volumes are performed. The results of computer simulations have shown that the mBP decoding algorithm is more effective than BP decoding algorithm (difference between signal/noise is more 0.2 dB). The simulations have shown that the error performances of investigated turbo-codes are better than that for convolutional codes with equivalent code rate 1/3, the degradation is about 2 dB for bit-error 0.00001.

Keywords: block product codes, low-density parity-check codes, iterative decoding

References

1. Peterson W. W., Weldon E. J. *Error-Correcting Codes*. The MIT PRESS Cambridge, Massachusetts and London, England. 1972.
2. Pyndiah R. M. Near-optimum decoding of product-codes: block turbo-codes, *IEEE Transactions on Communications*, 1998, vol. 46, no. 8, pp. 1003–1010.
3. Golovkin I. V., Nazarov L. E. *Razrabotka i realizacija algoritmov iterativnogo dekodirovaniya blokovich turbo-kodov* [The development and realization of block turbo-codes decoding], *Zifrovaja obrabotka signalov*, 2009, no. 4, pp. 37–40.
4. Nazarov L. E., Batanov V. V., Kuznezov O. O. Algoritmi iterativnogo posimvolnogo priema blokovich turbo-kodov na osnove kodov s proverkoj na chetnost [Symbol-by-symbol iterative decoding algorithms for turbo-codes based on single-parity-check codes] // *Zhurnal Radioelektroniki*, 2014, no. 9, available at: <http://jre.cplire.ru/jre/sep14/1/text.pdf> (in Russian).
5. MacKay D. J. C., Neal R. M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes, *Electronics Letters*, 1997, vol. 33, pp. 457–458.
6. Johnson S. J. *Iterative Error Correction: Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes*, Cambridge: Univ. Press, 2010.
7. Nazarov L. E., Sheglov M. A. Charakteristiki polnich I ukorochenich nizkoplotnostnich kodov na osnove ronechnich geometrii [The Characteristics of Full and Shortened Immune-Noise LDPC Codes Based on Finite-Geometry], *Uspechi sovremennoi radioelektroniki*, 2017, no. 6, pp. 23–30 (in Russian).
8. Nazarov L. E. Algoritmi posimvolnogo priema signalov [The algorithms of symbol-by-symbol decoding], *Informacionnyye tehnologii*, 2010, no. 2, pp. 53–55.
9. Zuko A. G., Falko A. I., Panfilov I. P., Banket V. L., Ivachenko P. V. *Pomechoustoichivost i effektivnost system peredachi informacii* [The noise-immunity and effectiveness of system message transmission]. Moscow, Radio i svyaz, 1985 (in Russian).
10. Liu Z., Pados D. A. A decoding algorithms for finite-geometry LDPC codes, *IEEE Transactions on Communications*, 2005, vol. 53, no. 3, pp. 415–421.
11. Tanner R. M. A recursive approach to low complexity codes, *IEEE Transactions on Information Theory*, 1981, vol. 27, no. 9, pp. 533–547.
12. Nazarov L. E., Sheglov M. A. Veroyatnostnie charakteristiki iterativnogo priema diskretnih signalov na osnove pomehoystoichivih nizkoplotnostnich kodov (The error-performances of symbol-by-symbol iterative decoding algorithms for signals based on low-density parity-check codes), *Zhurnal Radioelektroniki*, 2015, no. 4, available at: <http://jre.cplire.ru/jre/apr15/5/text.pdf>.

Адрес редакции:

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала (499) 269-5510

E-mail: it@novtex.ru

Технический редактор Е. В. Конова.

Корректор З. В. Наумова.

Сдано в набор 05.04.2018. Подписано в печать 24.05.2018. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ ИТ618. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-15565 от 02 июня 2003 г.

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".

119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.