

А. Э. Саак, д-р техн. наук, доц., e-mail: saak@tgn.sfedu.ru,
Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону — Таганрог

О качестве диспетчеризации массивов точных форм с заявками параболического типа в Grid-системах

Проводится анализ функционирования Grid-систем централизованной архитектуры с мультисайтным режимом обслуживания заявки при диспетчеризации массивов точных форм, содержащих заявки параболического типа. Адаптивность рассматриваемых полиномиальных алгоритмов распределения вычислительно-временных ресурсов продемонстрирована на тестовых массивах, индуцированных известными задачами диссекции и облицовки квадрата.

Ключевые слова: Grid-система централизованной архитектуры, мультисайтный режим обслуживания заявки, массив точной формы, заявка кругового типа, заявка гиперболического типа, заявка параболического типа, неэвклидова эвристическая мера, полиномиальная трудоемкость алгоритма

Введение

Grid-системы централизованной архитектуры [1, 2], состоящие из сайтов, содержащих параллельные системы, с мультисайтным диспетчеризованием, характеризующимся возможностью выполнения многопроцессорной заявки (*multiprocessor task*, *parallel task*, *parallel job*) на нескольких сайтах одновременно [2, 3], моделируются ресурсным квадрантом [4, 5].

Поступающие заявки пользователей формируются в пакеты (*batch of jobs* [6]), что позволяет онлайнное диспетчеризование (*on-line scheduling*) свести к ряду офлайнных диспетчеризований (*off-line scheduling*) [7].

Полагаем, что число процессоров, требуемых в заявке, определяет пользователь, и это число неизменно в процессе выполнения — жесткие заявки (*rigid job*) [8]. Время решения заявки (*processing time*) известно до ее выполнения (*clairvoyant rigid jobs*) [9] и считается целым числом [6, 9—11]. Заявка выполняется без прерывания от начала до окончания (*parallel rigid non-preemptive jobs*) [6, 11]. Для выполнения заявки диспетчер выделяет процессоры с последовательными номерами (*contiguous parallel tasks*) [10, 11]. Сделанные предположения позволяют представлять заявку пользователя при обслуживании диспетчером Grid-системы ресурсным прямоугольником с горизонтальным и вертикальным измерениями, равными соответственно числу единиц ресурса времени и процессоров, требуемому для выполнения заявки [11]. Символом $a(j)$, $b(j)$ обозначается j -я заявка, требующая $a(j)$ единиц времени и $b(j)$ единиц процессоров.

Качество диспетчеризования оценивается неэвклидовой эвристической мерой, учитывающей площадь и форму занятой ресурсной области [4]. Эвристическая мера достигает минимума, равного $1/2$, при беспустотной укладке в квадрат.

Постановка задачи

Задача диспетчеризования в Grid-системах централизованной архитектуры с мультисайтным режимом эквивалентна задаче упаковки ресурсных прямоугольников в квадрат с минимальной стороной (*Packing Rectangles into a Square in the Oriented case* (PRSO) [12]). В [12] указывалось на NP-трудность задачи PRSO.

Экспоненциальная сложность оптимального распределения ресурсов требует практического использования эвристических алгоритмов полиномиальной трудоемкости. В качестве аппарата теории диспетчеризации полиномиальной трудоемкости в работах [4, 13—16] предложена среда ресурсных прямоугольников, в которой используются эвристические полиномиальные алгоритмы распределения вычислительно-временных ресурсов, основанные на введенных операциях над ресурсными прямоугольниками.

Для массивов ресурсных прямоугольников, обладающих свойством монотонности горизонтальных или вертикальных измерений, в [16] предложен уровневый алгоритм по высоте с недостатком, в [4] — уровневый алгоритм по протяженности с недостатком, в [17] — уровневый алгоритм по высоте с превышением и уровневый волновой алгоритм (с минимальным отклонением).

Для массивов ресурсных прямоугольников, не обладающих свойством монотонности горизонтальных или вертикальных измерений, в [18] определены V -уровневые алгоритмы по высоте: с недостатком, с превышением, с минимальным отклонением и H -уровневые алгоритмы по протяженности: с недостатком, с превышением, с минимальным отклонением.

Квадратичный тип для массивов из не менее двух заявок определен в [4]. Квадратичный тип одной заявки введен в [19]. Массив ресурсных прямоугольников с беспустотной квадратной ресурсной оболочкой, называемый массивом точной формы, определен в [20]. Качество диспетчирования массивов точной формы из заявок кругового типа исследовалось в работе [20], где тестовым примером служили массивы прямоугольников, индуцированные диссекцией квадрата на различные квадраты. Качество диспетчирования массивов точной формы из заявок кругового и гиперболического типа изучалось в [18], где как тестовый пример использовались массивы прямоугольников, индуцированные диссекцией квадрата на различные прямоугольники с отношением сторон 1:2.

В настоящей статье ставится вопрос об адаптированности полиномиальных алгоритмов для массивов точной формы с заявками параболического типа.

Диспетчеризация уровневymi алгоритмами массива точной формы с заявками параболического типа

Тестовые примеры начнем с диссекции квадрата на последовательные домино и тромино (*sequential domino-tromino dissection*) [21]. Домино называется прямоугольником с отношением большей стороны к меньшей 2:1, тромино — это прямоугольник с отношением большей стороны к меньшей 3:1. Порядком диссекции k назовем число последовательных домино и тромино. В [21] приведены диссекции квадрата 14×14 порядка $k = 6$ и квадрата 17×17 порядка $k = 7$ (рис. 1).

В соответствии с определениями, данными в работе [19], при горизонтальной ориентации квадратичный тип прямоугольника с отношением сторон 2:1 считается круговым, а при вертикальной — гиперболическим. Квадратичный тип прямоугольника с отношением сторон 3:1 считается параболическим [19]. К примеру, на рис. 1 прямоугольник 9×3 является тромино и имеет параболический тип.

Таким образом, массив прямоугольников, индуцированный диссекцией квадрата на последовательные домино и тромино, содержит прямоугольники параболического типа. Массивы ресурсных прямоугольников, индуцированные диссекциями квадрата на последовательные

домино и тромино, упорядоченные по убыванию высот, обозначим следующим образом: для $k = 6$ — массив I, для $k = 7$ — массив II.

Следующие тестовые примеры порождены диссекциями соотношения сторон (*aspect ratio dissections*) [22]. Диссекцией соотношения сторон называется диссекция квадрата на прямоугольники с последовательными целыми соотношениями сторон, начиная с единицы [22]. Прямоугольник имеет соотношение сторон j , если отношение большей стороны к меньшей равно j [22]. Порядком диссекции соотношения сторон k назовем максимальное j . В [22] приведены диссекции соотношения сторон порядка $k = 10, 11, 12, 13$ (рис. 2). На прямоугольнике указано значение соотношения сторон.

Как отмечалось выше, прямоугольник с соотношением сторон $j = 2$ относится к круговому или гиперболическому квадратичному типу в зависимости от ориентации. Как отмечалось в [19], квадрат относится к круговому типу. В соответствии с определениями [19], квадратичный тип прямоугольника с соотношением сторон $3, 4, \dots, j, j \geq 3$, считается параболическим. Действительно, условие отнесения прямоугольника к параболическому типу $(b(j) - a(j))^2 > a(j)b(j)$, сформулированное в [19], для прямоугольников с соотношением сторон $j \geq 3$ приводит к очевидному неравенству $(j - 1)^2 > j$ при $j \geq 3$. К примеру, на рис. 2 прямоугольники с соотношением сторон $j = 3, 4, \dots, 13$ имеют параболический тип.

Таким образом, массив прямоугольников, индуцированный диссекцией соотношения сторон, содержит прямоугольники параболического типа. Массивы ресурсных прямоугольников, индуцированные диссекциями соотношения сторон, упорядоченные по убыванию высот, обозначим следующим образом: для $k = 10$ — массив III, $k = 11$ — массив IV, $k = 12$ — массив V, $k = 13$ — массив VI.

Дальнейшие тестовые примеры порождены облицовкой квадрата полосами из меньших квадратов (*tiling squares with strips of smaller squares*) [23]. По-

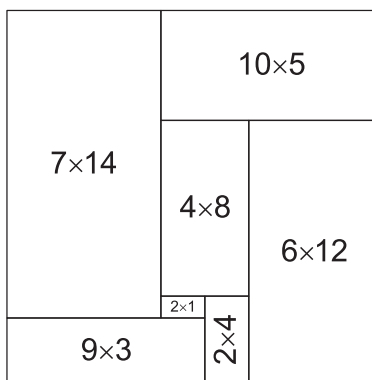


Рис. 1. Диссекция квадрата 17×17 на $k = 7$ последовательных домино, тромино [21]

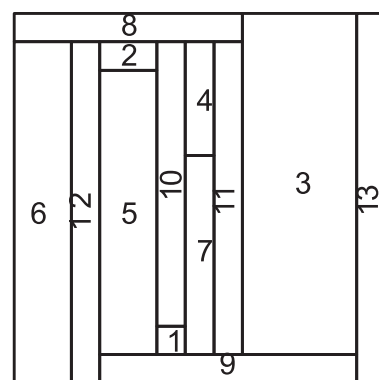


Рис. 2. Диссекция соотношения сторон порядка $k = 13$ [22]

лосой называется набор из одного или более одинаковых квадратов, которые все горизонтально или вертикально прилегают друг к другу [23]. Это позволяет рассматривать такие полосы квадратов, как прямоугольник, с соотношением сторон, равным числу квадратов в полосе. В [23] приведены обличовки квадрата полосами из меньших квадратов со сторонами, равными последовательным натуральным числам, начиная с единицы (от 1×1 до $k \times k$) для $k = 10, 11, 12$ (рис. 3). При этом для тестовых примеров использовались массивы с максимальной стороной объемлющего квадрата для соответствующего k . В квадрате указано значение стороны.

Полоса из одного квадрата относится к круговому типу [19]. Полоса из двух квадратов относится к круговому или гиперболическому типу в зависимости от ориентации [19]. Покажем, что полоса из более двух квадратов представляет прямоугольник, относящийся к параболическому типу. В соответствии с определениями [19], условие отнесения прямоугольника к параболическому типу $(b(j) - a(j))^2 > a(j)b(j)$, приводит к очевидному неравенству $(j - 1)^2 > j$ при $j \geq 3$. К примеру, на рис. 3 все прямоугольники, образованные полосами квадратов, имеют параболический тип.

Таким образом, массив прямоугольников, индуцированный обличовкой квадрата полосами из меньших квадратов, содержит прямоугольники параболического типа. Массивы ресурсных прямоугольников, индуцированные обличовками квадрата полосами из меньших квадратов, упорядоченные по убыванию высот, обозначим следующим

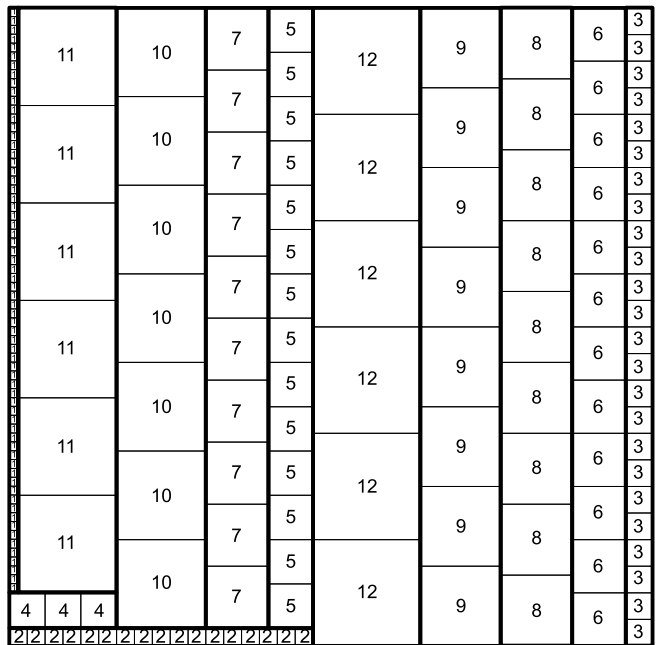


Рис. 3. Обличовка квадрата полосами из меньших квадратов для $k = 12$ [23]

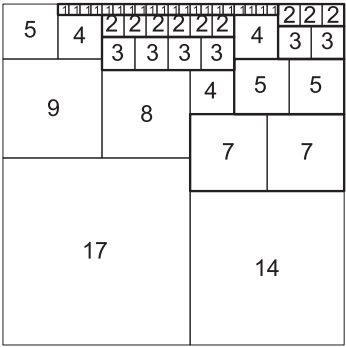


Рис. 4. Ханойская обличовка квадрата со стороной $k = 31$ [24]

образом: для $k = 10$ — массив VII, $k = 11$ — массив VIII, $k = 12$ — массив IX.

Заключительные тестовые примеры порождены ханойской обличовкой квадрата (*hanoi square tiling*) [24]. Ханойской обличовкой квадрата называется обличовка квадратами, при которой каждый из квадратов лежит либо на нижнем уровне, либо сверху большего квадрата [24]. Там же [24] приведены ханойские обличовки квадратов со сторонами k , равными $k = 27, 29, 31$ (рис. 4).

На рис. 4 выделены горизонтальные прямоугольники, содержащие одинаковые квадраты, что позволяет считать отношение сторон такого прямоугольника равным числу квадратов. Аналогично приведенным выше рассуждениям прямоугольники с соотношением сторон $j \geq 3$ считаются параболическими. К примеру, на рис. 4 прямоугольники, образованные полосами квадратов 1×1 (двадцать прилегающих квадратов), 2×2 (три и шесть прилегающих квадратов), 3×3 (четыре прилегающих квадрата), имеют параболический тип.

Таким образом, массив прямоугольников, индуцированный элементами ханойской обличовки квадрата, содержит прямоугольники параболического типа. Массивы ресурсных прямоугольников, индуцированные ханойскими обличовками квадрата, упорядоченные по убыванию высот, обозначим следующим образом: для $k = 27$ — массив X, $k = 29$ — массив XI, $k = 31$ — массив XII.

Вычислим эвристические меры ресурсных оболочек, получаемых при диспетчировании этих массивов алгоритмами, определенными в [18]: V -уровневыми алгоритмами по высоте (с недостатком, с превышением, с минимальным отклонением) и H -уровневыми алгоритмами по протяженности (с недостатком, с превышением, с минимальным отклонением).

Построения V -уровневым алгоритмом по высоте с недостатком для массивов II, VI, IX, XII приведены на рис. 5–8.

Эвристические меры ресурсных оболочек V -уровневого алгоритма по высоте с недостатком для массива с заявками параболического квадратичного типа приведены в табл. 1.

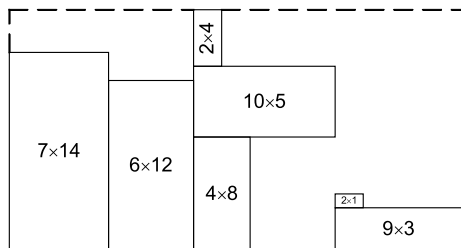


Рис. 5. Укладка массива II V -уровневым алгоритмом по высоте с недостатком

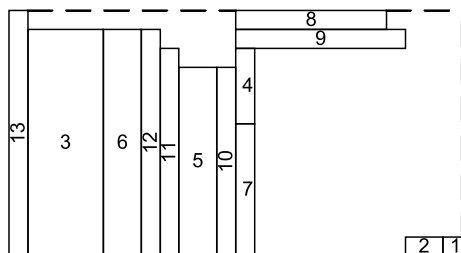


Рис. 6. Укладка массива VI V -уровневым алгоритмом по высоте с недостатком

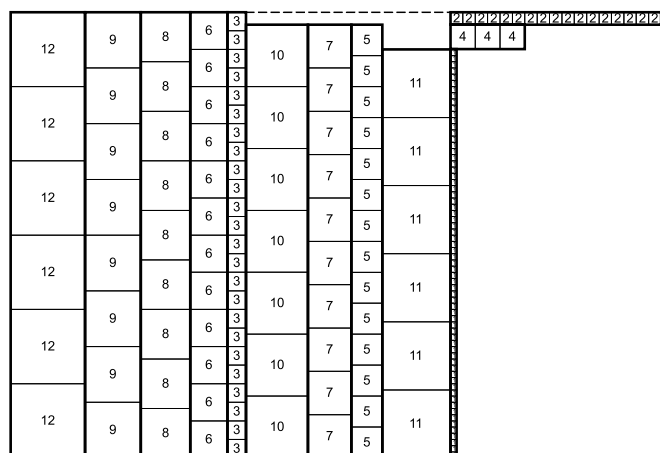


Рис. 7. Укладка массива IX V -уровневым алгоритмом по высоте с недостатком

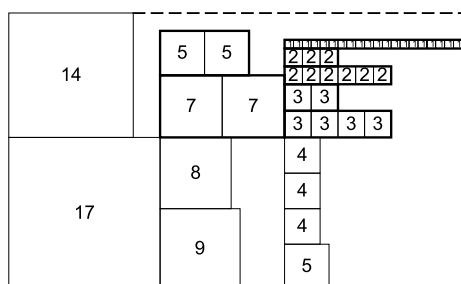


Рис. 8. Укладка массива XII V-уровневым алгоритмом по высоте с недостатком

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек V -уровневого алгоритма по высоте с недостатком для массива с заявками параболического типа не превосходят значения $0,5 + 0,83$.

Построения V -уровневым алгоритмом по высоте с превышением для массивов II, VI, IX, XII приведены на рис. 9—12.

Таблица 1

Эвристические меры ресурсных оболочек I-уровневого алгоритма по высоте с недостатком для массива с параболическими заявками

Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера
I	1,03	V	0,84	IX	0,83
II	1,33	VI	1,28	X	0,82
III	0,83	VII	0,91	XI	1,26
IV	1,28	VIII	0,88	XII	1,03

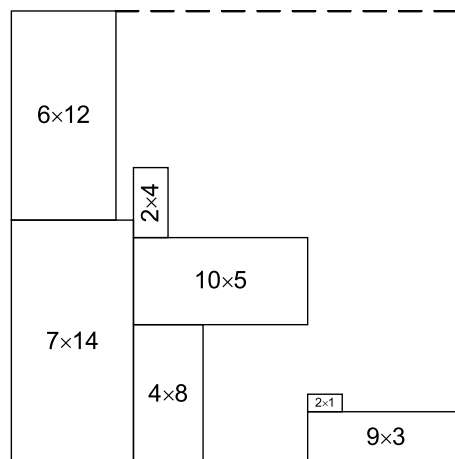


Рис. 9. Укладка массива II V-уровневым алгоритмом по высоте с превышением

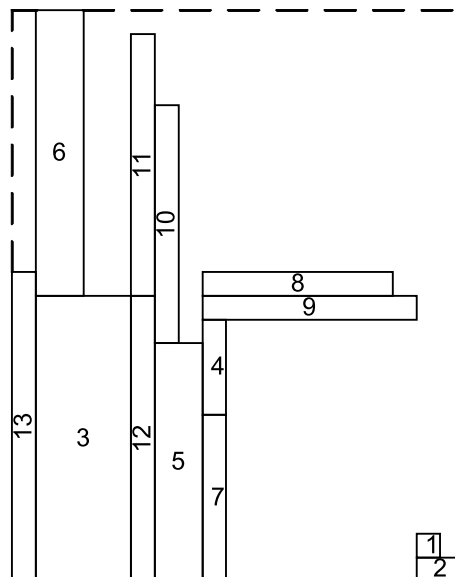


Рис. 10. Укладка массива VI V-уровневым алгоритмом по высоте с превышением

Эвристические меры ресурсных оболочек V -уровневого алгоритма по высоте с превышением для массива с заявками параболического квадратичного типа приведены в табл. 2.

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек V -уровневого алгоритма по высоте с превы-

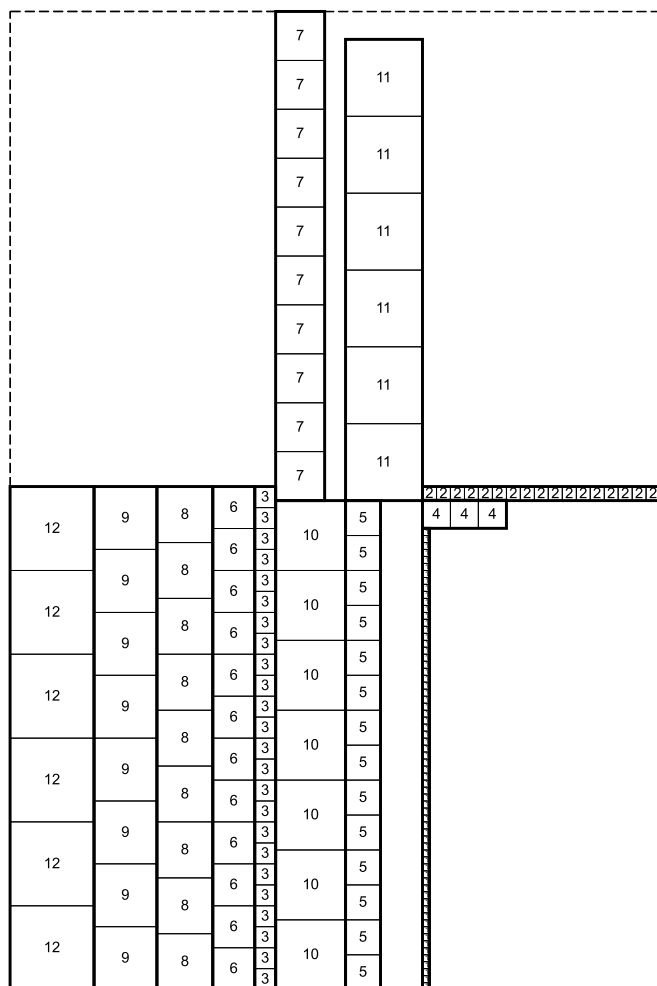


Рис. 11. Укладка массива IX *V*-уровневым алгоритмом по высоте с превышением

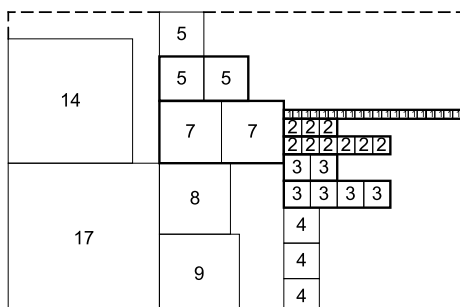


Рис. 12. Укладка массива XII *V*-уровневым алгоритмом по высоте с превышением

Таблица 2

Эвристикальные меры ресурсных оболочек
V-уровневого алгоритма по высоте с превышением
для массива с параболическими заявками

Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера
I	1,03	V	1,35	IX	1,47
II	1,17	VI	1,42	X	0,83
III	1,65	VII	1,31	XI	1,27
IV	1,44	VIII	1,38	XII	1,05

шением для массива с заявками параболического типа не превосходят значения $0,5 + 1,15$.

Построения *V*-уровневым алгоритмом по высоте с минимальным отклонением для массивов II, VI, IX, XII приведены на рис. 13–16.

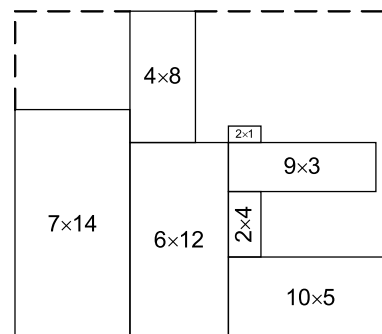


Рис. 13. Укладка массива II *V*-уровневым алгоритмом по высоте с минимальным отклонением

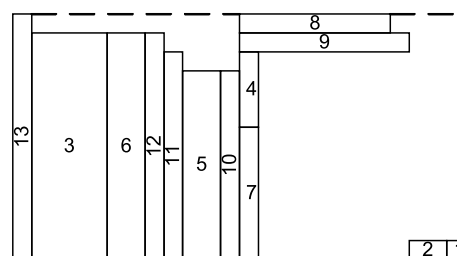


Рис. 14. Укладка массива VI *V*-уровневым алгоритмом по высоте с минимальным отклонением

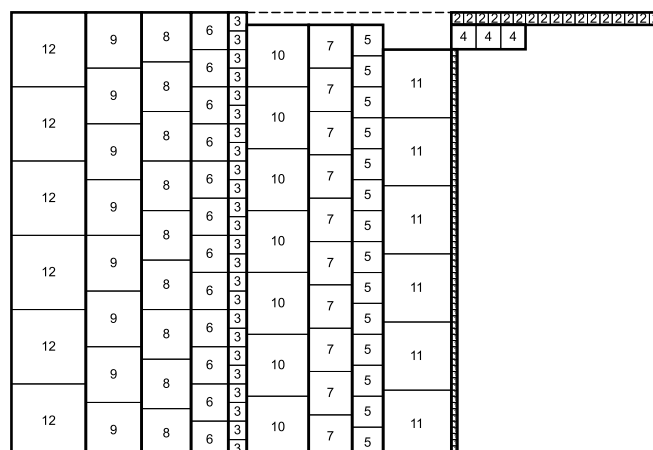


Рис. 15. Укладка массива IX *V*-уровневым алгоритмом по высоте с минимальным отклонением

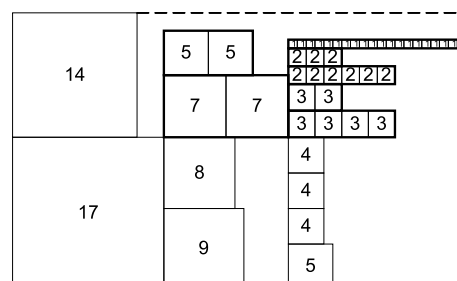


Рис. 16. Укладка массива XII *V*-уровневым алгоритмом по высоте с минимальным отклонением

Таблица 3

Эвристические меры ресурсных оболочек V -уровневого алгоритма по высоте с минимальным отклонением для массива с параболическими заявками

Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера
I	1,03	V	0,84	IX	0,83
II	0,81	VI	1,28	X	0,82
III	1,64	VII	0,91	XI	1,26
IV	1,28	VIII	0,88	XII	1,03

Эвристические меры ресурсных оболочек V -уровневого алгоритма по высоте с минимальным отклонением для массива с заявками параболического квадратичного типа приведены в табл. 3.

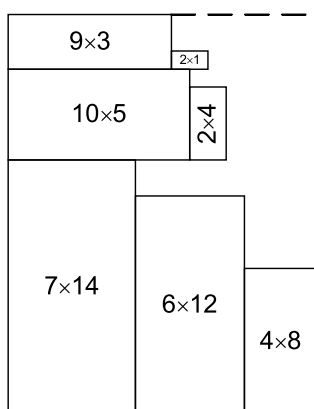


Рис. 17. Укладка массива II H -уровневым алгоритмом по протяженности с недостатком

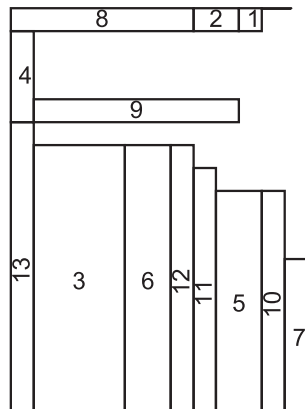


Рис. 18. Укладка массива VI H -уровневым алгоритмом по протяженности с недостатком

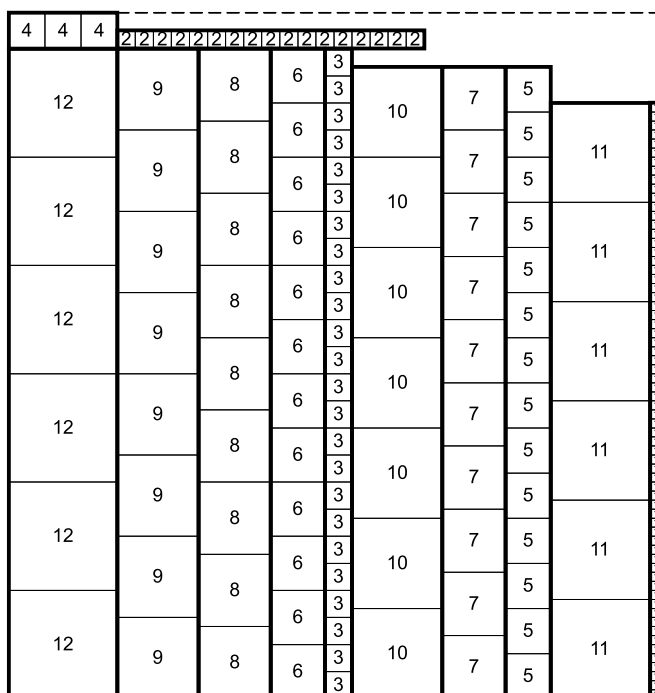


Рис. 19. Укладка массива IX H -уровневым алгоритмом по протяженности с недостатком

Таблица 4

Эвристические меры ресурсных оболочек H -уровневого алгоритма по протяженности с недостатком для массива с параболическими заявками

Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера
I	1,01	V	0,84	IX	0,53
II	0,69	VI	0,77	X	0,64
III	1,24	VII	0,56	XI	0,56
IV	0,91	VIII	0,54	XII	0,59

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек V -уровневого алгоритма по высоте с минимальным отклонением для массива с заявками параболического типа не превосходят значения $0,5 + 1,14$.

Построения H -уровневым алгоритмом по протяженности с недостатком для массивов II, VI, IX, XII приведены на рис. 17—20.

Эвристические меры ресурсных оболочек H -уровневого алгоритма по протяженности с недостатком для массива с заявками параболического квадратичного типа приведены в табл. 4.

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек H -уровневого алгоритма по протяженности с недостатком для массива с заявками параболического типа не превосходят значения $0,5 + 0,74$.

Построения H -уровневым алгоритмом по протяженности с превышением для массивов II, VI, IX, XII приведены на рис. 21—24.

Эвристические меры ресурсных оболочек H -уровневого алгоритма по протяженности с превышением для массива с заявками параболического квадратичного типа приведены в табл. 5.

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек H -уровневого алгоритма по протяженности с превышением для массива с заявками параболического типа не превосходят значения $0,5 + 0,51$.

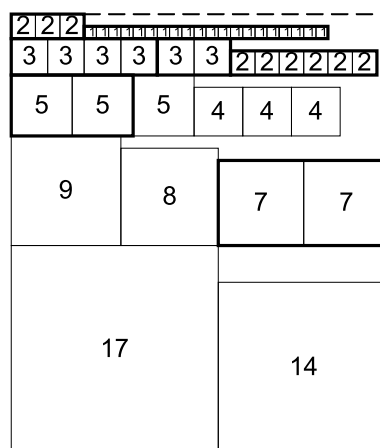


Рис. 20. Укладка массива XII H -уровневым алгоритмом по протяженности с недостатком

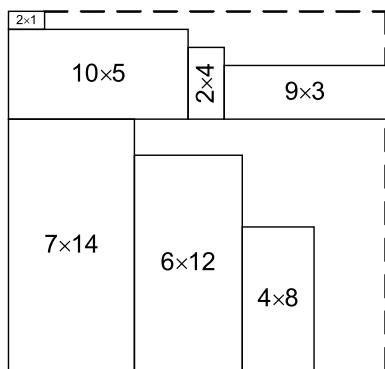


Рис. 21. Укладка массива II *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с превышением

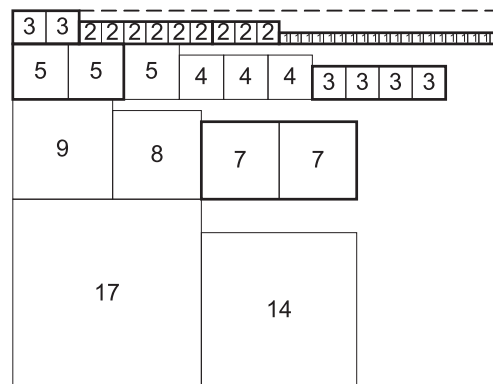


Рис. 24. Укладка массива XII *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с превышением

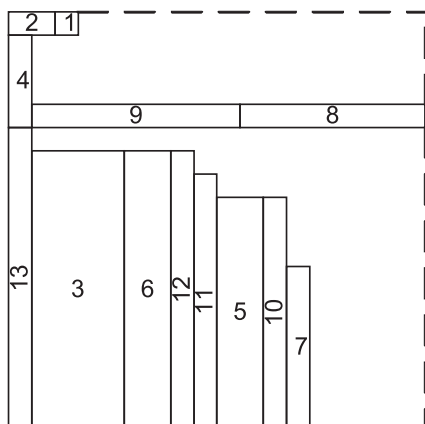


Рис. 22. Укладка массива VI *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с превышением

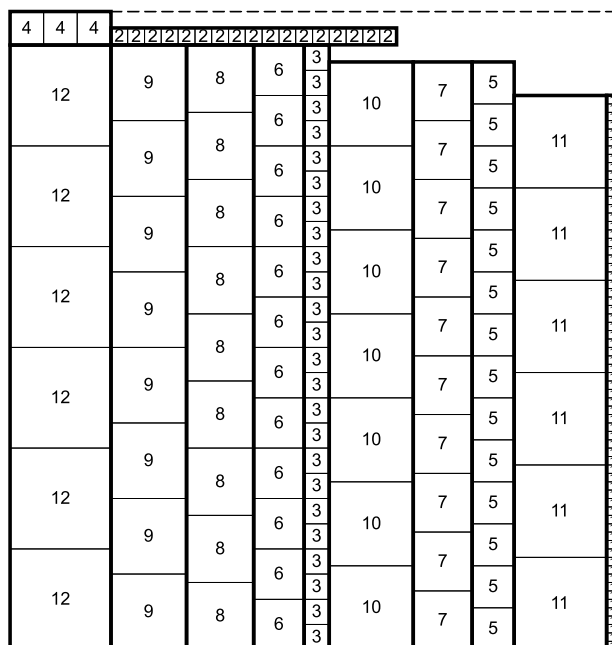


Рис. 23. Укладка массива IX *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с превышением

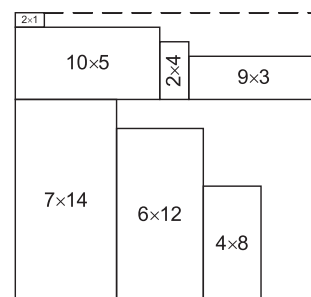


Рис. 25. Укладка массива II *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с минимальным отклонением

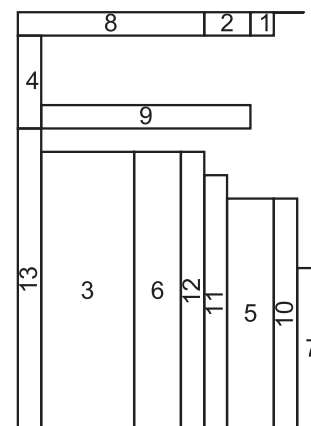


Рис. 26. Укладка массива VI *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с минимальным отклонением

Эвристические меры ресурсных оболочек *H*-уровневого алгоритма по протяженности с превышением для массива с параболическими заявками

Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера
I	0,95	V	0,86	IX	0,53
II	0,73	VI	0,96	X	0,7
III	0,87	VII	0,59	XI	0,56
IV	1,01	VIII	0,84	XII	0,83

Построения *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с минимальным отклонением для массивов II, VI, IX, XII приведены на рис. 25—28.

Эвристические меры ресурсных оболочек *H*-уровневого алгоритма по протяженности с минимальным отклонением для массива с заявками параболического квадратичного типа приведены в табл. 6.

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек *H*-уровневого алгоритма по протяженности с минимальным отклонением для массива с заявками параболического типа не превосходят значения $0,5 + 0,43$.

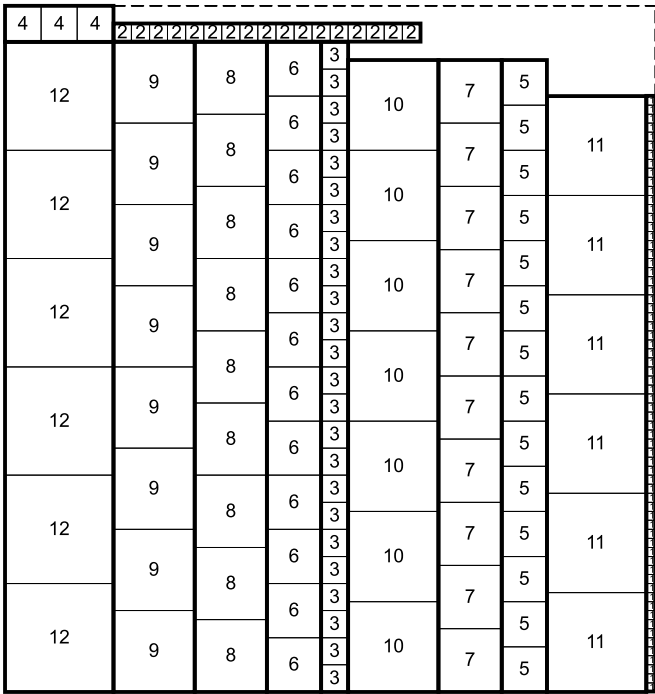


Рис. 27. Укладка массива IX *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с минимальным отклонением

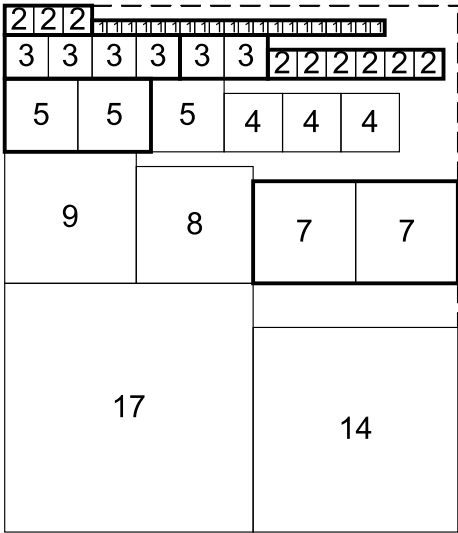


Рис. 28. Укладка массива XII *H*-уровневым алгоритмом по протяженности с минимальным отклонением

Таблица 6

Эвристические меры ресурсных оболочек *H*-уровневого алгоритма по протяженности с минимальным отклонением для массива с параболическими заявками

Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера	Номер массива	Эвристическая мера
I	0,7	V	0,81	IX	0,53
II	0,73	VI	0,77	X	0,64
III	0,86	VII	0,59	XI	0,56
IV	0,93	VIII	0,54	XII	0,59

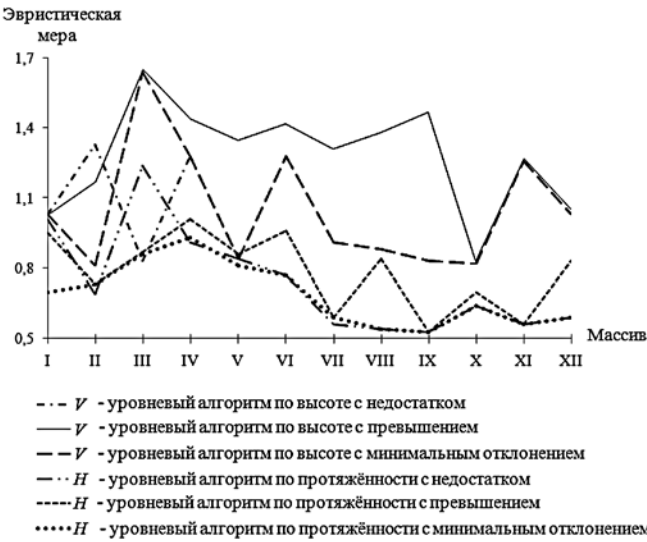


Рис. 29. Эвристические меры ресурсных оболочек *V*-уровневых и *H*-уровневых алгоритмов при диспетчеризации массивами с параболическими заявками

Графики эвристической меры ресурсных оболочек *V*-уровневыми алгоритмами по высоте (с недостатком, с превышением, с минимальным отклонением) и *H*-уровневыми алгоритмами по протяженности (с недостатком, с превышением, с минимальным отклонением) при диспетчеризации массивами с параболическими заявками I—XII показаны на рис. 29.

Видим, что *H*-уровневые алгоритмы по протяженности имеют меньшую эвристическую меру ресурсных оболочек по сравнению с *V*-уровневыми алгоритмами по высоте. Так, наименьшее значение эвристической меры *H*-уровневых алгоритмов по протяженности равно 0,53, тогда как у *V*-уровневых алгоритмов по высоте наименьшее значение эвристической меры равно 0,81. При этом *H*-уровневый алгоритм по протяженности с минимальным отклонением имеет наименьшее значение максимума эвристической меры 0,5 + 0,43 на рассматриваемых тестовых массивах ресурсных прямоугольников. Исследуемые полиномиальные алгоритмы могут быть использованы в Grid-системах с централизованной структурой при диспетчеризации массивов точных форм с заявками параболического типа.

Заключение

Для массивов точных форм с заявками параболического типа вычисляются эвристические меры ресурсных оболочек различных полиномиальных уровней алгоритмов. Адаптированность анализируемых алгоритмов продемонстрирована на 12 тестовых массивах, индуцированных известными задачами диссекции и облицовки квадрата. При обслуживании массивов точных форм с заявками параболического типа в Grid-системах рекомендуется применять рассматриваемые полиномиальные алгоритмы диспетчеризования.

Список литературы

1. Rahman M., Ranjan R., Buuya R., Benatallah B. A taxonomy and survey on autonomic management of applications in grid computing environments // *Concurrency Computat.: Pract. Exper.* 2011. Vol. 23, Iss. 16. P. 1990—2019.
2. Hamscher V., Schwiegelshohn U., Streit A., Yahyapour R. Evaluation of job-scheduling strategies for grid computing // *LNCS*. 2000. Vol. 1971. P. 191—202.
3. Sonmez O., Mohamed H., Epema D. On the benefit of processor coallocation in multicenter grid systems // *IEEE Trans. on Paral. and Distrib. Syst.* 2010. Vol. 21, N. 6, P. 778—789.
4. Саак А. Э. Полиномиальные алгоритмы распределения ресурсов в Grid-системах на основе квадратичной типизации массивов заявок // *Информационные технологии*. 2013. № 7. Приложение. 32 с.
5. Саак А. Э. Управление ресурсами и заявками пользователей в Grid-системах с централизованной архитектурой // *Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ—2014*. Москва, 16—19 июня 2014 г. М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2014. С. 7489—7498.
6. Bougeret M., Dutot P., Trystram D., Jansen K., Robenek C. Improved approximation algorithms for scheduling parallel jobs on identical clusters // *Theoretical Computer Science*. 2015. Vol. 600. P. 70—85.
7. Switalski P., Sredynski F. Scheduling parallel batch jobs in grids with evolutionary metaheuristics // *J. Sched.* 2015. Vol. 18, Iss. 4. P. 345—357.
8. Feitelson D., Rudolph L., Schwiegelshohn U., Sevcik K., Wong P. Theory and practice in parallel job scheduling // *LNCS*. 1997. Vol. 1291. P. 1—34.
9. Bougeret M., Dutot P., Jansen K., Otte C., Trystram D. A Fast 5/2-approximation algorithm for hierarchical scheduling // *LNCS*. 2010. Vol. 6271. P. 157—167.
10. Bładek I., Drozdowski M., Guinand F., Schepler X. On contiguous and non-contiguous parallel task scheduling // *J. Sched.* 2015. Vol. 18, Iss. 5. P. 487—495.
11. Caramia M., Giordani S., Iovanella A. Grid scheduling by on-line rectangle packing // *Networks*. 2004. Vol. 44, N. 2. P. 106—119.
12. Martello S., Monaci M. Models and algorithms for packing rectangles into the smallest square // *Computers & Operations Research*. 2015. Vol. 63. P. 161—171.
13. Саак А. Э. Локально-оптимальные ресурсные распределения // *Информационные технологии*. 2011. № 2. С. 28—34.
14. Саак А. Э. Алгоритмы диспетчеризации в Grid-системах на основе квадратичной типизации массивов заявок // *Информационные технологии*. 2011. № 11. С. 9—13.
15. Саак А. Э. Диспетчеризация в Grid-системах на основе однородной квадратичной типизации массивов заявок пользователей // *Информационные технологии*. 2012. № 4. С. 32—36.
16. Саак А. Э. Сравнительный анализ полиномиальных алгоритмов диспетчеризации в Grid-системах // *Информационные технологии*. 2012. № 9. С. 28—32.
17. Саак А. Э. Уровневые алгоритмы диспетчеризации массивами заявок кругового типа в Grid-системах // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2015. № 6 (167). С. 223—231.
18. Саак А. Э. Диспетчеризация массивов заявок кругового и гиперболического типа в Grid-системах // *Информационные технологии*. 2016. № 5. С. 323—332.
19. Саак А. Э. Диспетчеризация заявок кругового типа в Grid-системах // *Информационные технологии*. 2016. № 1. С. 37—41.
20. Саак А. Э., Курейчик В. В. О качестве диспетчеризации линейных полиэдров точных форм // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2015. № 4 (165). С. 56—67.
21. Pegg, ed. Domino-tromino problem. 2001. URL: <http://www.mathpuzzle.com/4Dec2001.htm>
22. Friedman E. Problem of the Month (December 2002). Aspect ratio dissections. 2002. URL: <http://www2.stetson.edu/~efriedma/mathmagic/1202.html>
23. Friedman E. Problem of the Month (December 2001). Tiling squares with strips of smaller squares. 2015. URL: <http://www2.stetson.edu/~efriedma/mathmagic/1201.html>
24. Friedman E. Problem of the Month (November 2003). Hanoi square tiling. 2005. URL: <http://www2.stetson.edu/~efriedma/mathmagic/1103.html>

A. E. Saak, PhD, Head of Department, e-mail: saak@tgn.sfedu.ru
Southern Federal University, Taganrog

To Quality of Scheduling of Precise Form Sets of Parabolic Type Tasks in Grid Systems

Grid systems with centralized architecture, which consist of sites containing parallel systems with multisite scheduling that is characterized by the possibility of multiprocessor task performance on several sites simultaneously, are modeled by resource quadrants. Incoming user's tasks are formed in batches of jobs that allows to turn on-line scheduling into a set of off-line scheduling cases. We suppose that the number of required processors for a task is defined by a user at the moment of feeding it in a system and this number is invariable during the process of task fulfillment — rigid jobs. Processing time is known feature at the beginning, and it is integer. A task could be described as: clairvoyant rigid job; parallel rigid non-preemptive job; contiguous parallel task. The assumptions allow representing user's task during its processing by Grid system's scheduler in the form of resource rectangle with the horizontal and vertical dimensions equaled, correspondingly, to the number of resource units of time and processors required for task performance. Scheduling quality is estimated by the Non-Euclidean heuristic measure which takes into consideration both the area and the form of occupied resource region. The heuristic measure reaches its minimum at in-square packing without emptiness. Thus, the scheduling problem in the Grid systems with centralized architecture and multisite mode is equivalent to the problem of Packing Rectangles into a Square in the Oriented case (PRSO). Exponential complexity of optimal resource distribution demands practical use of heuristic algorithms of polynomial completeness. The author suggests resource rectangles environment as the instrumentation of polynomial completeness scheduling theory. In resource rectangles environment it is suggested the heuristic polynomial algorithms for processor and time resource distribution, which stay on the base of introduced operations on resource rectangles. The problem posed in the paper concerns polynomial algorithms adaptiveness for precise form sets of parabolic type tasks.

Keywords: Grid systems with centralized architecture, multisite mode of task processing, precise form set, task of circular type, task of hyperbolic type, task of parabolic type, Non-Euclidean heuristic measure, Packing Rectangles into a Square in the Oriented case, polynomial completeness of an algorithm, polynomial algorithms for processor and time resource distribution

References

1. **Rahman M., Ranjan R., Buyya R., Benatallah B.** A taxonomy and survey on autonomic management of applications in grid computing environments, *Concurrency Computat.: Pract. Exper.*, 2011, vol. 23, Iss. 16, pp. 1990—2019.
2. **Hamscher V., Schwiigelshohn U., Streit A., Yahyapour R.** Evaluation of job-scheduling strategies for grid computing, *LNCS*, 2000, vol. 1971, pp. 191—202.
3. **Sonmez O., Mohamed H., Epema D.** On the benefit of processor coallocation in multicluster grid systems, *IEEE Trans. on Paral. and Distrib. Syst.*, 2010, vol. 21, no. 6, pp. 778—789.
4. **Saak A. Eh.** Polinomialnye algoritmy raspredeleniya resursov v Grid-sistemakh na osnove kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok [Polynomial algorithms for resource allocation in Grid-based systems for quadratic typing, arrays applications], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2013, no. 7, Prilozhenie, 32 p.
5. **Saak A. Eh.** Upravleniye resursami i zayavkami polzovateley v Grid-sistemakh s centralizovannoy arkhitektyroy [Resource and multiprocessor task management in Grid system of centralized architecture], *Trudy XII Vserossiyskogo soveshanya po problem upravleniya VSPU—2014. Moskva, 16 iyunya—19 iyunya 2014 g.* [Proceedings of XII all-Russian conference "Control problems" RCCP'2014. Moscow, 16 June — 19 June 2014]. Moscow: Institut problem upravleniya im. V. A. Trapeznikova RAN, 2014, pp. 7489—7498.
6. **Bougeret M., Dutot P., Trystram D., Jansen K., Robenek C.** Improved approximation algorithms for scheduling parallel jobs on identical clusters, *Theoretical Computer Science*, 2015, vol. 600, pp. 70—85.
7. **Switalski P., Sredynski F.** Scheduling parallel batch jobs in grids with evolutionary metaheuristics, *J. Sched.*, 2015, vol. 18, Iss. 4, pp. 345—357.
8. **Feitelson D., Rudolph L., Schwiigelshohn U., Sevcik K., Wong P.** Theory and practice in parallel job scheduling, *LNCS*, 1997, vol. 1291, pp. 1—34.
9. **Bougeret M., Dutot P., Jansen K., Otte C., Trystram D.** A Fast 5/2-approximation algorithm for hierarchical scheduling, *LNCS*, 2010, vol. 6271, pp. 157—167.
10. **Blądek I., Drozdowski M., Guinand F., Schepler X.** On contiguous and non-contiguous parallel task scheduling, *J. Sched.*, 2015, vol. 18, Iss. 5, pp. 487—495.
11. **Caramia M., Giordani S., Iovanella A.** Grid scheduling by on-line rectangle packing, *Networks*, 2004, vol. 44, no. 2, pp. 106—119.
12. **Martello S., Monaci M.** Models and algorithms for packing rectangles into the smallest square, *Computers & Operations Research*, 2015, vol. 63, pp. 161—171.
13. **Saak A. Eh.** Lokalno-optimalnye resursnye raspredeleniya [Locally optimal resource allocation], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2011, no. 2, pp. 28—34.
14. **Saak A. Eh.** Algoritmy dispetcherizatsii v Grid-sistemakh na osnove kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok [Algorithms scheduling in Grid-based systems for quadratic typing, arrays applications], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2011, no. 11, pp. 9—13.
15. **Saak A. Eh.** Dispetcherizatsiya v GRID-sistemakh na osnove odnorodnoy kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok polzovateley [Scheduling in GRID-systems on the basis of homogeneous quadratic typing, arrays of user requests], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2012, no. 4, pp. 32—36.
16. **Saak A. Eh.** Sravnitelniy analiz polinomialnykh algoritmov dispetcherizatsii v GRID-sistemakh [Comparative analysis of polynomial algorithms for scheduling in GRID-systems], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2012, no. 9, pp. 28—32.
17. **Saak A. Eh.** Urovnevy algoritmy dispetcherizatsii massivamy zayavok krygovogo tipa v Grid-sistemakh [Level algorithms of scheduling by circle type task sets in grid systems], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2015, no. 6 (167), pp. 223—231.
18. **Saak A. Eh.** Dispetcherizatsiya massivov zayavok krygovogo i giperbolicheskogo tipa v Grid-sistemakh [Scheduling of sets of circular-type and hyperbolic-type tasks in grid-systems], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2016, vol. 22, no. 5, pp. 323—332.
19. **Saak A. Eh.** Dispetcherizatsiya zayavok krygovogo tipa v Grid-sistemakh [Circular-typed multiprocessor tasks scheduling in grid systems], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2016, vol. 22, no. 1, pp. 37—41.
20. **Saak A. Eh., Kureichik V. V.** O kachestve dispetcherizatsii lineynykh poliedralnykh tochnykh form [To quality of precisely formed linear polyedra scheduling], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2015, no. 4 (165), pp. 56—67.
21. **Pegg, ed.** Domino-tromino problem. 2001. URL: <http://www.mathpuzzle.com/4Dec2001.htm>
22. **Friedman E.** Problem of the Month (December 2002). Aspect ratio dissections. 2002. URL: <http://www2.stetson.edu/~efriedma/mathmagic/1202.html>
23. **Friedman E.** Problem of the Month (December 2001). Tiling squares with strips of smaller squares. <http://www2.stetson.edu/~efriedma/mathmagic/1201.html>
24. **Friedman E.** Problem of the Month (November 2003). Hanoi square tiling. 2015. URL: <http://www2.stetson.edu/~efriedma/mathmagic/1103.html>