УДК 519.72

В. Б. Вяткин, канд. техн. наук, e-mail: vbvvbv@yandex.ru,
г. Екатеринбург

Интегративно-кодовая взаимосвязь комбинаторного, вероятностного и синергетического подходов к определению количества информации

Рассматриваются интегративные коды элементов дискретных систем и обосновывается, что в общем случае они могут быть разделены на групповую и системную части. Показано, что через средневзвешенную длину этих частей выражаются информационные меры комбинаторного, вероятностного и синергетического подходов к определению количества информации, что является доказательством непосредственной взаимосвязи последних. Сделано заключение, что с информационно-генетических позиций синергетический подход является первичным относительно комбинаторного и вероятностного подходов.

Ключевые слова: *количество информации, интегративный код, синтропия, энтропия, конечное множество, дискретная система*

Введение

Традиционными подходами к определению количества информации являются комбинаторный и вероятностный [2], в которых за информацию принята снимаемая неопределенность выбора одной из множества возможностей. Эти подходы широко используют в различных предметных областях, но в то же время они не позволяют корректно решать информационные по своей сущности задачи, связанные с анализом отражения друг через друга системных образований, представленных конечным множеством элементов [3—5]. Данный факт обусловил разработку нового — синергетического — подхода к определению количества информации, в котором за информацию приняты сведения о конечном множестве как едином целом [5, 6].

Развитие указанного подхода в виде одноименной теории информации [7] показало, что между ним и традиционными подходами существует непосредственная взаимосвязь. Эта взаимосвязь выразилась в том, что установленная в синергетическом подходе энтропия отражения, представляющая собой такую информацию о дискретной системе, которая не воспроизводится через совокупность ее частей, оказалась математически тождественной энтропии Шеннона, лежащей в основе вероятностного подхода. При этом содержательная сторона отмеченной взаимосвязи различных подходов не была раскрыта.

В настоящей работе проводится анализ интегративных кодов элементов дискретных систем, разделенных на части по значениям произвольного признака. На основе этого анализа раскрывается природа взаимосвязи различных подходов к определению количества информации и показывается, что синергетический подход является генетически первичным относительно комбинаторного и вероятностного подходов. При этом для лучшего восприятия материала сначала дается общее описание каждого из подходов в контексте рассуждений их авторов.

1. Комбинаторный, вероятностный и синергетический подходы к определению количества информации

Комбинаторный подход. Среди известных подходов к определению количества информации наиболее ранним является комбинаторный подход, разработанный Хартли в 1928 г. [8]. Решая задачу определения количества информации (H_0), передаваемой по техническим каналам связи, Хартли исходил из того, что при передаче сообщения с помощью N-символьного алфавита каждый символ сообщения является результатом выбора одной из N возможностей. Соответственно, для того чтобы передать сообщение, состоящее из n символов, необходимо осуществить n таких выборов. Беря сказанное за основу, Хартли постулировал, что "количество информации пропорционально числу выборов" [8, с. 11], и проводя после этого несложные математические операции, получил следующую меру информации:

$$H_0 = \log N^n. \quad (1)$$

Вероятности появления различных символов в сообщении при этом во внимание не принимали, т. е. по умолчанию считались одинаковыми, а основание логарифма было принято считать произвольным.

Наибольшую популярность комбинаторная мера (1) получила в том своем частном виде, когда выбор из N возможностей осуществляется один раз ($n = 1$), а основание логарифма равно двум:

$$H_0 = \log_2 N. \quad (2)$$

Более того, с выражения (2) сейчас начинается, как правило, и собственно рассмотрение комбинаторного подхода [2]. При этом использование двоичного основания логарифма не имеет под собой какого-либо теоретического обоснования, а обусловлено лишь удобством оперирования двоичными логарифмами при передаче, хранении и обработке информации.

Вероятностный подход. В 1948 г. Шеннон распространил идею Хартли о связи количества информации с выбором из множества возможностей на общий случай, когда возможности имеют различную вероятность [9]. Вывод соответствующей меры информации начинался при этом с допущения, что "имеется некоторое множество возможных событий, вероятности осуществления которых суть p_1, p_2, ..., p_N" [9, с. 259]. После этого был поставлен вопрос: "Можно ли найти меру того, насколько велик "выбор" из такого набора событий или сколь неопределенен для нас его исход?" [9, с. 259]. Отвечая на поставленный вопрос, Шеннон обосновал, что такой мерой (H) является следующая функция:

$$H = -K \sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i, \tag{3}$$

где K — некоторая положительная постоянная, которая зависит от основания логарифма и определяет просто выбор единицы измерения.

Форма функции (3) проявила определенную степень подобия с термодинамической энтропией Больцмана, на основании чего Шеннон назвал эту функцию энтропией множества вероятностей, утверждая, что "она является разумной количественной мерой возможности выбора или мерой количества информации" [9, с. 262].

Наибольшее распространение энтропийная мера Шеннона (3), как и комбинаторная мера Хартли (1), получила при использовании двоичных логарифмов. В этом случае принимается, что $K = 1$ и, соответственно, имеем

$$H = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i. \tag{4}$$

При этом, сравнивая (2) и (4), нетрудно видеть, что $p_i = \text{const} \Rightarrow H = H_0$. Это говорит о том, что во взаимоотношениях вероятностного и комбинаторного подходов соблюдается принцип соответствия.

Следует также отметить, что вероятностная мера (4) может быть представлена как математическое ожидание случайной величины $(-\log_2 p)$: $H = M[\log_2 p]$. То есть информация, получаемая в результате снятия неопределенности выбора одной из N возможностей, равна среднему значению логарифмов вероятности осуществления этих возможностей. На этом основании в вероятностном подходе вводится также понятие частной информации I_i [10], как индивидуальной информационной характеристики i-й возможности:

$$I_i = -\log_2 p_i. \tag{5}$$

В содержательном плане выражение (5) говорит о том, что, чем меньше вероятность наступления какого-либо события, тем больше информации дает его осуществление.

Синергетический подход. В основе этого подхода [5, 6] лежит задача оценки синтропии отражения, постановка которой выглядит следующим образом.

Пусть в составе некоторой системы $D = \{d\}$ по отличительным признакам P_A и P_B выделены два конечных множества $A = \{a|P_A(a)\} = \{d|P_A(d)\}$ и $B = \{b|P_B(b)\} = \{d|P_B(d)\}$, такие, что $A \cap B = K$, $K \neq \varnothing$. Число элементов в составе каждого из множеств равно $|A|$, $|B|$, $|K|$. Требуется определить, чему равна синтропия отражения I_{AB}, т. е. количество информации, которую множества A и B отражают друг о друге как едином целом. (До 2012 г. автор подхода называл эту информацию негэнтропией отражения [11].)

Так как при $A = B = K$ отражение множеств A и B друг через друга не отличается от их отражения через самих себя, то решение поставленной задачи начинается с определения количества информации I_A, которую произвольное конечное множество A отражает о самом себе как о целостном образовании. При этом заметим, что ранее [5—7] информация I_A называлась просто самоотражаемая множеством информация, что создавало определенные неудобства. Поэтому, поскольку эта информация связана только с самим множеством A и совместно с признаком P_A является его атрибутивной характеристикой, будем в дальнейшем называть ее атрибутивной информацией конечного множества или просто атрибутивной информацией.

Вывод формулы атрибутивной информации I_A базируется на двух аксиомах.

1. ***Аксиома монотонности.*** *Атрибутивная информация конечного множества является монотонно возрастающей функцией от общего числа его элементов, т. е. для любых двух конечных множеств A и B с числом элементов* $|A|$ *и* $|B| = |A| + 1$ *имеет место неравенство*

$$I_A < I_B. \tag{6}$$

2. ***Аксиома интегративности.*** *Показателем конечного множества A как единого целого является интегративный код его элементов, представляющий собой индивидуальную для каждого элемента последовательность символов какого-либо алфавита, число которых* L_A *(длина кода) является функцией от общего числа элементов* $|A|$ *в составе множества.*

На основе принятых аксиом рассматривается процесс увеличения числа элементов $|A|$ в составе множества A, который представляется в виде роста ориентированного дерева, совокупность висячих вершин которого взаимно-однозначно соответствует множеству элементов $a \in A$, а максимальное число дуг, выходящих из одной вершины, равно числу символов n алфавита, выбранного для составления интегративных кодов. При этом каждой из смежных дуг в алфавитном порядке ставится в соответствие свой символ и, как следствие, в качестве индивидуального интегративного кода какого-либо элемента выступает последовательность символов, находящихся на пути движения из начальной вершины дерева в соответствующую данному элементу висячую вершину. Пример такого дерева кодов при $n = 2$ и использовании в качестве алфавита упорядоченной пары символов <0,1> приведен на рис. 1.

В результате указанного рассмотрения за количество атрибутивной информации конечного множества при-

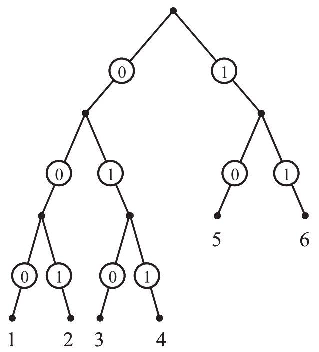

Рис. 1. Дерево интегративных кодов при n = 2 и $|A|$ = 6

нимается средняя длина интегративного кода его элементов

$$I_A = \overline{L}_A. \tag{7}$$

Так как при $|A| \leqslant n$ величина $\overline{L}_A$ не изменяется и тем самым нарушается аксиома монотонности (6), то утверждается, что интегративные коды элементов множества могут быть составлены только с помощью двоичного алфавита (n = 2). Соответствующая формула средней длины кода получена в следующем виде [5, 6]:

$$\overline{L}_A = x + 2 - \frac{2^{x+1}}{|A|}, \tag{8}$$

где x — целочисленная часть $\log_2|A|$.

При этом установлено, что разность $\overline{L}_A - \log_2|A|$ ограничена постоянной величиной

$$\psi = \sup_{|A| \in [1, \infty)} (\overline{L}_A - \log_2|A|) = 0{,}0860713... \tag{9}$$

В силу выражения (9) величина $\log_2|A|$ может служить аппроксимацией средней длины интегративного кода (8). Поэтому для удобства теоретических построений и практических расчетов, формула атрибутивной информации I_A принята в следующем виде:

$$I_A = \log_2|A|. \tag{10}$$

После этого решение поставленной задачи по оценке синтропии отражения I_{AB} проводится на основе анализа передачи атрибутивной информации по системе связи, в которой множества A и B поочередно выступают в качестве источника и приемника информации, а множество K играет роль передающей среды или канала связи. Формула синтропии I_{AB} при этом получена в следующем виде:

$$I_{AB} = \frac{|K|^2}{|A||B|}\log_2|K|. \tag{11}$$

В том случае, когда одно множество является подмножеством другого, синтропия отражения (11) сводится (на примере $B \subset A$) к своему частному виду:

$$B \subset A \Rightarrow I_{AB} = \frac{|B|}{|A|}\log_2|B|. \tag{12}$$

Из формулы (11) следует, что, когда $A = B = K$ и множества полностью отражаются друг через друга, синтропия отражения принимает свое максимальное значение, равное атрибутивной информации каждого из множеств, т. е. $I_{AB}^{\max} = I_A = I_B = I_K$. При этом заметим, что если в данной ситуации для информационной оценки взаимного отражения множеств A и B (определения величины I_{AB}) попытаться использовать комбинаторный и вероятностный подходы, то мы придем к противоречию здравому смыслу в виде равенства $H_0 = H = 0$, которое обусловлено отсутствием какого-либо выбора при $A = B = K$. Это лишний раз говорит о том, что информация, рассматриваемая в синергетическом подходе, существует независимо от управления, т. е. не связана с процедурой выбора, как это принято в традиционных подходах.

2. Равенство энтропии Шеннона и энтропии отражения

При анализе отражения дискретной системы $A = \{a|P_A\}$ через совокупность своих частей $B_1, B_2, ..., B_N$, выделенных по признаку $P_B = P_{B_1}, P_{B_2}, ..., P_{B_N}$, таких, что $\bigcap_{i=1}^{N} B_i = \varnothing$, $\bigcup_{i=1}^{N} B_i = A$, $\sum_{i=1}^{N} \Sigma|B_i| = |A|$, установлено следующее [7].

Аддитивная синтропия отражения системы I_Σ через N ее частей, определяемая на основе (12) в виде суммы частных синтропий

$$I_\Sigma = \sum_{i=1}^{N} I_{AB_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{|B_i|}{|A|}\log_2|B_i|, \tag{13}$$

при $N > 1$ всегда меньше атрибутивной информации I_A, отражаемой системой как целостным образованием, т. е. $I_\Sigma < I_A$. При этом та часть информации I_A, которая остается неотраженной, характеризует неопределенность отражения системы и в силу этого называется энтропией отражения S. Формула этой энтропии получена в следующем виде [6]:

$$S = I_A - I_\Sigma = -\sum_{i=1}^{N} \frac{|B_i|}{|A|}\log_2\frac{|B_i|}{|A|}. \tag{14}$$

Так как с позиций теории вероятностей отношение $|B_i|/|A|$ представляет собой вероятность p_i встречи элементов, обладающих i-м значением признака P_B среди общего числа элементов системы A, то из сравнения выражений (4) и (14) следует, что с математических позиций энтропия отражения и энтропия Шеннона равны друг другу:

$$S = H. \tag{15}$$

Равенство (15) свидетельствует о том, что между синергетическим и традиционными подходами к определению количества информации существует непосредственная взаимосвязь. При этом в силу того, что энтропия отражения S является мерой неотраженной информации и выводится после определения аддитивной синтропии I_Σ, на формальном уровне суждений можно говорить о том, что в информационно-генетическом отношении синергетический подход является первичным относительно комбинаторного и вероятностного подходов.

В нижеследующем изложении раскрывается природа указанной взаимосвязи и показывается, что синергетический подход действительно является генетически первичным.

3. Интегративно-кодовая взаимосвязь различных подходов к определению количества информации

Каждая часть описанной выше дискретной системы A представляет собой автономное множество элементов B_i со средней длиной интегративного кода $\overline{L}_{B_i}$. Очевидно, что когда N таких множеств объединяются в систему и выступают как единое целое, средняя длина интегративного кода элементов каждого множества возрастает на значение разности $\overline{L}_A - \overline{L}_{B_i}$. При этом в содержательном плане можно говорить о том, что указанная разность по отношению к множеству B_i представляет собой системный эффект от его вхождения в состав системы A в качестве ее части.

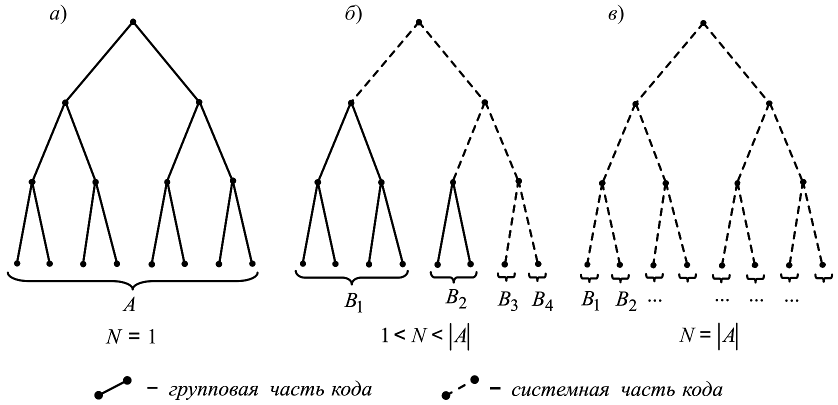

Рис. 2. Деревья интегративных кодов дискретной системы A

Из сказанного следует, что интегративный код любого элемента системы A в общем случае может быть разделен на две части. При этом первая часть образуется за счет множества элементов, имеющих одинаковое значение признака $P_B = P_{B_1}, P_{B_2}, ..., P_{B_N}$, а вторая часть является надстройкой первой и обусловлена объединением в систему совокупности множеств $B_1, B_2, ..., B_N$. Так как любое множество B_i в составе системы A можно также называть однородной по признаку P_B группой элементов, то дадим указанным частям интегративных кодов следующие названия: первой — *групповая часть* кода, второй — *системная часть* кода. При этом длину частей кода будем обозначать следующими символами: ΔL_G — длина групповой части; ΔL_S — длина системной части.

Таким образом, длину L интегративного кода элементов дискретной системы в общем случае можно представить в виде следующего уравнения:

$$L = \Delta L_G + \Delta L_S. \tag{16}$$

Чтобы иметь наглядное представление о делении интегративных кодов на групповую и системную части обратимся к рис. 2, где приведены кодовые деревья дискретной системы A с числом элементов $|A| = 8$. При этом на рисунке показаны три ситуации, которые отражают два полярных (рис. 2, *а*, *в*) и один общий (рис. 2, *б*) случаи деления системы на N частей.

На рис. 2, *а* непосредственное деление системы на части отсутствует ($N = 1$), т. е. все элементы системы характеризуются одним и тем же значением признака P_B, и соответственно все коды представлены только групповой частью. Противоположная ситуация показана на рис. 2, *в*, где число частей системы равно числу ее элементов ($N = |A|$), т. е. в данном случае каждый элемент системы имеет индивидуальное значение признака P_B и его интегративный код состоит только из системной части. На рис. 2, *б* приведен наиболее общий случай деления системы на части ($1 < N < |A|$), когда части соотносятся между собой по числу элементов произвольным образом, т. е., когда элементы системы по значениям признака P_B могут образовывать множества с числом элементов от $|B_i| = 1$ до $|B_i| = |A| - 1$. При этом, когда выполняется неравенство $1 < |B_i| \leqslant \leqslant |A| - 1$ (части B_1 и B_2 на рис. 2, *б*), то в структуре кода выделяются как групповая, так и системная части, а если $|B_i| = 1$ (части B_3 и B_4 на рис. 2, *б*), то коды представлены только системной частью.

Рассмотрим теперь количественные аспекты интегративных кодов элементов, образующих систему A, и начнем с групповой части и общей длины кода.

Из выражений (7) и (10) следует, что средняя длина $\overline{L}_A$ интегративного кода элементов системы A и среднее значение $\overline{(\Delta L_G)}_{B_i}$ групповой части кода элементов любой ее части B_i равны

$$\overline{L}_A = \log_2|A|; \tag{17}$$

$$\overline{(\Delta L_G)}_{B_i} = \log_2|B_i|. \tag{18}$$

Средневзвешенное значение $\overline{(\Delta L_G)}_A$ длины групповой части кода по всем частям системы A, в свою очередь, выражается формулой

$$\overline{(\Delta L_G)}_A = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} |B_i| \log_2|B_i|}{\sum\limits_{i=1}^{N} |B_i|}.$$

Так как $\sum\limits_{i=1}^{N} |B_i| = |A|$, то окончательно для $\overline{(\Delta L_G)}_A$ имеем

$$\overline{(\Delta L_G)}_A = \sum_{i=1}^{N} \frac{|B_i|}{|A|} \log_2|B_i|. \tag{19}$$

Определяя теперь среднее значение $\overline{\Delta L_S}$ длины системной части кода, сначала на основе уравнения (16) с очевидностью отметим, что это значение для элементов B_i части системы будет равно разности между средним значением общей длины кода всех элементов системы (17) и средним значением групповой части кода элементов данной части системы (18):

$$\overline{(\Delta L_S)}_{B_i} = \overline{L}_A - \overline{(\Delta L_G)}_{B_i} =$$

$$= \log_2|A| - \log_2|B_i| = -\log_2\frac{|B_i|}{|A|}. \tag{20}$$

Соответственно, средневзвешенное значение $\overline{(\Delta L_S)_A}$ системной части интегративного кода по всем элементам системы равно

$$\overline{(\Delta L_S)_A} = \frac{-\sum\limits_{i=1}^{N} |B_i| \log_2 \frac{|B_i|}{|A|}}{\sum\limits_{i=1}^{N} |B_i|} = -\sum_{i=1}^{N} \frac{|B_i|}{|A|} \log_2 \frac{|B_i|}{|A|}. \quad (21)$$

В том случае, когда все части системы равны между собой по числу элементов, т. е., когда $|B_i| = |A|/N$, имеем

$$\overline{(\Delta L_S)_A}\Big|_{|B_i| = \mathrm{const}} = \log_2 N. \quad (22)$$

Проводя теперь сравнительный анализ полученных характеристик интегративных кодов с информационными мерами комбинаторного, вероятностного и синергетического подходов к определению количества информации, можно сказать следующее.

Комбинаторный и вероятностный подходы. Наиболее известная мера информации — энтропийная мера Шеннона (4) — представляет собой средневзвешенное значение системной части интегративного кода элементов дискретной системы (21), разделенной по значениям произвольного признака P_B на N частей:

$$H = \overline{(\Delta L_S)_A}. \quad (23)$$

В том случае, когда все части системы равны между собой по числу элементов (22), через средневзвешенное значение системной части интегративного кода выражается также комбинаторная мера Хартли (2):

$$H_0 = \overline{(\Delta L_S)_A}\Big|_{|B_i| = \mathrm{const}}. \quad (24)$$

Частная информация (5), фигурирующая в вероятностном подходе, в свою очередь, представляет собой среднее значение системной части кода (20) тех элементов системы, которые имеют одно и то же значение признака P_B:

$$I_i = \overline{(\Delta L_S)_{B_i}}. \quad (25)$$

Синергетический подход. Первоначально выводимая в этом подходе мера атрибутивной информации конечного множества (10) по определению представляет собой среднюю длину интегративного кода всех элементов системы (7), которая при $N = 1$ также может рассматриваться в качестве средней длины групповой части интегративного кода элементов, обладающих признаком P_A, т. е.

$$I_A = \overline{L}_A = \overline{(\Delta L_G)_A}\Big|_{N=1}. \quad (26)$$

Частная синтропия отражения системы I_{AB_i} какой-либо ее частью, определяемая по формуле (12), с интегративно-кодовых позиций представляет собой соответствующее слагаемое в формуле средневзвешенного значения групповой части кода элементов системы (19) и с учетом равенства (18) может быть представлена в следующем виде:

$$I_{AB_i} = \frac{|B_i|}{|A|} \overline{(\Delta L_G)_{B_i}}. \quad (27)$$

Аддитивная синтропия отражения (13), в свою очередь, равна средневзвешенному значению групповой части кода всех элементов системы (19):

$$I_\Sigma = \overline{(\Delta L_G)_A}. \quad (28)$$

Энтропия отражения системы через совокупность своих частей (14), так же как и энтропия Шеннона (4), равна средневзвешенному значению системной части интегративного кода элементов системы (21), т. е.

$$S = \overline{(\Delta L_S)_A}. \quad (29)$$

Обобщением сказанного является таблица, в которой вместе с информационными мерами комбинаторного (2), вероятностного (4), (5) и синергетического (10), (12—14) подходов к определению количества информации приведены результаты их сравнительного анализа (23)—(29) с различными характеристиками интегративных кодов элементов дискретных систем.

Приведенная таблица наглядно показывает, что *информационные меры комбинаторного, вероятностного и синергетического подходов по своей сущности являются количественными характеристиками структурных особенностей интегративных кодов элементов дискретных систем.* Именно это следует считать глубинной природой взаимосвязи данных подходов к определению количества информации. При этом информационные меры комбинаторного и вероятностного подходов функционально связаны только с системной частью интегративных кодов, в то время как в мерах синергетического подхода фигурируют обе части кода, а также его общая длина.

Так как системная часть кодов является надстройкой групповой части и образуется только тогда, когда система делится на части по значениям какого-либо признака, а до этого деления интегративные коды элементов представлены только групповой частью, то на основе сказанного можно сделать следующий вывод. *Информация, фигурирующая в синергетическом подходе (сведения*

Информационные меры и их интегративно-кодовая интерпретация

Подход к определению количества информации	Информационная мера	
	Оригинальный вид	Интегративно-кодовая интерпретация
Комбинаторный	$H_0 = \log_2 N$	$H_0 = \overline{(\Delta L_S)_A}\Big\|_{\|B_i\| = \mathrm{const}}$
Вероятностный	$H = -\sum\limits_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i$ $I_i = -\log_2 p_i$	$H = \overline{(\Delta L_S)_A}$ $I_i = \overline{(\Delta L_S)_{B_i}}$
Синергетический	$I_A = \log_2 \|A\|$ $I_{AB_i} = \frac{\|B_i\|}{\|A\|} \log_2 \|B_i\|$ $I_\Sigma = \sum\limits_{i=1}^{N} \frac{\|B_i\|}{\|A\|} \log_2 \|B_i\|$ $S = -\sum\limits_{i=1}^{N} \frac{\|B_i\|}{\|A\|} \log_2 \frac{\|B_i\|}{\|A\|}$	$I_A = \overline{L}_A = \overline{(\Delta L_G)_A}\Big\|_{N=1}$ $I_{AB_i} = \frac{\|B_i\|}{\|A\|} \overline{(\Delta L_G)_{B_i}}$ $I_\Sigma = \overline{(\Delta L_G)_A}$ $S = \overline{(\Delta L_S)_A}$

о конечном множестве), является генетически первичной по отношению к информации, измеряемой в комбинаторном и вероятностном подходах (снятая неопределенность выбора). Это лишний раз подтверждает ранее сделанное формальное заключение о первичности синергетического подхода, основанное на последовательности получения формул атрибутивной информации, аддитивной синтропии и энтропии отражения, последняя из которых равна энтропии Шеннона.

4. Примеры генетической первичности информации синергетического подхода

Покажем на конкретном примере как можно практически представить себе генетическую первичность информации синергетического подхода и вторичность информации комбинаторного и вероятностного подходов.

Известно [2], что при передаче текстовых сообщений по каналам технической связи среднее количество информации, приходящейся на одну букву, равно энтропии Шеннона, определенной на основе вероятностей появления букв в языке, на котором составлено сообщение. Эти вероятности выражают статистическую структуру языка и определяются на основе анализа представительного по объему текста, написанного на данном языке. То есть прежде чем вычислять энтропию Шеннона, нужно провести предварительную работу по определению общего числа букв анализируемого текста (система A с числом элементов $|A|$, в качестве которых выступают буквы) и числа появлений в тексте каждой буквы используемого N-буквенного алфавита (части $B_i \subset A$ с числом букв $|B_i|$, $i = 1, 2, ..., N$). Только после этого можно оценить вероятность появления в тексте каждой буквы ($p_i = |B_i|/|A|$) и перейти к непосредственному вычислению энтропии Шеннона. При этом нетрудно видеть, что уже на предварительном этапе работ мы можем сразу определить атрибутивную информацию анализируемого текста (I_A) и такую же информацию каждой из его частей (I_{B_i}). Кроме того, последовательно определяя вероятности появления различных букв, мы каждый раз можем параллельно вычислять синтропию отражения всего текста каждой буквой (I_{AB_i}).

В разд. 1 было показано, что использование энтропии Шеннона для оценки синтропии отражения может приводить к результату, противоречащему здравому смыслу. В то же самое время синтропия отражения, взятая сама по себе, позволяет решать определенный круг задач, связанных с вычислением данной энтропии. Приведем конкретный пример такой задачи и покажем ее решение, как с помощью энтропии Шеннона, так и с помощью синтропии отражения.

В работе [12] приведена следующая задача, решаемая с помощью энтропии Шеннона: "Имеются две урны, содержащие по 20 шаров — 10 белых, 5 черных и 5 красных в первой и 8 белых, 8 черных и 4 красных во второй. Из каждой урны вытаскивают по одному шару. Исход какого из этих двух опытов следует считать более неопределенным?" [12, с. 76]. При этом задача решается через определение энтропии Шеннона для каждого из опытов. В соответствии с формулой (4) имеем: энтропия первого опыта — $H^1 = 1{,}5$; второго опыта — $H^2 = 1{,}52$. На основе полученных значений авторы пишут: "Если оценивать степень неопределенности опыта его энтропией, то надо считать, что исход второго опыта является более неопределенным, чем исход первого" [12, с. 77].

Решая эту задачу с помощью синтропии отражения, предварительно отметим, что аддитивная синтропия I_Σ является противоположностью энтропии отражения S, которая математически равна энтропии Шеннона H и, соответственно, ее можно рассматривать в качестве меры определенности исхода того или иного опыта. Поэтому, отвечая на поставленный в задаче вопрос, можно сказать, что более неопределенный исход имеет тот опыт, аддитивная синтропия системы шаров у которого имеет меньшее значение. Собственно решение задачи при этом выглядит следующим образом. Используя формулу (13), получаем, что аддитивная синтропия системы шаров первого опыта — $I_\Sigma^1 = 2{,}82$; второго опыта — $I_\Sigma^2 = 2{,}8$. В результате имеем неравенство $I_\Sigma^1 > I_\Sigma^2$ и, соответственно, можно утверждать, что неопределенность исхода второго опыта больше, чем первого. То есть мы пришли к такому же решению задачи, как и в случае использования энтропии Шеннона.

Заключение

В работе проведен анализ интегративных кодов элементов дискретных систем, разделенных на части по значениям произвольного признака, и показано, что в общем случае эти коды делят на групповую и системную части. При этом групповая часть кода обусловлена множеством элементов с одинаковым значением признака, а системная часть является надстройкой групповой части и образуется в результате объединения в одну систему множеств с различными значениями признака.

Установлено, что через средневзвешенные значения групповой и системной частей интегративного кода в точности выражаются информационные меры комбинаторного, вероятностного и синергетического подходов к определению количества информации. Причем, если меры синергетического подхода выражаются через средневзвешенное значение как групповой, так и системной частей кода, а также через его общую длину, то в мерах комбинаторного и вероятностного подходов фигурирует средневзвешенное значение только системной части. На этом основании сделаны выводы о том, что, во-первых, между указанными подходами существует интегративно-кодовая взаимосвязь и, во-вторых, что информация в виде сведений о конечном множестве, измеряемая в синергетическом подходе, является генетически первичной по отношению к информации как снятой неопределенности выбора, с которой оперируют комбинаторный и вероятностный подходы.

В конце прошлого века академик Колмогоров, анализируя положение дел в традиционной теории информации, говорил, — "не видно, почему теория информации должна столь существенно основываться на теории вероятностей, как это представляется по большинству руководств" [13, с. 29]. И утверждал при этом, что "теория информации должна предшествовать теории вероятностей, а не опираться на нее" [13, с. 35]. Представленная в статье интегративно-кодовая интерпретация различных информационных мер актуализирует эти слова признанного авторитета в области теории информации и позволяет говорить о необходимости радикального пересмотра базовых основ данной теории, порожденных, главным образом, работами Хартли и Шеннона, посвященными передаче сообщений по системам технической связи. По мнению автора статьи, рано или поздно, но такой пересмотр обязательно произойдет.

Список литературы

1. **Вяткин В. Б.** К вопросу взаимосвязи комбинаторного, вероятностного и синергетического подходов к определению количества информации // Научный журнал КубГАУ. 2015. № 4 (108). С. 1374—1408.
2. **Колмогоров А. Н.** Три подхода к определению понятия "количество информации" // Проблемы передачи информации. 1965. Т. 1, № 1. С. 3—11.
3. **Берлянт А. М.** Образ пространства: карта и информация. М.: Мысль, 1986. 240 с.
4. **Вяткин В. Б.** К вопросу информационной оценки признаков при прогнозно-геологических исследованиях // Известия Уральского горного института. Сер.: Геология и геофизика. 1993. Вып. 2. С. 21—28.
5. **Вяткин В. Б.** Математические модели информационной оценки признаков рудных объектов: Дисс. ... канд. техн. наук: 05.13.18: Екатеринбург, 2004. 129 с.
6. **Вяткин В. Б.** Синергетический подход к определению количества информации // Информационные технологии. 2009. № 12. С. 68—73.
7. **Вяткин В. Б.** Введение в синергетическую теорию информации // Информационные технологии. 2010. № 12. С. 67—73.
8. **Хартли Р. В. Л.** Передача информации // Сб.: Теория информации и ее приложения. М.: Физматгиз, 1959. С. 5—35.
9. **Шеннон К.** Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд. иностр. лит., 1963. 830 с.
10. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.
11. **Вяткин В. Б.** Синергетическая теория информации: пояснения и терминологические замечания // Научный журнал КубГАУ. 2012. № 6 (080). С. 557—592.
12. **Яглом А. М., Яглом И. М.** Вероятность и информация. М.: Наука, 1973. 512 с.
13. **Колмогоров А. Н.** Комбинаторные основания теории информации и исчисления вероятностей // УМН. 1983. Т. 38, вып. 4. С. 27—36.

V. B. Vyatkin, PhD, vbvvbv@yandex.ru

Integrative-Code Interrelation of Combinatorial, Probabilistic and Synergistic Approaches to Determining the Amount of Information

Joint analysis of combinatorial, probabilistic and synergistic approaches to determining the amount of information on the basis of the consideration of integrative codes of discrete system elements, divided into parts according to the values of arbitrary sign, have been carried out in this article. (Integrative code is an individual description for each element of the system and presents a sequence of symbols of any alphabet, the length of which is a function of the total number of elements.) It is shown that, in general, integrative codes are divided into a group and system parts. The group part of code is specified by a set of elements which have identical value of attribute, system part is superstructure over group part and it is result of summing of sets having different characteristic into integrated system.

It was found that information measures of combinatorial, probabilistic and synergistic approaches to determining the amount of information are exactly expressed through the weighted average of the group and system parts of an integrative code. Moreover, if the measures of synergetic approach are expressed through the weighted average of the group and system parts of a code, the measures of combinatorial and probabilistic approaches are functionally linked only with the weighted average of the system parts. Following conclusions are made on this basis. First of all information measures of combinatorial, probabilistic and synergistic approaches are essentially the quantitative characteristics of the structural features of the integrative codes of an elements of a discrete systems. Secondly, the information appearing in a synergetic approach (information about a finite set, as a single entity), is genetically primary in relation to the information measured in combinatorial and probabilistic approaches (removed uncertainty of selection one of the many opportunities).

Keywords: *amount of information, integrative code, syntropy, entropy, finite set, discrete system*

References

1. **Vjatkin V. B.** K voprosu vzaimosvjazi kombinatornogo, verojatnostnogo i sinergeticheskogo podhodov k opredeleniju kolichestva informacii, *Nauchnyj zhurnal KubGAU*, KubGAU, 2015, no. 4 (108), pp. 1374—1408 (in Russian).
2. **Kolmogorov A. N.** Tri podhoda k opredeleniju ponjatija "kolichestvo informacii", *Problemy peredachi informacii,* 1965, vol. 1, no. 1, pp. 3—11 (in Russian).
3. **Berljant A. M.** *Obraz prostranstva: karta i informacija*, Moscow, Mysl', 1986, 240 p. (in Russian).
4. **Vjatkin V. B.** K voprosu informacionnoj ocenki priznakov pri prognozno-geologicheskih issledovanijah, *Izvestija Ural'skogo gornogo instituta. Ser.: Geologija i geofizika*, 1993, no. 2, pp. 21—28 (in Russian).
5. **Vjatkin V. B.** *Matematicheskie modeli informacionnoj ocenki priznakov rudnyh ob#ektov:* Diss. ... kand. tehn. nauk: 05.13.18: Ekaterinburg, 2004, 129 p. (in Russian).
6. **Vjatkin V. B.** Sinergeticheskij podhod k opredeleniju kolichestva informacii, *Informacionnye tehnologii*, 2009, no. 12, pp. 68—73 (in Russian).
7. **Vjatkin V. B** Vvedenie v sinergeticheskuju teoriju informacii, I*nformacionnye tehnologii,* 2010, no. 12, pp. 67—73 (in Russian).
8. **Hartli R. V. L.**, Peredacha informacii, Sb.: *Teorija informacii i ee prilozhenija*. Moscow, Fizmatgiz, 1959, pp. 5—35 (in Russian).
9. **Shennon K.** *Raboty po teorii informacii i kibernetike,* Moscow: Izd. inostr. lit., 1963, 830 p. (in Russian).
10. **Ventcel' E. S.** *Teorija verojatnostej,* Moscow, Nauka, 1969, 576 p. (in Russian).
11. **Vjatkin V. B.,** Sinergeticheskaja teorija informacii: pojasnenija i terminologicheskie zamechanija, *Nauchnyj zhurnal KubGAU*, 2012, no. 6 (080), pp. 557—592 (in Russian).
12. **Jaglom A. M., Jaglom I. M.** *Verojatnost' i informacija,* Moscow, Nauka, 1973. 512 p. (in Russian).
13. **Kolmogorov A. N.** Kombinatornye osnovanija teorii informacii i ischislenija verojatnostej, *UMN*, 1983, vol. 38, no. 4, pp. 27—36 (in Russian).