

# МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ MODELING AND OPTIMIZATION

УДК 519.683, 519.856

**В. В. Федосов**, канд. техн. наук, доц., e-mail: vlr.fdsfv@gmail.com, Москва,  
**А. В. Федосова**, канд. физ.-мат. наук, доц., e-mail: afedosova@unal.edu.co,  
Национальный университет, Богота, Колумбия (Universidad Nacional de Colombia)

## О параметризации сетки в алгоритмах полубесконечной оптимизации для задач промышленной экологии

*На примере задачи оптимального управления загрязнением территории выбросами группы источников в составе алгоритма полубесконечной оптимизации выполнен численный эксперимент с параметризацией по дискретности сетки. Установлено значительное и устойчивое влияние дискретности на аппроксимации результатов. Выбор дискретности области должен достаточно качественно проявить (описать) характерные особенности общей функции загрязнения, но остается эвристической процедурой.*

**Ключевые слова:** дискретность сетки, полубесконечная оптимизация, аппроксимация, нелинейное программирование, источники выбросов, нормативы загрязняющей нагрузки

### Введение

Во многих областях (техника, материаловедение, промышленная экология, финансы) существуют задачи оптимизации, содержащие параметры пространства или времени, которые в силу неопределенной дискретизации считают бесконечными, а задачи с их участием — полубесконечными (*SIP*, *Semi-Infinite Programming*).

SIP-задачи формулируются как задачи математического программирования в составе целевой функции (1) и системы ограничений (2):

$$f(x) \rightarrow \min_{x \in X^0}; \quad (1)$$

$$g(x, y) \leq 0, \quad \forall y \in Y^0, \quad (2)$$

где  $f(x)$  и  $g(x, y)$  предполагаются непрерывно дифференцируемыми на  $X^0 \times Y^0$  — выпуклых компактах;  $X^0 \subset \mathfrak{R}^k$  and  $Y^0 \subset \mathfrak{R}^l$ ,  $k$  и  $l$  — размерности пространства.

Бесконечность точек пространства  $u$  означает бесконечность множества ограничений  $g(x, y) \leq 0$ , связанных с физической сущностью задачи, где вектор  $x$  является управляющим воздействием и может применяться в системах с обратной связью.

Теория SIP рассматривает и находит выход из проблемы бесконечности. Метод аппроксимации сводит исходную задачу  $P^0$  с бесконечным числом ограничений к решению последовательности аппроксимирующих задач  $P(Y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , в которых множества  $Y_i$ , задающие систему критических ограничений, являются конечными  $|Y_i| < \infty$ . Критические ограничения находят максимизацией функ-

ции ограничения от старта, соответствующего точке очередного нарушения ограничения. Для поиска нарушений применяется стохастическая процедура.

Аппроксимирующие задачи  $P(Y_i)$  — это уже обычные задачи математического программирования с конечными числами переменных и ограничений.

Алгоритм SIP организует итерации, на которых определяется вектор аппроксимации  $x$ , действующий на следующей итерации, поэтому SIP считают "методом внешних аппроксимаций". Его обоснование приведено в работе [1], а рабочие алгоритмы — в работе [2].

Однако при переходе к практике SIP необходимо оперировать точными координатами точек и размерами выделенной области, поэтому необходим выбор размерности сетки, так как исходная сетка по умолчанию бесконечна. Число точек при объявленной дискретности несопоставимо мало в сравнении с бесконечной, но влияет на объемы счетных массивов данных, определяет время прохождения алгоритма и ограничено мощностью вычислительных средств.

В работах [3, 4] отмечены трудности аппроксимации моделей в экстремальной постановке, связанные с вынужденными приближенными описаниями, и сделан вывод, что задачи параметрической оптимизации обычно удовлетворительны по точности решения лишь при достаточной размерности сеток.

Объявление "достаточной" дискретности сетки не определено. Дискретность меняет приближения (а следовательно, и интегральные характеристики

функций), что предполагает приближения результатов SIP и отражается на их графическом представлении.

Для выяснения роли конечной дискретности сетки в сходимости оптимального решения алгоритмов SIP и качестве вывода графики необходим сравнительный численный эксперимент с сохранением всех существенных процедур алгоритма, что составило цель работы. Диапазоны дискретности выбраны близкими к разрешениям экранов мониторов, у которых  $640 \times 480$  — считается низким разрешением, а  $1600 \times 1200$  — уже высоким.

Взята одна из формулировок задачи промышленной экологии, связанной с требованием соблюдения экологических нормативов загрязнения ограниченной территории выбросами группы источников.

Программирование и графика выполнены в *MATLAB*.

### Постановка эксперимента

На условной двумерной области  $\mathbf{d}$  размещена группа из  $N$  источников промышленных выбросов, координаты размещения которых  $\mathbf{tN}$  и мощности  $\mathbf{H}$  известны.

Если отсутствуют надежные данные мониторинга загрязнений от выбросов источников, их описывают функционально, считая такую адекватность приемлемой [5, 6]. Наиболее простыми представляются параболические функции, немногочисленные параметры которых имеют ясную трактовку для данного случая, хотя допустимы иные, связанные, например, с функциями Гаусса [6, 7].

Каждый источник генерирует пятно загрязнения с максимумом в точке выброса и понижением значений загрязнения к границам пятна, описываемым локальной функцией параболического типа:

$$f(j, s) = -a(j)r(j, s)^2 + H(j),$$

где  $j = 1, \dots, n$  — номер источника в группе;  $r$  — удаление  $j$ -го источника от точки территории  $s(X, Y)$  с условной мощностью выброса  $H(j)$ ,  $r = \sqrt{(tN(1, j) - X)^2 + (tN(2, j) - Y)^2}$ ;  $a(j)$  — коэффициент разброса  $j$ -го источника.

В результате наложения (суммирования) выбросов группы промышленных источников с разными координатами размещения функция общего загрязнения области (территории)  $F(s)$  обычно становится многоэкстремальной. Если заданы нормативы экологической безопасности области, то задачей управления (оптимизации) загрязнением такой территории будет поиск ограничений выбросов источников, при которых эти нормативы не нарушены.

Функции наложения выбросов отдельных источников, описываемых приближениями за счет конечной дискретности, также становятся приближениями.

Особенность задач управления (оптимизации) загрязнением территорий источниками промышленных выбросов, которые описываются многоэкстремальными функциями, не в обнаружении глобального и всех локальных максимумов (хотя последнее алгоритм предусматривает), а в поиске такого вектора подавления источников выбросов, который во всех точках рассматриваемой территории будет обеспечивать заданные нормативы экологических объектов (зон), также размещенных на территории.

В любой точке  $s$  территории декларировано соблюдение ограничения:

$$g(s) = \sum_{j=1}^N (-a(j)r(s, j)^2 + (1 - x(j))H(j)) - \text{norm}(s) \leq 0, \quad (3)$$

где  $x(j)$  — элемент реформирования мощности  $j$ -го источника;  $\text{norm}(s)$  — норматив загрязнения для точки  $s$ .

Ограничение (3) сопоставляет суммарный уровень загрязнения от источников с заявленным нормативом в каждой точке территории.

Целевую функцию конструировали в упрощенном варианте как предельную сумму затрат (потерь) в результате понижения мощностей источников по результатам оптимизации:

$$C(x) = \sum_{j=1}^N m(j)x(j)H(j), \quad (4)$$

где  $\mathbf{m}$  — вектор затрат на единицу понижения мощности источников.

Данную модель определения избыточных загрязнений выбросами группы источников применяли для сравнения переменной дискретности сетки в процедурах поиска решений алгоритма SIP с учетом графического оформления.

### Численные эксперименты

Генерировали случайную выборку параметров 13 точечных источников выбросов, размещенных на области размерами  $\mathbf{d}[400, 200]$  с координатами  $\mathbf{tN}$  (табл. 1, вариант 1). В вариантах  $v = 1..4$  параметры мощностей выбросов  $\mathbf{H}$  и разброса  $\mathbf{a}$  не менялись. Пересчету подлежали:

- размеры области:  $\mathbf{d} = \mathbf{d} \times \mathbf{u}$ , где  $\mathbf{u} = [1, 2, 4, 8]$  — вектор пересчета;
- координаты размещения источников:  $\mathbf{tn} = \mathbf{tN} \times \mathbf{u}$ . Это привело к значительным изменениям дискретности области в вариантах (табл. 1).

Дискретность представляет число точек (пикселей), а выражается количеством значащих цифр  $0..9$  в числе независимо от того, целое оно или с плавающей точкой. Например, дискретности области  $[7291 \times 536]$  и  $[7,291 \times 53,6]$  по числу точек одинаковы, но сфокусированы на разных интервалах по

Параметры источников выбросов в вариантах  $\nu = 1-4$ 

Параметры источников	Номера источников												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>H</b>	1812	1460	2088	2087	1054	1506	1550	1505	774	1581	1087	601	1609
<b>tN</b> ( $\nu = 1$ ) [400 × 200]	51 183	112 110	63 194	320 29	317 192	340 187	297 79	283 7	39 165	380 7	306 159	178 129	111 136
<b>tN</b> ( $\nu = 2$ ) [800 × 400]	102 366	224 220	126 388	640 58	634 384	680 374	594 158	566 14	78 330	760 14	612 318	356 258	222 272
<b>tN</b> ( $\nu = 3$ ) [1600 × 800]	204 732	448 440	252 776	1280 116	1268 768	1360 748	1188 316	1132 28	156 660	1520 28	1224 636	712 516	444 544
<b>tN</b> ( $\nu = 4$ ) [3200 × 1600]	408 1464	896 880	504 1552	2560 232	2536 1536	2720 1496	2376 632	2264 56	312 1320	3040 56	2448 1272	1424 1032	888 1088
<b>a</b>	0,059	0,015	0,063	0,036	0,061	0,012	0,051	0,019	0,012	0,027	0,031	0,037	0,051

Таблица 2

Векторы  $x$ -решений для вариантов  $\nu = 1-4$ 

$\nu$	Номера источников												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0,7591	0,9856	1	0,5113	0,7796	1	1	1	0	0,8617	1	1	0,9791
2	1	0,4839	1	0,9427	1	0,8585	1	0,7777	0,3081	0,2283	0	0	0,8877
3	0,7166	0,1644	0,9553	0,8597	1	0,1899	0,5511	0,2492	0	0,2283	0,8842	0	0,9481
4	0,6012	0,1644	0,7799	0,4925	0,7602	0,1899	0,2129	0,1894	0	0,2283	0,2042	0	0,7801

$X$ ,  $Y$ . В работе для большей наглядности дискретность выражали целыми числами, так как в этом случае количество точек и фокусировка области совпадают.

Принят единый экологический норматив по загрязнению для любой точки области  $\text{norm} = 1220$ .

Дискретность точек в условиях наложения функций разброса источников порождает непредсказуемые варианты общей функции  $F(s)$ . Для сопоставления проектируемых вариантов дискретности генерировали в 3D общие функции загрязнения области (рис. 1–4, см. третью сторону обложки), что немедленно выявило их существенные различия.

При низкой дискретности сетки (см. рис. 1 на третьей стороне обложки) локальные максимумы себя не проявляют, в результате чего наложения выбросов источников нивелированы. Общая функция сильно сглажена в виде общего пятна, превышения ограничений над нормативом размыты на значительных участках области. Грубые точечные оценки загрязнений приводят к также грубым оценкам функции наложения  $F(s)$ . Завышенные оценки означают значительные нарушения ограничений на больших площадях области и, очевидно, требуют также значительных сокращений в предстоящей SIP-оптимизации.

Повышение дискретности сетки начинает проявлять локальные максимумы загрязнений, однако они

также еще сглажены. Визуально по координате  $Z$  интеграл функции  $F(s)$  начинает падать.

Дальнейший рост дискретности (рис. 2, 3) приводит к росту числа максимумов с также более высокими градиентами. Явно наблюдается появление участков области с невысокими уровнями загрязнений (и даже с их отсутствием).

При высокой дискретности сетки (рис. 4) источники значительно локализованы, видны их градиенты, понижение эффекта наложения общей функции  $F(s)$  и ее интеграла.

Варианты по табл. 1 использованы в качестве входных данных разработанного в MATLAB программного комплекса на базе алгоритма SIP. В табл. 2 представлены достигнутые аппроксимации по результатам оптимизации.

Вектор  $x$  трактуется как долевое понижение исходных единичных мощностей источников выбросов. Например, для источника 7 в варианте 1  $x(7) = 1$ . Это означает, что вся его мощность для решения задачи признана избыточной. Напротив, для источника 9 в варианте 4  $x(9) = 0$ . Поэтому его мощность при оптимизации может быть сохранена в исходном объеме. Соответственно  $x(2) = 0,4839$  в варианте 2 рекомендует понижение исходной мощности источника 2 примерно вдвое. Таким образом, векторы решений дифференцированно отменяют, сохраняют или реформируют мощности всех источников.

На практике не обязательно понижать или закрывать источники с избыточными мощностями, что может привести к неприемлемым экономическим потерям. В качестве замены применяют улавливающие, фильтрующие или иные технологии. Тогда решения  $x$  будут означать дифференцированные объемы затрат по каждому источнику на их осуществление.

Обращает внимание более высокая "жесткость решений" при понижении дискретностей области. Так, число элементов в решениях, требующих кардинального закрытия источников выбросов, возрастает. Напротив, число элементов решений, требующих частичных ограничений мощностей источников возрастает в сторону более высоких дискретностей.

В целом работает логика: грубые приближения функций — грубые решения алгоритма SIP.

Если повышение дискретности сетки ведет к более качественным (распределенным по большому числу элементов) аппроксимациям (табл. 3), то порогом при выборе достаточной дискретности может стать исчезновение из решения элементов с  $x(j) = 1$ . Судя по третьему столбцу табл. 3, такой момент наступает между вариантами 3 и 4. Варианты сеток 1 и 2 содержат значительное число единичных элементов и по такому принципу должны быть отклонены.

Эксперимент показал, что алгоритм SIP обеспечил устойчивые решения в широких диапазонах дискретности области для задачи, потенциально содержащей в ограничении многоэкстремальные функции. Также видно значительное влияние дискретности области на оптимальные аппроксимации.

На рис. 5 (см. четвертую сторону обложки) показаны 2D-карты загрязнения области в результате наложения выбросов источников после оптимизации.

Карты построены в соответствии с оптимальными сокращениями избыточных мощностей источников выбросов по табл. 2. Выведены зоны загрязнений территории для уровней вектора:  $z = [30, 130, 280, 430, 600, 790, 950, 1220, 1400]$ . Включение в вектор норматива 1220 показывает, что превышающих остаточных зон в картах нет, поэтому оптимизация достигается независимо от дискретности для всех вариантов. Таким образом, алгоритм SIP обеспечивает качественное решение независимо от дискретизации области.

Таблица 3

**Количественные показатели вариантов решений**

$v$	Число точек сетки ( $\times 10^{-3}$ , ед.)	Число элементов в аппроксимации $(\sum_{j=1}^n x(j),$ если $x(j) = 1)$	Число элементов в аппроксимации $(\sum_{j=1}^n x(j),$ если $0 < x(j) < 1)$
1	80	6	6
2	320	4	7
3	1280	1	10
4	5120	—	11

Грубая дискретность обеспечивает "смазанное" представление остаточного загрязнения территории. Высокая дискретность значительно ближе к реальной картине загрязнения, а ее оптимальное решение более точно очерчивает зоны остаточного загрязнения. По площади такие зоны значительно меньше на фоне полностью свободных от загрязнения.

Варианты 3, 4 исходно имели выраженные локальные пики загрязнений и оптимальные решения "срезали" их избыточные превышения (рис. 4, 5).

В вариантах 1, 2 с более распределенным типом исходных загрязнений оптимизация выполнила то же самое, но в больших объемах, причем остатки остались распределенными.

Сделана попытка ввода дополнительных критериев, связывающих параметры дискретности с результатами SIP-оптимизации.

Простая оценка может быть связана с изменением интеграла общей функции загрязнения для разной дискретности области. Если достижимо точное значение интеграла общей функции для ограниченной области, то отношение реального значения к точному назовем коэффициентом приближения функции  $W$ . Такую возможность представляет известное выражение для объема параболоида  $V = \pi H^2 / (2a)$  в качестве интеграла параболической функции с бесконечным числом точек области.

Коэффициент  $W = [0..1]$  выражает долевую часть численного значения интеграла общей функции загрязнения территории относительно аналитического значения интеграла:

$$W = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{\sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^N (H(j) - a(j)r(j, p))^2}{\pi \sum_{j=1}^N (H(j)^2 / 2a(j))} \rightarrow 1, \quad (5)$$

где  $P$  — множество точек (дискретность) области ( $P = d(1)d(2)$ );  $r(j, p)$  — удаление точки  $p$  от  $j$ -го источника.

Такой коэффициент в корреляции с дискретностью области, очевидно, будет постоянным для любых точек области в конкретной задаче, но пригоден только для оценки тренда приближений функции.

Обобщения решений (см. табл. 2) с помощью взвешенного пересчета приводят к коэффициенту остатков мощностей источников. Коэффициент взвешенных остатков мощностей группы источников ( $E$ ) по результатам оптимизации составил

$$E = \frac{\sum_{j=1}^N (1 - x(j))H(j)}{\sum_{j=1}^N H(j)}, \quad (6)$$

где  $x$  — векторы решений в вариантах по табл. 2.

Достигнутые значения целевой функции в вариантах фиксировались по завершению алгоритма SIP.

Связи введенных критериев по результатам оптимизации с переменной дискретностью в вариантах представлены на рис. 6.

По варианту 1 (см. рис. 1) исходные загрязнения достигали высоких (до 8000...9000) значений, причем охватывали почти всю область, поэтому избыточность по сравнению с нормативом 1220 была значительной. Взвешенный остаток общей мощности от исходной 1 составил  $E(1) = 0,1462$ .

Напротив, по варианту 4 (см. рис. 4) выраженные пики загрязнений исходно соответствовали интервалу 1500...3500, что, естественно, означало меньшую избыточность. Решение по варианту 4 привело к взвешенному остатку мощностей  $E(4) = 0,5978$ .

Варианты 2, 3 со средними параметрами дискретностей и исходными загрязнениями по рис. 2, 3 привели также к средним взвешенным остаткам по результатам оптимизации:  $E(2) = 0,2696$  и  $E(3) = 0,4259$ .

Высокая дискретность (вариант 4) примерно удваивает точность приближения функций. Конкретно, при отображении области количеством пикселей  $>5$  млн приближение входит в зону  $W \sim 0,9$ , что можно считать приемлемым.

Затратная целевая функция  $C$  за счет высокой дискретности падает вдвое, что объясняется значительно меньшей "жесткостью" решений.

Темп нарастания взвешенных аппроксимаций  $E$  наиболее значителен (примерно четырехкратный), что говорит о большой чувствительности решений SIP к изменениям дискретности

Будучи упрощением, более низкая дискретность ведет к потере адекватности критериев, но с неопределенной мерой выбора.

Проведенный эксперимент показал, что алгоритм SIP дает достаточно хорошие решения в рассмотренных и, очевидно, в иных случаях вариативности дискретностью. Однако результаты оптимизации или введенные критерии указывают только на направления их изменений, а не на конкретные точки предпочтений. С позиции отсутствия формализации выбора дискретности в численных расчетах SIP можно отнести к эвристическим алгоритмам.

Допустимую дискретность области можно отождествить с мерой адекватности общей функции загрязнения. Из-за непредсказуемых вариантов наложения локальных выбросов группы источников выбор дискретности области оптимизации ложится на опыт исследователя, его умение анализировать и даже предвидеть результаты, на использование вероятностных оценок или косвенных критериев.

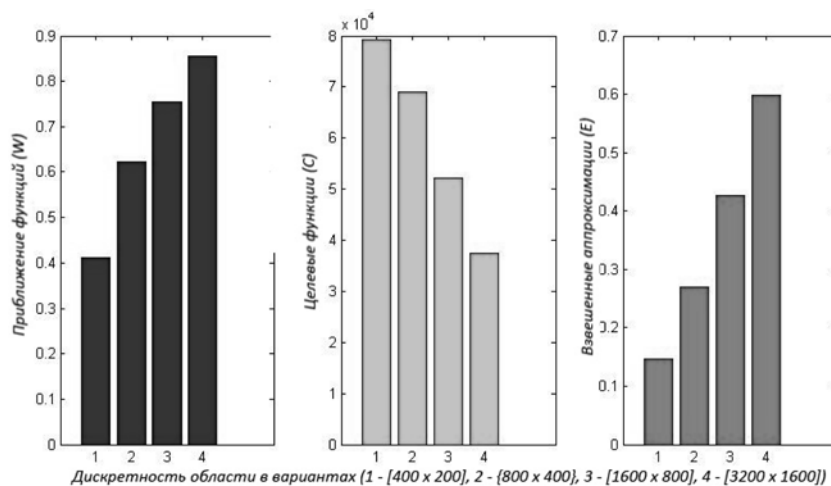


Рис. 6. Влияние дискретности области на результаты оптимизации

Следует представлять последствия низкой дискретности области. Очевидным улучшением будет заметное сокращение объемов вычислений, однако "плата" за такое сокращение весьма ощутима:

- потеря реальной геометрии функции общего загрязнения области;
- отставание интегральных критериев функций распределения загрязнений в сравнении с их значениями для бесконечной дискретности;
- растущее искажение вектора оптимального SIP-решения.

Главный недостаток недостаточной дискретности области — потеря адекватности функции наложения. Особенно это относится к многоэкстремальным функциям, которые появляются при разреженном размещении источников выбросов и наличии у локальных максимумов функций больших градиентов.

Выбор конечной дискретности не только обеспечивает запуск алгоритма SIP. Дискретность сохраняется и не может меняться до конца выполнения алгоритма. Поэтому ее связь с качеством итогового решения очевидна.

Сдерживают рост дискретности сетки разреженные сетки, однако их информативное качество падает. Мощным средством вычислительного эксперимента являются ЛП<sub>τ</sub>-сетки (последовательности), которые заключаются в отказе от равномерных сеток [4]. Исключают дублирование получаемой информации, так как число малоинформативных точек с ростом дискретности катастрофически нарастает.

Роль дискретности для качества проявления функций наложения по аналогии близка проблеме качества визуализации изображений в экранном устройствах (мониторы, гаджеты), для которых прогресс размерностей экранов протекал в диапазонах от (640 × 480) до (3200 × 1800). Такой диапазон дискретностей представляет интерес для вычисли-

тельной оптимизации и был рассмотрен в работе. Не исключено, что соотношения размеров сторон области оптимизации также следует предпочитать уже сложившимся для экранных устройств (взамен  $(4 \times 3)$  или  $(5 \times 4)$  переходить на  $(16 \times 9)$ ).

В работе установлена чувствительность параметров дискретности пространства к прохождению и результатам алгоритма полубесконечной оптимизации. Приведенные обсуждения о роли и косвенные рекомендации по выбору дискретности в какой-то мере продвигают ситуацию к пониманию.

Подтверждено, что проблему ухода от бесконечности решает именно выбор дискретности сетки, а аппроксимации SIP лишь значительно понижают объемы вычислений при оптимизации методами математического программирования.

### Выводы

Дискретность сетки области в численной реализации алгоритмов полубесконечной оптимизации значительно влияет на конечные аппроксимации.

Изменения дискретности сетки не приводят к потере сходимости аппроксимаций.

При возрастании дискретности взвешенный критерий групповой аппроксимации уверенно понижается.

Выбор дискретности сетки области должен достаточно качественно проявить (описать) характерные особенности общей функции для конкретной задачи, но остается эвристической процедурой.

### Список литературы

1. Volkov Y. V., Zavriv S. K. A General Stochastic Outer Approximations Methods // SIAM Journal on Control and Optimization. 1997. Vol. 35. P. 1387—1421.
2. Завриев С. К., Новикова Н. М., Федосова А. В. Стохастический алгоритм решения выпуклых задач полубесконечной оптимизации с ограничениями равенствами и неравенствами // Вестник Московского университета. Сер. 15. Вычислит. матем. и кибернетика. 2000. № 4. С. 30—35.
3. Рапопорт Э. Я., Пleshивцева Ю. Э. Модели и методы полубесконечной оптимизации в обратных задачах теплопроводности // Сб. трудов 5-го Минского международного форума по тепло- и массообмену. Тезисы докл. и сообщ. Минск: Институт тепло- и массообмена им. Лыкова НАНБ. 2004. Т. 1. С. 274—276.
4. Антонова Г. М. Сеточные методы равномерного зондирования для исследования и оптимизации динамических стохастических систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 224 с.
5. Баранова М. Е., Гаврилов А. С. Методы расчетного мониторинга загрязнения атмосферы мегаполисов // Естественные и технические науки. 2008. № 4. С. 221—225.
6. Замай С. С., Якубайлик О. Э. Модели оценки и прогноза загрязнения атмосферы промышленными выбросами в информационно-аналитической системе природоохранных служб крупного города: учеб. пособие. Красноярск: Красноярский гос. ун-т, 1998. 109 с.
7. Vaz A. Ismael F., Ferreira E. C. Air pollution control with semi-infinite programming, *Applied Mathematical Modelling*. ELSEVIER, 2009, no. 33, pp. 1957—1969.

V. V. Fedosov, Moscow

A. V. Fedosova, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

## Parameterization of the Mesh Algorithms Semi-Infinite Optimization for the Problems of Industrial Ecology

*The industrial ecology are typical management tasks pollution emission sources, the territory of the group. If you set the standards of environmental safety territory (scalar, vector, or function), the optimization should detect the redundancy of such emissions.*

*The task is complicated potential functions multiextremal general pollution of the territory as a result of imposition of emission sources, as well as the presence of the infinite parameter — the number of points of the territory, which leads to an infinite number of constraints.*

*Algorithms for semi-infinite optimization (SIP, Semi-Infinite Programming) reduces the initial formulation of the problem with an infinite number of constraints to the sequence of approximating problems with a finite number of critical constraints. Critical limits are maximizing function limitation from the start, the corresponding point of the next constraint violation. To search for violations of applied stochastic procedure. Approximating the final task it is usual formulation of nonlinear mathematical programming.*

*However, a theoretical departure from the infinity does not negate choice discrete grid area. The numerical experiment with parameterization by a discrete grid. Range Resolution made by  $[400 \times 200]$  to  $[3200 \times 1600]$ .*

*A significant and sustainable impact on the approximation of the discrete nature of the results. Changes in grid discrete nature do not lead to a loss of convergence of approximations. Increase grid discreteness leads to better quality (distributed on most items) approximations.*

*Introduced and analyzed several surrogate grid discrete nature (approximation dirt overlay function, the objective function weighted approximations). The logic of their trend is well aligned with the variable grid increments.*

*Selecting an area must first demonstrate sufficient quality (to describe) the characteristics of the overall pollution of functions, but it remains a heuristic procedure.*

**Keywords:** discrete grid, semi-infinite optimization, approximation, nonlinear programming, emission sources, pollution standards for areas

## References

1. Volkov Y. V., Zavriev S. K. A General Stochastic Outer Approximations Methods, *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1997, vol. 35, pp. 1387–1421.
2. Zavriev S. K., Novikova N. M., Fedosova A. V. Stohasticheskiy algoritm resheniya vypuklykh zadach polubeskonechnoy optimizatsii s ogranichenijami ravenstvami i neravenstvami, *Vestnik Moskovskogo universiteta. Ser. 15. Vychislit. matem. i kibernetika*, 2000, no. 4, pp. 30–35.
3. Rapoport Je. Ja., Pleshivceva Ju. Je. Modeli i metody polubeskonechnoy optimizatsii v obratnykh zadachah teploprovodnosti, *Sb. drudov: 5-yj Minskij mezhdunarodnyj forum po teplo- i massoobmenu. Tezisy dokl. i soobshh.* Minsk: Institut teplo i massoobmena im. Lykova NANB, 2004, no. 1, pp. 274–276.
4. Antonova G. M. *Setochnye metody ravnomernogo zondirovaniya dlja issledovaniya i optimizatsii dinamicheskikh stohasticheskikh sistem*, Moscow: FIZMATLIT, 2007. 224 p.
5. Baranova M. E., Gavrilov A. S. Metody raschetnogo monitoringa zagriznenija atmosfery megapolisov, *Estestvennye i tehnicheckie nauki*, 2008, no. 4, pp. 221–225.
6. Zamaj S. S., Jakubajlik O. Je. *Modeli ocenki i prognoza zagriznenija atmosfery promyshlennymi vybrosami v informacionno-analiticheskoj sisteme prirodoohrannyh sluzhb krupnogo goroda*: Ucheb. posobie / Krasnojarskij gos. un-t. Krasnojarsk, 1998. 109 p.
7. Vaz A. Ismael F., Ferreira E. C. Air pollution control with semi-infinite programming, *Applied Mathematical Modelling*. ELSEVIER, 2009, no. 33, pp. 1957–1969.

УДК 004.052.3

**Г. В. Зеленко**, канд. техн. наук, проф.,

Московский государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники,

**А. Д. Иванников**, д-р техн. наук, зам. директора по научной работе,

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН,

**Д. Ю. Коган**, ведущий инженер, ООО "Элитекс",

**А. В. Роцин**, канд. техн. наук, проф., e-mail: aleksey\_roschin@mail.ru,

Московский государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники

## Проблемы функциональной устойчивости сенсорной локальной сети

*Предложен критерий оценки функциональной устойчивости сенсорной локальной сети, основанный на показателях достижимости любого узла сети из любого другого. Предложен алгоритм идентификации сенсорной локальной сети по результатам прохождения реальных или тестовых сообщений.*

**Ключевые слова:** сенсорная сеть, достижимость, функциональная устойчивость

### Введение

Широкое использование сенсорных локальных сетей для создания распределенных систем контроля и управления требует наличия эффективных методов и способов оценки способности таких систем выполнять свое функциональное назначение. Понятие *функциональная устойчивость*, используемое в настоящей статье, подразумевает возможность исполнения сенсорной локальной сетью своего предназначения, а именно, прохождения информационных пакетов от обычных узлов сети к выделенным управляющим узлам и управляющих пакетов от выделенных управляющих узлов к обычным [1, 2].

Проблема оценки функциональной устойчивости в различных формулировках исследуется уже достаточно давно [3–9], однако чаще всего такие исследования проводятся применительно к человеку или организационным системам. Есть работы [3], где функциональная устойчивость привязывается к понятию динамической устойчивости, однако это требует наличия аппарата динамического опи-

сания сенсорных локальных сетей (например, на основе динамических графов), которое в настоящее время недостаточно проработано.

В работе [4] рассматривается функциональная устойчивость навигационно-информационной системы (НИС): "...НИС представляет собой многообъектную распределенную иерархическую систему автоматизированного управления. При этом сами объекты управления НИС изменяют во времени под действием внешних воздействий и внутренних факторов не только свое состояние, но и местоположение в пространстве, что влечет за собой, вследствие пространственных неоднородностей телекоммуникационной подсистемы и навигационного поля, изменения структурно-функциональных связей внутри самой системы. Кроме того, воздействие внешней среды (преднамеренное или непреднамеренное) на элементы системы может существенно влиять на ее работоспособность. В связи с этим необходима способность сохранять или восстанавливать (полностью или частично) возможность выполнения возложенных на нее функций в условиях воздействия деструктивных