УДК 517.938

А. В. Дмитриев, д-р физ.-мат. наук, проф., e-mail: a.dmitriev@hse.ru,
С. В. Мальцева, д-р техн. наук, проф., e-mail: smaltseva@hse.ru,
О. А. Цуканова, аспирант, e-mail: otsukanova@hse.ru
Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

Моделирование и качественный анализ социальной микроблогинговой сети как динамической системы

Представлены результаты качественного анализа социальной сети, базирующейся на принципе микроблогинга. Сетевое взаимодействие аппроксимировалось дифференцируемой нелинейной динамической системой числа отправителей и получателей заметок (без ограничений и с ограничениями). Установлено, что адекватной является динамическая система с учетом насыщения и взаимодействий между отправителями и получателями. Получены параметрические условия асимптотической устойчивости и вилообразной бифуркации для условий сетевой динамики.

Ключевые слова: *математическое моделирование, социальные сети, микроблогинг, динамические системы, нелинейная динамика, асимптотическая устойчивость, вилообразная бифуркация*

Введение

Математическому моделированию социальных сетей посвящено большое количество публикаций. Наиболее полный обзор таких моделей представлен в работе [1]: оптимизационные и имитационные модели (модели с порогами, модели просачивания и заражения, модели Изинга, модели на основе цепей Маркова, модели на основе клеточных автоматов и др.), теоретико-игровые модели (модели взаимной информативности, модели согласованных коллективных действий, модели стабильности сети и др.). За исключением модели диффузии информации [2], практически отсутствуют модели, основанные на идеях и формализме теории нелинейных дифференцируемых динамических систем [3]. В последнее время подходы данной теории успешно применяют в моделировании динамических систем разной природы.

В настоящей работе исследование ограничено сетями "микроблогингового характера", наиболее известным примером которых является *Twitter*. Мы полагаем, что подобную социальную сеть можно считать такой динамической системой, которая из совокупного действия индивидуальных интересов вырабатывает агрегированные факторы (потоки), которые начинают проявляться в макромасштабе и действовать по законам детерминированных связей и отношений. Можно предположить, что такая сеть с точки зрения возникших в ней обобщенных макроскопических потоков гомеоморфна динамическим системам так называемого гидродинамического типа. Следовательно, если в таких системах возникают взаимодействующие встречные потоки, то в них (т. е. системах), как правило, возникает явление обобщенной турбулентности, порождающее кризисные режимы развития состояний таких динамических систем.

В терминологии популяционной динамики пользователи микроблогинговых сетей находятся в отношении мутуализма, в одном из типов симбиотических отношений, при котором межпопуляционные взаимодействия являются облигантными (обязательными) [4]. В этом случае необходимо существование отправителей и получателей заметок (твитов, в случае *Twitter*) — в отсутствие одного из этих видов другой вид вымирает (нет отправителей — нет получателей, нет получателей — нет смысла в отправителях).

Целью работы является исследование сети как динамической системы с учетом информационного насыщения получателей и ресурсно-информационного взаимодействия отправителей и получателей.

Для достижения данной цели решали следующие задачи:

- определение ненулевого равновесного числа отправителей и получателей сообщений;
- определение параметрических условий существования ненулевого равновесного числа отправителей и получателей.

Динамику системы "отправители—получатели" моделировали системами автономных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y) \\ \dot{y} = g(x, y), \end{cases}$$

где $x(t) \geqslant 0$ — число отправителей заметок; $y(t) \geqslant 0$ — число получателей заметок.

Для определения равновесных точек системы и анализа их устойчивости проводили качественный анализ динамических систем в первом приближении. Основу такого анализа составляет теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению [5]: если все собственные значения якобиана автономной системы имеют отрицательные действительные части ($\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0$), то соответствующая равновесная точка является асимптотически устойчивой. Равновесное состояние является асимптотически устойчивым, если малые отклонения от него со временем затухают [5].

Далее рассматриваются и анализируются динамические модели с определенными уровнями ограниченности.

1. Подход к исследованию динамики социальных сетей

Поскольку сети отличаются большими масштабами и разнородностью, то в целях разработки наиболее адекватных методик для их исследования, моделирования и оптимизации целесообразно условно разделять эти внушительные произвольно действующие динамичные конгломераты на уровни: макро- и микро-, полагая при этом, что выводы и показатели, корректные для макроуровня, будут аналогичными и на микроуровне. Отсюда предлагается следующий — поуровневый — подход, основанный на модели текстурированного пространства состояний [5].

Исследуемое пространство условно разделено на два уровня.

Первый уровень представляет собой уровень визуальных образов. Его автоматический мониторинг позволяет выявить возможные отклонения. И в случае выявления таковых осуществляется переход на микроуровень — уровень конкретного слоя текстуры.

Согласно предлагаемой методике на макроуровне ведется работа с визуальными слоями и, соответственно, принимаются решения, затрагивающие уровень макропоказателей сети, например, "конвейерная обработка" визуализированных представлений сети (т. е. слоев текстуры) в режиме реального времени в целях выявления "отклонений" в состоянии сети.

Скорость изменения состояния сети чрезвычайно высока. В связи с масштабами современных сетей постоянный мониторинг усложняется. Это означает, что нужно автоматически определять такие состояния и точки, к которым, и в какой момент, необходимо применять управляющее воздействие.

Практически на глобальном уровне предлагается проводить выявление существенных изменений на уровне образов — или геометрических отображений структуры сети. Происходит изучение визуальных образов — "срезов" сети в определенные моменты времени ("слоев" в текстурированном пространстве состояний). Через определенный период времени делается "снимок" сети, в этот момент автоматически должен быть сделан вывод о том, произошли значимые изменения или нет. С использованием визуальных образов автоматически решается задача о сходстве изображений. В случае выявления отличий дается сигнал, что изображения не совпадают друг с другом. Делается вывод о наступлении значимого события.

В случае выявления "отклонений" или существенных изменений на первом уровне следует проводить более глубокие исследования сети в целях предметного анализа происходящего. Делается вывод о предполагаемом формировании нового слоя текстуры и происходит переход к микроуровню — изучению конкретного слоя, на котором выявилось отклонение, а также к детальному изучению факторов, вызвавших это изменение.

Ниже предлагается инструментарий исследования на микроуровне, основанный на применении дифференциальных уравнений в сетях, основанных на принципе "микроблогинга", наиболее известным из которых является *Twitter*.

Итак, в сети выявилось существенное изменение. Тогда, например, для случая *Twitter* можно сделать предположение, что это произошло в результате пересылок твитов.

2. Качественный анализ сети. Динамическая система без ограничений

В отсутствие каких-либо ограничений (мальтузианская система) динамика пары "отправитель—получатель" в простейшем случае описывается динамической системой

$$\begin{cases} \dot{x} = -\alpha_1 x + \beta_1 xy\,; \\ \dot{y} = -\alpha_2 y + \beta_2 xy. \end{cases} \tag{1}$$

Наличие произведения xy в правых частях динамической системы отражает факт асимптотического стремления к нулю числа отправителей и получателей заметок при "вымирании" одного из этих видов. Члены — $\alpha_1 x$ и $-\alpha_2 y$ соответствуют уменьшению числа отправителей и получателей заметок со скоростями α_1 и α_2 соответственно; члены $+\beta_1 xy$ и $+\beta_2 xy$ — увеличению числа отправителей и получателей заметок за счет их взаимодействия со скоростями β_1 и β_2 (в случае *Twitter* может быть приведен следующий пример: отправление ответов от получателей к отправителям твитов с последующим отправлением и получением дополнительных твитов, отправление ретвитов подписчикам).

Проведем качественный анализ системы (1) в первом приближении.

Система (1) имеет две равновесные точки — нулевую $O(0,0)$ и ненулевую $E\left(\frac{\alpha_2}{\beta_2}, \frac{\alpha_1}{\beta_1}\right)$. Якобиан системы (1)

$$J = \begin{pmatrix} -\alpha_1 + \beta_1 y & \beta_1 x \\ \beta_2 y & -\alpha_2 + \beta_2 x \end{pmatrix}.$$

Собственные значения якобиана в точке $O(0,0)$ ($\lambda_1 = -\alpha_1$, $\lambda_2 = -\alpha_2$) — отрицательные числа. Следовательно, по теореме Ляпунова об устойчивости в первом приближении нулевая равновесная точка является асимптотически устойчивой. Если $\alpha_1 \neq \alpha_2$, то данное положение равновесия является асимптотически устойчивым узлом. Если $\alpha_1 = \alpha_2$, то данное положение равновесия является асимптотически устойчивым дикритическим узлом. В обоих случаях

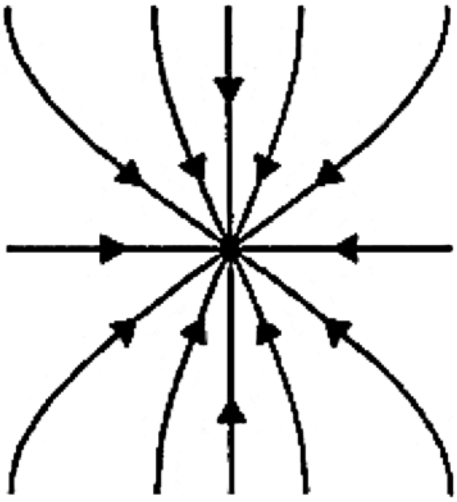

Рис. 1. Асимптотически устойчивый узел

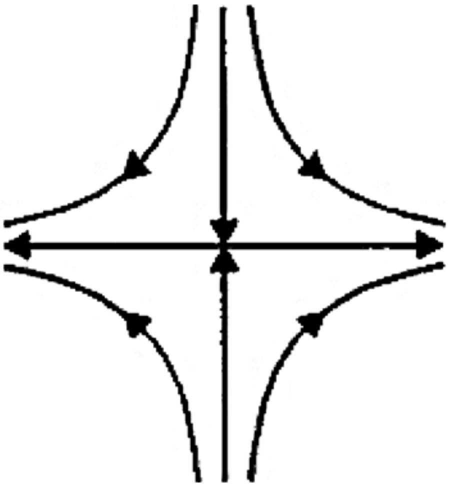

Рис. 2. Неустойчивое седло

число отправителей и получателей заметок асимптотически стремится к нулю, что в пределе соответствовало бы "вымиранию" сети. На рис. 1 представлено схематическое изображение фазовой диаграммы, изображающей асимптотически устойчивый узел (множество траекторий $y = y(x)$ системы при различных начальных условиях). Очевидна сходимость траекторий к равновесной точке, в данном случае к точке O. Асимптотически устойчивый узел является одним из видов аттракторов (траектории притягиваются к равновесной точке) [6].

Собственные значения якобиана в точке $E\left(\frac{\alpha_2}{\beta_2}, \frac{\alpha_1}{\beta_1}\right)$ ($\lambda = \pm\sqrt{\alpha_1\alpha_2}$) — действительные числа разных знаков. Следовательно, по теореме Ляпунова об устойчивости в первом приближении ненулевая равновесная точка не является устойчивой. Ненулевая равновесная точка является седлом. На рис. 2 представлена фазовая диаграмма, изображающая седловую точку (седло) [7].

Таким образом, не существует положительных значений параметров, при которых система (1) имеет устойчивую ненулевую равновесную точку. Следовательно, модель (1) является неадекватной. Причиной этого является отсутствие ограничений на динамические переменные.

3. Динамическая система с учетом насыщения получателей

Учтем фактор насыщения получателей заметок. Динамическая система (1) при этом принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\alpha_1 x + \dfrac{m_x xy}{1 + A_x y}; \\ \dot{y} = -\alpha_2 y + \dfrac{m_y xy}{1 + A_y x}. \end{cases} \tag{2}$$

В этой системе m_x/A_x и m_y/A_y — максимальные "рационы" отправителей и получателей заметок; $1/A_x$ — число получателей заметок, при котором "рацион" отправителей составляет половину максимального; $1/A_y$ — число отправителей, при котором "рацион" получателей составляет половину максимального. Под максимальным рационом получателей заметок понимается максимальное число полученных заметок до "насыщения" получателей; максимальный рацион отправителей заметок — максимальное число ответов, полученных от получателей.

Система (2) имеет нулевую $O(0, 0)$ и ненулевую $E\left(\frac{\alpha_2}{m_y - \alpha_2 A_y}, \frac{\alpha_1}{m_x - \alpha_1 A_x}\right)$ равновесные точки. Учитывая, что $x(t)$ и $y(t)$ — число отправителей и число получателей коротких сообщений соответственно, координаты ненулевой точки ограничены следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} m_y - \alpha_2 A_y > 0; \\ m_x - \alpha_1 A_x > 0. \end{cases} \tag{3}$$

Якобиан системы (2)

$$J = \begin{pmatrix} -\alpha_1 + \dfrac{m_x y}{1 + A_x y} & \dfrac{m_x x}{(1 + A_x y)^2} \\ \dfrac{m_y y}{(1 + A_y x)^2} & -\alpha_2 + \dfrac{m_y x}{1 + A_y x} \end{pmatrix}.$$

Собственные значения якобиана в точке $O(0, 0)$ ($\lambda_1 = -\alpha_1, \lambda_2 = -\alpha_2$) — отрицательные числа. В первом приближении нулевая равновесная точка является асимптотически устойчивой. Если $\alpha_1 \neq \alpha_2$, то данное положение равновесия является асимптотически устойчивым узлом (см. рис. 1). Если $\alpha_1 = \alpha_2$, то данное положение равновесия является асимптотически устойчивым дикритическим узлом. Характер нулевой точки системы (2) аналогичен системе (1): в обоих случаях число отправителей и получателей асимптотически стремится к нулю ("вымирание" сети).

Наиболее важный вопрос: существует ли асимптотически устойчивая ненулевая равновесная точка системы (2)? Собственные значения якобиана в ненулевой равновесной точке

$$\lambda = \pm \frac{m_x m_y \alpha_1 \alpha_2}{(1 + A_y x)^2 (1 + A_x y)^2 (m_y - \alpha_2 A_y)(m_x - \alpha_1 A_x)}.$$

Учитывая (3), данные собственные значения — действительные числа разных знаков. Следовательно, ненулевая равновесная точка — седло (см. рис. 2).

Таким образом, учет насыщения отправителей и получателей не меняет характера устойчивости системы. В обеих моделях число отправителей и получателей либо асимптотически стремится к нулю при любых начальных условиях, либо неограниченно возрастает.

4. Динамическая система с учетом насыщения и взаимодействия отправителей и получателей

Учтем фактор взаимодействия между отправителями ($-\gamma_1 x^2$) и получателями ($-\gamma_2 y^2$) твитов. В этом случае динамическая система (2) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\alpha_1 x - \gamma_1 x^2 + \dfrac{m_x xy}{1 + A_x y}; \\ \dot{y} = -\alpha_2 y - \gamma_2 y^2 + \dfrac{m_y xy}{1 + A_y x}. \end{cases} \tag{4}$$

Для упрощения анализа системы (4) введем следующие обозначения:

$$t = \tau/\alpha_1,\ x = \frac{\alpha_1}{\gamma_1} x_1,\ y = \frac{\alpha_2}{\gamma_2} x_2.$$

С учетом этих обозначений систему (3) можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = -x_1 - x_1^2 + \dfrac{\rho_1 x_1 x_2}{1 + \mu_1 x_2}; \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = -\varepsilon x_2 - \varepsilon x_2^2 + \dfrac{\rho_2 x_1 x_2}{1 + \mu_2 x_1}, \end{cases} \tag{5}$$

где $\rho_1 = \dfrac{m_x \alpha_2}{\alpha_1 \gamma_2}$; $\rho_2 = \dfrac{m_y \alpha_1}{\alpha_2 \gamma_1}$; $\mu_1 = \dfrac{A_x \alpha_2}{\gamma_2}$; $\mu_2 = \dfrac{A_y \alpha_1}{\gamma_1}$; $\varepsilon = \dfrac{\alpha_2}{\alpha_1}$.

Система (5) имеет нулевую равновесную точку $O(0, 0)$. Якобиан системы (5)

$$J = \begin{pmatrix} 1 - 2x_1 + \dfrac{\rho_1 x_2}{1 + \mu_1 x_2} & \dfrac{\rho_1 x_1}{(1 + \mu_1 x_2)^2} \\ \dfrac{\rho_2 x_2}{(1 + \mu_2 x_1)^2} & -\varepsilon - 2\varepsilon x_2 + \dfrac{\rho_2 x_1}{1 + \mu_2 x_1} \end{pmatrix}.$$

Собственные значения якобиана в точке $O(0, 0)$ ($\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -\varepsilon$) — действительные числа разного знака. Следовательно, точка $O(0, 0)$ является неустойчивым седлом (см. рис. 2). Таким образом, учет взаимодействий между отправителями и взаимодействий между получателями, по крайней мере, исключает возможность уничтожения сети.

Осталось выяснить факт существования и устойчивость ненулевой равновесной точки системы (4). Ненулевая равновесная точка является решением однородного алгебраического уравнения

$$\begin{cases} 1 + x_1 + x_2(\mu_1 - \rho_1) + \mu_1 x_1 x_2 = 0; \\ \varepsilon(1 + x_2) + x_1(\varepsilon\mu_2 - \rho_2) + \varepsilon\mu_2 x_1 x_2 = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Имеем две ненулевые равновесные точки: точку E_1 с координатами

$$x_1^* = \frac{-\sqrt{\delta} - (\mu_1 - \rho_1)(\varepsilon\mu_2 - \rho_2) - \varepsilon\mu_1 + \varepsilon + \mu_2}{2(\varepsilon\mu_1\mu_2 - \mu_1\rho_2 - \mu_2)};$$

$$x_2^* = \frac{\sqrt{\delta} + (\mu_1 - \rho_1)(\varepsilon\mu_2 - \rho_2) - \varepsilon\mu_1 - \varepsilon + \mu_2}{2(\varepsilon\mu_1 - \mu_1\mu_2 + \mu_2\rho_1)}$$

и точка E_1 с координатами

$$x_1^* = \frac{\sqrt{\delta} - (\mu_1 - \rho_1)(\varepsilon\mu_2 - \rho_2) - \varepsilon\mu_1 + \varepsilon + \mu_2}{2(\varepsilon\mu_1\mu_2 - \mu_1\rho_2 - \mu_2)};$$

$$x_2^* = \frac{\sqrt{\delta} + (\mu_1 - \rho_1)(\varepsilon\mu_2 - \rho_2) - \varepsilon\mu_1 - \varepsilon + \mu_2}{2(\varepsilon\mu_1 - \mu_1\mu_2 + \mu_2\rho_1)},$$

где $\delta = ((\mu_1 - \rho_1)(\varepsilon\mu_2 - \rho_2) + \varepsilon\mu_1 - \varepsilon - \mu_2)^2 - 4\varepsilon(\mu_1 - \rho_1 - 1)(\varepsilon\mu_1\mu_2 - \mu_1\rho_2 - \mu_2)$, $x_1^* > 0$ и $x_2^* > 0$.

Параметр δ является бифуркационным параметром вилообразной бифуркации системы [7]. Действительно, при $\delta < 0$ существует только нулевая равновесная точка O, при $\delta > 0$ — нулевая и две ненулевые равновесные точки E_1 и E_2. Бифуркационное значение параметра $\delta_0 = 0$ (скачкообразно появляются ненулевые равновесные количества отправителей и получателей твитов при смене знака δ с отрицательного на положительный).

Вид системы (6) определяет необходимое условие существования ненулевых равновесных точек с положительными координатами:

$$\begin{cases} \mu_1 < \rho_1; \\ \varepsilon\mu_2 < \rho_2. \end{cases} \tag{7}$$

В качестве примера приведем результаты вычислительного эксперимента по определению ненулевых положительных равновесных точек при $\varepsilon = 1$, $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$, $\mu_1 - \rho_1 = \varepsilon\mu_2 - \rho_2 = -25$. Данные параметры удовлетворяют системе (6). В этом случае система имеет две ненулевые равновесные точки с положительными координатами $E_1(0.04,0.04)$ и $E_2(23.03,12.21)$. Точка E_1 — неустойчивая седловая точка ($\lambda_1 = 2{,}29$, $\lambda_2 = -0{,}45$) (см. рис. 1), E_2 — асимптотически устойчивый узел ($\lambda_1 = -21{,}23$, $\lambda_2 = -11{,}98$) (см. рис. 2).

Необходимым и достаточным условием устойчивости равновесных точек является выполнение системы неравенств:

$$\sigma > 0,\ \Delta > 0.$$

Это следует из теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

Для системы (5)

$$\sigma = -1 + 2x_1^* - \frac{\rho_1 x_2^*}{1 + \mu_1 x_2^*} + \varepsilon + 2\varepsilon x_2^* - \frac{\rho_2 x_1^*}{1 + \mu_2 x_1^*};$$

$$\Delta = \left(2x_1^* - \frac{\rho_1 x_2^*}{1 + \mu_1 x_2^*}\right)\left(\varepsilon + 2\varepsilon x_2^* - \frac{\rho_2 x_1^*}{1 + \mu_2 x_1^*}\right) - \frac{\rho_1 x_1^* \rho_2 x_2^*}{(1 + \mu_1 x_2^*)^2 (1 + \mu_2 x_1^*)^2}.$$

Для системы (5) необходимым и достаточным условием существования устойчивых ненулевых равновесных точек является справедливость неравенства для параметров системы:

$$\begin{cases} k < 0; \\ m < 0; \\ 0 < \rho_1\rho_2 x_1^* x_2^* < km(1 + \mu_1 x_2^*)^2 (1 + \mu_2 x_1^*)^2, \end{cases} \tag{8}$$

где $k = (1 - 2x_1^*)(1 + \mu_1 x_2^*) + \rho_1 x_2^*$, $m = -(\varepsilon + 2\varepsilon x_2^*) \times (1 + \mu_2 x_1^*) + \rho_2 x_1^*$.

Таким образом, система (2) дает наиболее адекватное описание нелинейной динамики отправителей и получателей коротких сообщений. В сети возможно установление асимптотически устойчивого сосуществования отправителей и получателей, что определяется условиями (7), (8) и $\delta > 0$.

Заключение

В работе сделана попытка решения прикладной задачи актуализации сетевого взаимодействия как диссипативной (представленной в виде нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений) динамической системы с учетом информационного насыщения получателей и ресурсно-информационного взаимодействия отправителей и получателей.

Установлено, что адекватной является динамическая система с учетом насыщения и взаимодействий между отправителями и получателями актуальной сетевой информации. Получены параметрические условия асимптотической устойчивости и вилообразной бифуркации для условий сетевой динамики.

Полученные соотношения, связывающие контролирующие параметры системы (относительные скорости уменьшения и увеличения числа отправителей и получателей заметок, максимальные "рационы" отправителей и получателей заметок и др.), могут быть использованы для определения качественных условий существования ненулевого конечного числа получателей и отправителей заметок, а также качественных условий устойчивости сети к изменению контролирующих параметров. В этих случаях принципиально важными являются не абсолютные значения контролирующих параметров, которые в некоторых случаях не могут быть оценены, а соотношение между ними в виде неравенств.

На наш взгляд, наиболее перспективным усовершенствованием модели является использование моделей гидродинамического типа, основой которых являются соотношения Л. Онзагера [7]. Эти соотношения связывают потоки и порождающие их движущие силы. Так, если говорить о случае наиболее популярного микроблогингового сервиса *Twitter*, в качестве потоков могут быть использованы потоки твитов, ретвитов и ответов; в качестве движущих сил — различного рода информация. Детальное описание указанных процессов даст возможность сформулировать и провести анализ неравновесной динамической модели *Twitter*. Очевидно, что данная система будет диссипативной. В диссипативных системах при определенных значениях контролирующих параметров возможно появление динамического хаоса (траектории динамической системы являются хаотическими) и хаотических аттракторов [8]. Актуальной станет задача управления хаосом в динамической системе *Twitter*.

Список литературы

1. **Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г.** Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Издательство физико-математической литературы, 2010. 228 с.
2. **Wang F., Wang H., Xu K., Wu J., Jia X.** Characterizing Information Diffusion in Online Social Networks with Linear Diffusive Model // Proceedings of Distributed Computing Systems, IEEE 33rd International Conference, IEEE, 2013. P. 307—316.
3. **Малинецкий Г. Г.** Математические основы синергетики: хаос, структуры, вычислительный эксперимент. М.: Издательство ЛКИ. 2007. 312 с.
4. **Базыкин А. Д.** Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Москва—Ижевск: Изд. Института компьютерных исследований, 2003. 368 с.
5. **Цуканова О. А., Мальцева С. В.** Эволюционный процесс условного текстурирования сетевого пространства состояний в формате единого информационного ресурса сети // Автоматизация и современные технологии. 2013. № 11. С. 26—29.
6. **Teshl G.** Ordinary differential equations and dynamical systems // Craduate Student in Mathematics. Vol. 140. American mathematical society, Providence, RI, 2012. 356 p.
7. **Де Гроот С.** Термодинамика необратимых процессов. М.: ГИТТЛ, 1956. 280 с.
8. **Лоскутов А. Ю.** Очарование хаоса // Успехи физических наук. 2010. Т. 180, № 12. С. 1305—1329.

A. V. Dmitriev, Prof. Dr., **S. V. Maltseva,** Professor, **O. A. Tsukanova,** Graduate Student,
National Research University "Higher School of Economics
otsukanova@hse.ru, a.dmitriev@hse.ru, smaltseva@hse.ru

Modeling and Qualitative Analysis of a Social Microblogging Network as a Dynamical System

An approach to the investigation into the dynamics of social networks is described. The results of a qualitative analysis of the social network based on a microblogging principle are represented. The network interaction is approximated as a dynamic system characterizing the number of senders and recipients of small content elements.

The aim of the present paper is to make an investigation into the social network as a dynamical system, considering informational saturation and informational interaction between the senders and recipients. Systems without and with restrictions are investigated. It was determined that a social network, represented by a dynamic system considering saturation and interaction between the senders and recipients, is adequate. The parametric conditions of an asymptotic stability and forked bifurcation for the network dynamics are developed.

Keywords: *mathematical modeling, social networks, microblogging, dynamical systems, non-linear dynamics, asymptotic stability, forked bifurcation*

Reference

1. **Gubanov D. A., Novikov D. A., Chhartishvili A. G.** *Social'nye seti: modeli informacionnogo vlijanija, upravlenija i protivoborstva* (Social Networks: Models of Informational Influence, Governance and Conflicts), Moscow, Izdatel'stvo fiziko-matematicheskoj literatury, 2010, 228 p.
2. **Wang F., Wang H., Xu K., Wu J., Jia X.** Characterizing Information Diffusion in Online Social Networks with Linear Diffusive Model, *Proceedings of Distributed Computing Systems, IEEE 33rd International Conference, IEEE*, 2013, pp. 307—316.
3. **Malineckij G. G.** *Matematicheskie osnovy sinergetiki: haos, struktury vychislitel'nyj jeksperiment* (Mathematical Basics of Synergism: Chaos, Structures and Calculating Experiment), Moscow, Izdatel'stvo LKI, 2007, 312 p.
4. **Bazykin A. D.** *Nelinejnaja dinamika vzaimodejstvujushhih populjacij*. Moskva—Izhevsk: Institut komp'juternyh issledovanij (Nonlinear Dynamics of Interacting Populations). — 2003. — 368 p.
5. **Tsukanova O. A., Maltseva S. V.** Evoljucionnyj process uslovnogo teksturirovanija setevogo prostranstva sostojanij v formate edinogo informacionnogo resursa seti (Evolutionary Process of the Conditional Texturing of Network State Space as a Single Information Resource), *Avtomatizacija i sovremennye tehnologii* ("Automation and Modern Technologies"), 2013, no. 11, pp. 26—29.
6. **Teshl G.** *Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems*, Graduate Students in Mathematics, vol. 140, American mathematical societv providence, Providence, 2012, RI, 356 p.
7. **De Groot S.** *Termodinamika neobratimyhprocessov* (Thermodynamics of Irreversible Processes), Moscow, GITTL, 1956, 280 p.
8. **Loskutov A. Ju.** Ocharorvanie haosa (Charm of Chaos), *Uspehi fizicheskih nauk*, 2010, vol. 180, no. 12, pp. 1305—1329.