

УДК 004.7

**В. Н. Тарасов**, д-р техн. наук, проф., зав. каф., e-mail: vt@ist.psati.ru,  
**Н. Ф. Бахарева**, д-р техн. наук, проф., зав. каф., e-mail: bahareva-nf@psuti.ru,  
**Л. В. Липилина**, аспирант, e-mail: mila199113@gmail.com,  
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

## Математическая модель телетрафика на основе системы G/M/1 и результаты вычислительных экспериментов

*Представлены результаты исследования задержки для системы  $H_2/M/1$  типа G/M/1 для широкого диапазона изменения параметров трафика. Известно, что распределенная по гиперэкспоненциальному закону  $H_2$  случайная величина имеет коэффициент вариации больше 1. Также известно, что в системе G/G/1 время ожидания связано с коэффициентами вариаций интервалов поступления и обслуживания квадратичной зависимостью. Следовательно, время ожидания в системе G/M/1 также зависит от коэффициента вариации интервалов поступления. Кроме того, оно зависит и от моментов высших порядков. Учитывая тот факт, что распределение  $H_2$  является трехпараметрическим, приведен механизм аппроксимации произвольных законов распределений гиперэкспоненциальным распределением. Это может быть выполнено как на уровне двух первых моментов, так и на уровне трех первых моментов. Система  $H_2/M/1$  имеет то преимущество перед другими системами с входными распределениями с тяжелым хвостом, что для нее авторами получено точное решение в аналитическом виде.*

**Ключевые слова:** система массового обслуживания  $H_2/M/1$ , среднее время ожидания в очереди, задержка, преобразование Лапласа

### Введение

Как известно из теории массового обслуживания [1], среднее время ожидания требований в очереди является составной частью задержки в сетях пакетной передачи данных. В классической системе массового обслуживания (СМО) M/M/1 оно выражается равенством (здесь и далее используется классическое трехпозиционное обозначение Кендалла)

$$\bar{W} = \frac{\rho/\mu}{1-\rho}, \quad (1)$$

для системы M/G/1 —

$$\bar{W} = \frac{\lambda \bar{X}^2/2}{1-\rho}. \quad (2)$$

Наконец, для системы G/G/1 это время равно

$$\bar{W} = \frac{D_\lambda + D_\mu + (1-\rho)^2/\lambda^2}{2(1-\rho)/\lambda} - \frac{\bar{I}^2}{2\bar{I}}. \quad (3)$$

В этих формулах использованы следующие обозначения:  $\rho$  — коэффициент загрузки системы ( $0 < \rho = \lambda/\mu < 1$ ),  $\lambda$  — интенсивность входного по-

тока,  $\mu$  — интенсивность обслуживания,  $\bar{X}^2$  — второй начальный момент времени обслуживания,  $D_\lambda, D_\mu$  — соответственно дисперсии интервалов поступления и времени обслуживания,  $\bar{I}$  и  $\bar{I}^2$  — соответственно среднее значение и второй начальный момент периода простоя, а черта сверху здесь и далее означает операцию усреднения.

Для системы G/M/1 выражение для времени ожидания неизвестно, поэтому исследование результата для этой системы представляет актуальную задачу. В статье исследуется система G/M/1 для случая ( $c_\lambda > 1, c_\mu = 1$ ), где  $c_\lambda$  и  $c_\mu$  — коэффициенты вариаций интервала между поступлениями и времени обслуживания соответственно.

Учитывая тот факт, что выражение (3) явно содержит дисперсии интервалов входного потока и времени обслуживания, а также возможно включает и моменты высших порядков во втором слагаемом в правой части, при анализе СМО G/M/1 (с произвольным законом поступления в систему), необходимо учитывать не только первые два момента случайного интервала между поступлениями, но и моменты более высокого порядка. Необходимость этого полностью будет подтверждена исследованиями, приведенными ниже.

## Постановка задачи и ее решение

Анализ выражения (3), с другой стороны, показывает, что среднее время ожидания требований в очереди связана с коэффициентами вариаций интервалов поступления и обслуживания квадратичной зависимостью, так как дисперсия случайной величины  $D_\tau$  и коэффициент вариации  $c$  связаны соотношением  $c = \sqrt{D_\tau}/m_\tau$ , где  $m_\tau$  — математическое ожидание величины  $\tau$ . Тогда можем записать соотношения для времени ожидания для различных систем: среднее время ожидания в очереди в системе с входными распределениями, имеющими коэффициенты вариаций интервалов между требованиями входного потока  $c_\lambda < 1$  и времени обслуживания  $c_\mu < 1$ , меньше, чем в системе M/M/1, и меньше, чем в системе G/M/1 при  $c_\lambda > 1$ , и меньше, чем в системе G/G/1 при условии ( $c_\lambda > 1, c_\mu > 1$ ) при одинаковой нагрузке:

$$\begin{aligned} \overline{W} | (c_\lambda < 1, c_\mu < 1) &< \overline{W} | (c_\lambda = 1, c_\mu = 1) < \\ < \overline{W} | (c_\lambda > 1, c_\mu = 1) < \overline{W} | (c_\lambda > 1, c_\mu > 1), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\overline{W}$  — среднее значение величины  $W$ .

Соотношения (4) также отражают эволюцию теории массового обслуживания.

Краткий обзор отечественных и зарубежных источников в области телетрафика позволяет сделать следующие выводы. В работах [2, 3] используются известные классические модели массового обслуживания M/M/1, M/G/1 и верхние границы для времени ожидания требований для системы G/G/1, или же в отсутствие теоретических результатов применяется имитационное моделирование. В зарубежной литературе, например в [4], уже давно известны эвристические формулы для систем G/M/1 и G/G/1. В частном случае, для системы  $H_2/M/1$  в работе [4] приведено выражение для среднего времени ожидания:

$$\overline{W} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \left\{ 1 + \frac{1}{\rho} \left[ \sqrt{(1-\theta)^2 + (r-1)} - (1-\theta) \right] \right\}, \quad (5)$$

где промежуточные параметры:  $\theta = \frac{\rho(q-r) - (q-r^2)}{2\rho(r-1)}$ ,

$$q = \frac{\overline{\tau_\lambda^3}}{6(\overline{\tau_\lambda})^3}, \quad r = \frac{\overline{\tau_\lambda^2}}{6(\overline{\tau_\lambda})^2}, \quad \text{а } \overline{\tau_\lambda}, \overline{\tau_\lambda^2}, \overline{\tau_\lambda^3} \text{ — начальные}$$

моменты до 3-го порядка интервалов между поступлениями требований в систему. Выражение (5) получено с помощью преобразования Лапласа—Стилтьеса функции распределения времени ожидания, и это преобразование приведено в работе [1].

Следует отметить, что в работе [5] представлен результат для среднего времени ожидания для частного случая системы G/G/1, а именно  $H_2/H_2/1$ , полученный решением интегрального уравнения Линдли методом спектрального разложения.

В статье на примере системы  $H_2/M/1$  ставится задача исследования зависимости времени ожидания для СМО G/M/1 от моментов высших порядков случайного интервала между поступлениями и построения механизма аппроксимации произвольных законов распределений (G) с тяжелым хвостом с помощью гиперэкспоненциального распределения.

В настоящее время не существует аналитических методов для точного определения характеристик СМО G/M/1 или G/M/m, и, как следствие, это отражается на степени адекватности стохастических сетевых моделей реальным компьютерным и телекоммуникационным сетям и на качестве принимаемых проектных решений. При этом СМО с гиперэкспоненциальными входными распределениями, в отличие от систем с распределениями с тяжелыми хвостами, позволяет получить решение задачи в аналитическом виде. Тот факт, что такие распределения имеют место на практике, подтвержден в работе [6], где приведены результаты анализа интервалов между пакетами входящего трафика на сервер вуза, полученные с помощью программы — дополнения к анализатору Wircshark.

В работе [7] авторами приведены полученные результаты для времени ожидания в системе  $H_2/M/1$  и их практическое применение. Также приведено преобразование Лапласа для функции плотности времени ожидания для системы  $H_2/M/1$ , полученное решением интегрального уравнения Липдли методом спектрального разложения [1]:

$$W^*(s) = \frac{s_1(s+\mu)}{\mu(s+s_1)}, \quad (6)$$

где  $s_1$  — значение отрицательного корня со знаком

$$\begin{aligned} \text{минус } -s_1 = - \left( \sqrt{\frac{c_2^2}{4} + c_1} - \frac{c_2}{2} \right) \text{ квадратного уравнения} \\ s^2 - c_2s - c_1 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

с коэффициентами  $c_1 = \mu[\lambda_1(1-p) + \lambda_2p] - \lambda_1\lambda_2$ ,  $c_2 = \lambda_1 + \lambda_2 - \mu$ . Величины  $p, \lambda_1, \lambda_2$  являются параметрами гиперэкспоненциального закона распределения с функцией плотности

$$a(t) = p\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \quad (8)$$

для системы  $H_2/M/1$ .

Среднее время ожидания в очереди равно значению производной от функции преобразования Лапласа (6)

$$\frac{dW^*(s)}{ds} = \frac{s_1\mu(s_1+s) - s_1(s+\mu)\mu}{\mu^2(s+s_1)^2}$$

со знаком минус в точке  $s = 0$ :

$$\bar{W} = -\frac{dW^*(s)}{ds}\Big|_{s=0} = \frac{-s_1^2\mu + \mu^2s_1}{\mu^2s_1^2} = \frac{1}{s_1} - \frac{1}{\mu}.$$

Окончательно среднее время ожидания в очереди для СМО  $H_2/M/1$  определяется формулой

$$\bar{W} = 1/s_1 - 1/\mu. \quad (9)$$

Выражение (6) на основе свойств преобразования Лапласа позволяет также определить моменты высших порядков для времени ожидания. Например, начальный момент 2-го порядка времени ожидания равен значению второй производной от преобразования (6) в точке  $s = 0$ , и он будет иметь вид

$$\bar{W}^2 = \frac{d^2W^*(s)}{ds^2}\Big|_{s=0} = \frac{2s_1(\mu - s_1)}{\mu(s + s_1)^3}\Big|_{s=0} = \frac{2(\mu - s_1)}{\mu s_1^2}. \quad (10)$$

В свою очередь, начальный момент 2-го порядка позволяет определить дисперсию времени ожидания:  $D_W = \bar{W}^2 - \bar{W}^2$ . Учитывая определение джиттера в телекоммуникациях как разброс времени ожидания от его среднего значения [8], тем самым получим возможность определения джиттера через дисперсию. Это является важным результатом для анализа трафика, чувствительного к задержкам.

Для практического применения результатов (9) и (10) необходимо определить входящие в них параметры. Определение этих неизвестных параметров рассматривается ниже. Как оказалось, неизвестные параметры закона распределения (8) можно определить путем его аппроксимации с использованием двух первых моментов, а также с использованием трех первых моментов случайного интервала между поступлениями. Таким образом, у нас появится возможность оценки точности обоих подходов.

### Аппроксимация закона распределения на уровне двух первых моментов

Воспользуемся свойством преобразования Лапласа воспроизведения моментов и запишем начальные моменты до 2-го порядка для закона распределения (7):

$$\bar{\tau}_\lambda = \frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2^2}, \quad (11)$$

$$\bar{\tau}_\lambda^2 = \frac{2p}{\lambda_1^2} + \frac{2(1-p)}{\lambda_2^2}. \quad (12)$$

Рассматривая равенства (11) и (12) как уравнения для метода моментов, найдем неизвестные параметры распределения (8):  $\lambda_1, \lambda_2, p$ . Для этого за-

пишем связующее условие в виде выражения для квадрата коэффициента вариации

$$c_\lambda^2 = \frac{\bar{\tau}_\lambda^2 - (\bar{\tau}_\lambda)^2}{(\bar{\tau}_\lambda)^2}. \quad (13)$$

Заметим, что система уравнений (11) и (12) с тремя неизвестными является недоопределенной. Исходя из вида уравнения (11) положим

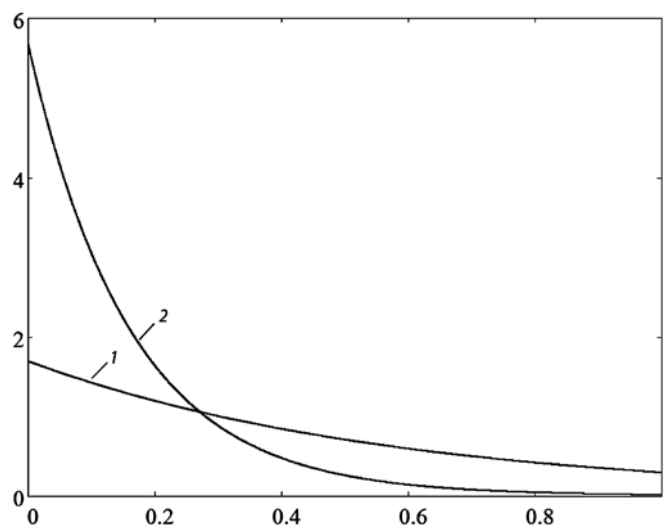
$$\lambda_1 = 2p/\bar{\tau}_\lambda, \quad \lambda_2 = 2(1-p)/\bar{\tau}_\lambda \quad (14)$$

и потребуем выполнения условия (13). Подставив выражения (11), (12) и (14) в (13) и решив квадратное уравнение относительно параметра  $p$ , получим для него два значения:

$$p = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{c_\lambda^2 - 1}{c_\lambda^2 + 1}} \right), \quad (15)$$

причем можно воспользоваться любым из них [8]. Таким образом, найдено частное решение недоопределенной системы (11), (12), и гиперэкспоненциальный закон распределения может определяться полностью двумя первыми моментами и перекрывать весь диапазон изменения коэффициента вариации  $c_\lambda$  от 1 до  $\infty$ .

Рассмотрим **пример 1**. Пусть коэффициент загрузки СМО  $\rho = \bar{\tau}_\mu/\bar{\tau}_\lambda = 0,9$ , где  $\bar{\tau}_\lambda$  и  $\bar{\tau}_\mu$  — средние значения интервалов между поступлениями и времени обслуживания. Рассмотрим случай нормированного обслуживания  $\bar{\tau}_\mu = \mu^{-1} = 1$  (1 — единица времени). Тогда средний интервал между поступлениями  $\bar{\tau}_\lambda = 10/9$  (единиц времени). Пусть коэффициент вариации случайной величины — интер-



Графики функции плотности (7):

1 — аппроксимация закона распределения  $H_2$  на уровне двух моментов; 2 — на уровне трех моментов

вала времени между поступлениями  $c_\lambda = 4$ . Аппроксимация на уровне двух первых моментов дает:

$$p \approx 0,9697, \lambda_1 \approx 1,7454, \lambda_2 \approx 0,0546. \quad (16)$$

Таким образом, неизвестные параметры распределения (8) однозначно определены. График функции плотности (8) с этими параметрами приведен на рисунке, кривая 1. Теперь воспользуемся результатом для системы  $H_2/M/1$  (9), приведенным выше. Коэффициенты квадратного уравнения (7) в этом примере равны:  $c_1 \approx 0,0106$ ;  $c_2 = 0,80$ . Найдем отрицательный корень квадратного уравнения (7) с помощью пакета MathCAD:  $-s_1 \approx -0,0130$ . Тогда среднее время ожидания (9) равно  $\bar{W} \approx 75,786$  единиц времени.

### Аппроксимация на уровне трех первых моментов

Учитывая тот факт, что распределение (8) является трехпараметрическим, аппроксимацию можно выполнить и на уровне трех первых моментов, что позволит сравнить полученные результаты. С точки зрения теории вероятностей три момента полнее характеризуют случайную величину, чем два момента, поэтому такая аппроксимация будет точнее. Запишем выражение для момента 3-го порядка, полученное с помощью преобразования Лапласа:

$$\bar{\tau}_\lambda^3 = \frac{6p}{\lambda_1^3} + \frac{6(1-p)}{\lambda_2^3} -$$

для интервалов входного потока.

#### Рассмотрим *пример 2*.

В рассмотренный выше пример 1 введем в качестве третьего момента коэффициент асимметрии  $A_{S_\lambda}$  и для определенности положим  $A_{S_\lambda} = 7$ . Коэффициент вариации случайной величины — интервала времени между поступлениями  $c_\lambda = 4$  оставляем прежним, чтобы понять, как момент 3-го порядка влияет на конечный результат. Как известно, для пуассоновского потока параметры  $c_\lambda = 1$  и  $A_{S_\lambda} = 2$ .

При тех же значениях входных параметров СМО начальные моменты 2-го и 3-го порядков для распределения (8) соответственно будут:  $\bar{\tau}_\lambda^2 = 17(10/9)^2$ ,  $\bar{\tau}_\lambda^3 = 497(10/9)^3$ . При таких исходных данных для определения неизвестных параметров входного распределения (8)  $\lambda_1, \lambda_2, p$  запишем следующую систему уравнений на основе метода моментов:

$$\begin{cases} \frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2} = 10/9; \\ \frac{2p}{\lambda_1^2} + \frac{2(1-p)}{\lambda_2^2} = 17(10/9)^2; \\ \frac{6p}{\lambda_1^3} + \frac{3(1-p)}{\lambda_2^3} = 497(10/9)^3, \end{cases} \quad (17)$$

решив которые, найдем искомые параметры. Решение системы (17) в пакете MathCAD после округления дает следующие результаты:

$$p \approx 0,9111, \lambda_1 \approx 6,2291, \lambda_2 \approx 0,0922. \quad (18)$$

График функции плотности (8) с этими параметрами приведен на рисунке (кривая 2).

При этих параметрах коэффициенты квадратного уравнения (7) будут равны:  $c_1 \approx 0,0638$ ;  $c_2 \approx 5,3213$ , и его решение дает следующий отрицательный корень:  $-s_1 \approx -0,012$ . Воспользуемся результатом (9)

и определим среднее время ожидания:  $\bar{W} \approx 82,62$  единиц времени. Дисперсия времени ожидания

$D_W = \bar{W}^2 - \bar{W}^2 = 6,991 \cdot 10^3$ . Относительная погрешность среднего времени ожидания в сравнении с результатом аппроксимации на уровне двух моментов составляет 8,27 %. Такая разница в полученных результатах объясняется существенным отличием двух функций плотностей, графики которых приведены на рисунке, так как результаты (16) и (18) для параметров распределения (8), полученные различными способами, сильно различаются.

Таким образом, учет моментов 3-го порядка интервалов поступления показывает существенную зависимость конечного результата (9) от моментов высших порядков. Поэтому результат (9), полученный на уровне трех первых моментов случайной величины, точнее результата, полученного аппроксимацией закона распределения (8) на уровне двух первых моментов. С точки зрения практического применения результатов СМО  $H_2/M/1$ , все же аппроксимация закона распределения на уровне двух первых моментов удобнее из-за простоты вычислений по формулам (7), (14) и (15) без решения системы трех уравнений. Поэтому выбор того или иного способа аппроксимации закона распределения (8) может зависеть от требуемой точности решения поставленной задачи.

*Примечание.* При подстановке исходных данных примера 2 в выражение (5) из работы [4] получим тот же самый результат, что и в примере 2:

$$\bar{W} \approx 82,62,$$

что также подтверждает достоверность полученных результатов.

### Результаты проведенных вычислительных экспериментов и их анализ

С использованием полученных соотношений (9) и (10) проведены вычислительные эксперименты над временем ожидания в системе. Результаты экспериментов сведены в табл. 1. Использован достаточно широкий диапазон изменения параметров трафика, а именно: загрузки системы  $\rho$  от 0,1 до 0,9, а коэффициента вариации интервалов поступле-

ния  $c_\lambda$  от 2 до 10. Это касается входных параметров. Выходными характеристиками являются: среднее время ожидания  $\bar{W}$ , определенное по выражению (9) на уровне двух первых моментов интервалов поступления; дисперсия времени ожидания, определенное через (10). Для сравнения полученных результатов в табл. 1 приведены также результаты классической системы M/M/1.

Анализ данных табл. 1 подтверждает квадратичную зависимость времени ожидания от коэффици-

ента вариации интервалов поступления. Кроме того, время ожидания резко возрастает с ростом коэффициента загрузки  $\rho$ .

Следует заметить, что классическая система M/M/1, использующая только средние значения временных интервалов, как следует из табл. 1, дает слишком оптимистичные результаты по задержкам.

Это говорит об адекватности полученного результата (9). Значения дисперсий времени ожидания  $D_W$  позволяют находить разброс времени ожидания от его среднего значения (джиттер), например, с использованием правила  $3\sigma$ .

Перейдем теперь к исследованию зависимости результатов (9) от моментов высших порядков. С учетом результатов предыдущего раздела о зависимости конечного результата времени ожидания для системы G/M/1 от моментов высших порядков, проведем расчеты по установлению степени такой зависимости.

Для этого рассмотрим следующие характерные случаи: малой нагрузки  $\rho = 0,1$ ; средней нагрузки  $\rho = 0,5$  и высокой нагрузки  $\rho = 0,9$ .

Расчеты, проведенные по методике предыдущего раздела, для этих случаев приведены в табл. 2. Данные табл. 2 необходимо воспринимать следующим образом: например, при малой нагрузке  $\rho = 0,1$ , при коэффициенте вариации интервала между поступлениями  $c_\lambda = 2$  и увеличении коэффициента асимметрии  $A_{S_\lambda}$  с 4 до 18 время ожидания убывает с 0,34 до 0,13 единиц времени. При  $c_\lambda = 4$  и увеличении  $A_{S_\lambda}$  с 7 до 18 время ожидания убывает с 1,26 до 0,17 единиц времени и т. д.

Анализ данных табл. 2 показывает, что с ростом коэффициентов асимметрий (3-го момента) при одной и той же нагрузке время ожидания уменьшается.

## Заключение

Результаты проведенных экспериментов по системе  $H_2/M/1$  подтверждают зависимость основной характеристики — времени ожидания в системе G/M/1 — от моментов высших порядков случайной величины — интервала между поступлениями. При этом при фиксированных значениях коэффициентов загрузки  $\rho$  и вариации интервала между поступлениями  $c_\lambda$  увеличение коэффициента асимметрии (момента 3-го порядка) приводит к уменьшению времени ожидания (см. табл. 2). Таким образом, влияние моментов высшего порядка на время ожидания в системе G/M/1 нельзя считать несущественным и им нельзя пренебрегать. В отличие от двойственной системы M/G/1 (2), характеристики которой определяются двумя первыми моментами времени обслуживания, система G/M/1 зависит от моментов высших порядков интервала между поступлениями.

Таблица 1

### Результаты экспериментов с использованием двух моментов

Входные параметры		Выходные характеристики		
$\rho$	$c_\lambda$	$\bar{W}$ $H_2/M/1$	$D_W$	$\bar{W}$ M/M/1
0,1	2	0,187	0,41	0,11
	4	0,230	0,51	
	6	0,241	0,54	
	8	0,245	0,55	
	10	0,247	0,55	
0,3	2	0,811	2,28	0,43
	4	1,201	3,84	
	6	1,344	4,49	
	8	1,407	4,9	
	10	1,438	4,94	
0,5	2	2,162	9,0	1,0
	4	4,831	33,0	
	6	7,602	73,0	
	8	10,402	129,0	
	10	13,213	201,0	
0,7	2	5,573	42,21	2,33
	4	17,391	337,24	
	6	36,582	1411	
	8	63,311	4135	
	10	97,629	9727	
0,9	2	22,409	547	9,0
	4	75,786	5895	
	6	164,685	27451	
	8	289,134	84177	
	10	449,135	202621	

Таблица 2

### Результаты экспериментов с использованием трех моментов

Входные параметры		Диапазоны изменения коэффициента асимметрии и времени ожидания	
$\rho$	$c_\lambda$	$A_{S_\lambda}$	$\bar{W}$
0,1	2	(4;18)	(0,34;0,13)
	4	(7;18)	(1,26;0,17)
	6	(10;18)	(3,79;0,24)
0,5	2	(4;18)	(3,14;1,23)
	4	(7;18)	(13,6;2,34)
	6	(10;18)	(32,1;7,6)
0,9	2	(4;18)	(23,5;18,3)
	4	(7;18)	(82,6;67,8)
	6	(10;18)	(182;165)

Также установлено, что классическая система M/M/1, использующая только средние значения временных интервалов, как следует из табл. 1, дает слишком оптимистичные результаты по задержкам. Поэтому полученные результаты могут быть с успехом использованы в теории современного телетрафика, чувствительного к задержкам пакетов.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-47-02686.*

#### Список литературы

1. **Клейнрок Л.** Теория массового обслуживания: Пер. с англ. // Под редакцией В. И. Неймана. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.
2. **Крылов В. В., Самохвалова С. С.** Теория телетрафика и ее приложения. Санкт Петербург: БХВ, 2005. 288 с.

3. **Ложковский А. Г.** Теория массового обслуживания в телекоммуникациях: учебник. Одесса: ОНАС им. А. С. Попова, 2012. 112 с.

4. **Myaskja A.** An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals // *Teletraffic and datatraffic in a Period of Change*, ИТС-13. Elsevier Science Publishers, 1991. P. 683–688.

5. **Тарасов В. Н., Каргашевский И. В.** Определение среднего времени ожидания требований в управляемой системе массового обслуживания  $H_2/H_2/1$  // *Системы управления и информационные технологии*. 2014. № 3 (57). С. 92–96.

6. **Тарасов В. Н., Горелов Г. А., Ушаков Ю. А.** Восстановление моментных характеристик распределения интервалов между пакетами входящего трафика // *Инфокоммуникационные технологии*. 2014. № 2. С. 40–44.

7. **Тарасов В. Н., Бахарева Н. Ф., Горелов Г. А., Малахов С. В.** Анализ входящего трафика на уровне трех моментов распределений временных интервалов // *Информационные технологии*. 2014. № 9. С. 54–59.

8. **Вишнеvский В. М.** Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера, 2003. 512 с.

V. N. Tarasov, Doctor, Professor, N. F. Bahareva, Doctor, Professor,  
L. V. Lipilina, Assistant, e-mail: mila199113@gmail.com  
Volga State University of Telecommunications and Informatics

## Mathematical Model of Teletraffic on the Based G/M/1 System and Results of Computational Experiment

*The article presents the results of a study delay QS  $H_2/M/1$  type G/M/1 for a wide range of parameters of traffic. It is known that the distribution in the law Hyperexponential  $H_2$  random variable has a coefficient of variation is greater than 1. It is also known that in the QS G/G/1 waiting time due to the coefficient of variation intervals and service revenues quadratic dependence. Therefore, the waiting time in the QS G/M/1 is also dependent on the coefficient of variation, of arrival intervals. Moreover, it also depends on the higher-order moments. Given the fact that the distribution of  $H_2$  is a three-parameter, the article is an approximation mechanism for arbitrary distribution laws Hyperexponential distribution. This can be done at the level of the first two moments, and at the level of the first three moments. The  $H_2/M/1$  system has that advantage before other systems with input distributions with a heavy tail that for it authors received the exact closed form solution.*

**Keywords:** QS  $H_2/M/1$ , the average waiting time in the queue, delay, Laplace transform

#### References

1. **Kleinrock L.** *Queueing Systems*. Russ. ed.: D. Neiman V. I. Moscow: Mashinostroenie, 1979, vol. 1: Teorya, 432 p.
2. **Krylov V. V., Samokhvalova S. S.** *Teoriya teletrafika i ee prilozheniya* [Teletraffic Theory and its applications]. Saint Petersburg: BHV Publ., 2005, 288 p.
3. **Logkovskii A. G.** *Teoriya massovogo obslugivaniya v telekommunikatsiyah: ushebnyk* [Queueing theory in telecommunications. Textbook]. Odessa: Odessa National Academy of Telecommunications Publ., 2012, 112 p.
4. **Myaskja A.** An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals. *Teletraffic and datatraffic in a Period of Change*, ИТС-13. Elsevier Science Publishers, 1991, pp. 683–688.
5. **Tarasov V. N., Kartashevskii I. V.** *Opredelenie srednego vremeni ogidaniya trebovaniy v upravlyemoy sisteme massovogo obslugivaniya  $H_2/H_2/1$*  [Determination of the average waiting time requirements in

a controlled queuing system]. *Control Systems and Information Technology*, 2014, no. 3 (57), pp. 92–96.

6. **Tarasov V. N., Gorelov G. A., Ushakov Yu. A.** *Vosstanovlenie momentnykh harakteristik raspredeleniya intervalov mezdu paketami vkhodyashego trafika* [Restoring torque characteristics of the distribution of intervals between packets of incoming traffic]. *Infocommunicationve Tehnologii*, 2014, no. 2, pp. 40–44.

7. **Tarasov V. N., Bakhareva N. F., Gorelov G. A., Malakhov S. V.** *Analiz vkhodyashego trafika na urovne trech momentov raspredelenii vremennvch intervalov* [Analyzing the incoming traffic at the three moments distribution of time intervals]. *Information Technology*, 2014, no. 9, pp. 54–59.

8. **Vishnevskv V. M.** *Teoretisheskie osnovy proektirovaniya komputernykh setei* [Theoretical bases of designing computer networks]. Moscow: Tehnosfera, 2003. 512 p.