УДК 004.023 + 519.163

Э. Ю. Орехов, канд. физ.-мат. наук, доц., e-mail: emil.orekhov@bk.ru,
Ю. В. Орехов, канд. техн. наук, доц.,
Уфимский государственный авиационный технический университет

Сравнение и оценка качества эвристических алгоритмов на конечной массовой задаче в условиях неравновероятной генерации тестовых примеров

Предложен подход к сравнению и оценке качества эвристических алгоритмов на основе использования математического ожидания случайной величины — случайной реализации критерия качества данного алгоритма на индивидуальных задачах данной конечной массовой задачи, когда равновероятная генерация индивидуальных задач данной конечной массовой задачи затруднительна либо невозможна. Подход основан на введении вспомогательного множества объектов, которое связано с множеством индивидуальных задач исходной конечной массовой задачи и равновероятная генерация элементов которого может быть легко осуществлена. Приведен пример применения предложенного подхода к статистическому оцениванию качества эвристических алгоритмов решения массовой задачи распределения работ по независимым исполнителям. Сформулированы условия применимости предложенного подхода.

Ключевые слова: *эвристический алгоритм, конечная массовая задача, индивидуальная задача, характеристика качества эвристического алгоритма, критерий качества эвристического алгоритма, статистическая оценка математического ожидания критерия качества, равновероятная генерация, распределение работ по независимым исполнителям*

Введение

Множественность эвристических алгоритмов, разрабатываемых для решения сложных задач определенного класса, обусловливает актуальность их сравнения и оценки с точки зрения используемых критериев эффективности. Основные применяемые для этой цели способы описаны в обзоре [1]. Однако реализация этих способов наталкивается на ряд трудностей, которые позволяет преодолеть предложенный в [2] подход к оценке качества эвристических алгоритмов, основанный на понятиях массовой задачи, индивидуальной задачи, параметризации массовой задачи, критерия качества эвристического алгоритма на индивидуальной задаче и, наконец, характеристики качества данного эвристического алгоритма на данной массовой задаче.

Интерпретация характеристики качества данного эвристического алгоритма на данной массовой задаче как функции распределения случайной величины — случайной реализации критерия качества данного алгоритма на индивидуальных задачах данной массовой задачи — позволяет сформулировать задачу ее статистического оценивания и решить эту задачу на основе равновероятной (для конечной массовой задачи) либо равномерной (для непрерывной и смешанной массовых задач) генерации точек области параметрического пространства данной массовой задачи, взаимно однозначно соответствующих индивидуальным задачам этой массовой задачи. Отметим, что наряду с "функциональной" характеристикой качества эвристического алгоритма на данной массовой задаче можно ввести в рассмотрение и более простые числовые характеристики качества, например математическое ожидание упомянутой случайной величины.

Имеющийся опыт показывает, что построение равновероятных либо равномерных генераторов индивидуальных задач данной массовой задачи является, вообще говоря, технически непростой задачей.

Если построение требуемого генератора на основе применения способа интегральной вероятности не представляется возможным, то обычно используется некоторый вариант метода отбора-отказа [3, 4]. Недостаток такого подхода заключается в потенциально низкой эффективности такого генератора, определяемой как обратная величина математического ожидания числа отказов на одну успешную генерацию.

Другой возможный подход к построению требуемого генератора заключается в учете особенностей данной массовой задачи, в частности, возможности введения некоторой известным образом связанной с данной массовой задачей вспомогательной равновероятно распределенной случайной величины [5].

Постановка задачи и получение статистической оценки характеристики качества

В настоящей работе изложен подход к сравнению и оценке качества эвристических алгоритмов решения конечной массовой задачи без построения равновероятного генератора входящих в нее индивидуальных задач, когда качество данного эвристического алгоритма на данной конечной массовой задаче характеризуется математическим ожиданием заданного критерия качества данного алгоритма, определенного на множестве индивидуальных задач данной массовой задачи.

Пусть U — конечная массовая задача, $|U| = K$, K — натуральное и пусть A_i, $i = 1, ..., K$, — событие, заключающееся в извлечении из U i-й индивидуальной задачи. При равновероятной генерации индивидуальных задач из U вероятность события A_i есть $P(A_i) = \frac{1}{K}$, $i = 1, ..., K$.

Пусть H — эвристический алгоритм, предназначенный для решения массовой задачи U, пусть задан некоторый критерий качества алгоритма H, пусть a_i — значение данного критерия на i-й индивидуальной задаче из U и пусть имеется всего $L \leqslant K$ различных значений этого критерия для индивидуальных задач из U. Введем в рассмотрение случайную величину X — будущее значение данного критерия качества для индивидуальной задачи из U, выбираемой путем ее равновероятной генерации из U.

Так как событие $\{X = x_j\}$ эквивалентно событию $\bigcup_{k=1}^{l_j} A_{i_k}$, где $x_j = a_{i_k}$, $1 \leqslant i_k \leqslant K$, $1 \leqslant k \leqslant l_j$, $\sum_{j=1}^{L} l_j = K$, то закон распределения случайной величины X можно записать в виде

$$P(X = x_j) = \frac{l_j}{K},\ j = 1, ..., L.$$

Математическое ожидание этой случайной величины $M[X] = \sum_{j=1}^{L} x_j P(X = x_j) = \sum_{j=1}^{L} x_j \frac{l_j}{K} = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^{L} x_j l_j$ может быть представлено как

$$M[X] = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} a_i, \tag{1}$$

что совпадает со средним значением выбранного критерия, вычисленным по всем индивидуальным задачам, входящим в U, и может рассматриваться как характеристика качества алгоритма H для массовой задачи U.

Пусть V — конечное множество, $|V| = N \geqslant K$, N — натуральное, такое что:

- каждому элементу из V соответствует единственная задача из U;
- каждой индивидуальной задаче из U соответствует хотя бы один элемент из V.

Пусть B_r, $r = 1, ..., N$, — событие, заключающееся в извлечении r-го элемента из V, тогда при равновероятной генерации элементов из V

$$P(B_r) = \frac{1}{N},\ r = 1, ..., N.$$

В силу свойств множества V для $i = 1, ..., K$ имеем

$$A_i = \bigcup_{s=1}^{m_i} B_{r_s},\ 1 \leqslant r_s \leqslant N,\ 1 \leqslant s \leqslant m_i,$$
$$\sum_{i=1}^{K} m_i = N,\ P(A_i) = \frac{m_i}{N}. \tag{2}$$

В условиях равновероятной генерации элементов из V поставим в соответствие событию A_i величину $\frac{a_i}{m_i}$, $i = 1, ..., K$, т.е. определим некоторую случайную величину Y, и пусть всего имеется $M \leqslant K$ различных значений этой случайной величины.

Так как событие $\{Y = y_j\}$ эквивалентно событию $\bigcup_{k=1}^{q_j} A_{i_k}$, где $y_j = \frac{a_{i_k}}{m_{i_k}}$, $1 \leqslant i_k \leqslant K$, $1 \leqslant k \leqslant q_j$, $\sum_{j=1}^{M} q_j = K$, то закон распределения случайной величины Y можно записать в виде

$$P(Y = y_j) = \sum_{k=1}^{q_j} \frac{m_{i_k}}{N},\ j = 1, ..., M.$$

Математическое ожидание случайной величины Y

$$M[Y] = \sum_{j=1}^{M} y_j p(Y = y_j) =$$
$$= \sum_{j=1}^{M} \left(y_j \sum_{k=1}^{q_j} \frac{m_{i_k}}{N} \right) = \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{q_j} y_j \frac{m_{i_k}}{N}.$$

Так как $y_j = \frac{a_{i_k}}{m_{i_k}}$ для $k = 1, ..., q_j$, то получим

$$M[Y] = \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{q_j} \frac{a_{i_k}}{m_{i_k}} \frac{m_{i_k}}{N} =$$
$$= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{q_j} a_{i_k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{K} a_i = \frac{K}{N} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} a_i.$$

Используя (1), получим $M[Y] = \frac{K}{N} M[X]$, откуда

$$M[X] = \frac{N}{K} M[Y]. \tag{3}$$

Пусть $y^1, ..., y^n$ — n независимых реализаций случайной величины Y. Результат l-й независимой реализации y^l получается следующим образом:

1) равновероятно генерируется элемент $v \in V$, т. е. реализуется некоторое событие B_r;

2) определяется соответствующая v индивидуальная задача $u \in U$, т.е. определяется событие A_i такое, что $B_r \subset A_i$;

3) определяется число m_i в соответствии с (2);

4) путем прогонки H на u определяется значение заданного критерия эффективности a_i на u;

5) полагается $y^l = \frac{a_i}{m_i}$.

Далее, по результатам n независимых реализаций случайной величины Y можно вычислить оценку ее математического ожидания

$$\widetilde{M[Y]} = \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n} y^l$$

и, следовательно, в соответствии с (3), можно определить оценку математического ожидания случайной величины X как

$$\widetilde{M[X]} = \frac{N}{K}\widetilde{M[Y]}. \qquad (4)$$

Отметим, что полученная оценка сама по себе применима крайне редко, так как величины K и N в реальных задачах обычно неизвестны. Однако эта оценка может быть использована для сравнения эвристических алгоритмов.

Сравнение эвристических алгоритмов

Рассмотрим теперь задачу сравнения двух эвристических алгоритмов по выбранному критерию качества.

Пусть H' — другой эвристический алгоритм для решения массовой задачи U. Определив для него аналогично предыдущему случайные величины X', Y', получим

$$M[X'] = \frac{N}{K}M[Y'] \qquad (5)$$

$$\widetilde{M[X']} = \frac{N}{K}\widetilde{M[Y']}. \qquad (6)$$

Поскольку в соответствии с (3) и (5)

$$\frac{M|X|}{M|X'|} = \frac{M|Y|}{M|Y'|},$$

$\widetilde{M[Y]}$ и $\widetilde{M[Y']}$ являются состоятельными и несмещенными оценками соответственно для $M[Y]$ и $M[Y']$, то из (4) и (6) следует, что величина $\frac{\widetilde{M|X|}}{\widetilde{M|X'|}} = \frac{\widetilde{M|Y|}}{\widetilde{M|Y'|}}$ при достаточно больших объемах выборок дает адекватное представление о сравнительной эффективности алгоритмов H и H' для массовой задачи U, а оценки $\widetilde{M[Y]}$ и $\widetilde{M[Y']}$ могут быть использованы для построения статистических правил вынесения решения о сравнительной эффективности этих алгоритмов для массовой задачи U.

Отметим, что полученный результат позволяет установить не абсолютную эффективность эвристического алгоритма в смысле заданного критерия качества, а только эффективность одного алгоритма относительно другого.

Оценка качества эвристического алгоритма

В условиях равновероятной генерации элементов из V поставим в соответствие событию A_i величину $\frac{1}{m_i}$, $i = \overline{1, K}$, т.е. определим некоторую случайную величину Z, и пусть всего имеется $T \leqslant K$ различных значений этой случайной величины.

Так как событие $\{Z = z_j\}$ эквивалентно событию $\bigcup_{k=1}^{s_j} A_{i_k}$, где $z_j = \frac{1}{m_{i_k}}$, $1 \leqslant i_k \leqslant K$, $1 \leqslant k \leqslant s_j$, $\sum_{j=1}^{T} s_j = K$, то закон распределения случайной величины Z можно записать в виде

$$P(Z = z_j) = \sum_{k=1}^{s_j}\frac{m_{i_k}}{N},\ j = 1, ..., T.$$

Математическое ожидание случайной величины Z

$$M[Z] = \sum_{j=1}^{T} z_j P(Z = z_j) =$$

$$= \sum_{j=1}^{T}\left(z_j\sum_{k=1}^{s_j}\frac{m_{i_k}}{N}\right) = \sum_{j=1}^{T}\sum_{k=1}^{s_j} z_j\frac{m_{i_k}}{N}.$$

Так как $\sum_{j=1}^{T} s_j = K$, $z_j = \frac{1}{m_{i_k}}$ для $k = 1, ..., s_j$, то получим

$$M[Z] = \sum_{j=1}^{T}\sum_{k=1}^{s_j}\frac{1}{m_{i_k}}\frac{m_{i_k}}{N} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{T}\sum_{k=1}^{s_j} 1 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{T} s_j = \frac{K}{N},$$

откуда

$$\frac{N}{K} = \frac{1}{M[Z]}. \qquad (7)$$

Используя формулы (3), (7), получим

$$M[X] = \frac{M[Y]}{M[Z]}. \qquad (8)$$

Пусть $y^1, ..., y^{n_1}$ — n_1 независимых реализаций случайной величины Y, а $z^1, ..., z^{n_2}$ — n_2 независимых реализаций случайной величины Z.

Результат l-й независимой реализации y^l получается следующим образом:

1) равновероятно генерируется элемент $v \in V$, т. е. реализуется некоторое событие B_r;

2) определяется соответствующая v индивидуальная задача $u \in U$, т.е. определяется событие A_i, такое что $B_r \subset A_i$;

3) определяется число m_i в соответствии с (2);

4) путем прогонки H на u определяется значение заданного критерия эффективности a_i на u;

5) полагается $y^l = \dfrac{a_i}{m_i}$.

Результат l-й независимой реализации z^l получается следующим образом:

1) равновероятно генерируется элемент $v \in V$, т. е. реализуется некоторое событие B_r;

2) определяется соответствующая v индивидуальная задача $u \in U$, т.е. определяется событие A_i, такое, что $B_r \subset A_i$;

3) определяется число m_i в соответствии с (2);

4) полагается $y^l = \dfrac{1}{m_i}$.

Далее, по результатам n_1 независимых реализаций случайной величины Y можно вычислить оценку ее математического ожидания

$$\widetilde{M}[Y] = \frac{1}{n_1} \sum_{l=1}^{n_1} y^l,$$

а по результатам n_2 независимых реализаций случайной величины Z можно вычислить оценку ее математического ожидания

$$\widetilde{M}[Z] = \frac{1}{n_2} \sum_{l=1}^{n_2} z^l,$$

и, следовательно, в соответствии с (8), можно определить оценку математического ожидания случайной величины X как

$$\widetilde{M}[X] = \frac{\widetilde{M}[Y]}{\widetilde{M}[Z]}. \qquad (9)$$

Пример оценки качества эвристического алгоритма

В качестве примера использования предложенного подхода рассмотрим задачу распределения работ по независимым исполнителям в следующей постановке.

Имеется m исполнителей и n работ, каждая из которых может быть выполнена любым исполнителем за определенное время; будем считать, что j-я работа выполняется i-м исполнителем за время t_{ij}, $i = 1, ..., m$, $j = 1, ..., n$, полагая t_{ij} натуральными числами из отрезка $[1,\ T]$. Все исполнители начинают работать одновременно и выполняют назначенные им работы последовательно. Пусть распределение w — вектор длины n, определяющий для каждой работы исполнителя, которым эта работа будет выполнена (т.е. w_j — номер исполнителя, выполняющего работу j), и пусть $f(w)$ — некоторый заданный на множестве распределений критерий качества. Фиксировав параметры n, m, T и критерий f, получим конечную массовую задачу U, каждая индивидуальная задача которой может быть задана $m \times n$-матрицей (t_{ij}), $t_{ij} \in [1,\ T]$, $i = 1, ..., m$, $j = 1, ..., n$.

Отметим, что при этом одной и той же индивидуальной задаче из U может соответствовать несколько таких матриц, причем число этих матриц для различных индивидуальных задач также, вообще говоря, различно. Пусть, например, $m = n = 2$, $T = 4$ при фиксированном критерии f. Тогда

- матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ определяют каждая "свою" индивидуальную задачу и каждой из этих индивидуальных задач соответствует единственная матрица;
- матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ соответствуют одной и той же индивидуальной задаче, определяемой любой из этих и только этих матриц;
- матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ соответствуют одной и той же индивидуальной задаче, определяемой любой из этих и только этих матриц;
- матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ соответствуют одной и той же индивидуальной задаче, определяемой любой из этих и только этих матриц,

  а матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ соответствуют другой индивидуальной задаче, определяемой любой из этих и только этих матриц.

Для данной массовой задачи U (с фиксированными n, m, T, f) определим множество V всех возможных объектов, каждый из которых является $m \times n$-матрицей с элементами, представляющими собой пары вида $(i,\ t_i)$, $i = 1, ..., m \cdot n$, $t_i \in [1,\ T]$, $t_1 \leqslant t_2 \leqslant ... \leqslant t_{m \cdot n}$, t_i — натуральные, среди этих чисел могут быть одинаковые. Отметим следующее.

1. Каждый объект v множества V порождает матрицу (t_{ij}), получающуюся из v удалением первых элементов пар $(i,\ t_i)$, причем различные объекты множества V могут порождать одинаковые матрицы (t_{ij}). Например, при $n = m = 2$, $T = 4$ и фиксированном f объекты $\begin{pmatrix} (1,1) & (3,2) \\ (4,3) & (2,1) \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} (2,1) & (3,2) \\ (4,3) & (1,1) \end{pmatrix}$ порождают одну и ту же матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Вообще, если среди mn чисел t_i имеется одинаковых $l_1, ..., l_L$, $\sum_{i=1}^{L} l_i = mn$, то

одна и та же матрица (t_{ij}) порождается $m' = \prod_{i=1}^{L} l_i!$ различными объектами множества V.

2. Любая из порожденных таким образом матриц (t_{ij}) задает индивидуальную задачу $u \in U$, причем данной индивидуальной задаче u соответствует m'' различных матриц, получаемых из матрицы (t_{ij}) всевозможными перестановками строк и столбцов. Заметим, что в случае, когда все элементы матрицы (t_{ij}) различны, $m'' = m! \cdot n!$; в общем случае число m'' можно определить, например, с помощью любого подходящего переборного алгоритма.

3. Различные наборы чисел $t_1 \leqslant ... \leqslant t_{mn}$, $t_i \in [1, T]$, $i = 1, ..., mn$, определяют непересекающиеся множества индивидуальных задач массовой задачи U.

4. По определению множества V с учетом пп. 1—3 заключаем, что каждой i-й индивидуальной задаче $u \in U$ соответствует

$$m(u) = m' \cdot m'' \tag{10}$$

элементов множества V, причем способ определения $m(u)$ задан.

Определим следующую процедуру генерации объектов из множества V.

1. В соответствии с [5] генерируем равновероятно набор чисел $t_1 \leqslant ... \leqslant t_{mn}$, $t_i \in [1, T]$, $i = 1, ..., mn$. Событие C, заключающееся в получении любого такого набора, имеет вероятность [6]

$$P(C) = \frac{(mn)!}{T(T-1)\ldots(T+mn-1)}.$$

2. Полученному набору чисел $t_1 \leqslant ... \leqslant t_{mn}$ поставим в соответствие последовательность пар $(1, t_1)$, ..., (mn, t_{mn}).

3. Из множества натуральных чисел $\{1, ..., mn\}$ образуем равновероятно упорядоченную выборку без возвращения $(g_1, ..., g_{mn})$ объема mn, поставив каждый элемент g_k этой выборки в соответствие паре (g_k, t_{g_k}).

4. Паре (g_k, t_{g_k}) поставим в соответствие пару индексов

$$i = \left\lceil \frac{k}{n} \right\rceil,$$

$$j = k - in,$$

где $\lceil x \rceil = \begin{cases} x, & x \text{ — целое,} \\ [x] + 1 & \text{в противном случае,} \end{cases}$ $\lceil x \rceil$ — целая часть x.

В результате получим $m \times n$-матрицу, элемент которой, стоящий на пересечении i-й строки и j-го столбца, есть пара (g_k, t_g), т.е. полученный в результате исполнения процедуры объект есть объект из множества V. Событие D, заключающееся в получении любого данного объекта из V при любом данном наборе чисел $t_1 \leqslant ... \leqslant t_{mn}$, полученных на шаге 1 описанной процедуры, имеет вероятность

$$P(D) = \frac{1}{(mn)!}.$$

Так как событие B_r, заключающееся в получении любого r-го объекта множества V, представимо в виде $B_r = C \cap D$, то при независимости событий C, D (достигаемой при независимой генерации объектов на шагах 1 и 3 процедуры) получим

$$P(B_r) = P(C)P(D) = \frac{1}{T(T+1)\ldots(T+mn-1)},$$

т.е. определенная выше процедура обеспечивает равновероятную генерацию объектов $v \in V$.

Определив далее, в соответствии с вышеизложенным, случайные величины X, Y, Z и применив описанную выше процедуру получения независимых реализаций Y, Z, где величины m_i вычисляются в соответствии с формулой (10), получим оценку (9) рассматриваемой характеристики качества тестируемого эвристического алгоритма H решения данной массовой задачи распределения работ по независимым исполнителям.

Заключение

Предложенный способ позволяет проводить сравнение и оценку эвристических алгоритмов решения данной конечной массовой задачи U по заданному критерию качества в следующих условиях:

- эффективный способ равновероятной генерации индивидуальных задач из U отсутствует;
- имеется эффективный способ равновероятной генерации элементов для некоторого вспомогательного конечного множества V;
- для любого элемента $v \in V$ можно определить соответствующую задачу $u \in U$ и определить число m элементов из V, которым задача u соответствует.

Список литературы

1. **Мухачева Э. А.** Задачи оптимального раскроя и родственная проблематика после 1971 г. / В кн.: Канторович Л. В., Залгаллер В. А. Рациональный раскрой промышленных материалов. 3-е изд., испр. и доп. СПб: Невский диалект, 2012. С. 250—292.
2. **Орехов Э. Ю., Орехов Ю. В.** Об оценке качества эвристического алгоритма на конечной массовой задаче // Информационные технологии. 2011. № 7. С. 28—33.
3. **Ермаков С. М.** Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1971. 328 с.
4. **Соболь И. М.** Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 311 с.
5. **Orekhov E. Yu., Orekhov Yu. V.** A method to compare the heuristic algorithms for the finite problems // Proc. of the 8th International Workshop on Computer Science and Informational Technologies. Karlsruhe, Germany. 2006. Vol. 2. P. 91—94.
6. **Orekhov E. Yu., Orekhov Yu. V.** Eqiprobable Generation of the Integer One-Dimensional Cutting-Packing Problem Instances // Proc. of the 5th International Workshop on Computer Science and Informational Technologies, Ufa, Russia, 2003. Vol. 2. P. 41—42.

E. Yu. Orekhov, Associate Professor, e-mail: emil.orekhov@bk.ru, **Yu. V. Orekhov,** Associate Professor,
Ufa State Aviation Technical University

Comparing and Estimating Quality of Heuristic Algorithms on a Finite Problem under Non-Equiprobable Generation of Test Instances

Efficiency of heuristic algorithms can be estimated by introducing a "functional" quality characteristic for a given heuristic algorithm on a given finite problem. This characteristic is a distribution function of a random variable that takes on a set of possible values of the algorithm's quality criterion on problem instances. This fact allows statistical estimation of the quality characteristic by a certain random generation of points within a region of parametric space for the given problem. These points correspond one-to-one to the problem instances. However, numerical quality characteristics are more common in practice, such as the expectation of a random variable. Equiprobable generation of problem instances ensures the appropriate statistical estimate for the quality characteristic, but the task of developing equiprobable generators arises here. In this paper we suggest an approach to comparing and estimating quality of heuristic algorithms based on the expectation of the random variable mentioned above, in cases when equiprobable generation of problem instances is difficult or impossible. This approach involves a secondary set of objects associated to the set of problem instances, while equiprobable generation of elements of the secondary set is quite easy. We give an example of applying our approach to statistical estimation of quality for heuristic algorithms that solve a problem of scheduling jobs between unrelated parallel machines. We also define the conditions of application for the suggested approach.

Keywords: *heuristic algorithm, finite problem, problem instance, quality characteristic of a heuristic algorithm, quality criterion of a heuristic algorithm, statistical estimate for the expectation of quality criterion, equiprobable generation, scheduling jobs between unrelated parallel machines*

References

1. **Mukhachyova E. A.** Zadachi optimal'nogo raskroya i rodstvennaya problematika posle 1971 g. V kn.: L. V. Kantorovich, V. A. Zalgaller. *Racional'nyj raskroj promyshlennyh materialov*. 3-e izd., ispr. i dop. SPb: Nevskij dialekt, 2012, pp. 250—292.
2. **Orekhov E. Yu., Orekhov Yu. V.** Ob ocenke kachestva ehvristicheskogo algoritma na konechnoj massovoj zadache, *Informacionnye tekhnologii*, 2011, no. 7, pp. 28—33.
3. **Ermakov S. M.** *Metod Monte-Karlo i smezhnye voprosy*, Moscow, Nauka, 1971, 328 p.
4. **Sobol I. M.** Chislennye metody Monte-Karlo, Moscow, Nauka, 1973, 311 p.
5. **Orekhov E. Yu., Orekhov Yu. V.** A method to compare the heuristic algorithms for the finite problems, *Proc. of the 8th International Workshop on Computer Science and Informational Technologies*, Karlsruhe, Germany, 2006, vol. 2, pp. 91—94.
6. **Orekhov E. Yu., Orekhov Yu. V.** Eqiprobable Generation of the Integer One-Dimensional Cutting-Packing Problem Instances, *Proc. of the 5th International Workshop on Computer Science and Informational Technologies*, 2003, vol. 2, pp. 41—42.

ГАЛУШКИН АЛЕКСАНДР ИВАНОВИЧ

17.02.1940—08.11.2016

Неожиданно для всех нас ушел из жизни очень яркий, энергичный, многогранный человек, который объединял своей плодотворной деятельностью большое число людей у нас в стране и за рубежом.

Доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки России, лауреат Премии Правительства России, Александр Иванович Галушкин родился 17 февраля 1940 г., в 1963 г. закончил МВТУ им. Баумана. В 1966 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук, а в 1974 г. — ученой степени доктора технических наук. А. И. Галушкин — автор более 400 научных работ, в том числе 25 монографий.

Работы А. И. Галушкина по теории нейронных сетей являются общепризнанными в России и мире. Они представлены в монографиях: Многослойные системы распознавания образов (1974 г.), Теория нейронных сетей (2000 г.), Neural network theory, Springer (2007 г.), Нейронные сети: основы теории (2010 г.).

А. И. Галушкин вел активную научно-педагогическую деятельность, которую начал в 1968 г. в МИЭМ, продолжил в МФТИ и в Национальном исследовательском университете "Высшая школа экономики".

В последние годы жизни А. И. Галушкин — начальник Лаборатории разработки систем интеллектуального управления промышленными комплексами ФГАНУ ЦИТиС и начальник Центра нейросетевых технологий ИнтерЭВМ.

В лице А. И. Галушкина наука потеряла большого ученого, который внес важный вклад в современную науку и плодотворную деятельность многих организаций.

А. И. Галушкин с момента создания журнала "Информационные технологии" был активным членом редколлегии, а в последние годы — главным редактором журнала в журнале "Нейросетевые технологии".

Выражаем искреннее соболезнование семье и коллегам А. И. Галушкина в связи с тяжелой утратой.

Редколлегия и редакция журнала
"Информационные технологии"