

Диспетчеризация заявок кругового типа в Grid-системах

В дальнейшем развитии среды ресурсных прямоугольников определен квадратичный тип отдельной заявки. Для массивов, состоящих из заявок кругового типа, проведено диспетчеризование и вычислены эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого, уровневых по высоте и по протяженности, углового уровневого алгоритмов. Для указанных полиномиальных алгоритмов показано сохранение свойства адаптированности на рассматриваемых массивах заявок.

Ключевые слова: квадратичный тип заявки, заявка кругового типа, Grid-система, диспетчеризование, неэвклидова эвристическая мера, полиномиальная трудоемкость алгоритма, начально-кольцевой алгоритм, уровневый алгоритм по высоте, уровневый алгоритм по протяженности, угловой уровневый алгоритм

1. Постановка задачи

В работах автора [1–5] определена среда ресурсных прямоугольников как основа формального аппарата управления распределением вычислительно-временных ресурсов. Grid-системы с централизованной структурой системы диспетчеризования, состоящие из сайтов, содержащих параллельные системы, и имеющие возможность мультисайтного диспетчеризования (выполнения задачи на нескольких сайтах одновременно) в работах [5, 6] моделированы ресурсным квадрантом. Качество диспетчеризования эвристических алгоритмов оценивают неэвклидовой эвристической мерой, учитывающей наряду с площадью и форму занятой ресурсной области. В работах [1–5] предложена и разработана квадратичная классификация множества заявок, а также предложены и исследованы эвристические алгоритмы распределения ресурсов, имеющие полиномиальную трудоемкость, основанные на введенных операциях над ресурсными прямоугольниками в среде ресурсных прямоугольников и адаптированные под соответствующий квадратичный тип массива заявок.

В настоящей работе впервые ставится вопрос о квадратичной классификации одной заявки и об адаптированности полиномиальных алгоритмов для массивов, состоящих из заявок определенного квадратичного типа.

2. Квадратичный тип заявки на обслуживание в Grid-системе

При обслуживании заявок пользователей в Grid-системе выделяют вычислительные задачи

(*computation-intensive*), требующие преимущественно вычислительных ресурсов, и коммуникативные задачи (*data-intensive*), требующие преимущественно коммуникационных ресурсов и памяти для обработки больших объемов данных [7–10].

В зависимости от того, пользователь или система, и при предоставлении задачи или в процессе выполнения, задает число выделяемых процессоров, различают четыре типа задач [11].

Задача может быть с известным заранее временем решения (*known processing time*) или время решения задачи становится известным после ее завершения (*unknown processing time*) [12].

В настоящей работе рассматриваются вычислительные задачи с заранее известным временем решения, в которых число требуемых процессоров определяет пользователь при подаче в систему жесткие задачи (*rigid job*).

При представлении заявки пользователя для обслуживания диспетчером Grid-системы ресурсным прямоугольником горизонтальное и вертикальное измерения, соответственно, принимаются равными числу единиц ресурса времени и числу процессоров, требуемых для обработки. Символом $a(j) \times b(j)$ обозначается j -я заявка, требующая $a(j)$ единиц времени и $b(j)$ единиц процессоров.

В основу определения квадратичного типа ресурсного прямоугольника положим соотношение между ресурсной мерой $a(j)b(j)$ и асимметрией измерений $(b(j) - a(j))^2$.

При $(b(j) - a(j))^2 \leq a(j)b(j)$ ресурсный прямоугольник имеет кинематический (круговой или гиперболический) тип. В зависимости от того $a(j) \geq b(j)$ или $a(j) < b(j)$ ресурсный прямоуголь-

ник относим к круговому или гиперболическому типу, соответственно.

При $(b(j) - a(j))^2 > a(j)b(j)$ ресурсный прямоугольник имеет кинетический (параболический) тип.

Отметим, что из соотношения $(b(j) - a(j))^2 \leq a(j)b(j)$ следует условие отнесения ресурсного прямоугольника к кинематическому типу:

$$(a(j))^2 + (b(j))^2 \leq 3a(j)b(j)$$

или

$$\frac{a(j)}{b(j)} + \frac{b(j)}{a(j)} \leq 3.$$

Заметим, что при минимальном целом $b(j) = 1$ для кругового типа ресурсного прямоугольника $a(j) \geq b(j)$ целочисленное $a(j)$ может иметь только одно из двух значений: $a(j) = 1$ или $a(j) = 2$. Так, прямоугольник 2×1 (*domino* [13]) относится к круговому типу, как и в общем случае [14] прямоугольники $2j \times j$. Тогда как прямоугольник 3×1 (*tromino* [14]), в силу неравенства $3 + 1/3 > 3$ относится к параболическому типу, как и в общем случае [14] прямоугольники $3j \times j$. Приведем примеры массивов, состоящих из элементов кругового типа:

- последовательные квадраты (*consecutive squares*) от 1×1 до $k \times k$ [5, 15, 16];
- элементы парtridge (*partridge*), содержащие один квадрат 1×1 , два квадрата 2×2 , ..., k квадратов $k \times k$ [17–20];
- элементы квадрирования квадрата, диссекции (*dissection*) [21–23].

Примером массивов, состоящих из элементов гиперболического типа, являются последовательные прямоугольники (*consecutive rectangles* [5, 15, 16]) или почти квадраты (*almost square* [24]) 1×2 , 2×3 , ..., $k \times (k + 1)$ [5, 15, 16, 24].

3. Диспетчеризация массива, состоящего из заявок кругового типа

Вычислим эвристические меры ресурсных оболочек, получаемых при диспетчеризации массивами из ресурсных прямоугольников кругового типа полиномиальными алгоритмами [5]: начально-кольцевым, уровневыми по высоте и по протяженности, угловым уровневым.

Для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа $2j \times j$, $j = 1, 2, \dots, k$ при $k = 32$ соответствующие построения начально-кольцевым алгоритмом приведены на рис. 1. В центре прямоугольника указано значение его вертикального измерения.

Эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого алгоритма для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа приведены в табл. 1.

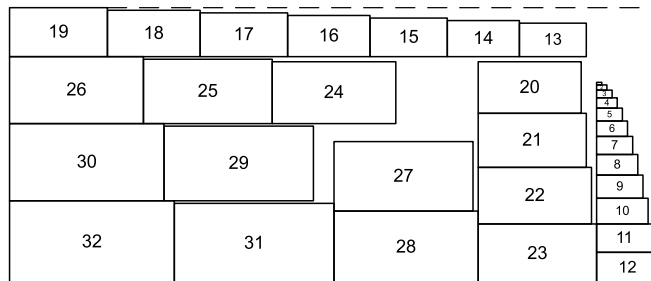


Рис. 1. Укладка начально-кольцевым алгоритмом массива из ресурсных прямоугольников кругового типа

Таблица 1

Эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого алгоритма для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа

| k | Эвристическая мера | k | Эвристическая мера | k | Эвристическая мера |
|-----|--------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|
| 18 | 1,17 | 23 | 1,03 | 28 | 1,08 |
| 19 | 1,14 | 24 | 1,01 | 29 | 1,07 |
| 20 | 1,11 | 25 | 0,98 | 30 | 1,08 |
| 21 | 1,08 | 26 | 1 | 31 | 1,06 |
| 22 | 1,06 | 27 | 1,07 | 32 | 1,05 |

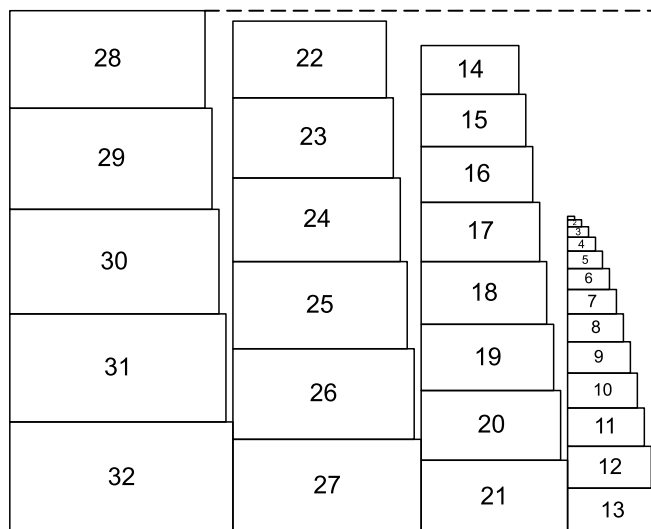


Рис. 2. Укладка уровневым алгоритмом по высоте массива из ресурсных прямоугольников кругового типа

Таблица 2

Эвристические меры ресурсных оболочек уровневого алгоритма по высоте для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа

| k | Эвристическая мера | k | Эвристическая мера | k | Эвристическая мера |
|-----|--------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|
| 18 | 0,71 | 23 | 0,69 | 28 | 0,71 |
| 19 | 0,66 | 24 | 0,71 | 29 | 0,69 |
| 20 | 0,64 | 25 | 0,71 | 30 | 0,69 |
| 21 | 0,63 | 26 | 0,71 | 31 | 0,68 |
| 22 | 0,68 | 27 | 0,71 | 32 | 0,64 |

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого алгоритма для массива из прямоугольников кругового типа не превосходят значения $0,5 + 0,67$.

Для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа $2j_1 \times j_1, j_1 = 1, 2, \dots, k$ при $k = 32$ соответствующие построения уровневый алгоритмом по высоте приведены на рис. 2.

Эвристические меры ресурсных оболочек уровневого алгоритма по высоте для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа приведены в табл. 2.

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек уровневого алгоритма по высоте для массива из прямоугольников кругового типа не превосходят значение $0,5 + 0,21$.

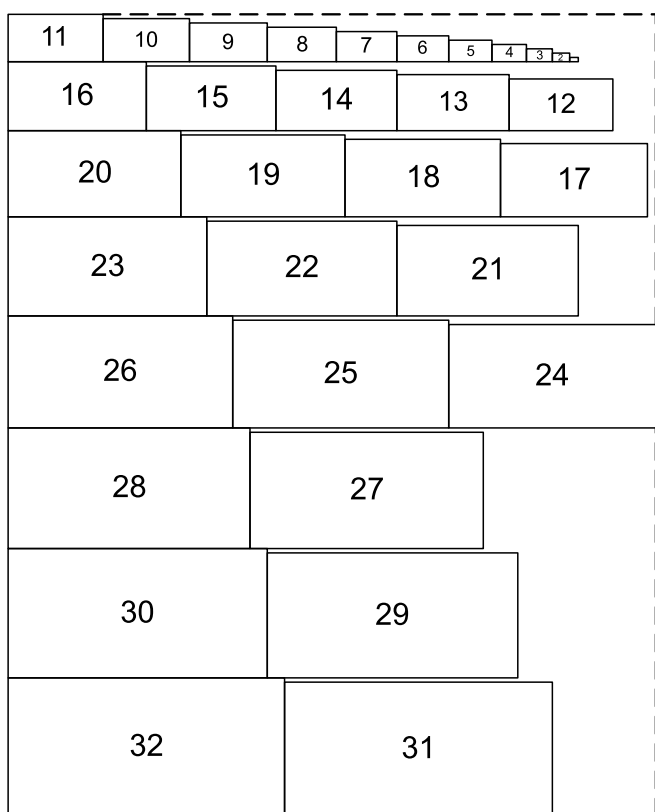


Рис. 3. Укладка уровневый алгоритмом по протяженности массива из ресурсных прямоугольников кругового типа

Таблица 3

Эвристические меры ресурсных оболочек уровневого алгоритма по протяженности для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа

| k | Эвристическая мера | k | Эвристическая мера | k | Эвристическая мера |
|-----|--------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|
| 18 | 0,81 | 23 | 0,63 | 28 | 0,67 |
| 19 | 0,70 | 24 | 0,63 | 29 | 0,68 |
| 20 | 0,84 | 25 | 0,65 | 30 | 0,64 |
| 21 | 0,69 | 26 | 0,66 | 31 | 0,64 |
| 22 | 0,64 | 27 | 0,66 | 32 | 0,64 |

Для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа $2j_1 \times j_1, j_1 = 1, 2, \dots, k$ при $k = 32$ соответствующие построения уровневый алгоритмом по протяженности приведены на рис. 3.

Эвристические меры ресурсных оболочек уровневого алгоритма по протяженности для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа приведены в табл. 3.

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек уровневого алгоритма по протяженности для массива из прямоугольников кругового типа не превосходят значения $0,5 + 0,34$.

Для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа $2j_1 \times j_1, j_1 = 1, 2, \dots, k$ при $k = 32$ соответствующие построения угловым уровневый алгоритмом приведены на рис. 4.

Эвристические меры ресурсных оболочек углового уровневого алгоритма для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа приведены в табл. 4.

Видим, что эвристические меры ресурсных оболочек углового уровневого алгоритма для массива из прямоугольников кругового типа не превосходят значения $0,5 + 0,22$.

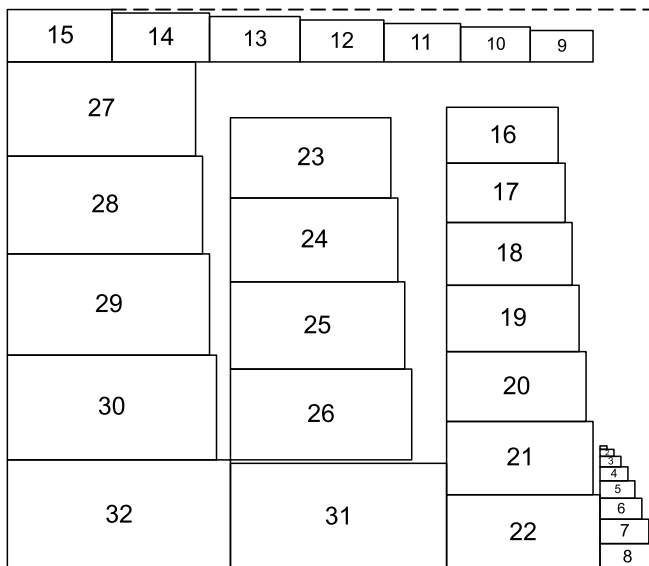


Рис. 4. Укладка угловым уровневый алгоритмом массива из ресурсных прямоугольников кругового типа

Таблица 4

Эвристические меры ресурсных оболочек углового уровневого алгоритма для массива из ресурсных прямоугольников кругового типа

| k | Эвристическая мера | k | Эвристическая мера | k | Эвристическая мера |
|-----|--------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|
| 18 | 0,68 | 23 | 0,68 | 28 | 0,65 |
| 19 | 0,72 | 24 | 0,67 | 29 | 0,63 |
| 20 | 0,71 | 25 | 0,66 | 30 | 0,62 |
| 21 | 0,69 | 26 | 0,64 | 31 | 0,64 |
| 22 | 0,69 | 27 | 0,63 | 32 | 0,67 |

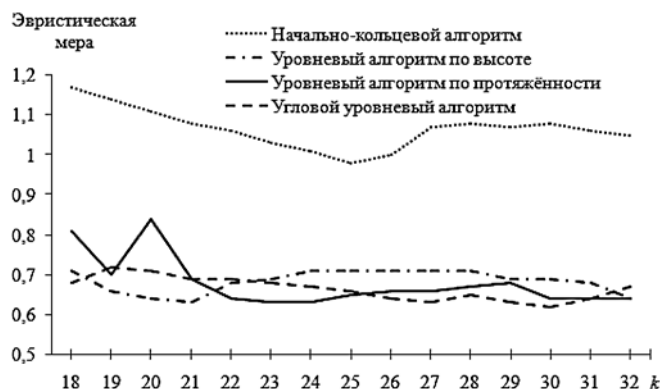


Рис. 5. Эвристические меры ресурсов оболочек полиномиальных алгоритмов диспетчеризации массивами из ресурсов прямоугольников кругового типа

Графики эвристической меры ресурсов оболочек начально-кольцевого, уровневых по высоте и по протяженности, углового уровневого алгоритмов диспетчеризации массива из ресурсов прямоугольников кругового типа показаны на рис. 5.

Видим, что начально-кольцевой алгоритм имеет большую эвристическую меру, чем другие исследуемые алгоритмы. Сравнение результатов эвристических мер ресурсов оболочек углового уровневого, уровневых по высоте и по протяженности алгоритмов не позволяет отдать предпочтение какому-либо из них. Целесообразность использования предложенных алгоритмов при диспетчеризации массивами ресурсов прямоугольников кругового типа подтверждается приемлемым значением отклонения от минимально возможного значения эвристической меры, равного $1/2$, достигаемого при беспустотной укладке в квадрат.

Заключение

В развитии формального аппарата неевклидовой среды ресурсов прямоугольников, как основы теории полиномиальной диспетчеризации, дается определение квадратичного типа одной заявки. Результаты исследования показали адаптированность ранее предложенных автором полиномиальных алгоритмов уровневых по высоте и по протяженности, углового уровневого для массивов, состоящих из заявок кругового типа. Таким образом, показана целесообразность применения данных алгоритмов в Grid-системах с централизованной структурой системы диспетчерирования и мультисайтным режимом обслуживания заявки в случаях, когда известен квадратичный тип каждой заявки.

Список литературы

1. Саак А. Э. Локально-оптимальные ресурсные распределения // Информационные технологии. 2011. № 2. С. 28–34.

2. Саак А. Э. Алгоритмы диспетчеризации в Grid-системах на основе квадратичной типизации массивов заявок // Информационные технологии. 2011. № 11. С. 9–13.

3. Саак А. Э. Диспетчеризация в Grid-системах на основе однородной квадратичной типизации массивов заявок пользователей // Информационные технологии. 2012. № 4. С. 32–36.

4. Саак А. Э. Сравнительный анализ полиномиальных алгоритмов диспетчеризации в Grid-системах // Информационные технологии. 2012. № 9. С. 28–32.

5. Саак А. Э. Полиномиальные алгоритмы распределения ресурсов в Grid-системах на основе квадратичной типизации массивов заявок // Информационные технологии. 2013. № 7. Приложение. 32 с.

6. Саак А. Э. Управление ресурсами и заявками пользователей в Grid-системах с централизованной архитектурой // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16–19 июня 2014 г. М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2014. С. 7489–7498.

7. Foster I., Kesselman C. The Grid in a nutshell. In: Nabrzyski J., Schopf J., Weglarz J. (eds.) Grid Resource Management: state of the art and future trends. Kluwer, 2003.

8. Jacob B., Brown M., Fukui K., Trivedi N. Introduction to grid computing. IBM Corp., USA, 2005.

9. Christodoulopoulos K., Sourlas V., Mpakolas I., Varvarigos E. A comparison of centralized and distributed meta-scheduling architectures for computation and communication tasks in Grid networks // Computer Communications. 2009. N. 32. P. 1172–1184.

10. Rahman M., Ranjan R., Buyya R., Benatallah B. A taxonomy and survey on autonomic management of applications in grid computing environments // Concurrency Computat: Pract. Exper. 2011. N. 23. P. 1990–2019.

11. Feitelson D., Rudolph L. Toward convergence in job schedulers for parallel supercomputers // Lecture Notes in Computer Science. 1996. Vol. 1162. P. 1–26.

12. Ye D., Zhang G. On-Line Scheduling of Parallel Jobs // LNCS. Vol. 3104. 2004. P. 279–290.

13. Klarner D., Pollack J. Domino tilings of rectangles with fixed width // Discrete Mathematics. 1980. N. 32. P. 45–52.

14. <http://www.mathpuzzle.com/4Dec2001.htm>

15. Korf R., Moffitt M., Pollack M. Optimal rectangle packing // Annals of Operations Research. 2010. Vol. 179, N. 1. P. 261–295.

16. Huang E., Korf R. Optimal rectangle packing: an absolute placement approach // Journal of Artificial Intelligence Research. 2012. Vol. 46. P. 47–87.

17. Ahearn S., Jepsen C. On tiling an $m \times m$ square with m squares // Crux Mathematicorum. 1993. Vol. 19, N. 7. P. 189–191.

18. Simonis H., O’Sullivan B. Search strategies for rectangle packing. 2008. <http://4c.ucc.ie/~hsimonis/cp2008slides.pdf>

19. Ågren M., Beldiceanu N., Carlsson M., Sbihi M., Truchet C., Zampelli S. Six ways of integrating symmetries within non-overlapping constraints // LNCS. 2009. Vol. 5547. P. 11–25.

20. Hougardy S. A Scale Invariant Exact Algorithm for Dense Rectangle Packing Problems. Research Institute for Discrete Mathematics, University of Bonn, Report No 101020, 2012.

21. Duijvestijn A. J. W. Simple perfect squared square of lowest order. J. Combin. Theory. 1978. Ser. B 25. P. 240–243.

22. Duijvestijn A. J. W., Federico P. J., Leeuw P. Compound perfect squares // Amer. Math. Monthly. 1982. Vol. 89. P. 15–32.

23. Gambini I. A method for cutting squares into distinct squares. Discrete Applied Math. 1999. Vol. 98. P. 65–80.

24. Simonis H., O’Sullivan B. Almost square packing // LNCS. 2011. Vol. 6697. P. 196–209.

Circular-Typed Multiprocessor Tasks Scheduling in Grid Systems

Developing formal instrumentation of the Non-Euclidean resource rectangles environment, as a base for the polynomial scheduling theory, we denote a quadratic type of a user task. In the paper it is raised the question of the adaptedness characteristic of polynomial algorithms for the arrays which consist of user tasks of definite quadratic type. The model of a task is a resource rectangle. It is given the quadratic classification of the following resource rectangles which are used as the test examples: rectangles $2j \times j$ (domino) are circular-typed, rectangles $1 \times 2, 2 \times 3, \dots, k \times (k + 1)$ (almost square) relates to the hyperbolic type, rectangles $3j \times j$ (tromino) are ones of parabolic type. For a model of the set of multiprocessor tasks in the form of extensive linear polyhedral of resource rectangles and for a model of the Grid system with centralized architecture which supports multisite task performance in the form of resource quadrant, author solves the problem of allocation with minimization of a resource enclosure heuristic measure. The Non-Euclidean heuristic measure which takes into consideration both area and the form of an occupied resource region, reaches its minimum value at in-square packing without emptiness. It is considered an array which consists of circular-typed resource rectangles. Then scheduling is performed with the use of an initial ring algorithm, level algorithm with the height parameter and the length one, angular-level algorithm and all of them have polynomial complexity. This result in the respective resource enclosures for each scheduling with the heuristic measures calculated. The study of scheduling by the arrays of circular-typed resource rectangles shows that the initial ring algorithm has bigger heuristic measure in comparison with the others. The comparison of the heuristic measures of the resource enclosures derived from the use of the level algorithm with the height "parameter and the length one and angular-level algorithm shows that we can't prefer one to another. Expedience of the use of suggested algorithms in scheduling by arrays of circular-typed resource rectangles is confirmed by the acceptable deviation value from the theoretical minimum of the heuristic measure.

Keywords: user task of quadratic type, circular-typed user task, Grid-system, scheduling, resource management, Non-Euclidean heuristic measure, algorithm of polynomial complexity, initial ring algorithm, level algorithm with the height parameter, level algorithm with the length parameter, angular-level algorithm

References

1. Saak A. Eh. Lokalno-optimalnye resursnye raspredeleniya [Locally optimal resource allocation], *Informatsionniye tekhnologii* [Information Technologies], 2011, no. 2, pp. 28–34.
2. Saak A. Eh. Algoritmy dispatcherizatsii v Grid-sistemakh na osnove kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok [Algorithms scheduling in Grid-based systems for quadratic typing, arrays applications], *Informatsionnyye tekhnologii* [Information Technologies], 2011, no. 11, pp. 9–13.
3. Saak A. Eh. Dispatcherizatsiya v GRID-sistemakh na osnove odnorodnoy kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok polzovatelye [Scheduling in GRID-systems on the basis of homogeneous quadratic typing, arrays of user requests], *Informatsionnyye tekhnologii* [Information Technologies], 2012, no. 4, pp. 32–36.
4. Saak A. Eh. Sravnitelniy analiz polinomialnykh algoritmov dispatcherizatsii v GRID-sistemakh [Comparative analysis of polynomial algorithms for scheduling in GRID-systems], *Informatsionnyye tekhnologii* [Information Technologies], 2012, no. 9, pp. 28–32.
5. Saak A. Eh. Polinomialnye algoritmy raspredeleniya resursov v Grid-sistemakh na osnove kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok [Polynomial algorithms for resource allocation in Grid-based systems for quadratic typing, arrays applications], *Informatsionnyye tekhnologii* [Information Technologies], Prilozhenie. 2013, no. 7. 32 p.
6. Saak A. Eh. Upravleniye resursami i zayavkami polzovatelye v Grid-sistemakh s centralizovannoy arkhitekturoy [Resource and multi processor task management in Grid system of centralized architecture], *Trudy XII Vserossiyskogo soveshanya po problem upravleniya VSPU-2014. Moskva, 16 iyunya — 19 inmya 2014 g.* [Proceedings of XII all-Russian conference "Control problems" RCCP'2014. Moscow, 16 June — 19 June 2014]. Moscow: Institut problem upravleniya im. V. A. Trapeznikova RAN, 2014, pp. 7489–7498.
7. Foster I., Kesselman C. The Grid in a nutshell. In: Nabrzyski J., Schopf J., Weglarz J. (eds.) *Grid Resource Management: state of the art and future trends*. Kluwer, 2003.
8. Jacob B., Brown M., Fukui K., Trivedi N. *Introduction to grid computing*. IBM Corp., USA, 2005.
9. Christodouloupoulos K., Sourlas V., Mpakolas I., Varvarigos E. A comparison of centralized and distributed meta-scheduling architectures for computation and communication tasks in Grid networks, *Computer Communications*, 2009, no. 32, pp. 1172–1184.
10. Rahman M., Ranjan R., Buyya R., Benatallah B. A taxonomy and survey on autonomic management of applications in grid computing environments, *Concurrency Computat. Pract. Exper.*, 2011, no. 23, pp. 1990–2019.
11. Feitelson D., Rudolph L. Toward convergence in job schedulers for parallel supercomputers, *Lecture Notes in Computer Science*, 1996, vol. 1162, pp. 1–26.
12. Ye D., Zhang G. On-Line Scheduling of Parallel Jobs. *LNCSS*, 2004, vol. 3104, pp. 279–290.
13. Klarner D., Pollack J. Domino tilings of rectangles with fixed width, *Discrete Mathematics*, 1980, no. 32, pp. 45–52.
14. <http://www.mathpuzzle.com/4Dec2001.htm>
15. Korf R., Moffitt M., Pollack M. Optimal rectangle packing, *Annals of Operations Research*, 2010, vol. 179, no. 1, pp. 261–295.
16. Huang E., Korf R. Optimal rectangle packing: an absolute placement approach, *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2012, no. 46, pp. 47–87.
17. Ahearn S., Jepsen C. On tiling an $m \times m$ square with m squares, *Crux Mathematicorum*, 1993, vol. 19, no. 7, pp. 189–191.
18. Simonis H., O'Sullivan B. Search strategies for rectangle packing. URL: <http://4c.ucc.ie/~hsimonis/cp2008slides.pdf>
19. Ågren M., Beldiceanu N., Carlsson M., Sbihi M., Truchet C., Zampelli S. Six ways of integrating symmetries within non-overlapping constraints. *LNCSS*, 2009, vol. 5547, pp. 11–25.
20. Hougardy S. *A Scale Invariant Exact Algorithm for Dense Rectangle Packing Problems*, Research Institute for Discrete Mathematics, University of Bonn, Report No: 101020, 2012.
21. Duijvestijn A. J. W. Simple perfect squared square of lowest order, *J. Combin. Theory*, 1978. Ser. B 25, pp. 240–243.
22. Duijvestijn A. J. W., Federico P. J., Leeuw P. Compound perfect squares, *Amer. Math. Monthly*, 1982, vol. 89, pp. 15–32.
23. Gambini I. A method for cutting squares into distinct squares, *Discrete Applied Math*, 1999, vol. 98, pp. 65–80.
24. Simonis H., O'Sullivan B. Almost square packing. *LNCSS*, 2011, vol. 6697, pp. 196–209.