

References

1. **Barskij A. B.** *Parallel'nye informacionnye tehnologii*, Moscow, INTUIT, BINOM. Laboratorija znaniy, 2007, 503 p.
2. **Barskij A. B.** *Grid-vychislenija: organizacija, metody, planirivanie*, Saarbrücken, Germany, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 349 p.
3. **Barskij A. B.** Algoritmicheskie, arhitekturnye i strukturnye metody organizacii upravljajushhijh processov v virtual'nom prostranstve sredstv Grid-sistemy, *Informacionnye tehnologii*, 2012, no. 5, pp. 2—6.
4. **Barskij A. B.** Parallel'nye tehnologii reshenija optimizacionnyh zadach, *Informacionnye tehnologii, Prilozhenie*, 2001, no. 2. 24 p.
5. **Amirshahi B.** Klasterizacija GRID-resursov dlja optimizacii informacionnogo obmena pri sovmestnoj obrabotke rezul'tatov raspredelyonnyh vychislenij, *Informacionnye tehnologii*, 2011, no. 2, pp. 22—28.
6. **Amirshahi B.** GRID-tehnologii reshenija bol'shijh sistem linejnyh uravnenij na vychislitel'noj seti i na superkomp'yutere klasternogo tipa, *Informacionnye tehnologii*, 2011, no. 6, pp. 17—22.
7. **Barskij A. B.** Dvuh- i tryohkomp'yuternaja klasterizacija Grid-resursov dlja optimizacii sborki rezul'tatov raspredelyonnyh vychislenij po SPMD-tehnologii, *Informacionnye tehnologii*, 2012, no. 8, pp. 43—46.
8. **Zagorskij G. S., Barskij A. B., Zhelenkov B. V.** Grid-tehnologii — resursy supervozmozhnostej, *Mir Transporta*, 2008, no. 3, pp. 132—141.
9. **Barskij A. B.** Optimizacionnye zadachi v osnove paketa parallel'nyh prikladnyh programm i sistemy informacionnogo obsluzhivaniya Centra Grid-tehnologii, *Informacionnye tehnologii. Prilozhenie*, 2010, no. 10. 32 p.
10. **Goldovsky Y. M., Zhelenkov B. V., Safonova I. E., Cyganova N. A.** To the question of evaluating the reliability of functioning of the elements of the telecommunication enterprise-wide networks, *International Scientific — Practical Conference "Innovative Information Technologies", Part 2, Innovative Information Technologies in Science. Prague, 2014, April 21—25*. P. 474—477.

УДК 519

О. В. Мандрикова^{1, 2}, д-р техн. наук, зав. лаб., e-mail: oksanaml@mail.ru,
Н. В. Фетисова (Глушкова)¹, мл. науч. сотр., e-mail: nv.glushkova@yandex.ru,
Ю. А. Полозов^{1, 2}, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., e-mail: up_agent@mail.ru

¹ Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, с. Паратунка

² Камчатский государственный технический университет, г. Петропавловск-Камчатский

Моделирование временного хода параметров ионосферы и выделение аномалий

Описана новая многокомпонентная модель (МКМ) временного хода параметров ионосферы, основанная на совмещении вейвлетов с классом моделей авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего. Модель позволяет изучать режим ионосферы и выделять аномалии, возникающие в периоды ионосферных возмущений. Построены МКМ критической частоты ионосферы для района Камчатки (станция "Паратунка", регистрацию данных выполняет Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН). Выполнено сравнение полученных МКМ с эмпирической Международной справочной моделью ИРИ и методом скользящей медианы, которое показало перспективность предлагаемого авторами метода. Для детального изучения аномальных изменений в ионосфере предложено использовать непрерывное вейвлет-преобразование. На основе непрерывного вейвлет-преобразования разработаны вычислительные решения по выделению разномасштабных аномалий в ионосфере и оценке их параметров.

Анализ ионосферных параметров в периоды повышенной геомагнитной активности показал, что аномалии в ионосфере имеют крупные масштабы и достигают максимальной интенсивности в периоды наиболее сильных магнитных бурь. Замечено, что накануне главной фазы магнитной бури в анализируемом районе может наблюдаться повышение концентрации электронов.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, модель авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего, критическая частота ионосферы, ионосферные возмущения

Введение

Работа направлена на создание средств анализа ионосферных параметров и выделения аномалий, возникающих в периоды ионосферных возмущений. Ионосфера Земли — область атмосферы, простирающаяся от 80 до 1000 км и влияющая на распространение радиоволн [1—3]. Структура ионосферы является изменчивой и неоднородной, ее изучение основано на анализе вариации регистрируемых параметров среды. Ионосферные параметры заметно меняются с высотой, зависят от цикла солнечной

активности, геомагнитных условий, географических координат и содержат характерные суточные и сезонные изменения [1—3]. В периоды ионосферных возмущений в ионосферных параметрах наблюдаются аномальные особенности, имеющие различную структуру и масштабы. В большинстве случаев ионосферные возмущения происходят вследствие повышения солнечной и геомагнитной активности, а в сейсмоактивных областях они также могут наблюдаться в периоды повышенной сейсмической активности [1, 3, 4].

Одной из важных задач обработки и анализа ионосферных параметров является контроль состояния ионосферы и выделение аномалий [1, 3], влияющих на многие аспекты нашей жизни, оказывая негативное влияние на работу спутниковых систем и распространение радиосвязи. Задачи анализа состояния ионосферы и выявления аномалий решаются большим числом авторов [3–6]. Среди основных подходов можно выделить традиционный метод скользящей медианы [1], эмпирические модели ионосферы [3, 5, 6], применение нейронных сетей [3, 7, 8] и вейвлет-преобразования [2, 7–10]. На сегодняшний момент наиболее разработанной эмпирической моделью ионосферы является Международная справочная ИРИ-модель [5, 6], которая основана на широком диапазоне наземных и космических данных. Ее точность для оценки параметров в конкретном регионе существенно зависит от наличия в нем регистрируемых данных [6]. С этим связан факт получения более точного прогноза на основе модели ИРИ для средних широт по сравнению с экваториальными и авроральными широтами. Также в работе [3] показано, что точность ИРИ-модели существенно зависит от уровня солнечной активности и убывает с ростом последней.

Изучение вариаций параметров ионосферы для анализируемого района Камчатки показало, что они имеют сложную нестационарную структуру. Это существенно ограничивает возможности и эффективность применения традиционных классических методов моделирования и анализа эмпирических данных. Как показывают последние исследования [2, 7–13], естественным и наиболее эффективным способом представления таких данных является построение нелинейных адаптивных аппроксимирующих схем. Основанные на этом подходе методы декомпозиции на эмпирические моды [12, 13] и адаптивные вейвлет-разложения [2, 7–11, 14] получают в настоящее время интенсивное развитие. Ввиду большого разнообразия ортогональных базисных вейвлетов с компактными носителями и наличия численно устойчивых быстрых алгоритмов преобразования данных вейвлет-разложение обеспечивает широкие возможности его применения для анализа сложных структур данных [15–17], в том числе в области геофизики [2, 7–11, 18].

В данной работе использовалось кратномасштабное вейвлет-разложение временного ряда параметров ионосферы, на основе которого временной ряд представлен в виде разномасштабных компонент более простой структуры, чем исходный ряд. Это позволило выделить стационарные компоненты и для их идентификации применить классические методы моделирования и анализа временных рядов. В работе использовался класс моделей авторегрессии интегрированного скользящего среднего (АРПСС) [19, 20]. Практика подтвердила мощност и гибкость методов АРПСС при решении многих прикладных

задач [19–21], в настоящее время эти методы получают развитие в области геофизики [9, 10, 21]. Но они имеют ограничения как на возможность их использования для отдельных временных рядов, так и на выявляемые при этом закономерности [9, 10, 20]. Оценка параметров моделей АРПСС, а также их диагностика и оптимизация полностью базируются на предположении, что данные имеют нормальное распределение, которое не всегда оправдано. Расширяя область применения этих методов, авторами предложена новая многокомпонентная модель (МКМ), основанная на совмещении вейвлетов и моделей АРПСС. Впервые данный подход был предложен для решения задачи выявления аномалий в данных подпочвенного радона, где показал свою эффективность [22]. В данной статье описан способ построения и оценки разработанной МКМ для параметров ионосферы. На примере ионосферных данных показана эффективность предлагаемого подхода, позволяющего подавить шум, упростить структуру данных и выделить стационарные составляющие, подлежащие идентификации. Сравнение полученных МКМ с ИРИ-моделью и методом скользящей медианы, широко применяемых для задач моделирования и анализа ионосферных параметров, показало перспективность предлагаемого авторами подхода.

Для детального изучения ионосферных параметров вместе с предложенным методом моделирования использовалось непрерывное вейвлет-преобразование. На основе непрерывного вейвлет-преобразования предложены вычислительные решения, позволившие выделить разномасштабные аномалии в ионосфере и оценить их моменты возникновения, временную длительность и интенсивность.

На основе моделирования изучен режим ионосферы в районе Камчатки, выполнен анализ суточных и сезонных вариаций параметров в периоды различной активности Солнца. В периоды повышенной солнечной и геомагнитной активности выделены аномалии в ионосфере. Детальный анализ показал, что максимальной интенсивности аномалии достигают в периоды наиболее сильных магнитных бурь и имеют крупные масштабы. Замечено, что накануне главной фазы магнитной бури в анализируемом районе может наблюдаться повышение концентрации электронов.

Описание метода моделирования и анализа параметров ионосферы

1.1. Построение МКМ

Временной ряд параметров ионосферы f_0 содержит стационарные составляющие, характеризующие режим ионосферы в районе регистрации данных, и случайный шум. Как показано в работах [9, 10], на основе кратномасштабного вейвлет-разложения временной ряд f_0 представляется в виде линейной комбинации разномасштабных составляющих: сгла-

женной $f[2^{-m}t]$ масштаба m и детализирующих $g[2^j t]$ масштабов $j = \overline{-1, -m}$:

$$f_0(t) = \sum_{j=-1}^{-m} g[2^j t] + f[2^{-m}t]. \quad (1)$$

В работе [16] показано, что когда масштабирующая функция ϕ имеет L нулевых моментов, т.е. $\int_{-\infty}^{+\infty} t^r \phi(t) dt = 0$, $r = \overline{1, L}$, и $f \in C^L$ (C^L — пространство функций, L раз непрерывно дифференцируемых), то для t вблизи $2^m k$ коэффициенты вейвлет-разложения

$$c_{-m, k} = \langle f, \phi_{-m, k} \rangle \approx 2^{-m/2} f(2^m k). \quad (2)$$

Из соотношения (2) следует, что в сглаженной компоненте $f[2^{-m}t] \in V_{-m}$ масштаба m мы имеем приближение аппроксимируемой функции f с разрешением 2^m . Высокочастотные особенности функции отображаются в пространства W_j .

Путем изменения уровня разложения m (см. соотношение (1)) мы можем получить различные представления ряда. Наша задача — определить *наилучшее представление*, которое выделит стационарные суточные и сезонные составляющие колебаний параметров ионосферы из шума и позволит получить для них адекватную модель АРПСС. Поскольку в соответствии с соотношением (2) в сглаженной компоненте $f[2^{-m}t]$ масштаба m мы имеем приближение аппроксимируемой функции f с разрешением 2^m (исходные данные масштаба $m = 0$ являются часовыми) и эти компоненты менее подвержены влиянию случайного фактора, чем высокочастотные детализирующие $g[2^j t]$, решение задачи построим на анализе сглаженных компонент.

1. Выполним кратномасштабные вейвлет-разложения ряда до уровней $m = \overline{1, M}$ (максимальный допустимый уровень разложения M определяется длиной ряда N : $M \leq \log_2 N$) и получим набор сглаженных компонент $f[2^{-m}t] = \sum_k c_{-m, k} \phi_{-m, k}(t)$, $m = \overline{1, M}$.

2. Из набора компонент $f[2^{-m}t]$, $m = \overline{1, M}$, определим стационарные компоненты. Для стационарных компонент $f[2^{-m}t]$, используя традиционные подходы [19, 20], выберем модели из класса АРПСС для их аппроксимации и получим представление каждой компоненты в виде

$$f_{-m}(t) = \sum_k s_{-m, k} \phi_{-m, k}(t),$$

где $s_{-m, k} = \sum_{l=1}^p \gamma_{-m, l} \omega_{-m, k-l}^{-1} - \sum_{n=1}^h \theta_{-m, n} a_{-m, k-n}^{-1}$ — оценочное значение сглаженной компоненты; $\omega_{-m, k} = \nabla^v c_{-m, k}$, ∇^v — оператор взятия разности порядка v ; $p, \gamma_{-m, l}$ — порядок и параметры авторегрес-

сии сглаженной компоненты; $h, \theta_{-m, n}$ — порядок и параметры скользящего среднего сглаженной компоненты; $a_{-m, k-n}$ — остаточные ошибки модели.

3. Выполним оценку погрешностей *моделей компонент*:

$$E_m = \sum_{k=1}^K \sum_{l=q=1}^Q e_{k+q}^m,$$

где $e_{k+q}^m = (s_{-m, k+q}^{\text{факт}} - s_{-m, k+q}^{\text{прогноз}})^2$ — ошибка *модели компоненты* в точке k с упреждением q ; $s_{-m, k+q}^{\text{факт}}$ — фактические значения компоненты ряда; $s_{-m, k+q}^{\text{прогноз}}$ — модельные значения компоненты ряда; Q — длина упреждения данных; K — длина компоненты ряда.

4. *Наилучшим представлением* временного ряда будем считать представление, соответствующее кратномасштабному вейвлет-разложению до уровня m^* , где $m^* = \min_m E_m$.

5. Из набора детализирующих компонент $g[2^j t]$, $j = \overline{-1, -m^*}$, определим стационарные компоненты. Для стационарных компонент $g[2^j t]$, используя традиционные подходы [19, 20], выберем модели из класса АРПСС для их аппроксимации.

6. Компоненты $g[2^j t]$, которые не являются стационарными, содержат локальные особенности и шум и будут исследованы другим методом.

7. Используя соотношение (1), объединим полученные *модели компонент* в общую многокомпонентную конструкцию, описывающую временной ход данных:

$$f_0(t) = \sum_{\mu=1, T} \sum_{k=1, N_j^\mu} s_{j, k}^\mu b_{j, k}^\mu(t), \quad (3)$$

где $s_{j, k}^\mu = \sum_{l=1}^{p_j^\mu} \gamma_{j, l}^\mu \omega_{j, k-l}^\mu - \sum_{n=1}^{h_j^\mu} \theta_{j, n}^\mu a_{j, k-n}^\mu$ — оценочное

значение μ -й компоненты; $p_j^\mu, \gamma_{j, l}^\mu$ — порядок и параметры авторегрессии μ -й компоненты; $h_j^\mu, \theta_{j, n}^\mu$ — порядок и параметры скользящего среднего μ -й компоненты; $\omega_{j, k}^\mu = \nabla^{v_j^\mu} \beta_{j, k}^\mu$; v_j^μ — порядок разности μ -й компоненты; $\beta_{j, k}^1 = c_{j, k}$, $\beta_{j, k}^\mu = d_{j, k}$, $\mu = \overline{2, T}$, T — число моделируемых компонент; $a_{j, k-n}^\mu$ — остаточные ошибки модели μ -й компоненты; N_j^μ — длина μ -й компоненты; $b_{j, k}^1 = \phi_{j, k}$ — масштабирующая функция; $b_{j, k}^\mu = \Psi_{j, k}$, $\mu = \overline{2, T}$, — вейвлет-базис μ -й компоненты.

Прогнозирование значения $s_{j,k+q}^\mu$, $q \geq 1$ определяет прогноз $s_{j,k}^\mu$ в точке k с упреждением q . Значение $s_{j,k+q}^\mu$ на основе модели μ -й компоненты определяется как

$$s_{j,k+q}^\mu = \sum_{l=1}^{p_j^\mu} \gamma_{j,l}^\mu \omega_{j,k+q-l}^\mu - \sum_{n=1}^{h_j^\mu} \theta_{j,n}^\mu a_{j,k+q-n}^\mu.$$

Остаточные ошибки модели μ -й компоненты определяются как разность между фактическими и прогнозными значениями в точке $k+q$: $a_{j,k+q}^\mu = s_{j,k+q}^{\mu, \text{факт}} - s_{j,k+q}^{\mu, \text{прогноз}}$.

Модель (3) описывает характерные изменения данных. В период аномальных изменений данных абсолютные значения остаточных ошибок моделей компонент возрастут, поэтому процедура выделения аномалий может быть построена, например, на проверке следующего условия:

$$\varepsilon_\mu = \sum_{q=1}^{Q_\mu} |a_{j,k+q}^\mu| > T_\mu, \quad (4)$$

где Q_μ — длина упреждения данных на основе модели μ -й компоненты; T_μ — пороговое значение μ -й компоненты, определяющее наличие аномалии.

Пороговое значение T_μ в соотношении (4) может быть определено либо:

1) на основе оценки дисперсии ошибок прогноза данных [19]:

$$T_\mu(Q_\mu) = \left\{ 1 + \sum_{q=1}^{Q_\mu-1} (\psi_{j,q}^\mu)^2 \right\}^{1/2} \sigma_{a_{j,k+q}^\mu},$$

где $\sigma_{a_{j,k+q}^\mu}$ — среднеквадратическое отклонение остаточных ошибок модели μ -й компоненты; $\psi_{j,q}^\mu$ — весовые коэффициенты модели μ -й компоненты, которые находятся приравниванием коэффициентов в выражении

$$\begin{aligned} & (1 - \gamma_{j,1}^\mu B - \gamma_{j,2}^\mu B^2 - \dots - \gamma_{j,p_j^\mu+v_j^\mu}^\mu B^{p_j^\mu+v_j^\mu}) \times \\ & \times (1 + \psi_{j,1}^\mu B + \psi_{j,2}^\mu B^2 + \dots) = \\ & = (1 - \theta_{j,1}^\mu B - \theta_{j,2}^\mu B^2 - \dots - \theta_{j,\eta_j^\mu}^\mu B^{\eta_j^\mu}), \end{aligned}$$

где B — оператор сдвига назад: $B^l \omega_{j,k}^\mu(t) = \omega_{j,k-l}^\mu(t)$,

$$\psi_{j,0}^\mu = 0,$$

2) либо с учетом вероятностных пределов

$$T_\mu(Q_\mu) = u_{\varepsilon/2} \left\{ 1 + \sum_{q=1}^{Q_\mu-1} (\psi_{j,q}^\mu)^2 \right\}^{1/2} \sigma_{a_{j,k+q}^\mu}, \quad (5)$$

где $u_{\varepsilon/2}$ — квантиль уровня $1 - \varepsilon/2$ стандартного нормального распределения.

1.2. Оценка МКМ параметров ионосферы для района Камчатки

В работе использовались часовые данные критической частоты ионосферного слоя F2 за период с 1969 по 2013 г. района Камчатки (п-ов Камчатка, с. Паратунка). Для определения степени геомагнитной возмущенности использовался К-индекс, который был вычислен на основе геомагнитных данных станции "Паратунка" (Камчатка, Россия, регистрацию выполняет ИКИР ДВО РАН). При построении моделей использовались данные ионосферы foF2 за периоды относительно спокойного геомагнитного поля (периоды, в которые суммарный за сутки К-индекс ΣK не превышал значения 23), не содержащие сильных сейсмических событий (периоды, в которые отсутствовали землетрясения с энергетическим классом $K_s \geq 12$, произошедшие в радиусе до 300 км от станции ионосферного зондирования, данные сейсмического каталога п-ова Камчатка были любезно предоставлены Камчатским филиалом геофизической службы РАН).

Кратномасштабные вейвлет-разложения выполнялись по вейвлет-базису Добеши 3-го порядка, который был определен на основе минимизации погрешности аппроксимации [9, 10]. Описанным в п. 1.2 способом были выделены стационарные компоненты ряда foF2 и определено его наилучшее представление, соответствующее кратномасштабному вейвлет-разложению до уровня $m^* = 3$:

$$f_0(t) = f[2^{-3}t] + g[2^{-3}t] + \sum_{j=-1}^{-2} g[2^j t],$$

где $f[2^{-3}t] = \sum_k c_{-3,k} \phi_{-3,k}(t)$ — сглаженная стационарная компонента, $g[2^{-3}t] = \sum_k d_{-3,k} \Psi_{-3,k}(t)$ — де-

тализирующая стационарная компонента, $g[2^j t] = \sum_k d_{j,k} \Psi_{j,k}(t)$, $j = -1, -2$ — детализирующие компоненты, содержат локальные особенности и шум.

На рис. 1 в качестве примера представлены автокорреляционные функции (АКФ) исходного ряда (анализировался период 19.12.2011—08.01.2012), его первой разности и выделенных стационарных компонент. Анализ рис. 1 показывает, что в данный период исходный ряд имеет сложную нестационарную структуру и непосредственное применение методов АРПСС не позволяет получить адекватную модель ряда. Выделенные компоненты ряда $f[2^{-3}t]$ и $g[2^{-3}t]$ имеют затухающие автокорреляционные функции и частные автокорреляционные функции порядка 3, что позволяет идентифицировать для них модели авторегрессии порядка 3 [19] и подтверждает эффективность предлагаемого подхода.

Оценка параметров АРПСС моделей для выделенных стационарных компонент выполнялась с учетом сезонного хода ионосферы и уровня сол-

нечной активности. МКМ были получены отдельно для каждого сезона и высокого и низкого уровня солнечной активности.

В соответствии с соотношением (3) диагностика полученных МКМ может быть выполнена на основе проверки адекватности образующих их моделей компонент. Она выполнялась на основе следующих методик, основанных на анализе остаточных ошибок.

1. На основе *совокупного критерия согласия* [19] подгоняемая модель удовлетворительна, если

$$Q^{\mu} = n \sum_{z=1}^Z r_z^2(a^{\mu})$$

распределено приближенно как $\chi^2(Z - h_j^{\mu} - p_j^{\mu})$, где Z — рассматриваемые первые автокорреляции остаточных ошибок модели μ -й компоненты; $r_z(a^{\mu})$ — автокорреляции ряда остаточных ошибок модели μ -й компоненты; $n = N - \vartheta$, N — длина ряда μ -й компоненты, ϑ — порядок разности модели μ -й компоненты.

2. На основе нормированной кумулятивной периодограммы

$$C^{\mu}(f_{\beta}) = \frac{\sum_{i=1}^{\beta} I(f_i)}{ns^2},$$

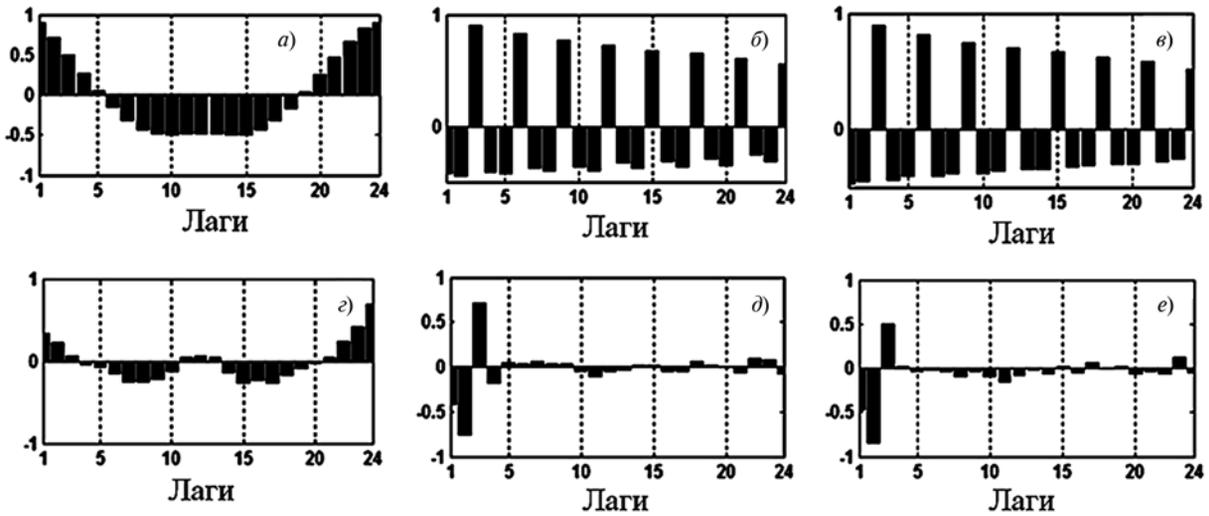


Рис. 1. АКФ ряда foF2 (а); АКФ первой разности ряда foF2 (б); АКФ компоненты $f[2^{-3}t]$ (в); частная АКФ компоненты $f[2^{-3}t]$ (г); АКФ компоненты $g[2^{-3}t]$ (д); частная АКФ компоненты $g[2^{-3}t]$ (е)

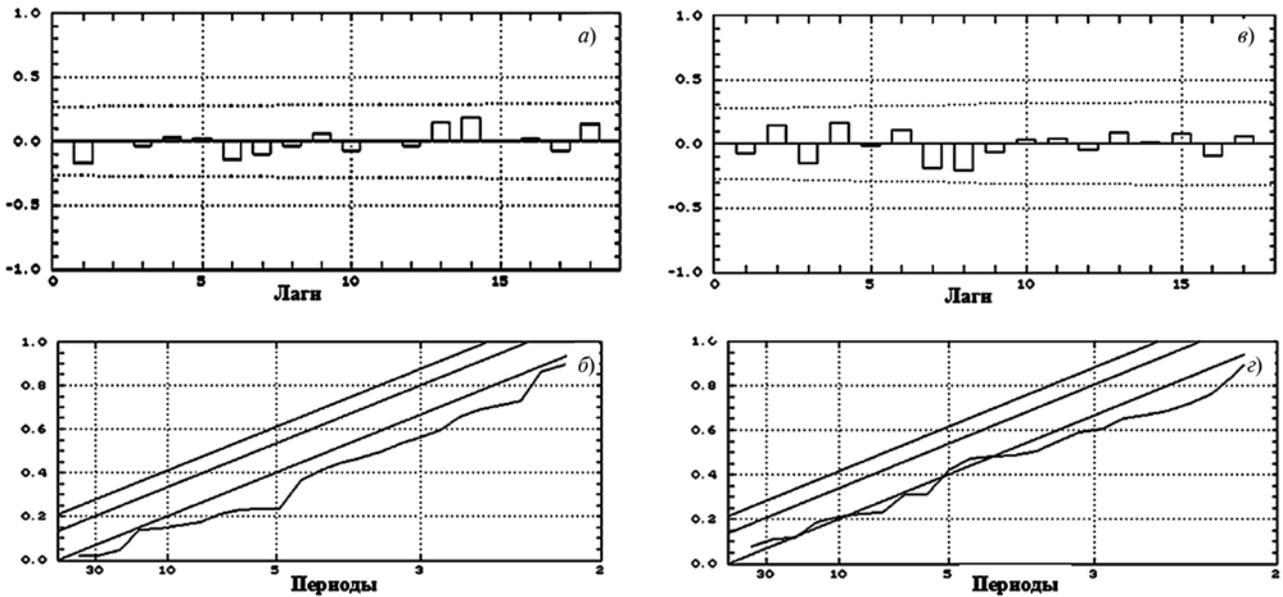


Рис. 2. Результаты диагностики моделей компонент: а — АКФ остаточных ошибок модели компоненты $f[2^{-3}t]$; б — кумулятивная периодограмма остаточных ошибок модели компоненты $f[2^{-3}t]$; в — АКФ остаточных ошибок модели компоненты $g[2^{-3}t]$; г — кумулятивная периодограмма остаточных ошибок модели компоненты $g[2^{-3}t]$

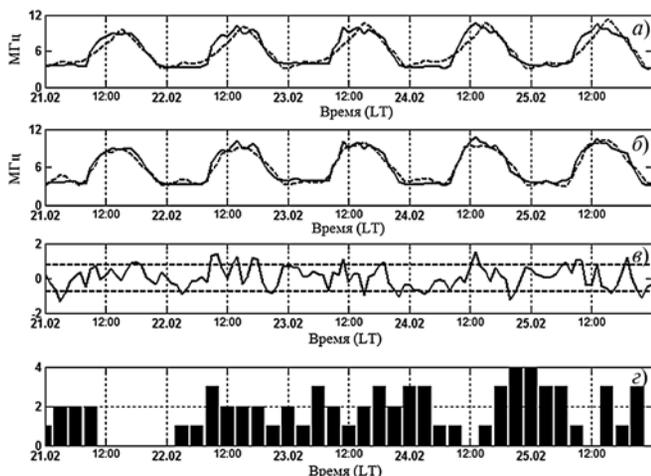


Рис. 3. Моделирование данных foF2 (ст. "Паратунка") за период с 21.02.1999 по 25.02.1999, время местное:

a — foF2 (сплошная линия), моделирование данных foF2 на основе модели компоненты $f[2^{-3}t]$ (штриховая линия); *b* — foF2 (сплошная линия), моделирование данных foF2 на основе полученной МКМ (штриховая линия); *c* — ошибки моделирования МКМ; *d* — K-индекс геомагнитной активности (ст. "Паратунка"). На графике *d* штриховой линией показаны стандартные отклонения ошибок МКМ

где $I(f_i)$ — периодограмма ряда остаточных ошибок модели μ -й компоненты a_k^μ , $k = \overline{1, n}$, n — длина ряда a_k^μ :

$$I(f_i) = \frac{2}{n} \left[\left(\sum_{k=1}^n a_k^\mu \cos 2\pi f_i k \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^n a_k^\mu \sin 2\pi f_i k \right)^2 \right],$$

$f_i = i/n$ — частота; s^2 — оценка $\sigma_{a^\mu}^2$ ряда остаточных ошибок модели μ -й компоненты.

Результаты диагностики моделей компонент, представленные на рис. 2 для периода 19.12.2011—08.01.2012, подтверждают их адекватность моделируемому данным. Аналогичные результаты были получены в анализе данных за другие годы.

Процесс моделирования данных foF2 в период относительно спокойного геомагнитного поля (рис. 3) показывает хорошие аппроксимирующие свойства модели и ее сходимость к процессу.

Сравнение МКМ с методом скользящей медианы и ИРИ-моделями, которые получены для различных сезонов и уровней солнечной активности (рис. 4, 5, таблица), показывает, что МКМ для ана-

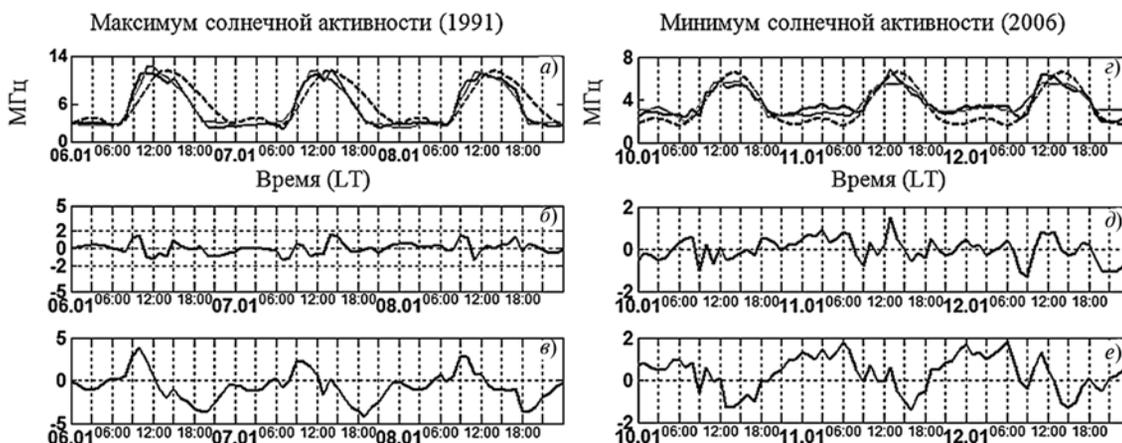


Рис. 4. Прогнозирование данных foF2 зимнего периода времени (время местное):

a, e — foF2 (черная сплошная линия), прогноз по МКМ (серая сплошная линия), прогноз по ИРИ-модели (черная штриховая линия); *b, d* — ошибки МКМ; *c, f* — ошибки ИРИ-модели

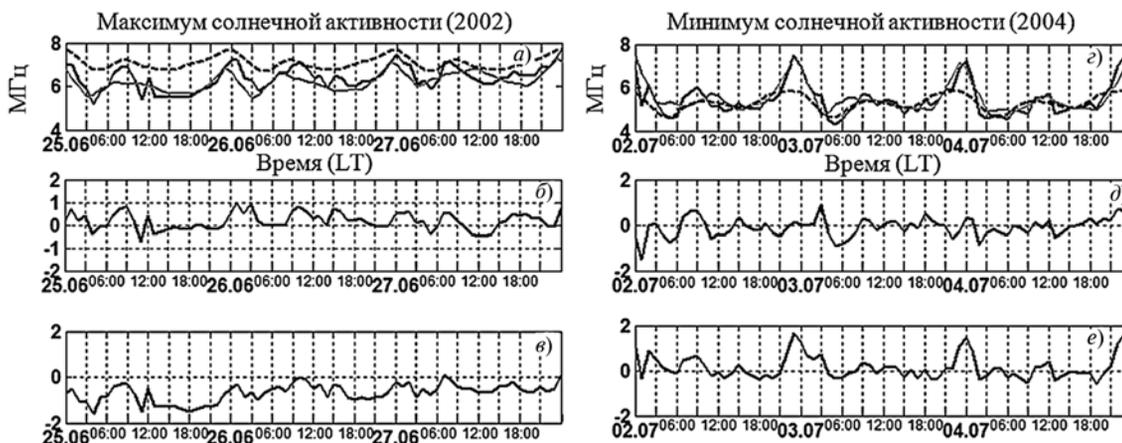


Рис. 5. Прогнозирование данных foF2 летнего периода времени (время местное):

a, e — foF2 (черная сплошная линия), прогноз по МКМ (серая сплошная линия), прогноз по ИРИ-модели (черная штриховая линия); *b, d* — ошибки МКМ; *c, f* — ошибки ИРИ-модели

Оценка погрешностей, полученных МКМ и ИРИ-моделями

Анализируемый период	Сумма квадратов ошибок/ коэффициент корреляции	
	МКМ	ИРИ-модель
06.01—16.06.1991	132,39/1,00	719,7/0,89
03.01—13.01.2006	131,4/0,87	236,7/0,48
22.06—03.07.2002	91,4/0,69	183,8/0,49
29.06—14.07.2004	104,72/0,76	156,31/0,62

лизируемого района позволяют получить более точный прогноз, особенно в период максимума солнечной активности. Летом, в период максимума солнечной активности, ИРИ завышает значения foF2 (рис. 5, а), в период минимума — занижает (рис. 5, з). В период максимума солнечной активности существенное возрастание ошибок ИРИ-моделей наблюдаются с 09:00 до 00:00 по местному времени (см. рис. 4, в), в период минимума — с 21:00 до 03:00 (рис. 5, е), что согласуется с результатами работы [3]. Наблюдаемое наличие корреляции ошибок ИРИ-моделей ставит под сомнение их адекватность. В свою очередь, ошибки МКМ яв-

ляются белым шумом, что подтверждено результатами диагностики.

При выполнении прогноза в соответствии с равенством (5) мы можем с заданной вероятностью оценить его доверительный интервал. Когда ошибки *моделей компонент* выходят за этот доверительный интервал, мы можем фиксировать аномалию в ионосфере, что затруднительно сделать для ИРИ-модели и скользящей медианы. На рис. 6 представлены результаты моделирования данных в периоды возмущенного геомагнитного поля. В моменты повышения геомагнитной активности ошибки *моделей компонент* возрастают и выходят за пределы стандартного отклонения (доверительная вероятность более 70 %), что свидетельствует о возникновении аномальных изменений во временном ходе ряда foF2. Оценка медианных значений ряда foF2 (рис. 6, а, серая линия) показывает наибольшие отклонения как в моменты повышенной геомагнитной активности (05.02.11, 15.02.11), так и в моменты спокойного геомагнитного поля (12.02.11). ИРИ-модель также не позволяет выделить аномальные периоды в ионосфере и показывает незначительное возрастание ошибок в анализируемый период (геомагнитное поле незначительно возмущено, рис. 6, е).

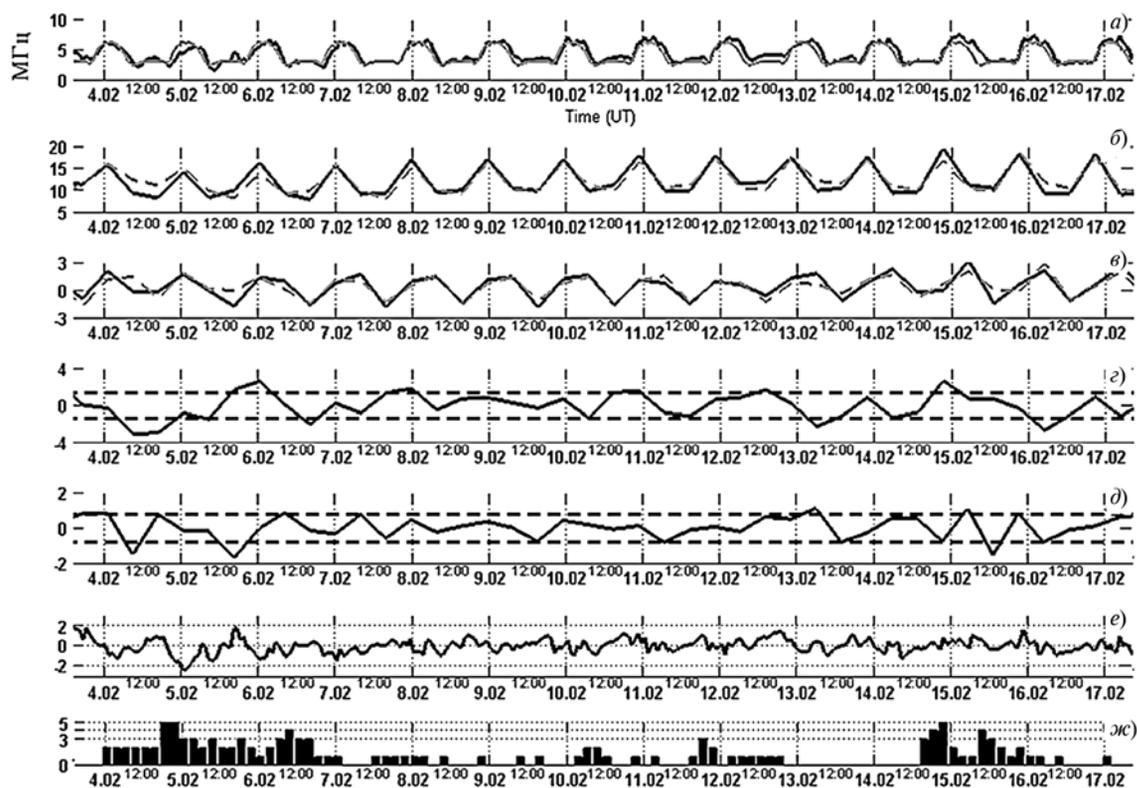


Рис. 6. Результаты моделирования компонент ряда foF2 за период 4.02.2011—17.02.2011 г.:

а — foF2 (черная линия), медианные значения ряда foF2 (серая линия); б — фактические значения компоненты $f[2^{-3}f]$ (черная сплошная линия), модельные значения компоненты $f[2^{-3}f]$ (серая штриховая линия); в — фактические значения компоненты $g[2^{-3}f]$ (черная сплошная линия), модельные значения компоненты $g[2^{-3}f]$ (серая штриховая линия); г — ошибки модели компоненты $f[2^{-3}f]$; д — ошибки модели компоненты $g[2^{-3}f]$; е — ошибки ИРИ-модели; ж — К-индекс (ст. "Паратунка"). На графиках з, д штриховыми линиями показаны стандартные отклонения ошибок моделей компонент

1.3. Выделение аномалий в ионосфере на основе непрерывного вейвлет-преобразования и пороговых функций

Относительно каждого базисного вейвлета Ψ непрерывное вейвлет-преобразование определяется формулой [16, 17]

$$W_{\Psi}f_{b,a} := |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$

$$f \in L^2(R), a, b \in R, a \neq 0.$$

Убывание амплитуды коэффициентов $|W_{\Psi}f_{b,a}|$ в зависимости от масштаба a связано с равномерной и точечной гладкостью Липшица функции f [15, 16]. Когда масштаб a убывает, амплитуды коэффициентов $|W_{\Psi}f_{b,a}|$ имеют быстрое убывание до нуля в областях, где функция f гладкая и не имеет локальных особенностей [15, 23]. Основываясь на этом свойстве вейвлет-преобразования, для выделения локальных особенностей во временном ряде foF2, свидетельствующих о возникновении аномалий в ионосфере, использовалась пороговая функция:

$$P_{T_a}(W_{\Psi}f_{b,a}) = \begin{cases} W_{\Psi}f_{b,a}, & \text{если } |W_{\Psi}f_{b,a} - W_{\Psi}f_{b,a}^{med}| \geq T_a; \\ 0, & \text{если } |W_{\Psi}f_{b,a} - W_{\Psi}f_{b,a}^{med}| < T_a. \end{cases}$$

Порог $T_a = U \cdot St_a$ определяет наличие аномалии на масштабе a вблизи точки ξ , содержащейся в носителе $\Psi_{b,a}$; U — коэффициент порога;

$$St_a = \sqrt{\frac{1}{\Phi-1} \sum_{k=1}^{\Phi} (W_{\Psi}f_{b,a} - \overline{W_{\Psi}f_{b,a}})^2}, \quad \overline{W_{\Psi}f_{b,a}} \text{ и}$$

$W_{\Psi}f_{b,a}^{med}$ — среднее значение и медиана, определяемые в скользящем временном окне длины Φ .

С учетом суточного хода ионосферных данных среднее значение $\overline{W_{\Psi}f_{b,a}}$ и медиана $W_{\Psi}f_{b,a}^{med}$ вычислялись отдельно для каждого часа.

В силу случайной природы данных использование любого порога T_a (определяющего правило выбора решения о наличии либо отсутствии аномалии) неминуемо связано с возможностью ошибочных решений. В работе в качестве критерия качества выбора решения использовался критерий наименьшей частоты ошибок (оценивался и минимизировался апостериорный риск [24]), который при предполагаемых априорных данных представляет наиболее полную их характеристику. При оценке апостериорного риска для определения состояния ионосферы использовались данные ионограмм (данные ионосферной станции "Паратунка", Камчатка, Россия, регистрацию выполняет ИКИР ДВО РАН), которые также сопоставлялись с геомагнитными данными (использовался К-индекс) и данными каталога землетрясений п-ова Камчатка. Исследование показало зависимость порога T_a от уровня солнечной активности и его возрастание в периоды высокой активности Солнца. Поэтому оценка порогов для периодов лет с высокой и низкой активностью Солнца выполнялась отдельно.

Если вейвлет Ψ имеет компактный носитель, равный $[-\Omega, \Omega]$, то множество пар точек (b, a) таких,

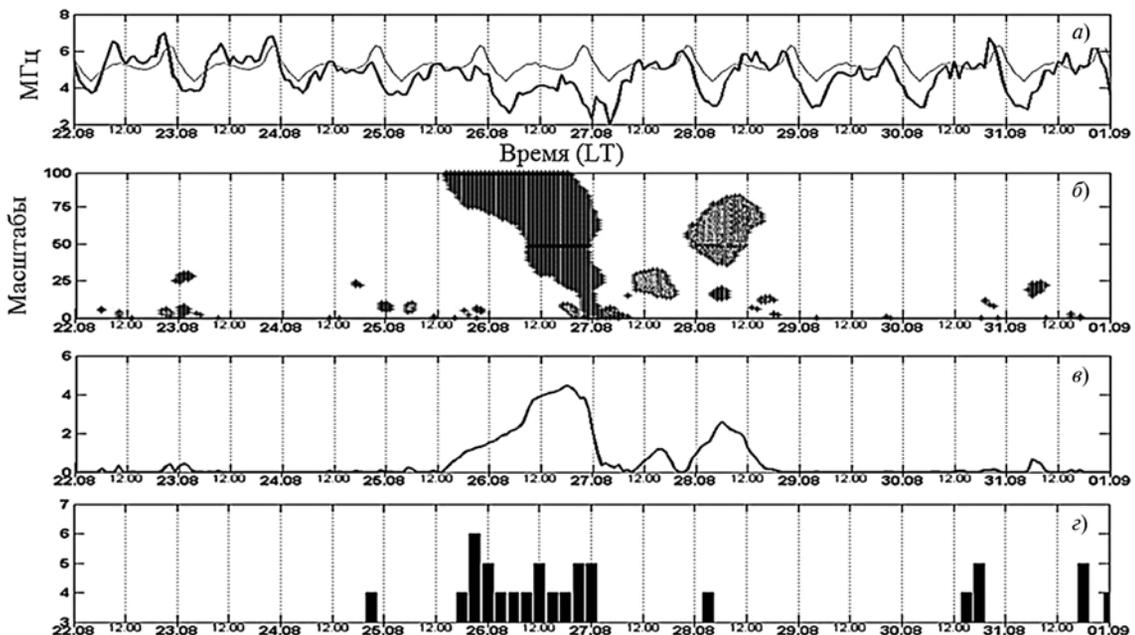


Рис. 7. Результаты обработки ионосферных данных за период 22.08—31.08.1987 (станция "Паратунка", Камчатка): а — foF2 (черная линия), медианные значения ряда foF2 (серая линия); б — выделенные аномалии, коэффициент порога $U = 2,3$, длина скользящего временного окна $\Phi = 336$ ч; в — оценка интенсивности аномалий; з — значения К-индекса более 3 (станция "Паратунка", Камчатка)

что точка ξ содержится в носителе $\Psi_{b,a}$, определяют конус влияния точки ξ [15]. Так как носитель $\Psi_{b,a}$ на масштабе a равен $[b - \Omega a, b + \Omega a]$, то конус влияния точки ξ на масштабе a определяется неравенством $|b - \xi| \leq \Omega a$.

Следовательно, временная длительность аномалии на масштабе a определяется конусом влияния точки ξ и равна

$$H_a = 2\Omega a.$$

Интенсивность аномалии в момент времени $t = b$ можно определить как

$$Y_b = \sum_a \frac{P_{T_a}(W_{\Psi} f_{b,a})}{\|W_{\Psi} f_{b,a}\|_2},$$

где норма $\|W_{\Psi} f_{b,a}\|_2 = \sqrt{\sum_a (P_{T_a}(W_{\Psi} f_{b,a}))^2}$, N_a — длина ряда на масштабе a .

Результаты выделения аномалий в ионосфере и оценки их интенсивности в период магнитной бури 25–26 августа 1987 г. показаны на рис. 7. Если значения вейвлет-коэффициентов $W_{\Psi} f_{b,a}$ превышают на величину порога T_a соответствующие им медианные значения $W_{\Psi} f_{b,a}^{med}$, то аномалию считают положительной (характеризует увеличение концентрации электронов в ионосфере по сравнению с характерным уровнем, показаны на рис. 7, б серым цветом). Если медианные значения $W_{\Psi} f_{b,a}^{med}$ превышают на величину порога T_a соответствующие им значения вейвлет-коэффициентов $W_{\Psi} f_{b,a}$, считаем аномалию отрицательной (характеризует уменьшение концентрации электронов по сравнению с характерным уровнем, показаны на рис. 7, б черным цветом). Анализ результатов показывает, что в период магнитной бури в ионосфере возникает отрицательная аномалия, длительностью более суток. Интенсивность аномалии возрастает с момента начала магнитной бури и достигает наибольших значений в период основной фазы бури. После магнитной бури концентрация электронов повышается, о чем свидетельствуют: положительные аномалии, наблюдаемые 28 августа 1987 г. В период бури также возникают мелкомасштабные аномалии, связанные с

локальными колебаниями электронной плотности ионосферы. Вычисление медианных значений ряда foF2 (показано на рис. 7, а серым цветом), в отличие от предлагаемых решений, не позволяет получить количественные оценки возмущений в ионосфере и локализовать аномальный период. Наибольшие отклонения медианных значений ряда foF2 наблюдаются как в период магнитной бури, так и в моменты спокойного геомагнитного поля, преимущественно в ночное время.

2. Анализ данных в периоды магнитных бурь

На рис. 8 показаны результаты анализа ионосферных и геомагнитных данных в периоды магнитной бури 17 марта 2013 г., имеющей резкое начало. Сопоставление параметров солнечного ветра с результатами обработки геомагнитных и ионосферных данных показывает наличие общего характера процессов. В период существенного возрастания скорости солнечного ветра с 05.25 по 05.55 UT до 710 км/с в геомагнитном поле сформировались возмущения, которые достигли наибольших значений с 06.15 по 19.50 UT. Одновременно в ионосфере возникла крупномасштабная отрицательная аномалия дли-

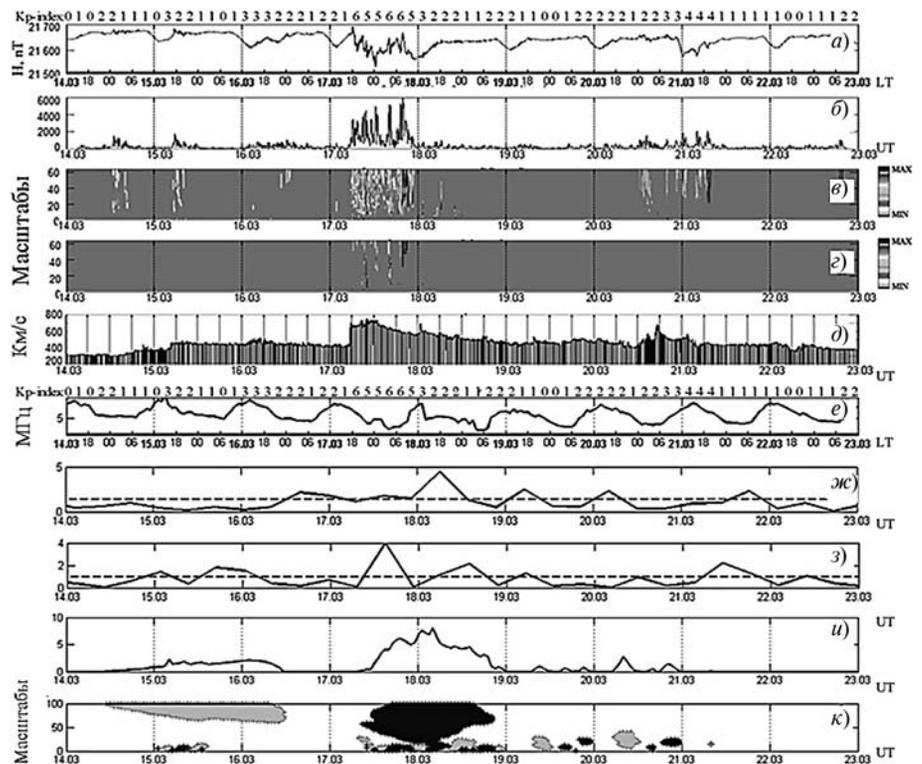


Рис. 8. Результаты обработки данных за период 14–22 марта 2013 г.:

a — N-компонента магнитного поля Земли; *b* — оценка интенсивности геомагнитных возмущений; *в* — выделение периодов слабых и сильных геомагнитных возмущений; *г* — выделение периодов сильных геомагнитных возмущений; *д* — скорость солнечного ветра; *е* — данные foF2; *ж* — абсолютные значения ошибок МКМ сглаженной компоненты; *з* — абсолютные значения ошибок МКМ детализирующей компоненты; *и* — оценка интенсивности аномалий; *к* — выделенные аномалии, коэффициент порога $U = 2,5$, длина скользящего временного окна $\Phi = 336$ ч. Штриховая линия на графиках *ж*, *з* — стандартные отклонения ошибок моделей компонент

тельностью около суток и достигшая максимальной интенсивности преимущественно в дневное время в период 6:00—18:00 18 марта LT. Накануне магнитной бури (15 и 16 марта 2013 г.) наблюдаются локальные возрастания скорости солнечного ветра, которые сопровождаются слабыми возмущениями в геомагнитном поле, положительной крупномасштабной аномалией в ионосфере (длительностью более суток) и мелкомасштабными аномалиями, связанными с локальными колебаниями электронной плотности ионосферы.

Выводы

На основе предложенного авторами метода для района Камчатки построены модели вариаций критической частоты ионосферы. Сравнение полученных моделей с эмпирической Международной справочной моделью ИРИ и методом скользящей медианы показало перспективность предлагаемого авторами метода и возможность его использования для получения более достоверной информации о состоянии ионосферы в анализируемом районе. Разработанные вычислительные решения, основанные на непрерывном вейвлет-преобразовании, позволили в периоды возмущений выделить в ионосфере разномасштабные аномалии, оценить их длительность и интенсивность.

Выполненный анализ ионосферных и геомагнитных данных в период сильной магнитной бури 17 марта 2013 г. показал картину протекания процессов и их особенности накануне и в период события. Периоды существенного возрастания скорости солнечного ветра накануне главной фазы магнитной бури сопровождались формированием в геомагнитном поле возмущений и возникновением крупномасштабных отрицательных аномалий в ионосфере высокой интенсивности. В моменты локальных незначительных возрастаний скорости солнечного ветра в геомагнитном поле выделены слабые возмущения, которые сопровождались разномасштабными аномальными изменениями в параметрах ионосферы. Накануне события в ионосфере выделена крупномасштабная положительная аномалия, свидетельствующая о повышении концентрации электронов, а также аномалии мелких масштабов, связанные с локальными колебаниями электронной плотности ионосферы. Полученные результаты важны для задач оценки состояния околоземного космического пространства и прогноза сильных магнитных бурь.

Работа поддержана грантом РНФ № 14-11-00194, грантом стипендии Президента РФ СП-2976.2013.5 и грантом "УМНИК" № 11754р/17262 от 05.04.2013.

Авторы благодарят институты, поддерживающие станции регистрации ионосферных параметров и магнитные обсерватории, данные которых были использованы в исследовании, а также выражают признательность сотрудникам Камчатского филиала

ла геофизической службы РАН, обеспечившим качество регистрации сейсмических данных.

Список литературы

1. **Афраймович Э. Л., Первалова Н. П.** GPS-мониторинг верхней атмосферы Земли. Иркутск: ГУ НУ РВХ ВСНЦ СО РАН. 2006. 480 с.
2. **Kato H.** Development of automatic scaling software of ionospheric parameters // Journal of the National Institute of Information and Communications Technology. 2009. Vol. 56. P. 465—474.
3. **Nakamura M., Maruyama T., Shidama Y.** Using a neural network to make operational forecasts of ionospheric variations and storms at Kokubunji, Japan // Journal of the National Institute of Information and Communications Technology. 2009. Vol. 56. P. 391—406.
4. **Klimenko M. V.** Modeling of local disturbance formation in the ionosphere electron concentration before strong earthquakes // Earth, Planets and Space. 2012. Vol. 64, N 6. P. 441—450.
5. **Klimenko M. V.** Numerical modeling of the global ionospheric effects of storm sequence on September 9—14, 2005 — comparison with IRI model // Earth, Planets and Space. 2012. Vol. 64, N 6. P. 433—440.
6. **Bilitza D., Reinisch B. W.** International Reference Ionosphere 2007: Improvements and new parameters // Advances in space research. 2008. Vol. 42. P. 599—609.
7. **Мандрикова О. В., Полозов Ю. А.** Метод выделения аномальных особенностей в данных критической частоты ионосферы на основе совмещения вейвлет-преобразования и нейронных сетей // Цифровая обработка сигналов. 2012. № 2. С. 29—35.
8. **Мандрикова О. В., Полозов Ю. А.** Аппроксимация и анализ ионосферных параметров на основе совмещения вейвлет-преобразования с коллективами нейронных сетей // Информационные технологии. 2014. № 7. С. 61—65.
9. **Мандрикова О. В., Глушкова Н. В., Полозов Ю. А.** Алгоритмы выделения и анализа аномалий в параметрах критической частоты ионосферы foF2 на основе совмещения вейвлет-преобразования и авторегрессионных моделей // Цифровая обработка сигналов. 2013. № 1. С. 47—53.
10. **Mandrikova O. V., Glushkova N. V., Zhivet'ev I. V.** Modeling and analysis of ionospheric parameters by a combination of wavelet transform and autoregressive models // Geomagnetism and Aeronomy. 2014. Vol. 54, N 5. P. 593—600. DOI:10.1134/S0016793214050107.
11. **Zaourar N.** Wavelet-based multiscale analysis of geomagnetic disturbance // Harm Planets Space. 2013. Vol. 65, N 12. P. 1525—1540.
12. **Yu Z.** Modeling and simulation of the horizontal component of the geomagnetic field by fractional stochastic differential equations in conjunction with empirical mode decomposition // Journal of geophysical research. 2010. Vol. 115, N A10. DOI: 10.1029/2009JA015206.
13. **Klionsky D. M., Oreshko N. I., Geppener V. V.** Applications of empirical mode decomposition for processing nonstationary signals // Pattern recognition: and image analysis. 2008. Vol. 13, N 3. P. 390—399.
14. **Туровский А. Я., Кургулин С. Д., Семенов А. Г.** Исследование динамики максимумов локальных вейвлет-спектров вызванных зрительных потенциалов головного мозга // Информационные технологии. 2013. № 10. С. 46—50.
15. **Mallat S.** A wavelet tour of signal processing. London: Academic Press. 1999. P. 637.
16. **Daubechies I.** Ten lectures on wavelets / CBMS-NSF Lecture Notes nr. 61, SIAM. 1992. P. 377.
17. **Chui C. K.** An introduction to wavelets. Boston: Academic Press. 1992. P. 264.
18. **Мандрикова О. В., Соловьев И. С.** Вейвлет-технология вариации магнитного поля Земли // Информационные технологии. 2011. № 1. С. 34—38.
19. **Box G., Jenkins G.** Time series analysis: Forecasting and control. San Francisco: Holden-Day. 1970. P. 553.
20. **Marple S.** Digital spectral analysis with applications. New-Jersey: Prentice-Hall. 1987. P. 492.
21. **Mabrouk A., Abdallah N., Dhifaoui Z.** Wavelet decomposition and autoregressive model for time series prediction // Applied mathematics and computation. 2008. Vol. 199. P. 334—340.
22. **Геппенер В. В., Мандрикова О. В.** Совмещение параметрического и непараметрического подходов к построению моделей нестационарных временных рядов, имеющих сложную структуру, с целью повышения качества их обработки // Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ". Сер. "Информатика, управление и компьютерные технологии". 2003. Вып. 2. С. 14—17.
23. **Jaffard S.** Pointwise smoothness, two-microlocalisation and wavelet coefficients // Publications Mathématiques. 1991. Vol. 35. P. 155—168.
24. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Изд. 2-е. М.: Советское радио. 1975. 392 с.

O. V. Mandrikova^{1, 2}, Head of Laboratory, oksanaml@mail.ru,
N. V. Fetisova (Glushkova)¹, Junior Researcher, nv.glushkova@yandex.ru,
Yu. A. Polozov^{1, 2}, Senior Researcher, up_agent@mail.ru

¹ Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Russia

² Kamchatka State Technical University, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia

Modeling of Ionospheric Parameter Time Variations and Detection of Anomalies

A new multicomponent model of ionosphere parameter time variation (MCM) was described. It is based on the combination of wavelets with autoregressive-integrated moving average model class. The model allows us to study ionosphere mode and to determine anomalies occurring during ionospheric disturbances. MCM-models of the ionosphere critical frequency for Kamchatka region (Paratunka station, registration is carried out at the Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS) were developed. Comparison of the obtained MCMs with the Empiric International Reference IRI model and moving median method was performed that showed that the suggested method is prospective. To investigate anomalous changes in the ionosphere in detail, the authors suggested applying continuous wavelet-transform. On the basis of continuous wavelet-transform, computational solutions to detect different scale anomalies in the ionosphere and to estimate their parameters were developed.

The analysis of ionospheric parameters during increased geomagnetic activity showed that ionospheric anomalies have large scales and achieve the maximum intensity during the strongest magnetic storms. It was noticed that local increase of electron concentration may be observed in the analyzed region before the main phase of a magnetic storm.

Keywords: wavelet-transform, autoregressive-integrated moving average model, ionosphere critical frequency, ionospheric disturbances

References

1. Afrajmovich Je. L., Perevalova N. P. *GPS-monitoring verhnjej atmosfery Zemli*. Irkutsk: GU NU RVH VSNC SO RAMN, 2006. 480 p.
2. Kato H. Development of automatic scaling software of ionospheric parameters. *Journal of the National Institute of Information and Communications Technology*, 2009, vol. 56, pp. 465–474.
3. Nakamura M., Maruyama T., Shidama Y. Using a neural network to make operational forecasts of ionospheric variations and storms at Kokubunji, Japan. *Journal of the National Institute of Information and Communications Technology*, 2009, vol. 56, pp. 391–406.
4. Klimenko M. V. Modeling of local disturbance formation in the ionosphere electron concentration before strong earthquakes. *Earth, Planets and Space*, 2012, vol. 64, pp. 6, pp. 441–450.
5. Klimenko M. V. Numerical modeling of the global ionospheric effects of storm sequence on September 9–14, 2005 — comparison with IRI model. *Earth, Planets and Space*, 2012, vol. 64, no. 6, pp. 433–440.
6. Bilitz D., Reinisch B. W. International Reference Ionosphere 2007: Improvements and new parameters. *Advances in space research*, 2008, vol. 42, pp. 599–609.
7. Mandrikova O. V., Polozov Ju. A. Metod vydelenija anomal'nyh osobennostej v dannyh kriticheskoj chastoty ionosfery na osnove sovmeshhenija vejvlet-preobrazovanija i avtoregessionnyh modelej. *Cifrovaja obrabotka signalov*, 2012, no. 2, pp. 29–35.
8. Mandrikova O. V., Polozov Ju. A. Approksimacija i analiz ionosfernyh parametrov na osnove sovmeshhenija vejvlet-preobrazovanija s kollektiyami nejronnyh setej. *Informacionnye tehnologii*, 2014, no. 7, pp. 61–65.
9. Mandrikova O. V., Glushkova N. V., Polozov Ju. A. Algoritmy vydelenija i analiza anomalij v parametrah kriticheskoj chastoty ionosfery foF2 na osnove sovmeshhenija vejvlet-preobrazovanija i avtoregessionnyh modelej. *Cifrovaja obrabotka signalov*. 2013, no. 1, pp. 47–53.
10. Mandrikova O. V., Glushkova N. V., Zhivet'ev I. V. Modeling and analysis of ionospheric parameters by a combination of wavelet transform and autoregressive models. *Geomagnetism and Aeronomy*, 2014, vol. 54, no. 5, pp. 593–600, DOI: 10.1134/S0016793214050107.
11. Zaourar N. Wavelet-based multiscale analysis of geomagnetic disturbance. *Earth Planets Space*, 2013, vol. 65, no. 12, pp. 1525–1540.
12. Yu Z. Modeling and simulation of the horizontal component of the geomagnetic field by fractional stochastic differential equations in conjunction with empirical mode decomposition. *Journal of geophysical research*, 2010, vol. 115, no. A10. DOI: 10.1029/2009JA015206.
13. Klionsky D. M., Oreshko N. I., Geppener V. V. Applications of empirical mode decomposition for processing nonstationary signals. *Pattern recognition and image analysis*, 2008, vol. 13, no. 3, pp. 390–399.
14. Turovskij A. Ja., Kurgalin S. D., Semenov A. G. Issledovanie dinamiki maksimumov lokal'nyh vejvlet-spektpov vyzvannyh zpitel'nyh potencialov golovnogo mozga. *Informacionnye tehnologii*, 2013, no. 10, pp. 46–50.
15. Mallat S. *A wavelet tour of signal processing*. London: Academic Press, 1999. 637 p.
16. Daubechies I. Ten lectures on wavelets. CBMS-NSF Lecture Notes nr. 61, SIAM. 1992. 377 p.
17. Chui C. K. *An introduction to wavelets*. Boston: Academic Press, 1992. 264 p.
18. Mandrikova O. V., Solov'ev I. S. Vejvlet-tehnologija variacij magnitnogo polja Zemli. *Informacionnye tehnologii*, 2011, no. 1, pp. 34–38.
19. Box G., Jenkins G. *Time series analysis: Forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day, 1970. 553 p.
20. Marple S. *Digital spectral analysis with applications*. New-Jersey: Prentice-Hall, 1987. 492 p.
21. Mabrouk A., Abdallah N., Dhifaoui Z. Wavelet decomposition and autoregressive model for time series prediction. *Applied mathematics and computation*, 2008, vol. 199, pp. 334–340.
22. Geppener V. V., Mandrikova O. V. Sovmeshhenie parametricheskogo i neparametricheskogo podhodov k postroeniju modelej nestacionarnykh vremennykh rjadov, imejushhiih slozhnuju strukturu, s cel'ju povyshenija kachestva ih obrabotki. *Izvestija SPbGJeTU "LJeTI". Ser. "Informatika, upravlenie i komp'jutdrnye tehnologii"*, 2003, vol. 2, pp. 14–17.
23. Jaffard S. Pointwise smoothness, two-microlocalisation and wavelet coefficients. *Publications Mathematiques*, 1991, vol. 35, pp. 155–168.
24. Levin B. R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoj radiotehniki*. Izd. 2-e, Moscow, Sovetskoe radio, 1975. 392 p.