I. L. Kashirina, Associate Professor, Voronezh state University, e-mail: kash.irina@mail.ru,
Ja. E. Lvovich, PhD, Professor, President, Voronezh Institute of High Technologies, e-mail: office@vivt.ru,
S. O. Sorokin, Deputy Director of the Department, Ministry of Education and Science
of the Russian Federation, e-mail: sorokin-so@mon.gov.ru

Models and Numerical Methods Optimization of Formation Effective Network System Cluster Structure

The article deals with mechanisms to improve the efficiency of network systems with cluster structure using integrated assessment system elements and based on the solution of the resource (parametric) and structural resources and the combination of discrete optimization problems.

The problem of structural and resource optimization consists in the reduction of the network structure in order to equalize the efficiency of the facilities so as to increase the level of the minimum of the integral evaluation. The mathematical model of the problem is close to setting a block of the knapsack problem. To solve it, a genetic algorithm is proposed.

The problem of resource optimization is to select a two-step mechanism for the allocation of resource provision: in the first stage, between clusters, and then between objects optimized network.

For the distribution of resource use optimization-based approach to the possibility of raising the level of asset performance indicators, the closest to the values of the relevant indicators of leaders. Mathematical model of the problem belongs to the class of problems of appointment. To solve it, can be used Hungarian method.

Combined optimization mechanism network system is to find the optimum separation of the cluster objects with the lowest values of integral evaluation into two groups. The first group includes objects that the allocation of developmental resources, the ability to improve their own position in the ranking. The second group included subjects who alone can not improve his position and to be absorbed by an object-leaders. The mathematical model of the problem belongs to a class of problems on the minimal covering. To solve it, the original algorithm is proposed.

Thus, the totality of the proposed optimization models and algorithms will allow to carry out the decision support for the cluster management of network system.

Keywords: *monitoring, network system, integrated estimation, resource optimization, structural optimization*

References

1. **Lvovich Ja. E.** *Mnogoalternativnaja optimizacija: teorija i prilozhenija* (Multialternative Optimization: Theory and Applications), Voronezh, Kvarta, 2006, 428 p. (in Russian).
2. **Kashirina I. L., Lvovich Ja. E., Sorokin S. O.** *Jekonomika i menedzhment sistem upravlenija*, 2015, vol. 15, no. 1.3, pp. 330—337 (in Russian).
3. **Batishhev D. I., Lvovich Ja. E., Frolov V. N.** *Optimizacija v SAPR* (Optimization in CAD), Moscow, Vysshaja shkola, 1997, 416 p. (in Russian).
4. **Burkov V. N., Novikov D. A.** *Teorija aktivnyh sistem: sostojanie i perspektivy* (Theory of active systems: state and prospects), Moscow, Sinteg, 1999, 128 p. (in Russian).
5. **Lvovich Ja. E., Kashirina I. L., Chernyshova G. D.** *Informacionnye tehnologii*, 1999, no. 4, pp. 2—6. (in Russian).
6. **Lvovich Ja. E., Kashirina I. L., Tuzikov A. A.** *Informacionnye tehnologii*, 2012, no. 6, pp. 56—60. (in Russian).
7. **Kashirina I. L., Lvovich Ja. E., Sorokin S. O.** *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii*, 2015, no. 1, pp. 39—43. (in Russian).
8. **Levin M. Sh., Safonov A. V.** *Iskusstvennyj intellekt i prinjatie reshenij*, 2009, no. 4, pp. 53—64. (in Russian).
9. **Dyer M. E., Kayal N., Walker J.** A Branch and Bound Algorithm for Solving the Multiple-Choice Knapsack Problem, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1984, no. 11, pp. 231—249.

УДК 656.073

Е. М. Бронштейн, д-р физ.-мат. наук, проф., e-mail: bro-efim@yandex.ru,
И. Е. Копылов, аспирант, e-mail: kopilya@gmail.com,
Уфимский государственный авиационный технический университет

Оптимизационная задача транспортной логистики с простыми маршрутами передвижения

Рассмотрена задача построения оптимального маршрута доставки однородного груза от семейства производителей семейству потребителей при расположении пунктов на линейной или кольцевой дорогах одним транспортным средством с ограниченной вместимостью. Проведен сравнительный анализ трех эвристических алгоритмов.

Ключевые слова: *транспортная логистика, оптимизация, эвристические методы, метод ветвей и границ, жадный алгоритм*

Введение

В связи с ростом городов усложняется задача доставки грузов из пунктов производства в пункты потребления. Для уменьшения затрат на транспортировку груза необходимо выбрать наилучший в том или ином смысле маршрут движения транспортных средств (ТС).

На сегодняшний день сформулировано множество подобных задач, в которых учитываются различные ограничения, в том числе на вместимость ТС, на число ТС, на время доставки грузов, на расположение пунктов и т. д. Классификация оптимизационных задач транспортной логистики приведена в работе [1].

Сети дорог могут быть различными. Простейшим случаем является линейное (кольцевое) расположение пунктов. Такое расположение пунктов особенно актуально для России, где сеть дорог весьма бедная.

Подобные задачи рассматривались и ранее. Например, в [2] была рассмотрена задача доставки грузов по кольцевой дороге при условии, что суммарный объем наличного товара и общий объем требуемого товара не превышают вместимости ТС.

Целью работы является формализация задачи и сравнительный анализ некоторых эвристических алгоритмов.

Постановка задачи

Пусть есть несколько пунктов производства и потребления. Все пункты находятся на одной линии. Вариант — линия замкнута (пункты расположены на кольцевой дороге). Одному ТС необходимо развести однородный груз из пунктов производства в пункты потребления.

ТС начинает движение из депо. После развозки грузов ТС должно в депо вернуться. Вместимость ТС ограничена. Предполагается, что операции загрузки и выгрузки груза являются весьма трудоемкими, поэтому каждый пункт обслуживается только один раз.

ТС может забирать груз из пункта производства, если его вместимости достаточно для загрузки имеющегося груза (ТС не догружено на соответствующий объем груза). Естественно, выгрузку в пункте потребления можно проводить, только если в ТС груза достаточно. Хотя каждый пункт обслуживается ТС один раз, проезжать любой пункт можно многократно.

Математическая модель задачи. Есть n пунктов, которые находятся на одной линии (частный случай — пункты находятся на кольцевой дороге, условия, которые описывают данный случай, будем заключать в квадратные скобки). Считаем депо нулевым пунктом. По окончании доставки грузов ТС должно вернуться в депо.

Пусть $t(i)$ — координата i-го пункта. Полагаем $t(0) = 0$, $t(i) \neq 0$ при $i \neq 0$, $[t(i) \geqslant 0]$.

Пусть c_{ij} — расстояние между i-м и j-м пунктами. Для линейного расположения пунктов $c_{ij} = |t(i) - t(j)|$, [для кольцевого $c_{ij} = \min\{|t(i) - t(j)|,\ L - |t(i) - t(j)|\}$, где L — длина кольцевой дороги].

Масса груза (или потребность в грузе) в i-м пункте обозначим $a(i)$, $a(i) > 0$, если i-й пункт — пункт производства, $a(i) < 0$, если i-й пункт — пункт потребления.

Считаем, что задача сбалансирована $\left(\sum\limits_{i=0}^{n} a(i) = 0\right)$. Пусть Q — вместимость ТС.

Необходимо найти последовательность номеров обслуживания пунктов в порядке их прохождения $u(i)$ $(i = 0, ..., n + 1)$.

Должны выполняться следующие условия:

- $u(0) = u(n + 1) = 0$

(движение начинается и заканчивается в депо);

- $u(i) \neq u(j)$ при $i \neq j$, $(i, j = 0, ..., n)$

(подлежат обслуживанию все пункты по одному разу);

- $0 \leqslant \sum\limits_{i=0}^{k} a[u(i)] \leqslant Q$ $(k = 0, ..., n - 1)$, если $a(0) \geqslant 0$,

$0 \leqslant \sum\limits_{i=0}^{k} a[u(i)] \leqslant Q$ $(k = 1, ..., n)$, если $a(0) < 0$

(ограничение на вместимость);

- $\sum\limits_{i=0}^{n-1} c_{u(i),\ u(i+1)} + c_{u(n),\ 0} \to \min$

(длина маршрута должна быть минимальной).

В общем случае задача может не иметь решения. Для более общей задачи в работе [3] доказано, что при выполнении условия $Q \geqslant 2\max_i|a_i|$ задача имеет решение.

Далее полагаем, что $Q = 2\max_i|a_i|$. В [3] доказано, что в этом случае любой допустимый маршрут, содержащий не все пункты, может быть продолжен.

Методы решения задачи

Для решения задачи применялись три эвристических метода.

Усеченный метод ветвей и границ. На каждой итерации для каждой ветви решения создаются две новые ветви: ТС едет в ту или иную сторону. Если есть возможность в новом пункте загрузить или выгрузить груз, то осуществляется загрузка/разгрузка.

Устанавливается верхняя граница — длина некоторого маршрута ТС. Значение границы определяется из решения задачи другим эвристическим методом (жадным алгоритмом по расстоянию). Если в какой-либо ветви решения длина маршрута превышает принятую границу, данная ветвь исключается из рассмотрения.

Применяются некоторые условия отсечения ветвей. Первое условие для линейной и кольцевой дорог: если ТС доезжает до пункта и, не совершив загрузку/выгрузку груза, едет в обратном направлении, то ветвь исключается из рассмотрения. Второе условие для линейной дороги: если ТС движется в направлении, в котором все пункты уже обслужены, соответствующая ветвь не рассматривается.

Жадный алгоритм по расстоянию. На каждом шаге алгоритма ищутся ближайшие пункты с двух сторон от текущего пункта, в которых ТС может забрать или оставить груз. ТС едет в ближайший из этих двух пунктов.

Жадный алгоритм по маршруту. ТС начинает движение в одном из двух направлений. По мере движения в каждом посещаемом пункте, если есть возможность, ТС проводит загрузку или выгрузку груза. При этом при посещении каждого пункта проверяется целесообразность движения далее. Если дальнейшее движение нецелесообразно, то ТС меняет направление движения. Условия смены направления движения:

- во все последующие пункты по направлению движения груз доставлен;
- в последующих пунктах ТС не сможет загрузить/выгрузить груз.

Сравниваются длины завершенных маршрутов для обоих направлений движения в начальный момент и выбирается меньшая.

Для случая кольцевого расположения пунктов этот алгоритм не рассматривается. При движении по кольцевой дороге ТС никогда не будет менять направление движения и развезет все грузы максимально за n циклов. Эксперименты показали, что данный алгоритм, как и следовало ожидать, менее эффективен, нежели другие, рассмотренные в статье.

Если изменить алгоритм построения маршрута по кольцевой дороге таким образом, что ТС движется до ближайшего пункта, допустимого для обслуживания, то алгоритм не отличается от жадного алгоритма по маршруту.

Вычислительный эксперимент

Описанные алгоритмы были реализованы с помощью языка C#. Эксперимент проводился на компьютере с процессором Intel Core i7-3612QM CPU 2.10 GHz, оперативной памятью 8 GB.

Решалось по 30 случайно сгенерированных примеров для 10, 20, 30, 40, 50 пунктов. Задачи с бóльшим числом пунктов решить задачу методом ветвей и границ не удалось из-за переполнения оперативной памяти. В связи с этим для 60, 70, 80, 90, 100 пунктов проводили только сравнительный анализ жадных алгоритмов на линейной дороге.

Генерация примеров. Для выбранного числа пунктов массы грузов во всех пунктах кроме нулевого, генерировались случайно в диапазоне от −20 до +20. Масса груза в депо определялась из балансового соотношения.

Координата $t(i)$ каждого пункта генерировалась случайным образом в диапазоне $[-2n, 2n]$ для линейного расположения пунктов и в диапазоне $[0, 4n]$ для кольцевого, где n — число пунктов. Длина кольцевой дороги принималась равной максимальной из координат пунктов с добавлением случайной величины из промежутка [0, 20].

Результаты вычислительного эксперимента. Результаты эксперимента представлены в табл. 1—3. Метод ветвей и границ в среднем порождал относительно более короткий маршрут для рассмотренных задач, поэтому результаты по данному методу были приняты за эталон. Данные в таблицах — средние значения (среднее время работы программы, среднее отклонение результатов целевых функций от эталона в процентах).

Усеченный метод ветвей и границ не гарантирует получения оптимального решения — в некоторых случаях другие исследованные алгоритмы показывали лучший результат.

Всего было проведено по 150 экспериментов для линейной и кольцевой дорог при числе пунктов 10, 20, 30, 40, 50. Среди проведенных экспериментов в 15 случаях на линейной дороге и в одном случае на кольцевой жадный алгоритм по расстоянию порождал более короткий маршрут, чем усеченный метод ветвей и границ. Жадный алгоритм по маршруту порождал результат, лучший относительно усеченного метода ветвей и границ 17 раз на линейной дороге.

Результаты эксперимента на линейной дороге представлены в табл. 1.

Результаты эксперимента на кольцевой дороге представлены в табл. 2.

Для числа пунктов 60, 70, 80, 90, 100 использовали жадный алгоритм по маршруту и жадный алгоритм по расстоянию. Жадный алгоритм по расстоянию в среднем давал лучший результат, поэтому он был выбран за эталон (табл. 3).

Таблица 1

Число пунктов	Параметр	Ветви	Жадный по расстоянию	Жадный по маршруту
10	Время, с Отклонение результатов, %	0,01 0	0,0001 9,9	0,0001 4,8
20	Время, с Отклонение результатов, %	0,46 0	0,0001 12	0,0001 12,6
30	Время, с Отклонение результатов, %	10,98 0	0,0001 20,2	0,0001 21,3
40	Время, с Отклонение результатов, %	338,6 0	0,0001 20,6	0,0001 22,7
50	Время, с Отклонение результатов, %	14 618,7 0	0,0002 31,7	0,001 33,3

Таблица 2

Число пунктов	Параметр	Ветви	Жадный по расстоянию
10	Время, с Отклонение результатов, %	0,01 0	0,0001 12,4
20	Время, с Отклонение результатов, %	0,18 0	0,0002 29,5
30	Время, с Отклонение результатов, %	6,17 0	0,0003 37,6
40	Время, с Отклонение результатов, %	513,83 0	0,0003 37,8
50	Время, с Отклонение результатов, %	3910,93 0	0,0003 45,7

Таблица 3

Число пунктов	Параметр	Жадный по расстоянию	Жадный по маршруту
60	Время, с Отклонение результатов, %	0,0002 0	0,001 2,6
70	Время, с Отклонение результатов, %	0,0002 0	0,001 7,9
80	Время, с Отклонение результатов, %	0,0002 0	0,001 6,6
90	Время, с Отклонение результатов, %	0,0002 0	0,001 11,6
100	Время, с Отклонение результатов, %	0,0003 0	0,001 3,9

Из таблицы следует, что при применении жадного алгоритма по маршруту длина полученного маршрута в среднем на 6,5 % больше длины маршрута, полученного жадным алгоритмом по расстоянию.

Заключение

В работе рассмотрена задача построения оптимального маршрута доставки однородного груза одним ТС с ограниченной вместимостью между n пунктами производства и потребления при условии расположения пунктов на линейной и кольцевой дорогах.

Проведен сравнительный анализ эффективности применения трех эвристических методов: усеченного метода ветвей и границ, жадного алгоритма по расстоянию и жадного алгоритма по маршруту.

Метод ветвей и границ в среднем дает лучшие результаты, но не применим для задач больших размерностей и существенно уступает другим алгоритмам по времени работы.

При числах пунктов, равных 60, 70, 80, 90, 100, жадный алгоритм по расстоянию работает быстрее и дает лучшие результаты нежели жадный алгоритм по маршруту.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 01-13-00005).

Список литературы

1. **Бронштейн Е. М., Заико Т. А.** Детерминированные оптимизационные задачи транспортной логистики // Автоматика и телемеханика. 2010. № 10. С. 133—147.
2. **Gendreau M., Laporte G., Vigo D.** Heuristics for the traveling salesman problem with pickup and delivery // Computers & Operations Research. 1999. N. 26. P. 699—714.
3. **Бронштейн Е. М., Гиндуллин Р. В.** Об одном классе задач маршрутизации // Математическое моделирование. 2011. Т. 23, № 6. С. 122—123.

E. M. Bronshtein, Professor, e-mail: bro-efim@yandex.ru,
I. E. Kopylov, Postgraduate Student, e-mail: kopilya@gmail.com, Ufa State Aviation Technical University

Vehicle Routing Problem with Simple Movement Route

We consider the problem of constructing an optimal route of homogeneous cargo delivery from a family of producers to a family of a consumers with the location of points on the line or the ring road by a vehicle with limited capacity. We give a comparative analysis of the three heuristic algorithms: truncated branch and bound method, greedy algorithm by distance and greedy algorithm by route. Branch and bound method gives better results, but is not suitable for large-scale problems when the number of points is more than 50. In this case, the branch and bound algorithms significantly inferior to the other in the counting time. When the number of points equal to 60, 70, 80, 90, 100 greedy algorithm for distance is faster and gives better results than the greedy algorithm by route.

Keywords: *transportation logistics, optimization, heuristic methods, branch and bound method, greedy algorithm*

References

1. **Bronshtein E. M., Zaiko T. A.** Deterministic optimization problems of. transport logistics. *Automation and Remote Control*, 2010, no. 10, pp. 133—147.
2. **Gendreau M., Laporte G., Vigo D.** Heuristics for the traveling salesman problem with pickup and delivery. *Computers & Operations Research*, 1999, vol. 26, no. 7, pp. 699—714.
3. **Bronshtein E. M., Gindullin R. V.** About one class of routing problems. *Mathematical Modelling*, 2011, vol. 23, no. 6, pp. 122—123.