

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ DIGITAL PROCESSING OF SIGNALS AND IMAGES

УДК 519.6

А. Г. Трофимов<sup>1, 2</sup>, канд. техн. наук, доц., e-mail: atrofimov@list.ru, И. В. Колодкин<sup>1</sup>, студент,  
В. Л. Ушаков<sup>2</sup>, канд. биол. наук, доц., Б. М. Величковский<sup>2, 3</sup>, д-р психол. наук, чл.-корр. РАН

<sup>1</sup> Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва

<sup>2</sup> НИЦ "Курчатовский институт", Москва

<sup>3</sup> НБИК-факультет Московского физико-технического института

## Метод агломеративной сегментации пространственно-распределенных временных рядов на основе характеристик бегущих волн

*Предложен метод сегментации многомерных временных рядов, обладающих пространственной организацией, на основе характеристик бегущих волн. Для оценки степени выраженности бегущих волн введены показатели синхронности и когерентности. Расчет этих показателей проводился на основе результатов анализа кросс-спектров. В результате исследований на реальных данных электроэнцефалографии (ЭЭГ) головного мозга человека показано, что предложенный метод обеспечивает более качественную сегментацию по сравнению с традиционными методами обработки сигналов ЭЭГ.*

**Ключевые слова:** пространственно-распределенный временной ряд, бегущая волна, кластеризация, сегментация, синхронность, когерентность, микросостояния мозга, электроэнцефалограмма

### Введение

При наблюдении выходов распределенной динамической системы можно заметить в некоторые моменты времени резкое изменение характеристик наблюдаемых сигналов. Эти моменты могут соответствовать смене режима функционирования системы, изменению характеристик внешних воздействий на систему или являться следствием присущей системе нестационарности. Задача обнаружения этих моментов времени и описания наблюдаемого сигнала как последовательности сменяющих друг друга участков, имеющих схожие характеристики (сегментов), является одной из ключевых задач обработки временных рядов [1].

Выделенные сегменты не только позволяют представить временной ряд в более компактной форме, но и лучше понять природу наблюдаемых сигналов. Анализ характеристик выделенных сегментов, их продолжительностей, последовательностей смены одних сегментов другими может предоставить исследователю важную информацию о наблюдаемом явлении и служить основой для решения других задач обработки временных рядов, в частности, классификации [2, 3].

Выделение сегментов (сегментация) временного ряда, как правило, предполагает следующую последовательность действий [1].

1. Предобработка временного ряда.
2. Построение пространства признаков для сегментации.
3. Поиск кластеров в выделенном пространстве признаков.

В настоящей работе рассматриваются многомерные временные ряды (МВР), имеющие пространственно-временную структуру, т. е. временные ряды, характеризующиеся в каждый момент времени вектором наблюдений, каждое из которых соответствует некоторой точке пространства. Примерами таких рядов являются сигналы электроэнцефалограмм (ЭЭГ), магнитоэнцефалограмм (МЭГ), сигнал сейсмической активности Земли, результаты наблюдения погоды и т. д. Сегментацию таких рядов целесообразно проводить на основе характеристик, учитывающих распределенную природу наблюдаемых динамических данных [4–6].

Несмотря на то, что во многих практических приложениях приходится иметь дело с множеством регистрируемых процессов, большинство методов сегментации временных рядов предназначены лишь для одномерного случая [7]. Эти методы можно разделить на три категории: методы "снизу вверх", методы "сверху вниз" и оконные методы. Сравнительный анализ этих методов приведен в работах [8, 9]. В работе [10] предложен метод сегментации

многомерных временных рядов, основанный на динамическом анализе главных компонент. В работе [11] описан метод нечеткой сегментации МВР. Метод сегментации МВР, предложенный в работе [12], предполагает моделирование совместных распределений и использование байесовского подхода.

Публикации в области сегментации пространственно-распределенных временных рядов встречаются преимущественно в применении к сигналам ЭЭГ. Как правило, задача сегментации сведена к задаче кластеризации в пространстве наблюдаемых значений [13, 14] или в пространстве спектров [15]. Публикации по методам сегментации МВР, учитывающим их распределенную динамику, авторам не известны.

В настоящей работе предложен метод сегментации пространственно-распределенных МВР, основанный на характеристиках бегущих волн. В отличие от нашего предыдущего исследования [6], в данной работе впервые рассмотрен агломеративный метод сегментации многомерных временных рядов, учитывающий их пространственно-распределенную динамику.

### Постановка задачи

Рассматривается многомерный временной ряд  $X = (x(1), \dots, x(T))$ , характеризующийся в каждый момент времени  $t$  вектором наблюдений  $x(t) = (x_1(t), \dots, x_L(t))$ ,  $t = \overline{1, T}$ , где  $T$  — число временных отсчетов. Каждое наблюдение  $x_i(t)$ ,  $i = \overline{1, L}$ , получено в точке  $P_i$  на плоскости с координатами  $(\xi_i, \eta_i)$ ,  $i = \overline{1, L}$ , в некоторой системе координат, каждая точка принадлежит односвязной области  $\Omega$ . Ряд  $X$  получен в результате дискретизации некоторого непрерывного сигнала с постоянной частотой дискретизации  $f_s$ .

Ставится задача выделения микросостояний  $S_1, \dots, S_K$  временного ряда  $X$  и отнесения вектора наблюдений  $x(t)$  в каждый момент времени  $t$ ,  $t = \overline{1, T}$ , одному из выделенных микросостояний. Микросостоянием будем считать область в некотором пространстве признаков, характеризующих временной ряд  $X$  в каждый момент времени  $t$ ,  $t = \overline{1, T}$ . Формально задача выделения микросостояний  $S_1, \dots, S_K$  — это задача нахождения оператора  $F$ , ставящего в соответствие временному ряду  $X$  в каждый момент времени  $t$  номер  $k(t)$  микросостояния:

$$k(t) = F[X, t], t = \overline{1, T}, k(t) \in \{1, \dots, K\}, \quad (1)$$

где  $K$  — число микросостояний. Отметим, что число микросостояний временного ряда априорно может быть неизвестно.

Введенное понятие микросостояния требует определения пространства признаков, в котором будут выделяться эти микросостояния. Обозначим через  $\varphi$  оператор, ставящий в соответствие временному ряду  $X$  в каждый момент времени  $t$  некоторый вектор характерных признаков  $y(t) = (y_1(t), \dots, y_M(t))$ :

$$y(t) = \varphi[X, t], t = \overline{1, T}, y(t) \in \mathbb{R}^M, \quad (2)$$

где  $\mathbb{R}^M$  —  $M$ -мерное пространство вещественных чисел.

В частном случае значение оператора  $\varphi$  в момент времени  $t$  может зависеть не от всего временного ряда  $X$ , а от его фрагмента во временном окне с центром в  $t$  и шириной  $\tau$ :

$$y(t) = \varphi[x(t - \tau), \dots, x(t + \tau)], \\ t = \overline{\tau + 1, T - \tau}, y(t) \in \mathbb{R}^M. \quad (3)$$

В другом частном случае вектор  $y(t)$  может совпадать с вектором  $x(t)$  при всех  $t$ ,  $t = \overline{1, T}$ , т. е.  $\tau = 0$ ,  $M = L$ ,  $\varphi[x(t)] \equiv x(t)$ . Множество векторов характерных признаков образует многомерный временной ряд, который далее будем обозначать  $Y = (y(1), \dots, y(T))$ .

В настоящей работе предлагается каждое микросостояние  $S_i$  характеризовать соответствующим эталоном  $w_i = (w_{1i}, \dots, w_{Mi})$  в пространстве характерных признаков  $y$ ,  $i = \overline{1, K}$ . Таким образом, задача выделения микросостояний состоит в определении их эталонных представителей. Как только эталонные представители  $w_1, \dots, w_K$  найдены, принадлежность вектора значений временного ряда  $X$  тому или иному микросостоянию в момент времени  $t$  может быть определена по критерию близости соответствующего вектора характерных признаков  $y(t)$  к эталонному представителю микросостояния:

$$x(t) \in \Omega_k \Leftrightarrow \rho(y(t), w_k) = \min_{i=\overline{1, K}} \rho(y(t), w_i), t = \overline{1, T}, \quad (4)$$

где  $\rho(x, y)$  — расстояние (в частности, евклидово) между векторами  $x$  и  $y$ .

### Формальное описание бегущей волны

Бегущая волна — это волновое движение, при котором поверхность равных фаз (фазовые волновые фронты) перемещается с конечной скоростью, постоянной в случае однородных сред [16]. Бегущие волны наблюдаются во многих физических, химических и биологических процессах, в частности, в реакционно-диффузных системах, процессах изменения численности популяций животных, в распределенной динамике электрической активности мозга.

Согласно работе [16], возмущение среды  $z(r, t)$ , создаваемое плоской бегущей волной в момент

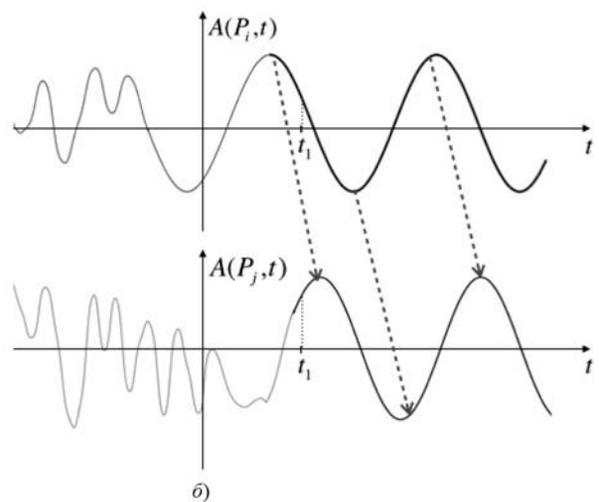
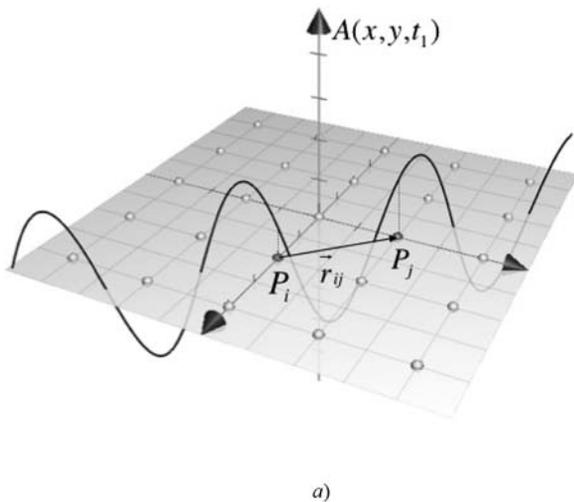


Рис. 1. Иллюстрация понятия бегущей волны

времени  $t$  в точке с координатой  $r$ , описывается выражением

$$z(r, t) = A(r, t)\sin(kr - \omega t + \varphi_0), \quad (5)$$

где  $A(r, t)$  — амплитуда волны в момент времени  $t$  в точке с координатой  $r$ ;  $k$  — волновое число;  $\omega$  — круговая частота;  $\varphi_0$  — начальная фаза волны.

Предположим, что от точки  $P_i$  в направлении точки  $P_j$  в области  $\Omega$  распространяется монохроматическая бегущая волна с частотой  $\omega$  (рис. 1).

Выберем точку  $P_i$  в качестве начала координат, а ось координат зададим в направлении точки  $P_j$ . Тогда, учитывая (5), возмущения среды  $z_i(t)$  и  $z_j(t)$  в точках  $P_i$  и  $P_j$  соответственно, создаваемые рассматриваемой бегущей волной в момент времени  $t$ , будут описываться выражениями

$$z_i(t) = z(0, t) = A_i(\omega, t)\sin(-\omega t + \varphi_0); \quad (6)$$

$$z_j(t) = z(r_{ij}, t) = A_j(\omega, t)\sin(kr_{ij} - \omega t + \varphi_0), \quad (7)$$

где  $r_{ij} = \rho(P_i, P_j)$  — расстояние между точками  $P_i$  и  $P_j$ ;  $A_i(\omega, t)$  и  $A_j(\omega, t)$  — амплитуды волны частоты  $\omega$  в точках  $P_i$  и  $P_j$  соответственно.

Отметим, что для однородной стационарной среды волновое число  $k$  не зависит ни от времени, ни от пространственной координаты. Разность фазы  $\Delta\varphi_{ij}$  волны в один и тот же момент времени в точках  $P_i$  и  $P_j$  постоянна и равна

$$\Delta\varphi_{ij} = kr_{ij}. \quad (8)$$

Условие (8) является необходимым, но не достаточным условием наличия бегущей монохроматической волны между точками  $P_i$  и  $P_j$ , поскольку постоянство разности фаз между точками  $P_i$  и  $P_j$  может наблюдаться и при распространении двух

независимых бегущих волн, проходящих через эти точки в различных направлениях.

На практике бегущая волна между точками  $P_i$  и  $P_j$  может не быть монохроматической. В этом случае для выделения монохроматических компонентов волны используется спектральное разложение (например, с помощью преобразования Фурье). Кроме того, бегущая волна может проявляться лишь на некотором интервале (или интервалах) времени.

Для проверки необходимого условия наличия бегущей волны частоты  $\omega$  используем статистические характеристики выборки разностей фаз в каждый момент времени  $t \in [t_1; t_2]$ . В настоящей работе предлагается несколько характеристик, чувствительных к условию (8).

Пусть  $\Delta\varphi_{ij}(\omega, t_1), \dots, \Delta\varphi_{ij}(\omega, t_2)$  — выборка разностей фаз волны частоты  $\omega$  в точках  $P_i$  и  $P_j$ ,  $i \in \{1, \dots, L\}$ ,  $j \in \{1, \dots, L\}$ , в моменты времени  $t_1, \dots, t_2$ . Введем комплексные числа  $z_{ij}\{\omega, t_1\}, \dots, z_{ij}\{\omega, t_2\}$  с единичным модулем и фазами, равными  $\Delta\varphi_{ij}(\omega, t_1), \dots, \Delta\varphi_{ij}(\omega, t_2)$  соответственно:  $|z_{ij}(\omega, t)| = 1$ ,  $\arg z_{ij}(\omega, t) = \Delta\varphi_{ij}(\omega, t)$ ,  $t = \overline{t_1, t_2}$ . Рассчитаем среднее для них:

$$\langle z_{ij}(\omega, t) \rangle_{t=t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \sum_{t=t_1}^{t_2} z_{ij}(\omega, t). \quad (9)$$

В качестве меры разброса комплексных чисел  $z_{ij}(\omega, t_1), \dots, z_{ij}(\omega, t_2)$  относительно среднего значения выберем значение отклонения комплексного среднего  $\langle z_{ij}(\omega, t) \rangle_{t=t_1}^{t_2}$  от единичной окружности (рис. 2). Критерием выполнения условия (8) является равенство единице модуля среднего  $\langle z_{ij}(\omega, t) \rangle_{t=t_1}^{t_2}$ .

Таким образом, определим показатель  $\gamma_{ij}(\omega, t_1, t_2)$  степени выраженности условия (8) как модуль комплексного среднего  $\langle z_{ij}(\omega, t) \rangle_{t=t_1}^{t_2}$ :

$$\gamma_{ij}(\omega, t_1, t_2) = |\langle z_{ij}(\omega, t) \rangle_{t=t_1}^{t_2}| = \frac{1}{t_2 - t_1} \times \sqrt{\left( \sum_{t=t_1}^{t_2} \cos \Delta \varphi_{ij}(\omega, t) \right)^2 + \left( \sum_{t=t_1}^{t_2} \sin \Delta \varphi_{ij}(\omega, t) \right)^2}. \quad (10)$$

Возможные значения показателя (10) лежат на отрезке от 0 до 1.

Показатель (10), известный как *phase-locking value*, характеризует только степень разброса разностей фаз  $\Delta \varphi_{ij}(\omega, t_1), \dots, \Delta \varphi_{ij}(\omega, t_2)$  волны на частоте, при этом никак не учитывает амплитуды волны  $A_i(\omega, t)$  и  $A_j(\omega, t)$ ,  $t = \overline{t_1, t_2}$ . Синхронность амплитуд  $A_i(\omega, t)$  и  $A_j(\omega, t)$  не является необходимым условием наличия бегущей волны между точками  $P_i$  и  $P_j$ , однако может говорить о согласованности изменения энергии волны в этих точках. Для оценки степени выраженности бегущей волны частоты  $\omega$  между точками  $P_i$  и  $P_j$  и синхронности изменения ее амплитуд в этих точках на интервале времени  $[t_1; t_2]$  может быть использован показатель когерентности [17]

$$\Gamma_{ij}(\omega, t_1, t_2) = \frac{|\langle X_i(\omega) X_j^*(\omega) \rangle_{t=t_1}^{t_2}|}{\sqrt{\langle X_i(\omega) X_i^*(\omega) \rangle_{t=t_1}^{t_2} \langle X_j(\omega) X_j^*(\omega) \rangle_{t=t_1}^{t_2}}}, \quad (11)$$

где символ \* означает комплексное сопряжение.

Отметим, что модуль усредненного кросс-спектра сигналов  $\{x_i(t), t = \overline{1, T}\}$  и  $\{x_j(t), t = \overline{1, T}\}$

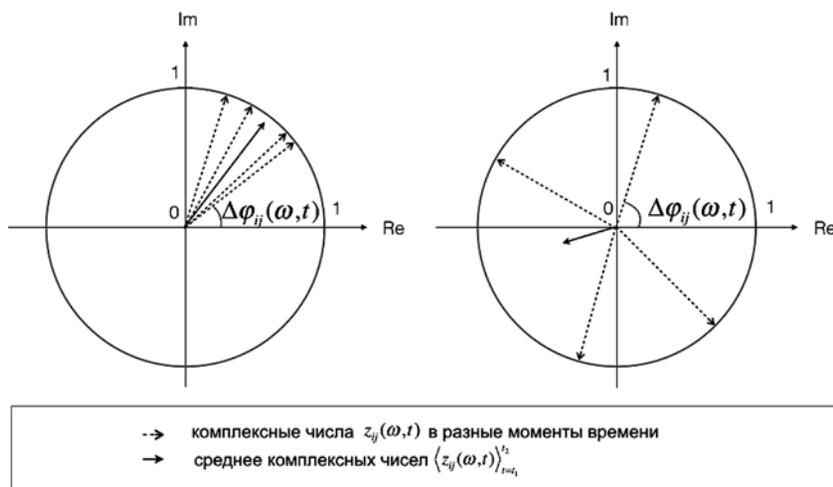


Рис. 2. Иллюстрация к расчету показателя  $\gamma_{ij}(\omega, t_1, t_2)$

(числитель показателя когерентности) является обобщением показателя (10):

$$|\langle X_i(\omega) X_j^*(\omega) \rangle_{t=t_1}^{t_2}| = \frac{1}{t_2 - t_1} \left( \left( \sum_{t=t_1}^{t_2} A_i(\omega, t) A_j(\omega, t) \cos \Delta \varphi_{ij}(\omega, t) \right)^2 + \left( \sum_{t=t_1}^{t_2} A_i(\omega, t) A_j(\omega, t) \sin \Delta \varphi_{ij}(\omega, t) \right)^2 \right)^{1/2}.$$

Возможные значения когерентности лежат на отрезке от 0 до 1, причем равенство когерентности единице является критерием выполнения условия (8) и согласованности изменения амплитуд бегущей волны в точках  $P_i$  и  $P_j$  на интервале времени  $[t_1; t_2]$ .

### Метод построения пространства признаков, основанных на характеристиках бегущих волн

Введенные показатели (10) и (11) выраженности бегущей волны могут быть рассчитаны для любой пары точек  $P_i$  и  $P_j$  из области  $\Omega$ . В настоящей работе предложено рассчитывать эти показатели лишь для соседних точек. Другой способ может быть в расчете этих показателей относительно некоторой референтной точки.

Обозначим через  $B = (b_1, \dots, b_R)$  множество пар соседних точек среди  $P_1, \dots, P_L$ . Для нахождения соседних точек среди  $P_1, \dots, P_L$  используем диаграмму Вороного.

Этот подход в последнее время начинает применяться в нейрокогнитивных исследованиях сознания и памяти [18]. Диаграмма Вороного представляет собой разбиение области  $\Omega$  на  $L$  областей таких, что каждая область представляет собой геометрическое место точек, более близких к одной из точек  $P_1, \dots, P_L$ , чем к любой другой точке из этого множества. При использовании евклидовой метрики каждая область будет являться выпуклым многоугольником. Для построения диаграммы Вороного может быть использован, например, алгоритм Форчуна [19]. Пару соседних точек определим как пару точек, для которых ячейки Вороного имеют общее ребро.

Пусть  $\gamma_r(\omega, t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2})$  — значение показателя (10), рассчитанное для  $r$ -й пары соседних точек из множества  $B$ ,  $r = \overline{1, R}$ ,  $\Delta t$  — фиксированная ширина временного окна. При фиксированном значении частоты  $\omega$  сово-

купность значений показателя (10), рассчитанных для каждой пары соседних точек, можно рассматривать как вектор характерных признаков  $y(t|\omega)_\gamma$ , описывающих временной ряд  $X$  в момент времени  $t$  (см. (2)):

$$y(t|\omega)_\gamma = \left( \gamma_1\left(\omega, t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right), \dots, \dots, \gamma_R\left(\omega, t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right) \right), t = \overline{1, T}. \quad (12)$$

Компоненты этого вектора характеризуют степень выраженности бегущей волны частоты  $\omega$  между всеми парами соседних точек в области  $\Omega$ .

Аналогично может быть определен вектор  $y(t|\omega)_\Gamma$  характерных признаков, составленный из значений показателя (11). Далее в обозначении вектора характерных признаков будем опускать нижний индекс  $\gamma$  или  $\Gamma$ , если вид этого показателя неважен.

Для сокращения размерности вектора  $y(t|\omega)_\gamma$  проведем пространственную группировку пар соседних точек. Разобьем область  $\Omega$  на множество областей  $\Omega_1, \dots, \Omega_Q$ . Каждую область  $\Omega_q, q = \overline{1, Q}$ , характеризуем средним значением показателя (10):

$$\bar{\gamma}_q\left(\omega, t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \frac{1}{|\Omega_q|} \sum_{b_r \in \Omega_q} \gamma_r\left(\omega, t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right), t = \overline{1, T}. \quad (13)$$

Вектор характерных признаков  $\tilde{y}(t|\omega)_\gamma$ , описывающих временной ряд  $X$  в момент времени  $t$ , составляем из рассчитанных средних значений:

$$\tilde{y}(t|\omega)_\gamma = \left( \bar{\gamma}_1\left(\omega, t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right), \dots, \dots, \bar{\gamma}_Q\left(\omega, t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right) \right), t = \overline{1, T}. \quad (14)$$

Аналогично определяем вектор  $\tilde{y}(t|\omega)_\Gamma$ .

Микросостояниями  $S_1, \dots, S_K$  временного ряда  $X$  являются непересекающиеся области в пространстве предложенных характерных признаков. В настоящей работе для их выделения используется кластерный анализ. Пусть  $y(1|\omega), \dots, y(T|\omega)$  — множество векторов, характеризующих временной ряд  $X$  в каждый момент времени. В результате их кластеризации будут найдены центры кластеров  $w_1, \dots, w_K$  (эталонные представители микросостояний). Принадлежность вектора  $x(t)$  значений временного ряда  $X$  в момент времени  $t$  определяется по критерию близости соответствующего вектора характерных признаков  $y(t|\omega)$  к эталонному представителю микросостояния (см. (4)). Для кластеризации данных  $y(1|\omega), \dots, y(T|\omega)$  используем агломеративные методы [20]. Отметим, что микросостояния  $S_1, \dots, S_K$  зависят от анализируемой частоты  $\omega$  бегущей волны.

## Результаты экспериментальных исследований

**Описание исходных данных.** Экспериментальные исследования предложенных алгоритмов сегментации проводили на данных электроэнцефалографии головного мозга (ЭЭГ), записанных в НБИКС-центре НИЦ "Курчатовский институт". Запись проводили в состоянии покоя испытуемого в течение нескольких минут, число каналов электроэнцефалографа  $L = 62$ , расположение каналов соответствует стандартной схеме "10—20", частота дискретизации  $f_s = 5000$  Гц. Для проведения исследований выбран промежуток записи длиной 10 с ( $T = 50000$ ).

Согласно работе [21], работу головного мозга можно представить как последовательность сменяющих друг друга микросостояний. Выдвигается гипотеза, что микросостояния, связанные с характеристиками бегущих волн ЭЭГ, будут иметь высокую степень выраженности и повторяемости, что позволит говорить об их объективности и использовать в дальнейших нейрокогнитивных исследованиях.

**Исследование показателей выраженности бегущих волн ЭЭГ.** Для расчета спектров сигналов ЭЭГ использовано дискретное оконное преобразование Фурье. В качестве оконной функции выбрана оконная функция Хемминга, ширина окна равнялась 4096 отсчетов ( $\approx 0,82$  с). Расчет спектров для каждого канала ЭЭГ проводился независимо.

На основе результатов спектрального разложения вычислены показатели  $\gamma_{ij}(\omega, t_1, t_2)$  и  $\Gamma_{ij}(\omega, t_1, t_2)$  выраженности бегущей волны в соответствии с формулами (10) и (11) для всех пар соседних электродов и на всех частотах  $\omega$  от 5 до 30 Гц с шагом 1 Гц. Ширина окна  $t_2 - t_1$  изменялась в зависимости от анализируемой частоты  $\omega$ :

$$t_2 - t_1 = f_s/\omega. \quad (15)$$

Таким образом, на каждой частоте  $\omega$  расчет показателей проводился по числу временных отсчетов, соответствующих одному периоду гармоника анализируемой частоты  $\omega$ .

На рис. 3 (см. третью сторону обложки) приведены диаграммы значений показателей  $\gamma_{ij}(\omega, t_1, t_2)$  и  $\Gamma_{ij}(\omega, t_1, t_2)$  выраженности бегущей волны на частоте  $\omega = 6$  Гц для всех пар соседних электродов. Из диаграмм видно, что выделяются группы пар электродов со схожей динамикой выраженности бегущей волны, при этом показатель синхронности (10) более отчетливо отражает закономерность смены степени выраженности волны. В некоторые моменты времени происходит резкая десинхронизация. Предполагается, что эти моменты соответствуют переходу от одного микросостояния к другому [22].

**Исследование качества агломеративной сегментации ЭЭГ.** Агломеративная кластеризация — это

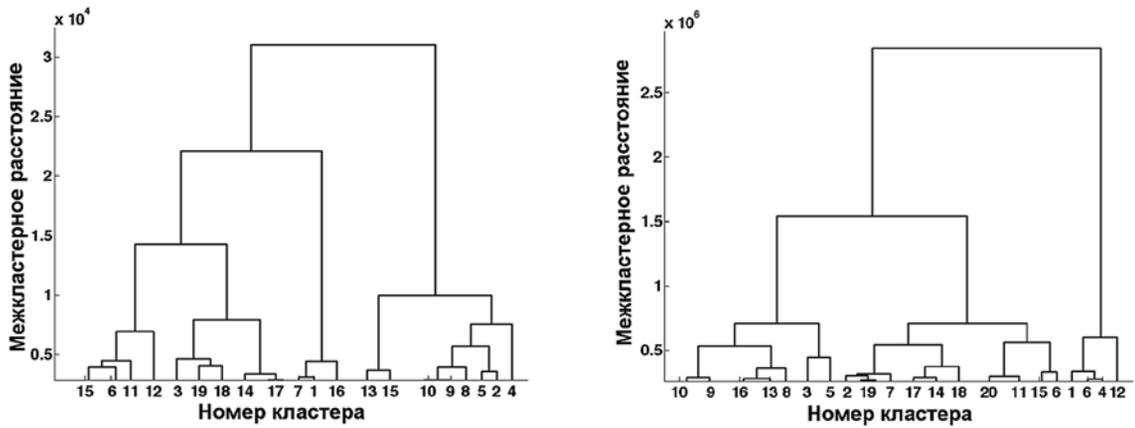


Рис. 4. Дендрограммы, полученные в результате агломерации данных в пространстве, составленном из: а — амплитуд исходного сигнала; б — амплитуд гармоник сигнала на частоте 10 Гц

одна из стратегий иерархической кластеризации [23]. Отличие от прочих алгоритмов таксономии заключается в построении не одного разбиения выборки на непересекающиеся кластеры, а системы вложенных разбиений, в которых объекты объединяются во все более крупные кластеры. Результат агломеративной кластеризации обычно представляется в виде таксономического дерева — дендрограммы. Дендрограмма позволяет хорошо интерпретировать результат иерархической кластеризации в графическом формате [23]. Структура дерева зависит от используемых метрики, метода агломерации и признаков, в пространстве которых кластеризуются данные.

Для оценки качества дендрограммы используем кофенетический коэффициент корреляции (ККК) [24]. ККК определяется как линейный коэффициент корреляции между кофенетическими расстояниями между каждой парой кластеризуемых точек и расстояниями между ними, определяемыми в соответствии с выбранной метрикой (например, евклидовой) [24]:

$$cof = \frac{\sum_{i < j} (r_{ij} - \bar{r})(d_{ij} - \bar{d})}{\sqrt{\sum_{i < j} (r_{ij} - \bar{r})^2 \sum_{i < j} (d_{ij} - \bar{d})^2}}, \quad (16)$$

где  $r_{ij}$  — расстояние между точками  $y_i$  и  $y_j$  в пространстве кластеризуемых признаков;  $d_{ij}$  — кофенетическое расстояние между точками  $y_i$  и  $y_j$  (расстояние между кластерами, содержащими точки  $y_i$  и  $y_j$ , непосредственно перед их агломерацией). Значение ККК, близкое к 1, означает качественное представление кластерной структуры данных дендрограммой.

Наряду с ККК используется ранговый коэффициент корреляции Спирмена между теми же значениями расстояний  $r_{ij}$  и  $d_{ij}$ .

Значения ККК для представленных на рис. 4 дендрограмм равны  $cof_a = 0,77$  и  $cof_b = 0,91$  соответственно. Значения рангового коэффициента корреляции равны 0,61 и 0,83. Полученные значения кофенетических коэффициентов описывают качество кластерной иерархической структуры данных с евклидовой метрикой в пространстве кластеризуемых признаков при агломерации кластеров и использованием метода Уорда [1].

Для выбора оптимального числа кластеров могут быть использованы различные показатели, в частности, индекс Дэвиса—Болдина, индекс Данна, критерий отношения дисперсий (индекс Калински—Харабаз), *gap*-критерий [25—27] и др.

На рис. 5 показаны графики зависимостей индексов Дэвиса—Болдина (ДБ) и Калински—Харабаз (КХ) при кластеризации в пространстве, составленном из уровней исходных временных рядов

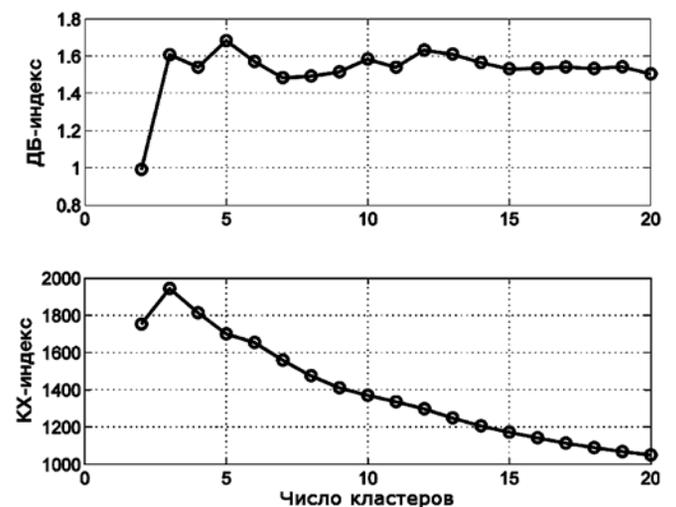


Рис. 5. Значения ДБ-индексов и КХ-индексов при кластеризации в пространстве, составленном из уровней исходных временных рядов

(размерность пространства  $L = 62$ ). Из графиков видно, что оптимальная кластеризация по ДБ-критерию наблюдается при числе кластеров  $K = 2$  (минимальное значение ДБ-индекса), по КХ-критерию — при числе кластеров  $K = 3$  (максимальное значение КХ-индекса).

На рис. 6 (см. третью сторону обложки) представлены матрицы ДБ-индексов и КХ-индексов при кластеризации в пространстве, составленном из амплитуд гармоник на частотах от 5 до 30 Гц с шагом 1 Гц (размерность пространства  $L = 62$ ). Из графиков видно, что оптимальная кластеризация как по ДБ-критерию, так и по КХ-критерию наблюдается в пространстве амплитуд частот примерно 10–11 Гц (частоты альфа-ритма), число кластеров  $K = 2, 3, 4$ .

На рис. 7, 8 (см. четвертую сторону обложки) представлены матрицы ДБ-индексов и КХ-индексов при кластеризации в пространствах признаков  $\tilde{y}(t|\omega)_\gamma$  и  $\tilde{y}(t|\omega)_\Gamma$ , связанных с показателями синхронности и когерентности соответственно. Группировку пар соседних электродов проводили на  $Q = 4$  групп. Полученная картина принципиально отличается от предыдущей: оптимальная кластеризация по ДБ-критерию наблюдается в пространстве амплитуд на частотах примерно 24–26 Гц (частоты бета-ритма) при числе кластеров  $K = 3$  и в пространстве амплитуды частоты 30 Гц при числе кластеров  $K = 5, \dots, 10$ . По КХ-критерию оптимальная кластеризация происходит на частоте 30 Гц (частота бета-ритма) при  $K = 5, 6, 7$  и на частотах 6...7 Гц (частота тета-ритма) при  $K = 12, \dots, 15$ . Отметим, что картины для показателей синхронности и когерентности качественно схожи.

Графики кофенетических коэффициентов, представленные на рис. 9, позволяют сравнить качество

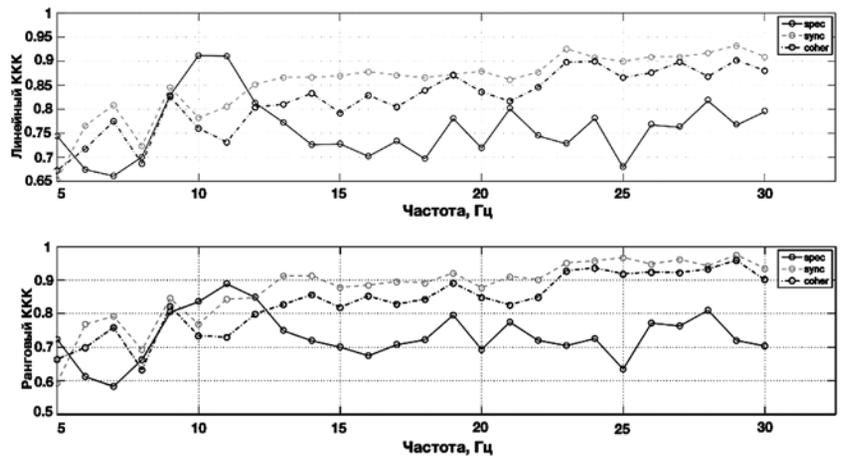


Рис. 9. Значения линейного (вверху) и рангового (внизу) кофенетических коэффициентов, полученные в результате агломерации данных в пространстве, составленном из амплитуд гармоник (spec), показателей синхронности (sync), показателей когерентности (coher)

агломеративной кластеризации в рассматриваемых пространствах признаков.

Из графиков видно, что качество таксономического дерева в пространстве показателей синхронности и когерентности лучше в сравнении с пространством, составленном из амплитуд гармоник, на частотах 5...7 Гц (тета-ритм) и 13...30 Гц (бета-ритм), в то время как на частотах 8...12 Гц наблюдается противоположная картина. Это говорит о том, что на частотах альфа-ритма более выражены микросостояния, связанные с мощностью сигнала ЭЭГ в этом частотном диапазоне, а на частотах тета- и бета-ритмов — микросостояния, связанные с синхронностью и когерентностью. Полученный результат может представлять интерес для специалистов в области нейрофизиологии.

На рис. 10 приведены дендрограммы, полученные в результате агломерации данных в пространствах показателей синхронности и когерентности, оптимальных по критерию максимума кофенетического коэффициента корреляции.

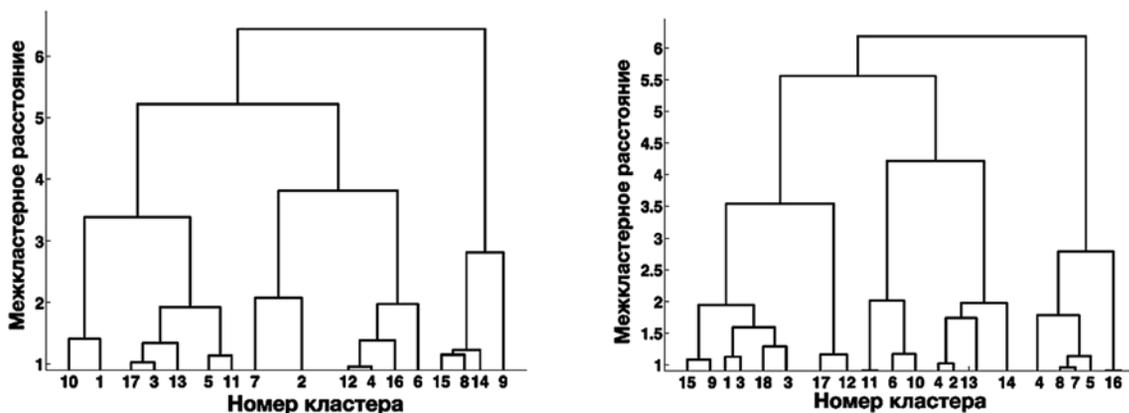


Рис. 10. Дендрограммы, полученные в результате агломерации данных в пространстве, составленном из: а — показателей синхронности на частоте 29 Гц (соответствует рис. 7, б, см. четвертую сторону обложки); б — показателей когерентности на частоте 29 Гц (соответствует рис. 8, см. четвертую сторону обложки)

Из дендрограмм видно, что в построенных пространствах признаков данные действительно образуют выраженные кластерные структуры.

### Заключение

В работе предложен новый метод построения пространства признаков для сегментации многомерных временных рядов, имеющих пространственную организацию, основанный на анализе бегущих волн. Для оценки степени выраженности бегущих волн использованы показатели синхронности и когерентности. Расчет этих показателей проводили по результатам расчета кросс-спектров сигналов, соответствующих пространственно близким точкам наблюдения.

Для выделения сегментов временного ряда в предложенных пространствах признаков применен агломеративный метод кластеризации. Для оценки качества таксономического дерева использован кофенетический коэффициент корреляции, для оценки оптимального числа кластеров — критерии Дэвиса—Болдина и Калински—Харабаз.

В результате сегментации реальных электрофизиологических данных установлено, что оптимальная кластеризация в пространстве амплитуд гармоник происходит на частоте 10 Гц (частота альфа-ритма) при числе кластеров (микросостояний)  $K = 2, 3, 4$  и в пространствах показателей синхронности и когерентности — на частоте 30 Гц (частота бета-ритма) при числе микросостояний  $K = 12, \dots, 15$ . Результаты сегментации сигналов ЭЭГ и МЭГ предполагается применить при моделировании активности структур головного мозга в целях выделения его когнитивных микросостояний и построения функциональных коннектов.

*Исследование выполнено в рамках работ по гранту № 14-28-00234 Российского научного фонда (грант выделен Отделению нейрокогнитивных и социогуманитарных наук НБИКС-Центра НИЦ "Курчатовский институт").*

### Список литературы

1. **Abonyi J., Feil B.** Cluster analysis for data mining and system identification. Basel: Springer Science & Business Media, 2007. 305 p.
2. **Трофимов А. Г., Скругин В. И.** Метод выделения динамических паттернов в задаче классификации многомерных временных рядов // Информационные технологии. 2011. № 4. С. 65—71.
3. **Trofimov A. G., Skrugin V. I., Herrera Rodriguez A. M.** Extraction and recognition of electroencephalogram dynamic patterns for brain-computer interfaces // Proc. of XXXVIII Latin America Conference on Informatics (CLEI-2012). 2012. P. 1—9.
4. **Zhang P., Huang Y., Shekhar S., Kumar V.** Correlation analysis of spatial time series datasets: A filter-and-refine approach // Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. Berlin, Heidelberg: Springer, 2003. P. 532—544.
5. **Bandi F.** Short-term interest rate dynamics: A spatial approach // Journal of Financial Economics. 2002. N. 65. P. 73—110.
6. **Трофимов А. Г., Колодкин И. В., Ушаков В. Л., Величковский Б. М.** Метод сегментации пространственно-распределенных временных рядов на основе бегущих волн // Наука и образование. 2014. № 10. С. 114—136. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/728495.html>
7. **Kivikunnas S.** Overview of process trend analysis methods and applications // ERUDIT Workshop on Applications in Pulp and Paper Industry. 1998. P. 395—408.
8. **Keogh E., Chu S., Hart D., Pazzani M.** Segmenting time series: A survey and novel approach // Data mining in time series databases. 2004. Vol. 57. P. 1—22.
9. **Lovrić M., Milanović M., Stamenković M.** Algorithmic methods for segmentation of time series: an overview // JCEBI. 2014. Vol. 1, N. 1. P. 31—53.
10. **Bankó Z., Dobos L., Abonyi J.** Dynamic Principal Component Analysis in Multivariate Time-Series Segmentation // Conservation, Information, Evolution—towards a sustainable engineering and economy. 2011. Vol. 1, N. 1. P. 11—24.
11. **Abonyi J., Feil B., Nemeth S., Arva P.** Modified Gath—Geva clustering for fuzzy segmentation of multivariate time-series // Fuzzy Sets and Systems. 2005. Vol. 149, N. 1. P. 39—56.
12. **Xuan X., Murphy K.** Modeling changing dependency structure in multivariate time series // Proc. of the 24<sup>th</sup> International Conference on Machine Learning, Corvallis, USA. 2007. P. 1055—1062.
13. **Pascual-Marqui R. D., Michel C. M., Lehmann D.** Segmentation of brain electrical activity into microstates: model estimation and validation // Biomedical Engineering, IEEE Transactions on. 1995. Vol. 42, N. 7. P. 658—665.
14. **Hu L., Shen J., Zhang Z.** Topographical segmentation: A new tool to optimally define temporal region-of-interests of significant difference in ERPs // 19<sup>th</sup> International Conference on Digital Signal Processing (PSP), Hong Kong. — IEEE, 2014. P. 789—792.
15. **Lehmann D., Ozaki H., Pal I.** EEG alpha map series: brain micro-states by space-oriented adaptive segmentation // Electroencephalography and clinical neurophysiology. 1987. Vol. 67, N. 3. P. 271—288.
16. **Sandstede B.** Stability of travelling waves // Handbook of dynamical systems. 2002. Vol. 2. P. 983—1055.
17. **Nunez P. L., Srinivasan R., Westdrop A., Wijesinghe R., Tucker D., Silberstein R., Cadusch P.** EEG coherency: statistics, reference electrode, volume conduction, Laplacians, cortical imaging, and interpretation at multiple scales // Electroencephalography and clinical neurophysiology. 1997. Vol. 103, N. 5. P. 499—515.
18. **Hartwig J., Schnitzpahn K., Kliegel M., Velichkovsky B., Helmert J.** I see you remembering: What eye movements can reveal about process characteristics of prospective memory // International Journal of Psychophysiology. 2013. Vol. 88, N. 2. P. 193—199.
19. **Fortune S. A.** Sweepline algorithm for Voronoi diagrams // Algorithmica. 1987. Vol. 2, N. 1—4. P. 153—174.
20. **Jain A. K., Murty M. N., Flynn P. J.** Data clustering: a review // ACM computing surveys (CSUR). 1999. Vol. 31, N. 3. P. 264—323.
21. **Lehmann D., Strik W., Henggele B., Koenig T., Koukkou M.** Brain electric microstates and momentary conscious mind states as building blocks of spontaneous thinking: I. Visual imagery and abstract thoughts // International Journal of Psychophysiology. 1998. Vol. 29, N. 1. P. 1—11.
22. **Kaplan A., Fingelkurts A., Fingelkurts A., Borisov S., Darkhovsky B.** Nonstationary nature of the brain activity as revealed by EEG/MEG: methodological, practical and conceptual challenges // Signal processing. 2005. Vol. 85, N. 11. P. 2190—2212.
23. **Hastie T., Tibshirani R., Friedman J.** The elements of statistical learning. New York: Springer, 2009. 745 p.
24. **Farris J. S.** On the cophenetic correlation coefficient // Systematic Biology. 1969. Vol. 18, N. 3. P. 279—285.
25. **Petrovic S. A.** Comparison between the silhouette index and the davies-bouldin index in labelling ids clusters // Proc. of the 11<sup>th</sup> Nordic Workshop of Secure IT Systems. 2006. P. 53—64.
26. **Maulik U., Bandyopadhyay S.** Performance evaluation of some clustering algorithms and validity indices // Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on. 2002. Vol. 24, N. 12. P. 1650—1654.
27. **Tibshirani R., Walther G., Hastie T.** Estimating the number of clusters in a data set via the gap statistic // Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology). 2001. Vol. 63, N. 2. P. 411—423.

A. G. Trofimov<sup>1, 2</sup>, Associate Professor, e-mail: atrofimov@list.ru, I. V. Kolodkin<sup>1</sup>, Student,  
V. L. Ushakov<sup>2</sup>, Associate Professor, B. M. Velichkovsky<sup>1, 2, 3</sup>, Professor  
<sup>1</sup>Russia, National Research Nuclear University "MEPhI"  
<sup>2</sup>Russia, NRC "Kurchatov Institute"  
<sup>3</sup>Russia, The NBIC-faculty, Moscow Institute of Physics and Technology

## Agglomerative Method for Spatial Time Series Segmentation Based on Travelling Waves

We propose an agglomerative segmentation method for spatial time series based on the characteristics of traveling waves. To measure the intensity of the traveling waves we consider phase locking value and coherence. The calculation of these values was based on the analysis of the cross-spectra. Experimental researches on real data of electroencephalography (EEG) show that the proposed method provides better segmentation quality than traditional segmentation algorithms for EEG signals.

**Keywords:** spatial time series, travelling-wave, hierarchical clustering, segmentation, phase-locking value, coherence, brain microstates, electroencephalogram (EEG)

### References

1. Abonyi J., Feil B. *Cluster analysis for data mining and system identification*. Basel: Springer Science & Business Media, 2007. 305 p.
2. Trofimov A. G., Skrugin V. I. Metod vydeleniya dinamicheskikh patternov v zadache klassifikatsii mnogomernykh vremennykh rjadov. Multivariate time-series classification algorithm based on dynamical patterns. *Informacionnye tehnologii*. 2011. N. 4. P. 65–71.
3. Trofimov A. G., Skrugin V. I., Herrera Rodriguez A. M. Extraction and recognition of electroencephalogram dynamic patterns for brain-computer interfaces. *Proc. of XXXVIII Latin America Conference on Informatics (CLEI-2012)*. 2012. P. 1–9.
4. Zhang P., Huang Y., Shekhar S., Kumar V. Correlation analysis of spatial time series datasets: A filter-and-refine approach. *Advances in Knowledge Discovery and Data Mining*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2003. P. 532–544.
5. Bandi F. Short-term interest rate dynamics: A spatial approach. *Journal of Financial Economics*. 2002. N. 65. P. 73–110.
6. Trofimov A. G., Kolodkin I. V., Ushakov V. L., Velichkovskij B. M. Metod segmentatsii prostranstvenno-raspredeleennykh vremennykh rjadov na osnove begushchih voln. Spatial time-series segmentation algorithm based on travelling waves. *Nauka i obrazovanie*. 2014. N. 10. P. 114–136. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/728495.html>
7. Kivikunnas S. Overview of process trend analysis methods and applications. *ERUDIT Workshop on Applications in Pulp and Paper Industry*. 1998. P. 395–408.
8. Keogh E., Chu S., Hart D., Pazzani M. Segmenting time series: A survey and novel approach. *Data mining in time series databases*. 2004. Vol. 57. P. 1–22.
9. Lovrić M., Milanović M., Stamenković M. Algorithmic methods for segmentation of time series: an overview. *JCEBI*. 2014. Vol. 1, N. 1. P. 31–53.
10. Bankó Z., Dobos L., Abonyi J. Dynamic Principal Component Analysis in Multivariate Time-Series Segmentation. *Conservation, Information, Evolution-towards a sustainable engineering and economy*. 2011. Vol. 1, N. 1. P. 11–24.
11. Abonyi J., Feil B., Nemeth S., Arva P. Modified Gath-Geva clustering for fuzzy segmentation of multivariate time-series. *Fuzzy Sets and Systems*. 2005. Vol. 149, N. 1. P. 39–56.
12. Xuan X., Murphy K. Modeling changing dependency structure in multivariate time series. *Proc. of the 24<sup>th</sup> International Conference on Machine Learning, Corvallis, USA*. 2007. P. 1055–1062.
13. Pascual-Marqui R. D., Michel C. M., Lehmann D. Segmentation of brain electrical activity into microstates: model estimation and validation. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*. 1995. Vol. 42, N. 7. P. 658–665.
14. Hu L., Shen J., Zhang Z. Topographical segmentation: A new tool to optimally define temporal region-of-interests of significant difference in ERPs. *19<sup>th</sup> International Conference on Digital Signal Processing (DSP), Hong Kong. — IEEE*, 2014. P. 789–792.
15. Lehmann D., Ozaki H., Pal I. EEG alpha map series: brain micro-states by space-oriented adaptive segmentation. *Electroencephalography and clinical neurophysiology*. 1987. Vol. 67, N. 3. P. 271–288.
16. Sandstede B. Stability of travelling waves. *Handbook of dynamical systems*. 2002. Vol. 2. P. 983–1055.
17. Nunez P. L., Srinivasan R., Westdrop A., Wijesinghe R., Tucker D., Silberstein R., Cadusch P. EEG coherence: statistics, reference electrode, volume conduction, Laplacians, cortical imaging, and interpretation at multiple scales. *Electroencephalography and clinical neurophysiology*. 1997. Vol. 103, N. 5. P. 499–515.
18. Hartwig J., Schnitzpahn K., Kliegel M., Velichkovsky B., Helmert J. I see you remembering: What eye movements can reveal about process characteristics of prospective memory. *International Journal of Psychophysiology*. 2013. Vol. 88, N. 2. P. 193–199.
19. Fortune S. A. Sweep line algorithm for Voronoi diagrams. *Algorithmica*. 1987. Vol. 2, N. 1–4. P. 153–174.
20. Jain A. K., Murty M. N., Flynn P. J. Data clustering: a review. *ACM computing surveys (CSUR)*. 1999. Vol. 31, N. 3. P. 264–323.
21. Lehmann D., Strik W., Henggeler B., Koenig T., Koukkou M. Brain electric microstates and momentary conscious mind states as building blocks of spontaneous thinking: I. Visual imagery and abstract thoughts. *International Journal of Psychophysiology*. 1998. Vol. 29, N. 1. P. 1–11.
22. Kaplan A., Fingelkurts A., Fingelkurts A., Borisov S., Darkhovsky B. Nonstationary nature of the brain activity as revealed by EEG/MEG: methodological, practical and conceptual challenges. *Signal processing*. 2005. Vol. 85, N. 11. P. 2190–2212.
23. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. *The elements of statistical learning*. New York: Springer, 2009. 745 p.
24. Farris J. S. On the cophenetic correlation coefficient. *Systematic Biology*. 1969. Vol. 18, N. 3. P. 279–285.
25. Petrovic S. A. Comparison between the silhouette index and the daves-bouldin index in labelling ids clusters. *Proc. of the 1<sup>th</sup> Nordic Workshop of Secure IT Systems*. 2006. P. 53–64.
26. Maulik U., Bandyopadhyay S. Performance evaluation of some clustering algorithms and validity indices. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*. 2002. Vol. 24, N. 12. P. 1650–1654.
27. Tibshirani R., Walther G., Hastie T. Estimating the number of clusters in a data set via the gap statistic. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*. 2001. Vol. 63, N. 2. P. 411–423.