

P. A. Borisovsky, Associated Professor, borisovski@mail.ru, Omsk State University Dostoyevsky,
A. V. Ereemeev, Senior Researcher, ereemeev@ofim.oscsbras.ru,
Omsk Branch of Sobolev Institute of Mathematics

Production Scheduling of a Multi-Product Plant Using Integer Linear Programming and Evolutionary Computations

In this paper, we propose a new algorithm for multi-product plant scheduling problem of high dimension. The algorithm is based on time-decomposition, moving window heuristic method and a genetic algorithm. An experimental study on a large-scale data showed a significant advantage of the solution quality and the solving time comparing to other algorithm, and confirmed the suitability of the proposed approach for the real-life production scheduling in chemical industry.

Keywords: production schedule, decomposition, mixed integer linear programming, greedy algorithm, genetic algorithm, event point, reaction, demand, task, planning horizon

References

1. Ereemeev A. V., Kovalenko Ju. V. O zadache sostavleniya raspisanij s gruppirovkoj mashin po tehnologijam. *Diskretnyj analiz i issledovanie operacij*. 2011. V. 18, N. 5. P. 54–79.
2. Cho D. A solution approach to the design of multi-period, multi purpose batch plants. *Korean Journal of Chemical Engineering*. 2002. V. 19, N. 2. P. 197–205.
3. Janak S. L., Floudas C. A., Kallrath J., Vormbrock N. Production scheduling of a large-scale industrial batch plant. I. Short-term and medium-term scheduling. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2006. V. 45, N. 25. P. 8234–8252.
4. Ierapetritou M. G., Floudas C. A. Effective continuous-time formulation for short-term scheduling: I. Multi purpose batch processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 1998. V. 37. P. 4341–4359.
5. Shaik M. A., Floudas C. A., Kallrath J., Pitz H.-J. Production scheduling of a large-scale industrial continuous plant: Short-

term and medium-term scheduling. *Computers & Chemical Engineering*. 2009. V. 33. P. 670–686.

6. Pochet Y., Wolsey L. A. Production Planning by Mixed Integer Programming. Series in Operations Research and Financial Engineering. Heidelberg: Springer, 2006. 500 p.

7. Borisovsky P., Ereemeev A. Simplification of changeover constraints in a MIP formulation of a continuous-time scheduling problem. 2014. URL: <http://arxiv.org/abs/1408.5832> (access date 26.08.2014).

8. Itai A., Papadimitriou C. H., Szwarcfiter J. L. Hamilton paths in grid graphs. *SIAM Journal on Computing*. 1982. V. 11, N. 4. P. 676–686.

9. Goldberg D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Reading: Addison Wesley, 1989. 412 p.

10. Reeves C. R. Genetic algorithms for the operations researcher. *INFORMS Journal on Computing*. 1997. V. 9, N. 3. P. 231–250.

11. Michalewicz Z. Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. Berlin: Springer-Verlag, 1996. 387 p.

УДК 004.855.5, 004.896

В. В. Воробьев, аспирант, e-mail: gatus86@mail.ru,

Е. А. Паршикова, аспирант, e-mail: inara@korolev-net.ru,

Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета "Высшая школа экономики", г. Москва

Применение мультимножеств для оценки ситуации мобильным агентом¹

Рассмотрена возможность применения мультимножеств для оценки ситуации мобильным агентом. Показано, что форма представления свойств объектов окружающей среды в виде мультимножеств позволяет агрегировать сенсорные данные агента, снижая тем самым размерность входного вектора данных.

Ключевые слова: мультимножества, агрегирование данных, мобильный агент, интеллектуальные роботы, распознавание ситуаций, теория управления, обучение с подкреплением, обучение на примерах, база прецедентов, конечный автомат

Введение

Целью работы является исследование возможности применения мультимножеств для оценки ситуации мобильным агентом и эффективности этого метода для решения данной задачи.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-01-00817).

Для функционирования в динамической среде с неизвестными характеристиками агент должен обладать развитой рецепторикой. Однако увеличение числа сигналов рецепторов приводит к большим сложностям обучения и обработки этих сигналов системой управления. Введение параллелизма (как в случае использования нейронной сети) не спасает ситуацию, так как время обучения возрастает экс-

пониженно. Одним из путей решения данной проблемы является классификация множества входных сигналов (распознавание ситуаций). Вместо стимул-реактивного преобразования "вход—выход" $Y = R(X)$ требуется наличие дополнительного устройства — классификатора C . Классификатор C может быть различного вида — от множества продуктов до реализации в виде нейронной сети или хромосомы генетического алгоритма. Его функция заключается в анализе входного вектора и определении класса, к которому этот вектор относится [1].

Другим способом снижения размерности вектора входных сигналов является использование различного рода процедур агрегирования. Для представления входных сенсорных данных в целях их абстрагирования и агрегирования в работе предложено использовать мультимножества.

1. Мультимножества и обоснование их применения в поставленной задаче

Мультимножество, как и обычное множество, есть совокупность элементов произвольной природы. Однако, в отличие от множеств, один и тот же элемент может присутствовать в мультимножестве многократно, и кратность вхождения элемента является существенной особенностью мультимножеств [2].

Мультимножеством A , порожденным обычным множеством, все элементы которого различны (1.1), называется совокупность групп элементов вида (1.2):

$$U = \{x_1, x_2, \dots\}; \quad (1.1)$$

$$A = \{k_A(x) * x | x \in U, k_A(x) \in Z^+\}, \quad (1.2)$$

где $k_A: U \rightarrow Z^+ = \{0, 1, 2, \dots\}$ — функция числа экземпляров мультимножества, определяющая кратность вхождения элемента $x_i \in U$ в мультимножество A (обозначено символом "*"").

Если $k_A(x) = x_A(x)$, где $x_A(x) = 1$ при $x \in A$ и $x_A(x) = 0$ при $x \notin A$, то мультимножество A становится обычным множеством [3].

Мультимножество является удобной математической моделью для представления многопризнаковых объектов. Они успешно используются в различных предметных областях, где часто возникает необходимость сгруппировать или упорядочить анализируемые объекты, основываясь на их свойствах, выраженных признаками (атрибутами) объектов. Мультимножества допускают использование различных, в том числе и противоречивых, данных для описания объектов [3].

Среда, в которой существует мобильный агент, характеризуется большим числом свойств и их повторяемостью, следовательно, представляется целесообразным исследовать механизм мультимножеств для оценки ситуации мобильным агентом. Ситуация характеризуется набором наблюдаемых объектов, который предлагается представить в виде мультимножества.

2. Описание среды обитания и агента

Рассмотрим типичную задачу: существуют n агентов и некая общая среда обитания (рис. 1). Среда обитания агентов дискретна и представляет собой совокупность клеток. Общая среда обитания разделена на n непересекающихся областей (по числу агентов) и каждый из n агентов функционирует только в своей области.

На рис. 1 показан пример среды обитания всех агентов, квадратом — область действий одного агента, которая, в свою очередь, состоит из дискретных клеток, по которым агент движется. В данной среде существует множество объектов, либо представляющих опасность для агента (например, ловушка), либо являющихся "положительными" (например, кормушка), или "нейтральными". "Кормушки" обозначаются горизонтальными полосами, "ловушки" — вертикальными, "нейтральные объекты" — пустые клетки, агенты обозначены R.

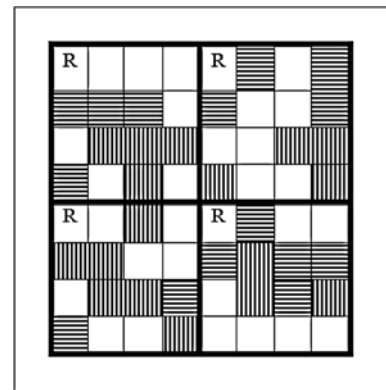


Рис. 1. Пример среды обитания агентов

Агент, двигаясь внутри своего сегмента, получает за наезд на "кормушки" положительные оценки, а за наезд на "ловушки" — отрицательные. Наблюдаемый агентом в произвольный момент времени набор "ловушек" и "кормушек" представляется в виде мультимножества, состоящего из нулей ("кормушки") и единиц ("ловушки").

Каждый агент должен сформировать свой "жизненный опыт" — набор ситуаций, в которых он побывал, проведенных в каждой ситуации действий и полученных за эти действия оценок. Агент при этом должен максимизировать положительные оценки и минимизировать отрицательные. Фактически речь идет о классической задаче моделирования поведения агента в детерминированной среде (см., например, [4]).

3. Исследование области агентом

Мобильный агент представляет собой обучаемый конечный автомат с одним состоянием, описанный в работе [5], действия которого определяются стохастическими векторами.

Рецепторика агента позволяет наблюдать объекты на расстоянии одной клетки вокруг себя. В случае

если агент наблюдает какой-либо объект или множество объектов, он выбирает одно из высокоуровневых действий:

- двигаться в сторону центра масс "кормушек";
- двигаться в сторону центра масс "ловушек";
- двигаться от центра масс "кормушек";
- двигаться от центра масс "ловушек".

Действие выбирается агентом исходя из вероятностного вектора действий. Если агент не наблюдает никаких объектов, то он случайным образом выбирает одно из восьми возможных направлений и двигается в соответствующую сторону. Двигаясь по области действия, агент попадает в ситуации, характеризующиеся набором наблюдаемых объектов ("кормушек", "ловушек" и "нейтральных"). Этот набор представляется в виде мультимножества (3.1):

$$M = \{k_1 * x_1, k_2 * x_2, \dots, k_n * x_n\}, \quad (3.1)$$

где k_1, k_2, \dots, k_n — число вхождений элементов x_1, x_2, \dots, x_n в мультимножество соответственно.

Фактически форма представления входных сенсорных данных с помощью мультимножеств приводит к уменьшению входного вектора данных (т. е. его агрегации) с m^n до $(mn')^{n'}$, $n' < n$, где m — число возможных входных сигналов датчика, n — число входных сигналов до агрегации, n' — число входных сигналов после агрегации.

Затем агент выбирает одно из возможных действий исходя из вероятностного вектора и осуществляет его:

$$\left. \begin{aligned} F(\varphi_{nu+v}) &= f_{u+1}, u = 0, \dots, x-1; v = 1, \dots, n; \\ a_{ij}(t+1, s(t)) &= a_{ij}(t, s(t)) + \\ &+ (-1)^{s(t+1)} g a_{ij}(t, s(t))(1 - a_{ij}(t, s(t))); \\ a_{ik}(t+1, s(t)) &= a_{ik}(t, s(t)) + \\ &+ (-1)^{s(t+1)} g a_{ik}(t, s(t)) a_{ij}(t, s(t)), j \neq k, \end{aligned} \right\} (3.2)$$

где a_{ij} — вероятностный вектор; $s(t)$ — поощрение/наказание [6].

Каждый агент, наблюдая произвольный набор "ловушек" и "кормушек", которые формируют мультимножество, реализует действия исходя из вероятностного вектора в данный момент времени. Так агент накапливает свой "жизненный опыт", получая за действия некоторые оценки и меняя, исходя из этих оценок, вероятностный вектор действия. Таким образом формируется база прецедентов каждого агента. В каждой базе прецедентов хранятся мультимножества, характеризующие ситуации, в которые попадал агент, и вероятностные векторы действий, сформированные с помощью оценок, полученных за выполненные агентом действия.

4. Использование общей базы прецедентов

После того как база прецедентов была сформирована, в системе появляется агент-новичок без "жизненного опыта".

Различные базы прецедентов могут иметь пересечения между собой, т. е. в каждой из них может встречаться одно и то же мультимножество, но вероятностные векторы действий в таком случае, скорее всего, будут различны.

Строка базы прецедентов представляет собой структуру, хранящую комбинацию (мультимножество) и вероятностный вектор действий, благодаря которому выбирается текущее действие агента:

Комбинация (мультимножество)	Вероятностный вектор действий
---------------------------------	----------------------------------

Агенту-новичку необходимо сравнить мультимножество, характеризующее ситуацию, в которой он оказался, с мультимножествами из баз прецедентов, сформированных другими агентами, используя для качественного сравнения одну из мер сходства, например, метрику Хэмминга μ_{ij}^H (4.1) или метрику Роджерса—Танимото μ_{ij}^{R-T} (4.2), и выбрать наиболее подходящий вероятностный вектор действия:

$$\mu_{ij}^H = \frac{n_{ik}}{N}, \quad (4.1)$$

где n_{ik} — число совпадающих признаков у образцов X_i и X_k :

$$\mu_{ij}^{R-T} = n_{ik}''(n_i' + n_k' - n_{ik}''), \quad (4.2)$$

где n_{ik}'' — число совпадающих единичных признаков у образцов X_i и X_k ; n_i' и n_k' — общее число единичных признаков у образцов X_i и X_k соответственно.

Далее в экспериментах будет использоваться метрика Хэмминга исходя из ее простоты.

Дальнейшие действия агента определяются исходя из того, были ли совпадения текущего мультимножества с мультимножествами из базы прецедентов или совпадений не обнаружено. Совпавшими мультимножествами считаются такие мультимножества, в которых метрика Хэмминга показывает меру сходства, равную или выше некоей пороговой меры. Данный механизм необходим для того, чтобы иметь возможность сравнивать весь "жизненный опыт" одного агента с другим при появлении ситуации, где "жизненный опыт" одного агента противоречит "жизненному опыту" другого. Возможны следующие варианты действий агента:

- совпадений не обнаружено — дальнейшие действия агента определяются его (агента) текущим вероятностным вектором для данной ситуации;
- выявлено одно совпадение (текущее мультимножество обнаружено в базе прецедентов одного из агентов) — дальнейшие действия агента определяются вероятностным вектором, характерным для найденной в базе прецедентов ситуации;

- выявлено несколько не противоречащих друг другу совпадений, т. е. текущее мультимножество было обнаружено в базах прецедентов нескольких агентов и экстремумы стохастических векторов найденных прецедентов совпадают — дальнейшие действия агента определяются вектором с наибольшей вероятностью конкретного действия;
- выявлено несколько противоречащих друг другу совпадений, т. е. текущее мультимножество обнаружено в базах знаний нескольких агентов, но экстремумы стохастических векторов найденных прецедентов не совпадают — сравнивается весь "жизненный опыт" нового агента с "жизненным опытом" тех агентов, с которыми были совпадения.

База прецедентов агента-новичка, которую он успел накопить, сравнивается с базами прецедентов, в которых были обнаружены совпадения с текущей ситуацией (с помощью меры сходства Хэмминга сравниваются все мультимножества, описывающие все ситуации, в которых побывали агенты). Новым агентом будут использованы действия того агента, с чьей базой прецедентов было выявлено больше совпадающих или похожих ситуаций.

Таким образом, новый агент, используя "жизненный опыт" других агентов, способен действовать не только в ситуациях, где эффективные действия однозначно определены благодаря опыту других агентов, но и в похожих ситуациях, а также в ситуациях, где опыт предыдущих агентов противоречит опыту других.

6. Результаты имитационного моделирования

Ниже будут приведены результаты имитационного моделирования для четырех показательных экспериментов.

Эксперимент 1. Четыре агента исследуют каждый свою область из общей среды обитания. На рис. 2 показана начальная расстановка агентов в среде обитания и итоговые показатели качества агентов (оценки действий, представляющие собой отношение

$\frac{N}{N+M}$, где N — число положительных оценок, а M — число отрицательных). На рисунках используются следующие обозначения: x — агент, 1 — "ловушка", 0 — "кормушка", пустая клетка — "нейтральная".

Каждый агент использует накапливаемую им при исследовании базу знаний, но в области жизненного пространства одного из агентов (обведена на рис. 2 квадратом) находятся только "ловушки", таким образом, "жизненный опыт" этого агента будет только отрицательным. Показатели качества этого агента будут нулевыми, но вероятностные векторы, несмотря на это, будут сформированы, опираясь исключительно на ошибки. Таким образом, данная база прецедентов может быть успешно использована другими агентами, например, агентом-новичком. Используя ее, он допустит существенно меньше ошибок, чем агент, который сформировал эту базу прецедентов.

На рис. 3 показана зависимость показателей качества действий агентов от шага итерации для эксперимента 1. Из графика видно, что показатели качества агента с отрицательным жизненным опытом (агент 1) нулевые.

Эксперимент 2. Четыре агента исследуют каждый свою область из общей среды обитания, и действует один агент-новичок. Каждый агент, аналогично эксперименту 1, пользуется накапливаемой им при исследовании базой знаний, а агент-новичок пользуется накопленной ранее общей базой знаний. На рис. 4 показана зависимость показателей

x	0	0	1	x	1		1
			0	1	1		1
		0	0			1	1
	0		1	1			
x			0	x	1	0	0
	0		0	1			
	0						0
0	1	0	0	1	0	0	

Quality Indexes of robot 0:
0.828979
Quality Indexes of robot 1:
0.884784
Quality Indexes of robot 2:
0.000000
Quality Indexes of robot 3:
0.987525

Рис. 2. Эксперимент 1: начальная расстановка и итоговые показатели качества агентов

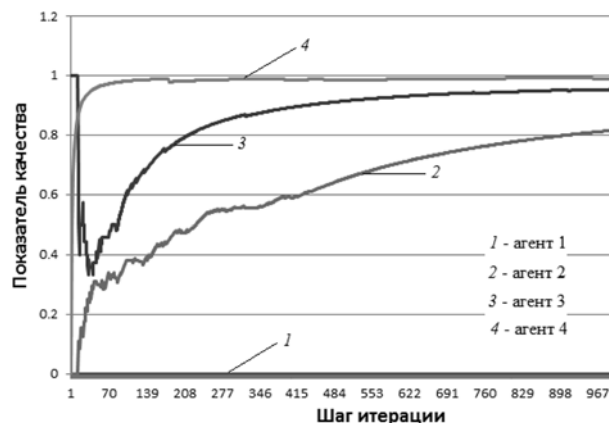


Рис. 3. Эксперимент 1: зависимость показателей качества действий агентов от шага итерации

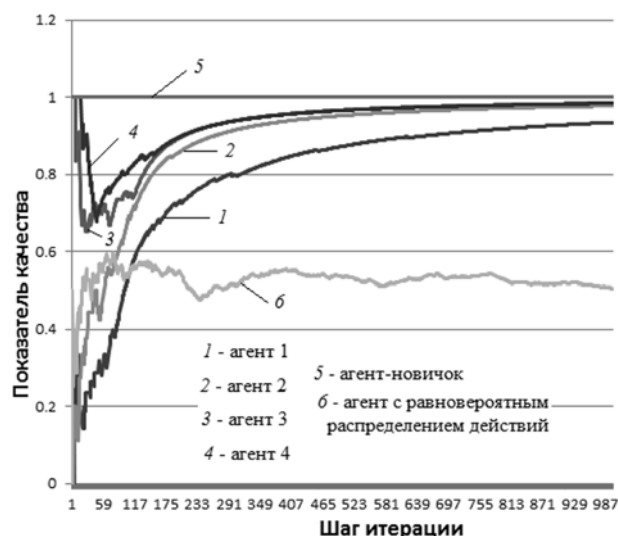


Рис. 4. Эксперимент 2: зависимость показателей качества действий агентов от шага итерации

качества действий агентов от шага итерации для эксперимента 2.

В результате данного эксперимента было установлено, что агент-новичок, используя базы прецедентов других агентов, за все время проведения эксперимента не совершил ни одной ошибки, и его показатель качества в конце эксперимента равен 1 (линия 5 на графике). Кроме того, графики других агентов асимптотически стремятся к 1, что говорит о том, что они совершают больше правильных действий с течением времени, т. е. обучаются. Линией 6 на графике представлен агент, который не обучается.

Рассчитанные значения дисперсий для показателей качества каждого из агентов:

$$D_{\text{агент1}} = 0,0362336;$$

$$D_{\text{агент2}} = 0,0288783;$$

$$D_{\text{агент3}} = 0,0070026;$$

$$D_{\text{агент4}} = 0,0040037;$$

$$D_{\text{агент-новичок}} = 0.$$

Эксперимент 3. Данный эксперимент интересен тем, что агент 1 помещен в среду, где присутствует множество опасностей и одна "кормушка" (011111) с высоким уровнем опасности. Если агент пытается убежать от опасностей, то он попадет в "ловушку" и получит наказание. В конечном итоге агент использует действие "ехать к кормушке", несмотря на обилие опасностей. То есть безопасней ехать к одной "кормушке" (безопасное место), нежели убежать в неизвестность от опасностей. На рис. 5 показана начальная расстановка агента 1 и его база прецедентов. Выделенная строка на рис. 5 показывает ячейку базы прецедентов с мультимножеством (0,1,1,1,1,1) и его стохастическим вектором, экстремум которого характеризует действие "ехать к кормушке", его вероятность равна 1.

На рис. 6 показана зависимость показателей качества действий агентов от шага итерации для эксперимента 3.

Эксперимент 4. В этом эксперименте показана ситуация, обратная предыдущей — множество "кормушек" и одна "ловушка". Однако стремление агента ехать к "кормушкам" приведет его к "ловушке". Таким образом, агент избегает совершения этого действия и выбирает действие "убежать от опасности", несмотря на низкий ее уровень. На рис. 7 показана начальная расстановка агента 1 и его база прецедентов. Выделенная строка на рис. 7 показывает ячейку базы прецедентов с мультимножеством {0,0,0,1} и его стохастическим вектором, экстремум которого характеризует действие "бежать от ловушки", его вероятность равна 1.

На рис. 8 показана зависимость показателей качества действий агентов от шага итерации для эксперимента 4.

Кроме приведенных выше показательных экспериментов было проведено имитационное моделирование для 1000 случайных расстановок с агентом-новичком. Была получена следующая статистика показателей качества агента-новичка за 1000 экспе-

-----	Robot №1
1 1	01 GoTo RightAction 1,00 0,00 0,00 0,00
-----	1111 GoTo WrongAction 0,55 0,45
X 1	011 GoTo RightAction 1,00 0,00 0,00 0,00
-----	0111111 GoTo RightAction 1,00 0,00 0,00 0,00
0 1	0111 GoTo RightAction 1,00 0,00 0,00 0,00
-----	1 GoTo WrongAction 0,15 0,85
	GoTo Neutral
	11 Escape Neutral 0,05 0,95
	111 GoTo Neutral 0,45 0,55

Рис. 5. Эксперимент 3: начальная расстановка агента 1 и его база прецедентов

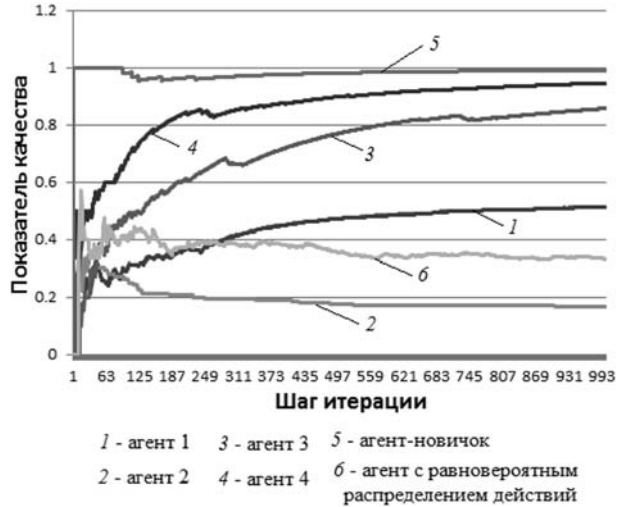


Рис. 6. Эксперимент 3: зависимость показателей качества действий агентов от шага итерации

-----	Robot №1
0	1 Escape Neutral 0,00 1,00
-----	0 GoTo RightAction 1,00 0,00
0 X 1	00 Escape RightAction 0,40 0,60
-----	001 Escape Neutral 0,25 0,58 0,00 0,17
0	GoTo Neutral
	0001 Escape RightAction 0,00 0,00 0,00 1,00

Рис. 7. Эксперимент 4: начальная расстановка агента 1 и его база прецедентов

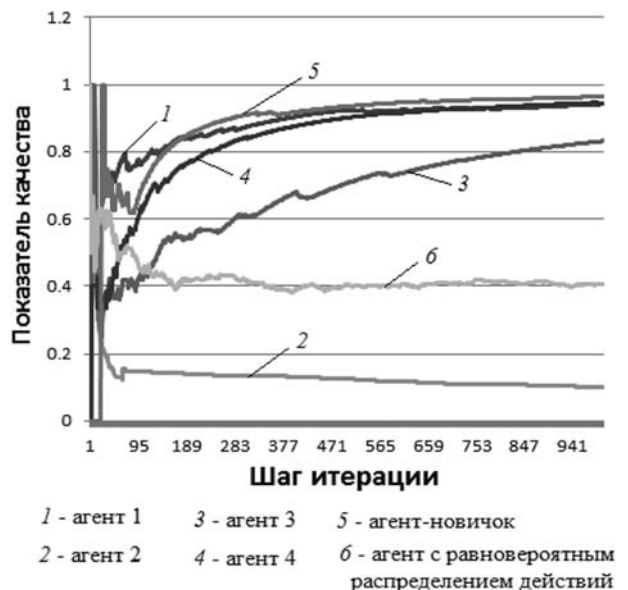


Рис. 8. Эксперимент 4: зависимость показателей качества действий агентов от шага итерации

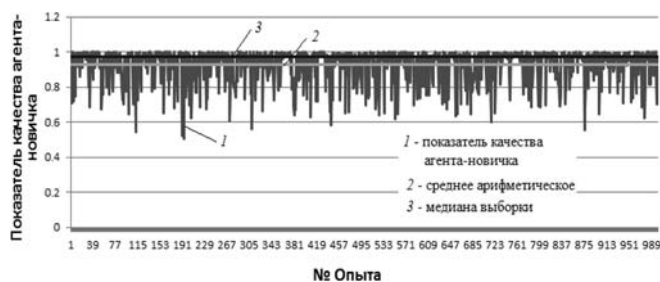


Рис. 9. Статистика показателей качества агента-новичка за 1000 экспериментов

риментов (рис. 9): среднее арифметическое данной выборки (линия 2 на графике) равно 0,92, а медиана выборки (линия 3 на графике) равна 0,97. Эти значения говорят о высоких показателях качества действий агента, использующего общую базу прецедентов и действующего в различных случайных начальных расстановках.

Заключение

В работе на примере обучения с подкреплением мобильного агента показано, что форма представления свойств объектов окружающей среды в виде мультимножеств является удобной для представления входных сенсорных данных и позволяет агрегировать сенсорные данные агента, снижая тем самым размерность входной задачи. Из экспериментов видно, что показатели качества всех обучающихся агентов выше, чем агента с равновероятностной

возможностью действия, что говорит, как минимум, о целесообразности их поведения [6].

Кроме того, данные, накопленные несколькими агентами в процессе своего обучения и хранящиеся в базе прецедентов в виде связки "мультимножество, характеризующее ситуацию — стохастический вектор действий", успешно используются агентом-новичком. Это подтверждает возможность разрешения коллизий, возникающих, когда в базе прецедентов находятся несколько экземпляров одного и того же мультимножества, но экстремумы стохастических векторов противоположны.

Список литературы

1. Добрынин Д. А., Карпов В. Э. Моделирование некоторых простейших форм поведения: от условных рефлексов к индуктивной адаптации // Сборник научных трудов I Международной конференции "Системный анализ и информационные технологии САИТ-2005" (12—16 сентября 2005 г., Переславль-Залесский, Россия). М.: КомКнига, 2005. Т. 1. С. 188—193.
2. Петровский А. Б. Пространства множеств и мультимножеств. М.: Едиториал УРСС, 2003. 248 с.
3. Петровский А. Б. Многокритериальное принятие решений по противоречивым данным: подход теории мультимножеств // Информационные технологии и вычислительные системы. 2004. № 2.
4. Варшавский В. И., Поспелов Д. А. Оркестр играет без дирижера. Размышления об эволюции некоторых технических систем и управления ими. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 208 с.
5. Карпов В. Э. К вопросу об управлении мобильным роботом в условиях общей постановки задачи // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2008. № 1. С. 2—9.
6. Цетлин М. И. Исследование по теории автоматов и моделированию биологических систем. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1969. 316 с.

V. V. Vorobyev, Postgraduate student, e-mail: gatus86@mail.ru,

E. A. Parshikova, Postgraduate student, e-mail: Parshikoff87@gmail.com,

Moscow Institute of Electronics and Mathematics National Research University "High School of Economics, Moscow

Application of Multisets for Assessment of the Situation by the Mobile Agent

The mobile agent needs the developed receptors for existence in a dynamic environment with unknown characteristics. But the increase in the number of receptors leads to a significant increase in the complexity of the processing of the signals coming from these sensors. The problem of the dimension of the input sensory data of agent occurs. The article discusses the possibility of using of multisets to reduce the dimension of the input data vector from sensors and the possibility of using of multisets for further assessment of the situation by the mobile agent. On the example of the mobile agent reinforcement learning it is shown that the presentation of the properties of the environment in the form of multisets allows to aggregate the sensory data of agent, thereby reducing the dimension of the input data vector.

Keywords: multisets, data aggregation, mobile agent, intelligent bots, recognition of situations, control theory, reinforcement learning, learning by example, the base of precedents, finite state machine

References

1. Dobrynin D. A., Karpov V. E. Modelirovanie nekotorykh prosteyshih form povedeniya: ot uslovnnykh refleksov k individualnoy adaptatsii. *Sbornik nauchnykh trudov I Mezhdunarodnoy konferentsii "Sistemnyy analiz i informacionnyye tehnologii. SAIT-2005"* (12—16 September 2005, Pereslavl-Zaleskiy, Russia). M.: KomKniga, 2005. V. 1. P. 188—193.
2. Petrovskiy A. B. *Prostranstva mnozhestv i multimnozhestv*. M.: Editorial URSS, 2003. 248 p.
3. Petrovskiy A. B. *Mnogokriterialnoe prinyatie resheniy po protivorechivym dannym: podhod teorii multimnozhestv. Informacionnyye tehnologii i vychislitelnye sistemy*. 2004. N. 2.
4. Varshavskiy V. I., Pospelov D. A. *Orkestr igraet bez dirizhera. Razmyshleniya ob cvolucii nekotorykh tehnikeskikh system i upravleniya imi*. M.: Nauka. Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury, 1984. 208 p.
5. Karpov V. E. K voprosu ob upravlenii mobilnym robotom v usloviyah obschey postanovki zadachi. *Vestnik kompyuternykh i informacionnykh tehnologiy*. 2008. N. 1. P. 2—9.
6. Cetlin M. I. *Issledovaniye po teorii avtomatov i modelirovaniyu biologicheskikh system*. M.: Nauka. Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury, 1969. 316 p.