

References

1. **Norenkov I. P.** Osnovy avtomatizirovannogo proektirovaniya. M.: Izd-vo MGTU im. N. Je. Baumana, 2000. 360 p.
2. **Norenkov I. P.** Sistemy avtomatizirovannogo proektirovaniya. Kn. 1. Principy postroeniya i struktura. M.: Vyssh. shk., 1986. 124 p.
3. **Zarubin V. S.** Matematicheskoe modelirovanie v tehnikе. M.: Izd-vo MGTU im. N. Je. Baumana, 2010. 496 p.
4. **Zarubin V. S.** Modelirovanie. M.: Izd. centr "Akademija", 2013. 336 p.
5. **Zarubin V. S.** Matematicheskoe modelirovanie processov v kontinual'nyh sistemah // Informacionnye tehnologii. 1995. N. 0. P. 11–14.
6. **Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N., Stankevich I. V., Temis Ju. M.** Matematicheskoe modelirovanie termomechanicheskikh processov // Informacionnye tehnologii. 2005. N. 9. P. 39–45.
7. **Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N., Savel'eva I. Ju.** Teploprovodnost' kompozitov s sharovymi vkljuchenijami. Vyvod, ocenka dostovernosti i parametricheskij analiz raschetnyh formul. Saarbrücken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. 77 p.
8. **Кас Е. А.** Fullereny, uglerodnye nanotrubki i nanoklastery. Rodoslovnaja form i idej. M.: Izd-vo LKI, 2008. 296 p.
9. **Golovin N. N., Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N.** Smesevye modeli mehaniki kompozitov. Ch. 1. Termomehanika i termouprugost' mnogokomponentnoj smesi // Vestnik MGTU im. N. Je. Baumana. Ser. Estestvennye nauki. 2009. N. 3. P. 36–49.
10. **Zarubin V. S.** Inzhenernye metody reshenija zadach teploprovodnosti. M.: Jenergoatomizdat, 1983. 328 p.
11. **Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N.** Matematicheskie modeli mehaniki i jelektrodinamiki sploshnoj sredy. M.: Izd-vo MGTU im. NJe. Baumana, 2008. 512 p.
12. **Shermergor T. D.** Teorija uprugosti mikroneodnorodnyh sred. M.: Nauka, 1977. 400 p.
13. **Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N., Savel'eva I. Ju.** Jefferktivnyj kojefficient teploprovodnosti kompozita s sharovymi vkljuchenijami // Teplovyje processy v tehnikе. 2012. N. 10. P. 470–474.
14. **Zarubin V. S., Kotovich A. V., Kuvyrkin G. N.** Ocenki jefferktivnogo kojefficienta teploprovodnosti kompozita s anizotropnymi sharovymi vkljuchenijami // Izv. RAN. Jenergetika. 2012. N. 6. P. 118–126.
15. **Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N., Savel'eva I. Ju.** Ocenka jefferktivnoj teploprovodnosti kompozita s sharovymi vkljuchenijami metodom samosoglasovanija // Nauka i obrazovanie. 2013. 09. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/601512.html> (data obrashhenija 26.05.2014). DOI: 10.7463/0913.0601512.
16. **Coriell S. R., Jackson J. L.** Bounds on transport coefficients of two-phase materials // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. N. 10. P. 4733–4736.
17. **Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N., Savel'eva I. Ju.** Vlijanie vzaimnogo raspolozhenija volokon na teploprovodnost' odnonapravlenogo voloknistogo kompozita // Izv. vuzov. Mashinostroenie. 2014. N. 2. P. 20–28.
18. **Vlasova E. A., Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N.** Priblizhennye metody matematicheskoj fiziki. M.: Izd-vo MGTU im. N. Je. Baumana, 2001. 700 p.

УДК 519.6

А. Н. Вдовин, канд. биол. наук, вед. науч. сотр., e-mail: vdovin@tinro-center.ru,
"ТИНРО-Центр", г. Владивосток,

А. Н. Четырбоцкий, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., e-mail: chetyrbotsky@yandex.ru,
ДВГИ ДВО РАН, г. Владивосток,

В. А. Четырбоцкий, студент, e-mail: vel4232@gmail.com, МГУ им. М. В. Ломоносова

Компьютерное моделирование динамики роста рыб (на примере южного одноперого терпуга *Pleurogrammus azonus*). Часть II

На основании результатов анализа выборочного распределения длины и массы рыб разработаны численные модели их динамики, где учитывается ограниченность фазового пространства (конечность времени жизни, предельность длины и массы) и полагается функциональная связь между длиной и массой рыб, этапность их жизненного цикла и влияние сезонных факторов. Для оценки параметров проведена серия вычислительных экспериментов. Показано, что динамика длины определяется 18-месячной гармонической составляющей, а динамика масс — 12-месячной и 18-месячной составляющими. Выполнена предметная интерпретация полученных результатов.

Ключевые слова: выборочное распределение, численная модель, задача поиска минимума, адекватность модели

Введение

Для представления динамики параметров состояния рыб (массы, линейного роста и т. д.) обычно используют положение, согласно которому их отдельный индивид есть система составляющих его элементов (различных органов). Поскольку фиксированные значения параметров характеризуют систему (отдельную рыбу) в конкретном ее состоя-

нии (в том числе и ее возраст), то между ними существует определенная функциональная зависимость. Частный случай этой зависимости состоит в представлении связи между массой и линейным ростом (в дальнейшем просто ростом или длиной) посредством так называемой аллометрической формулы (в ней постулируется близость пропорциональности массы кубу длины). Поскольку длина

рыбы — монотонно возрастающая функция, то и масса также монотонно возрастает. Отличие этих характеристик состоит в имеющих место различных потерях массы (вымет половых продуктов, снижение интенсивности питания и т. д.).

Актуальность изучения функциональных зависимостей между отдельными характеристиками рыб обусловлена задачей представления индивидуумов популяций посредством системы элементов, что существенным образом упрощает построение иерархической структуры самой популяции или научно-обоснованных положений о мере структурированности системы. Следует также отметить, что терпуг — это массовый ценный промысловый вид рыбы в странах Дальнего Востока.

Цель работы состоит в разработке модели, где учитывается совместная динамика линейного роста и массы особей терпуга. Для решения этой задачи следует провести анализ данных выборочных распределений. Далее на основании полученных результатов надо выполнить оценку адекватности современных моделей этого класса и предлагаемой здесь модели. Мерой "качества" соответствия выборочных и модельных распределений выступает значение функционала так называемой невязки, который есть сумма квадратов отклонений выборочного и модельного распределений в отдельные моменты времени.

1. Анализ данных выборочных распределений

Выборочным распределением здесь выступают собранные в научно-исследовательских и промысловых рейсах материалы, которые дополнены материалами с рыбокомбинатов Приморского края (Японское море) в 1960—1986 гг. Для определения возраста была использована методика его оценки

по чешуе [4]. Поскольку в Приморье массовый выклев личинок происходит в октябре, средний возраст особей в выборках определяли с точностью до 0,5—1 месяца. Методика числовой оценки параметров была построена таким образом, чтобы эмпирический материал в наибольшей степени соответствовал полному циклу онтогенеза терпуга. Материал представляет 5238 рыб, для которых были определены их рост и масса. На его основании была сформирована выборка достаточно равномерных распределений по возрастам 61 наблюдения.

На рис. 1 показаны временные распределения средних размеров (длины), масс и совместное их изменение.

Форма кривой распределения длины указывает на ее монотонный рост в течение всего жизненного цикла (коэффициент корреляции между ней и возрастом составляет 0,953). Тут временное распределение разбивается на участок интенсивного роста (ограниченного примерно 18 месяцами) и участок его плавного монотонного остального изменения. Крутизна первого участка отражает интенсивный рост молоди, для которой главная функция организма состоит в росте размеров тела. После наступления периода половозрелости темп роста заметно снижается (второй участок). Некоторая "рябь" следования кривой на втором участке обусловлена, по-видимому, сезонной изменчивостью скорости обменных процессов. На заключительном этапе жизни основная часть потребляемой пищи тратится на поддержание жизнедеятельности, что приводит к значительному снижению темпов роста.

Форма кривой распределения массы указывает на сезонность его приростов, чередованием их положительных и отрицательных значений, высокое значение коэффициента корреляции 0,67 между массой и возрастом — на тесное их взаимное соответствие. Также отмечается высокая корреляция (0,890) между ростом и массой. Интересно заметить, что значение коэффициента корреляции для участка интенсивного роста рыб составляет 0,946 (рис. 1, а и в). Более высокое его значение указывает на поступательный характер увеличения массы молоди, что обусловлено преобладанием структурного (белкового) роста [3]. Высокие темпы динамики длины и массы молоди не сдерживают интенсивное жироаккумуляцию и развитие половых продуктов. После полутора лет жизни активизируются процессы генеративного роста (созревание половых продуктов), вследствие чего темп роста заметно снижается (второй участок). Некоторая "рябь" изменения кривой на втором участке, по-видимому, отражает сезонную изменчивость.

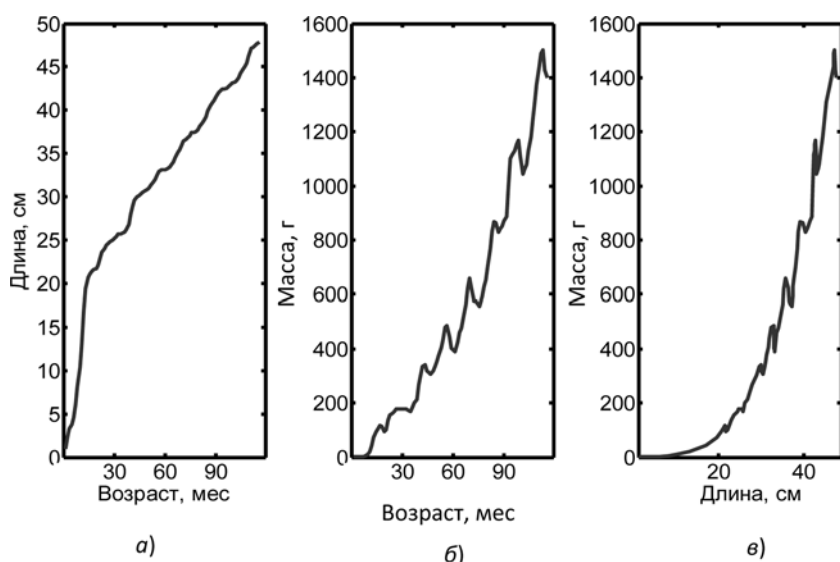


Рис. 1. Временные распределения длины, массы и совместное их изменение

2. Численное моделирование динамики размеров рыб

Динамика размеров рыб представлена огромным арсеналом численных моделей [1, 7, 10, 12]. Среди них особое место занимает модель Бергаланфи [11], которая в некоторых исследованиях принимается за "естественную природную закономерность" динамики длины и массы рыб. В практике численного моделирования их выражения определяются записями

$$l = l_{\infty}[1 - \exp(-k_l t)]; \quad (1)$$

$$w = w_{\infty}[1 - \exp(-k_w t)], \quad (2)$$

где l и w — длина и масса рыб в момент времени t ; k_l и k_w — соответствующие коэффициенты размерности $1/t$; l_{∞} , w_{∞} — рассчитываемые на основании выборочных распределений параметры соотношений (1) и (2). Легко заметить, что механизм динамики длины и массы определяется положением о равенстве константе относительного временного прироста (для l — это k_l , а для w — это k_w). Отрицательность константы указывает на падение с возрастом относительных приростов длины и массы.

В некоторых случаях вместо записи (2) используется так называемая аллометрическая формула:

$$w = \alpha l^{\beta}, \quad (2a)$$

где α , β — неотрицательные коэффициенты, которые подлежат определению на основании согласованных между собой выборочных распределений l и w . Для рассматриваемого выборочного материала оценки параметров (1) и (2a) определяются интервалами: $l_{\infty} = 52$, $k_l = 0,980 \pm 0,0070 \text{ мес}^{-1}$ и $\alpha = (6,125 \pm 0,032) \cdot 10^{-3} \text{ г} \cdot \text{см}^{-\beta}$, $\beta = 3,197 \pm 0,027$. Коэффициенты детерминации (квадраты коэффициентов корреляции между модельным и выборочным распределениями) составляют для (1) 0,979 и для (2a) 0,998.

Следует заметить близость к значению 3 коэффициента β , что соответствует принятию допущения о пропорциональности массы объему тела рыбы (он равен массе рыбы, умноженной на ее плотность).

Согласно соотношениям (1), (2) и (2a) динамика размеров рыб следует монотонному росту, при котором отсутствует их сезонная изменчивость. Необходимо также отметить, что при использовании (2) отсутствуют отрицательные приросты массы (см. рис. 1, б). В связи с чем актуальными являются более детальные модельные разработки динамики l и w .

Для представления динамики l здесь используется принятое в системе "ресурс-потребитель" стандартное положение, согласно которому она (дина-

мика) определяется текущим значением l и текущим значением доступного для нее "ресурса" $l_{\max} - l$. Дополнительный учет характера динамики l приводит к наиболее общему в таком случае соотношению

$$dl/dt = \varphi_l(t)(l_{\max} - l)^{\gamma} l, \quad (3)$$

где $\varphi_l(t)$, γ — некоторая функция и параметр модели (3). Они подлежат оцениванию на основании выборочных данных [2, 8, 9]. Если $[l] = \text{см}$, то $[\varphi_l(t)] = [\text{мес} \cdot \text{см}^{\gamma}]^{-1}$. Нелинейность правой части соотношения (3) отражает определенную скачкообразность изменения кривой динамики (она следует из анализа рис. 1). Показатель степени γ характеризует интенсивность "трансформации ресурса" $\varphi_l(t)(l_{\max} - l)^{\gamma}$ длины в динамику $\ln l$ и определяет различия ее темпов у молодых (следует рис. 1, полутора лет) и более взрослых рыб [6]. Действительно, при $\varphi_l(t) = \text{const}$ чем выше γ , тем ближе точка перегиба кривой $l(t)$ расположена к началу координат, иными словами, тем выше темп роста длины молодых особей. С возрастом он снижается, вплоть до его прекращения у самых возрастных рыб.

Согласно вычислительным экспериментам $\varphi_l(t) = \varphi_0 + \varphi_1 \cos(\omega t) + \varphi_2 \sin(\omega t)$, $\omega = 2\pi/18$, $\varphi_0 = (7,657 \pm 0,824) \cdot 10^{-7}$, $\varphi_1 = (-3,734 \pm 0,481) \cdot 10^{-7}$ и $\varphi_2 = (3,626 \pm 0,339) \cdot 10^{-7}$, $\gamma = 3,285 \pm 0,084$. На рис. 2 показано выборочное и модельные распределения длины.

Кривые выборочной длины и модели Бергаланфи близки в начальный и конечный периоды жизненного цикла рыб. Такая ситуация обусловлена плавным характером их изменения. Кривая модели Бергаланфи только указывает тренд динамики и в меньшей степени отражает ее реальность (в том числе конечность длины рыб). Пересечением кривых выборочной длины и модели (3) соответствует возраст около полутора и шести лет. До точки их

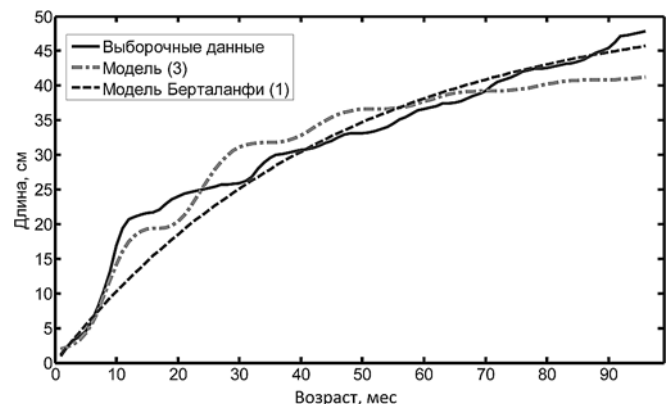


Рис. 2. Динамика длины рыб (выборочное и модельные распределения)

первого пересечения они практически не отличаются. Стремительный рост происходит первые полтора года, а далее к октябрю, с началом осеннего выхолаживания вод, он замедляется (в возрасте одного года). Между пересечениями выборочная длина меньше ее модельного образа, что обусловлено преобладанием тугорослых особей (медленно растущих рыб) в общей массе рыб. Затем следует обратная картина, которая характеризуется низкими амплитудами сезонной ритмики и выходом на плато. В этой ситуации модельное распределение в большей степени, чем усредненное выборочное распределение, отражает индивидуальную динамику длины рыб, поскольку динамика зависит от вариабельности этого показателя и селективной смертности рыб [5].

В практике расчета массы рыб обычно используют выражения (2) и (2а). Для рассматриваемого выборочного материала оценки параметров (2) определяются интервалами: $w_{\infty} = 2500$ г и $k_w = 0,948 \pm 0,012$ мес⁻¹. Коэффициент детерминации для (2) составляет 0,943. На рис. 3 показаны выборочные и модельные распределения массы рыб.

Здесь в наибольшей степени различаются кривые выборочной массы и его модельного образа (2а), где задаются выборочные значения длины. Вместе с тем выборочная кривая наиболее близка к точечной кривой. Она также задается уравнением (2а), но длина l определяется выражением (3). В этом и проявляется функциональная связь длины и массы: в отдельные моменты времени модельная динамика массы "подстраивается" под соответствующую ей модельную динамику длины. Отличие заданных одной формулой (2а) кривых, но с различным представлением длины, обусловлено следующим. Модельные данные нивелируют "шум", обусловленный селективной смертностью (жизненный цикл медленно растущих рыб, как правило, короче жизненного цикла остальных рыб). Низкая выживаемость мед-

леннорастущих рыб проявляется в старших возрастных группах, что заметно завышает темпы популяционного роста с шестого года жизни [5].

При этом кривая модели 2а в срединный отрезок жизни рыб в меньшей степени отражает сезонную динамику массы. Вероятно, это обусловлено тем, что при наступлении периода половозрелости амплитуда колебаний массы резко увеличивается за счет динамики жиронакопления и динамики массы половых продуктов [5, 13]. Последний этап характеризуется снижением интенсивности обменных процессов, следствием чего является уменьшение амплитуды колебания массы (в относительном выражении).

Разработка модели динамики массы рыб здесь выполнялась на основании анализа кривой его относительного прироста в единицу времени (рис. 4).

Распределение участков кривой указывает на ритмический характер затухания относительного прироста массы, где ритмичность соответствует последовательности жизненных циклов организма. Наибольший относительный прирост имеют рыбы до момента их полового созревания, наименьший прирост — в конечный период своей жизни, когда практически вся обеспечиваемая пищей энергия тратится на поддержание жизни.

В рамках этих фактов достоверным представляется допущение, что динамика массы пропорциональна ее степенной функции. А коэффициентом пропорциональности выступает гармоническая функция времени:

$$dw/dt = \varphi_w(t)w^{\mu}, \quad (4)$$

где μ — подлежащая определению неотрицательная константа. Согласно вычислительным экспериментам сомножитель в соотношении (3) характеризуется двумя гармониками с периодами 12 и 18 месяцев.

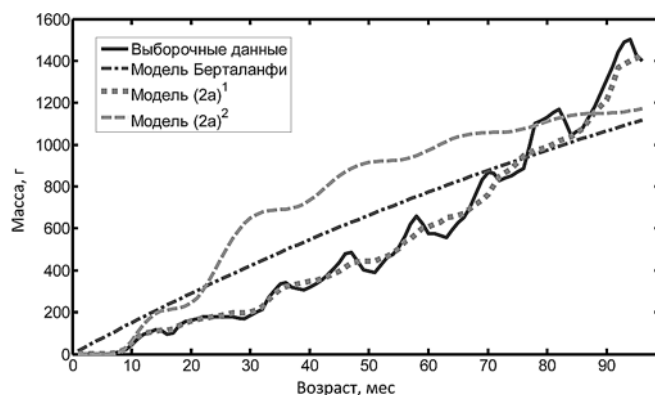


Рис. 3. Выборочные и модельные распределения массы (верхние индексы указывают выборочную (1) или модельную (2) подстановку в (2а) длины)

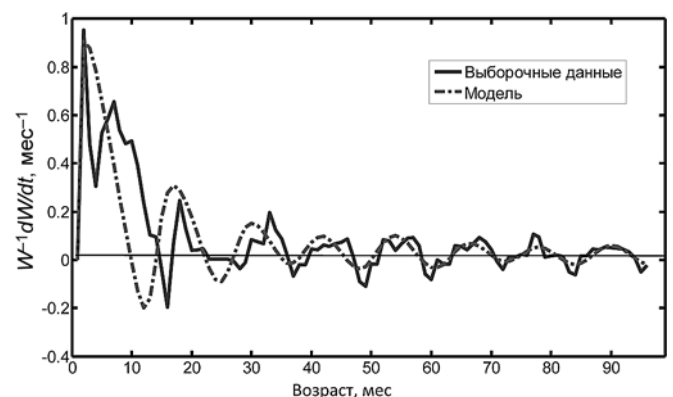


Рис. 4. Выборочное и сглаженное распределения относительного прироста массы в единицу времени

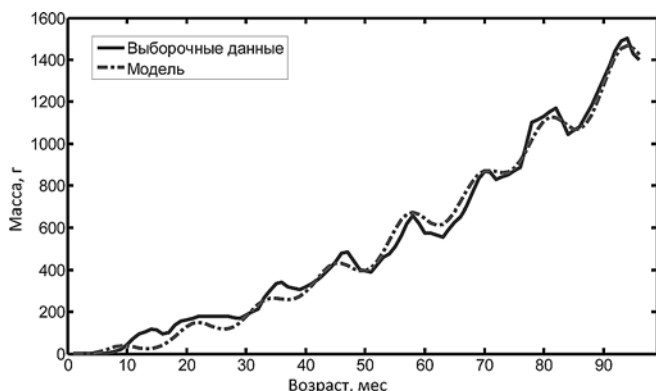


Рис. 5. Выборочное и модельное распределения массы

$$\text{Тогда } \varphi_w(t) = \varphi_{w0} + \sum_{k=1}^2 [\varphi_{w1,k} \cos(\omega_k t) + \varphi_{w2,k} \sin(\omega_k t)],$$

где $\omega_1 = 2\pi/12$ и $\omega_2 = 2\pi/18$. Значения параметров определяются интервалами: $\varphi_{w0} = 1,499 \pm 0,214$; $\varphi_{w1,1} = -2,519 \pm 0,907$; $\varphi_{w2,1} = 0,915 \pm 0,664$; $\varphi_{w1,2} = 0,661 \pm 0,496$; $\varphi_{w2,2} = -0,328 \pm 0,503$ и $\mu = 0,388 \pm 0,026$. Коэффициент детерминации равен 0,994. Взаимное расположение кривых указывает на хорошее для практики соответствие выборочного и модельного распределений. На рис. 5 показаны выборочное и модельное распределения массы.

Динамика массы рыбы здесь определяется двумя гармоническими составляющими. Первая, 12-месячная (годовая) составляющая обусловлена циклическостью вращения Земли вокруг Солнца, а вторая, 18-месячная, по-видимому, обусловлена присущим данному виду рыб специфичным внутренним генетическим циклом.

Интересно заметить, что включение в набор периодов дополнительных гармонических составляющих приводит к значительному несовпадению отмеченных кривых. В частности, при включении трех и/или четырех составляющих дисперсии ошибки равны 1866,358 и 1865,593. Тогда как при исходном наборе она равна 1866,708. Проведенные вычислительные эксперименты показывают, что только такой набор 12- и 18-месячных гармонических составляющих обуславливает наибольшее совпадение выборочного и модельного распределений.

Заключение

Выполнена формализация численных моделей динамики длины и массы рыб, где учитывалась ограниченность фазового пространства (конечность времени жизни, предельность длины и массы) и

полагалась функциональная связь между длиной и массой особей, этапность их жизненного цикла и комплексное влияние сезонных факторов. Для оценки адекватности между выборочным и модельным распределениями проведена серия вычислительных экспериментов. Численные эксперименты показывают, что динамика длины определяется 18-месячной гармонической составляющей, а динамика массы — 12-месячной и 18-месячной составляющими. Выполнена предметная интерпретация полученных результатов.

Список литературы

1. **Базыкин А. Д.** Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. 368 с.
2. **Бард Й.** Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика, 1979. 349 с.
3. **Вдовин А. Н.** Биология и динамика численности южного одноперого терпуга (*Pleurogrammus azonus*) // Изв. ТИНРО, 1998. Т. 123. С. 16–45.
4. **Вдовин А. Н., Васильков В. П.** Определение возраста южного одноперого терпуга *Pleurogrammus azonus* Jordan et Metz (Hexagrammidae) алгоритмическими методами распознавания образов с обучением // Вопр. ихтиологии. 1982. Т. 22, вып. 6. С. 1006–1014.
5. **Вдовин А. Н., Швыдкий Г. В.** Физиологические аспекты роста одноперого терпуга *Pleurogrammus azonus* в водах Приморья // Вопр. ихтиологии, 1993. Т. 33, вып. 1. С. 156–160.
6. **Вдовин А. Н., Четырбоцкий А. Н., Четырбоцкий В. А.** Компьютерное моделирование динамики роста рыб (на примере южного одноперого терпуга *Pleurogrammus azonus*. Часть I. // Информационные технологии. 2015. № 2. С. 116–120.
7. **Суханов В. В.** Математическая модель сезонной динамики весового роста молоди нерки (*Oncorhynchus nerka*, Walb.) // Вопр. ихтиологии, 1974. Т. 14, № 4. С. 575–580.
8. **Четырбоцкий А. Н.** Параметрическая идентификация математической модели формирования плазменно-электролитических покрытий // Информационные технологии. 2006. № 9. С. 60–67.
9. **Четырбоцкий А. Н.** Крупномасштабное математическое моделирование пространственно-временной динамики морского ледяного покрова (на примере Японского моря). Владивосток: Дальнаука, 2009. 195 с.
10. **Akamaine T.** Non-linear and graphical method for fish stock analysis with statistical modeling // Aqua-BioSci. Monogr., 2009. V. 2, N. 3. P. 1–45.
11. **Bertalanffy L.** Principles and theory of growth // Fundamental aspects of normal and malignant growth. Amsterdam: Elsevier, 1960. P. 137–259.
12. **Enberg K., Dunlop E. S., Jørgensen C.** Fish grows // Ecological models. 2008. P. 1564–1572.
13. **Vdovin A., Antonenko D.** Correlation between fat content and features of generative growth of arabesque greenling *Pleurogrammus azonus* // Journal of Coastal Life Medicine. 2014. V. 2, N. 9. P. 679–683.

The Computer Simulation of the Dynamics of the Length and Weight of Fish (on the Example of South Odnoperogo of Atka Mackerel *Pleurogrammus Azonus*)

Based on the analysis of the sampling distribution length and weight of fish developed numerical models of their dynamics, which take into consideration the limited phase space (limb lifetime limit length and weight) and relies on the functional relationship between the length and weight of individuals, stages of their life cycle and the impact of seasonal factors. To estimate parameters, we performed a series of computational experiments. It is shown that the dynamics of the length is determined by the 18-month harmonic component, and the dynamics of weight — 12-month and 18-month components. Performed substantive interpretation of the results.

Keywords: *sampling distribution, the numerical model, the task of finding the minimum, the adequacy of the model*

References

1. **Bazykin A. D.** *Nelinejnaja dinamika vzaimodejstvujushhh populacij*. Izhevsk: Institut Komp'juternyh issledovanij. 2003. 368 p.
2. **Bard J.** *Nelinejnoe ocenivanie parametrov*. M.: Statistika, 1979. 349 p.
3. **Vdovin A. N.** Biologija i dinamika chislennosti juzhnogo odnoperogo terpuga (*Pleurogrammus azonus*). *Izv. TINRO*, 1998. V. 123. P. 16—45.
4. **Vdovin A. N., Vasil'kov V. P.** Opredelenie vozrasta juzhnogo odnoperogo terpuga *Pleurogrammus azonus* Jordanet Metz (Hexagrammidae) algoritmicheskimi metodami raspoznavanija obrazov s obucheniem. *Voprosi ihtiologii*. 1982. V. 22, issue 6. P. 1006—1014.
5. **Vdovin A. N., Shvydkij G. V.** Fiziologicheskie aspekty rosta odnoperogo terpuga *Pleurogrammus azonus* v vodah Primor'ja. *Vopr. Ihtiologii*. 1993. V. 33, issue 1. P. 156—160.
6. **Vinberg G. G.** Zavisimost' jenergeticheskogo obmena ot massy tela u vodnyh pojkilotermnyh zhivotnyh. *Zhurn. obshh. Biologii*. 1976. V. 37, N. 1. P. 56—70.
7. **Suhanov V. V.** Matematicheskaja model' sezonnoj dinamiki vesoyogo rosta molodi nerki (*Oncorhynchus nerka*, Walb.). *Vopr. Ihtiologii*. 1974. V. 14, N. 4. P. 575—580.
8. **Chetyrbockij A. N.** Parametricheskaja identifikacija matematicheskoj modeli formirovanija plazmenno-jelektroliticheskikh pokrytij. *Informacionnye tehnologii*. 2006. N. 9. P. 60—67.
9. **Chetyrbockij A. N.** *Krupnomasshtabnoe matematicheskoe modelirovanie prostranstvenno-vremennoj dinamiki morskogo ledjanogo pokrova (na primere Japonskogo morja)*. Vladivostok: Dal'nauka, 2009. 195 p.
10. **Akamaine T.** Non-linear and graphical method for fish stock analysis with statistical modeling. *Aqua-BioSci. Monogr.* 2009. Vol. 2, N. 3. P. 1—45.
11. **Bertalanffy L.** *Principles and theory of growth. Fundamental aspects of normal and malignant growth*. Amsterdam: Elsevier, 1960. P. 137—259.
12. **Enberg K., Dunlop E. S., Jørgensen C.** Fish grows. *Ecological models*. 2008. P. 1564—1572.
13. **Vdovin A., Antonenko D.** Correlation between fat content and features of generative growth of arabesque greenling *Pleurogrammus azonus*. *Journal of Coastal Life Medicine*. 2014. V. 2, N. 6. P. 679—683.