

References

1. Sobol I. M., Statnikov R. B. *Vybor optimalnykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriyami*. M.: Drofa, 2006. 175 p.
2. Nogin V. D. *Prinyatie resheniy v mnogokriterialnoy srede: kolichestvennyy godkhod*. M.: FIZMATLIT, 2004. 176 p.
3. Gladkov L. A., Kureychik V. V., Kureychik V. M. *Geneticheskie algoritmy*. M.: FIZMATLIT, 2006. 320 p.
4. Deb K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Hoboken: Wiley, 2009. 536 p.
5. Kazakov P. V. Geneticheskie algoritmy mnogokriterialnoy optimizatsyi. Obzor. *Informatsionnye tekhnologii*. 2011. N. 9. P. 2–8.
6. Pupkov K. A., Feoktistov V. A. Algoritm differentsyalnoy evolyutsii dlya zadach tekhnicheskogo proektirovaniya. *Informatsionnye tekhnologii*. 2004. N. 8. P. 25–31.
7. Kazakov P. V. Ocenka effektivnosti geneticheskikh algoritmov mnogokriterialnoy optimizatsyi. Chast 2. *Informatsionnye tekhnologii*. 2012. N. 9. P. 42–46.
8. Karpenko A. P., Ovchinnikov V. A., Semenikhin A. S. Programmaya sistema PRADIS // FRONT dlya postroeniya mnozhestva Pareto v zadache mnogokriterialnoy optimizatsyi dinamicheskikh sistem s ispolzovaniem paralelnogo geneticheskogo algoritma. *Informatsionnye tekhnologii*. 2009. N. 8. P. 27–33.
9. Coello Coello C., Reyes Sierra M. A Coevolutionary Multi-objective Evolutionary Algorithm. *Proc. of the 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC'2003)*. 2003. Vol. 1. P. 482–489.
10. Karpenko A. P., Mitina E. V., Semenikhin A. S. Kogeneticheskiy algoritm Pareto-approximatsyi v zadache mnogokriterialnoy optimizatsyi. *Informatsionnye tekhnologii*. 2013. N. 1. P. 22–32.
11. Storn R., Price K. Differential Evolution — A Fast and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*. 1997. N. 11. P. 341–359.
12. Kukkonen S., Lampinen J. An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints. *Proc. of Parallel Problem Solving from Nature — PPSN VIII*. 2004. P. 752–761.
13. Mezura-Montes E., Velazques-Reyes J., Coello Coello C. Comparing Differential Evolution Models for Global Optimization. *Proc. of the 2006 Genetic and Evolutionary Computation Conference — GECCO 2006*. 2006. Vol. 1. P. 485–492.
14. Abbass H., Sarker R., Newton C. PDE: A pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems. *Proc. of the Congress on Evolutionary Computation 2001 (CEC'2001)*. 2001. Vol. 2. P. 971–978.
15. Xue F., Sanderson A., Graves R. Pareto-based multi-objective differential evolution. *Proc. of the 2003 Congress on Evolutionary Computation — CEC 2003*. 2003. Vol. 2. P. 862–869.
16. Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2002. Vol. 6, N. 2. P. 182–197.
17. Zitzler E., Laumanns M., Thiele L. SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. *Proc. of the EUROGEN 2001. Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems*. 2002. P. 95–100.
18. Iorio A., Li X. Incorporating directional information within a differential evolution algorithm for multi-objective optimization. *Proc. of the 2006 Genetic and Evolutionary Computation Conference — GECCO 2006*. 2006. Vol. 1. P. 675–682.
19. Robic T., Filipic B. DEMO: Differential evolution for multi-objective optimization. *Proc. of the Third International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization — EMO 2005*. 2005. P. 520–533.
20. Tutar T., Filipic B. Differential Evolution Versus Genetic Algorithms in Multiobjective Optimization. *Proc. of the Fourth International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization — EMO 2007*. 2007. P. 257–271.
21. Kazakov P. V. Ocenka effektivnosti geneticheskikh algoritmov mnogokriterialnoy optimizatsyi. Chast 1. *Informatsionnye tekhnologii*. 2012. N. 8. P. 2–6.

УДК 519.6

А. Н. Вдовин, канд. биол. наук, вед. науч. сотр.,

"ТИНРО-Центр", г. Владивосток, e-mail: vdovin@tinro-center.ru,

А. Н. Четырбоцкий, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.,

ДВГИ ДВО РАН, г. Владивосток, e-mail: chetyrbotsky@yandex.ru,

В. А. Четырбоцкий, студент,

МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, e-mail: ve14232@gmail.com

Компьютерное моделирование динамики роста рыб (на примере южного одноперого терпуга *Pleurogrammus azonus*) Часть 1

В рамках положений системы типа "ресурс—потребитель" разработана модель динамики роста рыб. При ее построении учитывалась предельная длина рыбы, этапность ее жизненного цикла и влияние сезонных факторов. Выполнена параметрическая идентификация модели. Согласно ей проведена оценка статистических свойств параметров модели, установлена адекватность между эмпирическим распределением и ее модельным образом. На основании вычислительных экспериментов выявлена продолжительность периода этапности жизненного цикла.

Ключевые слова: динамика роста, логистическое уравнение, параметрическая идентификация, задача поиска минимума, адекватность модели

Введение

Для представления популяционной динамики биологических видов имеется огромное число многообразных количественных соотношений, при формулировке которых учитываются особен-

ности их жизненного цикла. Основная часть из них характеризует динамику численности (биомассы) организмов (большой спектр таких моделей был рассмотрен А. Д. Базыкиным [1]). Существенно меньше число работ, где изучается динамика роста

и массы именно рыб [6, 12, 16—18]. Между тем, эти характеристики широко используют в рыбохозяйственной науке для оценки промысловой значимости определенных видов и при разработке стратегии рациональной эксплуатации сообществ морских организмов [7, 10]. В этих работах обсуждают вопросы применимости модификаций уравнений логистического роста (для длины) и уравнения Берталанфи (для массы), тогда как этапность жизненного цикла особей не учитывается. Существенным ограничением их применимости является годичная временная дискретность, что не позволяет учитывать сезонную динамику. В этой ситуации актуальной является задача разработки такой модели динамики роста, где этот цикл принимается во внимание и имеется возможность моделирования сезонной динамики.

Для разработки модели была использована статистически значимая выборка временного распределения длин южного одноперового терпуга (*Pleurogrammus azonus*). Предельный возраст его особей оценивается 96 месяцами, а предельный размер — 52 см [3]. Этот вид обитает в Тихоокеанских водах островов Хоккайдо и Хонсю, в южной части Охотского моря, в сопредельных водах Восточно-Китайского моря [11], в Японском и Желтом морях. Важность изучения его динамики обусловлена его промысловой значимостью в южной части Охотского моря и в северо-западной части Японского моря.

Для выполнения исследований использованы материалы, собранные в научно-исследовательских и промысловых рейсах, а также на рыбокомбинатах Приморского края (Японское море) в 1960—1986 гг. Возраст определяли по чешуе отработанными авторскими методиками [4]. Возраст был определен у 5298 экз. Сборы личинок проводили во время ихтиопланктонных съемок в октябре—декабре 1976—1983 гг. Всего было промерено 227 личинок. Исходя из того, что массовый выклев личинок в морских водах Приморья происходит в октябре, средний возраст особей в выборках определялся с точностью в пределах одного месяца. По средним значениям длины и возраста была построена кривая популяционного роста, опубликованная нами ранее [5]. Необходимо отметить, что исследования охватывали весь период онтогенеза.

На основании этого материала была сформирована выборка распределения роста рыб. Она характеризует достаточно равномерно распределенную по возрастам выборку из 61 наблюдения.

Модель сезонной динамики роста рыб

В практике изучения динамики роста рыб количественная формализация обычно выполняется на основании формулы роста Берталанфи

$$\dot{L} = k(1 - L/L_{\max}), \quad (1)$$

где $L = L(t)$ — длина в момент времени t (точка над переменной отвечает взятию производной по времени); $L_{\max} = L(t_{\max})$ — соответствующий t_{\max} предельный размер; k — неотрицательный коэффициент пропорциональности размерности $[L]/[t]$ (квадратные скобки указывают размерность переменных) [16—18]. Представляется разумной такая интерпретация (1). Выражение в скобках характеризует доступный для роста особи ограниченный "ресурс" ее длины. Его "трансформация" или "утилизация" непосредственно в саму длину выполняется с постоянной интенсивностью k . Решение (1) определяется соотношением

$$L(t) = L_{\max}[1 - \exp(-kt)], \quad (1a)$$

которому на плоскости $\{t, L\}$ соответствует монотонно возрастающая от начала координат до точки (t_{\max}, L_{\max}) кривая.

В рамках положений модели (1) в динамике роста рыб отсутствует этапность их жизненного цикла, наличие которой заметно при анализе эмпирического распределения (рис. 1). Здесь для учета указанной особенности предлагается соотношение

$$\dot{L} = \psi(t)(L_{\max} - L)^\gamma L, \quad (2)$$

где $\psi(t)$, γ — некоторая функция и показатель самой модели. Они подлежат оцениванию на основании экспериментальных данных. В соотношении (2) размерность $[L] = \text{см}$, а $[\psi(t)] = 1/(\text{с} \cdot \text{см}^\gamma)$. Нелинейность правой части (2) отражает определенную скачкообразность изменения кривой динамики (она следует из анализа рис. 1). Интерпретация (2) состоит в следующем. Полагается, что скорость прироста $\ln L$ определяется доступным для него "ресурсом" $(L_{\max} - L)^\gamma$. Показатель степени γ характеризует интенсивность "трансформации" ресурса в динамику $\ln L$. Он определяет различия темпов роста у молодых (следуя рис. 1, возраста до 1 года) и более взрослых рыб. Действительно, при $\psi(t) = \text{const}$, чем выше γ , тем ближе точка перегиба кривой $L(t)$ расположена к началу координат, иными словами, тем выше темп роста молодых особей, а у самых возрастных особей рост вообще прекращается.

Формализация задачи оценивания параметров модели (2) здесь принимает следующий вид:

$$\Phi(\gamma, \psi) = \sum_{i=1}^{61} [L_i^{(d)} - L(t_i)]^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

где выборка $\{L_i^{(d)} : i = 1..61\}$ соответствует временному распределению роста особей южного одноперового терпуга. Для поиска искомого решения использовался метод Левенберга—Марквардта [2], который является комбинацией метода Ньютона и метода наискорейшего спуска. В системе MATLAB программную реализацию этого метода выполняет

процедура *lsqnonlin* [8]. Достоинством данного метода является такое конструирование матрицы Гессе, при которой она имеет невырожденную обратную матрицу [2]. Далее эта обратная матрица используется для вычисления направления и шага искомого экстремума.

При использовании процедуры *lsqnonlin* матрица ковариации оценок параметров вычисляется следующим образом. Одним из выходных параметров *lsqnonlin* является якобиан $J = \{\partial\Phi(t_i)/(\partial p_m)\}$. В методе Левенберга—Марквардта искомая матрица ковариации определяется выражением

$$V \approx 2\sigma_e^2 H^{-1}, \quad (4)$$

где элементы матрицы Гессе $H = \{H_{mk} = 2 \sum_{i=1}^{NN} J_{im} J_{ik}\}$

следуют соотношению

$$H_{mq} \approx 2 \sum_{i=1}^N J_{im} J_{iq}$$

Набор $\{L(t_i), i = 1..61\}$ соответствует решению уравнения (2), для чего использовался двухшаговый метод [9]: сначала на промежуточном временном слое $k + 0,5$ рассчитываются значения $L^{(k+0,5)} = L^{(k)} + f^{(k)}\Delta t$, а затем $L^{(k+1)} = L^{(k)} + f^{(k+0,5)}\Delta t$. Метод является устойчивым при $\Delta t < 2(\partial f/\partial L)^{-1}$, где $f = \psi(t)(L_{\max} - L)^Y L$ — правая часть (2) и k — текущий номер временного слоя. В вычислительных экспериментах шаг по времени Δt подбирался исходя из требования устойчивости расчетов. Необходимо отметить, что набор $\{t_i, i = 1..61\}$ соответствует части выборки расчетных времен модели. Так, в расчетах было выполнено 200 временных шагов, а затем выбирались только те значения $\{L(t_i), i = 1..61\}$, которые соответствуют временам эмпирического распределения. В расчетах предельный возраст t_{\max} принимали равным 96 месяцам, а предельный размер — $L_{\max} = 52$ см.

Универсальный способ задания $\psi(t)$ состоит в ее представлении конечным отрезком ряда Фурье. В условиях ограниченной выборки этот способ позволяет выявить только низкочастотные составляющие изучаемого процесса [13]. Здесь для выявления периодических составляющих использовался такой прием [14]. Полагалось, что $\psi(t)$ определяется заранее заданным числом ее гармонических составляющих, частоты и амплитуды которых следуют решению задачи (3). В вычислительных экспериментах их число варьировалось, а затем заново оценивались частоты и амплитуды гармоник (заново решалась задача (3)). Для решения (3) здесь начальное приближение было задано набором: $\gamma = 1$, $\psi_0 = 10^{-6}$, $\psi_1 = 10^{-7}$ и $\psi_2 = 10^{-7}$. На первой итерации значение $\Phi_1 = 2,281 \cdot 10^3$. На 12-й итерации шаг процедуры

lsqnonlin оказался меньше заданного здесь шага 10^{-8} , что привело к останову. Тогда оказалось, что гармонике с периодом 18 месяцев соответствует наименьшее значение $\Phi(\gamma^*, \psi^*) = 913,289$. В этом случае $\gamma^* = 3,285 \pm 0,084$, $\psi^*(t) = \psi_0 + \psi_1 \cos(\omega t) + \psi_2 \sin(\omega t)$, $\omega = 2\pi/18$, $\psi_0 = (7,657 \pm 0,824) \cdot 10^{-7}$, $\psi_1 = (-3,734 \pm 0,481) \cdot 10^{-7}$ и $\psi_2 = (3,626 \pm 0,339) \cdot 10^{-7}$. В вычислительных экспериментах рассматривались случаи расширения числа параметров модели. В частности, рассматривался случай задания $\Psi(t)$ тремя гармоническими составляющими с периодами 11, 12 и 18 месяцев. Тогда число итераций поиска экстремума повысилось до 22 шагов, а значение функционала снизилось всего на 3 %.

Адекватность модели (3) выборочному распределению оценивалась на основании результатов анализа остатков (разницы между модельным и выборочным распределениями) и коэффициента корреляции между ними. Здесь среднее значение элементов вектора остатков равно $0,517 \pm 5,078$. Поскольку доверительный интервал содержит нуль, то согласно статистическим критериям этот средний остаток статистически незначим. Коэффициент же корреляции между эмпирическим и модельным распределениями оказался равным 0,958. Его близость к максимально возможному единичному значению указывает на тесную линейную связь между распределениями и их подобие. Результаты численных экспериментов представлены на рис. 1.

Сопоставление кривых показывает, что их пересечения соответствуют возрастам около 1,5 и 6 лет. До момента первого пересечения эмпирическое и модельное распределения практически не отличаются. Первые полтора года характеризуются стремительным темпом роста, замедление которого начинается только в октябре (в возрасте одного года) с началом осеннего выхолаживания вод. Между точками пересечения модельные темпы роста превышают эмпирические темпы, что обусловлено пре-

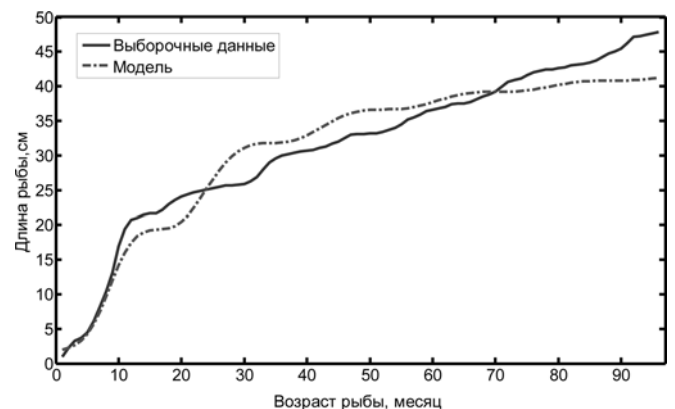


Рис. 1. Динамика усредненного по выборке данных роста рыбы (эмпирические данные и модель)

обладанием тугорослых особей в общей массе рыб. Далее имеет место обратная картина, которая характеризуется низкими амплитудами сезонной ритмики с выходом на плато. Следует подчеркнуть, что результаты модели объективнее, чем усредненные эмпирические данные, отражают особенности индивидуального роста рыб, поскольку динамика популяционного роста зависит от вариабельности этого показателя и селективной смертности рыб [5].

Модельный жизненный цикл терпуга кратен 18-месячному периоду. Представляется разумной такая интерпретация этой периодичности. Окологодичный жизненный цикл терпуга длится от 9—11 до 13 месяцев, увеличиваясь с возрастом [3]. В свою очередь он делится на период активной жизнедеятельности (с апреля—мая по октябрь—ноябрь) и период относительного жизненного покоя. С возрастом активный период увеличивается за счет длительности нерестового периода. Период относительного жизненного покоя, напротив, начинает укорачиваться, поскольку рыбы старших возрастных групп быстрее восстанавливаются после нереста. Совокупность двух периодов относительного зимнего покоя и периода активной жизнедеятельности остается практически постоянным и составляет полтора года.

Результаты вычислительных экспериментов указывают на универсальность модельной динамики роста одноперого терпуга. Подтверждением чему является распределение кривых на рис. 2. Здесь каждая из кривых характеризует динамику выраженного в процентах от соответствующих максимальных значений относительного роста трех видов рыб (1 — калифорнийского анчоуса *Engraulis mordax*; 2 — синего тунца *Thunnus thynnus*; 3 — терпуга).

Сопоставление кривых роста именно этих видов обусловлено различиями их жизненных стратегий: анчоус (кривая 1) — короткоцикловый вид (продолжительность жизни около двух лет); терпуг (кри-

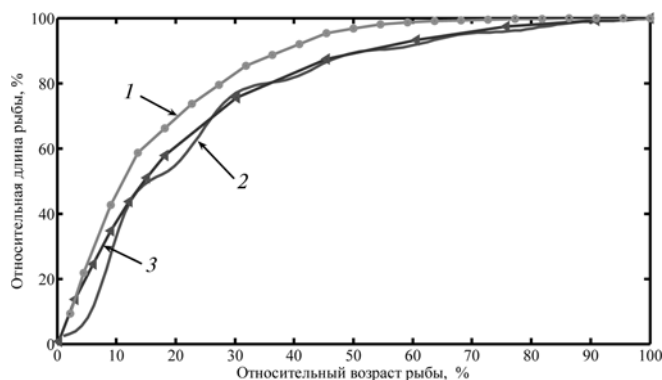


Рис. 2. Динамика относительного роста особей трех видов рыб (распределения 1 и 2 взяты из работы А. А. Яржомбека [15])

вая 3) — среднецикловый вид (продолжительность жизни восемь лет); тунец (кривая 2) — длинноцикловый (живет 33 года). Кроме того, их возраст определяется надежно. Анализ распределений показывает подобие хода кривых. Кривая 1 (анчоус) показывает самые высокие темпы роста, что типично для короткоцикловых видов. Различия кривой 2 (тунец) и кривой 3 (терпуг) проявляются только в сезонной ритмике. Подобие кривых следует из известного положения о самом высоком темпе роста рыб на их начальных этапах. Так, за пятую часть жизни все рассматриваемые виды вырастают больше чем на половину своего размера.

Заключение

На основании положений системы типа "ресурс—потребитель" здесь разработана модель динамики роста рыб. При ее построении учитывалась предельная длина рыбы, этапность ее жизненного цикла и влияние сезонных факторов. Выполнена параметрическая идентификация модели.

Показана адекватность модели эмпирическому распределению. Выполнена оценка продолжительности периода жизненного цикла.

Результаты вычислительных экспериментов указывают на универсальность модельной динамики роста одноперого терпуга.

Авторы выражают благодарность канд. биол. наук Г. В. Швыдкому за помощь в сборе и анализе материала, а также ценные консультации.

Список литературы

1. Базыкин А. Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. 368 с.
2. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика, 1979. 349 с.
3. Вдовин А. Н. Биология и динамика численности южного одноперого терпуга (*Pleurogrammus azonus*) // Изв. ТИПРО. 1998. Т. 123. С. 16—45.
4. Вдовин А. Н., Васильков В. П. Определение возраста южного одноперого терпуга *Pleurogrammus azonus* Jordan et Metz (*Hexagrammidae*) алгоритмическими методами распознавания образов с обучением // Вопр. ихтиологии. 1982. Т. 22, вып. 6. С. 1006—1014.
5. Вдовин А. Н., Швыдкий Г. В. Физиологические аспекты роста одноперого терпуга *Pleurogrammus azonus* в водах Приморья // Вопр. ихтиологии. 1993. Т. 33, вып. 1. С. 156—160.
6. Винберг Г. Г. Зависимость энергетического обмена от массы тела у водных пойкилотермных животных // Журн. общ. биологии. 1976. Т. 37. № 1. С. 56—70.
7. Дгебуадзе Ю. Ю. Оценки возраста и роста в популяционных исследованиях рыб // Актуальные проблемы современной ихтиологии. М.: Товарищество научных изданий КМК. 2010. С. 96—123.
8. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. СПб.: Питер, 2001. 480 с.
9. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975. 392 с.
10. Риккер У. Е. Количественные показатели и модели роста рыб / Биоэнергетика и рост рыб. М.: Лег. и пищ. пром-сть, 1983. С. 346—405.

11. Соколовский А. С., Соколовская Т. Г., Яковлев Ю. М. Рыбы залива Петра Великого: 2-е изд., испр. и доп. Владивосток: Дальнаука, 2011. 431 с.

12. Суханов В. В. Математическая модель сезонной динамики весового роста молоди нерки (*Oncorhynchus nerka, Walb.*) // Вопр. ихтиологии. 1974. Т. 14, № 4. С. 575—580.

13. Четырбоцкий А. Н. Параметрическая идентификация математической модели формирования плазменно-электролитических покрытий // Информационные технологии, 2006. № 9. С. 60—67.

14. Четырбоцкий А. Н. Крупномасштабное математическое моделирование пространственно-временной динамики мор-

ского ледяного покрова (на примере Японского моря). Владивосток: Дальнаука, 2009. 195 с.

15. Яржомбек А. А. Закономерности роста промысловых рыб. М.: Изд-во ВНИРО, 2011. — 182 с.

16. Akamaïne T. Non-linear and graphical method for fish stock analysis with statistical modeling // Aqua-BioSci. Monogr., 2009. V. 2, N. 3. P. 1—45.

17. Bertalanffy L. Principles and theory of growth // Fundamental aspects of normal and malignant growth. Amsterdam: Elsevier, 1960. P. 137—259.

18. Enberg K., Dunlop E. S., Jørgensen C. Fish grows // Ecological models. 2008. P. 1564—1572.

A. N. Vdovin, Senior researcher, "TINRO-CENTER", Vladivostok, e-mail: vdovin@tinro-center.ru,
 A. N. Chetyrbotsky, Senior researcher, Far-East Geology Institute RAS, Vladivostok, chetyrbotsky@yandex.ru,
 V. A. Chetyrbotsky, Student, Moscow University, Moskva, ve14232@gmail.com

Mathematical of the Dynamics Fish Growth (for example, southern Atka mackerel *Pleurogrammus azonus*)

As part of the system of "resource—consumer" is developed the model of dynamics of fish growth. To construct it, we used: the maximum length of the fish, the stages of their life cycle and the impact of seasonal factors. The parametric identification of the model is performed. According to her is carried out the assessment of the statistical properties of the model parameters, is established the adequacy between the empirical distribution and its model image. On the based of computational experiments the assessment the assessment of duration of the life cycle period.

Keywords: growth dynamics, the logistic equation, parameter identification, the task of finding the minimum value model

Reference

1. Bazykin A. D. *Nelinejnaja dinamika vzaimodejstvujushhih populacij*. Izhevsk: Institut Komp'juternyh issledovanij, 2003. 368 p.
2. Bard J. *Nelinejnoe ocenivanie parametrov*. M.: Statistika, 1979. 349 p.
3. Vdovin A. N. Biologija i dinamika chislennosti juzhnogo odnoperogo terpuga (*Pleurogrammus azonus*). *Izv. TINRO*. 1998. Vol. 123. P. 16—45.
4. Vdovin A. N., Vasil'kov V. P. Opredelenie vozrasta juzhnogo odnoperogo terpuga *Pleurogrammus azonus* *JordanetMetz (Hexagrammidae)* algoritmicheskimi metodami raspoznavanija obrazov s obucheniem. *Voprosy ihtiologn*. 1982. T. 22. V. 6. P. 1006—1014.
5. Vdovin A. N., Shvydkij G. V. Fiziologicheskie aspekty rosta odnoperogo terpuga *Pleurogrammus azonus* v vodah Primor'ja. *Vopr. Ihtiologii*. 1993. V. 33, N. 1. P. 156—160.
6. Vinberg G. G. Zavisimost' jenergeticheskogo obmena ot massy tela u vodnyh pojkilotermyh zhivotnyh. *Zhurn. obshh. biologii*. 1976. V. 37, N. 1. P. 56—70.
7. Dgebuadze Ju. Ju. Ocenki vozrasta i rosta v populjacionnyh issledovanij ah ryb. *Aktual'nye problemy sovremennoj ihtiologii*. M.: Tovarishhestvo nauchnyh izdanij KMK, 2010. P. 96—123.
8. D'jakonov V., Kruglov V. *Matematicheskie pakety rasshirenija MATLAB*. Special'nyj spravochnik. SPb.: Piter, 2001. 480 p.
9. Potter D. *Vychislitel'nye metody v fizike*. M.: Mir, 1975. 392 p.
10. Rikker U. E. *Kolichestvennye pokazateli i modeli rosta ryb*. Biojenergetika i rost ryb. M.: Leg. i pishh. prom-st'. 1983. P. 346—405.
11. Sokolovskij A. S., Sokolovskaja T. G., Jakovlev Ju. M. Ryby zaliva Petra Velikogo: 2-e izd., ispr. i dop. Vladivostok: Dal'nauka, 2011. 431 p.
12. Sуханов В. В. Математическая модель сезонной динамики весового роста молоди нерки (*Oncorhynchus nerka, Walb.*). *Vopr. Ihtiologii*. 1974. V. 14, N. 4. P. 575—580.
13. Четырбоцкий А. Н. Параметрическая идентификация математической модели формирования плазменно-электролитических покрытий. *Информационные технологии*. 2006. N. 9. P. 60—67.
14. Четырбоцкий А. Н. *Крупномасштабное математическое моделирование пространственно-временной динамики морского ледяного покрова (на примере Японского моря)*. Владивосток: Дальнаука, 2009. 195 с.
15. Яржомбек А. А. *Закономерности роста промысловых рыб*. М.: Изд-во ВНИРО, 2011. 182 с.
16. Akamaïne T. Non-linear and graphical method for fish stock analysis with statistical modeling. *Aqua-BioSci. Monogr.* 2009. V. 2, N. 3. P. 1—45.
17. Bertalanffy L. Principles and theory of growth. *Fundamental aspects of normal and malignant growth*. Amsterdam: Elsevier, 1960. P. 137—259.
18. Enberg K., Dunlop E. S., Jørgensen C. Fish grows. *Ecological models*. 2008. P. 1564—1572.