

References

1. **Gaffney S., Smyth P.** Joint probabilistic curve clustering and alignment / Saul L., Weiss Y., Bottou L. (eds.). *Proc. of Neural Information Processing Systems (NIPS 2004)*. December 13–18, 2004, Vancouver, British Columbia, Canada. Advances in Neural Information Processing Systems. V. 17. Cambridge, MA: MIT Press. 2005. P. 473–480.
2. **Kukhareno B. G., Solntseva M. O.** Klasterizacia upravlyayemykh objektov na osnove shodstva ih mnogomernykh trajektoriy. *Informacionnye tehnologii*. 2014, N. 5. P. 3–7.
3. **Gaffney S., Smyth P.** Trajectory clustering with mixtures of regression models / Chaudhuri S., Madigan D., eds. *Proceedings of Fifth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. August 15–18, 1999. New York, NY: ACM Press, 1999. P. 63–72.
4. **Dempster A. P., Laird N. M., Rubin D. B.** Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Proceedings of the Royal Statistical Society*. 1976. P. 1–38.
5. **Simon D.** Optimal State Estimation: Kalman, H_∞ and Nonlinear Approaches. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
6. **Rauch H. E.** Solutions to the linear smoothing problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1963. V. 8. P. 371–372.
7. **Shumway R. H., Stoffer D. S.** Time Series Analysis and Its Applications. New York: Springer, 2011.
8. **Shumway R. H., Stoffer D. S.** An approach to time series smoothing and forecasting using the EM algorithm. *Journal of Time Series Analysis*. 1982. V. 3, N. 4. P. 253–264.
9. **Shumway R., Stoffer D.** Dynamic linear models with switching. *Journal of the American Statistical Association*. 1992. V. 86. P. 763–769.
10. **Roweis S., Ghahramani Z.** A unifying review of linear Gaussian models. *Neural Computation*. 1999. V. 11, N. 2. P. 305–345.

УДК 004.89 + 004.021

П. В. Казаков, канд. техн. наук, доц., e-mail: pvk_mail@list.ru
Брянский государственный технический университет

Использование дифференциальной эволюции при определении множества Парето генетическими алгоритмами многокритериальной оптимизации

Рассматривается новый способ повышения эффективности работы генетических алгоритмов при определении множества Парето в задачах многокритериальной оптимизации. Он основан на использовании принципов дифференциальной эволюции при развитии популяции и формировании ее новых индивидов. Приводится сравнительный анализ эффективности использования дифференциальной эволюции при решении задач многокритериальной оптимизации разной сложности.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, множество и граница Парето, многокритериальные генетические алгоритмы, дифференциальная эволюция

Введение

Необходимость решения задач многокритериальной оптимизации (МО) возникает в самых разных теоретических и прикладных областях. Качество решения задач МО зависит от точности найденного множества Парето [1, 2]. В то же время, его определение остается сложным и плохо автоматизированным процессом ввиду теоретически неограниченного числа недоминируемых решений, образующих множество Парето, а также вычислительно трудоемкой процедуры его построения. Применяемые для этих целей традиционные численные методы МО во многом ориентированы на преобразование задачи со множеством критериев к однокритериальной ее постановке. Подобные упрощения не только снижают точность найденных решений, но и существенно ограничивают возможность нахождения всего множества Парето. Поэтому разработка и совершенствование алгоритмов МО остаются актуальным направлением исследований.

В настоящее время одним из перспективных подходов к определению множества Парето в задачах МО является использование эволюционных методов, а именно специальных версий генетических

алгоритмов для многокритериальной оптимизации (МГА) [3–5]. Они относятся к многоточечным методам оптимизации, где каждое решение ассоциируется с так называемыми индивидами [6]. Вместе они образуют популяцию, итерационное изменение которой в процессе оптимизации позволяет эффективно исследовать пространства поиска (переменных и критериев). В то же время возможное многообразие постановок задачи МО, сложность анализа многомерных пространств переменных и критериев, вычислительная трудоемкость определения множества Парето не позволяют выбрать универсальный МГА. Так, исследование возможностей наиболее известных МГА показало снижение качества их результата при увеличении числа критериев в решаемых задачах МО [7]. Вместе с тем потенциал применения МГА для определения множества Парето остается достаточно большим, поэтому актуальным является разработка новых и совершенствование существующих МГА. Достигается это прежде всего интеграцией в МГА новых способов исследования пространства поиска, например, с использованием методов параллельных вычислений [8], коэволюционных технологий [9, 10] и др. В настоящей работе предлагается подход к развитию

возможностей МГА посредством использования в них принципов дифференциальной эволюции. В дополнение к достаточно развитым возможностям современных МГА исследовать пространство критериев она позволяет повысить разнообразие популяции, а также эффективность анализа решений в пространстве переменных.

1. Основные сведения о дифференциальной эволюции в генетических алгоритмах

Идея дифференциальной эволюции (*Differential Evolution* — DE) была предложена Прайсом и Сторном (K. Price, R. Storn) [11] как расширение генетических алгоритмов для повышения их точности и скорости схождения при оптимизации с непрерывными значениями переменных. Главная особенность DE состоит в том, что каждое новое поколение формируется с участием индивидов текущей и промежуточной (пробной) популяций. Ее члены образуются посредством определения различий между выбранными по определенным правилам индивидами текущей популяции. Конкретная реализация этого зависит от так называемой схемы DE, параметры которой записываются в виде следующей последовательности: DE/ $\alpha/\beta/\gamma$. Здесь α указывает на изменяемый родительский индивид; β — число различных индивидов, участвующих в изменении α ; γ определяет тип используемого кроссинговера (exp — экспоненциальный, bin — бинарный). В случае экспоненциального кроссинговера значения изменяемых генов потомка берутся только у первого индивида-родителя. При бинарном кроссинговере каждое значение гена потомка формируется из двух соответствующих генов индивидов-родителей. В качестве родительского может выступать как лучший индивид текущей популяции ($\alpha = \text{best}$), так и случайно выбранный индивид ($\alpha = \text{rand}$). Алгоритм DE с классической схемой выполнения состоит в следующем.

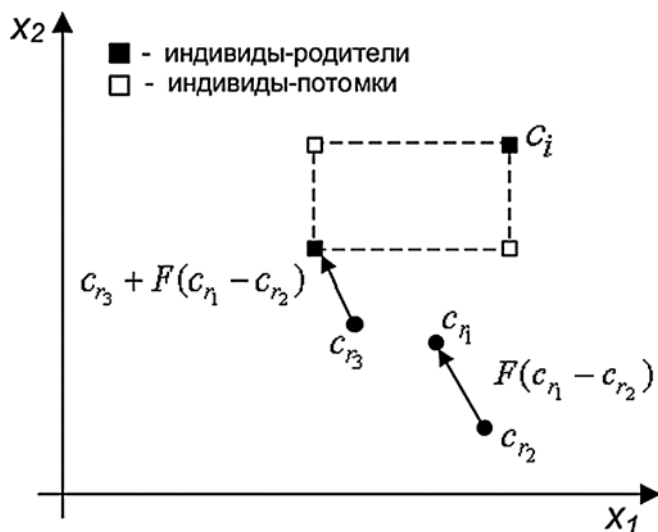


Рис. 1. Формирование новых индивидов по схеме DE/rand/1/bin

Алгоритм. Differential Evolution — DE/rand/1/bin (CR, F, n_p, n_G), где $CR \in [0, 1]$ — параметр управления интенсивностью кроссинговера; $F > 0$ — параметр, масштабирующий степень изменения индивидов; n_p — размер популяции; n_G — число поколений.

Шаг 1. Создать начальную популяцию размером n_p и вычислить значения пригодности ее индивидов $f(c_i), i = 1, \dots, n_p, t = 0$.

Шаг 2. Для каждого индивида популяции $c_i, i = 1, \dots, n_p$, выполнить следующие действия.

2.1. Выбрать три разных случайных числа (индекса индивидов) $r_1, r_2, r_3 \in 1, \dots, n_p, r_1 \neq r_2 \neq r_3$.

2.2. Выбрать случайное число $k \in 1, \dots, n$, где n — число оптимизируемых переменных в задаче МО.

2.3. На основе всех генов $c_{i,j}, j = 1, \dots, n$, индивида c_i , сформировать промежуточный (пробный) индивид c'_i :

$$c'_{i,j}(t+1) = \begin{cases} c_{r_3,j}(t) + F(c_{r_1,j}(t) - c_{r_2,j}(t)), \\ \text{если } (\text{rand}(0, 1) < CR) \vee (j = k); \\ c_{i,j}(t), \text{ иначе.} \end{cases}$$

2.4. Выбрать индивид для следующего поколения:

$$c_i(t+1) = \begin{cases} c'_i(t+1), \text{ если } f(c'_i(t+1)) \leq f(c_i(t)); \\ c_i(t), \text{ иначе.} \end{cases}$$

Шаг 3. $t = t + 1$.

Шаг 4. Если $t > n_G$, то закончить, иначе перейти к шагу 2.

Как следует из приведенного алгоритма, при дифференциальной эволюции новое поколение формируется на основе предыдущего с использованием так называемых пробных индивидов $c'_i, i = 1, \dots, n_p$. Они играют роль промежуточных индивидов-кандидатов в следующее поколение, их общее число совпадает с размером популяции. При этом для каждого основного индивида создается только один пробный. Для этого из текущей популяции случайно выбираются три разных индивида. Среди них индивид с индексом r_3 выполняет роль второго родителя, значения генов которого присваиваются пробному индивиду. Но вначале эти гены подвергаются мутации, уровень которой зависит от различия между индивидами с индексами r_1, r_2 . В пространстве поиска они задают координаты вектора мутации, изменяющего положение второго индивида-родителя и влияющего на область размещения индивидов-потомков (рис. 1). В зависимости от состава текущей популяции вектор мутации динамически меняется, формируя траекторию поиска. При этом считается, что вектор мутации самоадаптируется к рельефу поверхности оптимизируемой функции в зависимости от положения популяции в поисковом пространстве [12]. На процесс дифференциальной эволюции влияют два управляющих параметра — CR и F , значения которых не меняются в процессе работы генетического алгоритма. Параметр CR (*Crossover Rate*) отвечает за кроссинговер и

определяет вероятность изменения каждого гена промежуточного индивида. Параметр F позволяет усилить или ослабить такие изменения, определяя тем самым силу мутации генов. Выбор значений этих параметров зависит от оптимизируемой функции, ее ограничений, размера популяции и, как правило, проводится экспериментально. Выполнение условия ($j = k$) гарантирует, что пробный и родительский индивиды будут отличаться хотя бы в одном гене. Из этапа 2.4 алгоритма видно, что в следующее поколение переходят индивиды не хуже (предполагается решение задачи минимизации) своих аналогов из текущего поколения. Было выявлено [11], что в итоге средняя пригодность всей популяции не будет ухудшаться.

Для управления процессом генерации и исследования новых решений можно использовать не только различные значения параметров CR , F , но и различные варианты схем DE. Друг от друга они отличаются реализацией кроссинговера, а также числом и правилами выбора индивидов для определения векторов в траектории направления поиска [13]. Анализ применения различных схем DE при решении задач однокритериальной оптимизации подтвердил эффективность механизмов дифференциальной эволюции при исследовании поисковых пространств большой размерности.

2. Использование дифференциальной эволюции в генетических алгоритмах многокритериальной оптимизации

Возможности дифференциальной эволюции впоследствии были применены и при решении задач многокритериальной оптимизации [13]. При этом особенности задачи МО потребовали корректировки существующих и создания новых схем DE. Прежде всего, это формулировка правил замены в новой популяции индивида-предка соответствующим потомком. Так, например, в одной из первых работ (автор Н. Abbass) [14], посвященных применению DE при многокритериальной оптимизации, для этого было предложено выбирать в следующее поколение только недоминируемые индивиды. Существующие другие подходы к переносу принципов DE в область многокритериальной оптимизации во многом объединяются предложениями более широкого (на разных этапах DE) использования принципов Парето при формировании новой популяции. Так, в работе [15] была предложена общая концепция дифференциальной эволюции для многокритериальной оптимизации — MODE (*Multi-Objective Differential Evolution*). В ней классическая схема DE дополнена механизмами управления популяцией, использующимися в основных генетических алгоритмах МО [5]. Прежде всего, это оценка пригодности индивидов на основе принципов Парето, а также сохранение недоминируемых индивидов в Парето-архиве. В виде алгоритма MODE представляется следующим образом.

Алгоритм MODE (n_p , n_G , n_A , CR , F), где n_A — размер Парето-архива.

Шаг 1. Создать начальную популяцию размером n_p . Сформировать пустые Парето-архив $A = \emptyset$ размером n_A и временную популяцию $Q = \emptyset$; $t = 0$.

Шаг 2. Вычислить пригодность каждого индивида популяции. Все недоминируемые индивиды сохранить в Парето-архиве A .

Шаг 3. Выполнить над популяцией основные действия дифференциальной эволюции (операции 2.1—2.3 алгоритма "Differential Evolution — DE/rand/1/bin").

Шаг 4. Вычислить пригодность новых индивидов. Обновить текущую популяцию по следующему правилу:

$$c'_i(t) = \begin{cases} c'_i(t+1), & \text{если } (c'_i(t+1) \geq c'_i(t)); \\ c'_i(t), & \text{если } (c'_i(t) \geq c'_i(t+1)); \\ c'_i(t); c'_i(t+1) \rightarrow Q, & \text{если } (c'_i(t) < c'_i(t+1)), \end{cases}$$

где $i = 1, \dots, n_p$.

Шаг 5. Скопировать все индивиды текущей популяции во временную популяцию Q :

$$Q = Q + \{c'_i(t)\}, i = 1, \dots, n_p.$$

Шаг 6. Сформировать из Q новую популяцию размером n_p посредством последовательных сортировок по рангам Парето, а также значениям параметра *crowding distance* (протяженность сгущивания точек вдоль границы Парето) [16] всех индивидов популяции Q .

Шаг 7. Все недоминируемые индивиды новой популяции скопировать в Парето-архив. Если размер Парето-архива превысил значение n_A , то сократить его, оставив решения, наименее плотно размещенные на границе Парето (с наименьшими значениями параметра *crowding distance*).

Шаг 8. $t = t + 1$; $Q = \emptyset$. Если $t > n_G$, то закончить. Иначе перейти к шагу 3.

Основой алгоритма MODE для формирования новых индивидов является набор операций классической дифференциальной эволюции (схема DE/rand/1/bin). Однако при выборе в следующее поколение между промежуточным и текущим индивидами используется отношение "лучше" $c'_i(t+1) \geq c'_i(t)$, $i = 1, \dots, n_p$. Его интерпретация означает, что отбору подлежит индивид, который лучше (в терминах принципов Парето) своего конкурента, либо его пригодность выше (по результатам вычисления *fitness*-функции), но возможны и другие интерпретации [12]. Также для увеличения числа и точности недоминируемых решений в названном алгоритме задействуются идеи двух наиболее известных алгоритмов МО — NSGA-II [16] (управления плотностью решений на границе Парето) и SPEA2 [17] (использование Парето-архива). При исследовании возможностей алгоритма MODE были получены результаты, превосходящие по некоторым индикаторам эффективности SPEA2 и NSGA-II [15].

Последующее развитие DE для задач многокритериальной оптимизации связано с разработкой для SPEA2 и NSGA-II модификаций, непосредственно использующих принципы дифференциальной эволюции. Такими алгоритмами являются NSDE [18], DEMO^{NS-II} [19] и DEMO^{SP2} [19]. Первая пара алгоритмов построена на базе NSGA-II, а последний алгоритм соответственно — на SPEA2. Несмотря на появление алгоритмов NSDE и DEMO^{NS-II} независимо друг от друга, они имеют одинаковые принципы работы, которые, так же как и в DEMO^{SP2}, заключаются в замене операторов кроссинговера и мутации базовых алгоритмов операциями дифференциальной эволюции. Сравнительное исследование этих алгоритмов на 16 различных тестовых задачах МО показали, что во многих случаях полученные DEMO^{NS-II} и DEMO^{SP2} результаты оказались лучше значений соответствующих показателей эффективности алгоритмов NSGA-II и SPEA2 [20]. Однако следует заметить, что решаемые тестовые задачи МО имели не более четырех критериев оптимизации. При этом с максимальным числом критериев наблюдалась слишком быстрая сходимость алгоритмов, использующих DE, к локально оптимальным границам Парето. Подбор и изменение значений управляющих параметров CR и F не позволили достичь лучших результатов в сравнении с МГА, не использующими DE. В связи с этим можно предположить, что простое использование операции рекомбинации, заимствованной из DE для однокритериальной оптимизации и учитывающей только особенности размещения решений в пространстве переменных, оказывается недостаточным при исследовании пространства критериев. Очевидно, что вследствие независимости этих пространств друг от друга, траектории поиска в них будут разными. Поэтому важно в схемах DE при рекомбинации непосредственно учитывать возможные траектории поиска в обоих пространствах (решений и критериев). В частности, это может быть реализовано в виде приведенной ниже предлагаемой схемы дифференциальной эволюции.

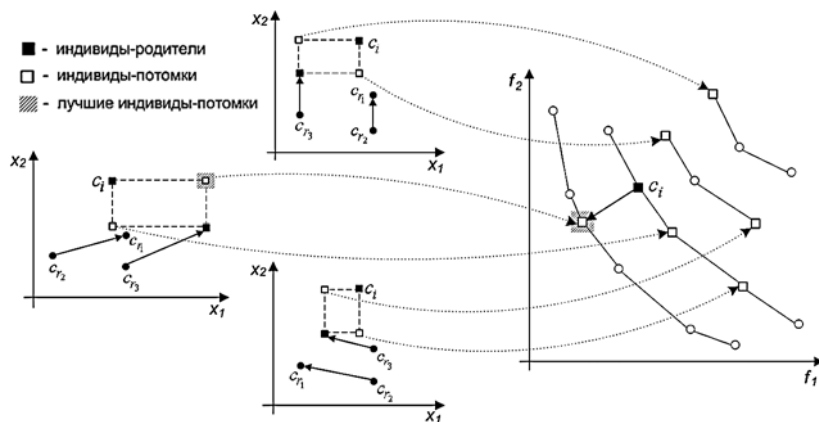


Рис. 2. Влияние выбора разных родительских индивидов в DE при поиске Парето-оптимальных решений

3. Схема дифференциальной эволюции DE/rand/1X/bin

Анализ различных схем дифференциальной эволюции [13] позволяет сделать вывод, что очень часто второй родитель, а также остальные (два и более) индивидов, необходимые для создания потомка, выбираются случайно. При этом не гарантируется, что полученный в итоге новый индивид окажется лучше своего родителя. В общем случае это приводит к снижению разнообразия популяции, а в условиях МО — к сохранению в ней неизменяемой в процессе поиска небольшой доли недоминируемых решений. Увеличение интенсивности операции рекомбинации для DE часто приводит к росту случайной составляющей в процессе оптимизации, потере найденных оптимальных решений. В то же время для увеличения вероятности создания индивидов, превосходящих своих родителей по оптимизируемым критериям, могут быть исследованы различные варианты векторов их изменений, образуемые множеством сочетаний выбранных для рекомбинации индивидов. Для классической схемы DE/rand/1/bin это означает, что каждый из трех индивидов с индексами r_1, r_2, r_3 может быть выбран в качестве второго родителя (рис. 2).

В случае, когда не одно из сочетаний индивидов в операторе рекомбинации не позволило получить индивида-потомка лучше своего индивида-родителя, последний переходит в следующее поколение. В целом, такая схема дифференциальной эволюции DE/rand/1X/bin должна обеспечить более активное замещение доминируемых индивидов популяции. Для управления найденными недоминируемыми решениями, их размещением на границе Парето предложенный вариант дифференциальной эволюции должен быть интегрирован в другие МГА. Алгоритм предлагаемой схемы дифференциальной эволюции для генетических алгоритмов многокритериальной оптимизации имеет следующий вид.

Алгоритм DE/rand/1X/bin (n_p, n_G, CR, F).

Шаг 1. Создать начальную популяцию размером n_p и вычислить значения пригодности ее индивидов, $t = 0$.

Шаг 2. Для каждого индивида популяции $c_i, i = 1, \dots, n_p$ выполнить следующие действия.

2.1. Выбрать три разных случайных числа (индекса индивидов) $q, r, s \in 1, \dots, n_p | q \neq r \neq s$.

2.2. Множество индивидов, выбранных кандидатами в родители, сделать пустым $R = \emptyset$.

2.3. Среди множества индексов индивидов $\{q, r, s\}$ выбрать любой, не принадлежащий R . Присвоить его переменной r_3 и считать индексом индивида-родителя. $R = R + \{r_3\} | r_3 \notin R$.

2.4. Переменным r_1, r_2 произвольно присвоить остальные выбранные индексы. $r_1 = q \vee r \vee s | r_1 \neq r_3, r_2 = q \vee r \vee s | r_2 \neq r_1 \neq r_3$.

2.5. Выбрать случайное число $k \in 1, \dots, n$.

2.6. На основе всех генов $c_{i,j}, j = 1, \dots, n$, индивида c_i , сформировать промежуточный индивид c'_i :

$$c'_{i,j}(t+1) = \begin{cases} c_{r_3,j}(t) + F(c_{r_1,j}(t) - c_{r_2,j}(t)), \\ \text{если } (\text{rand}(0, 1) < CR) \vee (j = k); \\ c_{i,j}(t), \text{ иначе.} \end{cases}$$

2.7. Выбрать индивид для следующего поколения, либо создать новый пробный индивид в соответствии с одним из следующих правил:

а) если $c'_i(t+1) \geq c_i(t)$, то $c_i(t+1) = c'_i(t+1)$;

б) если $c_i(t) \geq c'_i(t+1)$ и $\{q, r, s\} \notin R$, то перейти к шагу 2.3;

в) если $c_i(t) \geq c'_i(t+1)$ и $\{q, r, s\} \in R$, то $c_i(t+1) = c_i(t)$;

г) если $c_i(t) <> c'_i(t+1)$, то $c_i(t+1) = c_i(t)$ или $c_i(t+1) = c'_i(t+1)$.

Шаг 3. $t = t + 1$.

Шаг 4. Если $t > n_G$, то закончить, иначе перейти к шагу 2.

Таким образом, предлагаемый вариант DE отличается возможностью формирования пробного индивида с привлечением различных пар родительских индивидов. В них первый индивид остается неизменным, а второй может многократно выбираться из множества случайно отобранных в текущей популяции индивидов перед процедурой рекомбинации. В обычном случае максимальное число таких пар не превышает трех, однако, при использовании альтернативных правил рекомбинации в схеме DE [13], таких пар может быть больше. Число проверок разных комбинаций родительских индивидов для формирования одного потомка зависит от состава текущей популяции.

Практические исследования рассматриваемой схемы дифференциальной эволюции показали, что чаще всего несколько "попыток" при создании пробного индивида используются, когда в популяции много копий одного индивида либо она заполнена большим числом недоминируемых индивидов. В таких случаях генерация разных вариантов одного промежуточного индивида позволяет поддерживать разнообразие популяции, снижать вероятность схождения алгоритма к локально оптимальному множеству Парето. В отличие от обычной в предлагаемой версии дифференциальной эволюции, траектория поиска в пространстве переменных формируется в зависимости от расположения индивидов и, прежде всего, получаемого потомка в пространстве критериев. В итоге, исследуются те участки пространства переменных, где содержатся решения, являющиеся недоминируемыми относительно уже исследованных решений. Следует отметить, что при сравнении пробного и текущего индивидов оба могут оказаться недоминируемыми (операция 2.7 правило (г)) и, следовательно, могут претендовать на переход в следующее поколение. В этом случае процедура выбора индивида (индивидов) должна

определяться МГА, использующим данную схему дифференциальной эволюции.

Как следует из приведенного алгоритма DE/rand/1X/bin, он содержит только средства изменения популяции, направленные на поиск и исследование недоминируемых решений. Для увеличения их численности, управления распределением на границе Парето необходимы дополнительные процедуры, реализованные в ряде известных МГА, например в таких, как NSGA-II и SPEA2. Интеграция в них предлагаемой схемы DE (подобно алгоритмам NSDE, DEMO^{NS-II} и DEMO^{SP2}) позволит получить новые версии этих алгоритмов, расширяющие свои функциональные возможности при исследовании пространств переменных и критериев.

4. Исследование эффективности использования схемы DE/rand/1X/bin

Для оценки эффективности использования предложенной схемы дифференциальной эволюции был проведен ряд экспериментов. Они заключались в решении набора тестовых задач многокритериальной оптимизации (DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3, DTLZ6) [21] с различным числом критериев. Это позволило оценить влияние схемы DE/rand/1X/bin на сохранение эффективности использующих ее алгоритмов NSGA-II и SPEA2 при росте сложности решаемых задач. Сравнивали результаты, полученные оригинальными версиями этих алгоритмов, их модификациями с классической схемой дифференциальной эволюции, а также алгоритмом MODE.

Результаты работы всех алгоритмов оценивали по нескольким показателям качества. Для их вычисления использовали набор индикаторов [6], позволяющий оценить различные свойства найденного МГА множества Парето в пространстве решений или критериев (табл. 1).

Для каждого МГА экспериментально были подобраны значения управляющих параметров. Ряд значений (размеры популяции и Парето-архива, число поколений) для всех алгоритмов совпадали и

Таблица 1

Набор индикаторов для оценки эффективности МГА

№	Название	Назначение
1	I_{ONVG} (Overall Nondominated Vector Generation)	Определяет мощность найденного множества Парето
2	I_S (Spacing)	Используется для оценки равномерности распределения решений вдоль границы Парето
3	I_{DE} (Dimensions Extent)	Позволяет оценить максимальную протяженность границы Парето по каждой из размерностей
4	I_{GD} (Generational Distance)	Позволяет оценить степень близости между полученной и заданной эталонной границами Парето
5	I_{OT} (Overall Time Computing)	Предназначен для оценки времени работы МГА при определении множества Парето

Результаты исследования эффективности схемы DE/rand/1X/bin (DE*)

Задача	Индикатор	SPEA2	NSGA-II	MODE	SPEA2 + DE*	NSGA-II + DE*
DTLZ1 ($m = 2$)	I_{ONVG}	28	35	28	28 (28)	37 (35)
	I_{GD}	0,071	0,067	0,064	0,058 (0,072)	0,061 (0,063)
	I_S	0,186	0,223	0,231	0,185 (0,192)	0,243 (0,237)
	I_{DE}	0,971	0,964	0,968	0,975 (0,958)	0,971 (0,966)
	I_{OT} (сек.)	6,3	4,8	7,3	6,5 (6,4)	4,7 (5,3)
DTLZ2 ($m = 4$)	I_{ONVG}	113	138	113	113 (113)	136 (135)
	I_{GD}	5,732	6,124	5,693	5,641 (5,692)	5,972 (5,969)
	I_S	0,133	0,124	0,139	0,141 (0,145)	0,137 (0,141)
	I_{DE}	1,714	1,847	1,793	1,729 (1,748)	1,867 (1,845)
	I_{OT} (сек.)	191,4	31,6	217,4	213,8 (204,6)	34,5 (32,1)
DTLZ3 ($m = 6$)	I_{ONVG}	188	207	178	193 (188)	214 (201)
	I_{GD}	226,953	310,603	297,762	223,714 (243,493)	308,547 (314,603)
	I_S	0,328	0,287	0,317	0,343 (0,339)	0,312 (0,315)
	I_{DE}	2,137	2,312	2,197	2,261 (2,178)	2,324 (2,297)
	I_{OT} (сек.)	6217,3	698,7	6943,7	6327,3 (6252,4)	714,5 (702,7)
DTLZ6 ($m = 8$)	I_{ONVG}	319	371	312	324 (318)	367 (354)
	I_{GD}	16,623	11,237	11,549	16,121 (15,176)	11,073 (12,472)
	I_S	0,251	0,201	0,237	0,249 (0,243)	0,221 (0,227)
	I_{DE}	1,862	1,913	1,937	1,974 (1,952)	2,016 (1,931)
	I_{OT} (сек.)	76784,3	2843,8	98212,1	83113,4 (78036,7)	3224,6 (2914,7)

зависели от решаемой задачи [21]. При определении вероятностей операторов кроссингвера и мутации в алгоритмах SPEA2, NSGA-II учитывалась точность решения ими (индикатор I_{GD}) всех задач с двумя критериями. Для алгоритмов, использующих дифференциальную эволюцию, исследовали влияние на результат различных значений вероятности кроссингвера $CR = \{0,3, 0,6, 0,9\}$, при этом значение другого управляющего параметра F не изменяли и принимали равным 0,5 [19]. Было выявлено, что с увеличением вероятности кроссингвера $CR = \{0,6, 0,9\}$ в задачах DTLZ3, DTLZ6 существенно ухудшались показатели индикатора I_{GD} , что может свидетельствовать о не нахождении глобальной границы Парето. Поэтому во всех последующих испытаниях параметр CR устанавливали равным 0,3. Итоговые результаты решения всех задач приведены в табл. 2. Значения всех индикаторов усреднены по выполненному числу запусков МГА. Лучшие значения показателей выделены полужирным шрифтом. Столбцы SPEA2 + DE*, NSGA-II + DE* в скобках содержат значения, полученные соответствующими МГА при использовании обычной схемы DE (DE/rand/1/bin).

Анализ результатов в таблице позволяет сформулировать следующие выводы.

1. Применение дифференциальной эволюции во всех случаях позволило улучшить сходимость алгоритмов к глобальной границе Парето. В то же время, в трех задачах качество найденных решений по индикатору I_{GD} оказалось наилучшим при ис-

пользовании предложенной схемы DE/rand/1X/bin.

2. Равномерность распределения решений вдоль границы Парето (индикатор I_S) в большинстве случаев оказалась лучше у алгоритмов, не использующих DE. При анализе этой причины было выявлено, что у большинства популяций, формируемых с использованием дифференциальной эволюции, новые индивиды часто оказываются очень плотно расположенными друг другу в пространстве критериев.

3. При решении задач DTLZ1, DTLZ2 и DTLZ6 алгоритмы, использующие схему DE/rand/1X/bin, по большинству показателей (в задаче DTLZ1 по всем) превзошли оригинальные версии SPEA2, NSGA-II.

4. При решении задач с $m = \{6, 8\}$ результаты SPEA2 + DE*, NSGA-II + DE* почти по всем индикаторам оказались лучше алгоритмов, использующих обычную схему DE.

5. В большинстве задач использование дифференциальной эволюции позволило определить границу Парето с большей протяженностью, чем у оригинальных SPEA2, NSGA-II, при этом были достигнуты лучшие значения индикатора I_{GD} .

6. Во всех случаях общее время вычислений при использовании схемы DE/rand/1X/bin незначительно превышает значения соответствующего индикатора остальных анализируемых алгоритмов.

7. Результаты алгоритма MODE, использующего как дифференциальную эволюцию, так и ключевые особенности SPEA2, NSGA-II, по всем показателям оказались достаточно близки к наилучшим их значениям (по некоторым индикаторам MODE превзошел SPEA2, NSGA-II).

Заключение

Дифференциальная эволюция позволяет повысить эффективность исследования пространства решений. Ее применение при решении задач многокритериальной оптимизации оказывает существенное влияние на возможность нахождения глобального множества Парето. В то же время, для достижения лучших результатов и по другим показателям качества границы Парето требуется интеграция DE в различные генетические алгоритмы МО. Исследования таких алгоритмов показали, что с ростом числа критериев эффективность от использования обычной схемы DE, как правило, не увеличивается. Возможная причина этого видится в необходимости учитывать действия дифференциальной эволюции и в пространстве критериев. Один из вариантов реализации этого предложен в виде ее модификации — схемы DE/rand/1X/bin. Она также может быть

использована с любым МГА, не требует подбора значений дополнительных управляющих параметров, незначительно увеличивает временную сложность базового алгоритма. Тестирование этой модификации подтвердило ее эффективность как относительно классических МГА, так и традиционной схемы DE при решении большинства рассмотренных тестовых задач с пространством критериев различной размерности.

Список литературы

1. **Соболь И. М., Статников Р. Б.** Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Дрофа, 2006. 175 с.
2. **Ногин В. Д.** Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. — 2-е изд., испр. и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 176 с.
3. **Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М.** Генетические алгоритмы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 320 с.
4. **Deb K.** Multi-Objective Optimization-Using Evolutionary Algorithms. Hoboken: Wiley, 2009. 536 p.
5. **Казаков П. В.** Генетические алгоритмы многокритериальной оптимизации. Обзор // Информационные технологии. 2011. № 9. С. 2—8.
6. **Пупков К. А., Феоктистов В. А.** Алгоритм дифференциальной эволюции для задач технического проектирования // Информационные технологии. 2004. № 8. С. 25—31.
7. **Казаков П. В.** Оценка эффективности генетических алгоритмов многокритериальной оптимизации. Часть 2 // Информационные технологии. 2012. № 9. С. 42—46.
8. **Карпенко А. П., Овчинников В. А., Семенихин А. С.** Программная система PRADIS//FRONT для построения множества Парето в задаче многокритериальной оптимизации динамических систем с использованием параллельного генетического алгоритма // Информационные технологии. 2009. № 8. С. 27—33.
9. **Coello Coello C. A., Reyes Sierra M.** A Coevolutionary Multi-objective Evolutionary Algorithm // Proc. of the 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC'2003). 2003. Vol. 1. P. 482—489.
10. **Карпенко А. П., Митина Е. В., Семенихин А. С.** Когенетический алгоритм Парето-аппроксимации в задаче многокритериальной оптимизации // Информационные технологии. 2013. № 1. С. 22—32.
11. **Storn R., Price K.** Differential Evolution — A Fast and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces // Journal of Global Optimization. 1997. N. 11. P. 341—359.
12. **Kukkonen S., Lampinen J.** An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints // Proc. of Parallel Problem Solving from Nature — PPSN VIII. 2004. P. 752—761.
13. **Mezura-Montes E., Velazques-Reyes J., Coello Coello C.** Comparing Differential Evolution Models for Global Optimization // Proc. of the 2006. Genetic and Evolutionary Computation Conference — GECCO 2006. 2006. Vol. 1. P. 485—492.
14. **Abbass H., Sarker R., Newton C.** PDE: A pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems // Proc. of the Congress on Evolutionary Computation 2001 (CEC'2001). 2001. Vol. 2. P. 971—978.
15. **Xue F., Sanderson A., Graves R.** Pareto-based multi-objective differential evolution // Proc. of the 2003 Congress on Evolutionary Computation — CEC 2003. 2003. Vol. 2. P. 862—869.
16. **Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T.** A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 2002. Vol. 6, N. 2. P. 182—197.
17. **Zitzler E., Laumanns M., Thiele L.** SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm // Proc. of the EUROGEN 2001. Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems, 2002. P. 95—100.
18. **Iorio A., Li X.** Incorporating directional information within a differential evolution algorithm for multi-objective optimization // Proc. of the 2006 Genetic and Evolutionary Computation Conference — GECCO 2006. 2006. Vol. 1. P. 675—682.
19. **Robic T., Filipic B.** DEMO: Differential evolution for multi-objective optimization // Proc. of the Third International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization — EMO 2005. 2005. P. 520—533.
20. **Tusar T., Filipic B.** Differential Evolution Versus Genetic Algorithms in Multiobjective Optimization // Proc. of the Fourth International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization — EMO 2007. 2007. P. 257—271.
21. **Казаков П. В.** Оценка эффективности генетических алгоритмов многокритериальной оптимизации. Часть 1 // Информационные технологии. 2012. № 8. С. 2—6.

R. V. Kazakov, Lecturer, Bryansk State Technical University

The use Differential Evolution to Obtain Pareto-Set by the Multi-Objective Genetic Algorithms

The new manner to improve the efficiency of multi-objective genetic algorithms is considered. It is based on the principles of differential evolution in the process of creating new individuals. The use of general schemes of differential evolution DE/rand/1/bin etc. for multi-objective optimization are analyzed. It is drawn a conclusion that the general schemes mainly use the information about location of solutions in a decision space that is often insufficient for effective exploration of the objective space. Therefore the original scheme of differential evolution DE/rand/1X/bin is suggested. By this scheme in recombination process is taken an account of searching path into two spaces — decisions and objectives. This process is based on the rule that the selection of second parent and other (two or more) individuals is made randomly. Hence to increase the probability of creating individuals that dominate their parents various combinations of individuals selected for recombination may be examined. For example in general scheme DE/rand/1/bin it means that each of three randomly selected individuals can be selected as a second parent. If no one of various combinations of individuals in recombination process does not allow to get individual-offspring being better than their parents, the parent-individual one is selected for next generation. It was found that such scheme should allow to realize higher replacement of the population dominated individuals. Also it was found that the number of trials for offspring creation self-adapted and changed according to array of current population. The scheme DE/rand/1X/bin should be integrated into other multi-objective genetic algorithms to handle the obtained nondominated solutions. The experiments for evaluation scheme DE/rand/1X/bin were conducted on the benchmark problems DTLZ. The results was found that the use of such a scheme allowed to improve the results (on a some indicators) of algorithms SPEA2, NSGA-II and their modifications with a general scheme of differential evolution.

Keywords: multi-objective optimization, Pareto's principles, Pareto front, multi-objective genetic algorithms, differential evolution

References

1. **Sobol I. M., Statnikov R. B.** *Vybor optimalnykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriyami*. M.: Drofa, 2006. 175 p.
2. **Nogin V. D.** *Prinyatie resheniy v mnogokriterialnoy srede: kolichestvennyy godkhod*. M.: FIZMATLIT, 2004. 176 p.
3. **Gladkov L. A., Kureychik V. V., Kureychik V. M.** *Geneticheskie algoritmy*. M.: FIZMATLIT, 2006. 320 p.
4. **Deb K.** *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Hoboken: Wiley, 2009. 536 p.
5. **Kazakov P. V.** Geneticheskie algoritmy mnogokriterialnoy optimizatsyi. Obzor. *Informatsionnye tekhnologii*. 2011. N. 9. P. 2–8.
6. **Pupkov K. A., Feoktistov V. A.** Algoritm differentsyalnoy evolyutsii dlya zadach tekhnicheskogo proektirovaniya. *Informatsionnye tekhnologii*. 2004. N. 8. P. 25–31.
7. **Kazakov P. V.** Ocenka effektivnosti geneticheskikh algoritmov mnogokriterialnoy optimizatsyi. Chast 2. *Informatsionnye tekhnologii*. 2012. N. 9. P. 42–46.
8. **Karpenko A. P., Ovchinnikov V. A., Semenikhin A. S.** Programmaya sistema PRADIS // FRONT dlya postroeniya mnozhestva Pareto v zadache mnogokriterialnoy optimizatsyi dinamicheskikh sistem s ispolzovaniem paralelnogo geneticheskogo algoritma. *Informatsionnye tekhnologii*. 2009. N. 8. P. 27–33.
9. **Coello Coello C., Reyes Sierra M.** A Coevolutionary Multi-objective Evolutionary Algorithm. *Proc. of the 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC'2003)*. 2003. Vol. 1. P. 482–489.
10. **Karpenko A. P., Mitina E. V., Semenikhin A. S.** Kogeneticheskiy algoritm Pareto-approximatsyi v zadache mnogokriterialnoy optimizatsyi. *Informatsionnye tekhnologii*. 2013. N. 1. P. 22–32.
11. **Storn R., Price K.** Differential Evolution — A Fast and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*. 1997. N. 11. P. 341–359.
12. **Kukkonen S., Lampinen J.** An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints. *Proc. of Parallel Problem Solving from Nature — PPSN VIII*. 2004. P. 752–761.
13. **Mezura-Montes E., Velazques-Reyes J., Coello Coello C.** Comparing Differential Evolution Models for Global Optimization. *Proc. of the 2006 Genetic and Evolutionary Computation Conference — GECCO 2006*. 2006. Vol. 1. P. 485–492.
14. **Abbass H., Sarker R., Newton C.** PDE: A pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems. *Proc. of the Congress on Evolutionary Computation 2001 (CEC'2001)*. 2001. Vol. 2. P. 971–978.
15. **Xue F., Sanderson A., Graves R.** Pareto-based multi-objective differential evolution. *Proc. of the 2003 Congress on Evolutionary Computation — CEC 2003*. 2003. Vol. 2. P. 862–869.
16. **Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T.** A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2002. Vol. 6, N. 2. P. 182–197.
17. **Zitzler E., Laumanns M., Thiele L.** SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. *Proc. of the EUROGEN 2001. Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems*. 2002. P. 95–100.
18. **Iorio A., Li X.** Incorporating directional information within a differential evolution algorithm for multi-objective optimization. *Proc. of the 2006 Genetic and Evolutionary Computation Conference — GECCO 2006*. 2006. Vol. 1. P. 675–682.
19. **Robic T., Filipic B.** DEMO: Differential evolution for multi-objective optimization. *Proc. of the Third International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization — EMO 2005*. 2005. P. 520–533.
20. **Tusar T., Filipic B.** Differential Evolution Versus Genetic Algorithms in Multiobjective Optimization. *Proc. of the Fourth International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization — EMO 2007*. 2007. P. 257–271.
21. **Kazakov P. V.** Ocenka effektivnosti geneticheskikh algoritmov mnogokriterialnoy optimizatsyi. Chast 1. *Informatsionnye tekhnologii*. 2012. N. 8. P. 2–6.

УДК 519.6

А. Н. Вдовин, канд. биол. наук, вед. науч. сотр.,
"ТИНРО-Центр", г. Владивосток, e-mail: vdovin@tinro-center.ru,

А. Н. Четырбоцкий, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.,
ДВГИ ДВО РАН, г. Владивосток, e-mail: chetyrbotsky@yandex.ru,

В. А. Четырбоцкий, студент,
МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, e-mail: ve14232@gmail.com

Компьютерное моделирование динамики роста рыб (на примере южного одноперого терпуга *Pleurogrammus azonus*) Часть 1

В рамках положений системы типа "ресурс—потребитель" разработана модель динамики роста рыб. При ее построении учитывалась предельная длина рыбы, этапность ее жизненного цикла и влияние сезонных факторов. Выполнена параметрическая идентификация модели. Согласно ей проведена оценка статистических свойств параметров модели, установлена адекватность между эмпирическим распределением и ее модельным образом. На основании вычислительных экспериментов выявлена продолжительность периода этапности жизненного цикла.

Ключевые слова: динамика роста, логистическое уравнение, параметрическая идентификация, задача поиска минимума, адекватность модели

Введение

Для представления популяционной динамики биологических видов имеется огромное число многообразных количественных соотношений, при формулировке которых учитываются особен-

ности их жизненного цикла. Основная часть из них характеризует динамику численности (биомассы) организмов (большой спектр таких моделей был рассмотрен А. Д. Базикиным [1]). Существенно меньше число работ, где изучается динамика роста