МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ
MODELING AND OPTIMIZATION

УДК 004.021, 519.854.2

В. А. Чеканин, канд. техн. наук, доц., vladchekanin@rambler.ru,
А. В. Чеканин, д-р техн. наук, проф., зав. каф., avchekanin@rambler.ru
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Московский государственный технологический университет "СТАНКИН", г. Москва

Повышение эффективности конструирования ортогональной упаковки объектов[1]

Рассматривается NP-полная оптимизационная задача ортогональной упаковки объектов, актуальная при решении большого числа практических задач автоматизации и управления. Предлагается многоуровневая связная структура данных, обеспечивающая высокую скорость доступа к содержимому контейнеров при конструировании ортогональной упаковки. Проведен анализ эффективности новой структуры данных на тестовых задачах двухмерной и трехмерной ортогональной упаковки.

Ключевые слова: *упаковка, задача ортогональной упаковки, структура данных, многоуровневая связная структура данных, оптимизация, распределение ресурсов, вычислительный эксперимент*

Введение

Задача ортогональной упаковки объектов представляет собой *NP*-полную задачу оптимального размещения набора ортогональных объектов в ортогональных контейнерах [1]. Эта задача является актуальной, к ее решению сводится множество практических оптимизационных задач в автоматизации и управлении. Она возникает, в частности, при решении задач складирования и перевозки грузов, раскроя материалов, распределения ресурсов в вычислительных сетях, календарного планирования, компоновки элементов интегральных схем и многих других оптимизационных задач [2—5]. Разработке методов оптимального решения задачи ортогональной упаковки посвящены работы большого числа как отечественных (А. С. Филиппова, А. Ф. Валеева, Ю. Г. Стоян, В. М. Картак, Ю. И. Валиахметова, В. В. Бухвалова и др.), так и зарубежных исследователей (S. Martello, E. Hopper, A. Lodi, D. Vigo, A. Bortfeldt, G. Wascher, H. Haubner, H. Schumann, S. Fekete, J. Shchepres, T. Crainic, G. Perboli и др.). Значительный вклад в развитие методов оптимального решения задачи ортогональной упаковки объектов внесла отечественная научная школа под руководством Э. А. Мухачевой.

[1] Данная работа финансировалась Министерством образования и науки РФ в рамках государственного задания в сфере научной деятельности.

В общем виде постановка *D*-мерной задачи ортогональной упаковки объектов подразумевает наличие двух наборов элементов:

1) набор *N* ортогональных контейнеров (*D*-мерных параллелепипедов) с габаритными размерами $\{W_j^1, W_j^2, ..., W_j^D\}$, $j \in \{1, ..., N\}$, которые служат для размещения в них ортогональных объектов;

2) набор *n* ортогональных объектов (*D*-мерных параллелепипедов) с габаритными размерами $\{w_i^1, w_i^2, ..., w_i^D\}$, $i \in \{1, ..., n\}$, которые необходимо разместить в минимальном числе контейнеров.

Обозначим положение *D*-мерного ортогонального объекта *i* в контейнере *j* через $(x_{ij}^1; x_{ij}^2; ...; x_{ij}^D)$. При решении задачи ортогональной упаковки объектов должны быть выполнены следующие условия корректности размещения [6—7]:

1) ребра размещенных в контейнере ортогональных объектов параллельны ребрам этого контейнера;

2) размещенные объекты не перекрывают друг друга, т. е.

$$(x_{ij}^d \geqslant x_{kj}^d + w_k^d) \vee (x_{kj}^d \geqslant x_{ij}^d + w_i^d),$$

$$\forall j \in \{1, ..., N\},\ \forall d \in \{1, ..., D\},\ \forall i, k \in \{1, ..., n\},\ i \neq k;$$

3) размещенные объекты не выходят за границы контейнеров, т. е.

$$(x_{ij}^d \geqslant 0) \wedge (x_{ij}^d + w_i^d \leqslant W_j^d)\ \forall j \in \{1, ..., N\},$$
$$\forall d \in \{1, ..., D\},\ \forall i \in \{1, ..., n\}.$$

Перед размещением объекты классифицируются по различным типам. Объекты одного и того же типа имеют одинаковые геометрические и физические характеристики, т. е. имеют одни и те же габаритные размеры и выполнены из одного материала.

Решение задачи ортогональной упаковки n объектов произвольной размерности может быть закодировано строкой размещения $s = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$, содержащей последовательность выбора объектов для их размещения в контейнерах, в которой число A_i представляет собой номер типа i-го размещаемого объекта.

Конструирование ортогональной упаковки

Процесс решения любой оптимизационной задачи упаковки объектов можно представить в виде схемы, приведенной на рис. 1.

Для быстрого поиска удовлетворительного решения задачи упаковки применяют метаэвристические алгоритмы [8—14], осуществляющие рациональный поиск такой строки размещения, декодирование которой обеспечивает получение упаковки требуемого качества.

Эффективность поиска удовлетворительного решения *NP*-полной задачи ортогональной упаковки объектов определяется в большей мере используемым оптимизационным алгоритмом. В процессе поиска решения с использованием многопроходных эвристических алгоритмов формируются промежуточные строки решения, эффективность декодирования которых определяется используемой моделью конструирования упаковки. Среди наиболее распространенных моделей конструирования упаковки можно выделить блочную [15], матричную [16] и узловую модели [17, 18].

В работе [19] показана эффективность применения предложенной ранее авторами настоящей статьи *модели потенциальных контейнеров* для конструирования ортогональной упаковки, которая построена на базе узловой модели. При использовании модели потенциальных контейнеров свободное пространство каждого контейнера представляется в виде набора ортогональных объектов — потенциальных контейнеров (ПК), описывающих всевозможные свободные пространства контейнера.

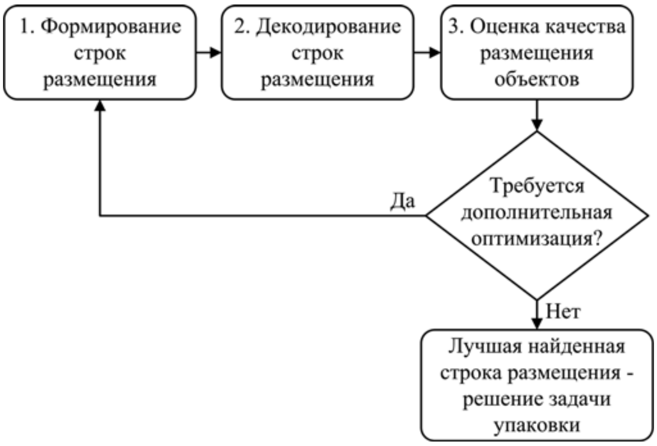

Рис. 1. Процесс решения задачи упаковки

Каждый ПК k описывается вектором $\{p_k^1;\ p_k^2;\ ...;\ p_k^D\}$, содержащим его габаритные размеры, а также вектором $\{x_k^1;\ x_k^2;\ ...;\ x_k^D\}$, содержащим координаты точки ПК, ближайшей к началу координат контейнера, в котором размещен этот ПК.

В модели ПК при перекрытии ортогонального объекта i с габаритными размерами $\{w_i^1;\ w_i^2;\ ...;\ w_i^D\}$, размещенного в точке $\{x_i^1;\ x_i^2;...;\ x_i^D\}$ D-мерного ортогонального контейнера объекта, потенциальным контейнером k с габаритными размерами $\{p_k^1;\ p_k^2;...;p_k^D\}$, расположенном в точке $\{x_k^1;\ x_k^2;\ ...;\ x_k^D\}$ контейнера, в пространстве размещаемого контейнера образуются не более $2D$ новых ПК из двух наборов:

1) набор ПК с габаритными размерами $\{p_k^1;\ p_k^2;\ ...;\ p_k^{d-1};\ x_i^d - x_k^d;\ p_k^{d+1};\ ...,\ p_k^D\}$, расположенных в точке $\{x_k^1;\ x_k^2;\ ...;\ x_k^d;\ ...;\ x_k^D\}$ и создаваемых при выполнении условий перекрытия $x_i^d > x_k^d$ и $x_i^d < x_k^d + p_k^d\ \forall d \in \{1,\ ...,\ D\}$;

2) набор ПК с габаритными размерами $\{p_k^1;\ p_k^2;\ ...;\ p_k^{d-1};\ x_k^d + p_k^d - x_i^d - w_i^d;\ p_k^{d+1};\ ...,\ p_k^D\}$, расположенных в точках $\{x_k^1;\ x_k^2;\ ...;\ x_k^{d-1};\ x_i^d + w_i^d;\ x_k^{d+1};\ ...;\ x_k^D\}$ и создаваемых при выполнении условий перекрытия $x_i^d + w_i^d > x_k^d$ и $x_i^d + w_i^d < x_k^d + p_k^d\ \forall d \in \{1,\ ...,\ D\}$.

В качестве примера рассмотрим двухмерный прямоугольный контейнер с габаритными размерами $\{L;\ H\}$, содержащий единственный ПК с габаритными размерами $\{L;\ H\}$, расположенный в точке $\{0;\ 0\}$ размещаемого контейнера. При размещении прямоугольного объекта с габаритными размерами $\{l;\ h\}$ в точке $\{x;\ y\}$ контейнера образуются следующие новые ПК (рис. 2):

1) в точке $\{0;\ 0\}$ — ПК с габаритными размерами $\{L;\ y\}$ и $\{x;\ H\}$;

2) в точке $\{x + l;\ 0\}$ — ПК с габаритными размерами $\{W - x - l;\ H]$ и в точке $\{0;\ y + h\}$ — ПК с габаритными размерами $\{L;\ H - y - h\}$.

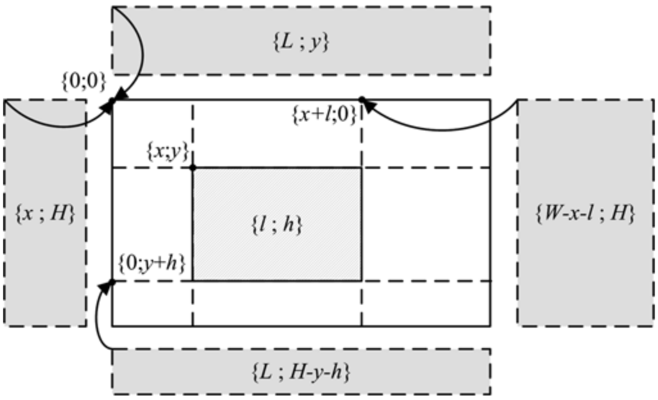

Рис. 2. Потенциальные контейнеры двухмерного прямоугольного контейнера

Постановка задачи D-мерной ортогональной упаковки включает также задание направления загрузки контейнера в виде приоритетного списка выбора его координатных осей $L_P = \{P_1;\ P_2;\ ...;\ P_D\}$, где $P_d \in [1;\ D] \forall d \in [1;\ D]$. Для загрузки контейнера в заданном направлении выбор ПК при размещении каждого объекта осуществляется в порядке, определенном в приоритетном списке L_P.

Алгоритм декодирования строки размещения для модели потенциальных контейнеров.

1. Выбрать очередной объект i из строки размещения. Если выбраны все объекты, выполнить переход к п. 4. Выбрать первый контейнер j, содержащий, как минимум, один ПК.

2. В текущем контейнере j провести последовательный поиск ближайшего к его началу координат ПК k, к которому возможно присоединить текущий объект i (проверка выполнения условия $w_i^d \leqslant p_k^d \forall d \in \{1, ..., D\}$). Если искомый ПК не найден, выполнить переход к следующему контейнеру $j := j + 1$ и повторить п. 2. Если среди всех контейнеров не найден искомый узел, выполнить переход к п. 1.

3. Разместить объект i в найденном ПК k контейнера j. Образовать новые ПК и выполнить процедуру поиска и удаления вложенных ПК. Упорядочить все ПК в порядке убывания приоритета присоединения к ним объектов, т. е. для любого ПК k контейнера j должно выполняться следующее неравенство:

$$\sum_{h=1}^{D}\left(x_k^{P_h}\prod_{d=P_{h+1}}^{D} W_j^d\right) \leqslant \sum_{h=1}^{D}\left(x_{k+1}^{P_h}\prod_{d=P_{h+1}}^{D} W_j^d\right).$$

Выполнить переход к п. 1.

4. Завершить декодирование.

Наиболее трудоемким этапом алгоритма декодирования строки размещения является п. 3, в котором выполняется упорядочение всех ПК. Например, для направления загрузки $L_P = \{1;\ 2;\ 3\}$ набор потенциальных контейнеров (табл. 1) должен быть упорядочен по неубыванию координат сначала вдоль координатной оси 1, затем — вдоль оси 2, и наконец, — вдоль оси 3 (табл. 2).

Для повышения эффективности декодирования при решении задач ортогональной упаковки объектов с использованием модели потенциальных контейнеров предлагается новая структура данных — многоуровневая связная структура, которая снимает необходимость сортировки всех координат потенциальных контейнеров.

Таблица 1

Исходные координаты потенциальных контейнеров

Порядковый номер ПК k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Координата x_k^1	0	2	2	2	4	0	4	0	4	2
Координата x_k^2	1	3	7	9	1	2	1	2	1	7
Координата x_k^3	0	1	5	6	2	1	3	3	1	2

Таблица 2

Координаты потенциальных контейнеров после упорядочения

Порядковый номер ПК k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Координата x_k^1	0	0	0	2	2	2	2	4	4	4
Координата x_k^2	1	2	2	3	7	7	9	1	1	1
Координата x_k^3	0	1	3	1	2	5	6	1	2	3

Многоуровневая связная структура данных

В основу разработанной *многоуровневой связной структуры данных* положена идея представления набора координат потенциальных контейнеров в виде рекурсивно вложенных линейных связных списков.

Набор K потенциальных контейнеров, расположенных в точках $\{x_k^1;\ x_k^2;\ ...;\ x_k^D\}$, $k \in K$, контейнера, представляется в виде D-уровневых рекурсивно вложенных друг в друга упорядоченных по возрастанию линейных связных списков (рис. 3). Каждый элемент j списка i на уровне вложенности P_d содержит координату $s_{i,j}^{P_d} = x_k^{P_d}$ такого потенциального контейнера k, что внутри каждого связного списка выполняется неравенство $s_{i,j}^{P_d} < s_{i,j+1}^{P_d}\ \forall P_d \in L_P$.

$$\begin{array}{llll}
P_d: & s_{1,1}^{P_d} \to \ldots \to s_{1,i}^{P_d} \to \ldots & & \\
 & \qquad\qquad\quad\downarrow & & \\
P_{d+1}: & & s_{i,1}^{P_{d+1}} \to \ldots \to s_{i,j}^{P_{d+1}} \to \ldots & \\
 & & \qquad\qquad\quad\downarrow & \\
P_{d+2}: & & & s_{j,1}^{P_{d+2}} \to \ldots \to s_{j,k}^{P_{d+2}} \to \ldots
\end{array}$$

Рис. 3. Многоуровневая связная структура данных

В качестве примера рассмотрим ортогональный трехмерный контейнер (параллелепипед), содержащий набор K потенциальных контейнеров, вектора $X_k = \{x_k^1;\ x_k^2;\ x_k^3\}$, $k \in K$ которых приведены в табл. 1.

Представление набора координат потенциальных контейнеров при использовании многоуровневой связной структуры данных для направления загрузки $L_P = \{1;\ 2;\ 3\}$ приведено на рис. 4.

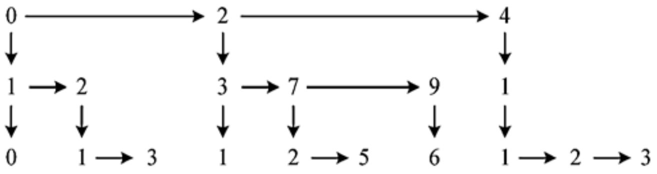

Рис. 4. Многоуровневая связная структура данных трехмерного контейнера для направления загрузки $L_P = \{1;\ 2;\ 3\}$

Многоуровневая связная структура данных при размещении n объектов позволяет по сравнению с простым линейным связным списком как минимум в $\frac{2n}{n+1}$ раз повысить скорость доступа к ПК по их координатам.

При размещении n объектов в D-мерном ортогональном контейнере формируется не более $2Dn$ ПК [19]. При организации набора ПК в виде линейного связного списка среднее время доступа к любому ПК равно

$$T_L = \frac{2Dnt}{2} = Dnt, \tag{1}$$

где t — время перехода к следующему элементу списка.

Любой линейный связный список в многоуровневой связной структуре состоит не более чем из $n + 1$ элементов, так как при условии плотного размещения объектов два соседних размещенных объекта имеют одну общую координату, следовательно, не более $n + 1$ ПК будут иметь различные координаты вдоль каждой из координатных осей контейнера. Поэтому при организации набора ПК в виде многоуровневой связной структуры среднее время доступа к D-мерному ПК равно

$$T_M = \frac{D(n+1)t}{2}. \tag{2}$$

Анализируя формулы (1) и (2), делаем вывод, что скорость доступа к ПК при использовании многосвязной структуры данных выше, чем при использовании линейного связного списка, как минимум в $\frac{2n}{n+1}$ раз. Эта оценка проведена для самого алгоритмически сложного случая, когда каждый ПК для каждой координатной оси имеет уникальную координату, не совпадающую с координатами других ПК.

Вычислительные эксперименты

Анализ эффективности работы предложенной многоуровневой связной структуры данных проводился при решении тестовых задач двухмерной контейнерной упаковки из библиотеки OR-library [20] для наборов двухмерных прямоугольных объектов, взятых из задач 2DBPP (*2D Bin Packing Problem*), сформулированных *S. P. Fekete* и *J. Schepers* [21].

Задачи решали с использованием разработанного прикладного программного обеспечения *Packer* [22], предназначенного для решения задач одномерной упаковки, двухмерной упаковки прямоугольников (включая задачи прямоугольного раскроя), а также задач трехмерной упаковки параллелепипедов с использованием метаэвристических методов. Эксперименты проводили на персональной ЭВМ (ЦП — AMD 1,79 ГГЦ; ОЗУ — 1,12 Гбайт).

В ходе каждого вычислительного эксперимента решали задачи двухмерной ортогональной упаковки трех различных типов с различным процентным соотношением классов размещаемых объектов. Объемы выборки тестовых задач равны $m = 40$, 50, 100, 150, 250, 500 и 1000 объектов. Полные параметры тестовых задач приведены в работе [10].

На основе усредненных полученных результатов тестирования построена диаграмма, приведенная на рис. 5. Относительная временная эффективность многоуровневой связной структуры данных рассчитывается по формуле $T = t_L/t_M$, где t_L и t_M — время решения задачи упаковки при использовании линейного списка и многоуровневого связного списка соответственно. Из диаграммы видно, что многоуровневая связная структура, используемая для представления набора ПК, обеспечивает более быстрое размещение объектов по сравнению с обычным линейным списком, упорядочение в котором проводится с помощью одного из наиболее быстрых алгоритмов сортировки Quicksort [23].

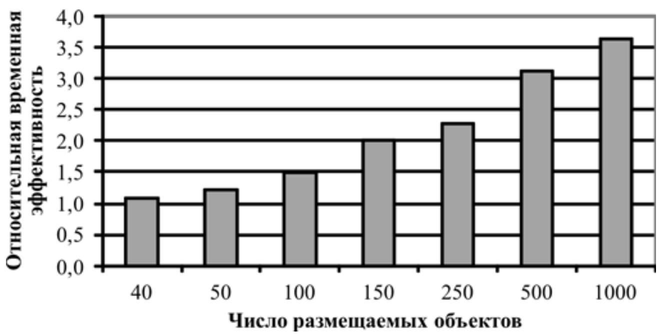

Рис. 5. Временная эффективность многоуровневой связной структуры при решении тестовых задач двухмерной ортогональной упаковки

Рис. 6. Относительное время размещения трехмерных ортогональных объектов

Проведенные вычислительные эксперименты показали, что эффективность многоуровневой связной структуры данных при решении задач двухмерной ортогональной упаковки объектов растет с увеличением числа размещаемых объектов.

Особенность многоуровневой связной структуры данных заключается в том, что среднее время размещения, затрачиваемое на один объект, не зависит от общего числа размещаемых объектов. На рис. 6 представлен график зависимости относительного времени размещения одного и того же набора трехмерных объектов пяти различных типов ($10 \times 10 \times 10$, $20 \times 20 \times 20$, $10 \times 40 \times 20$, $30 \times 5 \times 10$, $5 \times 10 \times 15$) в трехмерный контейнер с габаритными размерами $200 \times 1000 \times 1000$. Относительное время размещения характеризует время, затрачиваемое на размещение одного объекта, и определяется как отношение общего времени размещения всех объектов к их числу n.

Заключение

Для получения быстрого доступа к потенциальным контейнерам при конструировании ортогональной упаковки предложена новая структура данных — многоуровневая связная структура, в основу которой положена идея представления набора координат потенциальных контейнеров в виде рекурсивно вложенных линейных связных списков.

Проведенные вычислительные эксперименты на тестовых задачах ортогональной упаковки объектов показали высокую временную эффективность предложенной структуры в сравнении с обыкновенным линейным списком, требующим сортировки всех элементов после размещения каждого очередного объекта в контейнере. Использование многоуровневой связной структуры позволяет более чем в 2 раза повысить скорость доступа к потенциальным контейнерам, что в конечном итоге обеспечивает более быстрое формирование ортогональной упаковки.

Список литературы

1. **Garey M., Johnson D.** Computers intractability: a guide to the theory of NP-completeness. San Francisco: W. H. Freeman, 1979. 338 p.
2. **Lodi A., Martello S., Monaci M.** Two-dimensional packing problems: A survey // European Journal of Operational Research. 2002. V. 141, N. 2. P. 241—252.
3. **Wu Y., Li W.-K., Goh M., De Souza R.** Three dimensional bin packing problem with variable bin height // European Journal of Operational Research. 2010. V. 202, N. 2. P. 347—355.
4. **Egeblad J., Garavelli C., Lisi S., Pisinger D.** Heuristics for container loading of furniture // European Journal of Operational Research. 2010. V. 200, N. 3. P. 881—892.
5. **Liao C. S., Hsu C. H.** New lower bounds for the three-dimensional orthogonal bin packing problem // European Journal of Operational Research. 2013. Vol. 225, N. 2. P. 244—252.
6. **Wascher G., Haubner H., Schumann H.** An improved typology of cutting and packing problems // European Journal of Operational Research. 2007. V. 183, N. 3. P. 1109—1130.
7. **Bortfeldt A., Wascher G.** Constraints in container loading — A state-of-the-art review // European Journal of Operational Research. 2013. V. 229, N. 1. P. 1—20.
8. **Чеканин А. В., Чеканин В. А.** Алгоритмы эффективного решения задачи ортогональной упаковки объектов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. Т. 53, № 10. С. 1639—1648.
9. **Валеева А. Ф.** Применение метаэвристики муравьиной колонии к задачам двумерной упаковки // Информационные технологии. 2005. № 10. С. 36—43.
10. **Чеканин В. А., Чеканин А. В.** Алгоритм решения задач ортогональной упаковки объектов на основе мультиметодной технологии // Информационные технологии. 2013. № 7. С. 17—21.
11. **Чеканин В. А., Ковшов Е. Е.** Моделирование и оптимизация технологических операций в промышленном производстве на основе эволюционных алгоритмов // Технология машиностроения. 2010. № 3. С. 53—57.
12. **Чеканин В. А., Ковшов Е. Е.** Систематизация и анализ структур данных при автоматизации управления складом на основе генетических алгоритмов // Проблемы полиграфии и издательского дела. 2008. № 5. С. 42—51.
13. **Чеканин В. А., Чеканин А. В.** Исследование генетических методов оптимизации распределения прямоугольных ресурсов // Материалы 2-й международной научно-практической конференции "Современное машиностроение. Наука и образование" (14—15 июня 2012 г.). СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. С. 798—804.
14. **Валиахметова Ю. И., Филиппова А. С.** Мультиметодный генетический алгоритм для решения задач ортогональной упаковки // Информационные технологии. 2007. № 12. С. 50—56.
15. **Филиппова А. С.** Моделирование эволюционных алгоритмов решения задач прямоугольной упаковки на базе технологии блочных структур // Информационные технологии. 2006. № 6. Приложение. 32 с.
16. **Картак В. М.** Матричный алгоритм поиска оптимального решения для решения задачи упаковки прямоугольников в полубесконечную полосу // Информационные технологии. 2008. № 2. С. 24—30.
17. **Crainic T. G., Perboli G., Tadei R.** Extreme point-based heuristics for three-dimensional bin packing // INFORMS. Journal on Computing. 2008. V. 20, N. 3. P. 368—384.
18. **Чеканин В. А., Чеканин А. В.** Эффективные модели представления ортогональных ресурсов при решении задачи упаковки // Информационно-управляющие системы. 2012. № 5. С. 29—32.
19. **Chekanin A. V., Chekanin V. A.** Improved packing representation model for the orthogonal packing problem // Applied Mechanics and Materials. 2013. V. 390. P. 591—595.
20. **Библиотека** OR-library наборов объектов из задач S. P. Fekete и J. Schepers. URL: http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html (дата обращения: 22 мая 2014).
21. **Fekete S. P., Schepers J.** New classes of lower bounds for bin packing problems // Integer Programming and Computational Optimization. Lecture Notes in Computer. 1998. V. 1412. P. 257—270.
22. **Чеканин В. А., Чеканин А. В.** Оптимизация решения задачи ортогональной упаковки объектов // Прикладная информатика. 2012. № 4 (40). С. 55—62.
23. **Weiss M. A.** Data Structures and Algorithm Analysis in C++. Boston: Pearson Education, 2014. 656 p.

V. A. Chekanin, Associated Professor,
A. V. Chekanin, Professor, Head of Department,
Moscow State University of Technology "STANKIN", e-mail: avchekalin@rambler.ru

Improving the Efficiency of Construction of the Orthogonal Packing

In this paper is considered the NP-completed optimization orthogonal packing problem that is actual in solving of many practical problems of automation and control. The solution of the multidimensional orthogonal packing problem can be represented as a placement string which contains a sequence of objects to be packed into containers. Constructing of a pack for a given sequence of objects from the placement string is performed by decoding block. To increase the effectiveness decoding is offered a new data structure — multilevel linked data structure that is based on a recursively embedded each to other linear queues. The offered data structure provides high-speed access to the packing during its formation. The effectiveness of the new data structure is investigated on the standard two- and threedimensional test orthogonal packing problems. The carried out computational experiments demonstrate high time efficiency of the proposed data structure compared to the ordered simple linked list. The proposed data structure is applicable for any dimensional orthogonal bin packing problems.

Keywords: *packing; packing problem; orthogonal packing problem; data structure; multilevel linked data structure; optimization; discrete optimization; resources allocation; waste minimization; computational experiment*

References

1. **Garey M., Johnson D.** *Computers intractability: a guide to the theory of NP-completeness.* San Francisco: W. H. Freeman, 1979. 338 p.
2. **Lodi A., Martello S., Monaci M**. Two-dimensional packing problems: A survey. *European Journal of Operational Research*. 2002. V. 141, N. 2. P. 241—252.
3. **Wu Y., Li W.-K., Goh M., De Souza R.** Three dimensional bin packing problem with variable bin height. *European Journal of Operational Research*. 2010. V. 202, N. 2. P. 347—355.
4. **Egeblad J., Garavelli C., Lisi S., Pisinger D.** Heuristics for container loading of furniture. *European Journal of Operational Research*. 2010. V. 200, N. 3. P. 881—892.
5. **Liao C. S., Hsu C. H.** New lower bounds for the three-dimensional orthogonal bin packing problem. *European Journal of Operational Research*. 2013. V. 225, N. 2. P. 244—252.
6. **Wascher G., Haubner H., Schumann H.** An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*. 2007. V. 183, N. 3. P. 1109—1130.
7. **Bortfeldt A., Wascher G.** Constraints in container loading — A state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*. 2013. V. 229, N. 1. P. 1—20.
8. **Chekanin A. V., Chekanin V. A.** Algoritmy effektivnogo resheniya zadachi ortogonal'noy upakovki ob'yektov. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*. 2013. V. 53, N. 10. P. 1639—1648.
9. **Valeyeva A. F.** Primeneniye metaevristiki murav'inoy kolonii k zadacham dvumernoy upakovki. *Informatsionnyye tekhnologii*. 2005. V. 10. P. 36—43. (rus.).
10. **Chekanin V. A., Chekanin A. V.** Algoritm resheniya zadach ortogonal'noy upakovki ob'yektov na osnove mul'timetodnoy tekhnologii. *Informatsionnyye tekhnologii*. 2013. V. 7. P. 17—21. (rus.).
11. **Chekanin V. A., Kovshov E. E.** Modelirovaniye i optimizatsiya tekhnologicheskikh operatsiy v promyshlennom proizvodstve na osnove evolyutsionnykh algoritmov. *Tekhnologiya Mashinostroeniya*. 2010. V. 3. P. 53—57. (rus.).
12. **Chekanin V. A., Kovshov E. E.** Sistematizatsiya i analiz struktur dannykh pri avtomatizatsii upravleniya skladom na osnove geneticheskikh algoritmov. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Problemy poligrafii i izdatel'skogo dela*. 2008. N. 5. P. 42—51. (rus.).
13. **Chekanin V. A., Chekanin A. V.** Issledovaniye geneticheskikh metodov optimizatsii raspredeleniya pryamougol'nykh resursov. *Materialy 2-y mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Sovremennoye mashinostroyeniye. Nauka i obrazovaniye"*. SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta, 2012. P. 798—804. (rus.).
14. **Valiahmetova Yu. I., Filippova A. S.** Mul'timetodnyy geneticheskiy algoritm dlya resheniya zadach ortogonal'noy upakovki. *Informatsionnyye tekhnologii*. 2007. N. 12. P. 50—56. (rus.).
15. **Filippova A. S.** Modelirovaniye evolyutsionnykh algoritmov resheniya zadach pryamougol'noy upakovki na baze tekhnologii blochnykh struktur. *Informatsionnyye tekhnologii*. 2006. N. 6. Prilozheniye. 32 p. (rus.).
16. **Kartak V. M.** Matrichnyy algoritm poiska optimal'nogo resheniya dlya resheniya zadachi upakovki pryamougol'nikov v polubeskonechnuyu polosu. *Informatsionnyye tekhnologii*. 2008. N. 2. P. 24—30. (rus.).
17. **Crainic T. G., Perboli G., Tadei R.** Extreme point-based heuristics for three-dimensional bin packing. *INFORMS, Journal on Computing*. 2008. V. 20, N. 3. P. 368—384.
18. **Chekanin V. A., Chekanin A. V.** Effektivnyye modeli predstavleniya ortogonal'nykh resursov pri reshenii zadachi upakovki. *Informatsionno-Upravlyayushchiye systemy*. 2012. V. 5. P. 29—32. (rus.).
19. **Chekanin A. V., Chekanin V. A.** Improved packing representation model for the orthogonal packing problem. *Applied Mechanics and Materials.* 2013. V. 390. P. 591—595.